LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA:

UNA ACCIÓN TRANSFORMADORA

IVÁN DARÍO FLÓREZ ROJANO (INVESTIGADOR PRINCIPAL)

NELLY YOLANDA CÉSPEDES GUEVARA (COINVESTIGADOR)

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN
MATEMÁTICAS

VICERRECTORIA UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA

UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS

Esta publicación es financiada por la Unidad de Investigación de la Vicerrectoría Abierta y a Distancia de la Universidad Santo Tomás, con fondos del proyecto “Problemas y tendencias de investigación en educación matemática Colombia” de la Convocatoria No. 09 de 2014.

Los contenidos son responsabilidad del equipo de investigación. Se autoriza su reproducción, citando la fuente correspondiente.

Contenido

<u>INTRODUCCIÓN</u>	3
<u>1. PERSPECTIVAS DE LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA</u>	8
<u>Imaginarios sociales alrededor de las matemáticas</u>	8
<u>Matemáticas formales</u>	9
<u>Matemática, educación matemática e investigación en educación matemática</u>	11
<u>Educación matemática o investigación en educación matemática</u>	12
<u>Las matemáticas y la educación</u>	12
<u>Es necesario un campo como la investigación en educación matemática</u>	13
<u>Historia de la investigación en educación matemática: un enfoque historiográfico</u>	15
<u>Historia de la investigación en educación matemática: un enfoque desde las líneas</u>	20
<u>Historia de la investigación en educación matemática: un enfoque desde las didácticas</u>	21
<u>Historia de la investigación en educación matemática: un enfoque sociocultural</u>	22
<u>2. TENSIONES EN INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA</u>	25
<u>Investigación sobre el Currículo en Educación Matemática</u>	26
<u>La investigación en didáctica de la matemática</u>	31
<u>La evaluación en Educación Matemática</u>	34
<u>Perspectivas culturales en educación matemática</u>	36
<u>Las Tecnologías en la Educación Matemática</u>	38
<u>3. La investigación en los Programas de Formación Docente en Educación Matemática</u>	41
<u>Breve contextualización de la formación docente</u>	41
<u>Investigación en la formación docente</u>	44
<u>Grupos y Líneas de investigación en los programas de formación</u>	48
<u>4. Líneas de investigación de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Santo Tomás</u>	57
<u>Resolución de problemas en educación matemática</u>	57
<u>Importancia de resolver estas problemáticas</u>	60
<u>Antecedentes de la línea en el Programa</u>	62
<u>Comunicación y modelación en educación matemática</u>	64
<u>Importancia de resolver estas problemáticas</u>	66
<u>Antecedentes de la línea dentro de la Licenciatura</u>	67
<u>BIBLIOGRAFIA</u>	71

INTRODUCCIÓN

Los nombres de Educación Matemática y Didáctica de las Matemáticas son recurrentes en quienes están alrededor de la formación matemática de los ciudadanos en general, en sus diferentes niveles (desde el preescolar hasta el posdoctorado). La diferencia entre los dos nombres parece ser más geográfica que epistemológica, pues se habla más de Educación Matemática en los países anglosajones y de Didáctica de las Matemáticas en Francia y España, y pueden tomarse como sinónimas¹ (Godino, 2010).

La formación y profesionalización de un docente de matemáticas, en la actualidad, tiene fuertes componentes en Educación Matemática y en las instituciones que los forman se ha transformado fuertemente la convicción de que para enseñar matemáticas es suficiente con saber bien las matemáticas. Aunque esta idea no es compartida en forma general, por todos los docentes en ejercicio, especialmente a nivel universitario profesional, y es desconocida u omitida por la mayoría de las personas, incluso vinculadas al ámbito educativo (son numerosos los imaginarios sociales y culturales que existen alrededor de la posibilidad de aprender matemáticas y orientar su enseñanza²).

La reflexión que se hace en torno a la enseñanza de las matemáticas en sus ámbitos genera diferentes acciones, una de ellas es la investigación, otras pueden ser la innovación, la práctica pedagógica, el diseño de unidades didácticas, la formulación de un currículo determinado, la capacitación docente, y las políticas y lineamientos para el área, entre otras.

Estas últimas instancias movilizan la gran mayoría de docentes de matemáticas interesados en revisar lo que se hace o se debe hacer en la escuela, en el colegio, la universidad y otros espacios. Sin embargo, la investigación en educación matemática está reducida a un grupo más pequeño de educadores, matemáticos interesados en la educación, e investigadores en el campo. Este es uno de los aspectos que promueve el interés en esta investigación.

En nuestro país ha adquirido relevancia en grupos y redes de docentes, especialmente vinculados a la formación, cualificación y profesionalización de profesores. También desde los posgrados, los pregrados y algunos grupos de maestros interesados se han venido desarrollando numerosos procesos investigativos sobre educación matemática, aunque generalmente, se limita su visibilidad y aplicación en esos contextos y no trascienden sus resultados en las prácticas de enseñanza cotidianas, o no lo hacen de forma explícita.

En todo caso, la investigación en Educación Matemática en Colombia se ha configurado como un campo teórico-práctico donde confluyen los lineamientos de los programas de formación docente, la definición de las líneas de los grupos de investigación, las prácticas investigativas y de innovación en las instituciones educativas, los debates y apuestas de las redes de maestros y otras fuentes de reflexión como las políticas formuladas por los entes gubernamentales nacionales e internacionales.

¹ Sin embargo, en este documento hablaremos de Educación Matemática como una categoría abarcadora de la Didáctica de las Matemáticas.

² Incluso a nivel gubernamental, en Colombia en 2002 se hizo una reforma a la Ley General de Educación (Ley 130), donde se abre la posibilidad a que contadores, ingenieros, arquitectos y profesiones afines se dediquen a la enseñanza en las instituciones de carácter oficial.

Los resultados y procesos de la investigación en el campo mencionado se han visibilizado y puesto a consideración y apropiación de la comunidad educativa, mediante diferentes estrategias, por ejemplo, a través de informes de investigación, eventos de divulgación, políticas educativas, transformaciones en los lineamientos de los programas de formación docente, entre otras formas de evolución, pero tal vez aún no mucho en el currículo de matemáticas que se vivencia en las instituciones educativas.

Esta confluencia de actores preocupados por las tensiones y retos de la educación matemática se origina en el reconocimiento de las problemáticas identificadas en el campo, que con miradas fundamentadas desde teorías, enfoques y perspectivas de investigación y matizadas con posturas epistemológicas, sociológicas, psicológicas, antropológicas, ideológicas y culturales de la matemática, dotan de sentido y significado formas de proceder intencionadas hacia los ambientes escolares y de reflexión pedagógica.

Desde el eje de las políticas educativas se promulgan reglamentaciones y lineamientos que exigen a los programas de formación, las instituciones educativas, los grupos de investigación un lugar especial para la investigación, desde donde se originen productos que atiendan las problemáticas reconocidas en la educación matemática, se forme a los docentes investigadores, y se formulen líneas de investigación coherentes con los desarrollos internacionales.

En cuanto a las políticas educativas referidas a los procesos de acreditación y de calidad de los programas de formación docente en el país, se han expedido en los últimos 15 años, varias reglamentaciones que muestran que aún no existe en Colombia un Proyecto Educativo Nacional con derroteros claros y precisos en relación con la investigación educativa. En muchas de las directrices se modifican en forma contradictoria reglamentaciones anteriores (véanse por ejemplo, las relacionadas con la creación y acreditación de programas de formación docente). Ello genera confusión en todo el campo de la educación, especialmente en los docentes, quienes optan en algunos casos por seguir haciendo lo mismo, y no se interesan por los procesos y productos de la investigación en educación matemática.

Sin embargo, para el caso de esta investigación (retos y tendencias de la investigación en educación matemática), la existencia de diferentes programas de investigación en el área muestra una preocupación de los educadores y la comunidad de investigadores por encontrar alternativas para identificar rutas de trabajo con los estudiantes que atiendan a la formación de los niños, jóvenes y de la sociedad en general en el desarrollo y puesta en juego del pensamiento matemático con criterios de diversidad, calidad y alfabetización numérica (Bishop, 2005, p. 67). Se reconoce también el interés por consolidar la investigación como eje articulador de la teoría pedagógica y el conocimiento disciplinar, como mediación que promueve el accionar del docente de matemáticas; un docente que revisa su actuar en el aula y establece claras distinciones y cohesiones entre el currículo de matemáticas y el ambiente educativo.

Esta preocupación se observa en los programas de formación en educación matemática los cuales han respondido a estas demandas incluyendo un número considerable de créditos dentro de sus planes de estudio dedicados a la investigación y la formación investigativa de los futuros docentes. De igual manera, se han incluido en varias carreras disciplinas denominadas didácticas cuyos fundamentos provienen de la investigación en educación matemática; se crean grupos de investigación de carácter intra e interinstitucional dedicados a educación matemática. También son numerosos los semilleros de investigación ocupados por la educación matemática y que tienen un carácter investigativo; desde varias Facultades de Educación se han establecido

redes con otros programas de diversas universidades nacionales e internacionales interesados por la educación matemática y sus transformaciones a través de la investigación.

En esa misma dirección y como producto de estas movilizaciones, va en aumento el número de productos de investigación e innovación en educación matemática visibilizada a través de encuentros, congresos, foros, coloquios, etc., y cuyo análisis y sistematización se retomó como insumo en esta investigación con base en las memorias de ASOCOLME 2010, 2011 Y 2013. Productos que reflejan la diversidad de posturas, enfoques y sentidos dados a la investigación en educación matemática. Riqueza que manifiesta la configuración de este campo a nivel internacional, donde existen diferentes programas de investigación en educación matemática con perspectivas centradas en el aprendizaje, en la enseñanza, los contextos o combinaciones de estos tres. Pero que también se diferencian cuando se revisa la forma como se conciben las matemáticas, es decir, si están mediadas por consideraciones de dimensiones ontológicas, epistemológicas o histórico-culturales.

De manera que cuando se considera la matemática como un saber proveniente de la lectura de la realidad, la cual es independiente del sujeto que conoce, se organizan perspectivas diferentes a cuando se considera la matemática como un conocimiento puramente formal y desprovisto de relación con la realidad, y diferentes a cuando se piensa la matemática como el resultado de una actividad humana y cultural. Posturas ontológicas que promueven formas particulares de considerar la investigación en educación matemática.

Mientras que cuando se evalúa la estructura, los métodos y los contextos de aplicación del conocimiento matemático desde sus fundamentos se configuran posturas investigativas relacionadas con el sentido de la educación, lo que debe ser enseñado, la forma pertinente de hacerlo, el cómo validar su efecto en los estudiantes, delimitando en forma necesaria las bases epistemológicas de la investigación por realizar en este campo.

Todos estos aspectos centran la problemática que se abordó en este proyecto de investigación y sus intenciones. Para lograr tener una perspectiva de las tendencias de investigación en educación matemática en nuestro país se realizaron dos lecturas simultáneas, una de ella centrada en la revisión de documentos que muestran resultados de investigación en educación matemática y otra hablando con las personas que conocen del tema en nuestro país. Para ello, se organizó el Primer Coloquio Nacional sobre Problemas y Tendencias de Investigación en Educación Matemática, postulando los campos de la didáctica, el currículo, la evaluación, la cultura, las tecnologías y la formación docente para recuperar miradas sobre el sentido y las formas de realizar la investigación en esta área en Colombia. Se vislumbraron así, con mayor claridad, tendencias y enfoques predominantes en nuestro país, que vistas desde una perspectiva histórico-crítica, evidencian las transformaciones dadas en la educación matemática, como producto de los intereses investigativos.

Desde esta perspectiva la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Santo Tomás, hace parte, en forma natural, de esta discusión por su carácter de programa formador de docentes para la educación básica en el campo de las matemáticas. Discusión que la obliga a pensarse en el ámbito de la investigación como componente esencial de la formación docente.

En consecuencia, este documento adquiere características relevantes para el Programa y, en general, para la investigación en educación matemática en nuestro país.

El presente documento se organiza en cuatro partes para dar cuenta de los retos, tensiones y problemas que afronta la educación matemática. En la primera, se muestra cuáles son los enfoques y perspectivas pedagógicas en nuestro país, un poco desde su historicidad. Una segunda parte, se plantea una manera de sistematizar los procesos investigativos desde una perspectiva de ejes y campos de acción. En la tercera, se revisa la manera como las instituciones de formación superior educan y profesionalizan a los futuros docentes en relación con la investigación. Finalmente, se formula nuestra postura frente a cómo se pueden organizar la investigación en educación matemática en nuestro programa de formación.

SÍNTESIS CONCEPTUAL DEL DOCUMENTO

1. PERSPECTIVAS DE LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Imaginarios sociales alrededor de las matemáticas

La mención de la palabra “matemáticas” en diversos contextos culturales o sociales, genera asociaciones con la educación y con experiencias escolares. Al ser considerada fundamental en la formación humana casi todas las personas durante su proceso educativo formal han tenido incluido en sus años de estudio aspectos de la misma.

La incorporación de ideas, métodos y estructuras matemáticas desde los primeros años, en forma institucionalizada, constituye imaginarios en las personas sobre la disciplina desde los cuales ésta adquiere un papel primordial para su educación, así no se tenga muy claro lo que se aprende en matemáticas o su puesta en juego en la vida cotidiana o profesional.

Uno de los imaginarios asocia “saber matemáticas” con la habilidad numérica, es decir, realizar cuentas, mediciones, estimar magnitudes, y en algunos casos interpretar y describir las formas y relaciones de las figuras geométricas. El conocimiento algebraico, la búsqueda de patrones, relaciones, estructuras, la toma de decisiones, lo aleatorio y lo determinístico son incluidos en estos imaginarios, a veces como un mal recuerdo en la vida escolar, a veces como un obstáculo que se pudo superar, y en algunos casos como algo que exigió horas de arduo trabajo.

Pero en general, se hace un reconocimiento amplio a las matemáticas que se enseñan en la escuela. Así como las otras ciencias “duras” (física, química y biología), se les considera un conocimiento acumulativo, con un alto contenido de verdad sobre la realidad, incuestionable, y desarrollado por un grupo selecto de personas y grupos científicos.

Por la dificultad que representa su aprendizaje se constituyen diversos imaginarios culturales en relación con la facilidad para aprehender el conocimiento matemático, en algunos casos se atribuye esta capacidad al coeficiente intelectual (incluso aún hoy éste se mide con base en la habilidad para resolver problemas asociados a las matemáticas), el desarrollo del pensamiento (asumiendo que éste es potenciado con el estudio asiduo del área), la disciplina, la sistematicidad, la rigurosidad y, en general a la inteligencia.

Estas formas de comprender el aprendizaje de las matemáticas, también son compartidos, en su mayoría, por el reducido grupo que “tuvo éxito” en las matemáticas, quienes, en un mínima proporción, utilizan las matemáticas en sus actividades para plantear y resolver problemas de la realidad; tal vez como consecuencia de ello, en las últimas décadas es menor la proporción de personas que escogen profesiones con alto uso de la competencia matemática.

Matemáticas formales

Sin embargo, al interior de las comunidades de matemáticos se invierte gran parte de su estudio al desarrollo de estructuras que sostengan el edificio formal de la ciencia.

Pensar en el amplio campo desarrollado en torno al conocimiento matemático, en su versión formal, demanda no solamente numerosos párrafos, sino también un conocimiento disciplinar sustentado en comprensiones acerca de objetos abstractos, ideas que son fáciles de conectar con la “realidad” y que pocas veces se hacen explícitas. Generalmente, el discurso de las comunidades de matemáticos está circunscrito a un número limitado de personas, y resulta poco usual que se realicen procesos de divulgación de los mismos para personas no especialistas (al igual que sucede con la mayoría de las ciencias). La actividad de los matemáticos parece que se quedara únicamente formulada para ellos, y si bien son muchos los intentos de realizar procesos de socialización, de al menos los significados de las nociones fundamentales desde las cuales se construye el saber matemático, y de los sentidos otorgados a la construcción de esos saberes en términos cotidianos, poca cobertura se da a estos desarrollos en los procesos de educación matemática.

La estructuración de las ideas matemáticas mediante sistemas de proposiciones enlazadas y con una organización lógica específica para dar explicación a un amplio número de situaciones relacionadas con las formas y sus propiedades, las medidas y con una concepción del espacio, se asocia con el tratado “Los Elementos” de Euclides (300 a. C. aprox.). El documento citado consta de 13 libros, que tienen un estilo deductivo, lo cual significa que de unas nociones fundamentales o primarias (intuitivas), un conjunto de axiomas (proposiciones que no requieren demostración, por su evidencia), unas reglas lógicas, y algunas definiciones, se construyen e infieren nuevas proposiciones denominadas teoremas y corolarios. Sistema formal, entonces, que desarrolla con “consistencia” y “coherencia” el campo de conocimiento geométrico. El tratado desarrolla la geometría plana, del espacio, y las razones y proporciones³.

Ilustración 1: Aparte de los Elementos- construcción de cónicas. Tomado de [wikimedia.org](https://www.wikimedia.org) [s/toc.html](https://www.wikimedia.org/Internet, e incluso hay una versión online elaborada con geometría dinámica en donde se ilustran las definiciones, proposiciones, teoremas y axiomas. s/toc.html)).

Esta estructura lógica desarrollada por la escuela euclidiana ha permeado todos los campos de la matemática, y a pesar de que se han propuesto otras formalizaciones en los últimos siglos con una organización lógica algo distinta, la esencia del sistema deductivo se mantiene, y no se consideran parte de las matemáticas aquellos campos que no han sido formalizados.

De manera que el modelo empleado por los matemáticos para presentar sus resultados y formulaciones teóricas está claramente definido desde siglos atrás, y generalmente se hace mediante una estructura deductiva. Uno de los aspectos que caracterizan cada una de las ramas de la matemática es su rigurosidad. La matemática, según algunos autores, es la ciencia de las conclusiones necesarias que se obtienen a partir de unos supuestos primarios (por ejemplo según Whitehead, 1898, *“La Matemática es, en su significado más amplio, el desarrollo de razonamiento deductivo, formal y necesario”*).

Una simplificación de la estructura organizativa de la matemática desde un punto de vista deductivo, sería la siguiente:

De manera que a partir de unos entes no definidos explícitamente, reconocidos como ideas primitivas, se plantean unos axiomas o principios que se consideran válidos sin necesidad de esbozar alguna argumentación al respecto, desde las cuales se establecen un tipo de relaciones determinadas entre los elementos no definidos. Son precisamente los axiomas aquellos que comienzan a darle significado a esas ideas primitivas. Adicionalmente se construyen definiciones para nuevos objetos, para las relaciones que se pueden establecer entre ellos y para operaciones, que permiten establecer categorías y transformar los elementos. Y a partir del uso de la lógica y los procesos de demostración se deducen teoremas que poseen validez relativa que depende de la validez en sí de los axiomas. Este sistema se conoce como un sistema deductivo y es característico de todas las áreas de la matemática.

Se reconoce la estructura lógica y abstracta de la matemática proveniente de la formalización de sus objetos de estudio con su consecuente estratificación en axiomas, definiciones, teoremas y demostraciones, como un modelo posible de proceder para la construcción de saber matemático, pero también se reconocen sus límites derivados de los estudios de Gödel acerca de la completitud y la consistencia del discurso matemático desarrollado de esta forma (*“Cualquier teoría aritmética recursiva que es consistente es incompleta”*, que es equivalente a afirmar que " si un sistema es consistente, entonces es incompleto, y si el sistema es completo, entonces es inconsistente").

“...Los teoremas de Gödel muestran la existencia de límites para lo que puede ser un sistema formal o, en general, cualquier sistema de reglas que parta de un conjunto bien definido de axiomas (como las matemáticas y la lógica)” (Torres Alcaraz, 2000, p.69)

Este resultado formal (Teorema de Gödel) desmitifica el formalismo matemático y el uso exclusivo de la racionalidad, no solo en el campo de las matemáticas, y tiene consecuencias en la educación matemática en cuanto a lo que se piensa es importante para ser enseñado en los

espacios escolares, pues entre los años 60 y 80 se había venido privilegiando un trabajo en la escuela de la estructura formal de las matemáticas. Los jóvenes y niños aprendían las matemáticas de las demostraciones siguiendo un esquema similar al de los elementos de Euclides pero con un poco más de formalismo al estilo de Hilbert. La aritmética, el álgebra, la trigonometría y el cálculo, también incorporaban aspectos formales de la matemática, pero se privilegiaba el desarrollo de procedimientos y rutinas algorítmicas, muchas veces extensas y extenuantes.

Matemática, educación matemática e investigación en educación matemática

De acuerdo con Kilpatrick hablar de investigación en educación matemática en forma similar a como se hace sobre la investigación en ciencias experimentales o en las mismas matemáticas, no es pertinente, pues las primeras están centradas en métodos experimentales fundamentados en investigación cuantitativa, y las segundas se desarrollan fundamentalmente en los procesos de formalización y desarrollo axiomático y deductivo. En el caso de la investigación en educación matemática, ésta tiene componentes tanto cuantitativos como cualitativos, pues se piensa no solamente en obtener conclusiones relacionadas con el cuántos cumplen con las hipótesis o en qué proporción, cuál es el modelo que representa el fenómeno, qué cantidad, etc., sino también en cómo, cuáles, concepciones, estilos, etc., que corresponden a patrones fundamentalmente sociales subyacen a las relaciones en la escuela.

“El término indagación sugiere que el trabajo busca dar respuesta a una pregunta específica; no es una especulación fútil o erudita para la satisfacción propia. El término metódica sugiere, no solamente que la investigación puede ser guiada por conceptos y métodos de otras disciplinas como la psicología, la historia, la filosofía o la antropología, sino que, además, se expone de tal forma que el proceso de indagación pueda examinarse y verificarse. La indagación metódica no necesita ser “científica” en el sentido de estar basada en hipótesis que hayan sido verificadas empíricamente, pero como todo buen trabajo científico, debe ser erudito, público y abierto a la crítica y posible refutación. La investigación en educación matemática es entonces la indagación metódica acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas”. (Kilpatrick, p. 4)

En contraparte, diferenciar educación matemática e investigación en educación matemática, puede resultar también innecesario y estéril, pues el campo de la educación matemática se soporta fundamentalmente en resultados de investigación.

Ello, se justifica en razón a que la mayoría de los docentes tienen preocupaciones en ambos sentidos, qué estoy llevando al aula de clase como propuesta de saber matemático, y qué espero que mis estudiantes desarrollen al poner en juego ese saber. Pero también, de qué manera lograré que los estudiantes aprendan en forma comprensiva esos conocimientos de las matemáticas, que se interesen, lo puedan aplicar y trabajar en su vida cotidiana. Además, cómo garantizar, la apropiación de esos saberes y conocimientos.

Son diversas las posturas filosóficas, epistemológicas que otorgan un papel equivalente a otras formas de pensar e interpretar el mundo, diferentes a la ciencia. Equivalente en cuanto se empiezan a concebir como formas posibles de dar sentido a los fenómenos de la naturaleza, a las maneras de pensar la organización de la sociedad y al significado que los individuos puedan dar a su vida y sus posibilidades. Yehuda Elkana (1988) plantea que en forma similar a la ciencia existen formas interpretativas alternativas como la ideología, la religión, el arte, etc., que no presentan diferencia de base en su estatuto ontológico, es decir, en que formula preguntas y en razón a ello, realiza descripciones en tanto al ser, la realidad y la existencia.

En ese sentido se habla de sistemas culturales (Gertz, 1973) como formas igualmente posibles de descripciones en la búsqueda de una interpretación, al considerar la matemática como una ciencia resultado de la actividad humana, que se construye y desarrolla en la interacción social, el énfasis en la forma de socializarla en los espacios escolares a través de la educación se traslada a un espacio de discusión en donde emergen diferentes paradigmas, que van desde los más respetuosos de la tradición matemática hasta los más cuestionadores en torno al currículo de matemáticas.

Educación matemática o investigación en educación matemática

De acuerdo con la forma como se decida organizar las preguntas sobre los objetos a investigar, se diferencian, por consiguiente, algunos enfoques sobre las formas de comprender la educación matemática. Estos enfoques corresponden a lo que algunos docentes y grupos académicos consideran que se debe comprender como los problemas educativos. En algunos casos las investigaciones se orientan asumiendo diferentes premisas y puntos de partida:

1. Si se considera que el proceso educativo está centrado en el estudiante, se privilegia el estudio de las formas de comprender, de entender, de estructurar el conocimiento, por parte de los estudiantes. Es decir, se centran en el aprendizaje, tratando de identificar la forma como las personas piensan y de acuerdo con ello organizar secuencias o determinar fases o estadios donde las personas se encuentran para lograr un aprendizaje significativo.

2. Si se considera que el proceso educativo depende fundamentalmente de las acciones que el docente puede llevar a cabo dentro del aula, y las mediaciones que emplee para lograr que los estudiantes comprendan, se tiene una perspectiva más centrada en la enseñanza y en el uso de didácticas específicas. Y las investigaciones que se adelantan se centran fundamentalmente en el impacto de la aplicación de determinada estrategia o unidad didáctica, o en las concepciones y formación del docente acerca del objeto de conocimiento.

3. Si se piensa que en los espacios educativos generalmente se trabaja alrededor del conocimiento, y se le considera como una actividad cultural en la que los individuos participan socialmente, se formulan acciones en términos de docencia centradas en las concepciones de lo que es el conocimiento, sus fuentes, el vínculo de la experiencia, entre otros aspectos.

Las matemáticas y la educación

Paralelamente a esta forma de pensar sobre la educación matemática, devienen otras preguntas en relación a cómo se aprenden: ¿existe un orden determinado o secuencial para el aprendizaje de los contenidos matemáticos?, ¿todas las personas pueden aprender las mismas matemáticas?, ¿se requiere de alguna madurez “mental” para comprender algunas ideas de esta área?, ¿existen algunas estructuras de pensamiento correspondientes a ideas particulares de las matemáticas, por ejemplo estructuras que promueven la modelación de situaciones reales, el razonamiento, los procesos de traducción, etc., ¿cuál es la intervención del contexto en el aprendizaje de las matemáticas?, ¿cómo promover el aprendizaje de determinadas nociones y conceptos?, ¿cómo se sabe que alguien aprendió algo de matemáticas?

En esta perspectiva se pueden determinar dos corrientes claras en el desarrollo de la educación matemática y la investigación en el campo. Por una parte, orientada a pensar en formas alternativas de generar procesos de aprendizaje de los conocimientos matemáticos, centrada principalmente en aspectos curriculares, ¿qué se enseña y para qué? En la otra vertiente, se

encuentran investigaciones centradas en el cómo aprenden las personas, cómo se transforma el pensamiento. Podrían, en forma correspondiente, identificarse campos del pensamiento que abordan las diferentes intenciones. Por una parte, quiénes se preocupan por los conocimientos e intencionales puestos en juego en la educación matemática son fundamentalmente los docentes en ejercicio, los matemáticos y, hoy en día, quienes diseñan las políticas educativas en un país (casi siempre asociados a campos como la economía, la administración). En el otro campo, donde el asunto se relaciona más con la didáctica y el aprendizaje de las matemáticas, están también los educadores, y especialmente los psicólogos, los antropólogos, sociales y en general representantes de las ciencias sociales.

Las dificultades identificadas en el aprendizaje de las matemáticas, desde la perspectiva de la escuela, son numerosas y más cuando avanzan en los niveles y ciclos de aprendizaje. Dificultades enmarcadas en las teorías y enfoques de la enseñanza de las matemáticas: centradas en el dominio de lo conceptual, lo procedimental, lo procesual, los fundamentos, y la competencia.

Este campo tiene mayor preponderancia sobre indagaciones de corte psicológico, las cuales pueden ubicarse a comienzos del siglo XX, con la aplicación de test de IQ y en la definición de secuencias de aprendizaje. Posteriormente, con los trabajos de Piaget y Vigotsky y la definición de etapas de desarrollo de los individuos. Hoy en día son abundantes los cuestionamientos en relación con las diversas formas de desarrollar las matemáticas y la forma como son comprendidas por una comunidad determinada.

El asunto del reconocimiento de las dificultades, tiene su propia historicidad. Hace unas tres décadas, se discutían aspectos como el fracaso escolar, la escasa proporción de estudiantes con dominio de conceptos y estructuras matemáticas, el desarrollo de procesos de argumentación y formalización, entre otros aspectos, posiblemente porque las demandas culturales y sociales, en relación con el saber matemático, correspondían a una apuesta cercana al desarrollo científico y tecnológico de las naciones.⁴

Es necesario un campo como la investigación en educación matemática

Lo que sí es un hecho, es que existen numerosas problemáticas identificadas en torno a la educación matemática, y, en esa dirección, hablar de investigación en el campo parece natural e inclusive obligatorio.

Sin embargo, para la comunidad de educadores y las diversas entidades que piensan la educación existe una fractura entre lo que se enseña a las personas y lo que demuestran haber aprendido. En numerosos ámbitos se debate en torno al desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes formales, se resalta la escasa capacidad para resolver problemas de la vida cotidiana y sus profesiones, y cómo difícilmente pueden interrelacionar las matemáticas y las otras áreas del conocimiento. Esa problematización de la enseñanza de las matemáticas

⁴ En ese sentido en Colombia se realizaban apuestas educativas para desarrollar aprendizajes significativos de las matemáticas modernas, Vasco (2014) menciona cómo “en Colombia matemáticos europeos como Konder son invitados a la Universidad de los Andes (1957); Henry Yerly y John Horvath, Gustave Choquet y Lauren Schwartz inician un trabajo en las reformas curriculares mucho antes que iniciara la investigación en Educación Matemática; la visita de Marshall Stone y Howard Fehr a Bogotá en 1961 para el desarrollo del CIAEM – IACME; de la misma manera se realizó, la visita de Luis Santaló, Leopoldo Nachbin y Carlos Imaz; quienes vinieron a promover la Matemática Moderna”

corresponde a una mirada bastante actual, orientada desde un enfoque de formación en competencias o de problematización.

Este recorrido incluye la consideración de la matemática postmoderna que llama la atención hacia la matemática de los procesos cotidianos, los procesos de aprendizaje de estas matemáticas (danza y matemáticas, música y matemáticas) repensando esa interrelación entre la matemática de la vida cotidiana, y la matemática de la investigación, por lo tanto, estos procesos conllevarían a pensar un nuevo concepto para la disciplina; entonces, la didáctica se oculta en este entramado como una práctica histórica y cultural.

Para otro grupo de especialistas, en el cual se incluyen también los docentes, las preocupaciones están orientadas a identificar en dónde es pertinente colocar el saber matemático producido por las comunidades disciplinares. ¿Cuándo y a quiénes enseñar cálculo vectorial, topología, teoría de grafos, ecuaciones diferenciales, interés compuesto, métodos de demostración, estructuras, números complejos, proporcionalidad? Se debe, también tomar decisiones en relación con a qué atender en la educación de los jóvenes, niños, y en general, la ciudadanía. Formar en conceptualizaciones, en competencias, en uso adecuado del lenguaje matemático, en desarrollo de procesos de pensamiento, en adquisición de conocimientos; o si es el caso en una mezcla de dos o más elementos de los anteriores, y ¿en qué proporción?

Realizar este tipo de preguntas conlleva a cuestionarse sobre la educación matemática su contenido y su sentido. Se configura como un campo de la investigación en el área, denominado curricular, pues atiende a la organización del saber dentro de los espacios educativos.

Estas agrupaciones pueden extenderse mucho más si se formulan nuevas variables de carácter ideológico, que determinan los fines de la educación en un campo específico, o epistemológico, que plantean la coherencia de las elaboraciones teóricas que se construyen, etc. Lo anterior permite dimensionar las numerosas perspectivas y enfoques de investigación en educación matemática.

La idea de educación matemática y de investigación en ese campo es relativamente reciente en nuestro país, pueden ubicarse formalmente en la década de 1970/80, aunque reflexiones sobre lo que se enseña y cómo se enseña pueden encontrarse en fechas anteriores.

“La historia de la investigación en educación matemática es parte de la historia de nuestro campo —la educación matemática. Este se ha desarrollado durante los últimos dos siglos debido a que matemáticos y educadores han enfocado su atención hacia qué matemáticas se enseñan y se aprenden en la escuela y cómo se llevan a cabo estos procesos; también se han interesado en el qué y en el cómo de las matemáticas que deberían enseñarse y aprenderse en la escuela”. (Kilpatrick, 1993).

Estas transformaciones en las concepciones sobre la educación matemática responden precisamente a un movimiento mundial de los educadores en ese campo quienes inician la construcción de un discurso en relación con la educación matemática y consecuentemente en la investigación en ese campo. Es así como comienzan a delimitarse espacios de discusión donde se diferencian las matemáticas, la educación matemática y la investigación sobre esta última.

Con la aparición de posturas constructivistas se proyectan miradas sobre las matemáticas que privilegian su carácter constructivo y de actividad cultural, en contraposición a posturas epistemológicas que favorecen paradigmas sobre el origen de la matemática como producto del descubrimiento o como estructura lógica formal.

“La historia da cuenta de siglos y siglos de diversas posiciones y discusiones sobre el origen y la naturaleza de las matemáticas; es decir, sobre si las matemáticas existen fuera de la mente humana o si son una creación suya; si son exactas e infalibles o si son falibles, corregibles, evolutivas y provistas de significado como las demás ciencias”. (MEN, 1998, p.7).

Tratar de comprender cómo se investiga en matemáticas, con qué propósitos, y los distintos enfoques aplicados para su desarrollo promueve comprensiones en relación con la forma como se problematiza el aprendizaje en la escuela, los procesos de enseñanza, el entorno escolar y su relación con el currículo propuesto para la educación matemática.

Historia de la investigación en educación matemática: un enfoque historiográfico

Para dimensionar las formas de realizar investigación en educación matemática es pertinente revisar cómo su desarrollo se ha venido estudiando desde diferentes enfoques, reconociendo las consecuencias que los resultados obtenidos en contextos nacionales e internacionales, en diferentes momentos, ha tenido en la determinación de campos de estudio y propuestas para organizar la educación matemática.

De acuerdo con Vasco (2014) han sido varias las formas como se ha involucrado la investigación en educación matemática en nuestro país, por lo cual es necesario contextualizarla en relación con las transformaciones dadas a nivel mundial. A continuación, en esta parte del capítulo, se retoman diversos aspectos de la interpretación presentada por el Doctor Carlos Vasco en el Primer Coloquio Nacional sobre Problemas y Tendencias de Investigación en Educación Matemática organizado por la Universidad Santo Tomás en agosto de 2014, en su charla inaugural de la cual retomamos algunas ideas y las parafraseamos desde nuestra interpretación e interés investigativo; el cual busca identificar la forma como se ha venido comprendiendo la investigación en educación matemática en diferentes momentos para comprender sus diversos significados y formas de proceder.

En un comienzo la educación matemática era asumida por matemáticos y profesionales afines al área. La formación de profesores de matemáticas es algo más bien reciente. En Europa se comienza a desarrollar en forma de cursos y seminarios que apuntaban no solamente a la formación de profesores sino también a la investigación en relación con los asuntos que tienen que ver con la enseñanza y el aprendizaje.

Historiadores de la educación matemática la posicionan en el siglo XIX, emergiendo en forma paralela a cómo van apareciendo reflexiones educativas similares en diferentes áreas del saber, algo asociado a la especialización de los saberes, coincidente con la revolución industrial y a la diferenciación de las profesiones (Grattan-Guinness, 1988, citado por Kilpatrick, 1998).

Es precisamente esta nueva mirada la que genera una serie de reflexiones en torno a la educación matemática y que permite su emergencia como disciplina científica. La matemática tradicional en la forma como se presenta en la escuela comienza a tener muchos reparos pues no tiene una cobertura para todas las personas, quienes en muchos casos deben responder a sus exigencias a través de procesos de memorización y aprendizaje poco significativo.

También, a lo largo de este desarrollo emergen una serie de tensiones, por ejemplo, durante la segunda mitad del siglo XX, luego del lanzamiento del Sputnik, que llevan a pensar en denominar la acción de la enseñanza de las matemáticas con el nombre de “matemática educativa”, muy nombrada como “New Math” por tal razón una tendencia en la matemática educativa ha sido salir de este tipo de esquemas, volviendo a lo formal desde la matemática

inductiva y la didáctica de las matemáticas; esta controversia da lugar a los procesos de investigación en didáctica que se ha llevado a cabo en el marco de la educación matemática. (Vasco, 2014).

En Colombia estos debates a nivel del pensamiento occidental han tenido repercusiones en las comunidades de educadores y diseñadores de currículos; Ricardo Lozada fue el primer comisionado en la Comisión Interamericana de Educación Matemática, quien junto con Ángel Ruiz (Costa Rica) presentaron una de las principales reformas de las matemáticas modernas como parte del proceso histórico del CIAEM / IACME; estableciendo el programa del Decreto 1710 de 1963 para la Educación Primaria como el de Secundaria y Media en el Decreto 080 de 1974, elaborados por los cuerpos de paz, por ejemplo, el cambio del programa de quinto de bachillerato (hoy décimo grado) a tópicos como “Grupos, Anillos, Cuerpos, Espacios Vectoriales, Geometría Analítica y Trigonometría”, cuando en ese momento en la maestría de la Universidad Nacional hasta ahora se desarrollaban este tipo de temáticas, lo cual evidenciaba una urgencia en el cambio de los programas curriculares y los textos escolares⁵.

Desde la revisión hecha por Vasco, este recorrido inicia con el estudio de las Matemáticas, didáctica o matemática educativa, división que surge a partir de los ejes de la Didáctica A y B; la didáctica A (el arte de enseñar bien matemáticas) y la didáctica B (la investigación en matemáticas a partir de experimentos de aula o experiencias de aula), pero antes de esta controversia aparece en Francia el grupo de trabajo de Nicolás Bourbaky unificando las matemáticas desde los años treinta, donde se proponía una reformulación de los elementos entendidos como figuras, condenando a muerte Euclides y su geometría, donde se fundamenta el quehacer de la matemática, usando una geometría sin ninguna figura que da como resultado un esquema teórico denominado “álgebra lineal”, como una nueva arquitectura de ciencia de los conjuntos y la lógica.

Bajo este aspecto aparecen una serie de situaciones que proyectan la evolución histórica de la didáctica de la matemática, así pues, durante la primera mitad del siglo XX la didáctica A se presenta como el arte de enseñanza, es decir, “enseñar bien”, orientada a partir del contenido usando el método de “ensayo y error”; surge la primera revista de educación matemática como objeto de investigación en 1905 llamada “L’ Enseignement Mathématique” fundada por Henri Fehr y Charles Laisant.

Al mismo tiempo, el historiador David Eugene Smith propone el establecimiento de una comisión de instrucción matemática, en 1908 aparece la ICMI (International Commission on Mathematical Instruction) se estableció en el IV ICM (International Congress of Mathematicians) celebrado en Roma; el primer presidente de este congreso fue Félix Klein quien trató de unificar toda la geometría y a su vez presentó una serie de conferencias en alemán sobre “Matemáticas Elementales desde un Punto de Vista Avanzado”; siendo presidente de esta comisión dio una conferencia en Polonia, que de acuerdo con Bruno d’ Amore, allí inicio el proceso de epistemología experimental en didáctica de la matemática; al mismo tiempo, se encuentran los aportes de Emma Castelnuovo en Italia como exponente de los principios de la didáctica A.

La didáctica B se da gracias a las matemáticas nuevas de Bourbaky y las teorías estructuralistas de Piaget a comienzos del siglo XX, mientras que en la mitad del siglo XX, en 1952 Marshall Stone viaja a Europa y decide reconstruir todos los elementos de la matemática moderna propuesta por Bourbaky devastada por la crisis de la segunda guerra mundial; en el 1958 se crea

⁵ Aún hoy, en nuestro país, las editoriales poseen contextos de los programas de 1974

en Estados Unidos la SMSG (School Mathematics Study Group) por Edward J. Beagle que buscaba hacerle frente a la situación social desde la reflexión académica.

En Colombia, en 1963, se presenta el primer programa de Matemáticas diseñado por el método de la tecnología educativa; lo que permite, mostrar dos cambios en la enseñanza de la matemática: el estructuralismo (de Saussure, Levi – Strauss , Bourbaky, Piaget) y la nueva matemática o matemática moderna; para cimentar esta transición se encontraron unas obras claves trabajadas por Piaget y otros para la futura didáctica de las matemáticas de 1940 a 1950 fueron (1941 con B. Inhelder “Le développement des quantités chez l’enfant”; A. Szeminska “La genèse du nombre chez l’enfant”; 1946 “Les notions de mouvement et de vitesse chez l’enfant”; 1948 B. Inhelder “La représentation de l’espace chez l’enfant”; B. Inhelder y A. Szeminska “La géometrie spontanée de l’enfant”).

En este recorrido, aparece Piaget con un ejercicio de lógica matemática y las estructuras cognitistas denominadas “agrupamientos” tomado desde los años 30 con el trabajo de Bourbaky denominados “Nouvelle Math o New Math”; creyendo que todos pueden aprender las primeras nociones de lógica y conjuntos desde el preescolar y con ellas se pueden reconstruir todas las matemáticas antiguas y modernas con un todo unificado “La Matemática”; esto con el fin de definir estructuras a través de conjuntos de elementos y relaciones (proposiciones), que proporcionan el hallazgo de estructuras algebraicas, ordinales y topológicas; mientras que en los años 70 a Colombia llegaban los primeros fascículos de Bourbaky a la Universidad Nacional.

Retomando las observaciones presentadas por Carlos Vasco en su charla inaugural del Coloquio, se puede comprender por qué las reformas educativas empezaron antes de la publicación de Bourbaky tomando como antecedentes los procesos de revolución cubana, su inicio fue con una ilusión que en Francia se llamó la “Comisión de Simanovich y en Estados Unidos, Marshall en 1961 funda la CIAEM con el fin de asesorar a los colegas de América Latina en la enseñanza de la nueva matemática y en 1967 se funda la “Comisión Lichnerowicz y la reforma educativa en Francia; uno de los documentos oficiales de la Unesco titulado “New Trends in Mathematics Teaching” aparece publicado en París en 1967; en 1968 se realiza la fundación de los IREM y en 1969 se realizó el primer Congreso ICME en Lyon siendo este momento crucial en el desarrollo de la investigación en Educación Matemática.

Entonces, la investigación de la Educación Matemática empezó a darle sentido a la didáctica B, porque en 1974 no se tenía un referente teórico de los procesos de enseñanza de Matemáticas y fue Carlos Federici junto con su primer grupo de trabajo (Germán Zabala, Hernando Silva Mojica, Ramón Espinosa Luppi, Félix Bustos Cobos, Clara Helena Sánchez y Beatriz Farías) quienes iniciaron a investigar qué podrían aprender los estudiantes de primaria de lógica y conjuntos investigando en el Icolpe Instituto de Ciencias (1968 -1976) y en 1978 inicia la investigación educativa de una manera más formal.

En Estados Unidos aparece el SMSG (1958) y la psicología de Piaget no había entrado en el escenario educativo porque los trabajos de Skinner conducían a un esquema conductista; desde esta perspectiva el libro de Flavell, J. H. (1963). The development psychology of Jean Piaget. New York: D. Van Nostrand fue quien introdujo a Piaget traduciendo aproximadamente de 20 a 30 libros, empezando la investigación piagetiana en Educación Matemática en el Teacher’s College, Columbia University, por otra parte, también se contó con la influencia de un alemán Ernst von Glasersfeld, el cual llega a Atlanta, Georgia como investigador en lenguaje y computación artificial junto Leslie Steffe, Ph. D en 1967, iniciaron el primer Doctorado en Didáctica de las Matemáticas en la Universidad de Georgia, junto Kilpatrick en 1975.

Por otro lado, en 1971 en Holanda había iniciado la Didáctica de las Matemáticas con Hans Freudenthal con el Institute for the Development of Mathematical Education (IOWO) en la Universidad de Utech, ahora Instituto Freudenthal que cuenta con una investigación en fracciones, razones y proporciones; funda la primera revista de Geometriae Dedicata para todo público, siendo su primer trabajo Mathematical as an Educational Task, Spinger (1972); se complementó con Weeding and Sowing: Preface to a Science of Mathematical Education, Springer (1977); y luego con Didactical Phenomenology of Mathematical Structures, Springer (1986) siendo su formalización en didáctica.

Al mismo tiempo, la didáctica de Brosseau en sus primeros artículos y el lanzamiento de la reforma con el decreto 1012 en Colombia en 1984; pero desde el punto de vista de la didáctica y la reconstrucción de la historia de la Matemática está el Libro de Bruno D' Amore (2006) "Didáctica de la Matemática" Bogotá: Magisterio; en donde se establece que la teoría de las situaciones didácticas puede ser denominada como esquema de trabajo de la didáctica B como disciplina académica investigativa con conceptualizaciones y teorías propias: Guy Brosseau (con Yves Chevallard, Gérard Vergnaud y otros) de 1970 a 1980.

Los tres puntos clave que propone D' Amore como quiebre entre la didáctica A como "el arte de enseñar bien matemáticas", a la B como "la disciplina científica de investigación con su propia teoría y su propia conceptualización" son la situación didáctica (TSD); el momento adidáctico o situación adidáctica; la transposición didáctica entre el texto y lo que el profesor enseña; el contrato didáctico, que se hace implícito en la actividad educativa.

¿Por qué entonces didáctica B? Se hace referencia de dos fases en Colombia; la fase A-1, desde 1903 hasta 1961, en donde se realizó la formulación y revisión de los programas curriculares por contenidos y el desarrollo de los textos escolares respectivos; la fase A-2, de 1962 a 1978 con la llegada de los cuerpos de paz, empezaron con investigación de la didáctica A, en la transposición de la matemática de Bourbaki a los textos escolares, la producción de los programas curriculares por objetivos al estilo de la Tecnología Educativa.

En este recorrido, se encuentra el primer autor Ramón Franco, dos libros de didáctica de las matemáticas en la Editorial Bedout de Medellín en los años 60; de la misma manera, no se conocen los autores ni los marcos teóricos de los programas de 1963 ni de 1974, no se explicita ni la filosofía, ni la historia ni la epistemología de las matemáticas, ni hay una conceptualización de la didáctica al estilo B.

Se encuentran didactas, como los maestros Carlos Federici, Germán Zabala y Hernando Silva quienes diseñaron el MEI, investigando sobre una nueva manera de entender los números racionales como cardinales relativos, no como "propietivos" sino como razones; una nueva manera de entender los números complejos como razones entre vectores; una nueva manera de explorar qué podrían ser los cuaternios de Hamilton, una nueva manera de entender la medición.

Entonces, la educación matemática desde el comienzo venía con filosofía, historia y epistemología, la primera investigación publicada fue Consideraciones sobre la enseñanza de la matemática en el ciclo diversificado colombiano, en el 1976 empieza la renovación curricular de la Universidad Nacional siendo asesor el maestro Carlos Federici.

En la fase A – 2 aparecen los programas de primaria del Decreto 1710 de 1963: tecnología educativa y algo de matemática moderna, el decreto 080 de 1974 para secundaria, sin marcos teóricos ni autores; igualmente, los textos escolares requerían aprobación del MEN, apareciendo

las “guías de maestros”; las ideas de Decroly. Montessori y Piaget se extendieron en preescolar y primaria.

Sin embargo el efecto que tuvo esta primera investigación fue que muchos profesores se declararon “constructivistas” sin cambiar nada de su práctica, por ejemplo, las regletas de Cuisenaire, los bloques lógicos de Zoltan Dienes, los bloques multibase y el computador binario de Papy.

En este recorrido, la didáctica A antes de 1978 presenta los trabajos Gastón Mialaret y Emma Castelnuovo, los documentos traducidos del inglés durante la época de los Cuerpos de Paz de 1962 a 1974; las guías de OAPEC; las guías de la Misión Alemana, los estudios formales de investigación de Margarita Botero de Meza y Hernando Echeverri en la Universidad de los Andes. (1963 – 1984).

Apareció la segunda revista de investigación JRme (Journal for Research in Mathematics Education), empezó en 1969 con algunas investigaciones con marco teórico piagetiano, surgiendo en 1976 el informe de Merlyn Behr sobre la interpretación de la igualdad, que no se publicó y solo conocí en 1984 por el ERIC; mientras que en Europa la mejor revista es ESM (Educational Studies in Mathematics) que comenzó en 1969; en Francia, la principal revista es RDM (Recherches en Didactique des Mathématiques) en 1978 con un artículo de Brosseau sobre los decimales, que no conocí hasta 1984, Vergnaud con el campo aditivo y multiplicativo.

En Alemania: el instituto de Historia y Didáctica de las Matemáticas en la Universidad de Bielefeld (1972), Steiner, von Bauersfeld, Otte y muchos otros investigadores aislados en Berlín, Nuremberg y Munich; aparece la revista ZDM Zeitschrift für Didaktik der Mathematik; en Canadá FLM For the Learning of Mathematics, fundada apenas en 1981.

Mientras que, en Alemania y en Japón se trabajó (y se continua trabajando) con el método de análisis de problemas, en el cual, los grupos de profesores de matemáticas se reúnen y diseñan, aplican y evalúan los problemas con la asesoría de investigadores; trabajo largo en cada problema con los estudiantes y los ciclos de reformulación, por ejemplo, el Colegio Alemán, en donde hay un centro pedagógico que se encarga de perfeccionar y conceptualizar problemas; el trabajo con las Olimpiadas y Kangaroo en Francia que también se trabaja en la Universidad Antonio Nariño.

En la investigación sobre la enseñanza de las matemáticas por resolución de problemas sigue muy activa, con exponentes como Erik Wittmann en Alemania, Alan Schoenfeld en EE UU, los trabajos de Japon, Korea y Singapur y en Colombia los problemas retadores de Mary Falk de Losada en la Universidad Antonio Nariño; en Francia se extiende la teoría de las Situaciones Didácticas de Brosseau de 1975 a 1995 con la ingeniería didáctica, al igual la historia y epistemología en los IREM como institutos de investigación en educación matemática; los aportes de Régine Douady en la didáctica outil/object; Yves Chevallard con la teoría antropología de lo didáctico TAD y Michèle Artigue combina la ingeniería didáctica con el enfoque de la TAD ya que la manera de trabajar en matemática en el liceo académico y el liceo técnico en Francia permite encontrar esta interrelación en la solución de problemas matemáticos.

Desde la perspectiva instrumental, la génesis entre la matemática y la tecnología, se describe en la introducción de los computadores y el software Cabri Geométré de Collette y Jean Marie Laborde, quienes inician la investigación sobre el uso de las NTIC, con el fin de promover un nuevo escenario más interactivo para el desarrollo de los espacios de aprendizaje en matemáticas.

Estos aportes del doctor Carlos Vasco muestran un recorrido histórico de la investigación en educación matemática visto desde su experiencia cercana y conocimiento producto de sus años de investigación en el campo.

Historia de la investigación en educación matemática: un enfoque desde las líneas

A nivel de Colombia no se encuentran muchos documentos que hagan un estudio acerca de los procesos llevados a cabo en relación con la investigación en educación matemática. Encontramos en la pesquisa bibliográfica un Estado del Arte de la Investigación en Educación y Pedagogía en Colombia, en el cual aparece un capítulo dedicado a realizar un estudio de la “investigación en educación matemática en Colombia 1991-1999” escrito por la Doctora Marina Ortiz Legarda del Anillo de Matemáticas y un comentario a este escrito (“Balance de las perspectivas de la investigación en educación matemática en una década”) de la doctora Gloria García Oliveros de la Universidad Pedagógica Nacional, en el primero de los cuales se afirma que la investigación en educación matemática en Colombia se mueve entre dos puntos de vista:

“a) De acuerdo con uno de los enfoques, para el éxito de la labor educativa es más importante y significativa una profunda formación matemática, es decir, una gran fortaleza en la comprensión de los procesos de formación de los conceptos matemáticos mismos, pues ello genera intuiciones de tipo didáctico acordes con la naturaleza del contenido que se desea trabajar, con lo que una buena formación matemática de los docentes supondría una mejor disposición y capacidad para la enseñanza.

b) De acuerdo con el segundo enfoque, el conocimiento de los procesos de aprehensión de los conceptos matemáticos (dimensión psicológica) es tan importante como la formación matemática, pues la conjugación de los dos aspectos permite el diseño de actividades que respondan tanto a la naturaleza del conceptos, su origen y epistemología, como al interés y disposición afectiva y cognitiva con que cuentan los estudiantes en un momento determinado” (Ortiz, 2000, p.41)

Ortiz también hace un listado de los grupos, redes, líneas y publicaciones en el tema. Mostrando como líneas de investigación los siguientes:

- Didáctica de las matemáticas
- Dimensión cultural de la educación matemática
- Formación de docentes
- Libros de texto

Líneas que reformula Gloria García en el mismo texto en un capítulo denominado “Un balance de la investigación en educación matemática en una década” mediante agrupaciones como *“Conocimiento de contenido didáctico, mejoramiento de los procesos de enseñanza, dimensión cultural de la educación matemática, diseño y desarrollo curricular en matemáticas”*. (García, 2000, p. 73-76).

Los procesos de trabajo de la Educación Matemática se encuentran direccionados desde las perspectivas de la historicidad que han permitido mostrar una serie de avances de la disciplina desde los referentes teóricos: en lo disciplinar y lo pedagógico, a través del desarrollo de estructuras de conocimiento que proporcionan elementos para la comprensión de los diferentes

aprendizajes desde la construcción de los saberes en cada una de las áreas de trabajo de la educación matemática.

Historia de la investigación en educación matemática: un enfoque desde las didácticas

La evolución de la educación matemática se ha entendido como un escenario de producción de conocimiento, el cual proporciona una serie de herramientas específicas que responden a las necesidades educativas del entorno, es decir, cada proceso de enseñanza de la matemática que se identifica es un indicador de la construcción del concepto de didáctica.

Bajo este esquema, León (2014) presenta los aspectos fundamentales de la teoría de Steiner (1985), quien afirma que es necesario poseer una base teórica que permita una comprensión de los diferentes aspectos de la Educación Matemática; a su vez presenta el trabajo de Brosseau (1989), el cual muestra que no existen incompatibilidades entre la didáctica de la matemática como teoría fundamental de conocimientos matemáticos y finalmente Godino (2010) quien se pregunta por el saber desde una tecnología fundada o problemas que requieren teorías y metodologías propias.

En este recorrido, cabe destacar que desde el aspecto histórico la didácticas de las matemáticas inicia hacia el año 1985, en donde se afirma que la enseñanza de las matemáticas es un arte y por lo tanto la didáctica de la matemática es una ciencia; en 1989, se entendía como una ciencia aplicada, autónoma y fundamental, y en el año 2001, se comprende como una ciencia encargada de la difusión de las matemáticas y al mismo tiempo, se enfrenta a los problemas relacionados con dicha difusión.

En este desarrollo, se pueden distinguir dentro de la didáctica de la matemática, una división en torno a las didácticas específicas, las cuales se encuentran ubicadas así:

- Didáctica de la variación
- Didáctica de la aritmética
- Didáctica del álgebra
- Didáctica de la geometría
- Didáctica de las funciones
- Didáctica de las situaciones interculturales

La investigación en didáctica de las matemáticas se ha centrado en el aprendizaje de ideas matemáticas relevantes y al mismo tiempo como evaluar el acceso a dichas ideas; desde lo político y lo social se ha buscado un desarrollo de las matemáticas para todos y a su vez se han planteado desafíos y problemas desde la internacionalización y la globalización, lo que ha permeado la influencia de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de la matemática a través del desarrollo de la ingeniería didáctica y los diseños del mismo tipo.

En este sentido, los campos de la investigación en didáctica de las matemáticas se encuentran inmersas en las relaciones conducentes entre la teoría y la filosofía de la educación matemática; la resolución de problemas y la modelización; el aspecto sociocultural; la relación entre lo semiótico y el interaccionismo simbólico; la didáctica fundamental y la fenomenología didáctica de Freudenthal; el currículo y la formación de profesores; lo político y lo evaluativo; que

se fundamenta en las necesidades de prever a la formación de un docente en educación matemática los recursos indispensables en el contexto de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Los escenarios que se visualizan en la formación de docentes en educación matemática desde la didáctica responden a tres espacios de investigación, uno referido a lo pluridisciplinar, el cual está identificado en las relaciones presentes entre matemática – individuo - sociedad; lo tecnista, que responde a los niveles de aprendizaje desde las posibilidades didácticas y la efectividad de la enseñanza que trasciende en los diferentes cambios curriculares que se observan en los programas de formación en educación matemática; lo concerniente a la matemática fundamental que se encuentra centrado en las operaciones esenciales en la difusión de conocimiento y al mismo tiempo, en las instituciones y actividades para facilitar el desarrollo de las operaciones esenciales del conocimiento en matemáticas.

Desde esta perspectiva, la didáctica en la educación matemática se cuestiona en problemas fundamentales que le permiten reflexionar su proceso de trabajo a través de las siguientes preguntas ¿Qué necesitan conocer los futuros profesores sobre las didácticas de las matemáticas y su enseñanza? ¿Qué tipos de cursos desarrollar para alcanzar este tipo de conocimiento? ¿Cómo articular las respuestas de las preguntas anteriores en una secuencia temporal de ejecución?

Como expectativas de trabajo para dar cuenta de los alcances de la didáctica de la educación matemática se tiene que trabajar hacia que los problemas políticos y económicos de los países latinoamericanos se resuelvan y se establezcan programas de maestría y doctorado estables en didáctica de las matemáticas en las principales universidades; en el desarrollo y adopción de un paradigma de investigación para la didáctica de las matemáticas que articule de manera coherente las principales facetas y factores condicionantes de los procesos de estudio de las matemáticas; al mismo tiempo, el progreso en la definición de una unidad de análisis didáctico y una metodología apropiada para abordar el estudio de tales unidades de análisis. De esta manera, la investigación didáctica aportará información y recursos técnicos para la mejora progresiva de la práctica de la enseñanza.

Historia de la investigación en educación matemática: un enfoque sociocultural

En este proceso de acercamiento al conocimiento de la educación matemática, se puede señalar el surgimiento de una perspectiva cultural, que en términos del Dr. Vasco se podría llamar “Didáctica C”; en donde, la reflexión presentada por la Dra. Diana Jaramillo permite contextualizar este proceso de trabajo.

En este sentido, la educación matemática en lo sociocultural muestra los acercamientos a la interpretación que hacen los sujetos del mundo, es decir, la relación presentada permite contextualizar las relaciones que los sujetos construyen con su entorno y para su entorno.

Jaramillo (2014) propone una serie de interrogantes que muestran una relación entre la cultura, el currículo y la educación matemática a saber

¿Cómo se comprenden los contextos sociopolíticos en Educación Matemática? ¿Cómo algunos factores socioculturales, que posibilitan los conocimientos matemáticos, influyen los procesos de enseñanza y los procesos de aprendizaje de las matemáticas al interior del aula de clase? ¿Qué ocurriría si en lugar de mirar las prácticas sociales desde las matemáticas, miramos las

matemáticas desde las prácticas sociales? ¿Cómo y cuáles currículos construir que consideren las matemáticas al servicio de las prácticas sociales? ¿Cómo se genera la dialéctica entre las prácticas sociales y las prácticas escolares para la objetivación del conocimiento matemático, posibilitando procesos otros de aprendizaje y procesos otros de enseñanza al interior del salón de clase? ¿Qué papel juega el lenguaje, como elemento constitutivo del sujeto, en la producción y objetivación del conocimiento matemático? ¿Cómo son las interacciones que se tejen entre los procesos de enseñanza y de aprendizaje, al interior de la sala de clase, mediadas por el conocimiento matemático en cuestión? ¿Cómo entender la actividad matemática en la producción y objetivación del conocimiento matemático? ¿Cuáles son las relaciones entre conocimiento, comportamiento y cultura en la objetivación del conocimiento matemático? (p.3)

Estos interrogantes proporcionan los contextos fundamentales para determinar la aplicación de la subjetividad al escenario educativo y la recuperación del sujeto, presente en los contextos de enseñanza y aprendizaje de conocimiento en particular; desde este punto de vista, la reflexión subyacente de lo sociocultural debe estar ligada a la función de lo matemático en lo social y viceversa, ya que siempre se ha analizado lo social en pro del conocimiento particular y no se ha pensado el contexto desde la disciplina hacia lo social.

En este enfoque sociocultural Jaramillo (2014) comenta un proyecto de investigación titulado —El conocimiento matemático: desencadenador de interrelaciones en el aula de clase trabajo junto con otros docentes de la Universidad de Antioquia financiado por la Universidad y Colciencias; el cual presento la siguiente pregunta de investigación ¿Qué interrelaciones se tejen, a través del conocimiento matemático, entre los procesos de enseñanza y los procesos de aprendizaje, al interior del aula de clase de matemáticas.

En esta investigación se identificó el conocimiento matemático como resultado de una práctica social que permite generar explicaciones entre las situaciones sociales, culturales y políticas con el conocimiento matemático en el aula de clase, como un escenario en donde convergen los sujetos y sus posibilidades de reflexión de la actividad humana.

En el proyecto de investigación Jaramillo (2014) describe el objetivo que se llevó a cabo en su proyecto de investigación “...fue nuestro objetivo de investigación identificar interrelaciones que se tejen, al interior del aula de clase de matemáticas, desde los procesos de enseñanza y los procesos de aprendizaje, y cómo el conocimiento matemático —en dialéctica con la actividad— posibilita dichas interrelaciones” (p. 5).

Estos escenarios mostrados en esta investigación fueron realizados gracias a la participación de docentes de las comunidades indígenas, al igual que los estudiantes de 2 instituciones de educación básica y media, con el apoyo de docente, estudiantes de pregrado y maestría de la Universidad, a partir del método de investigación colaborativo en el cual todos los actores cobraban un protagonismo real y evidente en el escenario educativo en cada institución.

Con el ánimo de plantear la reflexión dada en la discusión de lo sociocultural y la matemática, Jaramillo (2014) propone

Desde la etnomatemática, planteamos trabajar desde las prácticas sociales de las comunidades indígenas procurando una dialogía, en el sentido propuesto por Bakhtin (2000), entre el conocimiento escolar y el conocimiento propio. Para este autor, en una relación dialógica, aunque haya dos voces, dos conciencias, ninguna de las voces ni de las conciencias se superpone ante la otra. En la dialogía no hay una superposición de poderes. Es decir, rompiendo lo habitual, en esta dialogía, el conocimiento escolar no puede superponerse al conocimiento propio. (p. 8)

Desde esta perspectiva, la investigación planteada por Jaramillo (2014) hace una apuesta por la recuperación del sujeto y la subjetividad en el acto educativo, la cual involucra el conocimiento matemático desde y hacia las prácticas sociales, buscando la incorporación de elementos conceptuales que permitan la construcción de escenarios de aprendizaje y comprensión del mundo.

La educación matemática desde y hacia lo sociocultural implica procesos de formación y deformación epistemológica, es decir, anclar en los procesos de formación en donde el eje central sea el sujeto y no el campo de conocimiento; por tal razón, los escenarios socioculturales proporcionan esquemas de trabajo particular en donde se interpreta el conocimiento desde el lugar del sujeto y su situación.

En síntesis, desde la historicidad la educación matemática proporciona elementos de comprensión de las estructuras formales de conocimiento, a través de la exploración de epistemologías emergentes que se preguntan, más por la evolución del conocer y no se quedan en el análisis sucinto de las formalizaciones teóricas y operativas de los procesos matemáticos, a través de una serie de estructuras de conocimiento que posibilitan el escenario de evolución y contraste de la educación matemática.

2. TENSIONES EN INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

De acuerdo con lo expuesto en el capítulo precedente es claro que existen diversas conceptualizaciones emergentes de la actividad matemática. Una de ellas está asociada con las prácticas sociales que involucran conocimientos propios del área y que ponen en juego en forma empírica los ciudadanos; otra, la actividad cultural de producción de saber matemático propio de los expertos en el área, cuyos resultados son presentados de manera formal siguiendo una estructura lógica; en otro ámbito están las matemáticas aplicadas desarrolladas por los profesionales para resolver problemas y encontrar modelos que les permitan predecir o controlar variables en un fenómeno o situación; también, se puede pensar en el ámbito de la educación matemática ejercido por personas que no solo deben aprender el saber disciplinar, sino también indagar y poner en práctica estrategias de enseñanza que permitan a la mayoría aprender en forma significativa este conocimiento patrimonio de la humanidad; pero también, y en forma tangencial a la educación matemática se consolida un campo particular que se pregunta si lo que se hace en educación es pertinente, consistente y coherente y ello se realiza desde la investigación.

Es por ello que la importancia de la investigación en educación matemática, de acuerdo con lo mostrado en el capítulo anterior, no está en entredicho, tanto por su historicidad, (es decir, desde las circunstancias que han posibilitado sus desarrollos y la consolidación de un substrato epistemológico que la fundamenta tanto en nuestro país como a nivel global), como por las tensiones actuales que exigen sentido para la educación matemática. Se hace necesario, por tanto, interpretar la forma como se ha concebido la investigación en educación matemática en diferentes momentos para darle cabida a nuevas formulaciones y concepciones de lo que significa esta acción hoy en día (Gadamer, 1966: 333-375).

Considerando esta relevancia de la investigación en educación matemática para el ejercicio profesional de la docencia, la cuestión se plantea en torno a qué y cómo construir procesos que

retomen el entramado de relaciones sobre las que se instituyó su discurso para dar cuenta de las problemáticas actuales y sentidas por las comunidades de educadores y los otros actores involucrados en la cultura matemática.

Ello se complejiza al poner dentro de la ecuación las variables que representan las diferentes tendencias y enfoques investigativos que se han desarrollado en el ámbito de estudio, y ponerlos en juego en la interpretación de tensiones actuales en el campo.

Es necesario, por consiguiente, tomar decisiones y estructurar una propuesta investigativa, ya sea desde un programa de formación, un grupo de investigación o desde el mismo ejercicio docente.

El primer asunto consiste en darle una organización al campo de estudio (investigación en educación matemática) y tratar de establecer unas categorías o ejes que diferencien algunos matices en los propósitos investigativos.

En el Primer Coloquio Nacional sobre Problemas y Tendencias de Investigación en Educación Matemática (2014), se planteó como estrategia incluir campos generales de la educación como formas de sistematizar el estado de la cuestión. Campos que fueran reconocidos tanto por expertos como por docentes en formación y que permitieran establecer un diálogo amplio sobre este aspecto de la educación matemática.

Se plantearon, entonces, como ejes de discusión, entre otros, el currículo, la didáctica, la evaluación, las TIC y la cultura; un eje específico relacionado con la formación de docentes en investigación. Estos ejes evidentemente no son exhaustivos, ni disyuntos, sino que tienen múltiples aspectos en común, pero resumen preguntas que definen y dan sentido a la investigación.

A continuación se presentan diversas maneras de comprender y emprender los procesos en investigación en educación matemática de acuerdo con las intenciones y los enfoques particulares de las personas que se hagan cargo de ello. Se reseñan como ejemplos algunos resultados de investigación presentados en los eventos organizados por ASOCOLME 2011, 2012 y 2013 y del I Coloquio Nacional sobre Problemas y Tendencias de Investigación en Educación Matemática organizado por la Universidad Santo Tomás en 2014.

Investigación sobre el Currículo en Educación Matemática

El contenido curricular generalmente ha sido incluido en una categoría amplia de la educación, pues se piensa en él como algo totalizador que da sentido, explica, y organiza la forma de proceder frente a los procesos educativos.

La investigación en educación matemática revierte diversos espacios diferenciados en cuanto al tipo de intereses y necesidades de los problemas de escolarización de la disciplina. Algunos de ellos se han considerado como totales para algunos autores como el currículo y más recientemente la didáctica de las matemáticas. Sin embargo, es plausible en algunos casos realizar estas separaciones para diferenciar las intenciones investigativas que promueven determinados enfoques, por ello, si bien se reconoce tradicionalmente el currículo como la noción que engloba los aspectos inherentes a los procesos educativos, aquí se limita a las cuestiones relacionadas con el qué se enseña y por qué se hace, las cuales coinciden en relación a lo que Sacristán piensa como una teoría del currículo, como planificación de la formación:

“Fuera de la cuestión central del currículum, lo que debemos enseñar, nos encontramos con una serie de problemas que surgen casi inevitablemente: (1) ¿Por qué debemos enseñar esto en lugar de lo otro? (2) ¿Quién debe tener acceso a qué conocimiento? (3) ¿Qué reglas deben guiar la enseñanza de lo que se ha seleccionado? y (4) ¿Cómo se deben interrelacionar las distintas partes del currículum para crear un conjunto coherente?” (Sacristan, 1985, p. 228)

Estas preguntas y otras aproximan al estudio del currículo en matemáticas y por consiguiente a lo que se debe investigar. En Colombia han existido varias maneras de abordar el currículo y sus procesos investigativos.

En relación con ello Myriam Ortiz de la fundación AprendEs señala como un hito en el estudio del currículo en Educación Matemática en Colombia los lineamientos curriculares en:

“De acuerdo con la Ley General de Educación de 1994, el currículo de matemáticas en los diferentes niveles de la escolaridad, es responsabilidad de cada institución y está consignado en el PEI (Proyecto Educativo institucional). Con el fin de dar orientaciones acerca de la planeación y desarrollo curricular, el Ministerio de Educación Nacional promulga en 1998, los Lineamientos curriculares y posteriormente, con el fin de establecer criterios acerca de la calidad de la educación a que tienen derecho los niños y jóvenes en el país, se establecen los Estándares Básicos de Competencias. Según los lineamientos, para la enseñanza de la matemática en la educación básica y media, los conocimientos matemáticos escolares se organizan en los siguientes pensamientos y correspondientes sistemas: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medida, pensamiento aleatorio y sistema de datos y pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos”. (Myriam Ortiz, 2014)

Viendo ello en retrospectiva, es aconsejable preguntarse sobre el efecto que ha tenido la promulgación de los lineamientos curriculares en la educación matemática en Colombia, a lo cual apunta Ortiz (2014):

“Pasados 15 años de la promulgación de los lineamientos y los estándares y 20 años de la Ley general de educación que se derivó de la Constitución del 91, muchas preguntas que podrían ser abordadas desde la investigación, surgen al respecto.

En primera instancia quizás hay que preguntar qué currículo o currículos se desarrollan hoy en las instituciones educativas de primaria y secundaria en el país. Cuáles son las características, en cuanto a propósitos y contenidos de los mismos. Y qué tipo de formación deberían tener los profesores para desarrollar con éxito el o los currículos existentes.

En cuanto al currículo diseñado por cada institución, se puede preguntar por ejemplo, sobre:

- Las fuentes y los criterios que se tuvieron en cuenta.
- El papel que jugaron los maestros, las directivas, los estudiantes y los egresados en el diseño.
- La relación entre el currículo diseñado y el currículo anterior y las deficiencias de este no superadas.
- La participación de asesores privados y/o, asesores del MEN en el diseño del mismo.
- El papel que jugaron en el nuevo diseño los resultados en las evaluaciones de los estudiantes y la posible proyección de los estudiantes prevista por la institución.

- La relación entre el nuevo diseño y la forma de trabajo que tenían los profesores en el aula.
- Los requerimientos en la formación de los profesores, dotación en textos, libros de consulta, materiales de trabajo para el aula, demandados por el nuevo currículo.
- Las modificaciones que en la organización escolar, las funciones y la dedicación de profesores y estudiantes, demandó el nuevo currículo.
- Las modificaciones que se hicieron al currículo diseñado inicialmente por las instituciones, a partir de las exigencias derivadas de los Lineamientos y los Estándares de calidad, emitidos por el MEN.

Respecto del desarrollo del currículo diseñado se podría indagar sobre:

- La aplicación interna que se hizo del mismo.
- La formación de profesores que se requirió y como se enfrentó.
- Los cambios que se dieron en la forma de trabajo de los profesores dentro del aula.
- La manera como las facultades de educación, asumieron el nuevo currículo y los cambios que hicieron en la formación de los profesores.

Acerca de los resultados de la renovación curricular se puede indagar acerca de:

- Si ha habido evaluación, y como consecuencia de esta se han hecho modificaciones.
- Si los resultados corresponden a lo que se esperaba.
- Si se ha afectado, el desempeño de los niños y jóvenes, en las evaluaciones internas y externas en que han participado.
- Así mismo es importante conocer la percepción los profesores:
- Consideran que con ese currículo, los estudiantes aprenden más, menos, o igual, matemáticas.
- Aprenden más fácil, o tienen más dificultades. Trabajan más o menos tiempo.

Un problema que podría enfrentarse desde la investigación es conocer que correspondencia hay entre el currículo escrito en las planeaciones escolares y lo que hacen durante las clases de matemáticas y fuera de estas, los profesores y los estudiantes. Unos en cuanto a la preparación y desarrollo de la clase y los otros en cuanto a sus actividades durante la clase y las tareas fuera de esta". (Ortiz, p. 2)

Indagaciones de este tipo, son independientes del currículo que se desarrolle, deberían tener como fuentes de información a los profesores, los estudiantes y los egresados. El conocimiento que se logra con este tipo de indagación, puede ser referente para la formación de los aspirantes a profesores y la formación de los profesores en ejercicio, así como las modificaciones al currículo.

En conclusión se problematiza el currículo en la educación matemática en los siguientes aspectos:

- El sentido de la educación desde la normatividad vigente y desde las instituciones educativas. Se convierte en pregunta central de la investigación, pues cómo las políticas educativas orientan y legitiman el currículo de esta área. Pregunta que obviamente está relacionada con las intenciones de la educación en nuestro país y cómo las matemáticas dan cuenta de los intereses, las tensiones, y las necesidades de nuestro entorno en cuanto al significado que se le da al aprendizaje de esta disciplina y el lugar que ocupa dentro de la educación en nuestro país. Y, aquí surgen cuestionamientos centrales en cuanto a la

aparente “objetividad” e “imparcialidad” del conocimiento matemático; existe un currículo que no está escrito explícitamente en los lineamientos y reglamentaciones que muestra que los aspectos ideológicos, políticos, sociales, culturales, y por qué no económicos, son definitivos en el momento en decidir, qué se enseña, cómo se hace, en qué momentos, y a cuál ritmo.

Desde esta perspectiva, Sánchez y Duarte (2010) en la ponencia titulada “Educación Matemática Crítica: Un abordaje desde la perspectiva sociopolítica a los Ambientes de Aprendizaje”, en donde se reflejan las posibilidades que surgen en los esquemas educativos a partir de diversos enfoques que visualizan la práctica pedagógica con matices distintos, pero desde una perspectiva sociopolítica. Su propuesta se centra en la visión de todos los seres humanos como sujetos políticos, particularmente, los estudiantes pueden adquirir poder desde la clase de matemáticas, a través de contextos de interacción que tienen presentes los factores que intervienen en el intercambio de experiencias en la relación profesor – estudiante en el marco de la construcción de currículos emergentes que procuren por la vinculación de los intereses educativos propuestos en la reglamentación vigente.

Ver: <http://www.asocolme.org/publicaciones-asocolme/memorias-ecme> Memorias 10° Encuentro.

- La investigación en torno a la organización del saber matemático en la escuela y estructuración de los conocimientos disciplinares, es decir, la forma como se vienen pensando las nociones, conceptos, habilidades y competencias para cada uno de los ciclos y niveles de escolarización. La separación entre conocimientos genéricos y conocimientos específicos. Lo cual incluye los estudios sobre la organización de los saberes disciplinares en los lineamientos curriculares, en los cuales se habla de tipos de pensamiento y se favorecen conocimientos básicos organizados desde lo numérico, lo geométrico, lo métrico, lo Variacional y lo aleatorio, y a partir de allí se estructura la secuencia de contenidos a ser abordados en la escolaridad en forma ya sea secuencial, cíclica, en espiral, etc. Discusión que resulta central para la investigación en educación matemática, pues esta apuesta de organización fue instaurada en nuestro país, a través del documento Lineamientos Curriculares de Matemáticas en el año 1998 por el Ministerio de Educación Nacional, como alternativa a la organización dada anteriormente y que correspondía a un enfoque de sistemas. Sin lugar a dudas esta estructuración organiza los contenidos escolares de la matemática en respuesta a unas demandas originadas en “consideraciones hechas anteriormente acerca de la naturaleza de las matemáticas, del quehacer matemático en la escuela, las justificaciones para aprender y enseñar matemáticas, los procesos que los niños siguen al aprender, y las relaciones de la matemática con la cultura” (MEN, 1988, p.18). También, dentro de los lineamientos se habla de procesos generales como aquellas estrategias cognitivas puestas en juego cuando se hace matemáticas o se resuelven problemas en ese campo, diferenciando razonamiento, comunicación, modelación, resolución de problemas, ejercitación de procedimientos, como aspectos centrales de la actividad matemática.

Caben aquí reflexiones en torno a la conveniencia de organizar este tipo de estructuración de las matemáticas escolares y las investigaciones que se han hecho en ese campo. Surgen preguntas centradas en la secuenciación del conocimiento matemático, ¿es necesario aprender las nociones matemáticas en forma secuencial y acumulativa?, ¿cómo se

diferencian procesos y estilos de pensamiento al resolver problemas y situaciones de carácter matemático?, ¿cómo se selecciona lo que es pertinente de trabajar en un determinado grado, ciclo o nivel de enseñanza?, ¿de qué manera se articula en la escuela el conocimiento práctico, la tradición cultural y el saber popular en el aprendizaje de las matemáticas?, ¿cómo conceptualiza un estudiante las nociones, teorías, y estructuras del saber matemático?, ¿cuál es el sentido de la educación matemática en el mundo de hoy?

Un ejemplo concreto de este contexto se encuentra presente en una de las ponencias presentadas a ASOCOLME en el año 2013, en donde Acevedo (2013) con la ponencia titulada “*Construcción del concepto de fracción con estudiantes de Licenciatura en Educación Básica*”, plantea una metodología integrada por la perspectiva cuantitativa para construir el concepto de fracción en los estudiantes de Licenciatura en Educación Básica, a partir de la medición de los conocimientos tanto previos como posteriores a la implementación de una estrategia didáctica, utilizando pruebas como técnica, y la perspectiva cualitativa, definida por la observación e interacción con el objeto de estudio entre estudiantes en formación docente y el docente investigador, mediada por la aplicación de talleres en las unidades didácticas diseñadas.

En este sentido, si se piensa la Educación Matemática desde lo disciplinar y las diferentes relaciones que se entrelazan entre los contenidos y las perspectivas del quehacer del docente de matemáticas, se puede ver que los contenidos y su proceso de transmisión cobran un lugar importante en los escenarios de producción de conocimiento y su vinculación con la investigación dentro de los contextos donde se desarrollan los esquemas de trabajo en la disciplina.

Ver:

http://www.asocolme.org/images/eventos/13/MATEMATICA_EDUCATIVA_13_Encuentro_Colombiano%20ECME.pdf

- Las relaciones pedagógicas presentes en el contexto escolar. Aspecto central en el currículo de matemáticas, cuando se debe dar respuesta a las formas como se vinculan conocimiento- estudiante-docente-medios. Desde la investigación, son numerosas las propuestas que tratan de indagar el papel del estudiante dentro del conocimiento escolar matemático, buscando identificar las nuevas maneras como se hacen posibles las relaciones del estudiante con el conocimiento, el papel del docente en el proceso, la historicidad del conocimiento matemático, y por consiguiente las diferentes miradas que emergen de lo que se enseña o se aprende y que se pueden establecer con él en el contexto escolar. Este tipo de cuestionamientos acercan el discurso actual que considera el conocimiento como una construcción humana, social y cultural, el cual debe revisarse no como acabado y viendo una realidad externa, independiente del sujeto, sino vinculada directamente con los individuos, su lenguaje y práctica, como una construcción social, ¿qué sucede en este caso con el saber matemático?, ¿cómo se viene tomando esta transformación?

Se torna central en esta discusión las relaciones entre el lenguaje formal y simbólico, y el lenguaje común y cotidiano. El estudio de la comunicación matemática, como herramienta para explicar e interpretar situaciones y problemas, no solamente de las matemáticas sino de otras ciencias; y, de paso, describir las diferencias de base entre las formas de hacer matemáticas, desde lo práctico, lo aplicado y lo formal.

En este aspecto, Triana y Vergel (2013) presentan una ponencia titulada “La generalización de patrones desde una perspectiva semiótico-cultural”, en la cual se pretende llamar la atención sobre la importancia de ampliar y reconocer diferentes recursos semióticos que son utilizados por los estudiantes para explicar la generalización de un concepto determinado. La importancia de tal reconocimiento radica en el hecho de que el único medio semiótico de manifestación del pensamiento algebraico, por ejemplo, no es el lenguaje alfanumérico, sino también las representaciones gráficas que pueden surgir en torno a cada asociación de conceptos.

Ver: <http://www.asocolme.org/publicaciones-asocolme/memorias-ecme>

- Las concepciones acerca del conocimiento matemático, la interdisciplinariedad desde las relaciones con los diferentes campos de saber. Caben en este ítem aspectos relacionados con el estudio del conocimiento disciplinar, desde lo histórico, lo social, lo cultural, y lo aplicado. Revisiones permanentemente de investigadores en matemáticas, muestra cómo la matemática no es un área independiente y autónoma del resto del conocimiento científico y cultural, más bien es un producto de éste; son numerosas las relaciones entre matemáticas, ciencias naturales, arte, economía, etc., y numerosos campos de la matemática se generan, enriquecen, y desarrollan desde el trabajo en otras disciplinas. Cabe preguntarse entonces, la forma como la investigación en educación matemática revisa las posibilidades y efectos de integrar las otras áreas con ella.

Triana y otros (2013) presentan una ponencia titulada “Intenciones de uso de la historia de las matemáticas en un curso de formación inicial de profesores de matemáticas. Algunos aportes teóricos y metodológicos”, en donde se plantea que el papel de la HM (Historia de las Matemáticas) en una clase particular atiende a asuntos de intencionalidad por parte del docente, se torna relevante caracterizar dicho papel en un curso de Didáctica de la Aritmética y el Álgebra, evidenciando una aproximación al para qué se usa la HM en la FIPM (Formación Inicial de Profesores de Matemáticas).

Ver:

http://www.asocolme.org/images/eventos/13/MATEMATICA_EDUCATIVA_13_Encuentro_Colombiano%20ECME.pdf

En suma es importante identificar las diferentes perspectivas de investigación en currículo en educación matemática para asumir algunos de los retos y de las problemáticas de la escuela, mencionadas anteriormente.

La investigación en didáctica de la matemática

Uno de los campos de mayor producción dentro de la investigación en educación matemática es precisamente el conocido como didáctica de las matemáticas, y tal vez sea el que más discusiones y polémicas ha generado en relación con la diversidad de enfoques aplicados.

En el contexto de esta investigación, se piensa la didáctica en forma similar a como lo propone Godino, mostrando el interés en los procesos de comunicación del saber matemático en los contextos escolares, reconociendo el individuo que aprende, el que enseña y el saber disciplinar. Se reconocen en esa perspectiva diversas formas de trabajar el álgebra, la aritmética, la estadística, etc., en una idea de construir una disciplina de carácter científico:

“al reflexionar sobre la posibilidad de construir un “área de conocimiento”, que explique y sirva de fundamento a la comunicación y adquisición de los contenidos matemáticos, observamos que las didácticas especiales aparecen frecuentemente clasificadas como “capítulos” o enfoques diferenciales de la didáctica” (Godino, 2010, p. 23)

De acuerdo con Olga Lucía León se vislumbran varios escenarios y problemas de investigación alrededor de las didácticas de las matemáticas (hace esa diferenciación, con didáctica de las matemáticas); una donde la mirada es pluridisciplinar, otra tecnicista y otra autónoma (o de la matemática fundamental). En la primera emergen relaciones entre matemática, individuo, y sociedad; en la segunda se opta por indagar sobre niveles de aprendizaje, posibilidades didácticas, efectividad de la enseñanza y cambio curricular; y, en la última se privilegia el estudio de las operaciones esenciales para la difusión de conocimientos matemáticos, y se investiga sobre las instituciones y actividades que tienen por objeto facilitar las operaciones esenciales. (León, 2014).

En los años que abarcan el periodo de 1980 hasta el 2000 emergen diversos enfoques para la educación matemática que varían de acuerdo con el énfasis en lo que se considera importante que las personas aprendan sobre ella, las concepciones en torno a cómo aprenden los individuos y especialmente lo que es la matemática. También se comienza a hablar de investigación en educación matemática con énfasis en paradigmas cualitativos. ¿Cómo aprenden las personas? ¿Cuáles son las relaciones que emergen entre docente estudiantes y conocimiento matemático? ¿Qué papel juega el maestro en la educación matemática? ¿Cuál es la función de los textos? ¿Es posible construir conocimiento matemático desde las primeras edades? ¿Hace sentido hablar de pensamiento numérico y geométrico? ¿Qué papel juega el contexto en la enseñanza de las matemáticas? ¿Es posible desarrollar procesos de aprendizaje que favorezcan la construcción de estructuras matemáticas?, son algunas preguntas que pudieron ser tenidas en cuenta en esta época.

De acuerdo a la forma como se orienten estas preguntas se vislumbran formas de pensar la educación matemática y su investigación. Posturas como la teoría de las situaciones didácticas (Brousseau, 1978), resolución de problemas (Polya, 1970), los campos conceptuales (Vergnaud, 1990), emergen dentro de la investigación en educación matemática, y se adentran en la formulación de un campo autónomo de estudio: la didáctica de la matemática. Se inician procesos detallados de investigación sobre temas puntuales de diferentes campos de las matemáticas: “la construcción de la noción de fracción impropia”, podría ser un ejemplo de ello; se defienden este tipo de investigaciones argumentando que los objetos matemáticos exigen miradas específicas para la construcción de pensamiento matemático, “para dar cuenta de procesos de conceptualización progresiva de las estructuras aditivas, multiplicativas, relaciones número-espacio, y del álgebra” (Vergnaud, 1990, p. 3). Es así, que hoy se habla de didáctica del álgebra, de la geometría, del cálculo, etc.

Según Font (2007), la didáctica de las matemáticas reúne las condiciones para considerarse un área de investigación con características científicas:

“Los diversos enfoques que se han propuesto en la Didáctica de las Matemáticas se posicionan de manera explícita o implícita sobre los siguientes aspectos: 1) Una ontología general, 2) Una epistemología, general, 3) Una teoría sobre la naturaleza de las matemáticas, 4) Una teoría sobre el aprendizaje y la enseñanza en general y de las matemáticas en particular, 5) Una definición del objeto de investigación de la didáctica de las matemáticas y 6) Una metodología de investigación”.

La atención puesta en la pregunta sobre cómo enseñar mejor matemáticas puede considerarse el punto de partida de la reflexión en este campo. Responder a esta pregunta puede hacerse desde diversas perspectivas:

- Centrando la atención en los objetos de conocimiento matemático. Es decir, realizando una revisión desde los aspectos históricos que muestran el origen y desarrollo de conceptos e ideas centrales en la construcción de una teoría o campo de saber disciplinar, por ejemplo, rastreando cómo se generan preguntas desde la sociedad y la cultura acerca de los problemas de correlación entre dos variables o magnitudes y generando todo un trabajo central sobre lo que conocemos hoy día como cálculo; o, pensando en ellos desde su constitución actual como objetos de conocimientos aceptados y reconocidos por una comunidad académica determinada, con conexiones en cuanto a la estructura formal del saber, y la red de relaciones que ello implica; o, pensadas desde las aplicaciones que se hagan de esas nociones y conceptos en otros campos del saber. En todo caso, cualquier estudio de estos supone la elaboración de una propuesta o forma de pensar la manera como los individuos pueden acercarse al conocimiento de ese saber en particular.

En este sentido, Romero (2014) presenta una ponencia en el evento Coloquio Nacional sobre problemas y tendencias de investigación en Educación Matemática titulada “Propuesta didáctica de las operaciones para el desarrollo del pensamiento matemático”, en donde la investigación presentada en el marco del proyecto Todos a Aprender del MEN, proporciona el contexto adecuado para el uso del proceso didáctico que apoyado en el pensamiento espacial construye las operaciones matemáticas que posibilitan la lectura creativa de los elementos del entorno con el fin de potenciar el pensamiento matemático en los niños y jóvenes.

Por lo tanto, se puede visibilizar en este escenario a la didáctica como un esquema de producción de conocimiento ligado a las necesidades de la comunidad escolar, cuando se detiene a reflexionar sobre un aspecto central de cómo se enseña.

Ver:

<http://soda.ustadistancia.edu.co/enlinea/congreso/Coloquio/MemoriasColoquio/Documentos/CURRICULO/>

- Privilegiando las comprensiones de los estudiantes. De manera que se hace énfasis en las formas de aprender de los estudiantes, orientándose desde la psicología del aprendizaje. Se piensa, en algunos enfoques que el conocimiento matemático presenta una estructura secuencial y acumulativa y que nuevos conocimientos se fundamentan sobre otros más básicos o previos para poder ser comprendidos, y en forma análoga un estudiante debe seguir o cruzar por una serie de etapas o fases para llegar a cierto tiempo de saber. En otras posturas el aprendizaje individual está involucrado con las interacciones que se puedan dar entre los individuos y se privilegian los procesos comunicativos. De allí se puede desprender como núcleo central del aprendizaje la organización de unidades didácticas que guían paso a paso el proceso de aprehensión del conocimiento, o la organización de tareas y talleres que permitan a los estudiantes la construcción colectiva de conocimiento.

Herrera y otros (2010) presentan una ponencia titulada “*Teselaciones: una propuesta para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría a través del arte*”, a partir de la

representación de nociones geométricas presentes en los recubrimientos del plano, permitiendo observar las diferentes propiedades de los polígonos regulares e irregulares que se pueden transformar; creando una interrelación matemática necesaria para el desarrollo tanto cognitivo como sociocultural y validando su importancia en la didáctica de la geometría puesta en juego en la práctica docente a partir de una experiencia de aula, en donde se busca favorecer los aprendizajes de los estudiantes, vinculando el objeto de estudio a través de perspectivas artísticas que proporcionen esquemas de producción de conocimiento.

Ver: <http://www.asocolme.org/publicaciones-asocolme/memorias-ecme>

- Adjudicando un papel definitivo al docente. Favoreciendo, la manera como el docente organiza sus actividades dentro del aula, el conocimiento profundo del objeto matemático a ser puesto en discusión, las formas como se relaciona con los estudiantes, el énfasis que coloque a los procesos de evaluación del aprendizaje, entre otras posibles formas de llevar a cabo el proceso de enseñanza.

Desde esta perspectiva, Guacaneme y Mora (2014) en la ponencia titulada *“La Educación del Profesor de Matemáticas: ¿Una tendencia investigativa en Educación Matemática?”*, ofrece una línea de trabajo en torno a la didáctica de la Matemática como tendencia de investigación en Educación Matemática, la cual proporciona los ejes centrales de trabajo como la EPM (Educación del Profesor de Matemáticas), la cual permite evaluar los esquemas de conocimiento del profesor desde su profesión como docente y desde lo disciplinar, muestra los desarrollos del conocimiento específico en el trabajo en aula.

Ver:

<http://soda.ustadistancia.edu.co/enlinea/congreso/Coloquio/MemoriasColoquio/Documentos/DIDA/ACTICA/>

De manera que dentro del proyecto cobra especial interés reconocer cómo se ha venido haciendo investigación en educación matemáticas, avizorar la forma como la investigación en didáctica de las matemáticas asume los problemas que se han reconocido en la educación matemática en nuestro país. De la misma manera, reconocer los procesos investigativos empleados en la educación matemática, la forma en que se abordan los objetos de estudio matemáticos y las didácticas específicas (geometría, aritmética, etc.) hacia su escolarización.

La evaluación en Educación Matemática

Para el caso de la evaluación también vale una apertura como campo investigativo problemático e independiente, al considerar “la conformación de los discursos, las prácticas y las nuevas subjetividades: la gestión y opresión de las políticas públicas de la calidad educativa, la socialización de los resultados de las pruebas internacionales,...” (García, 2014) escindida de la mirada de proceso de valoración continua y constante, y sopesada dentro del panorama de la equidad, la diversidad, el poder, el estatus, la subjetivación y la racionalidad matemática.

En los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (1998), la evaluación se define como “valoración permanente integra la observación atenta y paciente como herramienta necesaria para obtener información sobre la interacción entre estudiantes, entre éstos y los materiales y

recursos didácticos y sobre los procesos generales de la actividad matemática tanto individual como grupal” (p. 75); lo cual, implica el desarrollo de las potencialidades de los estudiantes a través del uso de elementos teóricos y prácticos que proporcionen enfoques de trabajo en las distintas disciplinas.

En este recorrido García (2014) plantea en su reflexión que la evaluación se ha convertido en un sistema de medida de la calidad del conocimiento adquirido en los procesos de escolaridad, ya que por su carácter de “polifuncional y plural” se ha convertido en parte del esquema de la gestión de la calidad educativa.

Desde esta perspectiva, la evaluación ha generado cuestionamientos en situaciones características de producción de conocimiento, procesos de normalización en aula, sentidos de equidad y justicia entre pares y en la relación docente – estudiantes, lo que ha permitido evidenciar una necesidad de permear los escenarios de la Educación Matemática a través de los enfoques investigativos que se puedan generar a partir la problematización de la evaluación en los contextos educativos.

Bajo esta mirada, la evaluación puede ubicarse dentro de las siguientes líneas de análisis que permiten identificar los esquemas de investigación en Educación Matemática:

- La evaluación como un esquema de subjetivación del conocimiento. En este sentido las investigaciones en Educación Matemática se han interesado por reconocer la subjetividad en las prácticas de aula, a partir del análisis de los procesos de aprendizaje por parte de los estudiantes.

De acuerdo con García (2014) los procesos de subjetivación en el desarrollo de la evaluación en matemáticas se pueden dar a partir de las relaciones entre el conocimiento y el poder, así que

Según Foucault pueden identificarse dos modos de subjetivación, el primero hace referencia a los modos de objetivación del sujeto es decir, modos en el que sujeto aparece como objeto de una determinada relación de conocimiento y de poder. Los sujetos al ser evaluados se convierten en objetos de saber y de poder (p. 9).

En este aspecto Daza y Roa (2010) presentan una ponencia en el encuentro de ASOCOLME del año 2010 titulada “*Relación de las prácticas evaluativas con los procesos de enseñanza – aprendizaje en el área de matemáticas*”, en donde realizan una revisión de contextos teóricos a partir de un enfoque cualitativo en la interpretación de la generación colectiva de conocimientos, se utilizó el método del estudio colectivo de casos de tipo instrumental el cual indagó sobre las prácticas evaluativas llevadas a cabo por varios docentes, centrada en los estudiantes y en las prácticas docentes a través de las actividades realizadas para generar un proceso de enseñanza.

Desde este punto de vista, las prácticas pedagógicas, en torno a un objeto matemático y a los procesos de evaluación evidencian una serie de cuestionamientos sobre la producción de conocimiento y su proceso de visibilización en la comunidad académica, a partir de los diferentes esquemas de trabajo que posibilitan la construcción de saberes reflexivos en torno a la disciplina y sus modos de trabajo en torno a los individuos.

Ver: <http://www.asocolme.org/publicaciones-asocolme/memorias-ecme>

- La evaluación como un proceso de normalización. Cabe resaltar que los procesos evaluativos se han tomado como un esquema de estandarización a partir de la consideración de criterios establecidos en los Estándares Curriculares de Matemáticas y los Lineamientos, que pretenden establecer esquemas rígidos de saberes que los estudiantes deben adquirir en el desarrollo de su escolaridad matemática. Según los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (1998) el desarrollo de los procesos evaluativos en los estudiantes debe entenderse

...en términos de procesos de desarrollo de competencias que se desarrollan gradual e integradamente, con el fin de ir superando niveles de complejidad creciente en el desarrollo de las competencias matemáticas a lo largo del proceso educativo. Los estándares presentados a continuación no deben pues entenderse como metas que se puedan delimitar en un tiempo fijo determinado, sino que éstos identifican niveles de avance en procesos graduales que, incluso, no son terminales en el conjunto de grados para el que se proponen (p. 76).

Desde esta perspectiva, Gómez y otros (2013) presentan una ponencia titulada ¿Pensamiento Variacional en los libros de texto?: una pregunta que nos permite aprender como docentes, en este trabajo proponen el análisis desarrollado del pensamiento Variacional teniendo en cuenta como insumos de referencia: el contenido de las disposiciones curriculares para las matemáticas escolares en Colombia (MEN, 1998, 2006) y las reflexiones subyacentes del propio ejercicio docente.

En este aspecto, los docentes reconocen que las reflexiones de los procesos de enseñanza – aprendizaje surgen dentro del marco de referencia de los planteamientos esbozados en la normativa curricular, y en documentos y teorías resultantes de la investigación en didáctica y evaluación de la matemática. De igual manera, la capacidad de proponer hipótesis constituye esquemas de trabajo del quehacer docente.

- La evaluación como un esquema de homogeneización de conocimientos. Desde este escenario, la educación matemática ha transitado por procesos de trabajo que priorizan los esquemas de gestión de calidad a través de la utilización de pruebas estandarizadas, que buscan regular como es el acceso de los estudiantes y docentes a los diferentes conocimientos matemáticos, desde la formalidad de los conceptos y las competencias que se deben adquirir en el aprendizaje de dichos conocimientos.

García (2014) reconoce que los procesos de homogenización del conocimiento responden a los procesos educativos actuales, en los cuales se busca obtener resultados académicos para clasificar los esquemas de conocimiento a través de “*formas de evaluación presentes en la clase de matemáticas, los discurso institucionales señalan diversas tipologías de sujetos constituidos por ellas: individuos registrados y reducidos cifras, unos individuos normales otros a-normales cuyas conductas deben encauzarse: sujetos clasificados y seriados en lugares específicos*” (p. 10).

Cabe también pensar en las reflexiones realizadas alrededor de la democratización del saber matemático, considerando aspectos curriculares que reconocen el saber de los individuos y las culturas:

“En una perspectiva sociocultural de la educación, el conocimiento deja de ser visto como un producto externo que debe ser apropiado por los individuos, trasgrediendo el paradigma de la modernidad, pasando a ser comprendido como una interpretación que los sujetos hacen del mundo, en una dialéctica continua con su entorno social, cultural, histórico y político.” (Jaramillo 2014)

Una de las vertientes investigativas de la Educación Matemática de auge en la última década es la denominada Etnomatemática, que en sus desarrollos pretende indagar sobre la relación cultura – entorno – conocimiento matemático. Las indagaciones que se plantean en este campo buscan la identificación de elementos pertinentes que logren concretar la idea de “matemáticas para todos”.

Ante planteamientos de exclusión derivados de incorrectas posturas sobre el conocimiento matemático de punta presente en el conocimiento científico de diversas áreas del conocimiento, se ha levantado la voz de gran cantidad de teorías acerca de la necesidad de lograr una cobertura en educación matemática con calidad. Esto significa ni más ni menos que a cualquier ciudadano en formación, le asiste el derecho de acceder a una cultura matemática mínima que lo habilite a ejercer en la sociedad con un conocimiento matemático básico y necesario para dicho ejercicio.

La anterior declaratoria exige repensar los currículos de matemáticas en términos de la incorporación de particularidades propias de los contextos de actuación de este ciudadano en formación, las cuales posibiliten alcanzar niveles de elaboración con las nociones de matemáticas, más tempranos y de mejores comprensiones. El rescate de situaciones culturales propias de un entorno, o de situaciones contextuales ricas en contenido matemático no declarado, son fuente primera de este tipo de exploración propuesta por la investigación desde este campo. La reflexión sobre las formas de incorporación de la tradición popular o de la experiencia de un colectivo son motivo central de la indagación y permiten avizorar escenarios en el aula donde se active dicho conocimiento.

La mirada en la perspectiva anunciada se ha caracterizado en términos de visualización de un currículo de matemáticas pertinente para satisfacer las necesidades de un adolescente, el cual contenga elementos como:

- Algo distinto a lo que ofrecen la enseñanza formal e informal de matemáticas, pero relacionado con ello.
- Algo básico, fundamental y generalizable, pero que incluya conocimientos matemáticos que ellos hayan adquirido fuera del contexto formal. (Bishop, 2000)

A primera vista estos elementos y otros que especifica Bishop pueden parecer indefinidos, pero se constituyen en una gran fuerza para la investigación en cuanto abren la expectativa de forzar la mirada al entorno de la escolaridad y precisar ese algo diferente, básico, profundo o pertinente presentes en el contexto y propios para abordar un proceso de alfabetización numérica como lo cataloga el mismo autor.

La Etnomatemática como área de investigación tiene sus orígenes en los trabajos de Ubiratan D'Ambrosio, quien la describe como el estudio de los procesos matemáticos, modelos de

razonamiento, símbolos, etc., (D'ambrosio, 2007) practicados por grupos culturales identificados. De hecho esta primera versión del significado ha tenido reinterpretaciones y diversidad de enfoques de los investigadores que siguen esta línea.

Pero al catalogarlo como un programa de investigación D'ambrosio sitúa a la etnomatemática en el campo de la indagación sobre la generación, difusión y transmisión de conocimiento matemático en diversas clases de grupos culturales, con lo cual se abren expectativas de trabajo en epistemología, e historia de las matemáticas con las correspondientes consecuencias sobre la educación.

El campo de acción de la etnomatemática es amplio y ha generado investigación diversa la cual se puede caracterizar en aspectos como:

- La resolución de problemas es propia de cada grupo cultural y genera una gran cantidad de conocimiento pertinente para el diseño curricular en matemáticas.
- Los factores socioculturales son susceptibles de considerarse en los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.
- Existen prácticas sociales con el conocimiento matemático, que subsisten a pesar de la formalización de dicho conocimiento y que merecen ser recuperadas para la escolaridad.

En este sentido, desde lo cultural, Noguera y Castro (2013) presentan una ponencia titulada *“Estudio etnomatemático en la confección de muebles típicos de la vela de coro”*, en el cual la investigación se preguntó por el desarrollo del conocimiento matemático en la confección de los muebles típicos de artesanía de La Vela, Municipio Colina del Estado Falcón, a partir del cuestionamiento desde lo disciplinar y lo cultural, subyacente a las reflexiones características sobre los objetos matemáticos y sus interrelaciones; en este aspecto, es importante destacar el abordaje de los investigadores en el escenario de trabajo de campo desde un análisis crítico – reflexivo correspondiente al objeto de estudio.

Ver:

http://www.asocolme.org/images/eventos/13/MATEMATICA_EDUCATIVA_13_Encuentro_Colombiano%20E_CME.pdf

Las Tecnologías en la Educación Matemática

También incluimos una reflexión en torno a la incorporación de las TIC en los ambientes educativos, que bien podría encuadrarse dentro de los aspectos didácticos, curriculares, de diversidad y cultura o de evaluación, pero que por sí mismos hoy en día se configuran como una fuente inagotable de nuevas experiencias educativas. Como ejemplo, se tiene la producción a nivel del país del grupo EDUMAT-UIS que:

“....ha consistido en promover y fortalecer la constitución de comunidades de práctica de educadores matemáticos que incorporan las tecnologías digitales en sus prácticas profesionales, a favor de la construcción colaborativa de conocimiento que favorezca la actividad matemática que se espera con la implementación de dichos recursos.” (Fiallo, 2014)

La incorporación de las Tecnologías de la información y la Comunicación en la educación es un proceso que se ha venido desarrollando paulatinamente y en paralelo con el desarrollo de la ingeniería de sistemas, la informática y la computación. Puede considerarse como un capítulo más de la Didáctica de las Matemáticas pero su impacto en la transformación de los procesos curriculares, evaluativos y de apertura cultural hace plausible considerarlo en forma separada, por las múltiples implicaciones en la educación matemática.

“La tecnología informática ha empezado a revolucionar el conocimiento matemático abriendo nuevos caminos a la investigación matemática”.(MEN, 2002)

En nuestro país el uso de las tecnologías de la información y la comunicación en el campo de la educación matemática puede comenzarse a rastrear a comienzos de los 80 con bastante fuerza por la forma como se comienzan a visualizar nuevas maneras de abordar el currículo.

Son diversos aspectos los que pueden considerarse desde este tópico:

- El impacto en la definición de lo que es importante enseñar en matemáticas. Es tanto así, que los cuestionamientos hechos al uso de la calculadora básica en los años 70, como herramienta para realizar cálculos elementales de aritmética y de valores de funciones trigonométricas y exponenciales (que sólo se realizaban mediante tablas), si bien son aún vigentes, proponen como campo esencial para la educación matemática el trabajo en el aula sobre la resolución de problemas más que la ejercitación de procedimientos y memorización de datos. Ha sido tal el efecto de la calculadora, que hoy en día, nuestros estudiantes ya no realizan operaciones rutinarias, ni aplican reglas de operaciones, sino que recurren al uso de la calculadora en forma instintiva. Son vigentes los cuestionamientos que se realizan a esta situación. Pero más adelante, con la aparición de software de matemáticas hechos con fines educativos, con planteamientos inherentes al desarrollo del pensamiento matemático, como el proyecto LOGO (hoy olvidado!), y más recientemente el CABRI, GEOGEBRA, Regla y Compás, entre otros, y de aplicación (pero con potencial educativo), como MATEMATICA, DERIVE, etc., y una numerosidad de herramientas para la estadística; hacen pensar más seriamente si lo que se debe enseñar en matemáticas son los procesos algorítmicos, que hoy en día se siguen exigiendo, en los cursos de aritmética, álgebra, cálculo, trigonometría y otras áreas de las matemáticas.

Desde la perspectiva planteada en la incorporación de las Tics en la Educación Matemática, Ramírez (2014) presenta una ponencia titulada *“Adaptación de TIC’s en la enseñanza de Matemática”*, en donde, se presenta los avances de un proyecto de investigación actualmente en desarrollo que busca implementar herramientas tecnológicas en las actividades que las plataformas educativas ofrecen para incentivar la construcción de los conceptos y competencias matemáticas.

Ver:

<http://soda.ustadistancia.edu.co/enlinea/congreso/Coloquio/MemoriasColoquio/Documentos/TICS/L>

- Las posibilidades de enseñar matemáticas con herramientas virtuales. Una de los aspectos que puede ser central en esta discusión, es cómo el uso de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación han permeado los procesos de aprendizaje de las matemáticas está relacionado con el cuestionamiento de si es necesaria la presencialidad para desarrollar comprensiones en el área. Pregunta que aún es esgrimida dentro de varios integrantes de la comunidad docente. Retomando aspectos esenciales de la

autoformación y el autoaprendizaje, que la escuela homogeneizadora había dejado de lado, durante un largo periodo de tiempo. Se plantean también como posibles escenarios de la educación matemática el uso de conexiones abiertas que permitan los procesos de comunicación y construcción social del conocimiento. Se abren, de paso nuevas perspectivas, para desarrollar investigaciones en torno a la forma como en diferentes contextos escolares se integran diferentes formas de realizar prácticas de carácter matemático, que posiblemente no eran visibilizadas como tales anteriormente.

Matta y otros (2014), plantean una propuesta didáctica enmarcada en el modelo pedagógico Enseñanza para la Comprensión para la enseñanza de la trigonometría usando como base el software Geogebra con el fin de realizar cinco applets que permitieran explicar el proceso teórico de la construcción de las razones trigonométricas, al mismo tiempo utilizaron formularios de Google Docs, para recibir retroalimentación por parte de los estudiantes sobre los applets empleados como recurso de enseñanza.

Ver:

<http://soda.ustadistancia.edu.co/enlinea/congreso/Coloquio/MemoriasColoquio/Documentos/TICS/>

- La modelación como propósito de enseñanza. Y es una pregunta central, aunque relacionada con el primer aspecto mencionado inicialmente. El uso de algunos programas de geometría (esencialmente), parten de la hipótesis que la estructura formal de la matemática no es el paradigma a buscar en los procesos de enseñanza. Se ha visto que los estudiantes pueden llegar a generar conceptualizaciones de los objetos geométricos, sin tener presentes, las estructuras axiomáticas de la disciplina. Es decir, pueden reconocer propiedades y relaciones de las figuras, haciendo uso del “dinamismo” de algún software, que permite aprender la geometría “en movimiento”. Se plantea entonces una apertura hacia la construcción de modelos matemáticos, de gran generalidad que hagan parte central de la enseñanza de las matemáticas.

Fiallo (2014), presenta una reflexión que permite ubicar las Tics como un esquema de producción de conocimiento, que refleja la posibilidad de generar interacciones entre la Educación Matemática y las Tecnologías de la Información y la Comunicación, a través del desarrollo de escenarios de conocimiento apropiados a la vinculación de perspectivas disciplinar y de recursos informáticos.

Ver:

<http://soda.ustadistancia.edu.co/enlinea/congreso/Coloquio/MemoriasColoquio/Documentos/TICS/>

Sin embargo, en este tópico existen numerosos cuestionamientos realizados desde la práctica escolar de matemáticas, en la cual se ha visto que el uso de las herramientas provistas por las TIC's no ha tenido el efecto esperado, exigiendo de alguna manera la recuperación de algunas prácticas olvidadas. Se observa como problemática consistente con lo anterior la resistencia al uso de esas tecnologías por parte de los docentes, y la presión que se ejerce desde la política educativa para incluir con mayor énfasis estas mediaciones en el contexto educativo. En este sentido se pronunciaba el MEN a comienzos del siglo:

“Desde su inicio, ha habido una preocupación permanente por construir un marco teórico que proporcione a los docentes elementos conceptuales útiles en su proceso de formación y que suscite la reflexión sobre el papel de la tecnología como agente fundamental para

tener una nueva visión del conocimiento y de la actividad matemática en la escuela. Asumir el reto de incorporar la tecnología en el aula, conduce a los docentes a profundizar en sus conocimientos matemáticos y a cuestionar su práctica educativa".(MEN, 2002, p. XVII)

3. La investigación en los Programas de Formación Docente en Educación Matemática

Breve contextualización de la formación docente

Se plantean aquí dos perspectivas de las transformaciones que ha tenido la formación de docentes de matemáticas. Una desde las políticas gubernamentales y otra desde las investigaciones y enfoques originados en los grupos y redes de maestros de matemáticas.

Hablar de formación docente en Educación Matemática en Colombia supone indagar la forma como las Instituciones Educativas de Educación Superior (IES) introducen tiempos, espacios, recursos físicos y humanos para divulgar, discutir, construir, enseñar, o indagar sobre el conjunto de la educación matemática a los futuros y actuales profesionales con miras a problematizar el currículo, la pedagogía, la didáctica y el conocimiento disciplinar para atender las demandas originadas en su práctica profesional.

La anterior descripción no connota todo lo exigido, deseado y realizado por la idea de “formación docente”, ni tampoco las demandas del hecho de ser “docente de matemáticas”. Abarcar todos los aspectos puede ser tarea para desarrollar otro documento.

Más bien, se describen aspectos esenciales que delimitan algunos campos y estilos de formación profesional docente relacionados con investigación en educación matemática. También dependiendo de lo que se enfatice en ofrecer en las IES evidencia las intenciones de la entidad que ofrece esa formación.

En los ambientes académicos se acostumbra a hablar de dos espacios de cualificación docente: de formación inicial y de desarrollo profesional (MEN, 2102, p. 55). En el primer ámbito se atiende al desarrollo de capacidades, habilidades y actitudes docentes en general, así como al conocimiento disciplinar “necesario” para desempeñarse en determinados ciclos educativos; mientras que en el segundo ámbito la perspectiva de formación se enfoca a “especializar” un poco más, es decir, fortalecer, ampliar y profundizar en conocimientos teóricos tendientes a movilizar, transformar o reorientar la práctica profesional. En el caso de Colombia y otros países, desde las políticas educativas, se concibe esta agrupación como un sistema de formación y desarrollo profesional docente (Óp. cit.)

En el primer espacio de formación se habla de licenciaturas; en el segundo, los medios para realizar programas de desarrollo profesional docente son diversos, entre los cuales cabe anotar diplomados, programas de formación permanente de docentes (PFPD), cursos, talleres, participación en eventos (seminarios, encuentros, foros, etc.), especializaciones, maestrías y doctorados. Quienes ofertan principalmente estos programas son las IES, pero también existen grupos, organizaciones no gubernamentales, redes, o el mismo estado que ofrecen formación continuada (otra manera de denominar el desarrollo profesional).

Las Licenciaturas que ofrecen las IES atienden fundamentalmente a las exigencias emanadas de las políticas de acreditación planteadas desde el Ministerio de Educación Nacional. Estas han sido transformadas en las últimas dos décadas varias veces (MEN, 2014) y cada vez son más los actores que se interesan por la formación de los profesionales que se desempeñarán como docentes.

Con la Ley General de Educación (1994), se cuestionó la formación de docentes que se venía implementado para los distintos ciclos de la educación, y se planteó la importancia de organizar currículos diferenciados para los docentes que se fueran a desempeñar en los ciclos de educación básica primaria y secundaria, en contraposición a quienes se integrarán en la educación media, técnica, tecnológica y superior. Aparecen entonces numerosos programas de formación en educación básica con énfasis en las diferentes áreas del conocimiento; la idea hace parte del enfoque disciplinar y pedagógico acerca de la educación básica (de 1º a 9º), en el cual se busca contar con docentes preparados para la educación básica primaria (1º a 5º) y básica secundaria (6º a 9º) en los saberes de las diferentes áreas necesarios para el desarrollo cultural de los ciudadanos, pero con una fundamentación pedagógica fuerte para acercarse en forma pertinente a las etapas, niveles de pensamiento, o de desarrollo de las edades propias de la educación inicial.

En la Ley se promovió la idea de una educación media para preparar los futuros ciudadanos de acuerdo con sus intereses y posibilidades hacia la educación técnica, tecnológica, profesional o laboral. En esta Ley no se concibió la primaria como un ciclo aparte y separado, y se dimensionó como un proceso unido con cuatro años de la educación secundaria. En ella se exponen razones para abandonar la idea de Primaria y de licenciados en primaria por la de Licenciados en Educación Básica con Énfasis en una o varias de las diez áreas reconocidas allí como fundamentales para el desarrollo humano integral. Paralelamente, se propuso una reorganización estructural para las Instituciones Educativas modificando la de escuelas y colegios.

Este ejercicio producto de la investigación en Educación en diferentes países se ha venido desarrollando en los últimos 20 años, y son numerosas las instituciones educativas que

organizaron currículos en formación de educadores para la educación básica. También varias IES mantuvieron sus currículos de formación de docentes a nivel de licenciaturas.

En la práctica, muchas instituciones educativas asumieron juiciosamente la Ley y colocaron licenciados en educación básica en los grados de 1º a 9º, pero también licenciados en áreas específicas de 6º a 11º. De manera que el grupo, de 6º a 11º tuvo participación de los dos grupos de licenciados.

A partir de 2015 el Ministerio de Educación Nacional abandona esta idea, urgido especialmente por los resultados obtenidos por los estudiantes colombianos en las pruebas internacionales (PISA, por ejemplo) en matemáticas, lenguaje y ciencias, y entra a considerar que la organización en los ciclos de primaria y bachillerato permitiría una formación disciplinar más fuerte tanto para los docentes en formación como para los estudiantes de esos ciclos. (Decreto 2450 de 2015). La anterior síntesis muestra las fracturas presentes en la estructuración de políticas de formación docente y su desarticulación con la investigación en entornos escolares.

Por otra parte, se han realizado, y se realizan permanentemente al interior de las IES y de grupos de investigadores independientes análisis y revisiones acerca de lo que sucede con la formación de maestros, de manera que los procesos de mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas han sido declarados como elementos centrales de los programas de formación inicial de docentes. Por consiguiente, las transformaciones en los planes de estudio de estos programas muestran históricamente cómo se han incorporado acciones encaminadas a proporcionar a los estudiantes un bagaje de experiencias y de soportes conceptuales, que los habiliten a intervenir los problemas del aula asociados a la enseñanza y el aprendizaje de las nociones y conceptos esenciales de las matemáticas para superar la “buena voluntad” de transformación del aula, por procesos sistemáticos de reflexión, acción, validación y proyección.

La formación de docentes de matemáticas en general en nuestro país atendió en el siglo pasado al postulado de la incursión en el conocimiento disciplinar como el centro de atención, conjeturando que una excelente formación matemática naturalmente derivaba en un buen docente de la disciplina. Es así que los currículos se guiaron desde una interpretación semejante a la formación dada por un programa para matemáticos.

Por los años setenta a nivel mundial, la mirada que se dirige hacia los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se inscribe en el marco de los avances de la psicología, especialmente de las investigaciones adelantadas por Piaget. Mirada que se corresponde con las intenciones de connotar con un estatuto científico el campo educativo. Tendencias de la psicología son estudiadas e interpretadas en el accionar discursivo y experiencial del aula de matemáticas, con resultados no muy claros en cuanto a mejoramiento de los procesos intervenidos. La mayor disensión se presenta en cuanto se pretende asociar el hecho educativo y en particular el relativo a las matemáticas escolares a los fenómenos sujeto de experimentación y medición cuantitativa.

Sin embargo, esta interpretación da espacio a áreas propias del ejercicio docente y se plantean miradas necesarias sobre la historia de la educación, o sobre la psicología y su incursión en los procesos educativos o investigativos asociados a la educación. Es factible entonces asumir que se comienza un proceso de examen a las denominadas matemáticas escolares centradas en aspectos puramente disciplinares y en consecuencia de una visión de la investigación enmarcada en sus desarrollos.

En el sentido anunciado y en el comienzo de los años ochenta, en Colombia se empiezan a escuchar voces que llaman la atención sobre los nuevos cursos de acción que debe seguir la formación inicial de docentes. El movimiento pedagógico emerge como un gran colectivo de docentes que reflexiona sobre la pedagogía como la disciplina fundante del ejercicio docente. Para el caso de la formación de docentes de matemáticas, es plausible considerar que en este momento histórico se pone a prueba el imaginario colectivo de afirmar que saber matemáticas es necesario y suficiente para ser docente de la misma.

La reforma curricular de los años 80 es criticada por su carácter instrumentalista y su foco de acción dirigido hacia la implementación de currículos escolares a “prueba de maestros”, es decir, en apariencia completamente objetivo. Al interior del movimiento pedagógico surge el grupo de investigación sobre “la enseñanza de las ciencias” coordinado por el profesor Carlo Federici y con Antanas Mockus como uno de sus impulsores.

El grupo de investigación genera una reflexión importante sobre los límites del cientificismo en educación, discusión que sin duda atañe profundamente a los problemas de la escolarización de las matemáticas en particular y que promueve el accionar del maestro con base en la consideración de la pedagogía como “una disciplina en reconstrucción que recoge el saber cómo y lo eleva al saber qué, es decir que llena de razones la práctica.” (Federici, C., 1983) Es entonces necesario identificar el hecho que reconocidos académicos de la disciplina hayan aportado a la reflexión sobre la escolarización de las ciencias en particular de las matemáticas, como un punto de quiebre de los postulados de la formación inicial de docentes de matemáticas en Colombia.

La formación del docente de matemáticas amplía su horizonte a marcos de acción y reflexión soportados en la pedagogía y aboga por un maestro que ejerza con base en “competencias especializadas de acuerdo con el dominio de los saberes y las disciplinas”. En suma un maestro formado con un “horizonte conceptual y metodológico que sustente su práctica”. Así mismo es de reconocer que la formación inicial de docentes de matemáticas en nuestro país, se empieza a corresponder con una nueva afirmación a la manera de Vasco: “saber matemáticas es necesario para aprender matemáticas, pero no es suficiente” (Vasco, 2004). Es pertinente reconocer este momento como aquel donde los efectos de la investigación cualitativa se posicionan en los procesos formativos de los docentes de matemáticas.

Investigación en la formación docente

La propuesta de formación de un docente con reflexiones alrededor del saber pedagógico como fundante de su labor, de manera sistemática, provee un escenario propicio para las prácticas pedagógicas soportadas en marcos conceptuales cualitativos y en una interpretación contextualizada de la educación matemática. Es decir, el campo de acción del maestro se avizora en este momento histórico como un ejercicio apoyado en la actividad investigativa, de manera que se dimensionan su falibilidad, perfectibilidad y enseñabilidad.

Hoy en día, dentro de los programas de formación docente en educación matemática, se observa la incorporación de acciones investigativas tendientes a problematizar las relaciones emergentes en los ámbitos de enseñanza de la escolarización del saber disciplinar, con diferentes connotaciones:

- Curriculares; pensadas desde el sentido de lo que se enseña y su relación con la pedagogía,

- Didácticas; centradas en el cómo se aprende, cómo se enseña, y qué se enseña – objetos disciplinares,
- Metodológicas; preocupadas por el uso de medios y mediaciones en la formación del docente y sus aplicaciones en la escolarización del saber matemático,
- Evaluativas; que demandan precisiones en torno a las reflexiones sobre el sentido y forma de lo que se espera de la educación matemática y la manera de verificarlo,
- Culturales; donde la incorporación de las prácticas sociales y el contexto como ejes de investigación sobre la matemática y su enseñanza sugieren nuevas transformaciones.

Sin embargo, los problemas siguen latentes y abiertos: ¿cómo influyen los resultados de la investigación en educación matemática en las transformaciones de la práctica escolar, el éxito escolar de los estudiantes, la educación matemática para todos, etc.?

Una de las intenciones de este documento consiste en problematizar los ejes investigativos trazados en los programas de formación de docentes de matemáticas y con los cuales se ha formado a sus estudiantes en términos de visualizar la articulación de la investigación con los demás aspectos del currículo. Es por ello que se presentan orientaciones para:

- Identificar las tendencias y enfoques implementados en los procesos de investigación de los Programas, tanto a nivel formativo como en su fundamentación pedagógica, didáctica y disciplinar.
- Precisar las líneas y sublíneas de investigación que se han promovido desde los programas y los productos que se derivan de estas propuestas.

Se reconocen allí diferentes escenarios de la investigación en educación matemática, que si bien, no son disyuntos entre sí, pues tienen numerosos puntos de intersección, si permiten la caracterización y estudio de este campo investigativo e ir identificando enfoques, tendencias y problemáticas derivadas de su estudio. Clasificación que tampoco es exhaustiva, ya que pueden dejar de vislumbrarse otras categorías de análisis de acuerdo con los criterios de clasificación que se adopten.

Para los intereses de esta investigación se han venido considerando relevantes y aglutinadores para el estudio de la investigación educativa en Educación Matemática en Colombia, vista ésta como una totalidad, algunos criterios relacionados con la forma de pensar la organización de la educación matemática, las ideas sobre cómo se debe difundir y dar a conocer el conocimiento matemático en los entornos escolares, así como el estudio de los objetos y estructuras de este saber, las consideraciones que se hacen en torno a la cultura, el conocimiento y la escuela desde el discurso pedagógico, lo que se espera que conozcan los ciudadanos y lo que realmente conocen a través del aprendizaje de las matemáticas, los retos de la globalización frente a la educación matemática, y la manera como se prepara a los docentes para desarrollar su labor, que se correlaciona con los estilos que tienen los docentes en ejercicio de pensar su práctica profesional.

Ahora bien, lo anterior es posible y viable en un contexto de formación de docentes de matemáticas, pues hablar de investigación en este campo, viene mediado por los procesos de reflexión y cuestionamiento que se hace el docente de manera continua en su práctica cotidiana, pero también de las intervenciones generadas en las comunidades educativas y Facultades de Educación donde se consideran los problemas de la escolarización del saber disciplinar. En ese sentido, afirma Lurduy (2014):

“Algunos de los problemas que en el contexto colombiano se plantean a la investigación en educación matemática, a la formación de profesores de matemáticas, al desarrollo y desempeño profesional de los profesores, al papel de la investigación tanto en la formación de profesores, como a la investigación de los desarrollos mismos de esa formación, es que existe un débil flujo, conocimiento y utilización de la información más actualizada sobre los avances de la comunidad de educadores matemáticos, sus desarrollos teóricos y empíricos así como para analizar la cualificación de la educación matemática y la formación matemática de niños y jóvenes, (Lurduy, 2013).”

Pensar en las exigencias de la formación de docentes de matemáticas implica para un futuro docente desenvolverse en los contextos propios de la educación de jóvenes y niños, para lo cual los programas orientan sus procesos de formación en tres componentes esenciales, algunos con mayor énfasis en alguno de estos aspectos que en otros y desde las cuales se posiciona el valor dado a la investigación como parte de ella:

- El conocimiento propio de la disciplina. Los procesos de mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, han sido declarados como elementos centrales de los programas de formación inicial de docentes que al egresar ejercerán su labor profesional en entornos escolares de educación básica. Por consiguiente, los planes de estudio de estos programas, históricamente han propuesto acciones encaminadas a proporcionar a los estudiantes un bagaje de experiencias y de soportes conceptuales, que los habiliten a intervenir los problemas del aula asociados a la enseñanza y el aprendizaje de las nociones y conceptos esenciales de las matemáticas.

Esta presunción implica tener definidas respuestas claras en relación a lo que significa “saber matemáticas” y cuáles son las matemáticas que se deben saber, y cómo se fundamenta esa experticia en el saber, si desde lo histórico, o a través de lo conceptual y nocional, o desde el uso de estrategias y problemas de resolución de problemas, entre otras posibilidades. Ante lo cual son diversas las objeciones y preguntas que se pueden colocar en juego frente a cada presunción. Revisar la historia de las matemáticas en forma “amplia” puede ser una tarea bastante densa y extensa, para no quedarse en la recopilación de mera información de carácter anecdótico, ir a lo profundo de las explicaciones y construcciones teóricas y prácticas para diferentes problemas, puede exigir un estudio no solamente de carácter disciplinar, sino que debe trascender a lo cultural, lo ideológico, etc. Centrarse en los conceptos matemáticos, exige la ubicación de los mismos dentro de un contexto teórico determinado, lo cual obliga a pensar en la estructura formal de la disciplina, o favorecer miradas pragmáticas, logicistas, constructivistas, de la misma. Todo un conjunto de relaciones que se entretienen con la forma de definir el currículo posible para un programa de formación docente.

- El manejo de las múltiples relaciones entre estudiantes, conocimientos y contextos educativos. Viene a ser un aspecto que se privilegia en la estructuración de una licenciatura, pues en muchas ocasiones se favorece lo pedagógico, como medio para concretar el tipo de relaciones que se viven en la escuela alrededor de la formación de los estudiantes, relaciones que se dan en un contexto escolar y que implican además estudiantes, docentes, cultura, familia y saberes (principalmente); relaciones que no son unidireccionales sino dinámicas en constante transformación y dependencia. Perspectiva que tiene también objeciones en cuanto se sacrifican las aproximaciones al conocimiento disciplinar, las estructuras conceptuales y teóricas fundantes de las áreas consideradas

como esenciales para el aprendizaje de las matemáticas, el rol de los problemas que históricamente dieron origen a diferentes líneas de trabajo en el área y sus aplicaciones en otras ciencias exactas y aplicadas, entre otras. Pero que también permiten dimensionar el rol de las concepciones y los imaginarios de la sociedad, la cultura y los individuos en relación con las matemáticas y la forma como se instauran en las prácticas sociales.

- La construcción de ambientes propicios de aprendizaje. En este aspecto se debe entrar a revisar cómo se puede hablar de ambientes para favorecer la educación en matemáticas, lo cual cruza aspectos relativos a la organización escolar, la relación con el entorno, la infraestructura, la incorporación de nuevas didácticas, el uso de medios y mediaciones para el aprendizaje, etc. En esta perspectiva el análisis sobre las formas que tienen los individuos para aproximarse al conocimiento devienen de organizaciones teóricas sobre las etapas de desarrollo psicosocial, estructuras y etapas de pensamiento, inteligencias múltiples, redes neuronales, etc. Supone, tal vez, percepciones de que el conocimiento matemático puede aprehenderse desde una cierta secuencia, o bajo la constitución de algunas redes y entramados conceptuales, propios de las nociones, conceptos y estructuras de las mismas matemáticas. Se promueven por consiguiente ambientes, no solamente físicos, sino afectivos, sociales, lúdicos, textuales, etc., propios para los individuos en sus diferentes momentos de desarrollo. Podría disentirse con esta perspectiva considerando que los individuos no necesariamente siguen un conjunto de etapas en determinado orden, que los conocimientos pertinentes para cada uno de ellos no son necesariamente los mismos, así como el papel de la construcción social del conocimiento implica una historicidad de los conceptos y nociones propios de la academia.

- El papel de la investigación en la formación docente. Uno de los componentes de la formación inicial de un docente incluye la reflexión que nace del ejercicio de la práctica docente. La cual se piensa, en algunos contextos, como central en la formación de un docente para matemáticas, pues desde esa reflexión se puede realizar un ejercicio metacognitivo que apunta a la cualificación de su propia práctica. Se habla por consiguiente, hoy más que antes, del docente investigador, como aquel que promueve acciones intencionadas en el aula, revisa el impacto que tiene su intervención en el aprendizaje de los estudiantes o en las dinámicas escolares, y promueve transformaciones en su misma práctica o en la de sus pares.

Existen otras miradas sobre la investigación del docente de matemáticas, que favorecen procesos investigativos no necesariamente sobre la práctica cotidiana, sino a partir de intereses particulares o de grupos, interesados en demostrar una propuesta pedagógica o didáctica, o indagar sobre diversos aspectos de la educación matemática, a estos grupos pueden unirse ocasionalmente algunos estudiantes.

Los programas de formación de docentes de matemáticas del nivel escolar básico en Colombia, han asumido estas declaraciones, privilegiando algunas más que otras, y se han interesado por formular líneas de acción dentro de los planes de estudio las cuales se concreten en actividades formativas que intenten superar la consabida buena voluntad de transformación del aula, por procesos sistemáticos de reflexión, acción, validación y proyección.

En este proyecto, por consiguiente, se debate el impacto que ha tenido la formación investigativa en el marco de la preparación de docentes para desempeñarse en educación matemática; así como indaga sobre los diferentes procesos y maneras de llevar a cabo actividades de investigación en el aula.

Grupos y Líneas de investigación en los programas de formación

En las últimas tres décadas, las instituciones educativas formadoras de docentes han venido consolidando equipos de trabajo que participan activamente en procesos de investigación apoyados por una o varias instituciones educativas; están en forma continua presentando resultados de procesos de investigación e innovación educativa, mediante publicaciones periódicas, organización y desarrollo de eventos de divulgación y discusión, agrupación en redes y grupos de investigación, y fortalecimiento de semilleros.

Grupos, redes y asociaciones como: LaRed colombiana de modelación en Educación Matemática, www.recomem.com. Grupo de investigación en Educación Matemática e Historia (UdeA-Eafit). La Red Matemática Antioquia, con cerca de 4000 docentes afiliados y 11 publicaciones. (Consultado en <http://www.elcolombiano.com/red-matematica-antioquia-llega-a-4-000-maestros-AG1844543>, 2014). La Red Colombiana de Formadores de Profesores de Matemáticas (REDFORMA); liderada por el Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, en particular por el Grupo RE-MATE (Research on Mathematics Teacher Education). Asociaciones de Profesores de Matemáticas, como ASOCOLME. Grupos de investigación organizados en diferentes unidades como “una empresa docente” de la Universidad de los ANDES.

Se programan desde allí numerosos eventos de carácter regional, nacional e internacional, cursos de corta y larga duración, seminarios presenciales y virtuales, diplomados, programas de formación permanente de docentes, y también se sustentan y movilizan docentes hacia las especializaciones, maestrías y doctorados ofrecidos por las IES.

De manera que la participación de un considerable número de docentes de matemáticas e investigadores en la educación matemática, puede considerarse como madura y fortalecido en Colombia.

Algo que evidencia precisamente esta situación es el número de grupos de investigación inscritos y avalados en COLCIENCIAS. De acuerdo con esa entidad su organización corresponde a la de “un grupo donde se congregue investigadores, científicos y expertos, que junto con las comunidades planteen y desarrollen iniciativas enmarcadas en el proceso y las prácticas de apropiación social del conocimiento” (COLCIENCIAS, 2014, p. 39). Al consolidar grupos de investigación se declara uno o varios ejes, que para el caso de la investigación matemática pueden ser didáctica, currículo, evaluación, uso de las nuevas tecnologías, entre otros aspectos mencionados a lo largo de este documento.

Miradas, enfoques, y perspectivas renovadoras que se vuelcan en líneas de investigación, organización de grupos y semilleros dentro de los programas de formación. En la plataforma Scienti de Colciencias aparecen registrados al menos 20 grupos de investigación que están reflexionando en torno a la problemática pensada en esta investigación; las facultades de educación con programas de formación en educación matemática poseen líneas sobre el tema ya

sean de carácter específico o transversal. Situación que demuestra el interés y la preocupación en el país sobre las tendencias y problemas de investigación en educación matemática.

Los grupos invitan a docentes investigadores, que hacen parte de las instituciones educativas, y pueden tener integrantes de diversas disciplinas o áreas de conocimiento, o ser especialistas en áreas de la educación matemática. También, existen grupos formados por equipos de diferentes instituciones educativas.

Cada grupo puede abordar varias líneas de investigación de acuerdo con los intereses de los integrantes del equipo y de la institución o instituciones que hagan parte de él.

Por ejemplo, el grupo Didáctica de la Matemática conformado por investigadores de la Universidad Pedagógica Nacional y de la Universidad Distrital presenta inscritas 7 líneas de investigación:

Tabla 1: Líneas de investigación grupo Didáctica y Matemáticas

1.- Didáctica del Cálculo
2.- Evaluación de las Matemáticas
3.- Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría
4.- Conocimiento profesional del profesor de matemáticas
5.- Educación Estadística
6.- Argumentación y prueba
7.- Diversidad en Educación Matemática

El mismo grupo registra 45 investigadores, 56 artículos, 21 libros, 34 capítulos de libro, y números productos de investigación. Y, de la misma forma encontramos otros grupos de la Universidad del Valle, Externado, Antioquia, Andes, etc., con una copiosa producción investigativa.

Las líneas de investigación apuntan a profundizar en un campo determinado de una problemática establecida por un grupo de investigación o una comunidad educativa, pueden dar cuenta de un enfoque, de un proceso de formación en educación, de un campo de conocimiento, etc.

Dentro de las líneas se inscriben proyectos que apuntan a revisar en forma específica un aspecto de interés para los investigadores del grupo.

A continuación se describen algunas de las formas de realizar procesos investigativos por parte de instituciones educativas de formación de docentes en educación matemática.

Universidad del Valle

En la Universidad del Valle el proceso de investigación se desarrolla por medio de áreas de interés clasificadas desde lo disciplinar y lo pedagógico así:

- Área de Análisis

En este segmento se agrupan las áreas de carácter disciplinar como: ecuaciones diferenciales, análisis numérico y problemas diversos, análisis funcional, probabilidad y estadística; topología y geometría; la investigación que se desarrolla en este espacio se encuentra vinculada a los saberes de las disciplinas y a los contextos de trabajo propios de los estudios particulares del conocimiento matemático.

- Área de Álgebra

La investigación en esta área se encuentra centrada en el desarrollo disciplinar de las estructuras, representaciones desde la geometría, el análisis, la combinatoria y la teoría de números, teniendo en cuenta los escenarios de desarrollo de la disciplina y los avances científicos que se pueden dar en torno al conocimiento disciplinar.

- Área de Fundamentos de la Matemática: Educación e Historia

En esta área de investigación se describen los escenarios educativos desde lo disciplinar con los siguientes proyectos de investigación: “La construcción histórica de los números reales: de las técnicas operativas a las representaciones axiomáticas, Completez y categoricidad en Hilbert: el caso de los números reales, La constitución histórica de los números reales en la perspectiva de la formación de docentes, El proceso de instauración de las técnicas del infinito actual en Colombia: una aproximación socio cultural, Los números reales en el estructuralismo bourbakista: un análisis epistemológico de su construcción con fines educativos, Matemáticas y Experiencia: La generalización de la noción de espacio abstracto en Maurice Fréchet, La teoría de representación de funciones de René Baire y la historia de la topología y el análisis funcional (1899-1930)”.⁶

Desde las líneas de investigación se encuentra una serie de espacios de reflexión académica en torno al Desarrollo histórico-epistemológico de conceptos matemáticos, Historia, epistemología y filosofía de las matemáticas, Historia y enseñanza de las matemáticas, Historia social de las matemáticas. La propuesta estructuralista (álgebras, retículos, teoría de categorías y topoi), Las lógicas no clásicas, Álgebra universal.

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia UPTC

El proceso de investigación en Educación Matemática en la UPTC se realiza a través de la Maestría en Educación, que tiene una línea en Educación Matemática, su descripción es “Las líneas de investigación del grupo desarrollan estudios propios del área de la educación matemática y de la didáctica de la matemática tendientes tanto al mejoramiento del aprendizaje de la matemática, como a la formación inicial y continua de profesores del área. Los estudios permiten la reflexión permanente sobre la mencionada problemática y sobre la transformación del currículo, sobre todo, a partir de acciones concretas en el aula”⁷.

⁶ Tomado de:

<http://matematicas.univalle.edu.co/?s=secciones/web/3.%20Investigaci%C3%B3n/Áreas%20de%20Investigaci%C3%B3n/7.%20Educaci%C3%B3n%20Matem%C3%A1tica%20e%20Historia>.

⁷ Tomado de:

http://www.uptc.edu.co/facultades/f_educacion/maestria/educacion/lin_investigac/educ_matematica

Los objetivos del proceso de investigación se encuentran centrados en las necesidades de buscar relaciones entre posgrado y pregrado con el fin de “Reflexionar permanentemente sobre los problemas de la educación matemática y proponer soluciones. Dinamizar procesos de ajustes curriculares a la componente matemática de los diferentes programas académicos. Establecer vínculos académicos efectivos entre la Universidad (específicamente los programas de Matemáticas y Licenciatura en Matemática de la UPTC) y las instituciones de educación básica y media, y otros grupos académicos. Interrelacionar la formación investigativa en los estudiantes de pregrado y postgrado con miras a la formación de semilleros de investigación. Promover estudios de postgrado en el área y afines que dinamicen la investigación”.

El trabajo que se realiza en el grupo de investigación PIRÁMIDE gira alrededor de las siguientes líneas de investigación:

- “Desarrollo del pensamiento matemático. Su objetivo es experimentar y sistematizar ambientes de aula que favorezcan el desarrollo del pensamiento matemático.
- Didáctica de la matemática. Busca proponer nuevos enfoques didácticos para la enseñanza de la matemática, validar metodologías novedosas y experimentar con los futuros profesores nuevas posibilidades en la enseñanza de la matemática.
- Formación de profesores de matemática. Se orienta a la investigación sobre elementos fundamentales del proceso de conversión del estudiante en profesor de matemática. Analizar la evolución en las concepciones sobre la naturaleza del conocimiento matemático que se produce en estudiantes de Licenciatura en Matemáticas. Investigar posibles canales de comunicación efectiva entre la universidad formadora de profesores y las Escuelas y Colegios. Investigar saberes producidos por los profesores de matemática en su salón de clase e incorporarlos a la formación inicial. Adelantar un proceso de autoevaluación permanente del Programa de Licenciatura en Matemática”.

Universidad Pedagógica Nacional UPN

El proceso de investigación en Educación Matemática en la UPN se realiza a través de 3 campos de investigación descritos a partir de los objetos de estudio, detallados a partir del siguiente esquema⁸, en el cual se presentan una serie de lineamientos de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, teniendo como eje central la actividad matemática reflexionada desde el saber disciplinar, la formación docente y los desarrollos de aplicaciones contextuales de los elementos estudiados bajo el espectro de este conocimiento.

⁸ Tomado de: <http://cienciaytecnologia.pedagogica.edu.co/vercontenido.php?idp=9864&idh=9867>

CAMPOS DE INVESTIGACIÓN	OBJETOS DE ESTUDIO
Educación Matemática	Fenómenos individuales, sociales y culturales relacionados con la difusión, la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas y la evaluación en Matemáticas, así como con la actividad matemática misma como un elemento de la formación matemática de una persona.
Educación del Profesor de Matemáticas	Fenómenos individuales, sociales y culturales relacionados con el conocimiento profesional del profesor, sus fuentes y sus componentes, y con el pensamiento del profesor.
Las Matemáticas	<p>Las teorías, conceptos y procesos matemáticos per se.</p> <p>*Surgimiento de teorías Matemáticas</p> <p>*Posibles relaciones entre diferentes áreas.</p> <p>*Desarrollo de un concepto matemático en un momento histórico particular.</p> <p>*Uso de un objeto matemático en diversos dominios matemáticos.</p> <p>*Diversas formas de representar un objeto matemático</p> <p>*Aplicaciones de teorías u objetos matemáticos en otros dominios.</p>

Fuente:

<http://cienciaytecnologia.pedagogica.edu.co/vercontenido.php?idp=9864&idh=9867>

En cuanto a las líneas de investigación trabajadas se encuentran las siguientes:

- Argumentación y Prueba: se destaca por trabajar procesos de conjeturación, argumentación y justificación en la formación matemática a partir de fenómenos didácticos asociados; marcos teóricos y herramientas analíticas y desarrollo y evaluación de ambientes de aprendizaje que favorezcan en desarrollo de competencias de argumentar y justificar.
- Diversidad en Educación Matemática: su trabajo se desarrolla en torno a fenómenos educativos relacionados con el estudio de las matemáticas en poblaciones diversas, reflexionando sobre inclusión – exclusión; subjetividad; identidad; equidad; poblaciones vulnerables y con poblaciones con capacidades superiores.
- Conceptos y procesos matemáticos: su trabajo se encuentra orientado hacia la reflexión de los objetos matemáticos en profundidad, a partir de las siguientes consideraciones: Consecuencias de un cambio de axiomas o definiciones de una teoría; desarrollo de ejemplos de conceptos o definiciones en teorías existentes; presentación de demostraciones completas de teoremas importantes en Matemáticas y resolución de problemas sugeridos en libros de Matemáticas, modificados o ampliados.
- Educación Estadística: en esta línea de investigación la discusión y el trabajo realizado se centra en el análisis de las problemáticas sobre orientaciones y diseño curricular tanto en la formación básica como a nivel de universitario de temas de Estadística y Probabilidad; los Procesos de enseñanza y aprendizaje de la Estadística y la Probabilidad en la escuela y en la universidad; los procesos en donde se pueda incorporar el uso de tecnologías educativas y de análisis de datos para la enseñanza y las temáticas propias de la disciplina Estadística que tengan aplicación en problemas relativos a la investigación en Educación Matemática.

- Currículo y evaluación: esta línea de investigación se encuentra direccionada desde el diseño y desarrollo curricular en matemáticas y evaluación en torno a las normas en la construcción del éxito y fracaso en las matemáticas escolares; la naturaleza interpretativa de la evaluación en matemáticas y equidad; la evaluación en clase de matemáticas y su relación con el aprendizaje y los recursos interpretativos y juicios valorativos sobre las actuaciones de los estudiantes en la clase de matemáticas.
- Historia de las Matemáticas: el trabajo desarrollado se encuentra visibilizado desde el desarrollo y contextualización de la historia y formación inicial y continuada de profesores y de formadores de profesores, desde el estudio y réplica de usos de la historia de la matemática para la enseñanza; el diseño y/o desarrollo de experiencias de uso de la historia de conceptos matemáticos en educación y las reflexiones sobre la apropiación y potencial uso de la historia de conceptos matemáticos en educación.
- Tecnología y Matemáticas o Tecnología y Educación Matemática: en este aspecto el trabajo de la línea de investigación se encuentra enmarcado en la mediación de la tecnología informática en el aprendizaje de las matemáticas teniendo en cuenta el estudio de los fenómenos didácticos asociados a la incorporación de tecnología al currículo de matemáticas; los marcos teóricos y herramientas analíticas para analizar el efecto de la mediación tecnológica y el desarrollo y evaluación de ambientes de aprendizaje con tecnología.
- Educación matemática de profesores en formación y en ejercicio: en esta línea de investigación se propone el desarrollo de ejes constitutivos de la educación matemática de los profesores y de los formadores de profesores a través de el diseño y papel de tareas en la educación de los profesores; la justicia social en la investigación de la educación del profesor; el conocimiento matemático, pedagógico y didáctico del contenido matemático; comunidades de práctica en la formación de profesores y la práctica reflexiva en la formación de profesores de matemática.

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

El proceso de investigación en Educación Matemática en la UDFJC se realiza a través del proceso contemplado dentro de la Facultad de Ciencias y Educación en el marco del Plan Estratégico de Desarrollo 2007- 2016, en donde la investigación se considera “Actividad permanente, fundamental e imprescindible y como sustento del espíritu crítico en el logro de la excelencia académica para la proyección distrital, nacional e internacional”⁹.

En este sentido, la investigación se encuentra enmarcada en la línea “Educación, pedagogía didáctica y gestión curricular”, que se orienta a pensar y a contribuir en la generación de conocimiento en torno a los problemas contemporáneos relacionados con las teorías de la educación, los modelos pedagógicos, las didácticas específicas y, en general, las apuestas conceptuales curriculares y didácticas inherentes al ejercicio de quienes ejercen la profesión docente e investigan en educación en los distintos niveles de la escolaridad; inscrita bajo las temáticas de Educación Matemáticas y Didáctica de las matemáticas ¹⁰.

⁹ Acuerdo 003 de 1997, CSU: Estatuto General, Artículo 6, Principios.

¹⁰ Tomado de:

http://www.udistrital.edu.co:8080/documents/85123/998887/PLAN+MAESTRO_FCE_METAS+2016+-+2019.pdf

Desde la reflexión en los proyectos curriculares se cuentan con espacios académicos cuyo objetivo específico es la formación de sus estudiantes en aspectos relacionados con la investigación, a través de la presentación de una propuesta de investigación y el desarrollo de la misma; dada la diversidad de nuestra facultad no se cuenta con syllabus unificados lo cual no debe ser visto como una debilidad.

Desde la perspectiva de los grupos y semilleros de investigación es importante continuar con la formación en aspectos como la presentación de proyectos a través de las diferentes convocatorias tanto internas como externas, sin embargo se ha identificado que una falencia es la carencia de divulgación de resultados por lo que espacios como la escritura con miras a publicar en diferentes idiomas deben ser tenidos en cuenta, por lo que es necesario continuar procesos de capacitación en esa dirección y de apoyo económico para el desarrollo de esta actividad.¹¹

Universidad de Antioquia

En el aspecto de investigación la UDEA trabaja con grupos de investigación categorizados por Colciencias GRUPLAC, en donde se ubican en la Facultad de Educación y particularmente en el desarrollo de las matemáticas se encuentran:

- MATHEMA (Categoría C Coordinador: Jhony Alexander Villa)

Este grupo tuvo su génesis en el año 2005 con el propósito de investigar acerca de los problemas que atañen la formación en matemáticas y otras áreas en Educación de Adultos y estudiantes en Extraedad. En el 2014 el grupo solicita el aval y reconocimiento de la Facultad de Educación. es un grupo de investigación que se preocupa por el análisis de problemas que atañen la formación matemática en los distintos niveles escolares y los aborda desde la investigación y con proyección social.

- MATEMÁTICA, EDUCACIÓN Y SOCIEDAD – MES (Categoría D Coordinador: Diana Victoria Jaramillo Quiceno)

Creado en 2006 uno de sus principales objetivos es contribuir, desde la investigación, en la reflexión teórica y práctica sobre los procesos de construcción del conocimiento matemática en su relación con los procesos de enseñanza y de aprendizaje, y en los diversos contextos escolares y socioculturales. Investigar sobre las relaciones que se tejen entre el conocimiento matemático, los diferentes ambientes socioculturales y los mediadores que posibilitan la comprensión y construcción de dicho conocimiento.¹²

Universidad del Tolima

¹¹ Tomado de:

http://www.udistrital.edu.co:8080/documents/85123/998887/PLAN+MAESTRO_FCE_METAS+2016+-+2019.pdf

¹² Tomado de :

http://www.udea.edu.co/portal/page/portal/SedesDependencias/Educacion/E.Investigacion/CentroInvestigacion?_piref471_71523343_471_71523342_71523342.tabstring=Tab1

La investigación en la Facultad de Ciencias de la Educación contribuye al avance del conocimiento en las áreas de las ciencias humanas como lingüística, literatura, pedagogía y didácticas específicas, con el propósito último de mejorar la calidad educativa tanto en la Universidad del Tolima como en el ámbito regional y nacional.

Una cultura investigativa se fortalece dentro de la comunidad educativa a través de la inmanencia entre los procesos académicos, la proyección social y la investigación, a partir de la relación dialéctica entre teoría y práctica que hace posible la búsqueda de respuestas a los interrogantes que se formulan frente al conocimiento desde las diferentes disciplinas, y frente a las dinámicas socioculturales inmersas en nuestra región.¹³

En particular, en la investigación en matemáticas se desarrolla en torno a la reflexión sobre la didáctica de las matemáticas; en la licenciatura en matemáticas la misión del programa se encuentra orientada hacia “Contribuir al desarrollo de la sociedad mediante la formación de excelentes docentes en la didáctica de las matemáticas, que propendan por la formación integral del individuo e integren los conocimientos pedagógicos y disciplinares en los procesos de docencia, investigación formativa y difusión del conocimiento matemático”.

Universidad Antonio Nariño

El proceso de investigación en la licenciatura en Matemáticas se encuentra referenciado desde la facultad de Educación, se diferencia, de acuerdo al Proyecto Educativo Institucional PEI, entre investigación básica, investigación aplicada e investigación formativa. La investigación formativa se propone guiar al estudiante desde las nociones de lo que es la investigación y sus métodos hasta el dominio de las competencias que requiere la investigación básica y que éste plasma en un trabajo de grado o práctica investigativa. La investigación básica y aplicada (significativa) es la que realizan los docentes, se propone producir nuevo conocimiento y se publica en revistas, preferiblemente revistas indexadas.

Una de las estrategias formativas son los semilleros de investigación que son núcleos de trabajo y discusión de los estudiantes sobre problemas de investigación orientados por, al menos, un docente. De estos núcleos salen trabajos que son expuestos en un encuentro de semilleros de la Facultad cada semestre. A su vez el semillero ganador representa a la Facultad en el encuentro Nacional de semilleros de investigación. El semillero ganador en este encuentro irá al encuentro Nacional de semilleros organizado por Red Colombiana de semilleros de Investigación REDCOLSI. Para asistir a este encuentro, la DNI mantiene abierta la convocatoria de movilidad para financiar el desplazamiento de los participantes al sitio de encuentro. Con los semilleros se parte del principio de que “a investigar se aprende investigando”. Al vincularse a un semillero el estudiante empieza su carrera como investigador, como par de un grupo de investigación dentro del cual avanza en su entrenamiento académico bajo el acompañamiento de por lo menos un docente y la tutela de todo el sistema para la investigación de la UAN. Cada docente se encarga de valorar en términos de créditos educativos el trabajo del estudiante dentro de los semilleros así como de acoplar las actividades al programa de su asignatura.

También se encuentran relacionados los procesos de publicaciones en la revista científica de la Facultad de Educación de la Universidad Antonio Nariño *Papeles*, que define el campo de interés de la revista *Papeles* es la reflexión sobre la educación y la pedagogía, y su relación con las diversas áreas del conocimiento humano.

¹³ Tomado de: <http://www.ut.edu.co/academico/index.php/institucional1/facultades-e-instituto-de-educacion-a-distancia/facultad-de-ciencias-de-la-educacion/investigacion/grupos>

Universidad Industrial de Santander UIS

El proceso de investigación en la licenciatura en Matemáticas, se encuentra propuesto de la siguiente manera “El programa promueve la capacidad de indagación y búsqueda, y la formación de un espíritu investigativo que favorece en el estudiante una aproximación crítica y permanente al estado del arte en el área de conocimiento del programa y a potenciar un pensamiento autónomo que le permita la formulación de problemas y de alternativas de solución”.¹⁴

El desarrollo del perfil profesional del Licenciado en Matemáticas requiere por definición un gran componente de actividad práctica, la cual se asegura en la Escuela de Matemáticas de la UIS con las prácticas docentes y los semilleros de investigación. Los profesores del programa articulan la teoría y la práctica facilitando la incorporación de elementos de investigación y extensión al quehacer pedagógico, propiciando el permanente contacto de los estudiantes con el entorno y generando a su vez la disposición del estudiante a participar en la solución de los interrogantes de la sociedad a partir de su campo científico del saber.

Universidad de los Andes

El Centro de Investigación y Formación en Educación CIFE se presenta como “una empresa docente” y viene funcionando desde 1987.

De acuerdo con la información que aparece en su página web:

Son varias las etapas en las cuales se ha venido consolidando su proyecto. Inicialmente como un grupo que buscaba aproximar el saber matemático a las ciencias sociales, luego como un sello editorial con un amplio recorrido, donde se publican libros de innovación e investigación en educación matemática; desde 2010 aproximadamente, con la creación del “Club EMA como medio para promover el inicio de una comunidad en nuestro entorno y comenzamos a preocuparnos por la problemática de la formación permanente de profesores de matemáticas”, ahora con el desarrollo de maestrías en educación matemática y formación continuada de docentes.

“La investigación en “una empresa docente” gira alrededor de cuatro grandes áreas con sus correspondientes líneas de investigación: la evaluación de impacto de programas de formación de profesores de matemáticas, el currículo de matemáticas, el análisis bibliométrico en Educación Matemática y reflexiones sobre la Educación Matemática”¹⁵.

¹⁴ Tomado de:

<http://matematicas.uis.edu.co/sites/default/files/paginas/archivos/Informe%20final%20de%20Acreditaci%C3%B3n%20Licenciatura%20en%20Matematicas.pdf>

¹⁵ Ver información detallada en <http://ued.uniandes.edu.co/Inicio.aspx>

4. Líneas de investigación de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Santo Tomás

Resolución de problemas en educación matemática

En esta línea se integran dos maneras de visualización de la matemática como actividad social. Una de ellas considera que los problemas son el corazón de la matemática misma y por lo tanto es razón de ser de la educación matemática la generación de conocimiento que active y promueva en los educandos habilidades de resolución de problemas, con la expectativa de elevación del pensamiento a niveles de abstracción y generalización necesarios para su promoción integral. Otra manera de apropiarse la resolución de problemas en la educación matemática desde esta perspectiva, tiene que ver con el reconocimiento del rol que representa en la cotidianidad de los individuos el planteamiento y resolución de situaciones que se apartan de los patrones y modelos de la dinámica social, y que a la vez posibilita la activación del cerebro en el camino de identificar nuevas regularidades que movilizan novedosos modelos y patrones de la realidad. Se genera la expectativa de indagación sobre las posibilidades de construcción de currículo escolar en matemáticas desde esta visión. La Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas se

establece como un programa de formación de docentes de matemáticas para los grados primero a noveno de la educación formal.

En esta línea de investigación, por consiguiente, se profundiza en el reconocimiento e identificación de las formas y estructuras matemáticas empleados por algunos grupos sociales y comunidades de diferentes contextos para plantear y resolver problemas de su entorno, con miras a proponer alternativas para la educación matemática. Por ello la denominación “resolución de problemas” posiblemente no evidencie toda la propuesta cultural inmersa en su formulación. Sin embargo, se mantiene este nombre para no romper la estructura actual que tiene en relación con el plan de estudios en el campo de profundización.

Lo anterior implica para el futuro docente desenvolverse en los contextos propios de la educación de jóvenes y niños, para lo cual el Programa orienta sus procesos de formación en tres componentes esenciales:

- El conocimiento propio de la disciplina.
- El manejo de las múltiples relaciones entre estudiantes, conocimientos y contextos educativos.
- La construcción de ambientes propicios de aprendizaje.

La estructura anterior es atravesada por diferentes situaciones que complejizan su desarrollo asociadas con las políticas educativas a nivel regional, nacional e internacional, que se pueden traducir en los siguientes aspectos según Gorgorió y otros:

“En particular, la nueva complejidad está en relación con:

- *La diversidad del alumnado, de sus aspiraciones y expectativas.*
- *Las presiones económicas sobre la educación, especialmente para que se forme a los jóvenes para el trabajo y para los estudios universitarios.*
- *Los aspectos políticos en torno al currículum de matemáticas y a la decisión de a quién va a corresponder la responsabilidad de establecerlo.*
- *Las presiones de otros campos de conocimiento para que las matemáticas sean más relevantes según sus necesidades.*
- *Las presiones de las nuevas tecnologías de la comunicación y de la información.*
- *La necesidad de relacionar la educación con el nuevo contexto educativo global.”*

(Gorgorió, 2000).

Estas situaciones que deben ser asumidas por los docentes de matemáticas en todos los niveles de educación, son consideradas en la formación inicial de profesores tanto para su reconocimiento como para el planteamiento de lo que es pertinente y plausible enseñar a ellos, para adquirir herramientas que les permitan sortearlas.

La complejidad es aún mayor, al considerar otras variables que emergen de la educación abierta y a distancia en un país como Colombia, donde las múltiples idiosincrasias que se poseen en las regiones a las cuales tiene acceso este programa obligan a repensar la forma de organizar los medios y las mediaciones para tener el impacto necesario y así lograr la transformación de las prácticas en Educación Matemática.

Si bien esas categorías que complejizan los procesos de enseñanza y aprendizaje se formulan de una manera general, tocan varias fibras delicadas que implican las prácticas de escolarización del conocimiento matemático. En este sentido se formulan preguntas relacionadas con:

- ¿Qué se debe desarrollar en los procesos de aprendizaje (competencias, procesos, pensamientos, habilidades, conocimientos, técnicas, etc.), y si estos deben variar según el contexto, pregunta que aparentemente estaría resuelta con anterioridad, pues se asume el conocimiento matemático como universal?
- ¿Cómo se aprenden matemáticas en un contexto de educación abierta y a distancia?
- ¿Cuáles medios y mediaciones se deben privilegiar en esta metodología?

La manera como diversos autores enuncian lo que debe conocer un docente de matemáticas evidencia la importancia de los tres componentes mencionados anteriormente: lo disciplinar, lo pedagógico, y lo didáctico, pero también nuevas perspectivas se pronuncian en diferentes sentidos que involucran en forma decida el tener un conocimiento del contexto donde se van a desarrollar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Pero el papel que juega el contexto puede abarcar diferentes interpretaciones y concepciones:

- Por una parte en relación con la definición de lo que se debe enseñar. Este aspecto supone preguntarse si existen algunos “conocimientos matemáticos” que puedan ser omitidos en determinados contextos de aprendizaje. O si las matemáticas pertinentes en algunas regiones pueden ser diferentes a las catalogadas como únicas o tradicionales.
- Desde otra perspectiva es viable pensar que la referencia al contexto hace énfasis es en la forma como se divulgan los saberes matemáticos. De manera que el asunto en referencia implicaría la utilización de didácticas diferentes de acuerdo con los ambientes donde se desarrollen los procesos educativos. (MEN, 1998)
- Una mirada algo diferente que también menciona el contexto está asociada al concepto de competencia, donde se dice que un estudiante es competente en matemáticas si puede aplicar los saberes aprendidos en diferentes contextos. Esta perspectiva que liga al contexto asocia especialmente las relaciones entre comprensión matemática y formas de evidenciarlo. (Font, 2007)
- Es pertinente también la reflexión sobre el entorno de desempeño del futuro docente, en cuanto la caracterización del ambiente donde se desenvuelve como ciudadano y como estudiante de la licenciatura, de manera que se identifiquen las actividades que se privilegian para adquirir el conocimiento matemático y que se asumen son suficientes para incorporar este conocimiento a la formación básica del niño o el adolescente.

- Cabe también indagar sobre las formas como el contexto promueve visiones sobre la pertinencia del aprendizaje del conocimiento matemático con miras a alcanzar desarrollos mentales de abstracciones y generalizaciones, o si por el contrario se considera que el ejercicio en los niveles operativos es suficiente como tarea personal de aproximación a la matemática.

Importancia de resolver estas problemáticas

Este abordaje indicado para la línea aquí delineada tiene estrecha relación con las preguntas respecto de la relación Educación Matemática – Contexto y aún más de la relación Educación Matemática – Cultura (Crafter, 2011). De hecho se avizora en poco tiempo, una modificación en los aspectos operativos de la matemática, en los cuales se enfatiza fuertemente aún en el sistema escolar, los cuales serán desbordados y superados por desarrollos tecnológicos. Por lo tanto las grandes preguntas acerca de la importancia de la actividad matemática, o respecto de la construcción de un pensamiento crítico sobre la tecnología, o de la relevancia de un pensamiento abstracto y de altas calidades de elaboración, serán las formuladas a la Educación Matemática.

Una de las vertientes investigativas de la Educación Matemática de auge en la última década es la denominada Etnomatemática, que en sus desarrollos pretende indagar sobre la relación cultura – entorno – conocimiento matemático. Las indagaciones que se plantean en este campo buscan la identificación de elementos pertinentes que logren concretar la idea de “matemáticas para todos”.

Ante planteamientos de exclusión derivados de incorrectas posturas sobre el conocimiento matemático de punta presente en el conocimiento científico de diversas áreas del conocimiento, se ha levantado la voz de gran cantidad de teorías acerca de la necesidad de lograr una cobertura en educación matemática con calidad. Esto significa ni más ni menos que a cualquier ciudadano en formación, le asiste el derecho de acceder a una cultura matemática mínima que lo habilite a ejercer en la sociedad con un conocimiento matemático básico y necesario para dicho ejercicio.

La anterior declaratoria exige repensar los currículos de matemáticas en términos de la incorporación de particularidades propias de los contextos de actuación de este ciudadano en formación, las cuales posibiliten alcanzar niveles de elaboración con las nociones de matemáticas, más tempranos y de mejores comprensiones. El rescate de situaciones culturales propias de un entorno, o de situaciones contextuales ricas en contenido matemático no declarado, son fuente primera de este tipo de exploración propuesta por la investigación desde este campo. La reflexión sobre las formas de incorporación de la tradición popular o de la experiencia de un colectivo son motivo central de la indagación y permiten avizorar escenarios en el aula donde se active dicho conocimiento.

La mirada en la perspectiva anunciada se ha caracterizado en términos de visualización de un currículo de matemáticas pertinente para satisfacer las necesidades de un adolescente, el cual contenga elementos como:

- Algo distinto a lo que ofrecen la enseñanza formal e informal de matemáticas, pero relacionado con ello.

- Algo básico, fundamental y generalizable, pero que incluya conocimientos matemáticos que ellos hayan adquirido fuera del contexto formal. (Bishop, 2000)

A primera vista estos elementos y otros que especifica Bishop pueden parecer indefinidos, pero se constituyen en una gran fuerza para la investigación en cuanto abren la expectativa de forzar la mirada al entorno de la escolaridad y precisar ese algo diferente, básico, profundo o pertinente presentes en el contexto y propios para abordar un proceso de alfabetización numérica como lo cataloga el mismo autor.

La Etnomatemática como área de investigación tiene sus orígenes en los trabajos de Ubiratan D'Ambrosio, quien la describe como el estudio de los procesos matemáticos, modelos de razonamiento, símbolos, etc., (D'Ambrosio, 2007) practicados por grupos culturales identificados. De hecho esta primera versión del significado ha tenido reinterpretaciones y diversidad de enfoques de los investigadores que siguen esta línea.

Pero al catalogarlo como un programa de investigación D'Ambrosio sitúa a la etnomatemática en el campo de la indagación sobre la generación, difusión y transmisión de conocimiento matemático en diversas clases de grupos culturales, con lo cual se abren expectativas de trabajo en epistemología, e historia de las matemáticas con las correspondientes consecuencias sobre la educación.

El campo de acción de la etnomatemática es amplio y ha generado investigación diversa la cual se puede caracterizar en aspectos como:

- La resolución de problemas es propia de cada grupo cultural y genera una gran cantidad de conocimiento pertinente para el diseño curricular en matemáticas.
- Los factores socioculturales son susceptibles de considerarse en los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.
- Existen prácticas sociales con el conocimiento matemático, que subsisten a pesar de la formalización de dicho conocimiento y que merecen ser recuperadas para la escolaridad.

Las preguntas descritas y muchas otras derivadas de las ideas acerca de la pertinencia de la Educación Matemática en los contextos socio-culturales actuales, impactan en los procesos académicos que se proponen a los estudiantes aspirantes a docentes de matemáticas. Los interrogantes confrontan a los miembros de una comunidad académica organizada alrededor de la Educación Matemática con sus creencias o saberes frente a las formas de estudio de las nociones y conceptos de matemáticas en sus entornos particulares.

Es de especial importancia para el programa de Licenciatura en educación Básica con Énfasis en Matemáticas reflexionar sobre la validez de la afirmación acerca de la matemática como conocimiento universal asociada a una didáctica universal, independiente del contexto particular en donde se pretenden activar nociones y conceptos. Validez a ser asumida en principio desde la realidad personal y desde un estudio de las condiciones que rodean tanto al estudio como a la puesta en juego en el aula de clase, de las nociones y conceptos que tradicionalmente se consideran pertinentes para la formación de niños y adolescentes. En suma la línea apunta en uno de sus propósitos centrales, a develar las creencias que se tienen en la comunidad educativa

acerca de afirmaciones en cuanto a que la matemática es un conocimiento impersonal que debe ser transmitido en una sola dirección: del docente al estudiante.

La perspectiva de trabajo que se avizora en el proyecto es consistente con consideraciones teóricas acerca de las relaciones Educación Matemática – Cultura, las cuales proponen una mirada profunda y precisa sobre el contexto donde se activa el conocimiento matemático escolarizado, con miras a desarrollar proyectos, programas de estudio o simplemente actividades de aula las cuales asuman dicho contexto. Estas miradas aunadas a los aspectos descritos al comienzo de este texto, es decir los conocimientos disciplinar, pedagógico y didáctico se configurarán en propuestas de estudio consistentes con la realidad social de niños, maestros e instituciones.

La línea se convierte en la oportunidad de reflexionar, discutir y confrontar los currículos en matemáticas que se dirigen al desarrollo de técnicas, es decir los que posiblemente se han caracterizado como currículos universales. Es plausible esbozar un trabajo que intente clarificar posiciones de los miembros de la comunidad de la Licenciatura respecto de los aspectos instructivos y educativos de la Educación Matemática. Si el currículo está centrado en el desarrollo de técnicas, ¿se puede colegir que se está educando desde el trabajo con matemáticas? O ¿el énfasis en las técnicas está por encima de los contextos donde se desarrolla la actividad con matemáticas escolares? O ¿De la instrucción en matemáticas se derivan necesariamente acciones educativas las cuales no es necesario declarar?

El cuestionamiento acerca de un currículo que enfatiza en el desarrollo de técnicas, junto con las posturas respecto del aprendizaje impersonal de las matemáticas y de la enseñanza basada en textos, constituyen los aspectos centrales de una visión desarrollada por Alan Bishop en su intento de rebatir estas tres ideas acentuadas y reforzadas en el aula de matemáticas. Es de gran importancia para los planes de estudio de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas determinar la fuerza de estas afirmaciones en las creencias de los miembros de la comunidad educativa, y su impacto tanto en su aprendizaje personal como en sus posibles prácticas pedagógicas.

Las claridades que se obtengan en los resultados de los proyectos que se vinculen desde la línea, permitirán esbozar rutas de acción en el camino de proponer planes de estudio en la Licenciatura que aboguen por currículos pertinentes con los contextos de acción del estudiante, que así mismo se transformen en currículos incluyentes y por consiguiente no estén hechos de “arriba hacia abajo” (Bishop, 2000) con miras a formar matemáticos. A cambio se abre la expectativa de cobertura a sectores de la población que son calificados como naturalmente imposibilitados para la experiencia matemática. En suma se genera la esperanza de construcción de propuestas de formación de docentes en matemáticas, que le apunten en su práctica a la formación de ciudadanos con una cultura matemática y con altas posibilidades de incorporar las matemáticas a su cotidianidad vivencial o profesional.

Antecedentes de la línea en el Programa

De acuerdo con los resultados de la investigación desarrollada en el año 2013, sobre el estado del arte de la investigación en la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas desarrollado en el marco de la convocatoria 08, se observa la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas es un programa de la Facultad de Educación de la Vicerrectoría de Universidad Abierta y a Distancia que tiene sus orígenes en el programa de

Primaria y Promoción de la Comunidad cuyo origen data del año 1983 como respuesta a las necesidades de formación de docentes en ese campo y a la profesionalización de docentes en ejercicio quienes en ese momento carecían de titulación¹⁶. Los procesos investigativos, en ese Programa, se orientaron hacia la búsqueda de acciones de transformación de los entornos educativos de los estudiantes en formación debido al enfoque comunitario dado a los Programas en distancia de una Universidad. La formulación de la Ley General de Educación en 1996 y su reglamentación en 1998 y otras posteriores impuso cambios al Programa de Primaria hasta terminar en la Licenciatura objeto de esta investigación.

Desde 2001 la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas emergió especialmente debido a la formulación del Decreto 272 del MEN, que exigía el diseño de un programa que abarcara los ciclos de educación primaria y educación básica secundaria. El Programa hereda la tradición investigativa de la Licenciatura de Primaria caracterizada por un énfasis en lo comunitario (2000) bajo un nuevo concepto de universidad inserta en la comunidad.

El programa de estudios referido es un programa que se convirtió en antecedente y referente de la actual Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas. En este sentido las transformaciones experimentadas por este programa en virtud en primer lugar de procesos de autoevaluación y en segundo lugar las acciones realizadas en consonancia con las normas legales del momento, posibilitaron miradas a futuro sobre el devenir de la vida de la Licenciatura.

De cara a la Acreditación previa obligatoria de los programas de formación de docentes en el país y cuyo límite de presentación se señaló para el año 2.000 se moviliza al interior de la licenciatura un trabajo colectivo de autorreflexión, indagación y diálogo académico acerca de las realizaciones del programa en los campos de formación declarados para el delineamiento del perfil de egreso del estudiante. Tal trabajo se plantea en torno a mesas de trabajo sobre temáticas particulares y sobre plenarias de discusión abierta, cuyas memorias son base de construcción del informe acá referenciado.

Este trabajo colectivo representó un esfuerzo de gran alcance, en cuanto se hizo partícipe a la comunidad educativa del programa, que en su momento estaba activa en diversos puntos de la geografía nacional. La recolección de información fue un proceso lento, pero de gran significado, pues se pudo constatar el impacto de la formación propuesta por el programa. Influencia marcada específicamente hacia las problemáticas comunitarias como fue posible evidenciar a través de las elaboraciones y realizaciones de los estudiantes en el campo investigativo.

Es de anotar que uno de los fundamentos de la investigación del programa fue la transversalidad de su puesta en escena, pues a nivel metodológico se establecía un punto en el semestre lectivo, - por lo general al final del mismo -, donde el estudiante hacía confluir sus comprensiones y saberes elaborados a lo largo del período académico en una experiencia de carácter investigativo, por lo general vinculada con su papel como líder comunitario de su entorno próximo de desempeño.

Es así que un estudiante que desde sus primeros pasos de formación docente entraba en contacto directo con acciones investigativas, avizoraba desde los primeros semestres el valor de la investigación en su proceso formativo y en su ejercicio docente. En cuanto a la reflexión sobre los objetos propios de la matemática escolar, se recurre a miradas mediadas por algunas posiciones teóricas como las derivadas desde la psicología, o desde el constructivismo, las cuales en su

¹⁶ En esa época se configuraba como CED (Centro de Enseñanza Desescolarizada) y no VUAD.

momento constituyeron un referente mundial de la innovación en los procesos de formación inicial de docentes de matemáticas.

La propuesta formativa a nivel investigativo cerraba su ciclo con el diseño y realización de un proyecto de grado, el cual se convirtió en la estrategia para que el estudiante reuniera en una experiencia, los saberes configurados en su proceso de formación y los materializara a través de propuesta de intervención con base en la capacidades investigativas desarrolladas hasta dicho momento. El proyecto se desarrollaba en tres fases orientadas y retroalimentadas en forma permanente por docentes del programa. La socialización de los logros alcanzados se realizaba mediante procesos de sustentación y validación de lo desarrollado.

Comunicación y modelación en educación matemática

En esta línea se incorporan dos formas de comprender la educación matemática como producción social. Una de ellas tiene que ver con los procesos de representación utilizados para describir, interpretar, analizar y dotar de significado a problemas y situaciones reconocidos dentro de la formación matemática como parte de sus intenciones de acción; y la otra incluye las perspectivas orientadas a la diferenciación de patrones, regularidades, estructuras y/o modelos como mecanismos para estudiar desde las matemáticas fenómenos y la vida en general.

La denominación de la línea de investigación del Programa incluye dos tópicos centrales en la discusión que se viene dando hoy en día en torno a la educación matemática: uno de ellos es el reconocimiento del papel del lenguaje y las formas de comunicación en los procesos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, (de forma más general, de la docencia de esta ciencia). El otro hace referencia a la construcción de la noción de modelo matemático y su vinculación con la competencia de una persona para describir, analizar y predecir fenómenos y situaciones de múltiples disciplinas, y por ende la responsabilidad de la escuela y la educación matemática para formar a los individuos en esa competencia.

Ambos tópicos son interdependientes y por ello se proponen dentro de una sola línea de investigación. Bien porque ambos incluyen lecturas de la realidad y procesos de traducción, o por las demandas que desde diferentes sistemas de la sociedad exigen de la educación en términos de desarrollar procesos simbólicos y de formalización.

De acuerdo con la denominación dada a la línea, se problematizan en ella aspectos relacionados con la manera como se desarrollan procesos comunicativos de los saberes, el conocimiento, y la experiencia de las personas y los grupos sociales alrededor de las matemáticas y la forma como se resuelven situaciones reales o del contexto disciplinar desde la formulación de modelos.

Pero en sí mismo un modelo es un tipo de representación que emplea un lenguaje determinado para ser comunicado.

Bajo estos supuestos, la trilogía experiencia, lenguaje y conocimiento están en la base de todo tipo de explicaciones que se promueven ya sea desde el pensamiento común o desde el científico. Según Arcá, Guidoni y otros, 1997, es posible establecer un modelo para las explicaciones elaboradas tanto por la cultura como por las comunidades académicas en relación con la forma como comprendemos la realidad. En esta explicación, los tres elementos mencionados emergen simultáneamente dentro de las acciones empleadas por las personas para

resolver problemas y encontrar sentido al mundo que le rodea. La ciencia, en este caso la matemática, incluye los mismos aspectos (afirman los autores mencionados), en la construcción de sus modelos. Dentro de este discurso se plantea, como ejemplo, la construcción del modelo de los números enteros, considerando que en su base se encuentra fundamentalmente

En relación con la comunicación pueden problematizarse varios aspectos:

- Uno centrado en la estructura del lenguaje matemático visto como sistema formal, organizado con base en una colección de objetos, axiomas, ideas intuitivas, definiciones, teoremas y cadenas de razonamiento para construir con base en ellos una teoría, que en la mayoría de los casos es considerada como completa (da cuenta de todas las situaciones del campo disciplinar) y consistente (de manera que no incluye contradicciones lógicas en su estructura). Con referencia a la educación matemática cabrían aquí aspectos referidos a la forma como desde la educación las personas pueden apropiar y aprehender este conocimiento construido con antelación por una comunidad académica definida y con una tradición rigurosa. El manejo de ese lenguaje matemático, supone la adquisición de diversas estrategias de pensamiento lógico matemático para poder argumentar, demostrar, resolver problemas e identificar situaciones a ser abordadas desde la estructura matemática. En este caso la educación matemática estaría orientada a formar personas capaces de usar la matemática desde la comprensión de su estructura formal, se centra la actividad escolar en la enseñanza y el aprendizaje del lenguaje matemático.
- Otro viendo la matemática como un lenguaje mediante el cual es posible realizar procesos de comunicación, en ocasiones universales. Por ello es importante reconocer los significados atribuidos a los diferentes objetos matemáticos puestos en juego en el proceso comunicativo, y los diferentes significados que pueden atribuirse a esos objetos. Aquí la perspectiva se diferencia por el reconocimiento de formas diferentes de realizar las interpretaciones del contenido puesto en juego. No se limita únicamente a reconocer objetos, sino también a construir relaciones entre ellos, establecer redes de significados, etc. Es el campo de la semiótica el cual atraviesa esta perspectiva. Caben aquí enfoques diversos que centran su atención en la forma de significar individual y social. Revisando las consecuencias de este punto de vista para la educación matemática, la actividad se centraría en el reconocimiento de los significados que los individuos atribuyen a los objetos matemáticos, las formas de establecer relaciones, realizar procedimientos, o plantearse y resolver problemas. Es posible también rastrear la forma como los grupos de individuos construyen significados desde la interacción comunicativa. Ver Duval, Brusseau, entre otros.
- En el caso de la modelación matemática y la correspondiente modelización de la realidad pueden atenderse diferentes aspectos:
- Por una parte existen miradas donde se privilegia la comunicación matemática y la modelización como actividades que emergen del conocimiento cotidiano, en el cual no se hace énfasis en la simbolización, sino que se trata de construir pensamiento matemático precisamente desde la descripción y representación de la realidad.
- Pero también, existe una marcada tendencia desde las ciencias fácticas (ingenierías, economía, etc.), a referirse a los modelos matemáticos como estructuras que permiten interpretar la realidad y desde allí formular soluciones a determinados problemas del contexto.

Sin embargo, en el contexto de la educación matemática se habla de modelo con otras connotaciones:

“Un modelo matemático es una relación entre ciertos objetos matemáticos y sus conexiones por un lado, y por el otro, una situación o fenómeno de naturaleza no matemática” (BLOMHØJ, 2004).

Y esta perspectiva hace pensar en un modelo como en algo que permite resolver problemas concretos de la realidad desde algún tipo de algoritmo o fórmula determinada. En este caso el modelo se piensa como el objeto matemático ya construido, que puede ser utilizado en contextos determinados para encontrar soluciones a preguntas concretas. El modelo tendría una estructura con algún carácter de generalización. Por ejemplo, para calcular el número de baldosas necesarias para embaldosar una habitación, se puede hacer uso de varias operaciones matemáticas, entre las cuales se incluyen multiplicaciones y divisiones, o recurrir a una expresión como: “Se determina el número de baldosas (cuadradas) que caben a lo largo de la habitación y se calcula el número que caben a lo ancho, esto se hace dividiendo el largo de la habitación por el de la baldosa y se redondea al número siguiente, se hace igual con el ancho, finalmente se multiplican estos dos resultados, para determinar el total de baldosas”. Este sería un modelo general, que sería válido para habitaciones rectangulares.

Sin embargo, para la educación matemática el interés radica primordialmente en las acciones llevadas a cabo por el estudiante para construir el modelo. Por eso se habla generalmente de modelización matemática.

Importancia de resolver estas problemáticas

Las conexiones entre la estructura de los modelos matemáticos y la forma como se representan devienen en un problema de traducción, pues puede interpretarse desde la relación con los significados que se le dan a los objetos matemáticos, las diferentes formas de descripción que pueden hacerse del modelo, y en general se reconoce una dependencia con la comunicación matemática. Pero además, y primordialmente, los modelos matemáticos se configuran como un proceso de interpretación de situaciones, del área o del contexto, hacia la construcción de patrones, regularidades, elaboración de estructuras, definición de sistemas interdependientes, formulación de relaciones,

Y, a la inversa, el proceso de expresar una idea (del contexto de la matemática) en un lenguaje determinado, implica el reconocimiento de patrones y regularidades que hacen parte de consensos institucionalizados que posiblemente pueden llevar a la formulación de un modelo matemático determinado.

Cuando se habla de comunicación es necesario pensar en los significados construidos por los individuos para dar cuenta de su comprensión de los objetos del mundo o las interacciones que hace con él, etc., y las diferentes formas de representación como acciones del individuo utilizadas para mostrar el significado elaborado sobre ese algo. Ello nos lleva a pensar en la matemática como un lenguaje, como un lenguaje referido a objetos y relaciones ya sean imaginadas o compartidas, que como todos pretende compartir significados mediante algunas representaciones ya sean orales, simbólicas, kinésico o icónicas. Y, en el contexto de la educación matemática es muy posible identificar cada una de esas categorías en forma específica. Sin embargo, se ha venido

privilegiando una sola forma de presentar el saber matemático en la escuela, haciendo uso de las representaciones simbólicas. En pocas ocasiones se privilegia lo oral (aunque si se utiliza mucho, no se valida casi nunca).

El uso de modelos matemáticos pareciera englobar los aspectos comunicativos, por ejemplo, un modelo lineal en su connotación formal, representa las relaciones entre dos variables mutuamente dependientes, las relaciones que emergen del estudio de los modelos lineales implican la construcción de ideas alrededor de la proporcionalidad, y por ende de razón de cambio constante. Estas dos ideas, únicamente, implican la noción de dependencia y la noción de cambio; en ellas existe una forma particular de significar la realidad, diciendo que existe una variación de una de las variables cuando la otra varía. Ello debe ser visto en forma cuantitativa y cualitativa, sin abandonar el campo de las matemáticas, pues son aspectos indisociables en una relación. Pareciera que la matemática, está fuertemente ligada a lo cuantitativo, y que no son necesarios análisis cualitativos, pero precisamente es una de las dificultades que se generan en la enseñanza de las matemáticas con el pretendido descontextualizar. Al escribir la expresión $y = 2x$, se dice que corresponde a un modelo lineal, donde la variable independiente es x y la variable dependiente es y , y varía en el doble cada vez que la variable se modifica en una unidad. Si la variable cambia en 5 unidades la variable dependiente cambia en 10 unidades, etc. En ocasiones se dice si x cambia en entonces y cambia en $2x$, incluso sin referirse a las unidades, tratando de omitir lo cualitativo.

Antecedentes de la línea dentro de la Licenciatura

En el año 2.000 se pone en marcha el plan de estudios de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, producto de la aprobación del mismo por las instancias reguladoras de la Educación Superior en Colombia. A cuatro años de labores y con base en las directrices emitidas por la Facultad de Educación de la Vicerrectoría de Educación Abierta y a Distancia a la que está adscrito el programa, se inicia un proceso de revisión del currículo con miras a repensarlo y plantearlo en términos de las nuevas realidades local y global.

La característica central del trabajo propuesto fue la definición por consenso del componente obligatorio hasta el quinto semestre de los campos de formación de las Licenciaturas, en particular en el campo investigativo. El colectivo docente a cargo de los procesos conducentes a la flexibilización curricular discute sobre las características comunes en la formación investigativa del futuro docente y delinea la ruta a seguir en dicho componente obligatoria, concretándola en cinco disciplinas del conocimiento que preparen al estudiante para su inmersión en la actividad investigativa propia de su formación específica.

El planteamiento de la flexibilización curricular toca entonces los elementos de la formación en investigación, en cuanto plantea una movilidad inicial de los estudiantes del programa, ya que comparten con futuros docentes las primeras aproximaciones al desarrollo de competencias investigativas. Se plantean escenarios de aprendizaje donde se comparten los saberes previos y las experiencias personales relacionadas con la investigación educativa, en una perspectiva general y atendiendo en primer lugar a los problemas comunes del ejercicio docente relacionados con la escolarización del conocimiento. En suma se promueve una reflexión acompañada por miradas diversas y separadas en principio de la especificidad de las disciplinas del

conocimiento, para construir en conjunto con compañeros de diversas licenciaturas discursos abarcadores respecto de las problemáticas comunes de la escolaridad básica.

La visión referida antes, se concreta en propósitos de la flexibilización curricular de la facultad a través de declaraciones como:

- Determinar una formación integral del estudiante, con base en una concepción curricular sobre docencia, investigación y proyección social
- Continuar con la formación institucional, investigativa, pedagógica y humanística, componentes identativos de la universidad.

El cuerpo docente del programa hace parte entonces de comités, los cuales se dan a la tarea de estudiar y replantear los fundamentos de la facultad, en particular el investigativo y poder así dar respuesta a las dos afirmaciones atrás especificadas. Este trabajo conduce a la construcción de fundamentos investigativos que impactan en profundidad los principios de acción del programa de estudios, en cuanto su quehacer se incorpora en forma clara al de la facultad y debe en consecuencia prever los procesos que compaginen las necesidades de formación investigativa a nivel específico, es decir en este caso de docencia en matemáticas escolares, con las orientaciones derivadas de la visión de facultad.

A nivel de programa se considera que las disciplinas del campo específico se tornan en un elemento de gran importancia para la articulación de la investigación formativa con la formación disciplinar, en cuanto es factible continuar con principios de trabajo heredados de anteriores visiones curriculares. Este hecho se plasma en la incorporación a las actividades de una disciplina del campo específico, de tareas vinculadas con la reflexión, diseño y aplicación de unidades didácticas, que en un espacio escolar evidencien la visión alcanzada por el estudiante respecto de la escolarización de las temáticas disciplinares discutidas.

En cumplimiento de las normas legales vigentes para la renovación de registro calificado de un programa de estudios, se lleva a cabo durante el año 2.009 la recopilación, sistematización y organización de la información propicia a dicho proceso. En esencia la información considerada, es fruto de procesos de autoevaluación emprendidos en la vigencia del registro calificado obtenido por acreditación previa obligatoria de los programas de educación y del registro obtenido en el año 2.005 y denomina de flexibilización del currículo.

En lo que atañe al campo de formación investigativa, la autoevaluación del programa determina tendencias en las actividades propias del campo de formación, las cuales entrevén un giro desde las miradas de indagación sobre el rol principal de la docencia en las problemáticas asociadas a las comunidades de influencia de su accionar, hacia la exploración de un ejercicio profesional que impacte los procesos de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas escolares.

Este giro es producto de la inserción en la formación del futuro docente de disciplinas del conocimiento, como se denomina en el programa a los espacios pedagógicos de formación, las cuales soportan sus desarrollos en una tríada formada por los aspectos disciplinares de las temáticas en consideración, por la reflexión y contextualización del componente pedagógico de

desarrollo de una temática de las matemáticas escolares y por la incorporación de la didáctica específica de las matemáticas en el diálogo entre el saber matemático institucionalizado y su inserción en el espacio escolar.

Los desarrollos particulares que se proponen en las disciplinas de los planes de estudio comprendidos entre los años 2000 a 2008 aproximadamente, mantienen de fondo a la investigación como marco de referencia y como eje transversal de dichos desarrollos, declaración primordial a lo largo de la existencia del programa. Las transformaciones que se experimentan en este período tienen que ver en esencia sobre los objetos de estudio y sobre las acciones de contextualización de los estudios adelantados.

En un esfuerzo por superar la tendencia asignaturista de los programas de formación inicial de maestros de matemáticas y por lograr desde los pasos iniciales del proceso de construcción del perfil docente, la configuración de una personalidad que observa, explora, se pregunta, indaga, discute y propone sobre su realidad como docente de matemáticas, se recurre a la concepción de procesos de pensamiento constitutivos de la construcción de pensamiento matemático, en clara referencia a las sugerencias orientadoras de los Lineamientos Curriculares en matemáticas.

Esta posición implicó la generación de actividades pedagógicas que permitieran al estudiante una aproximación a la concepción de sistemas y a su contextualización a la vuelta de 20 años de ser propuesta en la renovación curricular de los años ochenta. Hecho que se plasma en primer lugar en las preguntas generadoras de la reflexión en cada disciplina del plan de estudios, o en los mismo núcleos problemáticos particulares, los cuales se convirtieron en la puerta de acceso a miradas abarcadoras al sentido y significado de ideas como pensamiento numérico, pensamiento espacial, pensamiento variacional, etc., ligadas estrechamente a la mencionada concepción de sistemas como los numéricos, geométricos, algebraicos, etc.

La intencionalidad manifiesta de promover nuevos marcos de referencia a la labor de problematizar el ejercicio docente en matemáticas, se consolida a través de pequeñas acciones de reflexión y diálogo que se suscitan en el desarrollo de las disciplinas de formación, pues desde que el estudiante ingresa al programa se le conmina a confrontar sus creencias y formas espontáneas de asumir las problemáticas propias de la escolarización de las matemáticas. Tales acciones se enmarcan en una acción claramente de corte investigativo, pues las orientaciones para su realización se enfocan en la confrontación y validación de los aportes individuales a la luz de los desarrollos de la naciente y creciente producción del campo de la didáctica de las matemáticas.

Los procesos de autoevaluación del programa en el campo investigativo, propios del desarrollo curricular del plan de estudios denominado flexibilizado, confirman el giro en la investigación en el programas de estudios y evidencian a través de las distintas realizaciones de la comunidad educativa los centros de atención de las actividades. Es así que se aprecia un discurrir académico que asume los procesos de construcción de pensamiento matemático contextualizado, como los de mayor importancia al momento de pensar los propósitos de incorporación de la disciplina en la escolaridad.

Los escritos de los miembros de la comunidad educativa del programa develan focos de atención, en cuanto se enmarcan en la descripción, exploración, identificación de aspectos puntuales tanto a nivel teórico como práctico que hagan realidad la propuesta de construcción de pensamiento matemático. Tanto en los desarrollos de las disciplinas como en los discursos de los estudiantes se observa un intento de apropiación de nociones y conceptos que subyacen a la idea de pensamiento conexo con un sistema. Hay una marcada tendencia hacia el enmarcamiento de una actividad o una acción de carácter de indagación, en una línea de trabajo que sustente el desarrollo de aspectos propios de pensamiento asociado al sistema.

Pero la autoevaluación misma señala algunos vacíos y entresijos de indefinición de la aproximación propuesta, pues pareciera que centrar una actividad investigativa propia de la propuesta del programa en los denominados desarrollos de pensamiento asociados a un sistema, genera visiones fragmentadas de la anhelada construcción de pensamiento matemático abarcador y globalizante. Es decir se percibe que la búsqueda de alternativas propicias al aprendizaje de las matemáticas se concibe en clúster separados por tipos de pensamiento y que en suma no hay puentes declarados entre las realizaciones al interior de unos y otros, que provea reales marcos de acción hacia la construcción de un pensamiento abstracto y de adecuado nivel de elaboración y abstracción derivados del ejercicio escolar con las matemáticas.

El diálogo, la reflexión y discusión sobre los resultados de la autoevaluación en el campo investigativo del programa, señalan la necesidad de generar una propuesta que recoja los avances alcanzados en el desarrollo del campo, pero que a la vez contribuya a superar la visión reduccionista y fraccionada que posiblemente se ha generado en cuanto a las denominados tipos de pensamiento matemático susceptibles de desarrollar en el estudiante de la educación básica. Se acuerda entonces recurrir a las ideas denominadas procesos generales propicios para el aprendizaje de las matemáticas, como un punto de confluencia de la problemática y como elemento de dinamización de la concepción de tipos de pensamiento matemático.

Al considerar un proceso general de pensamiento como un constructo abarcador de las miradas sobre la construcción de pensamiento, se provee a la reflexión sobre la labor docente de herramientas que subsumen y superan la visión compartimentada de construcción de pensamiento matemático. Al respecto se considera que la resolución de problemas, la comunicación y la modelización son procesos generales que contribuyen al desarrollo dinámico y entrelazado de los aspectos particulares relativos a tipos de pensamiento propios de la aproximación a un sistema en matemáticas.

En los procesos de reorganización curricular del programa con miras a la renovación de registro calificado, se propone concretar esta nueva visión de la investigación en la licenciatura. En ese sentido se revisan las disciplinas tanto del campo específico como las asociadas a la investigación particular es decir a la propia de la educación matemática, para determinar las orientaciones de cada una de ellas en la perspectiva anunciada. Se diseñan disciplinas propicias a una exploración sobre los desarrollos de la investigación en didáctica de las matemáticas que permeen el marco de referencia previsto para la formación en investigación. Así mismo se reorientan las líneas de profundización del programa y se conciben como puntos articuladores de

las realizaciones alcanzadas por los estudiantes en las disciplinas del campo específico y en las disciplinas del campo investigativo a nivel general.

BIBLIOGRAFIA

Ameigeiras, A. (2007) El abordaje etnográfico de la investigación social. En: Gedisa. Estrategias de investigación cualitativa. Buenos Aires p, 107-150.

Apéry, R. (1988) Matemática constructiva. En Pensar La Matemática. Tusquets Editores. Barcelona.

Asocolme, Sitio WEB <http://asocolme.org/>. Revisado por última vez en 25/11/2014

Bishop, A. (1999) Enculturación y educación. Paidós. Colección Educador. Buenos Aires.

Blomhøj, M. (2004) Mathematical modelling - A theory for practice. En Clarke, B.; Clarke, D. Emanuelsson, G.; Johnansson, B.; Lambdin, D.; Lester, F. Walby, A. &Walby, K. (Eds.) International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics. National Center for Mathematics Education. Suecia, p. 145-159. Traducción de María Mina, Colegio Gabriel Taborín. Argentina.

Brousseau, G. (1999), *Educación y Didáctica de las matemáticas*, trabajo presentado en el V Congreso Nacional de Investigación Educativa, Aguascalientes. Traducción de David Block y Patricia Martínez Falcón.

Brousseau, G. (1986) Fundamentos y métodos de la didáctica de las Matemáticas. Traducción: Julia Centeno Pérez, y otros. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 7, n. 2, pp. 33-115,.

Chevallard, Y. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico, Traducción de Ricardo Barroso Campos. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Sevilla.

Colciencias, 2014. Manual del usuario de CVLAC. Consultado en <http://www.colciencias.gov.co/scienti> enero de 2015.

Crafter, S. Parental cultural models and resources for understanding mathematical achievement in culturally diverse school settings. Springer Science+Business Media B.V. 2011. Descargado de <http://www.springerlink.com/content/u44272473m3233m5/fulltext.pdf>. Revisado noviembre 15 de 2011.

D'ambrosio, U. (2007) Educación Matemática y Exclusión. Editorial Grao. Serie didáctica de las matemáticas. Barcelona.

Documento Flexibilización (2005). Facultad de Educación. VUAD. Impreso.

Documento Registro Calificado (2000). Lic. en educación Básica con énfasis Matemáticas. Impreso.

Documento Renovación de Registro (2010). Lic. en educación Básica con énfasis Matemáticas. Digital.

Ed, L. (1998) "Introducción a Piaget". Pensamiento, aprendizaje, enseñanza. Addison Wesley Logman. Edición en español, México.

Elkana, Y. LA CIENCIA COMO SISTEMA CULTURAL: (1983) UNA APROXIMACIÓN ANTROPOLÓGICA Transcripción del artículo homónimo publicado por la Sociedad Colombiana de Epistemología. Volumen III, 10-11, p.p. 65 - 80, Santafé de Bogotá. Este artículo fue tomado de La culture scientifique dans le monde contemporaine, p.p. 215 - 311. V. Mathieu - P. Rossi comp., coedición Unesco - Scientia, Roma, 1977. Traducción del francés: Jorge Charúm, José Granés

Fiallo, J. (2014). Memorias Coloquio Nacional Sobre Problemas y Tendencias de Investigación en Educación Matemática (2014). <http://www.ustadistancia.edu.co/index.php/eventos/94-facultades-pregrado/572-memoriascoliquio> Revisado en 9/10/2014

Flórez, I, Ramírez, C. (2011). Didáctica de la Estadística. Universidad Santo Tomás.. Digital.

FONT, Vincenç. (2007) Comprensión y Contexto: una mirada desde la didáctica de las matemáticas. En: la Gaceta de la RSME, Volumen 10.2. Págs. 427-442.

Gadamer, Hans George, (1966) *Verdad y método*, Sígueme, Madrid.

García, G. (2014). Memorias Coloquio Nacional Sobre Problemas y Tendencias de Investigación en Educación Matemática. <http://www.ustadistancia.edu.co/index.php/eventos/94-facultades-pregrado/572-memoriascoliquio> Revisado en 5/11/2014

Godino, J. D. (sf) Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>

GODINO, J. D. (2002a). Investigaciones sobre teoría de la educación matemática. URL: <http://www.ugr.es/local/jgodino/teoria.htm/>.

Godino, J. D. (2010). Perspectiva de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina tecnocientífica. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

GODINO, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. URL: <http://www.ugr.es/local/jgodino/semiotica.htm>.

GODINO, J. D. y Batanero, C. (1997). Una aproximación semiótica y antropológica a la investigación en educación matemática. [A semiotic and anthropological approach to research in mathematics education]. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 10. [URL: <http://www.ex.ac.uk/~PErnest/pome10/art7.htm>]

GODINO, J y RUIZ, F. (2002) "Geometría y su didáctica". Manual para maestros. Proyecto EDUMAT. España.

GÓMEZ, Pedro. Matebásica. Una empresa Docente Univ. de los Andes

GORGORIÓ, N., y otros. (2000) Matemáticas y Educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional. Barcelona. Grao.

GUBER (2001). La etnografía: Método, campo y reflexividad. Editorial Norma. Revisado 20-10-2011 en

<http://www.arte.unicen.edu.ar/secretarias/academica/catedra/dinamica/unidad5/complementaria/guber.pdf>

GUZMÁN, M. (1996). Madurez de la investigación en educación matemática. El papel del ICMI. En, L. Puig y J. Calderón, (Eds), Investigación y Didáctica de las Matemáticas. Madrid: CIDE.

<http://cienciaytecnologia.pedagogica.edu.co/vercontenido.php?idp=9864&idh=9867>
http://www.udistrital.edu.co:8080/documents/85123/998887/PLAN+MAESTRO_FCE_METAS+2016+-+2019.pdf

J. Kilpatrick, L. Rico y P. Gómez (1998), Educación Matemática, 1-18. © “una empresa docente”. Impreso en Colombia. Descargable de <http://funes.uniandes.edu.co/679/1/KilpatrickEducacion.pdf>

Jaramillo, D. (2014), Memorias Coloquio Nacional Sobre Problemas y Tendencias de Investigación en Educación Matemática (2014). <http://www.ustadistancia.edu.co/index.php/eventos/94-facultades-pregrado/572-memoriascoliquio> Revisado en 13/10/2014

León, O. (2014), Memorias Coloquio Nacional Sobre Problemas y Tendencias de Investigación en Educación Matemática (2014). <http://www.ustadistancia.edu.co/index.php/eventos/94-facultades-pregrado/572-memoriascoliquio> Revisado en 10/10/2014

Lurduy, O. (2014) Memorias Coloquio Nacional Sobre Problemas y Tendencias de Investigación en Educación Matemática (2014). <http://www.ustadistancia.edu.co/index.php/eventos/94-facultades-pregrado/572-memoriascoliquio> Revisado en 15/11/2014.

MEN, (1998) Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Cooperativa Editorial Magisterio.

MEN, (2012). *Políticas y sistema colombiano de formación y desarrollo profesional docente*. Consultado en http://www.colombiaaprende.edu.co/html/productos/1685/articles-312233_documentoabaseop.pdf el 05/03/2015.

Ortiz, M. (2000). La investigación en educación matemática en Colombia 1991-1999. En Estado del Arte de la Investigación en Educación y Pedagogía en Colombia. ICFES, COLCIENCIAS, Sociedad Colombiana de Pedagogía. 2000.

Ortiz, M. (2014). Memorias Coloquio Nacional Sobre Problemas y Tendencias de Investigación en Educación Matemática (2014). <http://www.ustadistancia.edu.co/index.php/eventos/94-facultades-pregrado/572-memoriascoliquio> Revisado en 13/11/2014

Ramírez B., C. (2000). Procesos de Conservación y el Concepto de Número. En digital y físico, sin publicar.

Sacristán, J, Pérez G. A. (1985). La enseñanza: su teoría y su práctica. Ediciones Akal, 2008. Madrid-España.

Sierra, B. (1994), Técnicas de Investigación Social. Madrid. Paraninfo.

Torres, A. (2000). Razón y verdad en matemáticas. En Alcances y límites de la racionalidad en el conocimiento y la sociedad. Plaza y Valdés. México.

UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO, Programa de Investigación en Educación Matemática (sf). <http://www.uan.edu.co/investigacion-lic-matematicas>

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA, Programa de Investigación en Educación Matemática (sf).
http://www.udea.edu.co/portal/page/portal/SedesDependencias/Educacion/E.Investigacion/CentroInvestigacion?piref471_71523343_471_71523342_71523342.tabstring=Tab1

UNIVERSIDAD DEL TOLIMA. Programa de Investigación en Educación Matemática (sf).
<http://www.ut.edu.co/academico/index.php/institucional1/facultades-e-instituto-de-educacion-a-distancia/facultad-de-ciencias-de-la-educacion/investigacion/grupos>

UNIVERSIDAD DEL VALLE. Programa de Investigación en Educación Matemática (sf).
<http://matematicas.univalle.edu.co/?s=secciones/web/3.%20Investigaci%C3%B3n/Areas%20de%20Investigaci%C3%B3n/7.%20Educaci%C3%B3n%20Matem%C3%A1tica%20e%20Historia>.

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS, Programa de Investigación en Educación Matemática (sf).
http://www.udistrital.edu.co:8080/documents/85123/998887/PLAN+MAESTRO_FCE_METAS+2016+-+2019.pdf

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER, Programa de Investigación en Educación Matemática (sf).
<http://matematicas.uis.edu.co/sites/default/files/paginas/archivos/Informe%20final%20de%20Acreditaci%C3%B3n%20Licenciatura%20en%20Matematicas.pdf>

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL. Programa de Investigación en Educación Matemática (sf).

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA. Programa de Investigación en Educación Matemática (sf).
http://www.uptc.edu.co/facultades/f_educacion/maestria/educacion/lin_investigac/educ_matematica

Vasco, C. E. (2008). Los siete retos de la Educación Básica 2008 – 2019. Medellín: Eafit.

VUAD, Memorias Coloquio Nacional Sobre Problemas y Tendencias de Investigación en Educación Matemática (2014). <http://www.ustadistancia.edu.co/index.php/eventos/94-facultades-pregrado/572-memoriascoloquio> Revisado en 20/11/2014.