

ERRATA SOBRE EL MODELO NO LINEAL DE DONSKOY: PERFECCIONAMIENTO DEL MODELO, INTRODUCIENDO UN DIODO COMO DISPOSITIVO NO LINEAL

Por Camilo Andrés Flórez Velásquez, Víctor Hugo Aristizábal Tique, Marlon Rincón Fulla y Juan Luis Palacio Bedoya.

Universidad Santo Tomás Sede Medellín, Universidad Cooperativa de Colombia Seccional Medellín, Institución Universitaria Pascual Bravo.

Donskoy (2002) modela el sistema objeto enterrado – suelo, como un circuito eléctrico equivalente al sistema masa – resorte no lineal, en el cual se ha incluido un diodo rectificador en paralelo con una resistencia, para representar de forma aproximada el efecto de baja cohesividad entre el suelo y el objeto enterrado, tal como se ilustra en la figura 13:

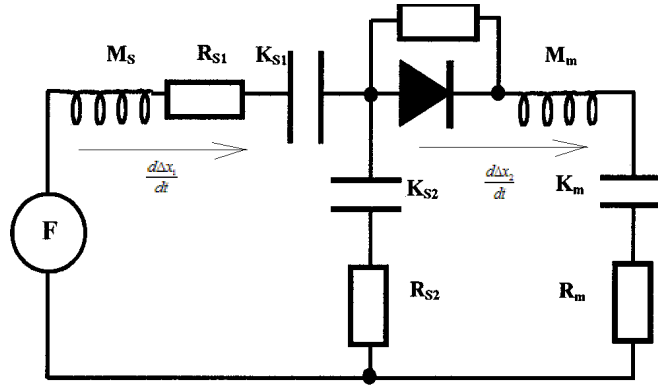


Fig. 13. Circuito equivalente eléctrico del sistema “Suelo – Objeto Enterrado”, donde se nota la presencia de un diodo como representante de la no linealidad introducida por la baja cohesividad entre el suelo y el objeto durante el esfuerzo de tracción. Fuente: Donskoy (2002).

La corriente que fluye por la inductancia M_s representa la velocidad con la cual se mueve la superficie del terreno, y la corriente que fluye por la inductancia M_M representa la velocidad con la que se mueve el objeto enterrado. El diodo propuesto por Donskoy (2008) para representar la baja cohesividad entre el suelo y el objeto enterrado, sólo permite que aparezcan velocidades positivas sobre el objeto enterrado, es decir, el cuerpo solo puede vibrar bajo efecto de compresión en la dirección de la gravedad; pero como realmente el objeto también puede vibrar en el sentido contrario al de la aceleración de la gravedad por la aplicación de un esfuerzo de tracción, es necesario agregar una resistencia en paralelo con el diodo que permita la existencia de velocidades negativas sobre la masa enterrada.

A partir del circuito enseñado en la figura 13, el sistema de ecuaciones diferenciales que rige al sistema bajo estudio es el siguiente:

$$M_s \frac{d^2 \Delta x_1}{dt^2} = f_{EXT}(t) - K_1 \Delta x_1 - K_2 (\Delta x_1 - \Delta x_2) - \beta_1 \frac{d \Delta x_1}{dt} - \beta_2 \left(\frac{d \Delta x_1}{dt} - \frac{d \Delta x_2}{dt} \right) \quad (15)$$

$$M_M \frac{d^2 \Delta x_2}{dt^2} = K_2 (\Delta x_1 - \Delta x_2) - K_M \Delta x_2 - v_D(t) - \beta_M \frac{d\Delta x_2}{dt} + \beta_2 \left(\frac{d\Delta x_1}{dt} - \frac{d\Delta x_2}{dt} \right) \quad (16)$$

$$\frac{d\Delta x_2}{dt} = K_B \left[e^{K_C v_D(t)} - 1 \right] + \frac{v_D(t)}{R} \quad (17)$$

La ecuación 17 representa la corriente que fluye por el paralelo conformado por el diodo rectificador y la resistencia R , donde $v_D(t)$ es el voltaje que aparece en los extremos del diodo.

Al aplicar variables de estado, el sistema de ecuaciones presentado, este se puede replantear así:

$$(18) \quad \frac{dw_1(t)}{dt} = w_2(t)$$

$$(19) \quad \frac{dw_2(t)}{dt} = \frac{1}{M_S} \begin{bmatrix} f_{EXT} - \beta_1 w_2 - K_1 w_1 - K_2 [w_1 - w_3] \\ -\beta_2 [w_2 - w_4] \end{bmatrix}$$

$$(20) \quad \frac{dw_3(t)}{dt} = w_4(t)$$

$$(21) \quad \frac{dw_4(t)}{dt} = \frac{1}{M_M} \begin{bmatrix} \beta_2 [w_2 - w_4] + K_2 [w_1 - w_3] - K_M w_3 \\ -\beta_M w_4 - w_5 \end{bmatrix}$$

$$(22) \quad \frac{dw_5(t)}{dt} = \frac{1}{M_M} \times \frac{R \times e^{-K_C w_5}}{R K_B K_C + e^{-K_C w_5}} \begin{bmatrix} \beta_2 [w_2 - w_4] \\ + K_2 [w_1 - w_3] \\ - K_M w_3 - \beta_M w_4 - w_5 \end{bmatrix}$$

Donde

$$\Delta x_1(t) = w_1(t), \quad \frac{d\Delta x_1(t)}{dt} = w_2(t), \quad \Delta x_2(t) = w_3(t),$$

$\frac{d\Delta x_2(t)}{dt} = w_4(t)$, $v_D(t) = w_5(t)$; son las variables de estado del modelo que representa al sistema bajo estudio.

Si suponemos que los parámetros del sistema son iguales a:

$$K_1 = 996.96 \times 10^3 \left[\frac{N}{m} \right], \quad K_2 = 4.154 \times 10^6 \left[\frac{N}{m} \right], \quad K_M = 1.0385 \times 10^6 \left[\frac{N}{m} \right], \quad \beta_1 = 162.006 \left[\frac{Kg}{seg} \right],$$

$$\beta_2 = 166.16 \left[\frac{Kg}{seg} \right], \beta_M = 70.618 \left[\frac{Kg}{seg} \right],$$

$$M_m = 0.49848 [Kg], M_S = 1.6616 [Kg], K_B = 10^{-3}, K_C = 2 \text{ y } R = 1000 \left[\frac{Kg}{Seg} \right]$$

Si al sistema en reposo se le aplica una señal de entrada (fuerza externa) tipo pulso rectangular con una amplitud de $25 [N]$ y una duraci3n de $10 [mseg]$, entonces las gráficas del desplazamiento, velocidad y aceleraci3n de la superficie del suelo obtenidas al simular el sistema de ecuaciones en el Matlab, son iguales a las presentadas en la figura 14:

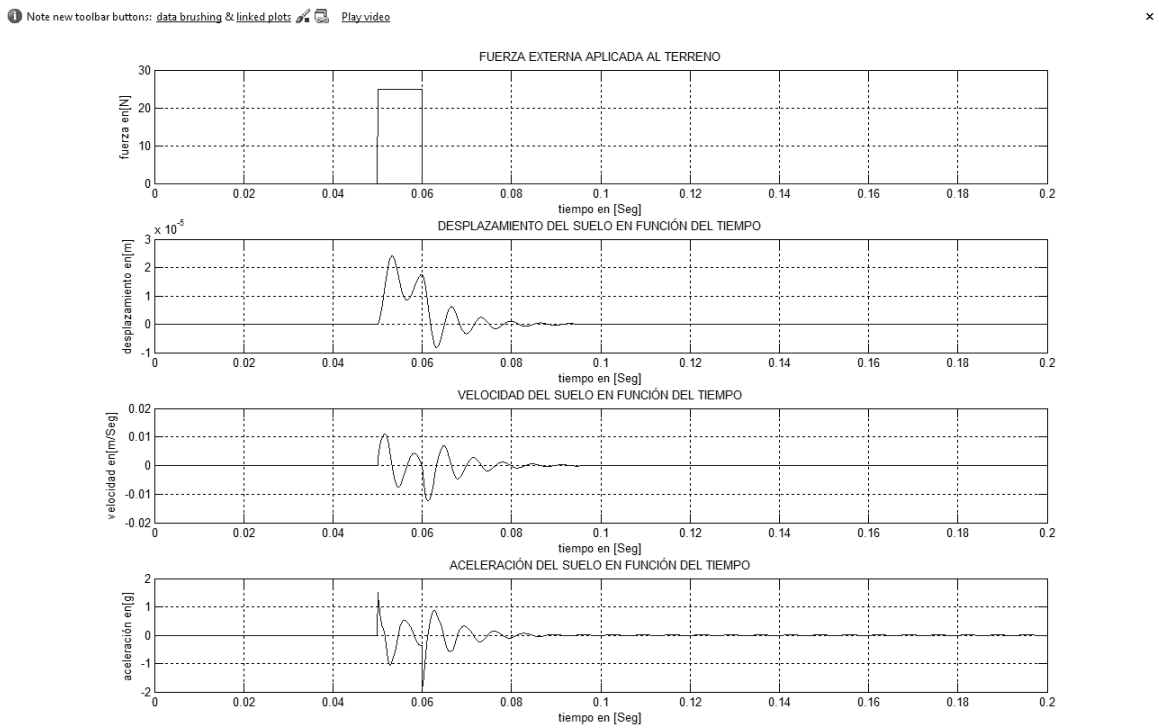


Fig. 14. Gráficas en función del tiempo de la fuerza externa aplicada al sistema, del desplazamiento, la velocidad y la aceleración en el eje Z. Fuente: Propia de los autores.

El espectro de magnitud de la respuesta impulsiva de la aceleración se presenta en la figura 15:

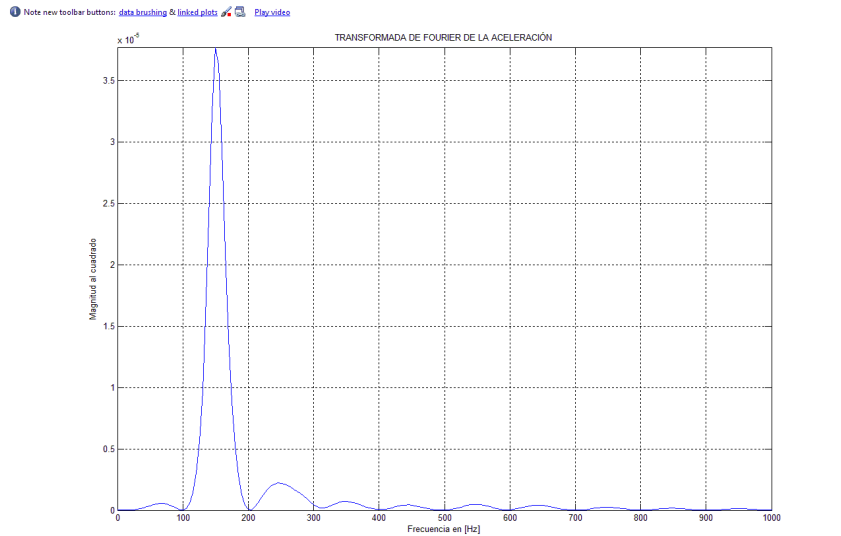


Fig 15. Espectro de Magnitud de la aceleración en el eje Z, obtenida en la simulación de una prueba impulsiva. Fuente: propia de los autores

Si el objeto enterrado se comporta como una roca, es decir, posee un $K_M \gg \gg K_1$ y $K_M \gg \gg K_2$, por ejemplo $K_M = 5 \times 10^6$, entonces la simulación de la respuesta impulsiva en el Matlab genera las señales ilustradas en la figura 16:

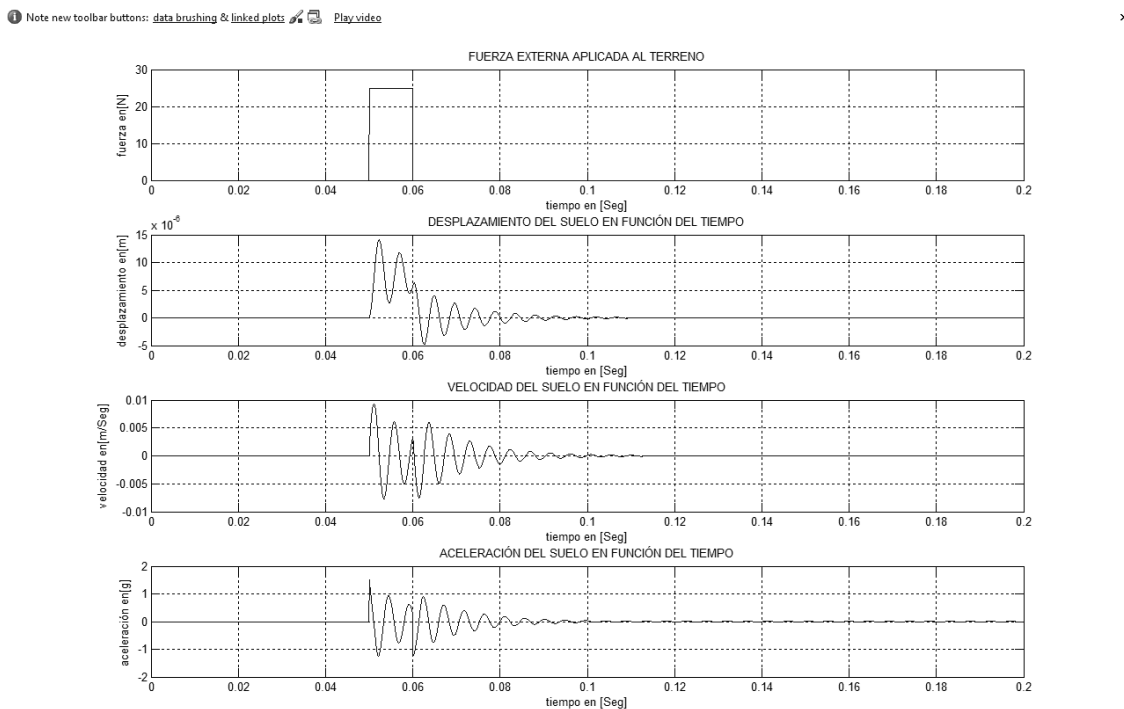


Fig. 16. Gráficas en función del tiempo de la fuerza externa aplicada al sistema, del desplazamiento, la velocidad y la aceleración en el eje Z, cuando el objeto enterrado es una roca. Fuente: propia de los autores.

El espectro de magnitud de la respuesta impulsiva de la aceleración se presenta en la figura 17:

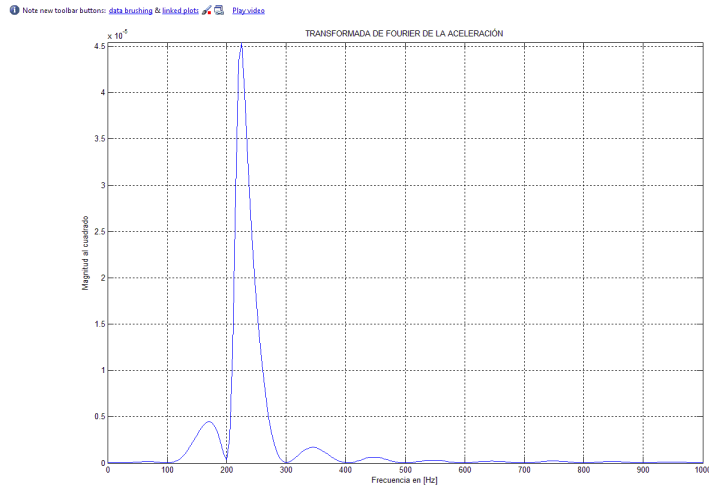


Fig 17. Espectro de Magnitud de la aceleración en el eje Z cuando el objeto enterrado posee un factor $K_M = 5 \times 10^6$, obtenida en la simulación de una prueba impulsiva. Fuente: propia de los autores.

Se puede verificar de las gráficas ilustradas en las figuras 15 y 17, el cambio dramático que ha presentado el espectro luego de simular un objeto de alta dureza: la banda de alta potencia que originalmente estaba entre los 100 y 200 [Hz], ahora se encuentra ubicada entre los 200 y 300 [Hz]. Esta propiedad inusitada, puede ser eventualmente empleada para detectar un objeto enterrado y estimar su naturaleza estructural.