

**GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS DE CORTE PARA ENGRANAJE CÓNICO DE DIENTE
RECTO EN MÁQUINA DE PROPOSITO GENERAL CON HERRAMIENTA DE PUNTA
PLANA**

Camilo Andrés Santander Mantilla¹

e-mail: camilosantander@usantotomas.edu.co

Yamid Gonzalo Reyes Flórez²

e-mail: yamid.reyes@usantotomas.edu.co

Jorge Andrés García Barbosa³

e-mail: jorgegarcia@usantotomas.edu.co

Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Santo Tomás

Cr 9 #51-11, Bogotá D.C., Colombia

ABSTRACT

Se fabricó un engranaje cónico de dientes rectos en un centro de mecanizado vertical de propósito general de cinco grados de libertad marca FINETECH® referencia GTX-210. Se utilizó una herramienta cilíndrica de punta plana estándar, y sus trayectorias fueron generadas por medio de la ecuación paramétrica de la superficie de involuta utilizando el software MATLAB®. Aplicando los conceptos fundamentales de geometría diferencial se estableció un sistema coordenado ortonormal sobre un punto de la superficie del flanco del diente del engranaje, y con base a este se posicionó la herramienta tangente a la superficie con el objeto de evitar interferencias. Posteriormente, se utilizaron matrices de rotación para transformar las trayectorias del dominio de la superficie del flanco del diente al dominio del sistema coordenado de la máquina. El código G, para el control numérico de la máquina, también fue ensamblado haciendo uso de MATLAB®. Se utilizó una máquina virtual, equivalente al centro de mecanizado vertical disponible en planta, en el módulo de fabricación del software NX® para verificar las trayectorias generadas y evitar colisiones entre los componentes del montaje tecnológico. Para comprobar el correcto funcionamiento del proceso planificado se fabricó la geometría en un material blando de prueba. Como principal aporte se plantea una alternativa para la obtención de piezas únicas, prototipos, nuevos perfiles de engranajes, repuestos o pequeños lotes de piezas, de geometría compleja, con base en las ecuaciones paramétricas de la superficie.

PALABRAS CLAVE

Programación paramétrica, generación de trayectorias, cnc, engranaje cónico, geometría diferencial, CAD-CAM, algoritmo, MATLAB

1 INTRODUCCIÓN

Para fabricar engranajes cónicos rectos, con perfiles de diente estándar, se requieren máquinas y herramientas especializadas [1]. Considerando que estas máquinas-herramientas no están disponibles en todos los talleres, la manufactura de engranajes representa un problema en la mayoría de los casos [2]. En términos generales, este tipo de engranajes han sido fabricados en máquinas Gleason, Oerlikon o Klingelnerg [3]. El principal problema encontrado a partir de la utilización de máquinas especializadas para la generación de engranajes es que la mayoría de las veces no se justifica su costo para niveles de producción bajos, lo cual sucede cuando se necesitan piezas de este tipo para distintos sectores, en los que se requiere la fabricación de prototipos, repuestos para operaciones de mantenimiento o lotes de pocas piezas.

Una alternativa a las máquinas especializadas es el montaje del proceso de producción en una fresadora universal convencional. Para fabricar engranajes cónicos se requiere de movimientos manuales, dispositivos mecánicos y en la mayoría de los casos estas operaciones son cíclicas causando fatiga, desconcentración y falta de motivación en el operario, traduciéndose en una producción de mala calidad y con bajo rendimiento. Además, con la operación manual se corre el riesgo de obtener una calidad poco uniforme y la productividad también se puede ver afectada [4].

La tecnología de control numérico computarizado ofrece nuevas oportunidades para la fabricación de engranajes cónicos. Tradicionalmente, la adquisición de una máquina especializada significaba un sistema particular de producción, pero la tecnología CNC aplicada en máquinas de propósito general, permite el procesamiento de engranajes cónicos usando una gran cantidad de métodos, además de la posibilidad de obtener una amplia variedad de geometrías [5]. El desempeño de este tipo de máquinas depende de cómo la herramienta de corte sigue la trayectoria programada. Los algoritmos que se implementan para calcular estos perfiles impactan la precisión de los movimientos de la herramienta y la eficiencia en cuanto al tiempo de proceso [6].

Mientras que el maquinado de piezas geoméricamente simples puede ser programado manualmente en el código EIA/ISO, la programación del maquinado de piezas con geometría compleja, en una máquina CNC multi-eje, sin la generación automática de código usando software CAD/CAM es difícil [7]. La planificación del movimiento de sistemas de manufactura CNC está tradicionalmente dividida en 3 niveles principales: Planificación del camino, generación de la trayectoria y seguimiento de la trayectoria. La planificación del camino consiste en determinar una ruta geométrica de acuerdo con la tarea especificada, evasión de obstáculos y otras restricciones. En el proceso de generación de la trayectoria se obtiene información como la velocidad, aceleración y jerk. Finalmente, es el proceso de seguimiento de trayectoria que utilizan los controladores de bucle cerrado para regular los actuadores que se mueven a lo largo de la trayectoria planificada [8].

2 MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 Geometría del engranaje cónico recto

La geometría de un engranaje cónico recto está determinada por la norma ISO-23509. Los parámetros principales son los ángulos que definen cada uno de los tres conos (cara, paso y raíz), la distancia medida desde el ápex del cono de paso hasta las caras superior e inferior y los tres diámetros que definen ambas caras, como se observa en la Figure 1. Como caso particular de estudio, las dimensiones del engranaje fueron estimadas para una transmisión de potencia de 50 kW a 2000 rpm, entre dos ejes dispuestos a 90° , con una relación de transmisión de 1:1. El número de dientes seleccionado fue de 13. La Table 1 muestra las dimensiones obtenidas de acuerdo con el método cero, considerando la profundidad estándar.

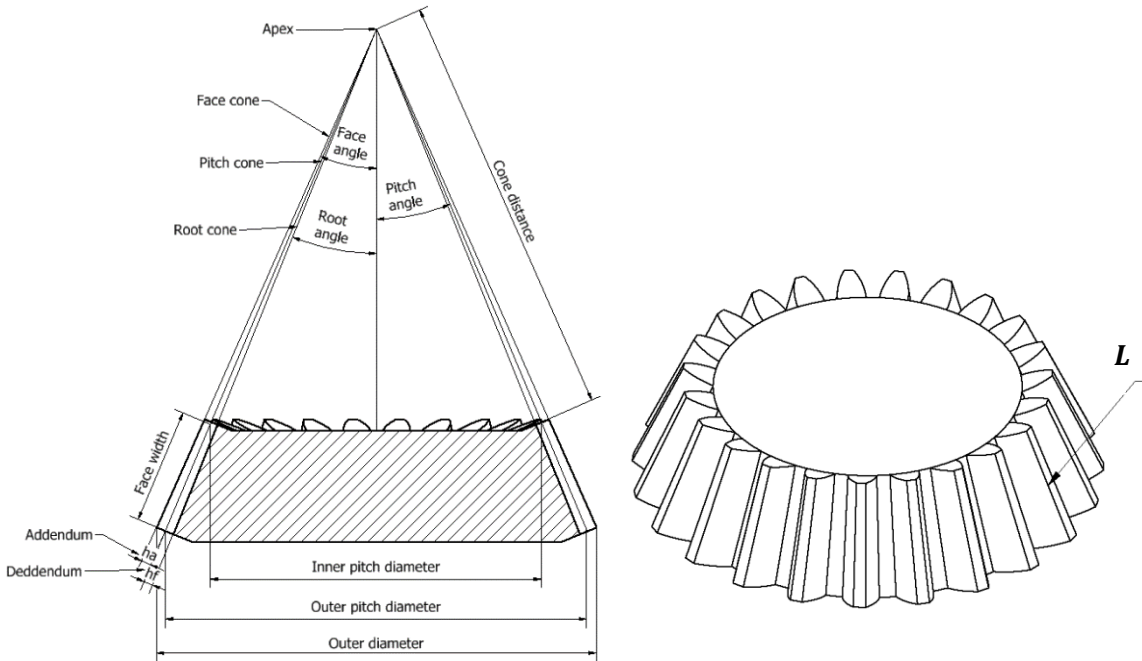


Figure 1. Geometría de un engranaje cónico recto

Table 1. Gear dimensions

Outer cone distance	81.31 mm	Pitch diameter (outer)	114.98
Inner cone distance	57.4 mm	Pitch diameter (inner)	81.17 mm
Addendum angle	6°	Mean pitch diameter	98.08 mm
Deddendum angle	6°	Face diameter (outer)	142 mm
Face angle	51°	Tip diameter (outer)	93.11 mm
Root angle	39°	Face diameter (inner)	100.24 mm
Face width	23.91 mm	Root diameter (inner)	65.73 mm

La ecuación de la superficie del flanco del diente L (Figure 2), interpretada como el desenvolvimiento sin deslizamiento de un plano sobre el cono base del engranaje, puede ser determinada por medio de la suma de los vectores \mathbf{A} , \mathbf{B} y \mathbf{C} , según las ecuaciones (1). La forma matricial de la ecuación de la superficie se muestra en (2). La involuta está definida por dos variables independientes entre sí, que son U_L , que es la altura del engranaje o la variación de esta coordenada sobre el eje Z_G , y V_L que es el ángulo de la involuta

y la constante θ_L que es el ángulo del cono de paso [13]. Para el caso de estudio específico $40.58 \leq U_L \leq 57.49$ y $0 \leq V_L \leq 0.72$ [9].

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} &= -\mathbf{k} \cdot U_L \\
 \mathbf{B} &= \mathbf{i} \cdot U_L \tan \theta_L \sin V_L + \mathbf{j} \cdot U_L \tan \theta_L \cos V_L \\
 \mathbf{C} &= \mathbf{i} \cdot V_L U_L \tan \theta_L \cos V_L + \mathbf{j} \cdot V_L U_L \tan \theta_L \sin V_L \\
 \mathbf{r}_L &= \mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C}
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\mathbf{r}_L(U_L, V_L) = \begin{bmatrix} U_L \tan \theta_L \sin V_L - V_L U_L \tan \theta_L \cos V_L \\ U_L \tan \theta_L \cos V_L + V_L U_L \tan \theta_L \sin V_L \\ -U_L \end{bmatrix} \tag{2}$$

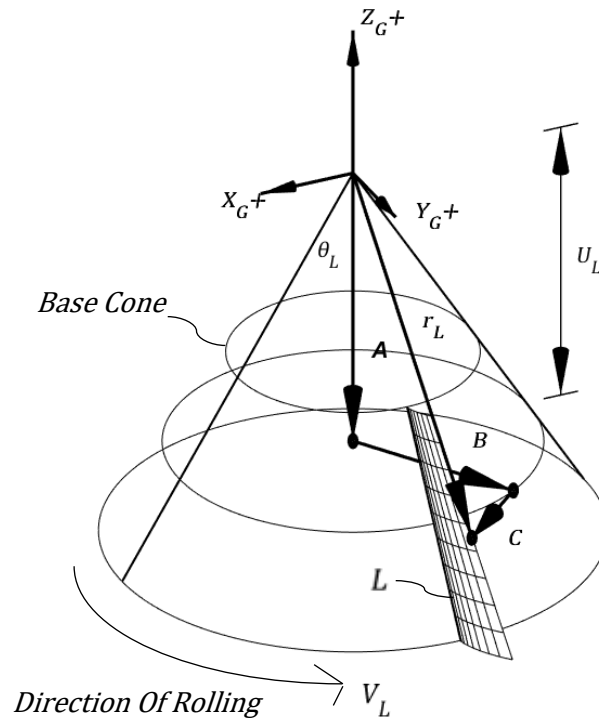


Figure 2. Superficie paramétrica del flanco del diente del engranaje

2.2 Technological setup

Para la fabricación del engranaje se utilizó un centro de mecanizado vertical de cinco grados de libertad, FINETECH GTX-210, de 11 kW de potencia y 15,000 min⁻¹ de velocidad máxima de giro del husillo. El eje de rotación sobre el eje Z es denominado A y el que gira en torno al eje X es denominado B, como se ilustra en la Figure 3. H es la distancia característica del montaje tecnológico comprendida entre el cero

de pieza y la superficie de la materia prima. El sistema coordenado $X_M - Y_M - Z_M$, corresponde al cero de pieza ubicado en la intersección geométrica de los ejes de rotación A y B, como se ilustra en la Figure 3. El sistema coordenado $X_G - Y_G - Z_G$, ubicado sobre el eje Z_M , corresponde al origen desde el que se genera la superficie del flanco del diente con base en la ecuación (2) y coincide con el ápex del cono de paso, como se muestra en la Figure 4.

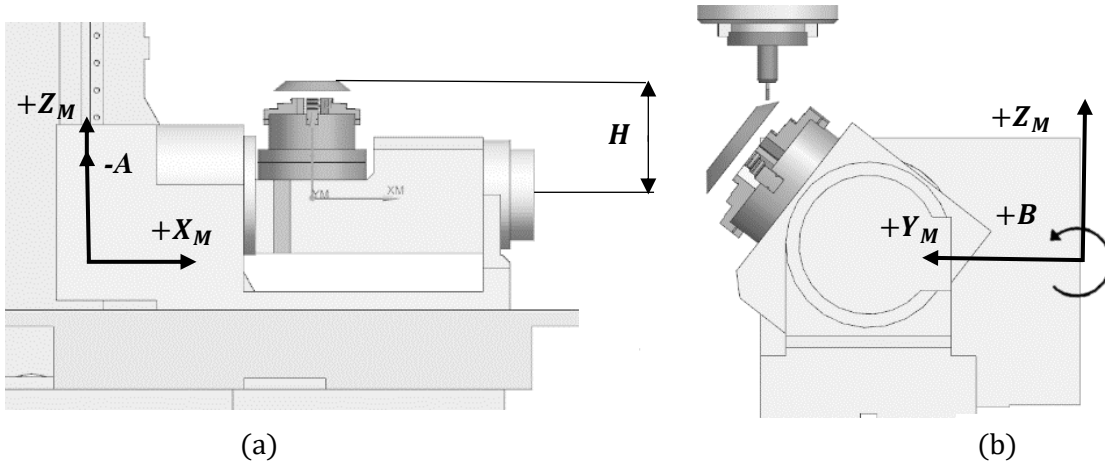


Figure 3. Máquina virtual

El sistema coordenado $\mathbf{u}_L - \mathbf{v}_{L2} - \mathbf{n}_L$, mostrado en la Figure 5, está asociado a un punto PI cualquiera sobre la superficie del flanco del diente del engranaje y se establece al derivar la ecuación de la superficie L (2) con respecto a sus parámetros U_L y V_L , según (3). Los vectores \mathbf{u}_L y \mathbf{v}_L obtenidos son tangentes a la superficie y su producto cruz (4) genera el vector normal a la superficie \mathbf{n}_L . Con estos tres vectores linealmente independientes es posible obtener un sistema coordenado ortonormal en PI . Debido a que los vectores \mathbf{u}_L y \mathbf{v}_L no son ortogonales, se realiza el producto cruz (5) entre los vectores \mathbf{u}_L y \mathbf{n}_L , para obtener el vector \mathbf{v}_{L2} , contenido en el plano tangente definido por \mathbf{u}_L y \mathbf{v}_L . Se aclara que el sistema ortonormal se puede obtener al realizar el producto cruz entre el vector \mathbf{n}_L y cualquiera de los dos vectores tangentes a la superficie. Se decide utilizar \mathbf{u}_L puesto que se empleará para generar la trayectoria de la herramienta.

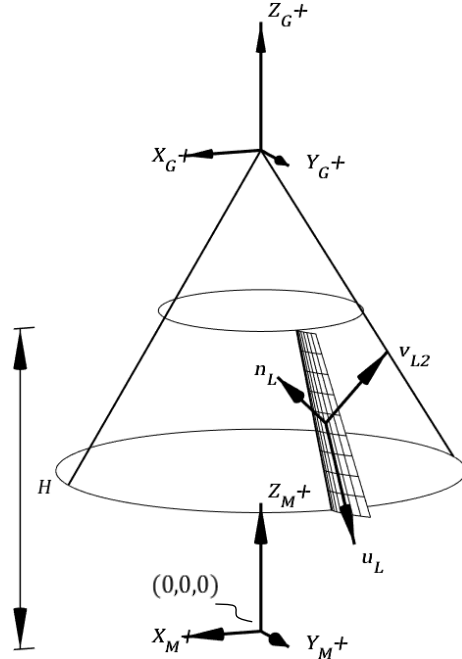


Figure 4. *Sistemas coordenados de referencia.*

$$\mathbf{U}_L = \frac{\partial \mathbf{r}_L}{\partial U_L} ; \mathbf{V}_L = \frac{\partial \mathbf{r}_L}{\partial V_L} ; \quad \mathbf{u}_L = \frac{\mathbf{U}_L}{|\mathbf{U}_L|} ; \quad \mathbf{v}_L = \frac{\mathbf{V}_L}{|\mathbf{V}_L|} \quad (3)$$

$$\mathbf{n}_L = \mathbf{u}_L \times \mathbf{v}_L ; \quad (4)$$

$$\mathbf{v}_{L2} = \mathbf{n}_L \times \mathbf{u}_L \quad (5)$$

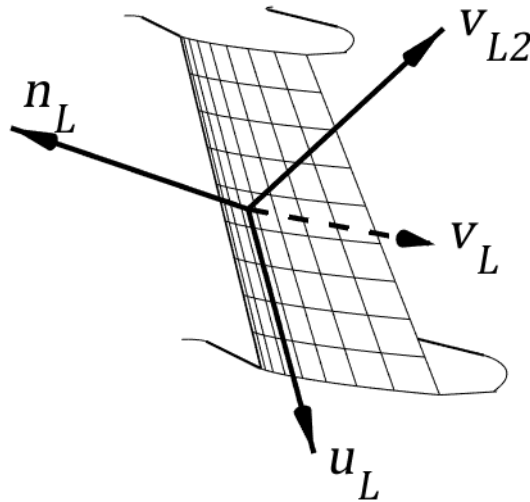


Figure 5. *Sistema coordenado ortonormal en P1*

2.3 Trajectory generation

Para el proceso de acabado de la involuta se utilizó una fresa cilíndrica marca ISCAR® de 4 filos de corte, hélice de 30°, 5 mm de diámetro y 0.8 mm de radio. Se utilizó una velocidad de corte de 55 m min⁻¹ y un

avance por diente de 0.02 mm/tooth. El eje de la herramienta se alineó con el vector \mathbf{v}_{L2} y se desplazó una distancia equivalente al radio de la herramienta en la dirección del vector normal a la superficie \mathbf{n}_L , con el fin de garantizar la tangencia del canto de la herramienta con la superficie del diente y así evitar interferencias, como se muestra en la Figure 6. Para la generación de la trayectoria de la herramienta se discretizó en diez partes la involuta del diente del engranaje por medio del parámetro V_L . Figure 7b

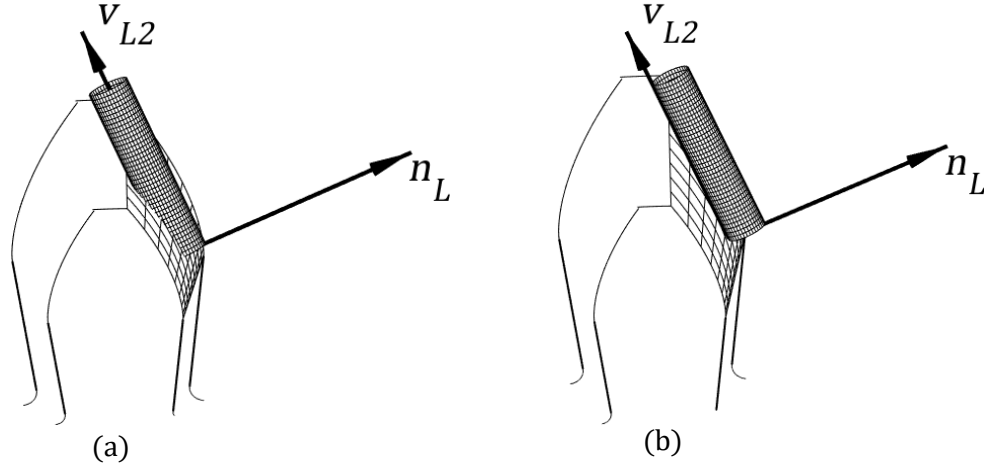


Figure 6. Posicionamiento de la herramienta con respecto al sistema coordenado $\mathbf{u}_L - \mathbf{v}_{L2} - \mathbf{n}_L$

De acuerdo con (7), se desplazó el eje de la herramienta sobre el vector \mathbf{n}_L , una distancia igual al radio de la herramienta ($Dhta/2$) y luego se calcularon dos puntos en la dirección del vector \mathbf{u}_L (P_{hta1} y P_{hta2}), los cuales se obtuvieron al sumar y restar un vector de magnitud x y un vector de magnitud y en la dirección de \mathbf{u}_L al vector que determina la posición del punto PI (\mathbf{r}_{P1}). De esta manera se generó la trayectoria que debe recorrer la herramienta para realizar el corte deseado. Las distancias x e y se definen como la longitud del diente del engranaje (Figure 1) más una distancia igual al radio de la herramienta, para garantizar que los puntos de entrada y salida no interfieran con la superficie, ni que ocurra una colisión durante el proceso de maquinado (Figure 7b).

$$\mathbf{P}_{hta1} = \mathbf{r}_{P1} - x * \mathbf{u}_L + \frac{Dhta}{2} * \mathbf{n}_L ; \mathbf{P}_{hta2} = \mathbf{r}_{P1} + y * \mathbf{u}_L + \frac{Dhta}{2} * \mathbf{n}_L \quad (7)$$

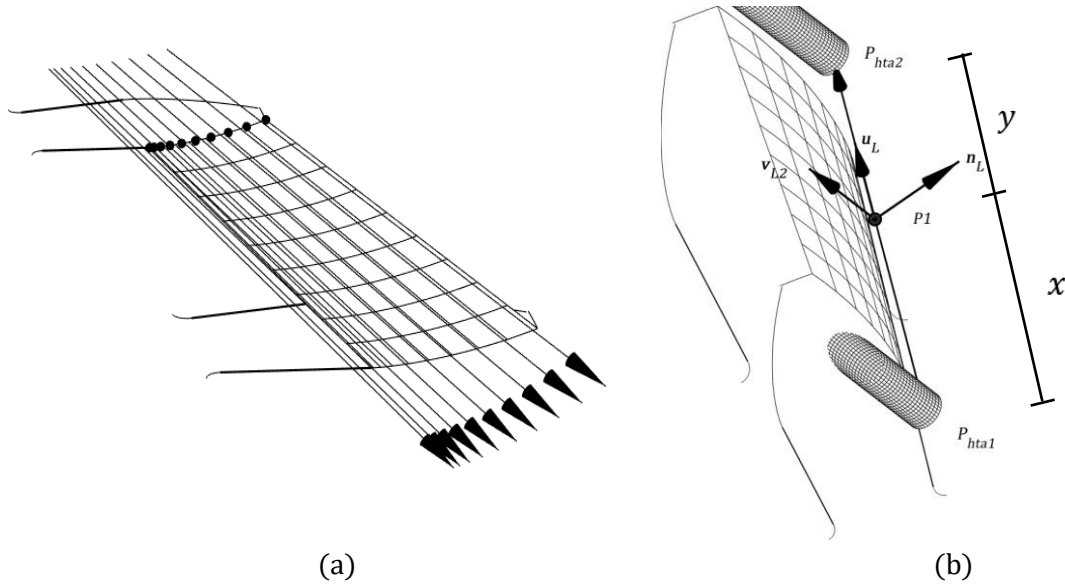


Figure 7. Trayectorias para la generación del flanco del diente del engranaje

2.4 Transformación de las trayectorias al sistema coordenado de la máquina

Considerando que la máquina herramienta disponible para el proceso de fabricación es un centro de mecanizado vertical, el eje de la herramienta, orientado a lo largo del vector \mathbf{v}_{L2} en el proceso de generación de trayectorias, debe ser alineado con el eje Z_M del sistema coordenado de la máquina (Figure 4). Para llevar a cabo este proceso, se calcula la proyección de \mathbf{v}_{L2} sobre el plano $X_M - Y_M$ utilizando (8) y se calcula el ángulo θ_1 entre la proyección y el eje Y_M por medio de (9), como se muestra en la Figure 8 y 9. Al girar el eje A de la máquina el ángulo calculado, en torno al eje Z_M , el vector \mathbf{v}_{L2} se ubica coplanar al plano $Y_M - Z_M$. Una segunda rotación del eje B, en torno al eje X_M , ubicará el vector \mathbf{v}_{L2} colineal al eje Z_M . Por medio de (12) se calcula el ángulo θ_2 entre \mathbf{v}_{L2} y el vector Z_M (Figure 10a).

$$\mathbf{v}_{L2xy} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{L2x} \\ \mathbf{v}_{L2y} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

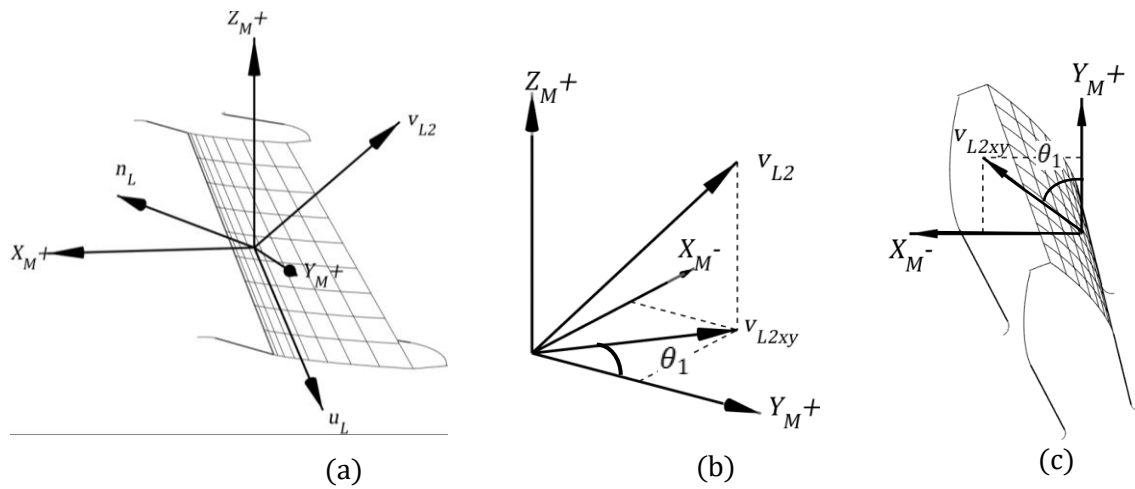


Figure 8. Sistemas coordenados en el punto P1

$$\theta_1 = \cos^{-1} \left(\frac{v_{L2y}}{|v_{L2xy}|} \right); R_Z = \begin{bmatrix} \cos(-\theta_1) & -\sin(-\theta_1) & 0 \\ \sin(-\theta_1) & \cos(-\theta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$v_{L2} = R_Z * v_{L2} \quad (10)$$

Con ayuda de la matriz de transformación (10) se efectúan las rotaciones previamente calculadas (11) y se obtiene el nuevo vector v_{L2} . Figure 9.

En este caso, ambas direcciones coinciden, el sentido positivo para el sistema cartesiano, es el mismo que para el eje B de rotación de la máquina. Figure 10.

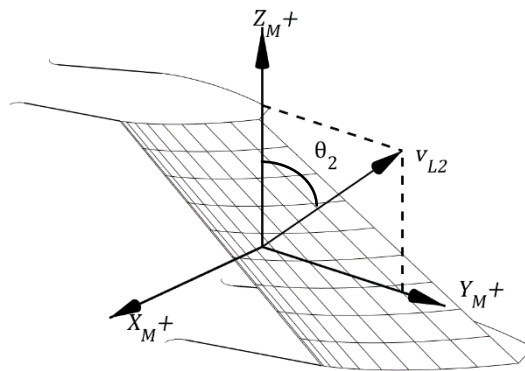


Figure 9. Rotación con respecto a X_M

$$\theta_2 = \cos^{-1}\left(\frac{v_{L2z}}{|v_{L2}|}\right); R_X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) \\ 0 & \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$v_{L2} = R_X * v_{L2} \quad (12)$$

Haciendo uso de la matriz de transformación correspondiente (13), se efectúa la rotación para lograr que la herramienta quede posicionada de manera vertical (14), tal como en el centro de mecanizado.

Generación de la trayectoria final (con las rotaciones)

Una vez que el vector v_{L2} coincide con el eje Z_M , se aplican las rotaciones previamente calculadas (15), en el mismo orden, a los puntos que determinan la trayectoria de la herramienta P_{hta1} y P_{hta2} . Después de que se calculó la transformación de los puntos, se rota la geometría en ambos ejes y como se muestra en la Figure 11, la herramienta queda orientada verticalmente respecto a la superficie.

$$P_{hta1rot} = R_X * (R_Z * P_{hta1}) ; P_{hta2rot} = R_X * (R_Z * P_{hta2}) \quad (13)$$

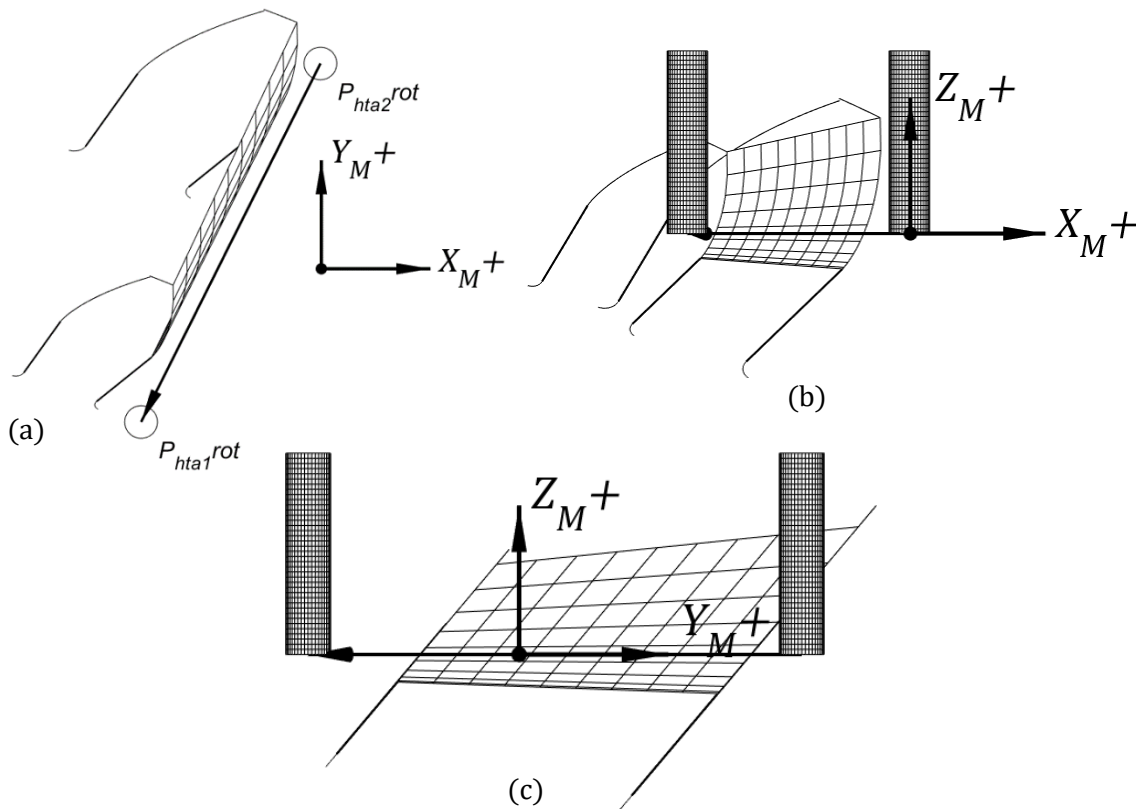


Figure 10. Flanco del diente del engranaje después de las rotaciones

3. RESULTADOS

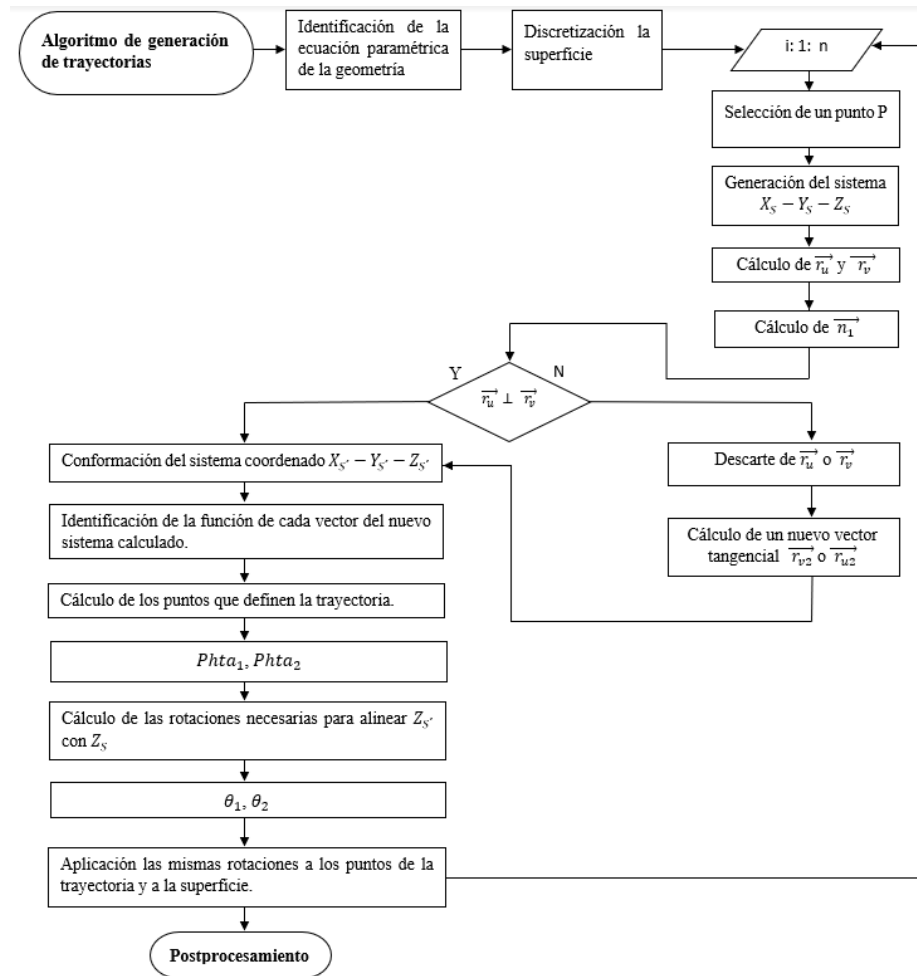


Figure 11. Algoritmo de generación de trayectorias

Para la generación del algoritmo se tuvo en cuenta la maquina y herramienta a ser utilizadas para la fabricación de la geometría, ya que sus capacidades tecnológicas influyen la manera que se abordó el problema. Figure 11.

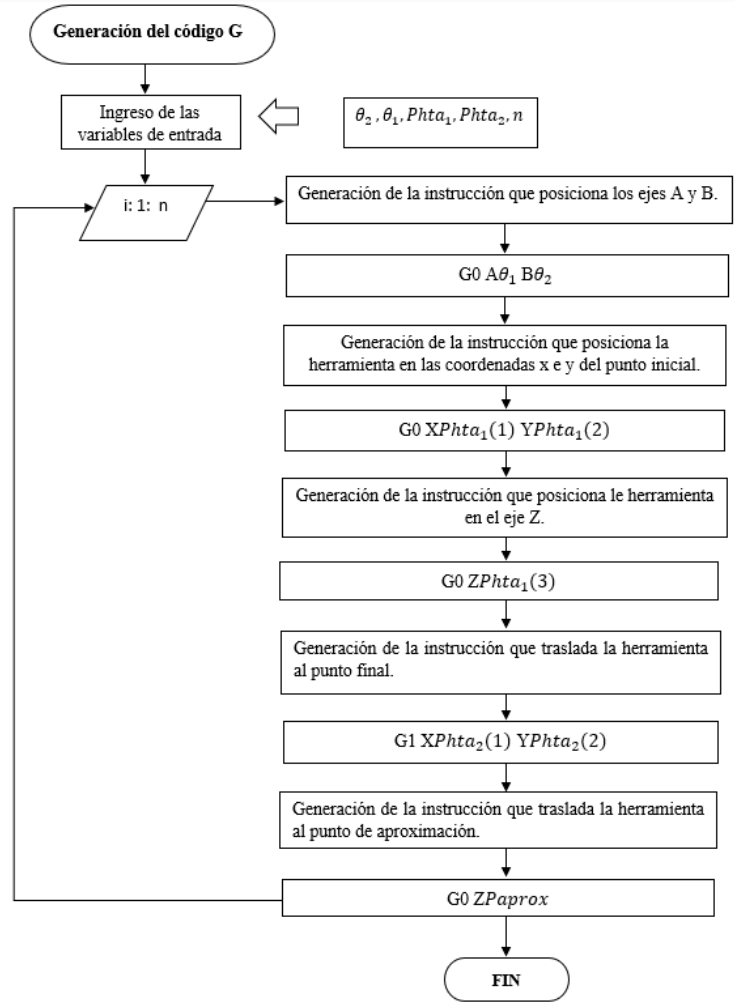


Figure 12. Algoritmo de postprocesamiento

Una vez que las trayectorias han sido generadas, se utilizó el siguiente algoritmo de postprocesamiento implementado en Matlab, para la generación del código G. Figure 12.

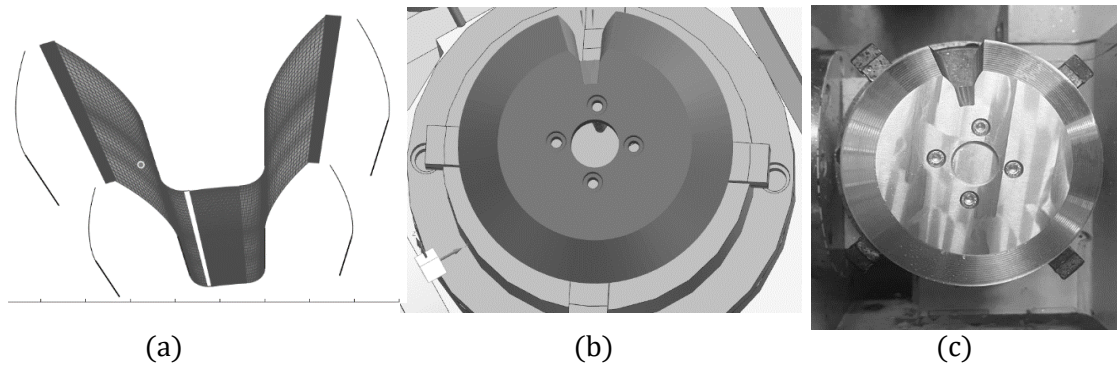


Figure 13. Diente del engranaje

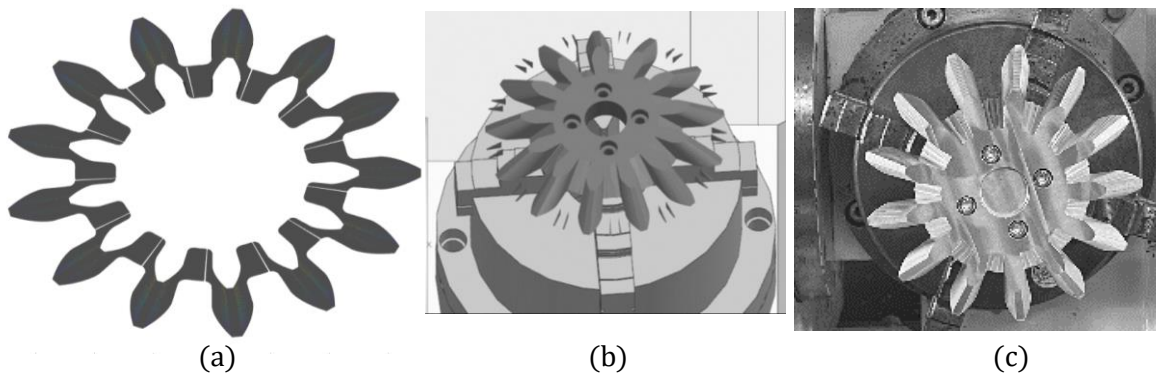


Figure 14. Engranaje

4. DISCUSIÓN

Para las pequeñas empresas es importante alcanzar unos niveles de precisión que les permitan ser competitivas en la industria, sin embargo, las herramientas que son utilizadas con mayor frecuencia (fresas modulares) no permiten cumplir dicho objetivo, debido a esto es importante estudiar alternativas que logren solucionar dicha problemática. Los métodos convencionales requieren de una inversión considerable para la obtención de varios tipos de maquinaria especial y herramientas de corte dedicadas solamente a un número limitado de clases de engranajes en cuanto a tamaño y geometría. [10]. Una maquina cnc de 5 ejes es una buena elección para fabricar pequeños o medianos lotes de engranajes porque es menos costoso y más flexible que una maquina especializada. [11].

La principal ventaja que presenta este proyecto es que no se tuvo que hacer uso de software cad-cam de manera directa para la fabricación del engranaje, esto es importante si se tiene en cuenta que las licencias de dichos softwares representan un costo elevado. Aunque varios paquetes comerciales como Delcam, Edgecam, NCcam etc. son usados para generar códigos NC desde un modelo 3d y estos son enviados directamente a una máquina CNC a través de una red para fabricar el engranaje, el usuario no tiene control sobre la superficie producida, ya que no tiene acceso al código que la genera. Por lo tanto, se puede concluir que solo el tipo de engranaje que ha sido modelado puede ser manufacturado con la técnica CAD/CAM. Por otro lado, el método interactivo de generación de engranajes tiene tres ventajas diferentes. Primero, se pueden producir engranajes de distintas especificaciones desde el mismo programa simplemente modificando algunos datos. Un solo programa macro es capaz de generar desde pequeños engranajes hasta uno muy grande. [12]. La programación paramétrica en un lenguaje de alto nivel implica llevar a cabo cálculos de ingeniería, aprovechando de manera completa sus posibilidades para generar el código de control de la máquina CNC. Esto es usualmente difícil (Los cálculos pueden llegar a ser complejos), pero las capacidades de este tipo de programación son mayores. Los recursos disponibles, las ventajas que ofrece dicho enfoque, la habilidad de generar código para varios tipos de máquina y la posibilidad de llevar a cabo cálculos complicados pueden ser utilizados para fabricar partes geoméricamente más avanzadas. [13].

5. CONCLUSIONES

- Se desarrolló una metodología que permite fabricar geometrías a partir de sus ecuaciones paramétricas sin necesidad de utilizar máquinas-herramientas especializadas –con herramienta estándar-.
- Se logró una mayor comprensión de lo que sucede en un software CAM al momento de ser utilizado para la generación y posterior fabricación de una superficie.
- La técnica de generación de trayectorias utilizada demostró flexibilidad para ser aplicada a otro tipo de engranajes y geometrías en general, lo que es de gran utilidad si se tiene en cuenta que en algunos casos se requieren bajos niveles de producción y nuevos desarrollos.

6. REFERENCIAS

- [1] Batsch, M. (2020). Mathematical model and tooth contact analysis of convexo-concave helical bevel Novikov gear mesh. *Mechanism and Machine Theory*, 149.
<https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2020.103842>
- [2] C. Özel, A. Ian, and L. Özler, “An investigation on manufacturing of the straight bevel gear using end mill by CMC milling machine,” *J. Manuf. Sci. Eng. Trans. ASME*, vol. 127, no. 3, pp. 503–511, 2005, doi: 10.1115/1.1863256.
- [3] van Tuong, N. (2018). Manufacturing method of spiral bevel gears based on CAD/CAM and 3-axis machining center. *MM Science Journal*, 2018(June), 2401–2405.
https://doi.org/10.17973/MMSJ.2018_06_2017113
- [4] Fernando sierra ibáñez (2006). sistematización de fresadora de piñón recto bevel gears,” *gear technol.*, vol. 9, no. 5, pp. 22–27, 1992.
- [5] D. Wiener, “CNC technology and the system-independent manufacture of spiral bevel gears,” *Gear Technol.*, vol. 9, no. 5, pp. 22–27, 1992.
- [6] Bosetti, P., & Bertolazzi, E. (2014). Feed-rate and trajectory optimization for CNC machine tools. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 30(6), 667–677.
<https://doi.org/10.1016/j.rcim.2014.03.009>
- [7] D. Wiener, “CNC technology and the system-independent manufacture of spiral bevel gears,” *Gear Technol.*, vol. 9, no. 5, pp. 22–27, 1992.
- [8] Zhang, Q., Li, S., & Guo, J. (2012). Smooth time-optimal tool trajectory generation for CNC manufacturing systems. *Journal of Manufacturing Systems*, 31(3), 280–287.
<https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2012.06.001>
- [9] Radzevich, S. P. (n.d.). *Theory of GEARING Kinematics, Geometry, and Synthesis*.
www.taylorandfrancisgroup.com
- [10] Suh, S. H., Jih, W. S., Hong, H. D., & Chung, D. H. (2001). Sculptured surface machining of spiral bevel gears with CNC milling. In *International Journal of Machine Tools & Manufacture* (Vol. 41).
- [11] Shih, Y. P., Sun, Z. H., & Wu, F. C. (2018). A disk tool cutting method for bevel gear manufacture on a five-axis machine. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 94(1–4), 855–865.
<https://doi.org/10.1007/s00170-017-0918-5>
- [12] Mandal, N. K., Singh, N. K., & Kumar, U. C. (2016). Interactive Spur Gear Generation Using Parametric Programming with CNC End Milling (Vol. 6, Issue 22). www.aeuso.org

[13] Golebski, R. (2017). Parametric programming of cnc machine tools. *Matec Web of Conferences*.
<https://doi.org/10.1051/matecconf/20179407004>