

**APORTES DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN LA PROPUESTA DE
INVESTIGACIÓN FORMATIVA EN EDUCACIÓN SUPERIOR, UN ESTUDIO
DE CASO**

YEIMY JULIETH MORENO JIMÉNEZ

**UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
VICERRECTORÍA DE UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
2016**

**APORTES DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN LA PROPUESTA DE
INVESTIGACIÓN FORMATIVA EN EDUCACIÓN SUPERIOR, UN ESTUDIO
DE CASO**

YEIMY JULIETH MORENO JIMÉNEZ

Trabajo de grado para optar al título de Magíster en Educación

**Directora
Luz Adriana Albornoz
Magíster en Desarrollo Educativo y Social, Ciencias humanas
Licenciada en ciencias sociales**

**UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
VICERRECTORÍA DE UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
2016**

Nota de aceptación

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del presidente del jurado

Bogotá, día de agosto de 2016

DEDICATORIA

A Dios mi fundamento de vida y de amor.

A mi madre que con su ejemplo y entrega me ha enseñado a triunfar.

A Javier por caminar a mi lado y construir un proyecto de vida lleno de amor
y sabiduría.

A Ana María, mi dulce inspiración, que me enseña a amar sin medida.

A Marcela, a quien quiero con el corazón.

A mi familia que con su silencio me impulsa en todos mis proyectos.

AGRADECIMIENTOS

A la profesora Luz Adriana Albornoz, directora del presente trabajo, por acompañar el desarrollo de esta investigación, por sus valiosos aportes y por mantenerme firme en este último esfuerzo realizado.

A los miembros de la Maestría en Educación, especialmente al equipo docente por sus excelentes aportes para mi formación.

A la Corporación Unificada Nacional de Educación Superior – CUN- por ser fuente de apoyo para la realización de este proyecto, particularmente al vicerrector académico – Javier Duván Amado Acosta.

A todos aquellos que desde su saber y experiencia aportaron en la construcción de este proyecto de investigación.

A tantos amigos y amigas que presentaron su constante ayuda y me impulsaron a acabar este proyecto.

A todos, infinitas gracias

Advertencia de la Universidad

La Universidad no es responsable por los conceptos expresados en el presente trabajo.

RAE

CÓDIGO: 2016
AUTOR: MORENO JIMÉNEZ, Yeimy Julieth
TÍTULO DEL DOCUMENTO: Aportes del pensamiento matemático en la propuesta de investigación formativa en educación superior, un estudio de caso.
DATOS DE EDICIÓN: Sin Editar.
UNIDAD PATROCINANTE: Universidad Santo Tomás
PALABRAS CLAVE: Pensamiento matemático, investigación formativa.
DESCRIPCIÓN: Informe final de investigación
CONTENIDO: El objetivo general del proyecto propende por la caracterización de los procesos del pensamiento matemático que inciden-aportan en la propuesta de Investigación Formativa de los estudiantes de la Corporación Unificada Nacional de Educación Superior – CUN. Para lograrlo, se enunciaron tres objetivos específicos: - Identificar los procesos de pensamiento matemático en la propuesta curricular de Ciencias Básicas de la CUN; - Identificar los rasgos de investigación en la propuesta de Investigación Formativa; y finalmente, - Identificar los procesos de pensamiento matemático que inciden en la propuesta de investigación formativa de la Institución. El presente documento, está estructurado en tres capítulos, en el primero se muestra la importancia de hacer un estudio relacionado con el desarrollo del pensamiento matemático en la Educación Superior y su incidencia con la Investigación Formativa. La ruta de lectura que sustenta este proyecto de investigación, se describe en el capítulo II, donde se representan los referentes teóricos que le dan cuerpo al presente trabajo, cuyo enfoque interpretativo sobre el desarrollo del pensamiento matemático frente a la investigación formativa en la Institución seleccionada, hace que el capítulo se centre en la aproximación teórica que permite la identificación de las categorías del desarrollo del pensamiento matemático que aportan a la investigación formativa de los estudiantes de educación superior de la institución seleccionada, permitiendo dar soporte a los procesos metodológicos abordados en el capítulo III. Estos procesos parten de un estudio de carácter cualitativo con un diseño metodológico de estudio de caso, que incluyen docentes y estudiantes de la Corporación Unificada Nacional de Educación Superior - CUN de la ciudad de

Bogotá, donde se pretende caracterizar los procesos de pensamiento matemático presentes en la propuesta de investigación formativa de la Institución, cuya conformación y análisis de resultados permiten identificar los aportes de los procesos de pensamiento matemático, tanto elementales como avanzados, desde los procesos de enseñanza y aprendizaje, tal como se describe en el capítulo IV.

METODOLOGÍA: La presente investigación se inscribe dentro de un enfoque cualitativo desde aproximaciones hermenéuticas de los resultados, pues busca especificar las características en que se desarrolla el pensamiento matemático en la propuesta de investigación formativa de los estudiantes de la Corporación Unificada Nacional – CUN - de la ciudad de Bogotá, desde la perspectiva de la formación investigativa, entendida como aquel proceso de enseñanza-aprendizaje directamente ligado al currículo (diseño curricular)

Es así como el tema inicialmente considerado, se torna objeto de estudio, dado el origen de la necesidad social, centrada en la construcción de una cultura de investigación dentro del sistema de educación superior colombiano; se propone entonces, caracterizar los procesos de desarrollo del pensamiento matemático que puedan desarrollar, relacionar, buscar, organizar, reorganizar, transformar y emplear creativamente la información, con diferentes fines y representaciones en la investigación formativa; desde un paradigma claramente interpretativo de corte hermenéutico – descriptivo, dadas las características de construcción social implicadas en el objeto de estudio y que a su vez lo constituyen, por lo que se requiere una mirada de análisis e interpretación de las relaciones y significados asignados en los procesos de pensamiento matemático que inciden en la investigación formativa.

Por tanto, se debe señalar que la presente investigación se adapta un diseño de estudio de caso, acorde con lo propuesto por Yin (1989) citado por Monge (2010) el cual que refiere “una investigación empírica que estudia un fenómeno contemporáneo dentro de su contexto real, cuando las fronteras entre el fenómeno y el contexto no son evidentes, y en las que se utilizan múltiples fuentes de evidencia” (p.36).

Teniendo en cuenta los objetivos de investigación, se aplicó el caso de estudio como método del presente proyecto, donde la institución educativa es el caso abordado que resulta significativo para dar cuenta del problema investigado. Se ha seleccionado este caso único para el estudio de tipo descriptivo, pues se pretende explorar a profundidad una realidad concreta a la luz del problema de investigación, relacionando la experiencia individual con los procesos sociales.

En este sentido, se establecieron tres fases de investigación:

- 1) Revisión documental donde se analizaron los syllabus del área de Ciencias Básicas para identificar los procesos de pensamiento matemático en su propuesta curricular y los syllabus del área de investigación para identificar los rasgos de investigación presentes en su propuesta curricular.
- 2) Discusión con grupos de focales para estudiar a profundidad lo que estaba ocurriendo en las clases del área de matemáticas y de investigación, a través de cuatro grupos: i). docentes de Ciencias Básicas transversales a todos los programas; ii). Docentes de asignaturas de matemáticas avanzadas; iii). Docentes de investigación; iv). Estudiantes de la Institución.
- 3) Análisis de resultados donde se estableció una matriz para identificar los procesos del pensamiento matemático, encontrados en las dos fases anteriores, que aportan a la investigación formativa de la Corporación Unificada Nacional – CUN - dentro de los programas de pregrado.

FUENTES: Ochenta (81) fuentes documentales.

Albornoz, M., & López, J. (2011). *Ciencia, tecnología y universidad en Iberoamericana* (Aires: Eud). Retrieved from <http://digital.csic.es/handle/10261/35307>

Amestoy de Sánchez, M. (1991). *Desarrollo de habilidades del pensamiento: procesos básicos del pensamiento* (Trillas: I). México.

Amestoy de Sánchez, M. (1992). *Desarrollo de habilidades del pensamiento: razonamiento verbal y solución de problemas* (Trillas). México.

Amestoy de Sánchez, M. (2002a). La Investigación Sobre El Desarrollo Y La Enseñanza De Las Habilidades De Pensamiento. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 4(1), 129. Retrieved from <http://148.215.1.166:89/redalyc/pdf/155/15504108.pdf>

Amestoy de Sánchez, M. (2002b). La investigación sobre el desarrollo y la enseñanza de las habilidades de pensamiento Research on the Development and Teaching of Thinking Skills. *Thinking*, 4, 1–32.

Azcárate, C. (n.d.). Acerca de los procesos de pensamiento matemático avanzado. *Educación*, 235 – 404.

Badillo, E., Azcárate, C., & Font, V. (2011). Análisis de los niveles de comprensión de los objetos $f(a)$ y $f'(x)$ en profesores de matemáticas. *Enseñanza de Las Ciencias: Revista de ...*, 29(x), 191–206. Retrieved from <http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewArticle/243832/0>

- Beltrán, L. (2011). Fundamentos epistemológicos de la investigación formativa. In *Investigación formativa proyecto de aula* (Sello edit, pp. 171–185). Medellín.
- Bermúdez, E. (2013). Una didáctica de la matemática para la investigación en pensamiento matemático avanzado. *Atenas, Revista Científico Pedagógica*, 3, Núm. 23. Retrieved from <http://atenas.mes.edu.cu/index.php/atenas/article/view/76/html>
- Bernardo, R. G. (2002). Conceptos y aplicaciones de la investigación formativa, y criterios para evaluar la investigación científica en sentido estricto. *Documento CNA*. ([http://www. Cna. Gov. Co](http://www.Cna.Gov.Co)). Retrieved from <http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:Conceptos+y+Aplicaciones+de+la+Investigaci?n+Formativa+,+y+Criterios+para+Evaluar+la+Investigaci?n+cient?fica+en+sentido+estricto+.#0\http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=inti>
- Cantoral, R. (2001). Enseñanza de la matemática en la Educación Superior, 3–27.
- Cantoral, R., & Carrillo, J. (2015). Avances y realidades de la educación matemática (Primera ed, p. 183). España.
- Cantoral, R., & Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilon*, 42(3), 854–856.
- Cerda Gutierrez, H., & León Méndez, A. (2006). *Formación Investigativa en la educación superior colombiana* (Univeersid). Medellín, Colombia.
- Cerda, H. (2011). *La investigación fomartiva en el aula. La pedagogía como investigación* (Editorial). Bogotá, D.C.
- Coller, X. (2015). *Cuadernos Metodológicos. Estduio de casos*. (Centro de). Madrid.
- Constitución Política De Colombia. Constitución Política De Colombia (1991). Retrieved from http://www.unesco.org/culture/natlaws/media/pdf/colombia/colombia_constitucion_politica_1991_spa_orof.pdf
- Corbalán, F., & Deulofeu, J. (1996). Polya un clásiso en resolución de problemas. *SUMA*, 22, 103–107. Retrieved from

<http://revistasuma.es/IMG/pdf/22/103-107.pdf>

Cruz, C. (2006). Desarrollo del pensamiento matemático y estratégico. In *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Un reporte Iberoamericano*. Clame (Ediciones , pp. 533–554). México.

Diez, E. (2006). *Evaluación de la Cultura Institucional en educación. Un enfoque Cualitativo Teórico- práctico* (Arrayán). Chile.

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. *Advanced Mathematical Thinking*. http://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_7

Edwards, B., Dubinsky, E., & McDonald, M. (2005). Advanced Mathematical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(1), 15–25. http://doi.org/10.1207/s15327833mtl0701_2

Educación matemática e historia. (2016). GrupLac – Grupo de Investigación. Disponible en: <http://scienti.colciencias.gov.co:8080/gruplac/jsp/visualiza/visualizagr.jsp?nro=00000000008137>

Font, V. (2008). Enseñanza de las matemáticas. Tendencias y perspectivas. In *Enseñanza de las matemáticas* (pp. 21 – 62).

Galeano, M. E. (2012). *Estrategias de investigación social cualitativa* (La Carreta). Medellín.

Gallego, G. (2012). *La Enseñanza del Saber Matemático en la Universidad* (Universida). Pereira.

Galvis, P., Acosta, E., Rubio, E., Giorgi, R., & Ospina, L. (2010). *Guía para el proceso de investigación formativa* (Universida). Bogotá, D.C.

Garbin, S. (2005). ¿ Cómo piensan los alumnos entre 16 y 20 años el infinito? La influencia de los modelos, las representaciones y los lenguajes matemáticos. ... *Latinoamericana de Investigación En Matemática ...*, 8, 169–193. Retrieved from <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/335/33580205.pdf>

Gardner, H. (1994). *Estructuras de la mente. La Teoría de Las Inteligencias Múltiples. Estructuras de la Mente. La Teoría de Las Inteligencias Múltiples*. Retrieved from http://educreate.iacat.com/Maestros/Howard_Gardner_-

_Estructuras_de_la_mente.pdf

- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2007). The Onto-Semiotic Approach to Research in Mathematics. *ZDM. The International Journal on Mathematics Educations*, 39((1-2)), 127–135.
- Gómez, I. (2010). Ciencia Cognitiva, Teoría de la Mente y autismo. *Pensamiento Psicológico*, 8(15), 113–123. Retrieved from <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=80115648010>
- Gómez, I. M. (2009). Actitudes matemáticas: propuestas para la transición del bachillerato a la universidad. *Educación Matemática*, 21, num3, 5–32. Retrieved from http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262009000300002&lang=pt
- Grondin, J. (2008). *¿Qué es la hermenéutica?* (Herder). España.
- Gutiérrez, B., & Cintas, G. (2004). La Estadística en la Educación Superior ¿ Formamos Pensamiento Estadístico? *Ingeniería Y Competitividad*, 5(2), 84–90. Retrieved from <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/10893/1562/1/Rev.Ing.yCompetitividadVol5,No2,P.84-90,2004.pdf>
- Halford, G. (2008). El desarrollo de la inteligencia incluye la capacidad de procesar relaciones de mayor complejidad. In *Desarrollo de la inteligencia* (Oxford Uni, pp. 223–248). México.
- Hernández, S., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación* (Sexta Edic). México.
- lafrancesco, G. (2011). *Pedagogía del cuidado* (CORIPET). Bogotá, D.C.
- Jaramillo, C., & Ceballos, L. (2012). La noción de convergencia de una serie desde la óptica del modelo de Van Hiele, *VII*, 141–148.
- Kohler, J. (2009). ASOCIADO A LAS HABILIDADES INTELECTUALES Y LAS ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE DE.
- Labinowicz, E. (1982). *Introducción a Piaget: Pensamiento, aprendizaje, enseñanza* (Fondo Educ). Wilmington, Delaware.
- Lakatos, I. (1978). *La metodología de los programas de investigación científica*

(Alianza Ed). Madrid, España.

Landazábal, D., Pineda, E., Páez, D., Téllez, F., & Ortiz, F. (2010). FORMATIVA Y COMPETENCIAS DE INVESTIGACIÓN, 137–152.

López, E. (2005). *El lenguaje y el aprendizaje de las matemáticas. Un estudio desde la teoría de Chomsky.*

Marín, J. D. (2012). *La investigación en educación y pedagogía.* (M. P. Godoy, Ed.) (Universida). Bogotá, D.C.

Mario, C., Galeano, H., Matiz, J. L., Jefa, P., Estudiantil, D. D., Marcela, L., ... Morin, E. (2004). Caracterización de las metodologías utilizadas en la enseñanza del cálculo en la Universidad EAFIT, 40(133), 47–59.

Márquez, P. (2014). *Cómo desarrollar habilidades de pensamiento* (Ediciones). Bogotá, D.C.

Mason, J. (1996). Pensamiento Matemático Avanzado. *Revista EMA*, 2, 59–68. Retrieved from <http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:RESE?AS+Y+RES?MENES#0\nhttp://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:Pensamiento+Matem?tico+Avanzado#2>

Medica, N. (2008). La ciencia cognitiva y el estudio de la mente. *Revista IIPSI*, XI, 183–198.

Mercedes, M., Amblard, S., & Cartechini, S. (2012). Bleichmar, Gardner y Piaget. Apreciaciones sobre la inteligencia. *Cuaderno de Investigaciones*, 7.

Ministerio de Educación Nacional. (2009). *Las competencias en la Educación Superior. Igarss 2014 2014.*

Monge, E. C. (2010). El estudio de casos como metodología de investigación y su importancia en la dirección y administración de empresas, 1(2), 31–54.

Monge, J. (2011). Visualización del conocimiento en la enseñanza-aprendizaje del cálculo diferencial. In *Conferencia Interoamericana de Educación Matemática CIAEM* (p. 12).

Morales, L. (2013). *El cálculo mental como estrategia para potenciar las habilidades matemáticas en niños de primer grado de primaria.* *Journal of*

Chemical Information and Modeling.

ONU. Declaración Universal de Derechos Humanos (1948).

Parra, C. (2001). *La comprensión lectora como estrategia y el título como herramienta reveladora del contenido de la interpretación. Cuarto congreso Chileno de antropología.* Santiago de Chile.

Pérez, P., & Campillo, P. (1998). La Noción de Continuidad desde la Optica de los Niveles de van Hiele, *1*(1), 69–80.

Quesada, A. (2008). Sobre la enseñanza de límites. In *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Un reporte Iberoamericano.* Clame (Ediciones , pp. 801–822). México.

Quintero, C., Villalobos, F., & Luque, D. (2012). Desarrollo de competencias investigativas básicas mediante el aprendizaje basado en proyectos como estrategia de enseñanza, 29–49.

Ramírez, J., Azcárate, C., & Manya, F. (2000). La teoría de APOE y su aplicación en la traducción de enunciados del lenguaje natural al lenguaje de la lógica de primer orden. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *17*, 313–318.

Rasmussen, C., Zandieh, M., King, K., & Teppo, A. (2005). Advancing Mathematical Activity: A Practice-Oriented View of Advanced Mathematical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, *7*(1), 51–73. http://doi.org/10.1207/s15327833mtl0701_4

Rasmussen, C., Zandieh, M., King, K., & Teppo, A. (2009). Advancing Mathematical Activity: A Practice-Oriented View of Advanced Mathematical Thinking. *Mathematical Thinking And Learning*, *7*(1), 37–41. <http://doi.org/10.1207/s15327833mtl0701>

Restrepo, B. (2003). Investigación formativa e investigación productiva de conocimiento en la universidad. *Nómadas*, 195–202. Retrieved from <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3991803&info=resumen&idioma=ENG>

Restrepo, B. (2004a). Formación Investigativa e investigación formativa. Aceptaciones y Operacionalización de esta última, 1–19.

- Restrepo, B. (2004b). La investigación-acción educativa y la construcción de saber pedagógico. *Redalyc, Núm. 7*(0123-1294), 45–55. Retrieved from http://www.digital.ciecas.ipn.mx/docs_innova/pdfs/u4_3_inv_acc_educativa.pdf
- Restrepo, B. (2009). Investigación de aula: formas y actores. *Revista Educación Y Pedagogía*, 21(53), 103–112. Retrieved from <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3075322>
- Rievere, A., & Nuñez, M. (1996). *La mirada de la mente* (AIQUE). Buenos Aires.
- Ruesga, P., & Orozco, M. (2006). Pensamiento Lógico en Estudiantes Universitarios de Alto y Bajo Rendimiento en Matemáticas, VII, 47–68.
- Ruiz, A. (2004). Texto, testimonio y metatexto. El análisis de contenido en la investigación en educación. In *La práctica investigativa en ciencias sociales* (Fondo Edit, p. 158). Bogotá, D.C.
- Sánchez, J., & Fernández, B. (2003). *La enseñanza de la matemática. Fundamentos teóricos y bases psicopedagógicas* (Editorial). Alcalá, Madrid.
- Sánchez, M., & Vega, J. (2003). Algunos aspectos teórico-conceptuales sobre el análisis documental y el análisis de información., 34(2), 49–61.
- Sandoval, C. (1996). *Investigación cualitativa* (ARFO Edito). Bogotá.
- Sarmiento, A., & Sánchez Quinzá, J. M. (2009). Algunas cuestiones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en los estudios de económicas y empresariales, 1–11.
- Silvestri, A. (2002). Funciones psicológicas y adquisición discursivas en Propuesta Educativa. *FLACSO Argentina, Año XII*(25).
- Souto, B. (2009). Visualización en matemáticas un estudio exploratorio con estudiantes de primer curso de matemáticas, 187.
- Tall, D. (1995). Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking. *Pme Conference*, 1(July), 161–175. Retrieved from <http://digilander.libero.it/leo723/materiali/algebra/dot1995b-pme-plenary.pdf>
- Tall, D. (1998). *Proof and the transition from Elementary to Advanced*

Mathematical Thinking.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with particular reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics*.

Torff, B., & Gardner, H. (2008). La mente vertical: el caso de inteligencias múltiples. In *Desarrollo de la inteligencia* (Oxford Uni, pp. 163–186). México.

Vila, A., & Callejo, M. (2005). *Matemáticas para aprender a pensar* (Narzea, S.). España, Madrid.

Villaveces, L., & Toro, R. (2008a). El pensamiento matemático: una competencia genérica emergente .

Villaveces, L., & Toro, R. (2008b). Las competencias matemáticas genéricas de los egresados de la Educación Superior, 13.

CONCLUSIONES:

Adelantando el análisis y contrastación de las fuentes documentales con las discusiones de los grupos focales, se encontró que en los procesos de pensamiento matemático promovidos al interior de la propuesta curricular de Ciencias Básicas y desarrollados por los docentes, en las diferentes asignaturas de matemáticas, integran prácticas asociadas al pensamiento matemático elemental, al tiempo que los estudiantes aplican tales procesos de pensamiento, permitiéndoles comprender los objetos matemáticos elementales y así, realizar actividades matemáticas contextualizadas a través de solución de problemas; sin embargo, en los procesos de pensamiento avanzado no se hace una modelación matemática completa de situaciones, sino una comprensión de los objetos matemáticos avanzados a través del proceso de modelación de abstracción; pero no siempre usando situaciones contextualizadas. En este sentido, los docentes tienen más facilidad para aplicar objetos matemáticos elementales contextualizados, que avanzados.

Referente a los rasgos de investigación en la propuesta de investigación formativa de la Corporación Unificada Nacional de Educación Superior – CUN, se encontró que dentro de las clases propias de investigación, se desarrolla 1) el estímulo en la búsqueda de información, problemas y necesidades que los estudiantes encuentran en su entorno, 2) la importancia de conocer la lógica y actividades propias de investigación y 3) el desarrollo de propuestas de innovación.

En este sentido, se percibe que las estrategias más usadas por los docentes son: el Aprendizaje Orientado a Proyectos y el trabajo colaborativo. Los docentes de las asignaturas de investigación, muestran la importancia que tiene la matemática para entender y hacer con mayor facilidad tanto los proyectos de investigación como de innovación, dentro de la Institución.

Referente a los procesos de pensamiento matemático que inciden en la propuesta de investigación formativa se encontró:

- Se evidencia en la contrastación y análisis de las fuentes de información, que los procesos de pensamiento matemático elemental – análisis, síntesis y evaluación – impulsados por la CUN; motivan al estudiante a buscar, resolver o formular una actividad matemática en un contexto cotidiano, aportando en las actividades de investigación exploratoria que hacen los estudiantes en el momento de buscar, organizar y comprender tanto la información, como las necesidades y problemas que están en su entorno, dándole soporte lógico a los procesos de investigación. Adicionalmente, los procesos de pensamiento matemático avanzado vistos en la institución: abstracción y argumentación de modelos matemáticos usados también para la formulación de hipótesis, inferencia, argumentación, abstracción y discusión en la investigación son un aporte para entender la lógica y actividades propias de investigación, particularmente cuando el estudiante hace lecturas del entorno, brindando la estructura a los proyectos de investigación y permitiendo el análisis de los datos e información que recoge para inferir y hacer predicciones.
- Se encontró que los docentes que desarrollan pensamiento matemático elemental en sus estudiantes usan estrategias de aprendizaje como la resolución de problemas y Aprendizaje Basado en Problemas en sus talleres, involucrando contextos cotidianos y aplicados a la formación profesional. En este sentido, la investigación requiere una mirada y observación de su entorno para encontrar los problemas y fenómenos para ser investigados, el docente necesita estas dos estrategias, como lo refiere Restrepo (2009), en sus procesos de enseñanza –aprendizaje siendo un aporte significativo a la investigación.
- Por su parte los docentes que enseñan objetos matemáticos avanzados (pensamiento matemático avanzado) usan casos en sus clases, aprendizaje orientado a proyectos y actividades que involucran ejercicios de ejercitación que permiten la comprensión de procedimientos y conceptos. En este orden de ideas el primero permite el proceso de observación para encontrar los fenómenos, el segundo permite entender la lógica de los proyectos de investigación, proyectos que son abordados por los docentes de

investigación en sus clases, y finalmente la ejercitación matemática aportará en el rigor metodológico en los procesos de investigación.

TABLA DE CONTENIDO

Contenido

INTRODUCCIÓN.....	25
CAPITULO I.....	30
JUSTIFICACIÓN.....	30
ESTADO DE LA CUESTIÓN	33
<i>i. Investigación Formativa.....</i>	<i>34</i>
<i>ii. Matemática en la universidad.....</i>	<i>36</i>
<i>iii. Pensamiento matemático.....</i>	<i>38</i>
<i>A manera de conclusión.....</i>	<i>43</i>
PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN Y OBJETIVOS	44
<i>Objetivo general.....</i>	<i>45</i>
<i>Objetivos específicos</i>	<i>45</i>
CAPITULO II: FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN LA INVESTIGACIÓN FORMATIVA.....	47
<i>i. Pensamiento.....</i>	<i>48</i>
<i>Observación:</i>	<i>54</i>

<i>Comparación y relación:</i>	54
<i>Clasificación simple:</i>	55
<i>Ordenamiento:</i>	56
<i>Clasificación jerárquica:</i>	57
<i>Análisis:</i>	57
<i>Síntesis:</i>	58
<i>Evaluación:</i>	58
<i>ii. Pensamiento matemático</i>	60
<i> Pensamiento matemático elemental y avanzado</i>	62
<i>iii. Investigación formativa</i>	71
<i> Investigación formativa vs Formación investigativa</i>	74
CAPITULO III: DISEÑO METODOLÓGICO	76
<i>i. Estudio de Caso</i>	78
<i>ii. Estrategias para la recolección de datos</i>	81
<i> Revisión documental</i>	82
<i> Grupo de discusión</i>	83
<i>iii. Análisis de resultados</i>	85
CAPITULO IV: DISCUSIÓN	87
<i>i. Indicadores significativos para la investigación exploratoria</i>	87

a.	<i>En lo referente a las habilidades cognitivas de tipo analítico.</i>	87
b.	<i>En lo referente a la búsqueda de necesidades.....</i>	90
ii.	Indicadores significativos para la formación en y para la investigación	92
a.	<i>En lo referente con el aprendizaje de la lógica y actividades propias de la investigación.....</i>	92
b.	<i>En lo referente con los componentes de docencia investigativa.</i>	95
c.	<i>Pensamiento e investigación, voces comunes.</i>	97
iii.	<i>Indicadores significativos para la transformación en la acción práctica</i>	99
	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	101
	Conclusiones.....	101
	Recomendaciones	104
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	106

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1. Correo electrónico para el inicio del proceso de Investigación.

Anexo 2. Syllabus de las asignaturas de Ciencias Básicas e investigación.

Anexo 3. Consentimientos informados grupos focales de docentes y estudiantes.

Anexo 4: Preguntas de discusión.

Anexo 5. Grupos focales digitalizados.

Anexo 6. Matriz de análisis de información.

ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS

Tabla 1. SIGMA. Esquema comparativo, elaborado por el grupo de investigación. 2007. Tomado de (Beltrán, 2011, p. 180)..... 75

Tabla 2. Ficha de registro de la revisión documental. **Error! Marcador no definido.**

Ilustración 1. Componentes del pensamiento, tomada de (Amestoy de Sánchez, 2002b, p. 11)..... 51

Ilustración 2. Desarrollo de pensamiento..... 52

Ilustración 3. Procesos de pensamiento – estructura jerárquica. 53

Ilustración 4. Diagrama del procedimiento para comparar y relacionar. 55

Ilustración 5. Diagrama de Clasificación Simple 56

Ilustración 6. Diagrama de ordenamiento 57

Ilustración 7. Diagrama de análisis 58

Ilustración 8. Diagrama de procedimiento de síntesis 58

Ilustración 9. Diagrama de procedimiento de evaluación 59

Ilustración 10. Different kinds of characteristics of processes and concepts in selected topics. Tomada de (Tall, 1998) 63

Ilustración 11. Teoría de APOE. Tomada de Ramírez, Azcarate & Manya (2000) 65

Ilustración 12. Mecanismos de procesos de pensamiento matemático avanzado	66
Ilustración 13. Niveles Inter, Intra y Tras del desarrollo del pensamiento avanzado	67
Ilustración 14. Actividades para el desarrollo del pensamiento matemático.	68
Ilustración 15. Proceso de Matematización. Tomado de (Font, 2008)	69
Ilustración 16. Modelos de matematización o modelación del proceso del pensamiento matemático avanzado.	70
Ilustración 17. Fases de la Investigación	81
Ilustración 18. Corpus textual que se va a analizar	83
Ilustración 19. Grupos de discusión o de enfoque	84
Ilustración 20. Categorías de análisis para los aportes del pensamiento matemático con la investigación formativa	86

INTRODUCCIÓN

Las dos últimas décadas del siglo XX, significaron para Colombia y en general para América Latina la conformación de un bloque reformista de carácter político que para el caso particular del país, culminó en 1991 con la reestructuración del aparato estatal, a partir de la formulación de una nueva Constitución Política, cuyo principal esfuerzo se centró en acoger las grandes tendencias globales que unidas al agotamiento del modelo estatal de corte benefactor y la necesidad de cobertura social en materia de derechos fundamentales provocaron un gran movimiento popular, cuyo culmen fue precisamente la renovación de la Carta Magna del año 1991, con la cual el Estado y la nación en pleno decidieron el horizonte común de construcción social bajo la figura del *Estado Social de Derecho*.

En este trasfondo, la educación como sistema social tomó un rol privilegiado, gracias al encargo de promover y asegurar la formación para todos (ONU, 1948 Artículo 26) y cada uno de los nuevos ciudadanos, requeridos en la construcción del ideal socio-estatal. Afianzando tal compromiso, el artículo 44 de la Constitución Política (1991) declaró a la educación como derecho fundamental y servicio público con función social que busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura.

Desde esta perspectiva, la sociedad comienza a atribuirle al sistema educativo la función central de formar al colombiano ideal orientado hacia “el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente” (Constitución Política De Colombia, 1991 Artículo 67) donde el Estado deberá promover a educación permanente y la enseñanza e investigación científica, en todas las etapas del proceso de educación.

Tal modelo de educación requiere instituciones y programas académicos capaces de llevar a cabo “La búsqueda del conocimiento y la expresión artística [...] donde los planes de desarrollo económico y social [...] deben incluir el fomento a las ciencias y, en general, a la cultura”(Constitución Política De Colombia, 1991 Artículo 71). Se pretende entonces, un modelo con creciente articulación entre la universidad (Instituciones de Educación Superior) y la investigación, a partir de espacios orientados a la transformación de la educación superior que incluya la investigación, desarrollo e innovación brindando mejor calidad y accesibilidad a nivel nacional y global (Albornoz & López, 2011)

Normativamente hablando, la acción inmediata que se derivó de la reforma constitucional, se encarnó en la Ley 30 de diciembre 28 de 1992 la cual – entre otras cosas – procuró reorientar procesos de gestión y políticas públicas en materia educativa, imprimiendo un refuerzo al sistema de financiación de la Educación Superior y del Sistema de Ciencia y Tecnología, además de la re-configuración del espacio de la educación superior y sus instituciones; mediante propuestas de

prestación de un servicio de alta de calidad y la mejor formación moral, intelectual y física de los educandos, promoviendo una formación científica, tecnológica y de investigación como eje fundamental del desarrollo educativo de las nuevas generaciones.

Para inicios del nuevo milenio, mediante el decreto 2566 de 2003, se establecen condiciones mínimas de calidad en cuyo capítulo 1, artículo 6 se fija en las instituciones de educación superior (IES), la responsabilidad de “incorporar los medios para el desarrollo de la investigación [...]”. En este sentido las IES comienzan a involucrar de manera sistemática, procesos de investigación formativa¹.

Por tanto, el mandato constitucional de desarrollo de la ciencia, la tecnología y la investigación en la educación superior, comienza a ser medido mediante el impacto y los indicadores de las acciones formativas adelantadas, por medio de diversos esquemas pedagógicos centrados en la denominada Investigación formativa para los futuros profesionales. Desde tales acciones se busca una “formación para toda la vida la cual le permita al egresado comprender, apropiar y utilizar capacidades y destrezas en muchas situaciones de su práctica profesional–

¹ La palabra *Investigación formativa* toma peso en el discurso de Bernardo Restrepo, refiriéndose como asunto pedagógico de la investigación misma.

a veces de manera independiente - y no solamente en un área específica del conocimiento” (Ministerio de Educación Nacional, 2009, p. 6)

Gran parte de esta búsqueda se encuentra en la construcción y desarrollo de una forma particular de pensamiento que permita y propicie el ejercicio investigativo en el proceso de formación de cada profesional de la educación superior. La propuesta del Ministerio de Educación Nacional (MEN) involucra dentro del proceso de formación de profesionales como competencia emergente el desarrollo del pensamiento matemático (2009), enfatizando que es un producto de la mente humana y es la manera más eficiente de organizar, formar y abstraer el pensamiento.

Así, la formación de profesionales que incluya a la investigación formativa, no puede estar alejada del desarrollo del pensamiento matemático, y es por eso que surge precisamente la base fundamental del presente proyecto, cimentado en la necesidad de identificar los aportes, rasgos, elementos, y – de forma general – los procesos mentales, que partiendo del pensamiento matemático se involucran en el éxito de la investigación formativa para la conformación de una cultura investigativa.

En este sentido, el presente documento, está estructurado en tres capítulos, en el primero se muestra la importancia de hacer un estudio relacionado con el desarrollo

del pensamiento matemático en la Educación Superior y su incidencia con la Investigación Formativa.

En el capítulo II se hace una aproximación teórica que permite identificar las categorías del desarrollo del pensamiento matemático que inciden en la investigación formativa de los estudiantes de educación superior.

Posteriormente se presenta en el capítulo III los resultados de un estudio de carácter cualitativo con un diseño metodológico de estudio de caso, en un grupo de estudiantes de la Corporación Unificada Nacional de Educación Superior – CUN- de la ciudad de Bogotá con el fin caracterizar los procesos de pensamiento matemático que aportan en la propuesta de investigación formativa de la Institución; cuya conformación y análisis de resultados se describen en el Capítulo IV.

Se incluyen todas las citas y referencias bibliográficas necesarias, en virtud de la completitud y consistencia de la investigación, procurando un conjunto de conclusiones basadas en los aportes de quienes teóricamente han abordado las categorías de la investigación.

CAPITULO I

JUSTIFICACIÓN

La presente investigación se enmarca en la búsqueda de calidad de la educación en las instituciones de educación superior, mediante uno de los temas cruciales que desde la constitución política de Colombia, la ley 30 de 1992, el decreto 2566 de 2003 y demás normas de educación superior que las derogan o perfeccionan plantean la importancia de la formación de profesionales en términos de ciencia, tecnología, innovación e investigación.

En este sentido, las IES reciben el encargo y responsabilidad de fortalecer la investigación, debiendo buscar alternativas que faciliten la formación de profesionales en competencias investigativas, puesto que no se han centrado específicamente en el proceso pedagógico de la investigación², sino en la forma en sí misma de alcanzar, crear y transformar el conocimiento.

Es por esto que el desarrollo de los fines de la educación superior, relacionado con los anhelos sociales conexos y con el desarrollo en materia de ciencia, tecnología, investigación y más tarde innovación, está ligado íntimamente al desarrollo del pensamiento matemático, el cual se ubica en la base del desarrollo

² Investigación formativa tomado del discurso de Bernardo Restrepo

de una de las cuatro competencias genéricas propuestas por el Ministerio de Educación Nacional (2009), sustentado en que todo profesional debe desarrollar: Comunicación en lengua materna y en otra lengua internacional, pensamiento matemático, ciudadanía, ciencia, tecnología y manejo de la información.

El pensamiento matemático se encuentra inmerso como parte de la estructura matemática que como ciencia formal y lenguaje de interpretación de la realidad genera un pensamiento organizado, formalizado y abstracto que resulta útil de manera directa para resolver problemas, reflexionarlos, analizarlos o plantear críticamente conceptos relacionados con aquello que se está estudiando (Villaveces & Toro, 2008b); por tanto, sirve de base y estructura para la formación del profesional tanto en la formación disciplinar como en la investigativa.

De acuerdo con lo mencionado, por el MEN (Villaveces & Toro, 2008b), la matemática es uno de los ejes fundamentales en las competencias genéricas, entendiendo que la disciplina en sí misma no puede ser vista con una caracterización tradicionalmente ligada al algoritmo (como en el método científico) que por su objetividad, racionalidad y sistematicidad permiten únicamente el almacenamiento de resultados y su reproducibilidad, sino que debe identificarse con “el desarrollo de una forma de pensamiento matemático que se construye conjuntamente con [...] el lenguaje simbólico, la demostración, la explicación lógica, etc.” (Silvestri, 2002, p. 10); que surgiendo precisamente de los “componentes

activos de la mente y por tanto elementos básicos para construir, organizar y usar el conocimiento” (Amestoy de Sánchez, 2002a, p. 18).

Precisamente marca la necesidad de modificar la visión meramente algorítmica de las matemáticas (como ya se ha mencionado) centrada en seguir pasos de repetición y memoria, para buscar la formación de sujetos que afiancen esquemas de cognición propios, así como lo dice Polya, (citado por Corbalán & Deulofeu (1996) al mencionar que las matemáticas son una disciplina de descubrimiento y por tanto no solamente se debe centrar en la ejercitación de operaciones rutinarias porque impedirá el desarrollo intelectual del individuo.

Por tanto, este cambio mencionado debe orientarse como lo propone Lakatos (1978) a superar la dialéctica de las conjeturas, refutaciones y demostraciones, llevando al individuo hacia el proceso de estructurar conclusiones de una actividad matemática, es decir, una modificación en estructuras de pensamiento, expresión, valoración y comunicación racional, que pretenden que cada sujeto, piense matemáticamente, entendiéndose esto como la capacidad de sistematización y contextualización del conocimiento de las matemáticas en problemas del contexto disciplinar o profesional; Una “asociación entre resolución de problemas-pensamiento-inteligencia” (Vila & Callejo, 2005, p. 22) como construcción que se hace efectiva mediante la abstracción reflexiva que dicho sujeto hace de las

relaciones planteadas por sí mismo, frente a su propia realidad y a las múltiples representaciones del mundo generadas en la experiencia.

En este sentido, la matemática como herramienta fundamental de todo el pensamiento humano, ayuda al individuo a ver su entorno desde otra perspectiva y conlleva a “adquirir una competencia emergente que le permite identificar más fácilmente posibles estructuras, conexiones inadvertidas y patrones que se esconden en los problemas de su profesión” (Villaveces & Toro, 2008a, p.2), problemas que se solucionan a través de la generación o transformación de conocimiento, tema que fácilmente se asocia con lo mencionado en las 2 (dos) primeras páginas de la introducción de esta investigación cuando se mencionaba la búsqueda del conocimiento y el fomento a las ciencias y la cultura, como elementos que le permitirían al egresado de los primeros niveles de educación superior, comprender, apropiarse y utilizar capacidades y destrezas en muchas situaciones de su inminente práctica profesional .

ESTADO DE LA CUESTIÓN

La búsqueda documental y fuentes de investigación que tratan del objeto de la presente tesis, permitieron consolidar información relacionada con tres categorías, que enmarcan la temática: primera relativa a la investigación formativa, segunda relacionada con la matemática que debe ser estudiada en la universidad (entendida

como Educación Superior) y finalmente el método de abarcar los contenidos de dicha matemática ilustrada como el pensamiento matemático.

i. Investigación Formativa.

Para el presente trabajo, la categoría de investigación formativa, se aborda desde la perspectiva de Bernardo Restrepo (2004b) quien menciona que la investigación debe fortalecerse dentro de “un saber pedagógico” (p. 49) que permita la enseñanza y aprendizaje de la misma investigación y conocimiento en la universidad, particularmente en pregrados y especializaciones.

En una de las conclusiones de Cerda y León (2006) dentro del texto escrito para la Universidad Cooperativa de Colombia, se evidencia la necesaria articulación y relación del desarrollo de la investigación en Colombia y las actividades de formación para los investigadores; adicionalmente el texto menciona que se ha descuidado la investigación académica y formativa en beneficio de una preparación acelerada de recursos humanos para una sociedad de conocimiento y del sector productivo, que demanda cifras y resultados inmediatos, pero no necesariamente calidad de vida o de formación.

Galvis, Acosta, Rubio, Giorgi y Ospina (2010), en el texto guía para el proceso de investigación formativa, ilustran una investigación realizada en la Universidad Libre, donde los investigadores realizan un análisis de la dimensión epistemológica,

curricular, pedagógica, didáctica y normativa de la investigación formativa, proponiendo herramientas para la formación de profesionales de la educación física, de forma tal que sean capaces de leer los problemas del entorno social y puedan proponer y gestionar procesos pedagógicos alternativos que modifiquen el contexto, con lo cual dimensionan el problema formativo, con las capacidades de pensamiento necesarias para la aplicabilidad de dicha formación.

Los resultados encontrados en el estado de arte de conceptos sobre investigación formativa y competencias en investigación (Landazábal, Pineda, Páez, Téllez, & Ortiz, 2010) a través de un análisis de contenido, buscaban identificar las tendencias actuales para la formación investigativa y las dificultades con las cuales se ven enfrentados los formadores y diseñadores de currículos. La investigación dio como resultado que el “desarrollo de competencias investigativas desde el currículo de los estudios superiores estimularía el intelecto del estudiante, porque puede abordar problemas de manera sistemática, disminuye el riesgo del error y aumenta la posibilidad del acierto” (Patricia, Cuervo, & Ballesteros, 2010, p.147) por lo que se puede afirmar la importancia de incluir acciones para la formación investigativa que atraviesen el currículo, y que sean adaptables a diferentes áreas según los requerimientos disciplinares de las mismas.

Por su parte, Quintero, Villalobos y Luque (2012) en una investigación de tipo cualitativo con un diseño de estudio de caso, cuyo propósito era identificar el

desarrollo de competencias investigativas básicas mediante el aprendizaje basado en proyectos como estrategia de enseñanza, recalcan la forma de utilizar conscientemente estrategias que permitan promover el aprendizaje de los estudiantes, dejando como recomendación:

asumir el reto de revisar y reflexionar sobre las estrategias más dinámicas y retadoras para los estudiantes y dentro de estas, revisar tanto los medios, los instrumentos y las demás alternativas que nos brinda la didáctica y el campo pedagógico, como las posibilidades de estos para generar tanto dinámicas internas como externas, en relación con los objetivos del proceso enseñanza-aprendizaje, para mejorar la motivación de los estudiantes y profesores por la investigación (Quintero et al., 2012, p.48); las estrategias deben por tanto propiciar la consecución de la formación esperada.

Se entiende que estos autores, comprenden la investigación formativa, como un problema del orden pedagógico, cuya solución permite la formación de profesionales capaces de brindar soluciones disciplinares en sus áreas de conocimiento, al tiempo que promueve el desarrollo de las competencias asociadas a las necesidades del contexto y las estructuras de pensamiento necesarias para tales avances.

ii. Matemática en la universidad.

Sarmiento y Sánchez (2009) de la Universidad de Coruña presentan un estudio de la situación actual de las matemáticas, particularmente el desarrollo de las demostraciones, en los primeros cursos de economías y empresariales desde una perspectiva cognitiva. En el trabajo que presenta el autor se destaca la importancia y necesidad de realizar cambios metodológicos en la forma de enseñanza y

aprendizaje dentro de los primeros cursos de matemáticas impartidos en la Universidad pues se identifica que el modelo tradicional no permite solucionar las dificultades cognitivas que tienen los estudiantes en dicho nivel de formación.

Gómez (2009) recoge varios factores en la transición que tienen los estudiantes entre el bachillerato a la universidad, el documento señala que este tipo de transición está ligada tanto a los procesos conativos³ como a los cognoscitivos, “si las actitudes negativas o los estados de ansiedad hacia la matemática han bloqueado la capacidad de razonamiento, un paso importante es conseguir que el pensamiento siga funcionando” (p. 28) y el autor lo deja como recomendación.

Gallego (2012) en su libro *la enseñanza del saber matemático en la universidad*, en el marco de la investigación *La enseñanza de los saberes: estudio epistemológico, didáctico y textual de la enseñanza de la matemática en tres programas académicos de la Universidad Tecnológica de Pereira* explicita y analiza los procesos de enseñanza, enmarcados en la interacción del conocimiento con la didáctica que hacen los profesores universitarios para dar cuenta del saber matemático en la universidad, pone de manifiesto que el saber matemático en la universidad debe ser investigado porque es una necesidad para lograr avanzar hacia procesos de formación en estudiantes de educación superior.

³ Conativo referido a las actitudes hacia la matemática

Se concluye que los estudios abordados y representativos del tema *Matemática* en la universidad, enfatizan la necesidad de superar el tema de contenidos, hacia el mejoramiento en los procesos metodológicos que aborden las actitudes hacia la matemática como base del funcionamiento de una forma particular de pensamiento, capaz de conformar un objeto de estudio alrededor del saber matemático y el pensamiento que lo aborda.

iii. Pensamiento matemático.

Los estudios del pensamiento matemático datan del año 2000, donde varias de las investigaciones propuestas en la línea de educación matemática, en la Universidad Pedagógica Nacional, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Universidad del Valle, Universidad Industrial de Santander, Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín, Universidad de Sucre, Universidad de Antioquia y Universidad Antonio Nariño, comenzaron a enfatizar en el desarrollo de cada uno de los tipos de pensamiento que propone el MEN; Después de realizar consultas en las bases de datos de COLCIENCIAS y las bibliotecas de las universidades mencionadas, es posible concluir que dichas investigaciones se centran –en su mayoría- en la educación media y básica⁴, sin embargo se pueden resaltar los documentos que se presentan a continuación para los niveles superiores⁵.

⁴ Campo de acción que no es de interés para este estudio

⁵ Cabe resaltar que para los niveles de educación superior, los estudios se encaminan hacia el denominado pensamiento matemático avanzado, es decir un pensamiento que sobrepasa en

En primer lugar, el artículo publicado por Gutiérrez y Cintas (2004) en la Universidad del Valle, menciona la relación existente entre la forma como se conduce el proceso de enseñanza – aprendizaje y las metas que se pretenden lograr con el proceso. Este artículo por medio de múltiples interrogantes plantea la necesidad de buscar métodos, acciones y respuestas a la pregunta que resaltan los autores en su texto: ¿formamos pensamiento estadístico?.

En segundo lugar, Ruesga y Orozco (2006) en una investigación realizada con estudiantes del área humanística de la Universidad del Valle, comprobaron que aquellos estudiantes que tenían un alto rendimiento en matemáticas empleaban mejor su razonamiento lógico en situaciones matemáticas contextualizadas. Dentro de las conclusiones se enuncia que la matemática hace parte de la formación integral y afirma que “a los alumnos más exitosos en matemáticas han adoptado su forma de razonar en la vida cotidiana a los requerimientos que la matemática demanda de forma significativamente distinta que aquellos otros menos exitosos” (p. 26).

Una tercera fuente, describe la investigación que realizó la Universidad Complutense de Madrid Souto (Souto, 2009) con 52 estudiantes en el primer curso

abstracción y razonamiento a los tipos de pensamientos propuestos por los estándares de educación básica y media.

de licenciatura en matemáticas, este estudio de tipo cualitativo se centró en explorar los procesos y las potencialidades de la visualización durante el desarrollo del curso de Análisis; Se encontró en primer lugar que las investigaciones se están centrando en la educación media y básica, siendo pocos los estudios en la educación superior; y en segundo lugar el documento muestra la mayor relevancia en los procesos de enseñanza y no en los procesos de aprendizaje.

Por su parte la investigación de Cruz (2006) en la Universidad Central de Venezuela acerca del desarrollo del pensamiento matemático y del pensamiento estratégico describe unos posibles modelos para la organización de las actividades de aula en la enseñanza-aprendizaje de la matemática orientadas al desarrollo de ambos pensamientos y propone algunas ideas para el desarrollo de investigaciones en la línea de enseñanza de la matemática centrada en procesos de desarrollo de ambos pensamientos. En este sentido se referencian las siguientes propuestas de investigación:

- Detectar procesos metacognitivos.
- Determinar el papel que juega la metacognición para la comprensión.
- Utilizar en el aula estrategias metacognitivas para que los estudiantes tomen conciencia de los factores involucrados en la comprensión de contenidos y en la construcción de su aprendizaje.

En el año 2002 el grupo de investigación *Educación Matemática e Historia* (U deA – Eafit) - Edumath presentó una línea de investigación en la Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia relacionada con el pensamiento matemático avanzado, cuyo trabajo tiene dos facetas: una matemática, otra psicológica.

El propósito de la línea de investigación es mejorar la enseñanza en los cursos en los procesos cognitivos involucrados en el pensamiento matemático avanzado, tales como procesos de abstracción, análisis, elaboración de conjeturas, definición, demostración, formalización, generalización, síntesis, representación, conceptualización, inducción y visualización. El profesor debe buscar que estos procesos se produzcan en la mente del estudiante, pero ellos no se generan espontáneamente y, además, no siempre se dan de manera consciente (Educación Matemática e Historia, 2016).

Finalmente y siguiendo esta misma línea, se han realizado varias investigaciones alrededor del pensamiento matemático avanzado, específicamente lo que define Tall (n.d.) de transición del pensamiento matemático elemental a un pensamiento matemático avanzado sobre el dominio de unos temas específicos avanzados de la matemática, destacándose los siguientes trabajos:

- Caracterización de las metodologías utilizadas en la enseñanza del cálculo en la Universidad EAFIT (Mario et al., 2004)
- La visualización de la enseñanza-aprendizaje del cálculo diferencial del Instituto Tecnológico de Costa Rica. (Monge, 2011).
- La noción de convergencia de una serie desde la óptica del modelo de Van Hiele de la Universidad de Antioquia (Jaramillo & Ceballos, 2012).
- Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis del Instituto Politécnico Nacional (Cantoral & Farfán, 1998).
- La noción de continuidad desde la óptica de los niveles de Van Hiele de la Universidad Politécnica de Valencia, España (Pérez & Campillo, 1998)
- ¿Cómo piensan los alumnos entre 16 y 20 años el infinito? La influencia de los modelos, las representaciones y los lenguajes matemáticos de la Universidad Simón Bolívar de Venezuela (Garbin, 2005).
- Sobre la enseñanza de límites de la universidad de Akron, Ohio (Quesada, 2008).

Entonces, las investigaciones transitan desde la relación existente entre el proceso formativo a partir de una perspectiva de enseñanza de las matemáticas y el desarrollo del pensamiento basado en procesos cognitivos de la mente de los estudiantes, con grandes avances en materia de educación básica y media, pero incipientes aportes en educación superior, que de manera creciente demandan estudios como el expuesto en la presente investigación.

A manera de conclusión

De acuerdo con las investigaciones y trabajos encontrados en torno a las tres categorías consideradas hasta el momento resulta importante indicar:

1. La investigación formativa debe ser vista como un proceso pedagógico que permita en el estudiante formarse en investigación y no para la investigación (Bernardo Restrepo, 2004b). Los documentos plantean como recomendación la intervención en los currículos, la enseñanza y el aprendizaje de la investigación; pensando en las estrategias que permitan mejorar competencias investigativas en los estudiantes universitarios.
2. Los estudios realizados sobre la enseñanza de la matemática en el nivel universitario, muestran que los estudiantes llegan predispuestos a las clases de matemáticas por el acercamiento previo que tuvieron en cursos anteriores y porque ven una matemática descontextualizada, no atractiva y con una forma de enseñanza tradicional que está ligada solamente al algoritmo.
3. A nivel nacional e internacional, se encuentran pocos estudios realizados sobre pensamiento matemático en la universidad, visto desde la actividad mental –pensar matemáticamente- y no se encuentran antecedentes relacionados con la investigación. Hasta el momento y como se evidencia

en apartados anteriores los estudios encontrados se centran en el área y dominio específico de un tema particular del área de matemáticas, pensamiento matemático avanzado (Tall, 1995). La mayor parte de investigaciones sobre el desarrollo del pensamiento matemático – más del 80% - se basan en la educación media y básica.

PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN Y OBJETIVOS

El pensamiento matemático desde la perspectiva que atañe al presente proyecto se funda en las situaciones de enseñanza – aprendizaje que permiten evidenciar los procesos de pensamiento matemático necesarios para que los estudiantes comprendan, razonen y abstraigan la matemática, así como la posibilidad de entender las relaciones que subyacen a la hora de pensar en investigación. En este orden de ideas, el contexto de la situación plantea el siguiente problema de investigación ¿Cómo aporta el desarrollo del pensamiento matemático a la propuesta de Investigación Formativa en los estudiantes de la Corporación Unificada Nacional de Educación Superior - CUN?

De tal forma, este trabajo de investigación gira en torno a la identificación de los procesos del pensamiento matemático, característicos del objeto de estudio⁶ que se relacionan con los procesos de investigación formativa – como aquel proceso de

⁶ Desarrollo del Pensamiento Matemático

enseñanza – aprendizaje directamente ligado al currículo (diseño curricular) – de los estudiantes de la Corporación Unificada Nacional de Educación Superior – CUN, que cursan asignaturas de Ciencias Básicas.

Objetivo general

Caracterizar los procesos del pensamiento matemático que inciden en la propuesta de Investigación Formativa de los estudiantes de la Corporación Unificada Nacional de Educación Superior – CUN, que cursan asignaturas de Ciencias Básicas.

Objetivos específicos

El objetivo conlleva a:

- Identificar los procesos de pensamiento matemático en la propuesta curricular de Ciencias Básicas de la Corporación Unificada Nacional de Educación Superior - CUN
- Determinar los rasgos de investigación en la propuesta de Investigación Formativa de la Corporación Unificada Nacional de Educación Superior – CUN.
- Establecer las relaciones entre los procesos de pensamiento matemático y la propuesta de investigación formativa de la Corporación Unificada Nacional de Educación Superior – CUN.

CAPITULO II: FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN LA INVESTIGACIÓN FORMATIVA

Desarrollar una investigación sobre el desarrollo del pensamiento matemático en la Educación Superior para determinar cómo aporta los procesos de investigación formativa, requiere de un estudio teórico complejo respecto de la necesaria profundidad, porque se deben determinar cuáles son esos elementos, características y de forma particular la estructura de los procesos mentales del individuo, a la hora de pensar matemáticamente, así como los referentes teóricos que los abordan en este nivel de educación, tal como los propone Tall (1995), Edwards, Dubinsky y McDonald (2005) a partir del desarrollo del pensamiento matemático avanzado.

Se realiza a continuación una contextualización sobre la categoría de Pensamiento, desde la perspectiva de la psicología y la ciencia cognitiva; los modelos contemporáneos que explican la inteligencia humana y el paradigma de los procesos de pensamiento; posteriormente estos elementos encontrados, se relacionarán con la matemática, de tal forma que se identifiquen los procesos que permiten pensar matemáticamente e identificar que significa hacerlo, buscando la posibilidad de plantear herramientas esenciales para la construcción y potenciación del pensamiento matemático en la investigación formativa, eje central de la presente investigación.

i. Pensamiento

De acuerdo con Sánchez (2002a) la fundamentación teórica concerniente al desarrollo del pensamiento está íntimamente relacionado con: el funcionamiento de la mente, los procesos mentales, “la estimulación del intelecto y los fenómenos cognitivos que acompañan la actividad mental provienen de la psicología y de la ciencia cognitiva (Gardner, 1987; Glas & Miller, 1951; Meuman, 1958), los modelos actuales que explican la inteligencia humana (Sternberg, 1985 y 1987; Gardner, 1983; Goleman, 1986) y el paradigma de procesos (Sánchez, 1985, 1991, 2002)” (p. 5).

La psicología y la ciencia cognitiva permite explicar el funcionamiento de la mente “como una metáfora del cerebro como computador” (I. Gómez, 2010, p. 115) a partir de las representaciones mentales – representaciones proposicionales, imágenes y modelos mentales – que el ser humano hace para organizar el conocimiento y procesar la información del mundo exterior a partir de “un sistema complejo que recibe, almacena, recupera, transforma y transmite información” (Medica, 2008, p. 190). Estos mecanismos admiten que el ser humano está “percibiendo, almacenando, recuperando, transformando, transmitiendo y actuando sobre la base de un conjunto de información” (Medica, 2008, p. 190) que le permite hacer representaciones mentales del medio.

Por su parte, Gardner (1994) indica que la inteligencia humana se entiende como la actividad mental dirigida hacia la existencia de varias competencias intelectuales

relativamente autónomas que atienden dimensiones diferentes. Gardner (1994) indica que la inteligencia es “la capacidad de resolver problemas, o de crear productos, que sean valiosos en uno o más ambientes culturales.” (p. 5). “La inteligencia es un término para organizar y describir las capacidades humanas en relación con los contextos culturales en que se desarrollan, se usan y se les da un significado” (Torff & Gardner, 2008, p. 164).

Así, la “inteligencia está de alguna manera condicionada por las oportunidades que las culturas ofrecen a sus miembros y por el valor de las diversas herramientas y notaciones que desarrollan la inteligencia en formación” (Mercedes, Amblard, & Cartechini, 2012, p. 123). La inteligencia se agrupa en un conjunto de factores primarios independientes a partir de habilidades intelectuales específicas denominadas por Gardner (1994) como inteligencias múltiples que explican el funcionamiento intelectual de la mente a partir de “sus propias formas de representación mental” (Gardner, 1994, p.93). Inteligencia lingüística, lógica/matemática, espacial, musical, corporal/cenestésica, interpersonal y naturalista.

El desarrollo de la inteligencia entonces es vista como la forma de procesar relaciones “partiendo del estudio de los procesos internos (codificación, almacenamiento, recuperación y combinación de la información) que permiten dar respuestas inteligentes a las demandas del medio (Puente, Poggioli & Navarro, 1989).” (Kohler, 2009, p. 310)

Desde el paradigma de los procesos de pensamiento o teoría de la mente se define como “un subsistema cognitivo que se compone de un soporte conceptual y unos mecanismos de inferencia, y que cumple, en el hombre, la función de manejar, predecir e interpretar la conducta” (Rievere & Nuñez, 1996, p. 22) , está basado en la operacionalización del acto de pensar, entendido como un acto que involucra un constructo complejo y abstracto (Amestoy de Sánchez, 2002b)

Siguiendo a Sánchez (2002b), se considera que el pensamiento se manifiesta patente en un amplio dominio de tareas – procesamiento de información - que involucran recordar, aprender, resolver problemas, inducir reglas, definir conceptos, percibir y reconocer estímulos, comprender, etcétera.; operaciones que definen el acto mental: Cognoscitivas y metacognoscitivas. “Esto indica que el conocimiento es selectivo, fragmentado, interpretativo, cambiante y tentativo. La concientización acerca de estos aspectos del conocimiento sustenta la manera de ver el pensar y los productos del pensamiento, propios y de otros.” (p. 9).

Los procesos básicos de pensamiento se desarrollan a partir de las operaciones cognoscitivas: Observación/descripción, comparación/relación, clasificación, aplicación, planteamiento y verificación de hipótesis, cambios y secuencias, ordenamiento, transformaciones, clasificación jerárquica.

Los procesos metacognitivos “permiten dirigir y controlar la producción de significados, procesos y productos del pensamiento y darle sentido al pensamiento”

(Amestoy de Sánchez, 2002b, p. 9) a partir de procesos integradores como: análisis, síntesis y evaluación del acto mental.

Integrando lo mencionado hasta el momento, la Ilustración 1. Componentes del pensamiento, tomada de (Amestoy de Sánchez, 2002b, p. 11) tomada de Sánchez (2002b), reúne tres elementos que permiten integrar la definición de pensamiento: las operaciones mentales, el conocimiento, y las disposiciones del medio.

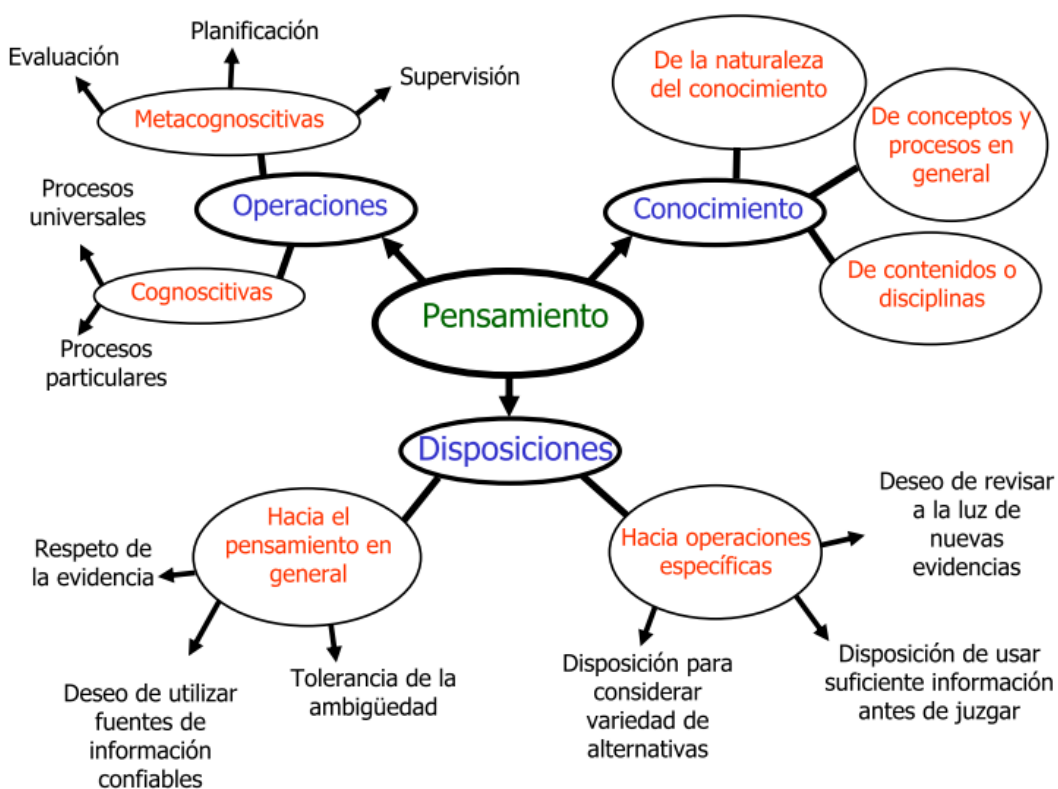


Ilustración 1. Componentes del pensamiento, tomada de (Amestoy de Sánchez, 2002b, p. 11)

Partiendo de lo mencionado por Parra, (2001), Sánchez, (2002) y (2011) lafrancesco, (2011), es importante destacar tres ideas fundamentales para el desarrollo del pensamiento (ver Ilustración 2. Desarrollo de pensamiento).

- El sujeto es significador de significados a partir de los sistemas simbólicos culturales recogidos de la experiencia e identificación con el medio (Contenidos del exterior).
- El individuo organiza jerárquicamente la información del medio a través de procesos mentales.
- Los resultados de los procesos mentales permitirá al individuo construir conocimiento (productos intelectuales).

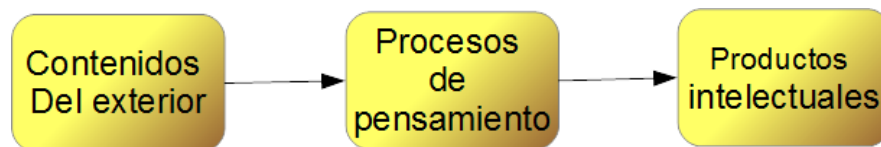


Ilustración 2. Desarrollo de pensamiento

Así las cosas los procesos de pensamiento también se pueden agrupar y organizar de acuerdo con los niveles de complejidad y abstracción como se muestra en la Ilustración 3. Procesos de pensamiento – estructura jerárquica..

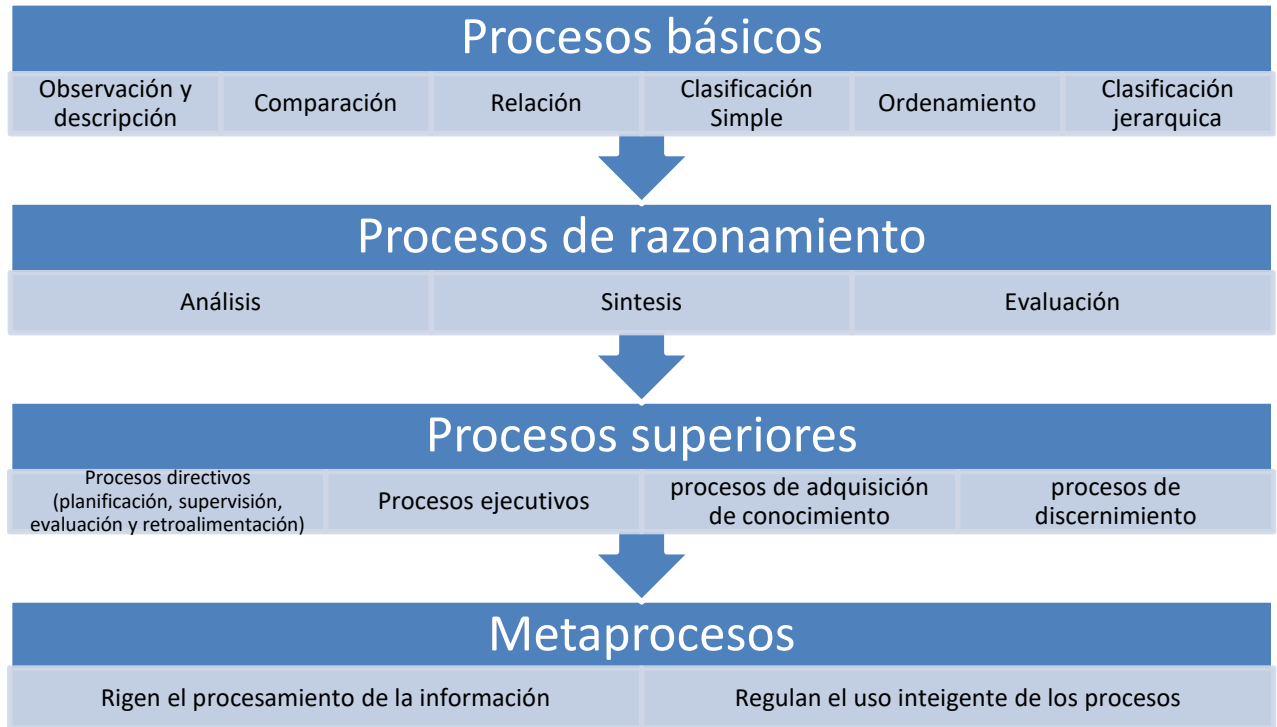


Ilustración 3. Procesos de pensamiento – estructura jerárquica.

De acuerdo con Sánchez (2002b) estos procesos de pensamiento se agrupan en dos formas de identificación del conocimiento: conceptual y procedimental. La primera forma determina la información que se recibe – la esencia del conocimiento- y da origen a las representaciones mentales, que permiten “identificar, relacionar y clasificar objetos, situaciones o eventos del medio circundante” (Márquez, 2014, p. 33), mientras que la segunda, agrupa procesos básicos integradores mediante operaciones mentales que definen el proceso y se transforman en hábitos mentales para estimular “la comprensión y el desarrollo de ciertas habilidades intelectuales que facilitan la formulación de inferencias, la predicción y la solución de problemas” (Márquez, 2014, p. 33).

En este sentido, cada una de las operaciones mentales correspondientes a los procesos básicos y de razonamiento en orden jerárquico se describen a continuación:

Observación:

Es *mirar con atención* (Real Academia Española [RAE], 2016) e identificar y describir sus características. Es la primera habilidad en el proceso de pensamiento, le permite al individuo reconocer que todos los conocimientos que adquiere son producto de su interacción con el medio (mediante el uso de los sentidos). La observación “es un proceso mental que implica la identificación de las características de los estímulos (objetos o situaciones) y la integración de estas características en un todo que represente la imagen mental del objeto o situación” (Amestoy de Sánchez, 2002a, p. 35).

Este proceso ocurre en dos etapas – sin importar su orden – la primera correspondiente a la identificación de las características de forma concreta y la segunda a combinar dichas características en un todo de manera abstracta. Este tipo de proceso se evidencia a partir de la descripción que busca “lograr la abstracción o representación mental del objeto o situación observado” (Márquez, 2014, p. 34).

Comparación y relación:

Comparar significa “fijar la atención en dos o más objetos para descubrir sus relaciones [...] conexiones [...] o estimar sus diferencias o su semejanza” (RAE,

2016) Tanto la comparación entendida como relación, alude a los procesos básicos de pensamiento, la comparación es el paso previo para establecer relaciones, de forma tal que las relaciones representen “enunciados abstractos alejados de la realidad tangible, que contribuyen a facilitar la conexión entre ideas y, por tanto, a lograr la representación mental de estos” (Amestoy de Sánchez, 2002b, p. 65).

Esta habilidad es “la clave del razonamiento abstracto y de la creación de los esquemas de pensamiento o estructuras cognoscitivas que facilitan organizar la información que se recibe y el acceso a ésta para su clasificación” (Márquez, 2014, p. 34). Los procedimientos relacionados con estas dos habilidades se presentan a continuación en la Ilustración 4. Diagrama del procedimiento para comparar y relacionar..

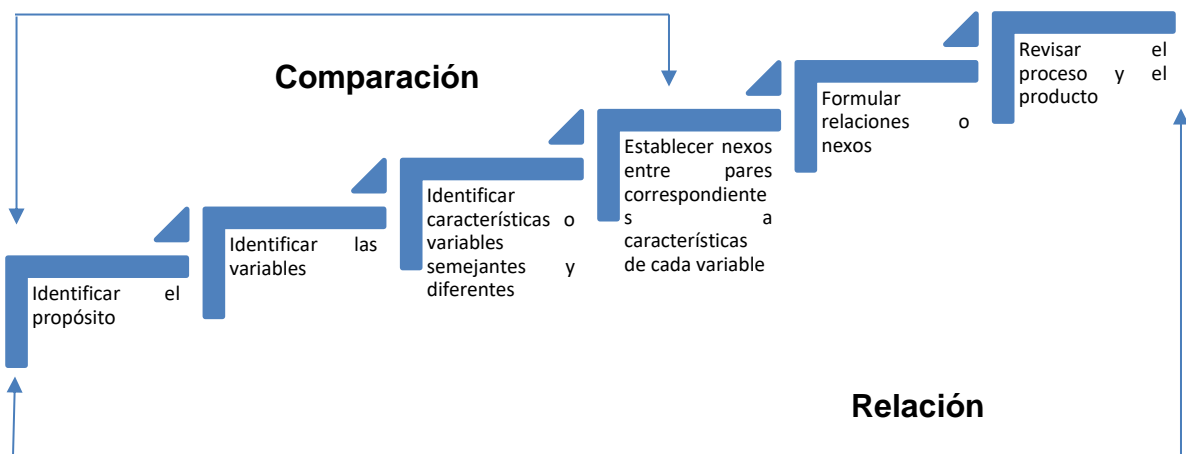


Ilustración 4. Diagrama del procedimiento para comparar y relacionar.

Clasificación simple:

Este proceso de pensamiento significase entiende como “Ordenar o disponer por clases algo” (RAE, 2016) a partir de un criterio previamente establecido. Amestoy de Sánchez (1992) afirma que se logra esta habilidad a través de la separación o

agrupamiento de un conjunto de elementos por clases, es decir de la identificación de características esenciales a través de un conjunto de elementos que tienen una o más características en común.

La habilidad de clasificación propicia la organización del pensamiento, la generalización y la predicción y por tanto involucra dos tipos fundamentales de operaciones: “la separación de un conjunto de elementos en clases y la identificación de categorías conceptuales” (Márquez, 2014, p.34), como se explica en la *Ilustración 5*. Diagrama de Clasificación Simple.

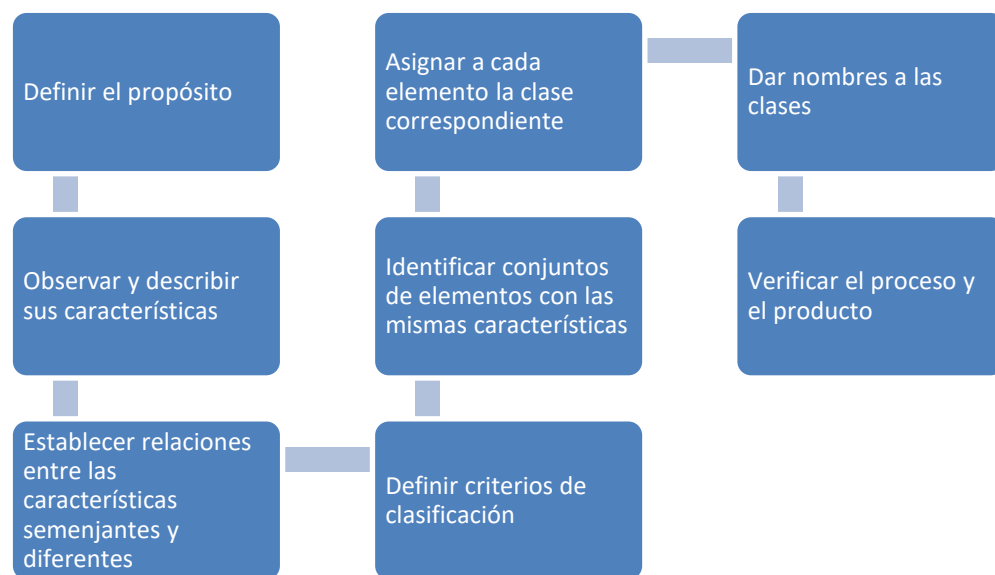


Ilustración 5. Diagrama de Clasificación Simple

Ordenamiento:

Se define como “colocar algo o a alguien de acuerdo con un plan o de modo conveniente.” (RAE, 2016) Este proceso permite la “organización de elementos en una secuencia progresiva tomando en cuenta un criterio previamente establecido”

(Amestoy de Sánchez, 1992, p. 122). “El orden es un concepto fundamental para organizar el pensamiento y la acción y mejorar la calidad del pensamiento” (Márquez, 2014, p. 35). Su estructura es representada en la *Ilustración 6*. Diagrama de ordenamiento

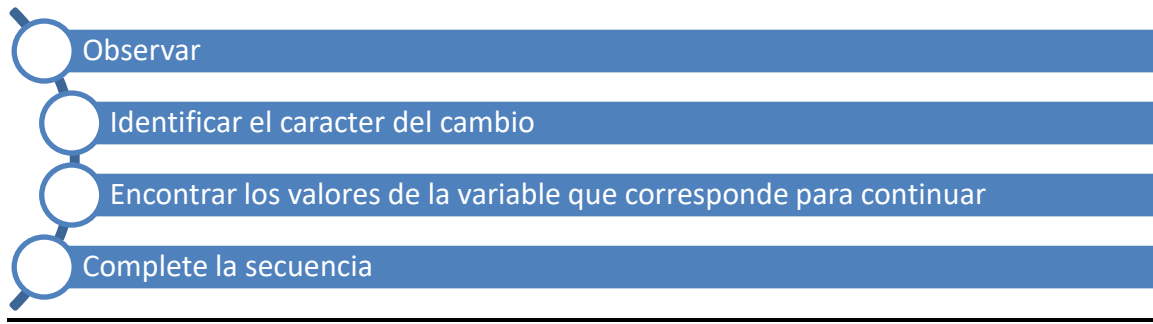


Ilustración 6. Diagrama de ordenamiento

Clasificación jerárquica:

A partir del ordenamiento la clasificación jerárquica “requiere el establecimiento de relaciones entre categorías y subcategorías entre una jerarquía de clases y subclases” (Amestoy de Sánchez, 1992, p. 145). Según Márquez (2014) si un individuo puede hacer este tipo de proceso mental, donde se identifiquen las relaciones y los niveles de una estructura, puede interpretar y predecir con mayor facilidad eventos o fenómenos desconocidos y contribuye a facilitar la solución de problemas.

Análisis:

Este proceso se define como la “distinción y separación de las partes de algo para conocer su composición.” (RAE, 2016) Según Márquez (2014) esta habilidad permite profundizar el conocimiento de las partes como elementos de un todo y

comprender los nexos que lo relacionan, que gráficamente podría representarse como lo indica la *Ilustración 7*. Diagrama de análisis

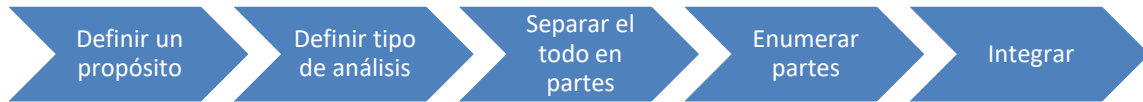


Ilustración 7. Diagrama de análisis

Síntesis:

Definido como la *composición de un todo por la reunión de sus partes* (RAE, 2016) es decir, este proceso permite integrar “partes, propiedades y relaciones de un conjunto delimitado para formar un todo significativo” (Amestoy de Sánchez, 1992, p. 169).

El análisis y la síntesis, siendo esta última más compleja que la primera; “son procesos estrechamente relacionados, que forman una unidad indisoluble, presente en casi todo tipo de actividad mental” (Amestoy de Sánchez, 1992, p. 180).



Ilustración 8. Diagrama de procedimiento de síntesis

Evaluación:

Este proceso permite *estimar, apreciar, calcular el valor de algo* (RAE, 2016), es decir, permite emitir juicios de valor acerca de objetos o situaciones.



Ilustración 9. Diagrama de procedimiento de evaluación

Estos procesos básicos y de razonamiento descritos, permiten “construir, organizar, aplicar y evaluar el conocimiento y las acciones que éste genera en procesos inductivos, deductivos, analógicos e hipotéticos para desarrollar secuencias lógicas de pensamiento de alta aplicabilidad en la solución de problemas, la toma de decisiones, el aprendizaje y la interacción con el medio” (Amestoy de Sánchez, 2002b, p. 19)

De esta manera, Amestoy de Sánchez (1991) destaca en su metodología de procesos, un enfoque sistémico que se centraliza en la construcción del pensamiento a partir de la relación e integración de los procesos mentales, que se perciben simbólicamente en el entorno y que conllevan progresivamente a un conocimiento determinado.

Por tanto, la conceptualización de pensamiento descrita por los autores base de la presente investigación, considera las ideas de mente, procesos mentales, inteligencia y acto mental, para establecer la acción de pensar como el conjunto de operaciones y procesos que desarrolla el cerebro para poder organizar la

información de las disposiciones del medio, permitiéndole al individuo, construir y desarrollar secuencias lógicas para la solución de problemas y generación de conocimiento.

ii. Pensamiento matemático

Dado que el desarrollo del pensamiento “involucra procesos de razonamiento y factores de experiencia cuando se desempeñan cualquier clase de funciones” (Morales, 2013, p. 12) que se perciben simbólicamente del entorno y que conllevan progresivamente a un conocimiento determinado; el pensamiento matemático “visto como una producción, no como una existencia en el cerebro humano” (López, 2005, p. 100) comprende procesos de pensamiento que permiten entender “las razones, los procedimientos, las explicaciones, las escrituras o las formulaciones verbales que el individuo construye para responder a una tarea matemática, así como los mecanismos mediante los cuales la cultura y el medio contribuyen en la formación de los pensamientos matemáticos” (Cantoral, 2001, p. 4).

“El pensamiento matemático es un proceso mediante el cual es factible aumentar el entendimiento de aquello que nos rodea” (J. Sánchez & Fernández, 2003, p. 88). Pensar en matemáticas es entonces, el conjunto de operaciones y procesos que suceden en la mente de un sujeto, cuando resuelve un problema relacionado con la matemática, caracterizando las diferentes etapas o pasos de un estado dado a uno deseado. Cantoral (2015) identifica tres formas de describir el proceso de desarrollo del pensamiento matemático, cuando menciona que es:

[...] una reflexión espontánea que los matemáticos realizan sobre la naturaleza de su conocimiento y sobre la naturaleza del proceso de descubrimiento e invención en matemáticas. Por otro lado, se entiende al pensamiento matemático como parte de un ambiente científico en el cual los conceptos y las técnicas matemáticas surgen y se desarrollan en la resolución de tareas. Por último una tercera visión considera que el pensamiento matemático se desarrolla en todos los seres humanos en las múltiples tareas cotidianas” (p. 19).

Esta última perspectiva la afirma Villaveces & Toro (2008a) al decir que:

Las matemáticas están por ello en todo el pensamiento humano y así como las disciplinas y profesiones que se valen de ellas para su desarrollo, han dado pie a un conjunto de saberes y competencias de naturaleza instrumental, es decir que resultan útiles de manera directa para resolver problemas o plantear conceptos propios de la disciplina (p. 1).

Por todo esto, el pensamiento matemático no está fundamentado solamente en el área específica de las matemáticas como ciencia formal, sino “que trata de todas las formas posibles de construir ideas matemáticas, incluidas aquellas que provienen de la vida cotidiana” (Cantoral & Carrillo, 2015, p. 19). De esta manera “el pensamiento matemático es la forma en qué piensa la gente un contenido específico, en este caso las matemáticas” (Cantoral, 2001, p. 4). Pensar en matemáticas se entiende como un proceso dirigido que permite resolver problemas.

Así, un individuo tiene pensamiento matemático cuando su mentalidad cuando muestra actitudes matemáticas caracterizadas por la intuición, la lógica, la estructuración y la jerarquía que le permite calcular, geometrizar, modelar y representar situaciones mentales concretas y abstractas que no se manifiestan generalmente de un modo sintácticamente rígido. (López, 2005)

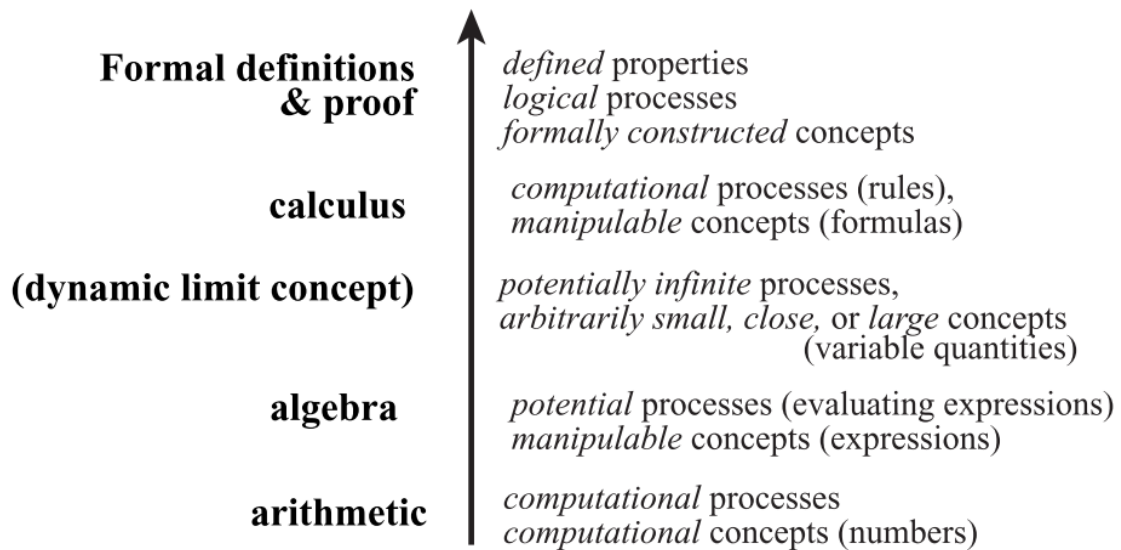
Pensamiento matemático elemental y avanzado

Tall (1998), propone dos tipos de pensamiento matemático: elemental y avanzado. Según Cantoral (2001), el primero se relaciona con tópicos matemáticos y, el segundo con procesos del pensamiento avanzado, como abstracción, justificación, visualización, estimación o razonamiento mediante hipótesis. El pensamiento matemático opera sobre una red compleja de conceptos, unos avanzados y otros más elementales para poder comprender objetos matemáticos. De esta manera Cantoral y Carrillo (2015) afirman:

Quizás por eso los estudiantes no puedan entender lo que significa una ecuación diferencial al menos de que entiendan a un cierto nivel, que va más allá del sólo manejo de las técnicas asociadas, otros conceptos matemáticos, como la diferencial, la integral, la función, la variable o, incluso, el número, y además deben articularlos bajo diferentes contextos de representación, como formas gráficas, ordenamientos numéricos, representaciones analíticas, lenguaje natural o procesamiento icónico de la información (p.181)

Aunque Tall (1998) muestra una forma de transición del pensamiento matemático elemental al avanzado como se evidencia en la Fuente: *Tall, 1998*

Ilustración 10. Different kinds of characteristics of processes and concepts in selected topics. , uno de los rasgos característicos de estos dos tipos de pensamiento es la complejidad de los contenidos y la forma de controlarla a través de la representación y la abstracción.



Fuente: Tall, 1998

Ilustración 10. Different kinds of characteristics of processes and concepts in selected topics.

El desarrollo del pensamiento matemático avanzado involucra procesos característicos como: clasificar, particularizar, generalizar y argumentar Mason (1996) o hace énfasis en la estructura de teoremas identificando los procesos de demostrar, definir y abstraer objetos matemáticos avanzados: “Definitions, deductions, images” (Tall, 1998, p. 18)

Existen varias teorías para comprender los objetos matemáticos avanzados y por tanto “las investigaciones de tipo cognitivo están interesadas en estos procesos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos matemáticos” (Bermúdez, 2013, p. 5). Para Tall y Vinner (1981) el aprendizaje o interpretación de los estudiantes acerca de los conceptos aprendidos se definen a través de los términos «concept image» (imagen del concepto) y «concept definition» (definición del concepto).

Concept image entendida como un conjunto de imágenes asociadas a una noción matemática, tiene que ver con la memoria del estudiante cuando evoca algo que generalmente no es la definición del concepto que consiste en:

toda la estructura cognitiva de un sujeto asociada a un concepto matemático y que incluye todas las imágenes mentales, las propiedades y los procesos asociados al concepto. Se construye a lo largo de los años por experiencias de toda clase y va cambiando según el individuo madura y encuentra nuevos estímulos (Tall & Vinner, 1981, p. 152).

Concept image, se refiere a “una definición verbal, a un conjunto de palabras para especificar un concepto” (Tall & Vinner, 1981, p. 152)⁷.

Para identificar los procesos de desarrollo del pensamiento matemático avanzado se ha utilizado la teoría de APOE creada por Dubinsky (1991), fundamentada por la teoría Piagetana sobre la construcción del conocimiento, teniendo en cuenta el tratamiento específico del papel de las representaciones semióticas asociadas a los conceptos matemáticos propuestos por Godino, Batanero y Font (2007). “APOE asume el concepto de abstracción reflexiva de Piaget, el cual originalmente propone describir el desarrollo del pensamiento lógico infantil, pero en la teoría APOE se extienden los alcances de la abstracción reflexiva para comprender el desarrollo del pensamiento matemático avanzado” (Godino, Batanero & Font, 2017, p. 882)

⁷ Estos mismos conceptos los refiere también Duval (1996) como Representación semiótica – Objetos matemáticos y Dubinsky (1991) Objetos físicos – Objetos mentales (abstracciones reflexivas)

“La comprensión de un concepto matemático comienza con la manipulación de objetos físicos o mentales, previamente contruidos, para formar acciones, entonces las acciones se interiorizan para formar procesos, los cuales se encapsulan para formar objetos. Los objetos pueden ser des-encapsulados hacia los procesos a partir de los cuales fueron formados. Finalmente las acciones, procesos y objetos pueden ser organizados en esquemas.” (p.315)

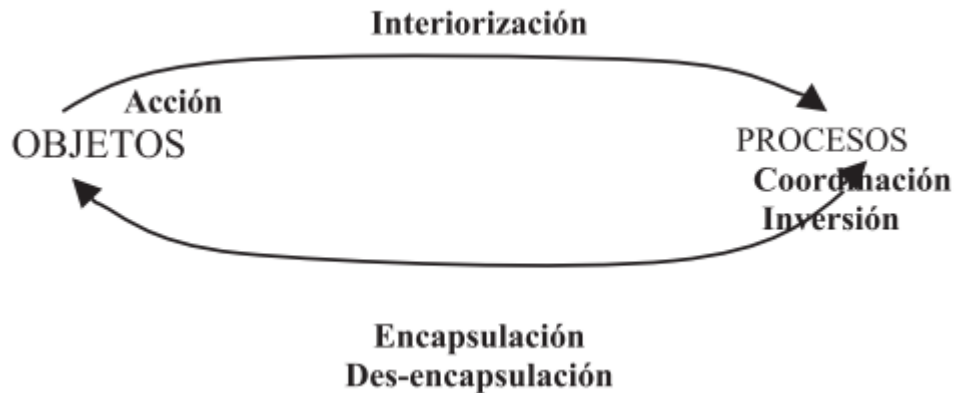


Ilustración 11. Teoría de APOE. Tomada de Ramírez, Azcarate & Manya (2000)

La abstracción reflexiva término usado por Piaget y citado por Labinowicz (1982), es aquel mecanismo que le permite al individuo moverse de un nivel de comprensión del conocimiento en la clasificación que se muestra en la Ilustración 12. Mecanismos de procesos de pensamiento matemático avanzado

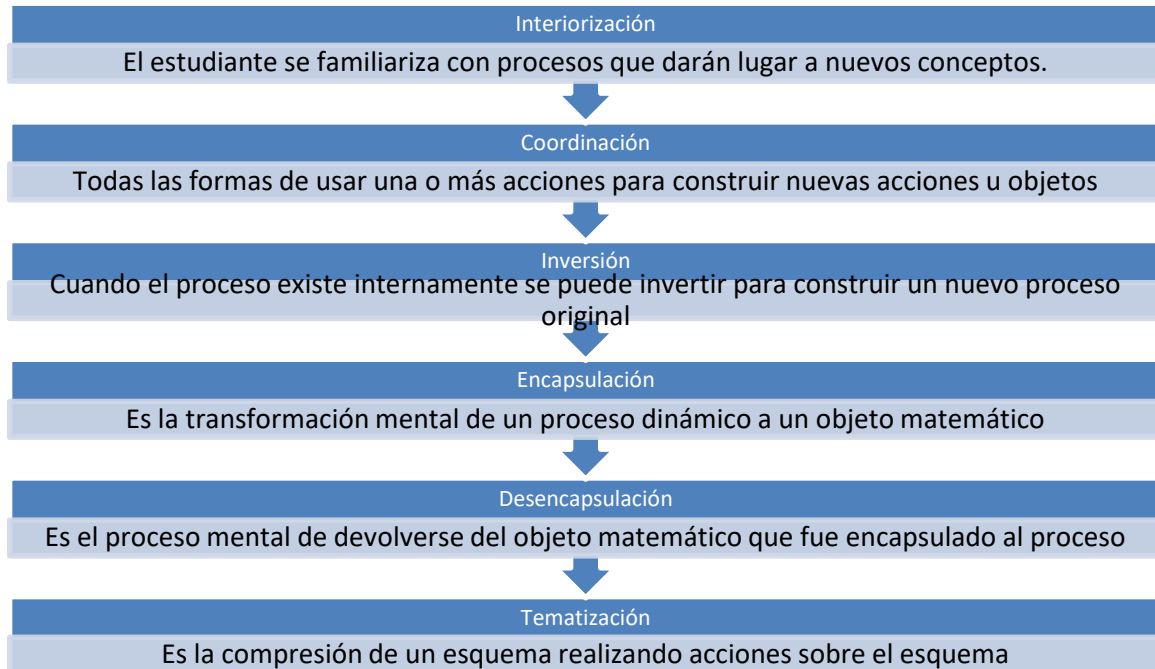


Ilustración 12. Mecanismos de procesos de pensamiento matemático avanzado

A partir de esta teoría (Bodi, 2006; Sánchez & Matamoros, 2004; Baker et al., 2000) fundamentada por Piaget y García (1982, citados por Badillo, Azcárate, & Font, 2011, p. 193), los niveles de comprensión del pensamiento (ver Ilustración 16. Modelos de matematización o modelación del proceso del pensamiento matemático avanzado. Se pueden abordar a partir de la triada: Intra, Inter y Tras, donde en “la comprensión del desarrollo de un esquema global, se deben identificar no sólo los esquemas componentes del desarrollo en términos de acciones, procesos y objetos, sino también su coordinación” (Badillo et al., 2011, p. 193), es decir que deben generarse en mecanismos para establecer relaciones entre los procesos para determinar uno nuevo.

Intra	Inter	Tras
<ul style="list-style-type: none"> • Se identifica por centrarse en aspectos individuales aislados de acciones, procesos y objetos de naturaleza similar • Es una generalización simple 	<ul style="list-style-type: none"> • Se caracteriza por la construcción de relaciones y transformaciones entre acciones, procesos y objetos • Hace síntesis de las transformaciones y relaciones • Usan, comparan y reflexionan 	<ul style="list-style-type: none"> • Se adquiere cuando se tiene construida una estructura subyacente completa en la que las relaciones descubiertas en el nivel inter son comprendidas dando coherencia al esquema • Reflexiona sobre las coordinaciones y relaciones desarrollando nuevas estructuras

Ilustración 13. Niveles Inter, Intra y Tras del desarrollo del pensamiento avanzado

Así las cosas, el pensamiento matemático avanzado según Tall (1995) es el estado final del pensamiento matemático (no el total del pensamiento), que además de estructurarse según los procesos de pensamiento expuestos por Amestoy de Sánchez (2002b) se caracteriza por los mecanismos mostrados en la Ilustración 12. Mecanismos de procesos de pensamiento matemático avanzado y se concibe a través de dos componentes: la formalización y sistematización.

La actividad matemática avanzada – *advancing mathematical activity*⁸ – no está limitada solamente a grados específicos ni niveles de contenidos (Rasmussen, Zandieh, King, & Teppo, 2009) si no a participar en diferentes tipos de actividades matemáticas (Rasmussen, Zandieh, King, & Teppo, 2005), como se observa en la Ilustración 14. Actividades para el desarrollo del pensamiento matemático⁴.

⁸ En (Rasmussen et al., 2009) *activity* se refiere a *thinking*, es decir a pensamiento

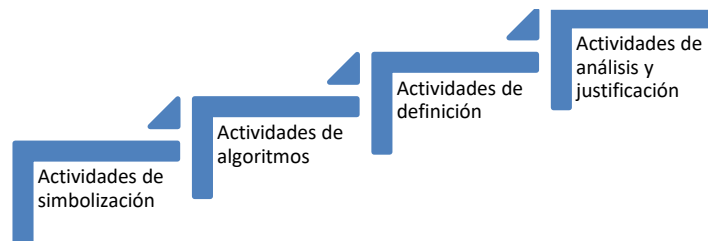


Ilustración 14. Actividades para el desarrollo del pensamiento matemático

Por otros autores, el pensamiento matemático está asociado no solamente a la matematización de los saberes disciplinares, sino a la comprensión misma de los problemas del contexto; es así como Treffer (1987) citado por Rasmussen et al. (2009) propone la matematización horizontal y vertical, las cuales permiten hacer comparaciones sobre la naturaleza de las actividades matemáticas de los estudiantes. Así, la “Horizontal mathematizing” permite la transformación de un problema contextual a un problema matemático. Dewey (1910/1911) citado por Rasmussen et al. (2009) dice que lo concreto o lo abstracto depende intelectualmente del progreso de la persona – no hay etapa final – por tanto este análisis matemático incluye (sin limitarse) a la experimentación, identificación de patrones, clasificación, conjeturas y organización, como se puede ver en la Ilustración 15. Proceso de Matematización. Tomado de (Font, 2008).

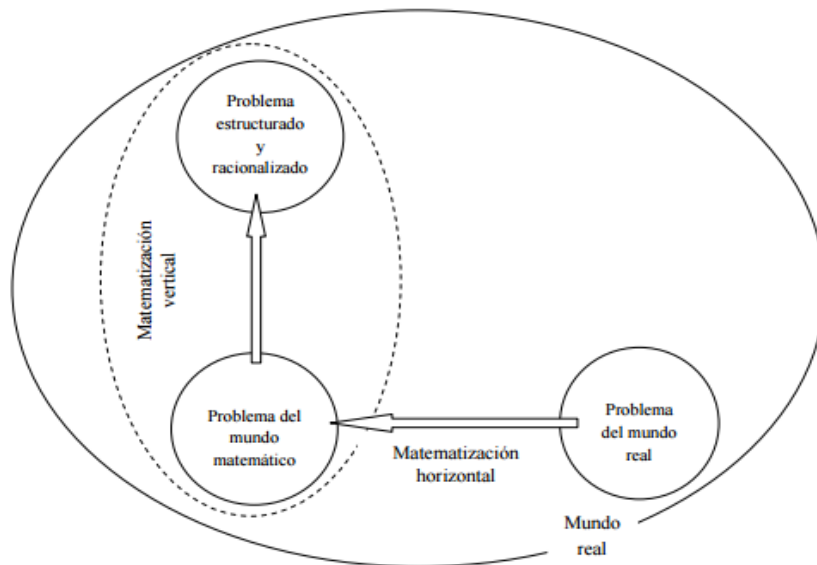


Ilustración 15. Proceso de Matematización. Tomado de (Font, 2008)

La *vertical mathematizing* es el proceso de reorganización del mismo sistema matemático, cuyas actividades son cimentadas y construidas desde las actividades de la matematización horizontal. Puede incluir actividades de razonamiento acerca de estructuras abstractas, generalización, y formalización, tomando una situación matemática y llevándola a un nivel más alto de abstracción (Rasmussen et al., 2009). En la Ilustración 16. Modelos de matematización o modelación del proceso del pensamiento matemático avanzado. se muestran los procesos de modelación o matematización del desarrollo del pensamiento matemático avanzado propuestos por Treffers (1987, citado por Rasmussen et al., 2009; Font , 2008).

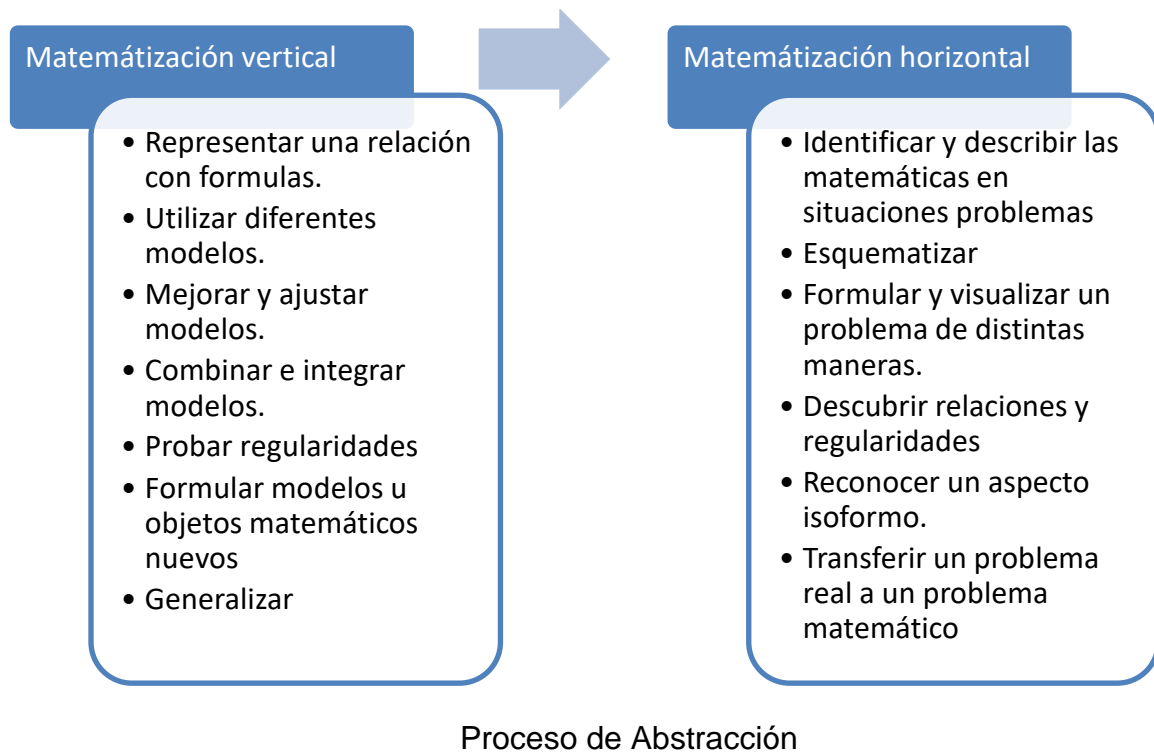


Ilustración 16. Modelos de matematización o modelación del proceso del pensamiento matemático avanzado.

En tal caso, el “pensamiento matemático avanzado hace parte del proceso completo de resolver problemas de matemáticas, de los procesos creativos involucrando resonancias entre deducción y asociación previamente no relacionadas, o incluso indefinidas” (Tall, 1998, p. 7), por lo cual, su desarrollo deberá abarcar varios niveles en los procesos de cognición; procesos sobre cómo se entiende un problema en matemáticas, la teoría de habilidades de pensamiento propuesta por Amestoy de Sánchez (2002a) que le permiten al individuo comprender una actividad matemática de objetos matemáticos elementales y avanzados, integrando distintas teorías que permiten la transición del pensamiento matemático elemental al avanzado por medio de los procesos de demostración, generalización, argumentación, definición y abstracción. (Tall, 1998).

iii. Investigación formativa

La segunda categoría central en la presente investigación es la investigación formativa, entendida como manifestación de cultura investigativa. Su estudio es relativamente reciente y ha tenido una fuerte importancia en los procesos adelantados por el Consejo Nacional de Acreditación -CNA- quien estableció como exigencias institucionales la incorporación de esta modalidad de investigación junto con la modalidad de investigación en sentido estricto (investigación productiva o propiamente dicha) en los programas de educación superior (Cerdea, 2011).

La investigación formativa se considera “como un conjunto de prácticas, que le permiten al estudiante generar y desarrollar competencias investigativas” (Beltrán, 2011, p. 175) o según el CNA es un tema-problema pedagógico que aborda “el problema de la relación docencia-investigación o el papel que puede cumplir la investigación en el aprendizaje de la misma investigación y del conocimiento, problema que nos sitúa en el campo de las estrategias de enseñanza y evoca concretamente la de la docencia investigativa o inductiva o también el denominado aprendizaje por descubrimiento”(Bernardo Restrepo, 2003, p. 197).

La investigación formativa para Maldonado (2007, citado por Landazábal et al., 2010) juega un papel importante y

está enfocada al aprendizaje, que busca la generación de conocimiento donde se involucra no sólo la comprensión del mundo sino también la comprensión del hombre mismo y su indisoluble interrelación, además, es necesario decir que por medio de ella se inicia de alguna manera el desarrollo de la cultura investigativa ideológicamente crítica y autónoma, que permite adherirse a los adelantos del conocimiento” (p.140).

La Investigación formativa como se menciona previamente hace referencia al “papel que debe cumplir la investigación en el aprendizaje de la misma investigación” (Bernardo Restrepo, 2002, p. 5) un asunto que se convierte en un momento pedagógico y didáctico que “se ocupa de la relación docencia-investigación y de las diferentes formas como se aprende a investigar en el aula” (Beltrán, 2011, p. 175).

Acorde con Bernardo Restrepo (2004b) la investigación formativa reúne tres acepciones: a) Investigación exploratoria, b) formación en y para la investigación y c) investigación para la transformación en la acción o práctica.

a. Investigación exploratoria

Esta acepción tiene como propósito identificar y comprender la estructura lógica y metodológica de proyectos de Investigación, de la indagación constante de artículos, proyectos, investigaciones, informes, resultados de consultorías entre otros documentos para plantear problemas relevantes y pertinentes, a partir de la “búsqueda de necesidades, problemas, hipótesis y poblaciones relevantes para estructurar o refinar proyectos de investigación cuando éstos no tienen claros ni unas ni otros” (Bernardo Restrepo, 2003, p. 198).

b. Formación en y para la investigación

Formación en y para la Investigación “a través de actividades que no hacen parte necesariamente de un proyecto de investigación. Su intención es familiarizar con la investigación, con su naturaleza como búsqueda, con sus fases y funcionamiento”

(Bernardo Restrepo, 2003, p. 198). Esta acepción busca la formación investigativa del individuo a través de una serie de competencias investigativas donde el estudiante aprende la lógica y las actividades propias de la investigación a través de las asignaturas vistas en la carrera y que hacen parte del componente institucional de investigación.

Siguiendo a Restrepo (2009) sus distintos componentes están enmarcados en la docencia investigativa que incluye estrategias de aprendizaje como: Solución de problemas, Aprendizaje Basado en Problemas, Aprendizaje Orientado a Proyectos, seminario Alemán, Estudio de casos, preseminario investigativo, club de revistas, entre otros; al igual que la inclusión de los estudiantes en proyectos institucionales de investigación y tesis de grado para familiarizar al estudiante con las etapas de investigación y los problemas que se plantean.

El objetivo de incluir estas estrategias de aprendizaje dentro de los procesos de enseñanza-aprendizaje, es que el estudiante se vuelva protagonista y organice y construya el conocimiento ya existente para comprenderlo.

c. Investigación en y para la transformación práctica

Investigación para la transformación en la acción o práctica por medio de “aquella investigación realizada para aplicar sus hallazgos sobre la marcha, para afinar y mejorar los programas mientras están siendo desarrollados, para servir a los interesados como medio de reflexión y aprendizaje sobre sus programas y sus usuarios”(Bernardo Restrepo, 2003, p. 199). Pretende el mejoramiento de las prácticas pedagógicas para que los procesos de enseñanza-aprendizaje no se limiten solo a asimilación de la información.

Es relevante en esta acepción la importancia que tiene el docente para hacer sus propias reflexiones sobre la práctica para aportar, mejorar y transformar sus procesos pedagógicos; “Volviendo a la discusión sobre el saber pedagógico y la didáctica, es obvio, entonces, que la investigación acerca de la propia práctica pedagógica no se agota, por lo expuesto en la investigación de la didáctica del saber que se enseña.” (Bernardo Restrepo, 2004a, p. 50).

Investigación formativa vs Formación investigativa

Una de las principales diferencias entre estas dos acepciones es enseñar a investigar (docencia investigativa) y hacer investigación (generación de nuevo conocimiento).

La investigación formativa implica siempre actividad investigativa que pretende formar para la investigación desde propuestas y acciones investigativas; la formación investigativa, en cambio, no implica siempre actividad investigativa ya que puede impartirse la formación a través de otras actividades docentes, así a la larga la mejor formación se logra a través de investigación, esto es, de la participación en el desarrollo de proyectos investigativos (Bernardo Restrepo, 2004a, p. 3).

Beltrán (2011) afirma que la investigación formativa es un asunto más del pregrado y la formación investigativa está ligada a la maestría y el doctorado, pues esta última ya “se supone la existencia de cierto manejo teórico, en el que hay conocimiento de investigaciones relacionadas, en el que hay capacidad de debate riguroso, y en el que se imparte formación sistemática en metodologías de investigación, ésta tiene que ir más allá, tiene que identificarse con el objeto mismo del aprendizaje” (Bernardo Restrepo, 2003, p. 200). Sin embargo, en ambos casos

la investigación está unida íntimamente a la creatividad y sus resultados también ligados con la creación de conocimiento o de productos tecnológicos.

Según Beltrán (2011) el siguiente es un paralelo entre investigación formativa y formación en investigación, que permite dilucidar algunos elementos característicos y diferenciadores de cada concepto.

Tabla 1. SIGMA. Esquema comparativo investigación formativa y propiamente dicha

Investigación formativa	Investigación propiamente dicha
En el proceso de aprendizaje el estudiante produce conocimiento subjetivamente nuevo.	En la investigación propiamente dicha se trata de construir conocimiento universalmente nuevo.
Se elabora individualmente, puesto que a cada sujeto le corresponde el desarrollo de habilidades y competencias investigativas.	El trabajo en grupo puede dar origen a un enriquecimiento conceptual del equipo, que incorpora saberes que sus miembros no poseían.
Produce un conocimiento subjetivamente nuevo.	Se trata de un conocimiento localmente nuevo.
“Aplica conocimientos a métodos previamente establecidos, en tal sentido se hace una constelación del saber ya dominado por la comunidad académica en el campo del saber estudiado y en la apropiación de unas herramientas metodológicas por parte de los investigadores en formación”.	La aplicación de los conocimientos universales para la solución de problemas concretos produce en general un conocimiento localmente nuevo.
Su interés es la derivación del conocimiento local en diversos frentes, sin preocuparse por la acumulación de conocimiento en lo que podría llamarse acumulación de una línea de pensamiento, como en el caso de los trabajos de grado.	Está orientada por tendencias disciplinares del conocimiento. Reconoce la existencia de líneas de reflexión, que se van enriqueciendo en la medida en que se profundiza sobre ella por medio de la investigación.
Se preocupa por la formación de actitudes investigativas en las personas que participan de ella, más que en la construcción de nuevos conocimientos.	Se preocupa por el nuevo conocimiento y la construcción a la ciencia.
Es un proceso de formación personal y desarrollo de competencias investigativas.	Requiere la existencia de comunidades académicas y grupos de investigación, dentro de los cuales se gestan las investigaciones.
Se encuentra más vinculada al currículo para la formación de docentes que no necesariamente van a ser investigadores.	Se centra en la producción de conocimiento, respondiendo a la misión de la universidad.

Fuente: Beltrán, 2011, p. 180

CAPITULO III: DISEÑO METODOLÓGICO

La determinación y elección del tipo de investigación que se emprende en un trabajo de investigación, con lleva a una serie de consideraciones de orden técnico, metodológico y por supuesto práctico, inmersos todos ellos en perspectivas de orden epistemológico que permiten dilucidar la comprensión del conocimiento que sustenta la organización de saberes, teoría y conceptualizaciones que dirigen el pensamiento fundante del trabajo de investigación alrededor del objeto de estudio el pensamiento matemático.

El enfoque investigativo de la presente investigación tiene un corte cualitativo desde aproximaciones hermenéuticas para los resultados, dado que especifica las características que desarrollan el pensamiento matemático en la propuesta de investigación formativa de los estudiantes de la Corporación Unificada Nacional – CUN – que cursan las asignaturas de Ciencias Básicas en la ciudad de Bogotá; entendida esta última como el proceso de enseñanza-aprendizaje directamente ligado al currículo (diseño curricular).

Es así como el tema inicialmente considerado, se torna objeto de estudio, que cuando surgido de la necesidad social por la construcción de una cultura de investigación dentro del sistema de educación superior colombiano, se propone establecer el uso de un pensamiento que tiene la misión y tarea de desarrollar, relacionar, buscar, organizar, reorganizar, transformar y emplear creativamente la información con diferentes fines y representaciones en la investigación formativa;

desde un paradigma claramente interpretativo de corte hermenéutico – descriptivo, dadas las características de construcción social implicadas en el objeto de estudio y que a su vez lo constituyen, aportando una mirada de análisis e interpretación de las relaciones y significados asignados a los procesos de pensamiento matemático que inciden en la investigación formativa; pues entonces *no hay hechos, sino solo interpretaciones*.

Según Grondin (2008) los investigadores centran su atención en la descripción y comprensión de lo particular de los sujetos, desde los significados, creencias, intenciones y motivaciones; para el caso de esta investigación, se trata de comprender el sentido (descripción e interpretación) de los aportes, elementos, categorías y de forma general los procesos mentales, que partiendo del pensamiento matemático se involucran en el éxito de la investigación formativa, a partir del lenguaje⁹ presente en los documentos brindados por la Institución.

La investigación cualitativa pretende una comprensión global de un hecho. Esta intención para Marín (2012) proporciona una visión sistemática y compleja que permita captar las relaciones dinámicas de la realidad, abordadas desde la proximidad del investigador. Mason (1996, citado por Marín, 2012) señala tres elementos comunes de las estrategias y técnicas de la investigación cualitativa:

Así entiende que la investigación cualitativa está a) fundada en una posición filosófica que es ampliamente interpretativa en el sentido en que se interesa en las formas en las que el

⁹ Para Gadamer, lo mismo que para otros, la hermenéutica es entendida sobre todo en un sentido lingüístico: “toda interpretación, toda relación con el mundo, presupone el elemento del lenguaje, habitada que la realización y el objeto de la comprensión son necesariamente lingüísticos” (Grondin, 2008, p. 165)

mundo social es interpretado, comprendido, experimentado y producido, b) basado en métodos de generación de datos flexibles y sensibles al contexto social en el que se producen y c) sostenida por métodos de análisis y explicaciones que abarcan la comprensión de la complejidad, el detalle y el contexto (p.126).

Marín (2012), en su libro acerca de la investigación en educación y pedagogía, siguiendo a Rodríguez y otros (1996), Denzin y Lincoln (1994), Taylor y Bogdan (1998), presenta unas características de la investigación cualitativa:

- Seguir un proceso inductivo y deductivo.
- Por lo general, las personas, los escenarios o los grupos en investigación cualitativa no se reducen a variables, sino que se consideran un todo unitario bajo una perspectiva sistémica y compleja.
- Los investigadores tratan de comprender a las personas dentro del marco de referencia de ellas mismas, pues su propósito no es el de buscar la verdad explicativa, sino la comprensión detallada de las perspectivas de otras personas.
- En la investigación cualitativa todos los escenarios y las personas son dignos de estudio

En un enfoque cualitativo son variados los métodos de investigación que se pueden establecer, en el presente trabajo de investigación se adopta el estudio de caso, que según Yin (Citado por Monge, 2010) refiere “una investigación empírica que estudia un fenómeno contemporáneo dentro de su contexto real, cuando las fronteras entre el fenómeno y el contexto no son evidentes, y en las que se utilizan múltiples fuentes de evidencia” (p.36).

i. Estudio de Caso

Se definen como “estudios que al utilizar los procesos de investigación cuantitativa, cualitativa o mixta analizan profundamente una unidad holística para responder al planteamiento del problema, probar hipótesis y desarrollar alguna teoría” (Hernández, Fernández, & Baptista, 2014, p. 164). El estudio de caso pretende comprender un fenómeno específico como un programa, un evento, una,

persona, una empresa, un proceso, entre otros, cuyo propósito es descubrir sus propiedades detalladamente. Tiene sus orígenes en las investigaciones médicas y psicológicas, y ha sido empleado en trabajos de sociología por autores como Herbert Spencer, Max Weber, Robert Merton e Immanuel Wallerstein, en la evaluación cualitativa en áreas de ciencias sociales.

De acuerdo con Muñoz (Citado por Marín,2012) se señalan las siguientes características en un estudio de caso:

- Permite comprender la complejidad del caso estudiado.
- Se puede seguir el comportamiento de la unidad en un ciclo de vida total, en una etapa o en un segmento de él.
- Sirve para planear investigaciones posteriores más extensas.
- Los resultados obtenidos son solamente para el caso de estudio, pero que puede ser utilizado en otros escenarios.
- No utiliza muestreos estadísticos. Se usa una muestra intencional o muestreo teórico con criterios lógicos del investigador.
- Debe ser representativo de la comunidad.

Según Coller (2015), existe una clasificación de estudios de caso que permiten establecer la naturaleza del mismo, considerando diferentes aspectos de los cuales se toman aquellos que tienen directa relación con la investigación, como:

- Según lo que estudia (objeto o proceso): En el estudio de un objeto “el autor se centra en el análisis de una organización y de su contexto. De esta manera explica por qué esta organización funciona de la manera que

lo hace” (...), “se estudia una empresa como podría estudiarse una escuela” (p.32)

- Según el alcance del caso (específico o genérico): “el caso genérico suele denominarse también ejemplar (porque ilustra acerca de una característica que se encuentra en otros casos y que al investigador le interesa estudiar” (p.33).
- Según la naturaleza del caso (ejemplar, polar, típico, único): El caso se considera típico “en la medida en que se le considera uno más de un grupo y, dado que reúne las características de ese grupo, se puede estudiar de la misma manera que se estudiaría cualquier otro caso” (p.34).
- Según el tipo de acontecimiento (histórico, contemporáneo, híbrido): “Los casos contemporáneos se centran en el análisis de fenómenos que tienen lugar en el momento en que se desarrolla la investigación” (p.40).
- Según el uso del caso (exploratorio, analítico): “Los casos exploratorios son de naturaleza descriptiva y suelen abundar en la antropología” (p.41).
- Según el número de casos (único, múltiple,): “El caso múltiple es de naturaleza comparativa y se le suele llamar también colectivo. Consiste en la compilación de informaciones sobre casos que se asemejan o difieren entre sí” (p.44).

Partiendo de los objetivos de investigación del presente trabajo, se aplica el estudio de caso como método para abordar la realidad de la institución educativa donde acontece el problema investigado. Se ha seleccionado este caso único dentro del estudio de tipo descriptivo, porque se pretende explorar a profundidad una

realidad concreta a la luz del problema de investigación relacionando la experiencia individual con los procesos sociales.

En este sentido, se establecieron tres fases de investigación evidenciadas en la Ilustración 17. Fases de la Investigación:

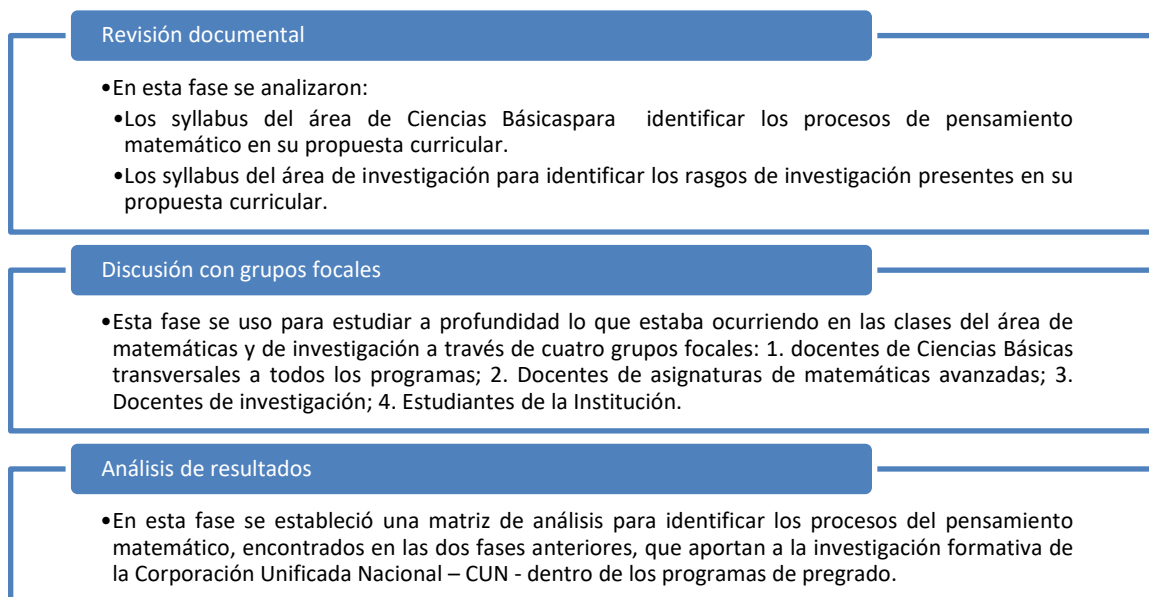


Ilustración 17. Fases de la Investigación

ii. Estrategias para la recolección de datos

Siguiendo a los autores Galeano (2012), Sánchez y Vega (2003) y Ruiz (2004), las técnicas para recolección de datos depende de la perspectiva y el propósito de la investigación y las características de la información que será analizada. “La variedad de la fuentes de información utilizadas (observación, entrevistas, documentos, etc.) se orientan a captar y describir la complejidad de los fenómenos en estudio y su contexto con la mayor riqueza posible” (Neiman & Quaranta, 2006, p.220); la presente investigación tomó el conjunto de syllabus

brindados por la institución (ver anexo 2) para adelantar el análisis documental y las conclusiones de los grupos de discusión.

Revisión documental.

Dentro de la literatura, se considera que los documentos son una fuente muy valiosa para recolección de datos cualitativos que permitan entender el objeto de estudio; en este sentido, el análisis documental por “sus desarrollos en las últimas décadas lo ubican como una técnica que privilegia lo cualitativo” (Galeano, 2012, p. 125), se constituyó en la técnica precisa para lograr la comprensión del caso en análisis. De acuerdo con Hernández (2014):

Prácticamente la mayoría de personas, grupos, organizaciones, comunidades y sociedades los producen y los narran, o delinean su historia y estatus actuales. Le sirve al investigador para conocer los antecedentes de un ambiente, así como las vivencias y situaciones que se producen en él y su funcionamiento cotidiano y anormal (p.415).

En el caso particular de la presente investigación, los documentos analizados provienen de dos fuentes dadas por la Corporación Unificada Nacional - CUN: la primera relacionada con el área de Ciencias Básicas (área de matemáticas) y la segunda con el área de formación en investigación (Ver Ilustración 18. Corpus textual que se va a analizar

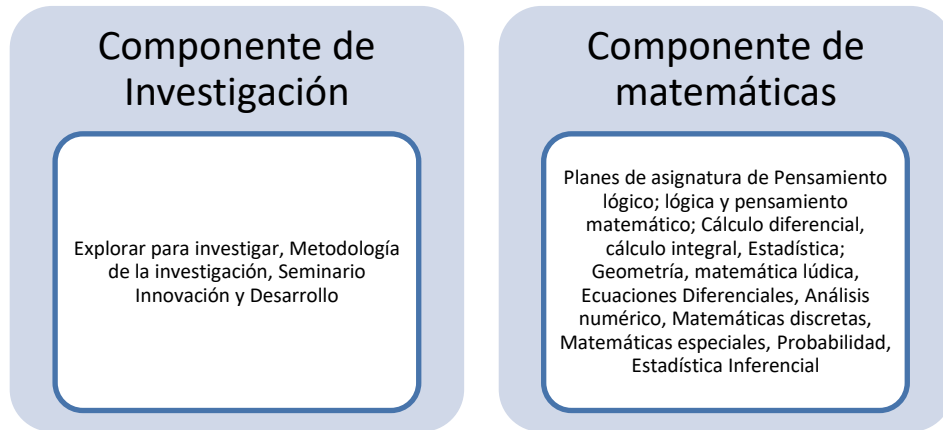


Ilustración 18. Corpus textual que se va a analizar

Grupo de discusión.

El grupo de discusión o de enfoque es el método para la recolección de datos que más se usa en una investigación cualitativa. De acuerdo con Diez (2006) se puede definir como:

una técnica no directiva que tiene por finalidad la explicación de intereses, expectativas, supuestos, creencias, opiniones o posturas ideológicas por parte de un grupo de personas (...) la idea básica es la de capturar, en el discurso producido por el grupo, los aspectos clave que definen el modo en que perciben, conocen y explican la realidad organizativa, la cultural y subculturas que están reconstruyendo continuamente (p.100).

Así, las sesiones de grupos adelantados en esta investigación se enfocaron en conversar sobre uno o varios temas en profundidad bajo la moderación de un especialista, su objetivo fue “generar y analizar la interacción entre ellos y cómo se construyen grupalmente significados” (Hernández et al., 2014, p. 409). Esta técnica es “fuente básica de datos, o bien como medio de profundización de análisis” (Sandoval, 1996, p. 146), como se adelantó en la presente investigación.

De acuerdo con Hernández et al. (2014) y Sandoval (1996), las características principales son:

- Su carácter colectivo: por tanto el centro de atención es la narrativa colectiva.
- Se eligen sujetos con IEl tamaño del grupo varía dependiendo de la profundidad del tema.as mismas características.
- “Por su naturaleza se puede tener un grupo con una sesión única, varios grupos que participen en una sesión de cada uno, un grupo que intervenga en dos, tres o más sesiones o varios grupos que participen en múltiples sesiones” (Hernández et al., 2014, p. 409).

Para el caso particular de la presente investigación se seleccionaron cuatro grupos de enfoque, según los perfiles que se encuentran en la Ilustración 19. Grupos de discusión o de enfoque y que cuyos consentimientos informados se pueden observar en el anexo 3. Estos grupos de discusión permitieron profundizar el análisis de la revisión documental de la fase 1.

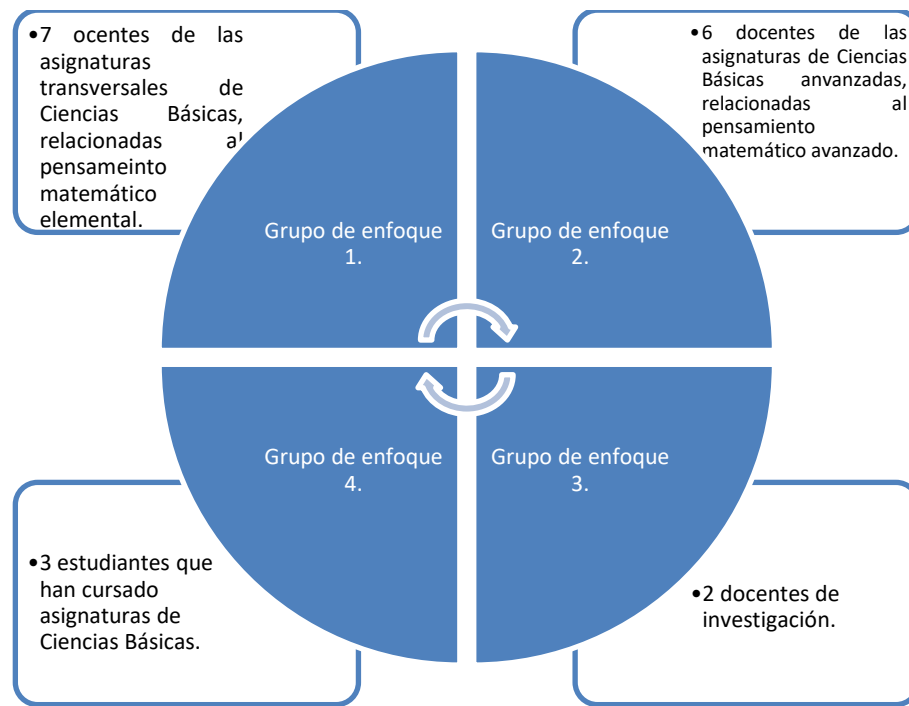


Ilustración 19. Grupos de discusión o de enfoque

Para las sesiones de grupo se diseñaron cuatro focos de discusión que corresponden a: a) pensamiento matemático b) estrategias de enseñanza, c) estrategias de aprendizaje, d) Percepción sobre la relación entre investigación y matemáticas; Junto con un conjunto de posibles preguntas (ver anexo 4) que podían ser cambiadas o eliminadas de acuerdo al dinamismo de la sesión. Las sesiones fueron grabadas y las transcripciones correspondientes se encuentran en el anexo 5.

iii. Análisis de resultados

Para la organización, clasificación y análisis de la información obtenida en la fase 1: revisión documental y fase 2: discusión con grupos focales, se usó el siguiente instrumento (ver **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, cuyos resultados pueden verificarse en el anexo 6.

Tabla 2. Ficha de registro de la revisión documental.

Ficha de registro de la revisión documental			
Institución Educativa: <u>Corporación Unificada Nacional de Educación Superior - CUN</u>			
Documentos: _____			
Categoría	Subcategoría	Dato	Análisis
Pensamiento matemático	Procesos de razonamiento		
	Plantear y resolver problemas		
	Comunicar (Representar formulaciones verbales (simbolizaciones)- explicaciones, usar algoritmos y tener nociones matemáticas)		
	Pensamiento matemático elemental (Conceptos matemáticos básicos)		
	Pensamiento matemático avanzado (Abstracción, argumentación, formalización, generalización, demostración)		
Investigación formativa	Habilidades investigativas (Observar, descubrir, explicar, predecir) (creatividad)		
	Actividades investigativas (produce conocimiento subjetivamente nuevo, formación por actitudes investigativas, aprende la lógica y las actividades propias de la investigación)		
Proceso de enseñanza aprendizaje (categorías emergentes)	Enseñanza		
	Aprendizaje		
	Evaluación		

Los resultados arrojados en la matriz de análisis se confrontaron con el fin de establecer las relaciones, invariantes, indicadores significativos y comunes, diferencias y similitudes, que posteriormente fueron comparadas con la teoría desarrollada, frente al desarrollo del pensamiento matemático y la investigación formativa, logrando dar respuesta a la pregunta problema que dio origen al presente trabajo de investigación.

Este análisis fue realizado a través de una distribución relacionada directamente con cada una de las categorías abordadas en el capítulo II, de forma tal que puedan dilucidarse las correspondencias objeto de investigación en el presente trabajo, acorde con lo expresado en la Ilustración 20.



Ilustración 20. Categorías de análisis para los aportes del pensamiento matemático con la investigación formativa

CAPITULO IV: DISCUSIÓN

El presente capítulo da cuenta del análisis de la información frente a las categorías de análisis (ver Ilustración 20. Categorías de análisis para los aportes del pensamiento matemático con la investigación formativa producto de la comparación entre los documentos de la institución y las sesiones adelantadas en la institución de referencia (Corporación Unificada Nacional de Educación Superior – CUN) con docentes y estudiantes, con las que se profundizó el reconocimiento de los procesos de pensamiento matemático y las actividades de investigación formativa. Para este efecto, se presenta a continuación el análisis hecho por la investigadora y se citan algunos apartes de los documentos y las sesiones con los participantes. Se analizaron los datos a partir de las categorías previstas en el capítulo II y las relaciones entre las fuentes, además se mencionan los elementos emergentes, bien porque permiten considerar otras categorías o por su débil correspondencia con las categorías centrales.

Establecidos los indicadores, se procede a analizarlos a partir de los referentes teóricos dando respuesta a la pregunta de investigación, que da origen al título del presente trabajo: Aportes del desarrollo del pensamiento matemático en la investigación formativa de Educación Superior, un estudio de caso.

i. Indicadores significativos para la investigación exploratoria

a. En lo referente a las habilidades cognoscitivas de tipo analítico.

Lo elementos del pensamiento matemático, identificados dentro de las clases de matemáticas en la CUN que aportan a la investigación exploratoria referente a las

habilidades investigativas de tipo analítico; se basan en los procesos de razonamiento: análisis, síntesis y evaluación de la información que los estudiantes realizan en sus clases para construir los conocimientos propios del pensamiento matemático elemental y avanzado. Los docentes manifiestan que:

Lo que pasa es que el estudiante, hay una cosa, uno interactúa con él por la directa, pero también tiene que enseñarle al estudiante a interactuar, a buscar información y a que el mismo se desenvuelva con la información y que no simplemente se quede esperándola a que uno suministre a un simple proceso de trasmisión, sino que el entienda que hay más fuentes, hay más medios, y hay un mundo totalmente en la red que hay ahorita con la tecnología, que él puede tranquilamente tener una clase igual a la uno le da en YouTube, y que él tiene que saberlo y él tiene que utilizarlo, y tiene que entender y tiene que interactuar y aprender a clasificar la información, porque uno de los problema de la red es ese, la veracidad de la información de la red, no toda la información que está ahí está bien, pero uno le trata de decirle, mire para que usted interactúe mejor y busque una mejor información, primero ponga cuidado, trate de entender un poquito el tema y lo que no entienda y si quiere otro punto de vista, mire otros profesores que dan clases en YouTube o lea este documento como dice el profe, y eso es una manera en que ellos tiene que interactuar con las cosas, y no es simplemente que uno viene se para y hágale, y ya ellos tienen que aprender a salir de sus cosas (Docente 7, doc. 22, p.14).

Este proceso analítico propio de la investigación formativa (Restrepo, 2002) que exponen los docentes también es reconocido por los estudiantes cuando indican que:

[...] nos dejaba como los talleres y que consultáramos el tema que quisiéramos, escojan un tema que ustedes quieran y lo traen, lo exponemos aquí entre todos y lo debatimos, eso nos dice, [el docente]. Siempre traemos todos, un caso diferente de algo y lo debatimos ahí en clase." (Estudiante 3, grupo de discusión de estudiantes, p.9).

Lo anterior evidencia que deben buscar, recopilar, procesar e interpretar lo encontrado fuera de clase para comprender las temáticas a estudiar en el aula, procesos de pensamiento identificados en el capítulo II: Análisis, síntesis y evaluación.

Adicionalmente, los participantes mencionan que el uso de la tecnología se integra como un factor importante en la acción de investigar, pues permite recopilar, organizar y entender la información encontrada, con mayor facilidad, gracias al sin número de fuentes usadas, en las clases de matemáticas, donde los estudiantes reciben datos adicionales para comprender las temáticas,

Bueno, yo utilice la herramienta de la tecnología, ahí tiene una plataforma que nos dice, se envía toda información o tutoría. Hace tutorías por ahí, nos envía videos. Una cantidad de información, entonces para eso se minimiza la posibilidad de que uno no entienda la materia es mínima, porque es que tenemos todas las herramientas, se envía mucha información por ahí." (Tomado del grupo de discusión con estudiantes, p.4).

En tal sentido, los docentes indican que la comprensión de los objetos matemáticos inicia cuando en las clases "*(...) el problema está es, cómo han percibido, recibido y asimilado y comprendido, ¿sí?, y aplicar los conocimientos básicos en matemáticas anteriores, (...) entonces es más un proceso de asimilación de todos esos contenidos que vamos trabajando, (...)*" (Tomado de la sesión de grupo focal de docentes de asignaturas transversales de Ciencias Básicas, docente 8, p.8) mientras que los estudiantes indican:

O sea, no es que uno no entienda, pero es que ya ahorita estamos en un punto muy complejo, donde tú llegas a un punto, donde hagas un movimiento mal y el resto ahí pa' abajo te queda mal, entonces esa dinámica, digamos listo...Entraría esto para tratar de saber." (Tomado de la sesión del grupo focal con estudiantes, estudiante 2, p.3).

En este orden de ideas, la comprensión de los objetos matemáticos se basa en la recreación del conocimiento que promueve la búsqueda, organización e interpretación de la información por parte del estudiante, el docente lo enfatiza en su relato, mencionando: "*(...) no, usted está en el fenómeno de la ciencia, usted va a interpretar cosas que suceden, usted tiene que interpretar los fenómenos*

naturales, usted está para pensar, porque eso exige mucho conocimiento (...)"

(Tomado del grupo de discusión de los docentes de asignaturas de matemáticas avanzadas, docente 6, p.10) y que dicha intención la reconoce el estudiante cuando debe interpretar la información y comprender los paso, procedimientos y conocimientos matemáticos: *"Eso es lo importante, cómo interpretarlo. Desde ahí parte todo."* (Tomado del grupo focal con estudiantes, estudiante 3, p.7).

Así, estos elementos propios del razonamiento puestos en acción en las clases de Ciencias Básicas, coinciden con la habilidad analítica en investigación (exploración), pues el estudiante debe hacer sondeo de artículos, documentos, investigaciones terminadas, entre otros materiales, así como la recopilación de información relevante, el procesamiento de datos y la interpretación de lo encontrado para comprender algún fenómeno que deba ser estudiado en investigación, manifestando procesos de pensamiento puestos en acción, por ejemplo cuando los estudiantes reconocen que: *"Si en ocasiones también se hacen salidas a bibliotecas para aprender a manejar bases de datos y elementos, libros"* (Tomado de la sesión del grupo focal de los docentes de investigación, docente 2, p.5).

Por lo tanto, este tipo de exploración realizada en las clases de Ciencias Básicas, le permite al estudiante, adelantar procesos de comprensión, relación de la información, síntesis, análisis y evaluación de los objetos matemáticos, que a su vez son los mismos procesos necesarios para construir proyectos de investigación: identificar el problema, buscar antecedentes, y llegar a la construcción del marco teórico que sustente el proyecto; entre otros aspectos.

b. En lo referente a la búsqueda de necesidades

Uno de los elementos comunes entre la investigación formativa y el desarrollo del pensamiento matemático es la observación del entorno, que finalmente permite estructurar proyectos de investigación. En las clases de Ciencias Básicas los estudiantes relacionan los conocimientos propios del pensamiento matemático elemental con la cotidianidad, hacen una lectura de su entorno que les permite identificar con mayor facilidad problemas, necesidades, poblaciones e hipótesis de fenómenos para ser analizados y estudiados:

En la vida cotidiana, uno la utiliza todos los días, para mí yo creo que es todos los días. La está utilizando para calcular el tiempo, para calcular el presupuesto que usted tiene, pero son matemáticas, son las matemáticas que se utilizan ahí (Tomado de la discusión con los estudiantes, estudiante 3, p.8)

Esta visión del estudiante es espejo de la perspectiva que tienen los docentes cuando leen su entorno a través del uso y aplicación de las matemáticas y pueden manifestarlo en sus clases para que los estudiantes hagan ese tipo de representaciones,

Ehh algo que, que de pronto se pretende hacer en cada, en cada encuentro es aterrizar los ejercicios al nivel en que nos encontramos, por ejemplo un ejercicio que ehh pueda posicionarse o que tenga un vehículo, saco el porcentaje pago tanto, no ya vengo vamos a la tienda compramos lo del desayuno, el paga leche y huevos, él te dé como ecuaciones básicas que se realizaron, siempre le trato de aterrizar los ehh los, los problemas con ejemplos seguidos a la realidad," (Docente 4, doc. 22, p.7)

Teniendo en cuenta que las matemáticas tienen relación con el lenguaje cotidiano y que las clases de Ciencias Básicas en la CUN revelan esa aproximación, a través de los documentos institucionales y los relatos de los docentes: “

Regularmente una de las características y de las ventajas que tienen todas las líneas de la matemática es precisamente eso, se puede llevar a muchos contextos, en el caso de los conjuntos numéricos, en el caso del álgebra lineal, en el caso de estadística hay muchas situaciones que conducen ah... a mostrarle al estudiante

esa parte práctica (...)" (Tomado de la sesión con los docentes de las asignaturas transversales de Ciencias Básicas, docente 5, p. 5).

Se encontró que se plasman en las actividades vivenciadas por los estudiantes ya que deben entender las necesidades, problemas, poblaciones para poder representarlos matemáticamente:

En mi caso, yo creo que ella es muy dinámica, (...) Si yo tengo, una probabilidad de dos eventos en específico, entonces voy a tomar esa probabilidad de este evento, que lo vamos a hacer de, vamos a hacer el concierto tal día, entonces vamos a sacar una probabilidad desde ahí y basándonos con eso lo hace como mucho más, que lo tenga fácil. Lo ve uno muy muy fácil." (Tomado del grupo de discusión con estudiantes, estudiante 3, p.3).

Dentro de las actividades investigativas de la Cun, es claro que además de identificar las necesidades que pueden encontrarse en el entorno del estudiante, es igualmente importante formular y resolver problemas "*El investigador qué hace, resolver problemas sociales y ¿dónde están los problemas sociales? En las comunidades, ahí. Ahí es donde debe estar el investigador y mientras en la comunidad resolviendo los problemas (...)*" (Tomado del grupo focal con docentes de investigación, docente 2, p.3)

La formulación y solución de problemas se vuelve evidente dentro de las clases de Ciencias Básicas y en este sentido, se torna uno de los elementos centrales comunes con las actividades de investigación formativa, pues a partir de la resolución de problemas se puede comprender el mundo de forma matemática y social.

ii. Indicadores significativos para la formación en y para la investigación
a. En lo referente con el aprendizaje de la lógica y actividades propias de la investigación.

Cuando un estudiante se familiariza con la naturaleza de la investigación como búsqueda, con sus fases y funcionamiento desde una mirada clásica (aproximación al uso del método científico, como se declara en los syllabus de las asignaturas de investigación de la CUN), se puede inferir que en las clases de Ciencias Básicas de la CUN se evidencian elementos que aportan al aprendizaje de la lógica y claramente relacionados con las actividades propias de investigación, como: la observación y solución de preguntas (vistas en el apartado anterior), el diseño de hipótesis, la inferencia y análisis de datos, la construcción del marco teórico y metodológico, la argumentación y la defensa de resultados; actividades que exigen la puesta en desarrollo de los procesos de pensamiento matemático avanzado de: abstracción, argumentación, formalización, generalización, y demostración; es decir modelación de situaciones del mundo real con objetos matemáticos avanzados.

Este tipo de pensamiento matemático avanzado por su carácter y relación con la investigación en cuanto a los procesos que hace el estudiante para matematizar (modelación matemática), esta formulado como intención en todos los syllabus de asignaturas de matemáticas avanzadas, por ejemplo lo menciona el syllabus de la asignatura de matemáticas especiales: "*COMPETENCIA ACADÉMICA DE LA ASIGNATURA: Plantea modelos matemáticos para sistemas dinámicos y genera su solución para señales periódicas y no periódicas dependiendo del contexto*" (doc. 13, p.5).

Y aunque en el plano de la comprensión y dominio de los estudiantes no es visible la matematización como lo proponen los syllabus, el estudiante menciona que: "*No, él solamente llega y coloca F de x es igual a 3 a la x al cubo más, dos más x más... listo. Vamos a resolver eso.*" (Tomado del grupo de discusión con estudiantes, estudiante 1, p. 6); sin embargo con esta afirmación del estudiante, se evidencia en el marco de la modelación matemática que ellos hacen procesos de abstracción cuando deben representar objetos matemáticos para seguir procedimientos propios de la disciplina.

Este proceso del pensamiento matemático avanzado (abstracción) le facilita al estudiante hacer lecturas del entorno y analizar los datos para facilitar la formulación de hipótesis, inferir y hacer predicciones, argumentar y discutir alrededor de una problemática; acciones propias de la investigación formativa.

Dentro de estas actividades propias de investigación no se evidenciaron en los estudiantes la formulación de hipótesis, la inferencia, la argumentación y la discusión pero si se encontraron elementos en los discursos de los docentes, como se resalta a continuación:

a) Formulación de hipótesis

(...) finalizando la clase se hace retroalimentación y pues se dejan la actividad, la actividad que puede ser unos ejercicios u otro problema o una situación que ellos deben generar" (Tomado del grupo de discusión de los docentes de las asignaturas transversales de Ciencias Básicas, docente 8, p.3)

b) Inferencia

claro, lo que ellos de pronto no pueden deducir, o sea ellos a veces, anteriormente uno cogía y le decía, uno desarrollaba, en todo el proceso de despeje de una fórmula, pues la idea es que uno les dice, bueno, usted va a conseguir o quiere encontrar tal cosa puede partir de esta fórmula, ehh, sino se acuerda de la fórmula puedes llevar la fórmula en el parcial o lo que sea, porque uno no les puede exigir

que se aprendan las cosas de memoria, pero que por lo menos si asocien las cosas y sepan para que les sirven." (Tomado del grupo de discusión de las asignaturas de Ciencias Básicas avanzadas, docente 5, p.5)

c) Argumentación

(...), yo le dicto a usted y usted es un técnico, usted me tiene que explicar, ¿por qué cae un rayo?, usted me tiene que explicar porque cree... pero no sea bruto, usted no tiene que usar su inteligencia para que voten por usted, no usted está en el fenómeno de la ciencia, usted va a interpretar cosas que suceden, usted tiene que interpretar los fenómenos naturales, usted está para pensar porque eso exige mucho conocimiento (...)" (Tomado del grupo de discusión de las asignaturas de Ciencias Básicas avanzadas, docente 6, p.10).

d) Discusión

Como una secuencia, se convierte en procedimiento de unos símbolos, signos, todo eso, todo va como estructurado en la discusión de un problema" (Tomado del grupo de discusión de los docentes de las asignaturas transversales de Ciencias Básicas, docente 3, p.15).

b. En lo referente con los componentes de docencia investigativa.

Respecto a las estrategias implementadas y mencionadas por Restrepo (2004b), en los procesos de investigación formativa, tales como: Aprendizaje Basado en Problemas, solución de problemas, Aprendizaje Orientado a Proyectos, seminario Alemán, y Estudio de Caso; se pudo evidenciar que en las clases de Ciencias Básicas se usa: - Aprendizaje Basado en Problemas, solución de problemas, Aprendizaje Orientado a proyectos y Estudio de caso.

Según Restrepo (2003) el Aprendizaje Basado en Problemas se basa en el método científico con la siguiente estructura: a) El problema, b) su análisis, c) las explicaciones alternativas de solución o hipótesis, d) la discusión de las hipótesis, e) puesta en común de la discusión; En las clases de Ciencias Básicas de la CUN se infirió que los docentes usan esta estrategia (usada también en la investigación formativa) la mayor parte del tiempo en las clases a través de los siguientes pasos:

a) ponen la discusión de la temática alrededor de un problema, b) lo analizan, c) lo colocan a discusión, y c) llegan a un acuerdo en común. El siguiente relato lo demuestra:

Les explico cuál va a ser el desarrollo de la clase que ellos tienen, tengan claro cuál va a ser el desarrollo que es lo vamos a hacer... y ehh para explicar el tema siempre genero un pri' primero un problema, o sea en esas asignaturas será un pro' se genera el problema, ellos tiene que aplicar en esa... en esa solución de ese problema pues conceptos anteriores al que vamos a ver en la clase para poder eh digámoslo así encariñar a lo que estamos lo que vamos a trabajar ... ehh y después de que ellos hagan ese proceso yo voy y... explico el tema como tal, ¿sí? haciendo un proceso de acompañamiento con los estudiantes que yo voy explicando a los que les cueste y los chicos pueden ir haciendo, entonces yo voy... dejando que ellos lo vayan desarrollando y después lo comparamos con lo que yo estoy trabajando, cuando terminamos de hacer el problema, la solución de ese problema, entonces eh miramos que cuales son las preguntas que ellos tienen con respecto a ese a ese problema que están desarrollando, eh a los procedimientos que están trabajando, eh se hace pues en ese momento pues se le pregunta ahí sí está claro o no está claro, si está claro el proceso, entonces yo les coloco un ... una situación y ... esa situación que la van desarrollando ... y voy pasando unos estudiantes para que vayan en el tablero pues solucionando por pasos o por partes que sería ese problema, finalizando la clase se hace retroalimentación y pues se dejan la actividad, la actividad que puede ser unos ejercicios u otro problema o una situación que ellos deben generar" (Tomado del grupo de discusión con los docentes de asignaturas transversales de Ciencias Básicas, docente 8, p.3)

Los estudiantes asocian este tipo de metodologías según indican: "(...) *Eso nos dice, siempre traemos todos, un caso diferente de algo y lo debatimos ahí en clase.*" (Tomado del grupo de discusión con estudiantes, estudiante 3, p.9).

La estrategia de Aprendizaje Orientado a Proyectos es una de las estrategias más fuertes usadas en las clases de investigación:

Cada una de las asignaturas tienen como un producto final de asignatura entonces por ejemplo, en Explorar para investigar es un proyecto de investigación pero es únicamente, ¿cómo se llama?... Un anteproyecto de investigación, en innovación tiene que desarrollar algún proceso de innovación en algunos de los tipos de innovación que hay, ¿sí? Ya sea un producto servicio, una estrategia de mercadeo en cualquiera de esos tiene que desarrollar un proyecto de innovación y en Metodología si tienen que hacer un proyecto de investigación, entonces un poco de lo que se hace en clase es como decía el profesor Héctor es... tienen que hacer algunas lecturas para la siguiente clase, de acuerdo a la información que obtienen van trabajando también dentro de cada uno de los proyectos que están realizando.

Al finalizar el semestre ellos entregan el proyecto pero pues, como el aprender haciendo de cada uno de sus proyectos" (Docente 1, doc. 25 p.2)

Esta estrategia es propuesta en los syllabus de Ciencias Básicas, y puesta de manifiesto por los docentes en su quehacer: "(...) *reportan su parcial, o el proceso dado, la sustentación del proyecto en el caso de otras asignaturas o de pronto, pero pues también están sus exposiciones, está su trabajo autónomo, están sus talleres, trabajo en clase, ¿sí?, (...)*" (Tomado del grupo de discusión con docentes de asignaturas de Ciencias Básicas, docente 2, p.15), sin embargo los estudiantes no lo manifiestan en su relato.

Finamente, la estrategia de estudio de caso utilizada en investigación, se evidencia en lo relatado por los estudiantes dentro de las clases de Ciencias Básicas: "(...) *Eso nos dice, siempre traemos todos, un caso diferente de algo y lo debatimos ahí en clase.*" (Tomado del grupo de discusión con estudiantes, estudiante 3, p.9).

En este sentido, es importante resaltar que el aprendizaje autónomo del estudiante es un factor común en la investigación y en los procesos de enseñanza de pensamiento matemático, pues en ambos casos el estudio independiente por parte de los estudiantes les permite generar disciplina en torno a un tema específico y buscar las herramientas para lograrlo, es así que "*El tema de los créditos está asociado que ellos tengan una parte de autoestudio significativa y pues digamos que tiene diferentes herramientas para hacerlo, (...)*" (Tomado del grupo de discusión de los docentes de asignaturas de matemáticas avanzadas, docente 1,

p.13), ejercitando los procesos de pensamiento que aportan a las acciones de la Investigación formativa.

c. Pensamiento e investigación, voces comunes.

Varios elementos puntuales mencionados por los docentes, estudiantes y lo encontrado en los documentos permiten vislumbrar los aportes entre el desarrollo del pensamiento matemático y la investigación formativa. En este sentido cabe resalta que el desarrollo del pensamiento matemático, permite al estudiante desenvolverse en distintas áreas, así que *"es como la capacidad que tiene el estudiante para utilizar herramientas matemáticas cuando las necesite, cuando las requiera ese lineamiento del conocimiento"* (Tomado del grupo de discusión con docentes de asignaturas transversales de Ciencias Básicas, docente 4, p.16).

El estudiante ve la investigación que reúne varios componentes incluyendo lo aprendido en matemáticas, él dice: *"Yo creo que la investigación, trata de muchas cosas, muchas cosas, entonces eso viene de todo lo que usted sabe, viene de todo lo que usted ha aprendido, imagino que no se reúne sólo un componente de las matemáticas sino que debe conllevarlos al punto en que usted está."* (Estudiante 3, doc. 24, p.9).

Una de las características que permiten ver dicha relación es la diferencia curricular entre los programas académicos, donde los que tienen mayor cantidad de asignaturas de Ciencias Básicas, se les facilita notoriamente la estructuración de proyectos de investigación de identificación de problemas, puesto que tienen un

componente en matemáticas más amplio (tanto pensamiento matemático elemental como avanzado) y por ende su pensamiento es más estructurado,

(...) Ya uno en la noche que ya son personas que llevan un tiempo trabajando o que se han desarrollado en ciertas áreas ya empieza uno a identificar de qué forma el pensamiento lógico matemático puede afectar o no la asignatura, ¿sí? Por ejemplo ya en seminario ya tienen una formación un poco más avanzada si uno puede darse cuenta por ejemplo que los estudiantes de ingeniería o que ven más matemáticas se les facilita un poco el desarrollo de actividades. Sin embargo también puede limitarlos un poco en innovación porque innovación es como pensar diferente y el tema del pensamiento lógico matemático de cierta forma te da un pensamiento eh práctico, que todo tiene un plan, un proceso, los ejercicios a ellos los obligan un poco a salirse de eso. Ya cuando llegas tú a metodología si evidentemente quienes han visto más formación matemática sí te muestran un desarrollo en investigación diferente, como más avanzado, como más estructurado, por ejemplo, en mí caso con los estudiantes que he tenido de las ingenierías son como los que me presentan de forma más práctica los proyectos de investigación y me dicen cómo hacia donde trabajar y me dan qué alternativas tienen, qué instrumentos pueden manejar, cómo los pueden trabajar, ¿sí? Mientras que hay otros programas que digamos, pues no se evidencia tanto, ¿sí? Como en Diseño de Modas, no está como tan claro cómo debe ser la estructura o cómo orientarla o como, sí... cómo tienen que presentar la estructura de investigación." (Docente 6, doc. 25, p.6).

Es importante resaltar que los docentes recalcan que los estudiantes de educación virtual logran con mayor precisión una rutina de estudio y se les facilita la comprensión de los objetos matemáticos, puesto que su aprendizaje autónomo es más fuerte, "(...) por eso es que muchas veces en Distancia se obtienen resultados, mejores resultados porque son más disciplinados a pesar de que tienen menos argumentos y más disciplina, (...)" (Tomado del grupo de discusión de los docentes de asignaturas de matemáticas avanzadas, docente 1, p.13)

iii. Indicadores significativos para la transformación en la acción práctica

En los relatos encontrados, la investigación como cultura de la evaluación permanente de las prácticas pedagógicas a través de procesos investigativos que permitan mejorarlas y transformarlas (Bernardo Restrepo, 2009); se

evidencia esta cultura, cuando los docentes manifiestan su preocupación por retroalimentaciones de los procesos de aprendizaje de los estudiantes en sus clases de matemáticas, así:

...ehh esa ... evaluación formal [evaluación formativa] va enfocada principalmente a que el estudiante se autoevalúe, a que reflexione sobre su propio proceso, va muy enfocada a que mire cuales son los ritmos de trabajo que él no maneja [...] ese es el objetivo principal de la evaluación formativa es para que se auto reflexione sobre su proceso" (Tomado del grupo de discusión de docentes de asignaturas transversales de Ciencias Básicas, docente 2 p.14).

Aunque los docentes manifiestan que realizan estos procesos de evaluación dentro de las clases de matemáticas, los estudiantes dicen que solo se evalúan los talleres propuestos y los parciales, así: "El parcial y los ejercicios, mm. Es que entonces uno alcance a hacer cuatro. Como cuatro talleres." (Tomado del grupo de discusión de estudiantes, estudiante 1, p.5). En este sentido, se puede evidenciar que el asunto de evaluación formativa debe reforzarse dentro de las clases de matemáticas para que lo mencionado por los docentes sea explícito en lo vivenciado por los estudiantes; y así se pueda garantizar un proceso de reflexión completa en la acción práctica del docente de la CUN.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

Adelantando el análisis y contrastación de las fuentes documentales con las discusiones de los grupos focales, se encontró que en los procesos de pensamiento matemático promovidos al interior de la propuesta curricular de Ciencias Básicas y desarrollados por los docentes, en las diferentes asignaturas de matemáticas, integran prácticas asociadas al pensamiento matemático elemental, al tiempo que los estudiantes aplican tales procesos de pensamiento, permitiéndoles comprender los objetos matemáticos elementales y así, realizar actividades matemáticas contextualizadas a través de solución de problemas; sin embargo, en los procesos de pensamiento avanzado no se hace una modelación matemática completa de situaciones, sino una comprensión de los objetos matemáticos avanzados a través del proceso de modelación de abstracción; pero no siempre usando situaciones contextualizadas. En este sentido, los docentes tienen más facilidad para aplicar objetos matemáticos elementales contextualizados, que avanzados.

Referente a los rasgos de investigación en la propuesta de investigación formativa de la Corporación Unificada Nacional de Educación Superior – CUN, se encontró que dentro de las clases propias de investigación, se desarrolla 1) el estímulo en la búsqueda de información, problemas y necesidades que los

estudiantes encuentran en su entorno, 2) la importancia de conocer la lógica y actividades propias de investigación y 3) el desarrollo de propuestas de innovación.

En este sentido, se percibe que las estrategias más usadas por los docentes son: el Aprendizaje Orientado a Proyectos y el trabajo colaborativo. Los docentes de las asignaturas de investigación, muestran la importancia que tiene la matemática para entender y desarrollar con mayor facilidad los proyectos de investigación e innovación, dentro de la Institución.

Referente a los procesos de pensamiento matemático que inciden en la propuesta de investigación formativa se encontró:

- Se evidencia en la contrastación y análisis de las fuentes de información, que los procesos de pensamiento matemático elemental – análisis, síntesis y evaluación – impulsados por la CUN; motivan al estudiante a buscar, resolver o formular una actividad matemática en un contexto cotidiano, aportando en las actividades de investigación exploratoria que hacen los estudiantes en el momento de buscar, organizar y comprender tanto la información, como las necesidades y problemas que están en su entorno, dándole soporte lógico a los procesos de investigación. Adicionalmente, los procesos de pensamiento matemático avanzado vistos en la institución: abstracción y argumentación de modelos matemáticos usados también para la formulación de hipótesis, inferencia, argumentación, abstracción y discusión en la investigación son un aporte para entender la lógica y actividades propias de investigación, particularmente cuando el estudiante hace lecturas del entorno, brindando

la estructura a los proyectos de investigación y permitiendo el análisis de los datos e información que recoge para inferir y hacer predicciones.

- Se encontró que los docentes que desarrollan pensamiento matemático elemental en sus estudiantes usan estrategias de aprendizaje como la resolución de problemas y Aprendizaje Basado en Problemas en sus talleres, involucrando contextos cotidianos y aplicados a la formación profesional. En este sentido, la investigación requiere una mirada y observación de su entorno para encontrar los problemas y fenómenos para ser investigados, el docente necesita estas dos estrategias, como lo refiere Restrepo (2009), en sus procesos de enseñanza –aprendizaje siendo un aporte significativo a la investigación.
- Por su parte los docentes que enseñan objetos matemáticos avanzados (pensamiento matemático avanzado) usan casos en sus clases, aprendizaje orientado a proyectos y actividades que involucran ejercicios de ejercitación que permiten la comprensión de procedimientos y conceptos. En este orden de ideas el primero permite el proceso de observación para encontrar los fenómenos, el segundo permite entender la lógica de los proyectos de investigación, proyectos que son abordados por los docentes de investigación en sus clases, y finalmente la ejercitación matemática aportará en el rigor metodológico en los procesos de investigación.

Recomendaciones

1. La primera recomendación relacionada con el aporte de los procesos de pensamiento matemático elemental a la investigación formativa, es involucrar dentro de las clases de Ciencias Básicas, herramientas de búsqueda de información para comprender los conceptos y brindar a los estudiantes técnicas para el análisis y síntesis de los datos encontrados, para comprender los conceptos matemáticos que el docente pide sean consultados.
2. La segunda recomendación para que el desarrollo del pensamiento matemático avanzado aporte a los procesos de investigación formativa, es la realización de talleres, actividades o problemas que le permitan al estudiante hacer procesos de pensamiento para modelar matemáticamente situaciones contextualizadas: abstracción, argumentación, formalización, generalización, y demostración.
3. La tercera recomendación es que en todas las clases de Ciencias Básicas se propicie el trabajo colaborativo (para generar discusión) alrededor de situaciones contextualizadas, preferiblemente donde se usen estrategias como Aprendizaje Basado en Problemas, Aprendizaje Orientado a Proyectos, Estudio de casos, club de matemáticas, entre otras actividades; permitiéndole al estudiante pensar matemáticamente una situación dada.
4. La cuarta recomendación es promover posteriores investigaciones, enmarcadas en la línea de investigación de Pedagogía y Formación Integral de la Maestría, que validen hallazgos del presente trabajo en el desarrollo del

pensamiento matemático avanzado y que se pregunte sobre sus posibles aportes en otras áreas de la Educación Superior.

5. La quinta recomendación es proponer a partir de los resultados de la presente investigación, una segunda fase que permita demostrar que los estudiantes que tienen un gran desarrollo del componente de Ciencias Básicas (asignaturas de matemáticas) en sus propuestas curriculares, son mejores estudiantes en los procesos de investigación formativa.
6. La sexta recomendación es proponer un espacio académico para los docentes de ciencias básicas de la Corporación Unificada Nacional de Educación Superior – CUN – que permita mostrar los resultados de investigación sobre los aportes del desarrollo del pensamiento matemático en la investigación formativa de los estudiantes de la institución.
7. Finalmente, publicar a través de la revista *magistro* el artículo resultado del presente trabajo de investigación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Albornoz, M., & López, J. (2011). *Ciencia, tecnología y universidad en Iberoamericana* (Aires: Eud). Retrieved from <http://digital.csic.es/handle/10261/35307>
- Amestoy de Sánchez, M. (1991). *Desarrollo de habilidades del pensamiento: procesos básicos del pensamiento* (Trillas: I). México.
- Amestoy de Sánchez, M. (1992). *Desarrollo de habilidades del pensamiento: razonamiento verbal y solución de problemas* (Trillas). México.
- Amestoy de Sánchez, M. (2002a). La Investigación Sobre El Desarrollo Y La Enseñanza De Las Habilidades De Pensamiento. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 4(1), 129. Retrieved from <http://148.215.1.166:89/redalyc/pdf/155/15504108.pdf>
- Amestoy de Sánchez, M. (2002b). La investigación sobre el desarrollo y la enseñanza de las habilidades de pensamiento Research on the Development and Teaching of Thinking Skills. *Thinking*, 4, 1–32.
- Badillo, E., Azcárate, C., & Font, V. (2011). Análisis de los niveles de comprensión de los objetos $f'(a)$ y $f'(x)$ en profesores de matemáticas. *Enseñanza de Las Ciencias: Revista de ...*, 29(x), 191–206. Retrieved from <http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewArticle/243832/0>
- Beltrán, L. (2011). Fundamentos epistemológicos de la investigación formativa. In *Investigación formativa proyecto de aula* (Sello edit, pp. 171–185). Medellín.
- Bermúdez, E. (2013). Una didáctica de la matemática para la investigación en pensamiento matemático avanzado. *Atenas, Revista Científico Pedagógica*, 3, Núm. 23. Retrieved from <http://atenas.mes.edu.cu/index.php/atenas/article/view/76/html>
- Cantoral, R. (2001). Enseñanza de la matemática en la Educación Superior, 3–27.
- Cantoral, R., & Carrillo, J. (2015). Avances y realidades de la educación matemática (Primera ed, p. 183). España.
- Cantoral, R., & Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilon*, 42(3), 854–856.
- Cerda Gutierrez, H., & León Méndez, A. (2006). *Formación Investigativa en la educación superior colombiana* (Univeersid). Medellín, Colombia.

- Cerda, H. (2011). *La investigación formativa en el aula. La pedagogía como investigación* (Editorial). Bogotá, D.C.
- Coller, X. (2015). *Cuadernos Metodológicos. Estudio de casos*. (Centro de). Madrid.
- Constitución Política De Colombia. Constitución Política De Colombia (1991). Retrieved from http://www.unesco.org/culture/natlaws/media/pdf/colombia/colombia_constitucion_politica_1991_spa_orof.pdf
- Corbalán, F., & Deulofeu, J. (1996). Polya un clásico en resolución de problemas. *SUMA*, 22, 103–107. Retrieved from <http://revistasuma.es/IMG/pdf/22/103-107.pdf>
- Cruz, C. (2006). Desarrollo del pensamiento matemático y estratégico. In *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Un reporte Iberoamericano*. Clame (Ediciones , pp. 533–554). México.
- Diez, E. (2006). *Evaluación de la Cultura Institucional en educación. Un enfoque Cualitativo Teórico- práctico* (Arrayán). Chile.
- Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. *Advanced Mathematical Thinking*. http://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_7
- Edwards, B., Dubinsky, E., & McDonald, M. (2005). Advanced Mathematical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(1), 15–25. http://doi.org/10.1207/s15327833mtl0701_2
- Educación matemática e historia. (2016). GrupLac – Grupo de Investigación. Disponible en: <http://scienti.colciencias.gov.co:8080/gruplac/jsp/visualiza/visualizagr.jsp?nro=00000000008137>
- Font, V. (2008). Enseñanza de las matemáticas. Tendencias y perspectivas. In *Enseñanza de las matemáticas* (pp. 21 – 62).
- Galeano, M. E. (2012). *Estrategias de investigación social cualitativa* (La Carreta). Medellín.
- Gallego, G. (2012). *La Enseñanza del Saber Matemático en la Universidad* (Universida). Pereira.
- Galvis, P., Acosta, E., Rubio, E., Giorgi, R., & Ospina, L. (2010). *Guía para el proceso de investigación formativa* (Universida). Bogotá, D.C.
- Garbin, S. (2005). ¿ Cómo piensan los alumnos entre 16 y 20 años el infinito? La

- influencia de los modelos, las representaciones y los lenguajes matemáticos. ... *Latinoamericana de Investigación En Matemática ...*, 8, 169–193. Retrieved from <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/335/33580205.pdf>
- Gardner, H. (1994). *Estructuras de la mente. La Teoría de Las Inteligencias Múltiples. Estructuras de la Mente. La Teoría de Las Inteligencias Múltiples*. Retrieved from http://educate.iacat.com/Maestros/Howard_Gardner_-_Estructuras_de_la_mente.pdf
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2007). The Onto-Semiotic Approach to Research in Mathematics. *ZDM. The International Journal on Mathematics Educations*, 39((1-2)), 127–135.
- Gómez, I. (2010). Ciencia Cognitiva, Teoría de la Mente y autismo. *Pensamiento Psicológico*, 8(15), 113–123. Retrieved from <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=80115648010>
- Gómez, I. M. (2009). Actitudes matemáticas: propuestas para la transición del bachillerato a la universidad. *Educación Matemática*, 21, num3, 5–32. Retrieved from http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262009000300002&lang=pt
- Grondin, J. (2008). *¿Qué es la hermenéutica?* (Herder). España.
- Gutiérrez, B., & Cintas, G. (2004). La Estadística en la Educación Superior ¿Formamos Pensamiento Estadístico? *Ingeniería Y Competitividad*, 5(2), 84–90. Retrieved from [http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/10893/1562/1/Rev.Ing. y Competitividad Vol 5, No 2,P.84-90,2004.pdf](http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/10893/1562/1/Rev.Ing.y%20Competitividad%20Vol%205,%20No%202,P.84-90,2004.pdf)
- Halford, G. (2008). El desarrollo de la inteligencia incluye la capacidad de procesar relaciones de mayor complejidad. In *Desarrollo de la inteligencia* (Oxford Uni, pp. 223–248). México.
- Hernández, S., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación* (Sexta Edic). México.
- lafrancesco, G. (2011). *Pedagogía del cuidado* (CORIPET). Bogotá, D.C.
- Jaramillo, C., & Ceballos, L. (2012). La noción de convergencia de una serie desde la óptica del modelo de Van Hiele, *VII*, 141–148.
- Kohler, J. (2009). ASOCIADO A LAS HABILIDADES INTELECTUALES Y LAS ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE DE.
- Labinowicz, E. (1982). *Introducción a Piaget: Pensamiento, aprendizaje, enseñanza*

- (Fondo Educ). Wilmington, Delaware.
- Lakatos, I. (1978). *La metodología de los programas de investigación científica* (Alianza Ed). Madrid, España.
- Landazábal, D., Pineda, E., Páez, D., Téllez, F., & Ortiz, F. (2010). FORMATIVA Y COMPETENCIAS DE INVESTIGACIÓN, 137–152.
- López, E. (2005). *El lenguaje y el aprendizaje de las matemáticas. Un estudio desde la teoría de Chomsky*.
- Marín, J. D. (2012). *La investigación en educación y pedagogía*. (M. P. Godoy, Ed.) (Universida). Bogotá, D.C.
- Mario, C., Galeano, H., Matiz, J. L., Jefa, P., Estudiantil, D. D., Marcela, L., ... Morin, E. (2004). Caracterización de las metodologías utilizadas en la enseñanza del cálculo en la Universidad EAFIT, *40*(133), 47–59.
- Márquez, P. (2014). *Cómo desarrollar habilidades de pensamiento* (Ediciones). Bogotá, D.C.
- Mason, J. (1996). Pensamiento Matemático Avanzado. *Revista EMA*, 2, 59–68. Retrieved from <http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:RESE?AS+Y+RES?MENES#0\nhttp://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:Pensamiento+Matem?tico+Avanzado#2>
- Medica, N. (2008). La ciencia cognitiva y el estudio de la mente. *Revista IIPSI*, XI, 183–198.
- Mercedes, M., Amblard, S., & Cartechini, S. (2012). Bleichmar, Gardner y Piaget. Apreciaciones sobre la inteligencia. *Cuaderno de Investigaciones*, 7.
- Ministerio de Educación Nacional. (2009). *Las competencias en la Educación Superior. Igarss 2014 2014*.
- Monge, E. C. (2010). El estudio de casos como metodología de investigación y su importancia en la dirección y administración de empresas, *1*(2), 31–54.
- Monge, J. (2011). Visualización del conocimiento en la enseñanza-aprendizaje del cálculo diferencial. In *Conferencia Interoamericana de Educación Matemática CIAEM* (p. 12).
- Morales, L. (2013). *El cálculo mental como estrategia para potenciar las habilidades matemáticas en niños de primer grado de primaria*. *Journal of Chemical Information and Modeling*.

- ONU. Declaración Universal de Derechos Humanos (1948).
- Parra, C. (2001). *La comprensión lectora como estrategia y el título como herramienta reveladora del contenido de la interpretación. Cuarto congreso Chileno de antropología*. Santiago de Chile.
- Pérez, P., & Campillo, P. (1998). La Noción de Continuidad desde la Óptica de los Niveles de van Hiele, *1*(1), 69–80.
- Quesada, A. (2008). Sobre la enseñanza de límites. In *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Un reporte Iberoamericano*. Clame (Ediciones , pp. 801–822). México.
- Quintero, C., Villalobos, F., & Luque, D. (2012). Desarrollo de competencias investigativas básicas mediante el aprendizaje basado en proyectos como estrategia de enseñanza, 29–49.
- Ramírez, J., Azcárate, C., & Manyá, F. (2000). La teoría de APOE y su aplicación en la traducción de enunciados del lenguaje natural al lenguaje de la lógica de primer orden. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *17*, 313–318.
- Rasmussen, C., Zandieh, M., King, K., & Teppo, A. (2005). Advancing Mathematical Activity: A Practice-Oriented View of Advanced Mathematical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, *7*(1), 51–73. http://doi.org/10.1207/s15327833mtl0701_4
- Rasmussen, C., Zandieh, M., King, K., & Teppo, A. (2009). Advancing Mathematical Activity: A Practice-Oriented View of Advanced Mathematical Thinking. *Mathematical Thinking And Learning*, *7*(1), 37–41. <http://doi.org/10.1207/s15327833mtl0701>
- Restrepo, B. (2002). Conceptos y aplicaciones de la investigación formativa, y criterios para evaluar la investigación científica en sentido estricto. *Documento CNA*. (<http://www.Cna.Gov.Co>). Retrieved from <http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:Conceptos+y+Aplicaciones+de+la+Investigaci?n+Formativa+,+y+Criterios+para+Evaluar+la+Investigaci?n+cient?fica+en+sentido+estricto+.#0\http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=inti>
- Restrepo, B. (2003). Investigación formativa e investigación productiva de conocimiento en la universidad. *Nómadas*, 195–202. Retrieved from <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3991803&info=resumen&idioma=ENG>
- Restrepo, B. (2004a). Formación Investigativa e investigación formativa.

Acepciones y Operacionalización de esta última, 1–19.

- Restrepo, B. (2004b). La investigación-acción educativa y la construcción de saber pedagógico. *Redalyc, Núm. 7(0123-1294)*, 45–55. Retrieved from http://www.digital.ciecas.ipn.mx/docs_innova/pdfs/u4_3_inv_acc_educativa.pdf
- Restrepo, B. (2009). Investigación de aula: formas y actores. *Revista Educación Y Pedagogía*, 21(53), 103–112. Retrieved from <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3075322>
- Rievere, A., & Nuñez, M. (1996). *La mirada de la mente (AIQUE)*. Buenos Aires.
- Ruesga, P., & Orozco, M. (2006). Pensamiento Lógico en Estudiantes Universitarios de Alto y Bajo Rendimiento en Matemáticas, *VII*, 47–68.
- Ruiz, A. (2004). Texto, testimonio y metatexto.El análisis de contenido en la investigación en educación. In *La práctica investigativa en ciencias sociales* (Fondo Edit, p. 158). Bogotá, D.C.
- Sánchez, J., & Fernánadez, B. (2003). *La enseñanza de la matemática. Fundamentos teóricos y bases psicopedagógicas* (Editorial). Álcala, Madrid.
- Sánchez, M., & Vega, J. (2003). Algunos aspectos teórico-conceptuales sobre el análisis documental y el análisis de información., *34(2)*, 49–61.
- Sandoval, C. (1996). *Investigación cualitativa* (ARFO Edito). Bogotá.
- Sarmiento, A., & Sánchez Quinzá, J. M. (2009). Algunas cuestiones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en los estudios de económicas y empresariales, 1–11.
- Silvestri, A. (2002). Funciones psicológicas y adquisición discursivas en Propuesta Educativa. *FLACSO Argentina, Año XII(25)*.
- Souto, B. (2009). Visualización en matemáticas un estudio exploratorio con estudiantes de primer curso de matemáticas, 187.
- Tall, D. (1995). Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking. *Pme Conference*, 1(July), 161–175. Retrieved from <http://digilander.libero.it/leo723/materiali/algebra/dot1995b-pme-plenary.pdf>
- Tall, D. (1998). *Proof and the transition from Elementary to Advanced Mathematical Thinking*.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with particular reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in*

Mathematics.

Torff, B., & Gardner, H. (2008). La mente vertical: el caso de inteligencias múltiples. In *Desarrollo de la inteligencia* (Oxford Uni, pp. 163–186). México.

Vila, A., & Callejo, M. (2005). *Matemáticas para aprender a pensar* (Narzea, S.). España, Madrid.

Villaveces, L., & Toro, R. (2008a). El pensamiento matemático: una competencia genérica emergente .

Villaveces, L., & Toro, R. (2008b). Las competencias matemáticas genéricas de los egresados de la Educación Superior, 13.