

**EVALUACIÓN DEL CONCEPTO DE PERIODO DE RETORNO Y DEL
ANÁLISIS DE FRECUENCIA DE EVENTOS EXTREMOS BAJO
CONDICIONES NO ESTACIONARIAS**

William Andrés Baquero Cifuentes
Código: 2156866

Anderson Ramírez Céspedes
Código: 2156996

PROYECTO DE GRADO

**UNIVERSIDAD SANTO TOMAS
FACULTAD DE INGENIERÍA AMBIENTAL
BOGOTA D.C.**

2019

**EVALUACIÓN DEL CONCEPTO DE PERIODO DE RETORNO Y DEL
ANÁLISIS DE FRECUENCIA DE EVENTOS EXTREMOS BAJO
CONDICIONES NO ESTACIONARIAS**

William Andrés Baquero Cifuentes
Código: 2156866

Anderson Ramírez Céspedes
Código: 2156996

PROYECTO DE GRADO

DIRECTOR

Miguel Ángel Cañón Ramos
Ingeniero ambiental
MSC(C) en Hidrosistemas

CODIRECTOR

Darwin Mena Rentería
Ingeniero ambiental y sanitario
Especialista en gestión ambiental
Magister evaluación de recursos hídricos

**UNIVERSIDAD SANTO TOMAS
FACULTAD DE INGENIERÍA AMBIENTAL
BOGOTA D.C.**

2019

Nota de aceptación

Firma Director Trabajo de Grado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a nuestro director y mentor Miguel Ángel Cañón Ramos por servir de guía, apoyo y amigo durante el desarrollo de este trabajo, así como a nuestro codirector Darwin Mena Rentería quien con su conocimiento aportó de forma importante para el cumplimiento de las metas propuestas.

Agradecemos a todos los docentes y demás personas que hicieron parte durante este proceso y aportaron su conocimiento y experiencia en nuestra formación profesional.

Finalmente, agradecemos a nuestras familias por ser los pilares de esta meta personal que hoy en día concluye, ya que sin ellos el sueño de ser un ingeniero ambiental tomasino no hubiera sido posible.

CONTENIDO

RESUMEN.....	1
ABSTRACT	2
1. INTRODUCCION.....	3
2. OBJETIVOS.....	4
2.1. Objetivo general	4
2.2. Objetivos específicos	4
3. MARCO CONTEXTUAL	5
4. MARCO TEÓRICO	6
4.1. Periodo de retorno.....	6
4.2. Series temporales y estadística de extremos.....	7
4.2.1. Identificación de eventos extremos	8
4.2.2. Distribuciones estadísticas	8
4.3. No estacionariedad e hidroclimatología	9
4.3.1. Procesos estocásticos.....	9
4.3.2. Variabilidad climática	9
4.4. Homogeneidad y consistencia de datos hidroclimatológicos	10
4.4.1. Saltos	12
4.4.2. Tendencia	12
4.4.3. Eliminación de la Tendencia en la media.....	13
4.5. Independencia de datos hidroclimatológicos	13
4.5.1. Covarianza.....	14
4.6. Aleatoriedad de datos hidroclimatológicos	15
5. METODOLOGIA	17
5.1. Fase I: Revisión del concepto del periodo de retorno	17
5.2. Fase II: Revisión de herramientas estadísticas	18
5.3. Fase III: Selección de la herramienta aplicable.....	19
5.4. Fase IV: Diseño de esquema metodológico	20
6. RESULTADOS.....	22
6.1. Fase I: Revisión del concepto del periodo de retorno	22
6.2. Fase II: Revisión de herramientas estadísticas	23
6.2.1. Teoría de probabilidad de cópulas.....	23
6.2.2. Distribución Generalizada de Valores Extremos (GEV).....	26
6.3. Fase III: Selección de la herramienta aplicable.....	28
6.3.1. Información utilizada	28
6.3.2. Teoría de probabilidad de cópulas.....	31

6.3.3.	Distribución GEV (enfoque estacionario)	35
6.3.4.	Distribución GEV (enfoque no estacionario)	36
6.4.	Fase IV: Diseño de esquema metodológico	38
7.	DISCUSION DE RESULTADOS	40
7.1.	Fase I: Revisión del concepto del periodo de retorno	40
7.2.	Fase III: Selección de la herramienta aplicable.....	41
7.2.1.	Teoría de probabilidad de cópulas.....	41
7.2.2.	Distribución GEV (enfoque estacionario)	42
7.2.3.	Distribución GEV (enfoque no estacionario)	44
7.3.	Fase IV: Diseño de esquema metodológico	49
8.	CONCLUSIONES	50
9.	RECOMENDACIONES.....	52
10.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	53
11.	ANEXOS	56
11.1.	Anexo A. Serie de control.	56
11.2.	Anexo B. Autocorrelaciones individuales y autocorelaciones cruzadas.	58
11.2.1.	Autocorrelación Estación 11117010 (registros diarios).	58
11.2.2.	Autocorrelación Estación 11117010 (registros mensuales).	58
11.2.3.	Autocorrelación Estación 11117010 (registros anuales).	59
11.2.4.	Autocorrelación Estación 11117050 (registros diarios).	59
11.2.5.	Autocorrelación Estación 11117050 (registros mensuales).	60
11.2.6.	Autocorrelación Estación 11117050 (registros anuales).	60
11.2.7.	Autocorrelación cruzada (registros mensuales).....	61
11.2.8.	Autocorrelación cruzada (registros anuales).	61
11.3.	Anexo C. Regresiones de los parámetros estadísticos.	62
11.3.1.	Parámetro de posición (α) de la Estación 11117010 (anuales).....	62
11.3.2.	Parámetro de escala (β) de la Estación 11117010 (anuales).	62
11.3.3.	Parámetro de posición (α) de la Estación 11117050 (anuales).....	63
11.3.4.	Parámetro de escala (β) de la Estación 11117050 (anuales).	63
11.3.5.	Parámetro de posición (α) de la Estación 11117010 (mensuales).	64
11.3.6.	Parámetro de escala (β) de la Estación 11117010 (mensuales).....	64
11.3.7.	Parámetro de posición (α) de la Estación 11117050 (mensuales).	65
11.3.8.	Parámetro de escala (β) de la Estación 11117050 (mensuales).....	65
11.3.9.	Parámetro de posición (α) de la Estación 11117010 (diarios).....	66
11.3.10.	Parámetro de escala (β) de la Estación 11117010 (diarios).	66
11.3.11.	Parámetro de escala (α) de la Estación 11117050 (diarios).	67
11.3.12.	Parámetro de posición (β) de la Estación 11117050 (diarios).....	67

LISTA DE FIGURAS

Figura Número 1. Metodología de aplicación. Fuente: Autores.	17
Figura Número 2. Actividades pertenecientes a la Fase I. Fuente: Autores.....	17
Figura Número 3. Actividades pertenecientes a la Fase II. Fuente: Autores.	18
Figura Número 4. Actividades pertenecientes a la Fase III. Fuente: Autores.	19
Figura Número 5. Actividades pertenecientes a la Fase IV. Fuente: Autores.....	20
Figura Número 6. Entorno geográfico de las estaciones objeto de estudio. Fuente: Autores.	29
Figura Número 7. Autocorrelación cruzada estaciones de trabajo (valores diarios). Fuente: Autores.	29
Figura Número 8. Esquema metodológico para la aplicación de la herramienta seleccionada. Fuente: Autores.	39

LISTA DE TABLAS

Tabla Número 1. Nivel de significancia para el desarrollo del test Mann-Kendall. Fuente: Autores.	12
Tabla Número 2. Caudales de diseño para enfoque estacionario y no estacionario. Fuente: Autores.	22
Tabla Número 3. Características generales de las estaciones de trabajo. Fuente: Autores.	30
Tabla Número 4. Ajuste a distribuciones estadísticas teóricas para los registros trabajados. Fuente: Autores.	31
Tabla Número 5. Caudales de diseño obtenidos mediante la cópula de Frank. Fuente: Autores.	32
Tabla Número 6. Caudales de diseño obtenidos mediante la cópula de Clayton. Fuente: Autores.	33
Tabla Número 7. Caudales de diseño obtenidos mediante la cópula de Gumbel. Fuente: Autores.	34
Tabla Número 8. Caudales de diseño obtenidos mediante la distribución GEV. Fuente: Autores.	35
Tabla Número 9. Caudales de diseño obtenidos mediante la distribución GEV con enfoque no estacionario. Fuente: Autores.	36
Tabla Número 10. Tasas de variación para caudales de diseño obtenidos mediante enfoques estacionario y no estacionario. Fuente: Autores.....	40
Tabla Número 11. Porcentajes de variación de caudales de diseño para registros anuales de la estación 11117010. Fuente: Autores.	45
Tabla Número 12. Porcentaje de variación de caudales de diseño para registros mensuales de la estación 11117010. Fuente: Autores.	46
Tabla Número 13. Porcentaje de variación de caudales de diseño para registros diarios de la estación 11117010. Fuente: Autores.	46
Tabla Número 14. Porcentaje de variación de caudales de diseño para registros anuales de la estación 11117050. Fuente: Autores.	47
Tabla Número 15. Porcentaje de variación de caudales de diseño para registros mensuales de la estación 11117050. Fuente: Autores.	47
Tabla Número 16. Porcentaje de variación de caudales de diseño para registros diarios de la estación 11117050. Fuente: Autores.	48

LISTA DE GRÁFICAS

Gráfica Número 1. Caudales asociados a distintos periodos de retorno desde un enfoque estacionario y no estacionario. Fuente: Autores.....	23
Gráfica Número 2. Variación escalar de la media aritmética y desviación estándar según la temporalidad de los registros. Fuente: Autores.....	31
Gráfica Número 3. Caudales de diseño obtenidos mediante la cópula de Frank. Fuente: Autores.....	32
Gráfica Número 4. Caudales de diseño obtenidos mediante la cópula de Clayton. Fuente: Autores.....	33
Gráfica Número 5. Caudales de diseño obtenidos mediante la cópula de Gumbel. Fuente: Autores.....	34
Gráfica Número 6. Caudales de diseño obtenidos mediante la distribución GEV. Fuente: Autores.....	35
Gráfica Número 7. Caudales de diseño obtenidos mediante el método GEV I. Fuente: Autores.....	38
Gráfica Número 8. Caudales de diseño obtenidos mediante cópulas para la estación 11117010. Fuente: Autores.....	41
Gráfica Número 9. Caudales de diseño obtenidos mediante cópulas para la estación 11117050. Fuente: Autores.....	42
Gráfica Número 10. Caudales de diseño obtenidos mediante la distribución GEV para la estación 11117010. Fuente: Autores.....	43
Gráfica Número 11. Caudales de diseño obtenidos mediante la distribución GEV para la estación 11117050. Fuente: Autores.....	43
Gráfica Número 12. Caudales de diseño obtenidos mediante el método GEV I para la estación 11117010. Fuente: Autores.....	44
Gráfica Número 13. Caudales de diseño obtenidos mediante el método GEV I para la estación 11117050. Fuente: Autores.....	45

RESUMEN

El presente proyecto fue desarrollado con la finalidad de determinar una herramienta que permita realizar análisis de eventos extremos para variables hidroclimatológicas bajo condiciones de no estacionariedad en el contexto colombiano ya que el concepto de periodo de retorno ha perdido validez bajo el contexto de variabilidad climática. En primera instancia, se desarrolló una evaluación del concepto de periodo de retorno bajo condiciones estacionarias y no estacionarias, posteriormente se realizó una revisión y evaluación de algunas de las herramientas usadas en la actualidad para realizar análisis de frecuencia de extremos bajo condiciones no estacionarias como la teoría de cópulas y la distribución GEV logrando establecer esta última como la herramienta de mejor desempeño, para finalmente diseñar un esquema metodológico que establezca los procedimientos que deben llevarse a cabo con el fin de desarrollar de forma adecuada el análisis de frecuencia de eventos extremos para variables hidroclimatológicas bajo condiciones de no estacionariedad en el contexto colombiano.

Palabras clave: Estacionariedad, análisis de frecuencia, eventos extremos, teoría de cópulas, distribución GEV.

ABSTRACT

The present project was developed with the purpose of determining a tool that allows analysis of extreme events for hydroclimatological variables under non-stationarity conditions in the Colombian context, since the concept of return period has lost validity under the context of climatic variability. In the first instance, an evaluation of the concept of the return period was developed under stationary and non-stationary conditions, afterwards a revision and evaluation of some of the tools used at present to perform end frequency analysis under non-stationary conditions such as copula theory and GEV distribution was carried out, establishing the latter as the best performance tool, to finally design a methodological scheme that establishes the procedures that must be carried out in order to adequately develop the frequency analysis of extreme events for variables hydroclimatological conditions under non-stationarity conditions in the Colombian context.

Key words: Stationarity, frequency analysis, extreme events, copula theory, GEV distribution.

1. INTRODUCCIÓN

Los estudios de ingeniería con enfoques hidrológicos o climatológicos que han sido desarrollados a lo largo de la historia, han permitido al ser humano tener un acercamiento en cuanto a las dinámicas y procesos atmosféricos que definen el entorno en el cual se desenvuelve una comunidad específica, estos estudios han sido además insumos o determinantes en procesos de ordenamiento territorial, planes de desarrollo municipales y departamentales, proyectos de investigación, etc. Sin embargo, teniendo en cuenta la marcada variabilidad climática que se ha evidenciado en los últimos años (se entiende este concepto en términos generales como todas aquellas alteraciones u ocurrencia de eventos particulares que difieren de las condiciones climáticas “normales” dentro de un área geográfica específica en periodos de tiempo interanuales) algunos de los aspectos descritos en este tipo de estudios han aumentado su incertidumbre puesto que como bien es sabido, los análisis de frecuencia tradicionales de variables hidrológicas son desarrollados bajo la consideración de la estacionariedad de las mismas [1], hecho que podría causar que estas metodologías pierdan su validez gracias a que las condiciones climáticas han sufrido de alteraciones en cuanto a lo que era su comportamiento promedio [2]; fenómenos que en gran medida se han presentado a raíz de aspectos netamente antrópicos, como afirman algunos autores.

A raíz de la variabilidad climática que se presenta en todas las latitudes, los estudios hidroclimatológicos deben ser desarrollados teniendo en cuenta la estacionalidad y la estacionariedad de cada parámetro a estudiar con el fin de poder recuperar algo del poder predictivo respecto a dichas series temporales. A pesar de que varias herramientas de análisis de extremos han sido desarrolladas para solucionar los problemas causados por la no estacionariedad de algunas variables hidroclimatológicas a lo largo del mundo, Colombia no cuenta con un método normalizado para efectuar dichas evaluaciones hidrológicas o climáticas, ya que a pesar de contar con algunas investigaciones que advierten del problema de la variabilidad climática en el análisis de extremos y algunas investigaciones enfocadas al desarrollo de algunas de las herramientas disponibles para desarrollar estos análisis en contextos no estacionarios para áreas geográficas delimitadas; no se cuenta con una investigación que generalice estos procedimientos para lo cual el presente proyecto pretende presentar un método generalizado para desarrollar estas evaluaciones hidroclimatológicas.

Para finalizar, cabe mencionar que el proyecto tiene como finalidad la continuación de la concepción planteada por Poveda y Alvarez en 2012 [3], en donde se afirmaba que la estacionariedad para variables hidroclimatológicas “ha muerto” debido al cambio y variabilidad climática, y que para el desarrollo de diseños hidrológicos en ingeniería es necesario considerar los cambios que están sufriendo este tipo de variables, ya sea por fenómenos macro-climáticos o por sucesos de escala local.

2. OBJETIVOS

2.1. Objetivo general

Seleccionar una herramienta alternativa al periodo de retorno clásico que permita realizar análisis de frecuencia de eventos extremos para variables hidroclimatológicas en condiciones de no estacionariedad para el contexto colombiano.

2.2. Objetivos específicos

- Desarrollar una evaluación de los fundamentos estadísticos y matemáticos inherentes al periodo de retorno de modo tal que se pueda realizar una comparación entre su enfoque estacionario y su enfoque no estacionario.
- Elaborar una revisión de las herramientas estadísticas que permitan realizar análisis de frecuencia y predicción de eventos extremos de variables climatológicas bajo condiciones de no estacionariedad.
- Identificar la herramienta que permita realizar análisis de frecuencia en eventos extremos con mejor desempeño, bajo condiciones de no estacionariedad en el contexto colombiano.
- Diseñar un esquema metodológico que establezca los procedimientos que deben llevarse a cabo con el fin de desarrollar de forma adecuada el análisis de frecuencia de eventos extremos para variables hidroclimatológicas bajo condiciones de no estacionariedad.

3. MARCO CONTEXTUAL

El análisis de eventos extremos de variables hidroclimatológicas es un campo de la ciencia de gran importancia para profesionales de varias ramas como pueden ser la ingeniería ambiental y la ingeniería civil, principalmente, dada su utilidad en procesos de construcción de obras, diseño de planes de ordenamiento territorial, caracterización de cuencas hidrográficas, entre otros. Históricamente, estos procedimientos han sido llevados a cabo desde un enfoque estacionario, puesto que se parte de una premisa de estacionariedad en los extremos hidroclimatológicos, lo que le adjudica un comportamiento cíclico y constante a la ocurrencia de dichos fenómenos naturales; sin embargo, estos análisis estadísticos no cuentan con la fuerza suficiente para ser considerados en las condiciones macro-climáticas actuales [4], [5]. La variabilidad climática que se ha logrado demostrar por varias instituciones a nivel mundial ha generado la necesidad de abordar los análisis de eventos extremos de variables hidroclimatológicas desde un enfoque no estacionario, es decir, dejar de lado la suposición del comportamiento cíclico y constante de la ocurrencia de fenómenos atípicos de dicho tipo de variables gracias a que estas, a diferencia de como ocurría en periodos de tiempo anteriores, presentan tendencias de comportamiento en sus magnitudes de registro [6], [7].

Con el fin de solucionar esta problemática, es necesario que la hidrología y la climatología sean tomados como casos particulares de la estadística estocástica para que de dicho modo el crecimiento o disminución en las magnitudes de los valores medios o extremos en una serie histórica, puedan influenciar el posible comportamiento futuro de las mismas, es decir, que se recupere la capacidad de predecir el comportamiento de dichas variables, ya sea con la aparición de constantes o factores no estacionarios, desarrollando nuevos métodos de investigación, o adaptando las herramientas tenidas en cuenta hasta el momento en cuanto a la probabilidad de ocurrencia de eventos extremos como lo son el periodo de retorno Kendall [8], periodos de retorno multivariados [9] o la teoría de cópulas [10]. En la actualidad, existen estudios que han afirmado que los periodos de retorno y los riesgos de ocurrencia asociados a un evento hidroclimatológico en particular son ambiguos o han perdido validez debido a la falta de un análisis de cambios temporales en sus comportamientos [11], o estudios que han sido enfocados hacia la advertencia de la necesidad de análisis de frecuencias hidrológicas considerando las variables hidroclimatológicas como variables no estacionarias [12] por lo que la ausencia de una teoría o una herramienta verificada que sea capaz de realizar análisis de frecuencia bajo el marco de la variabilidad climática y la no estacionariedad de variables hidroclimatológicas en Colombia se convierte en un vacío.

4. MARCO TEÓRICO

4.1. Periodo de retorno

El periodo de retorno en la hidrología, como es bien sabido, hace referencia a un periodo de tiempo o lapso de ocurrencia de un evento de determinada magnitud, o bien sea, el inverso de la probabilidad de un evento x en un registro de n datos, bajo la suposición o teniendo en cuenta que los eventos anuales son independientes entre sí [13]. Este concepto ha tenido varias interpretaciones o varias formas de ser abordado según el camino matemático por el cual se llegue, ya que por ejemplo el ingeniero Ven T. Chow propuso una ecuación diferente a la que usualmente es utilizada en donde se trabaja con el inverso de la probabilidad de ocurrencia del evento; en dicha ecuación las variables que determinan la probabilidad de ocurrencia de un suceso específico son el valor medio de la serie que contiene a la variable x , la desviación típica de la misma y una constante obtenida de la función de distribución de probabilidad que describe la aleatoriedad de los sucesos de la variable, es decir:

$$X_p = \bar{X} + (K * S_x) \quad (1)$$

Donde X_p es la probabilidad de ocurrencia del evento, $\bar{X}$ es el valor medio de la serie, K es la constante obtenida de la distribución de probabilidad a la cual se ajusta la serie hidroclimatológica y S_x es la desviación típica o estándar del conjunto de observaciones. La importancia de este concepto en la ingeniería radica en su uso al momento de desarrollar diseños de estructuras hidráulicas como presas, vertederos, diques, puentes y obras civiles en general, y estudios hidrológicos o climatológicos. En términos estadísticos, como se mencionaba anteriormente, el periodo de retorno consiste en el inverso de la probabilidad de un valor x en una serie ordinal con n datos, que obedece a la siguiente ecuación [14]:

$$T = \frac{1}{P(x)} = \frac{1}{\left(\frac{m}{n+1}\right)} = \frac{n+1}{m} \quad (2)$$

Donde T es el periodo de retorno del evento objeto de estudio, P es la probabilidad de ocurrencia del evento, n es el número de registros; y m es la posición de cada uno de los registros que conforman la serie si esta es organizada de forma descendente de modo que el registro de mayor magnitud cuente con $m=1$ y el registro de menor magnitud cuente con $m=n$. De esta ecuación, es posible afirmar que, al trabajar con series ordinales, se cumplirá una relación inversa entre la magnitud del evento y su probabilidad de ocurrencia bajo términos matemáticos, puesto que al ser el numerador una constante que depende del número de datos y el aumento del número de orden m , el resultado de la probabilidad final también contará con una variación constante, pero en sentido contrario al número de orden.

En la hidrología, el periodo de retorno puede ser utilizado para la predicción tanto de eventos máximos como de eventos mínimos, para lo cual se hace necesario comprender los conceptos de *probabilidad de excedencia* y *de no excedencia*, siendo la primera, la probabilidad de que un evento de magnitud i sea igualado o superado bajo un periodo de tiempo o de retorno T , mientras que la segunda hace referencia a la probabilidad de que

un evento de magnitud j no sea superada en un periodo de retorno que pueda ser igual o distinto de T , es decir que la probabilidad de excedencia (ecuación 3) trabaja con el umbral superior al evento dado, mientras que la probabilidad de no excedencia (ecuación 4) considera el umbral inferior.

$$P(x) = P[X \leq x] \quad (3)$$

$$F(x) = 1 - P(x) \quad (4)$$

A partir de las ecuaciones 3 y 4, es posible afirmar que cuando se halla el periodo de retorno de un evento máximo, se está hallando el inverso de la probabilidad de excedencia, mientras que cuando se halla el periodo de retorno de un evento mínimo, se calcula el inverso de la probabilidad de no excedencia del mismo [15].

Por otro lado, desde un enfoque no estacionario, el periodo de retorno puede contar con algunas variaciones importantes, ya que los parámetros de las distribuciones con los cuales se obtienen las distintas probabilidades y eventos máximos, pasan de ser un vector dependiente de la serie de registros, a ser un vector dependiente tanto de los registros como de la variación en el tiempo de los momentos estadísticos que la describen, por lo cual, el instante de tiempo t en el que se aborde el análisis de frecuencia será considerado como una variable adicional al momento de evaluar comportamientos anómalos o extremos. La ecuación general del periodo de retorno desde un enfoque no estacionario está dada por la siguiente ecuación [16]:

$$T = E(x) = 1 + \sum_{x=1}^{x_{max}} \prod_{t=1}^x (1 - p_t) \quad (5)$$

Donde $P_1, P_2, \dots, P_n$ son las probabilidades de excedencia de eventos específicos asociados a distintos periodos de retorno T . Cabe aclarar que, aun desde un enfoque no estacionario, el periodo de retorno se rige a partir de la distribución de probabilidad de mayor ajuste a la serie de registros.

4.2. Series temporales y estadística de extremos

Las series de tiempo son definidas como la secuencia de valores u observaciones realizadas en un periodo de tiempo definido con el fin de describir el comportamiento de una variable específica, medidas en intervalos de tiempo constantes (horario, diario, etc.) como lo pueden ser las mediciones de estaciones climatológicas o limnimétricas; que cuentan con características propias de una serie de mediciones como lo son la media aritmética, varianza, desviación típica, estacionalidad, asimetría y estacionariedad o tendencia [17]. Este tipo de mediciones o series, en áreas del conocimiento como la ingeniería ambiental, permiten realizar análisis descriptivos puntuales o bien sea redes de monitoreo que tienen como objetivo final la toma de decisiones, por lo cual se convierten en una herramienta fundamental para todo tipo de ciencias donde los datos cuantitativos

definen los procedimientos a llevar a cabo en estudios netamente investigativos, de control, de consultoría/interventoría, etc.

4.2.1. Identificación de eventos extremos

Uno de los parámetros más importantes al momento de realizar análisis de series de tiempo es su varianza o la distribución de las mismas, para lo cual, el análisis de eventos extremos toma importancia en términos estadísticos, puesto que este permite saber cuántas de las mediciones no se acoplan o no se comportan de la forma normal en la que lo hace la serie a la que pertenecen por lo que pueden tomarse restricciones al hacer predicciones. Para ejecutar dicho análisis existen varias técnicas, como por ejemplo, algunas metodologías utilizadas en estudios relacionados a la ingeniería ambiental como el número de eventos por encima del umbral, la intensidad media de los eventos extremos, y la proporción de eventos extremos, para el caso específico de la precipitación [18].

Otro método de análisis e identificación de valores extremos es el desarrollo de un diagrama de cajas o Box-plot, que permite observar gráficamente los valores o mediciones que no se ajustan a la distribución típica de la serie, siendo esto importante al momento de realizar evaluaciones o test paramétricos que son afectados por este tipo de anomalías. Dada la importancia de este tipo de gráficos a la hora de analizar distintas series de tiempo o listas de datos, en muchas áreas del conocimiento han definido metodologías para la construcción de este tipo de gráficos, y se han comparado con respecto a diversas metodologías de análisis de eventos extremos [19].

4.2.2. Distribuciones estadísticas

Las distribuciones estadísticas son una herramienta o un modelo que permite describir el comportamiento de una variable definida en términos probabilísticos, es decir, que dada una variable aleatoria continua o discreta, existirá un cierto grado de probabilidad de que ocurra un suceso determinado, aunque es necesario aclarar que las distribuciones de probabilidad de las variables discretas no son las mismas que se usan en el estudio de variables continuas debido a la naturaleza de las variables, por lo que en el primer caso se usa la función de masa de probabilidad, mientras que en el segundo caso, se aplica la función densidad de probabilidad, sin embargo en todo caso, el objetivo de dichas funciones es identificar cómo se comporta o se distribuye una variable. Para el caso de las variables aleatorias discretas, existen ciertas funciones de masa de probabilidad que pueden ser utilizadas como la uniforme discreta, la binomial, la híper-geométrica, la geométrica, la binomial negativa, la Pascal y la Poisson; en cuanto a las distribuciones de probabilidad que pueden ser usadas con variables aleatorias continuas, siendo estas las variables hidroclimatológicas, se encuentran las distribuciones uniforme, normal, log-normal, logística, beta, gamma, exponencial, ji-cuadrado, T-Student, Cuachy, Weibull, Laplace, Pareto y triangular, cada una de estas con sus parámetros de cálculo específicos y diferencias metodológicas [20]. Para el caso de las variables hidroclimatológicas, existen algunos ajustes de probabilidad cotidianos o frecuentes que permiten reducir la búsqueda de distribuciones estadísticas al momento de realizar estudios ambientales o civiles, ya que por ejemplo, la distribución normal o Gauss, como también es llamada, suele ajustarse a series de valores medios mientras que la distribución Gumbel, suele ajustarse de mejor manera a los valores extremos dentro de una serie [21].

4.3. No estacionariedad e hidroclimatología

La variabilidad y el cambio climático, sumado a la creciente tasa de emisión de contaminantes a la atmósfera, fueron unos de los causantes del cambio de las condiciones climáticas a nivel mundial como es bien sabido, dicho cambio en términos estadísticos, significa un cambio en la tendencia y en la varianza de los registros históricos de dichas series temporales, es decir, las series se han vuelto no estacionarias, lo que significa que en un momento dado de estudio t_1 , no existirá la seguridad de que su tendencia o su varianza sean constantes si son comparadas con un momento t_2 . Esto a su vez, ha creado la necesidad de que ciencias como la hidrología y la climatología cambien el paradigma mediante el cual desarrollan sus estudios, puesto que, si se desean realizar predicciones o diseños de obras hidráulicas o civiles, las condiciones y repercusiones estadísticas alrededor de los análisis de eventos específicos debe variarse para poder tener en cuenta la condición estocástica no estacionaria de los registros.

4.3.1. Procesos estocásticos

Los procesos estocásticos, por definición, son todos aquellos estudios en los cuales las variables dependen tanto de sí mismas, es decir de sus distribuciones estadísticas como del tiempo; a raíz de esto, se observa que una variable G tendrá una manifestación o lectura cada instante de tiempo t , generando una serie de tiempo G_t que dependerá del momento en el que se evalúe y que estará compuesta por los elementos $G_{t1}, G_{t2}, G_{t3}, \dots, G_{tn}$ [22]. Una definición adicional de proceso estocástico es el estudio de la evolución temporal de una variable específica, es decir, la relación o capacidad de afectación del tiempo sobre una serie o conjunto aleatorio de datos [23].

Una de las propiedades de las series temporales que conforman los procesos estocásticos es su estacionariedad, entendiendo ésta a grandes rasgos como la presencia/ausencia de tendencia en su media o en su varianza; a las variables o series que presenten tendencias ascendentes y descendentes en sus registros, es decir, que aumente considerablemente durante intervalos de tiempo definidos para luego descender en otros intervalos de tiempo se denominan de caminata aleatoria o *random walk*, tal como lo son las variables hidroclimatológicas, puesto que a lo largo de sus registros históricos pueden presentar épocas de aumento y de descenso de sus magnitudes, hechos que pueden ser afectados por fenómenos físicos externos como la variabilidad climática [24]. En la estadística, existen un variado número de pruebas tanto paramétricas como no paramétricas que permiten identificar la presencia de tendencias o no dentro de una serie temporal como lo son las pruebas de Smirnov-Kolmogorov, de Lilliefors, de Cramer Von Mises-Shapiro Wilk, test F, test Siegel-Turkey, test T, test U de Mann-Whitney, el contraste de Dickey-Fuller, la cointegración, prueba T de Sen, de Van Belle & Hughes, prueba rho de Spearman, prueba de Mann Kendall y el estimador de pendiente de Sen por mencionar algunas de estas [25], [26].

4.3.2. Variabilidad climática

La variabilidad climática hace referencia a todos aquellos cambios suaves o de intensidad media que pueden presentarse en las variables hidroclimatológicas en periodos de tiempo cortos y de forma natural (menores a 30 años), generalmente teniendo en cuenta principios estadísticos como el valor medio, la desviación típica y la frecuencia de eventos extremos, que generan por ejemplo, el aumento del régimen de pluviosidad en algunas épocas interanuales específicas, la variación en la duración de sequías o la variación en

la aparición e intensidad de las épocas de lluvia en regiones geográficas específicas, por lo cual se entiende que este término hace referencia a fenómenos netamente regionales, y su medición habitual se hace por medio de las denominadas anomalías estadísticas [27]. En contraparte, el cambio climático hace referencia a fenómenos que ocurren a escala global en periodos de tiempo mayores a 30 años, que varían de forma notoria la naturaleza estadística de las condiciones climáticas y que tienen la capacidad de modificar por completo las condiciones de un lugar determinado, a raíz de actividades antrópicas [28]. La variabilidad climática define en gran parte la dinámica climática de Colombia puesto que elementos como el movimiento de la Zona de Confluencia Inter-tropical (ZCIT), la dinámica de los océanos Atlántico y Pacífico, de las cuencas del río Orinoco y Amazonas y los fenómenos El Niño-Oscilación Sur (ENSO) principalmente, siendo estos elementos que tienen variaciones de modo tal que se pueden categorizar como sucesos de variabilidad, y que definen o condicionan las condiciones normales de régimen de precipitación, por ejemplo, con dos temporadas de valores máximos en la mayor parte del territorio. A raíz de la marcada variabilidad climática en el país, han ocurrido algunos fenómenos que han tenido amplio potencial de afectación a nivel socio-económico como por ejemplo el hecho de que Julio de 2010 fue el mes más lluvioso en 30 años, por lo cual se hace imperiosa la necesidad de que se realicen análisis que involucren la variabilidad climática como eje central para de dicho modo generar nuevas estrategias de adaptación y reducción del riesgo, estrategias económicas y ambientales para que el país no se vea afectado de forma tan marcada a raíz de este tipo de eventos que a la luz de la ciencia parecen inevitables [29].

4.4. Homogeneidad y consistencia de datos hidroclimatológicos

Al desarrollar un estudio hidrológico es importante verificar si la información con la que se cuenta es confiable, para lo cual es necesario realizar un análisis de consistencia de las series temporales, el cual se puede llevar a cabo mediante métodos estadísticos que permitan identificar, evaluar y eliminar los posibles errores sistemáticos que han podido ocurrir [30]. La homogeneidad de una serie se puede perder por varias causas, las cuales pueden corresponder a cambios físicos en la propia estación de medición o a las originadas por las modificaciones o cambios en el medio ambiente. Como causas principales de pérdida de homogeneidad de una serie de lluvias, se pueden presentar las siguientes:

- Cambio en la localización del pluviómetro.
- Cambio en la forma de exposición o reposición del aparato.
- Cambio en el procedimiento de observación o reemplazo del operador.
- Construcción de embalses en las cercanías.
- Deforestaciones y reforestaciones en la zona.
- Desecación de pantanos.
- Apertura de nuevas áreas de cultivo en los alrededores.
- Industrialización en áreas circundantes.

El termino inconsistencia es sinónimo de error sistemático y se representa como saltos y tendencias, mientras que la no homogeneidad es definida como los cambios de los datos vírgenes con el tiempo debido a la acción del hombre (que se deben al observador o se generan en la transcripción, copia o impresión de los registros) o por causas naturales (movimiento de las estaciones en una distancia horizontal o vertical o cambios en el medio donde se encuentra la estación, entre otros). El tratamiento necesario a realizar en

datos hidrológicos busca la identificación, cuantificación y corrección de las series donde existen estos errores sistemáticos [31].

Para el tratamiento estadístico de datos hidroclimatológicos, como condición básica, requiere que sean de la misma naturaleza y del mismo origen, igualmente los datos deben ser obtenidos mediante observaciones que hayan seguido procedimientos semejantes. Cuando la serie de datos presenta un cambio brusco en sus valores, se puede decir que es “no homogénea”, cuando los datos se categorizan como una serie no homogénea se le deben hacer diferentes ajustes, de tal manera que la serie se aproxime a la homogeneidad. Al momento de realizar los ajustes, se presume que las series son homogéneas “hipótesis nula”. Si el resultado no cumple con los criterios de aceptación de la prueba, se rechaza la hipótesis nula y se toma la hipótesis alternativa, es decir que la serie es “no homogénea”. El método de análisis de consistencia denominado test de Mann-Kendall, se basa en criterios estadísticos no paramétricos, detectando así tendencias en una serie de datos. Este procedimiento de análisis de consistencia se realiza con la siguiente ecuación [32]:

$$V = \frac{S - 1}{\sqrt{\frac{n(n-1)(2n+5)}{18}}} \quad (6)$$

$$S = T - I$$

$$T = \sum_{i=1}^{n-1} si$$

$$I = \sum_{i=1}^{n-1} ti$$

Donde:

n= Número de registros.

S= Índice de desviación calculado.

si= Número de valores $x_j > x_i$ para $i < j < n$.

ti= Número de valores $x_j < x_i$ para $i < j < n$.

Una vez realizado el cálculo, se comparan los valores V (Resultante de la ecuación anterior) y Vcrit. (Rangos teóricos establecidos para el valor de V) de acuerdo al nivel de significancia con el cual se esté trabajando. Si el valor de V es menor al valor de Vcrit se acepta la hipótesis nula, es decir que la serie es homogénea con un nivel de significancia de α %, de lo contrario se asume la hipótesis alternativa.

Tabla Número 1. Nivel de significancia para el desarrollo del test Mann-Kendall. Fuente: Autores.

<i>a</i>	0.005	0.010	0.025	0.050	0.100
<i>V_{crit.}</i>	2,58	2,33	1,96	1,64	1,28

4.4.1. Saltos

Los saltos son formas determinísticas transitorias que permiten a una serie hidrológica periódica o no periódica pasar desde un estado a otro, como respuesta a cambios de fenómenos catastróficos como terremotos, incendios, cambios antrópicos respecto al desarrollo de los recursos hídricos como la construcción de estructuras de derivación y otros, que alteren rápida y significativamente el régimen hidrológico dentro de una cuenca. Los saltos se presentan principalmente en los parámetros media y desviación estándar de la serie hidrológica.

4.4.2. Tendencia

Las tendencias son componentes determinísticas transitorias que consiste de un cambio gradual y continuo, natural o inducido por el hombre, en una serie de tiempo de una variable hidrológica. Cambios en las condiciones de la cuenca sobre un periodo de varios años puede influir en los cambios de las características del flujo como una tendencia, como la implantación de urbanizaciones o centros poblados a gran escala dentro de la cuenca puede generar tendencia en la serie de precipitación. Por lo general las tendencias se presentan únicamente en la media, si la información es anual, y en la media y desviación estándar si la información es mensual. Para estimar la tendencia en la media y en la desviación estándar es suficiente la ecuación de regresión lineal simple como:

- Tendencia en la media:

$$T_m = a_m + b_m t \quad (7)$$

- Tendencia en la desviación estándar:

$$T_s = a_s + b_s t \quad (8)$$

- La solución por mínimos cuadrados para a_m , b_m y el coeficiente de correlación r_m , son:

$$b_m = \frac{\sum t_i T_i - \frac{\sum t_i \sum T_i}{n}}{\sum t_i^2 - \frac{(\sum t_i)^2}{n}} = \frac{\sum (t_i - \bar{t})(T_i - \bar{T})}{\sum (t_i - \bar{t})^2} \quad (9)$$

$$a_m = \frac{\sum T_i - b_m \sum t_i}{n} = \bar{T} - b_m \bar{t} \quad (10)$$

$$r_m = \frac{\sum (t_i - \bar{t})(T_i - \bar{T})}{[\sum (t_i - \bar{t})^2 \sum (T_i - \bar{T})^2]^{1/2}} = b_m \frac{S_t}{S_T} = \frac{S_{iT}}{S_t S_T} \quad (11)$$

Para saber si la tendencia es o no significativa, puede realizarse una prueba de hipótesis para el coeficiente de regresión b_m , o también para el coeficiente de correlación r_m . En este caso se analiza el coeficiente de correlación, según el estadístico t de Student, desarrollándolo de la siguiente forma:

Prueba de hipótesis y del nivel de confianza, para el coeficiente de correlación poblacional:

$$H_p: \rho = 0 \quad H_a: \rho \neq 0 \quad \alpha = 0.05 \quad T_c = \frac{r(n-2)^{1/2}}{(1-r^2)^{1/2}} \quad T_t = t_{1-\alpha, n-2} \quad (12)$$

T_c = Valor del estadístico T calculado.

T_t = Valor del estadístico tabular $1-\alpha$ de probabilidades y $n-2$ grados de libertad.

α = Nivel de significancia.

n = Número total de información.

r = Coeficiente de correlación muestral entre los datos y el tiempo en orden cronológico.

4.4.3. Eliminación de la Tendencia en la media

Si el coeficiente de correlación r resulta significativo, la tendencia en la media es significativa, siendo necesario en este caso la corrección respectiva, mediante la siguiente ecuación [33]:

$$Y_t = X_t - T_m = X_t - (A_m + B_m - t) \quad (13)$$

X_t = Serie hidrológica analizada.

Y_t = Serie corregido (sin tendencia en la media).

T_m = Tendencia en la media.

$t = 1, 2, \dots, n$ con igual tamaño muestral.

4.5. Independencia de datos hidroclimatológicos

Dentro de la hidrología y la climatología, en ocasiones es necesario conocer la probabilidad de un suceso A en el caso de que se haya cumplido otro suceso B . A esta probabilidad de que se cumpla A bajo la condición de que se cumpla B se le llama probabilidad de A condicionada a B , y se denota por $P(A/B)$. La definición matemática de la probabilidad condicionada es:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (14)$$

Esta definición solo tiene sentido si $P(B) > 0$. Al calcular la probabilidad condicionada se ha sustituido el espacio muestral S por el suceso B , de forma que, haciendo corresponder probabilidades a áreas en el espacio muestral, $P(A/B)$ será la fracción del nuevo espacio muestral B en que ocurre A .

La ecuación (14) de la probabilidad condicionada permite calcular la probabilidad de intersección de dos sucesos hidroclimatológicos, es decir, la probabilidad de que se den ambos sucesos A y B a la vez:

$$P(A \cap B) = P(A/B)P(B) \quad (15)$$

O

$$P(A \cap B) = P(B/A)P(A) \quad (16)$$

De esta forma, la probabilidad de que tanto A como B ocurran es igual a la probabilidad de que A ocurra dado que B haya ocurrido multiplicado por la probabilidad de que B ocurra. Esto se puede generalizar a la intersección de más sucesos. En el caso particular de tres (3) sucesos.

$$P(A \cap B \cap C) = P(A/B \cap C)P(B/C)P(C) \quad (17)$$

Un caso importante es cuando se cumple:

$$P(A/B) = P(A) \quad (18)$$

En este caso, la probabilidad de que A ocurra no está afectada por la ocurrencia o no ocurrencia de B y se dice que los dos sucesos son independientes. Aplicando la ecuación (15) es fácil ver que en este caso se cumple:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \quad (19)$$

Es decir, la probabilidad de la intersección de dos sucesos independientes (la probabilidad de que se den ambos sucesos) es el producto de sus probabilidades. Esta última relación se toma usualmente como condición necesaria y suficiente para la existencia de independencia. El concepto de independencia se puede generalizar a una familia de n sucesos. Se dice que son mutuamente independientes cuando cualquier pareja de sucesos es independiente y la probabilidad de la intersección de cualquier número de sucesos independientes es el producto de sus probabilidades. En el caso de tres sucesos independientes:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C) \quad (20)$$

Cuando no se cumple la relación de la ecuación (18) hay que utilizar la expresión general (15) para calcular la probabilidad de la intersección. En este caso se dice que los sucesos son dependientes, es decir, la probabilidad de que ocurra uno de ellos depende de que haya ocurrido o no el otro.

4.5.1. Covarianza

La covarianza es una medida que permite determinar qué tan independiente es una variable aleatoria de otra, es decir, el grado de independencia de dos variables [34].

Si X e Y son dos variables aleatorias con medias μ_x, μ_y , la covarianza se define como:

$$COV(X, Y) = S_{xy} = \sigma_{xy} = E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)] \quad (21)$$

Desarrollando:

$$\begin{aligned} COV(X, Y) &= E[XY - X\mu_y - \mu_x Y + \mu_x \mu_y] \\ &= E(XY) - \mu_y E(X) - \mu_x E(Y) + \mu_x \mu_y \\ &= E(XY) - \mu_y \mu_x - \mu_x \mu_y + \mu_x \mu_y \\ &= E(XY) - \mu_y \mu_x \\ COV(X, Y) &= E(XY) - E(Y) \cdot E(X) \end{aligned} \quad (22)$$

Casos:

1. Si X e Y son independiente, se cumple que:

$$E(XY) = E(Y) \cdot E(X)$$

Y de (22), se tiene:

$$COV(X, Y) = E(XY) - E(XY) = 0$$

Es decir que si X e Y son independientes $\rightarrow COV(X, Y) = 0$.

2. Si $X=Y$, de (22), se tiene:

$$\begin{aligned} COV(X, X) &= E(X^2) - E(X) \cdot E(X) \\ COV(X, X) &= E(X^2) - (E(X))^2 \\ COV(X, X) &= VAR(X) \end{aligned}$$

Es decir que para el caso $X=Y \rightarrow COV(X, Y) = VAR(X)$.

4.6. Aleatoriedad de datos hidroclimatológicos

Las concepciones relacionadas con aleatoriedad están estrechamente referidas a ideas en el campo de la probabilidad, ya que en este contexto, la aleatoriedad se relaciona directamente con el concepto de equiprobabilidad, el cual se basa en el principio de la indiferencia, también llamado principio de la razón insuficiente o principio de Laplace, y puede interpretarse en situaciones en las que no haya razones evidentes para inclinarse por una posibilidad, en cuyo caso todas las opciones son igualmente válidas.

En casos de escogencias entre varias opciones, puede hablarse de “elecciones al azar” y se puede definir el experimento aleatorio de elegir eventualmente uno o varios objetos, entre una colección de objetos. Si se considera la probabilidad como un número que representa la facilidad con la que un suceso, dentro de un experimento fortuito, se presenta al realizarlo, entonces, al considerar el acto de “elegir al azar” un objeto, de una colección de objetos, se tendría que asignar a cada posible resultado el mismo valor; en este caso se dice que los posibles resultados son equiprobables.

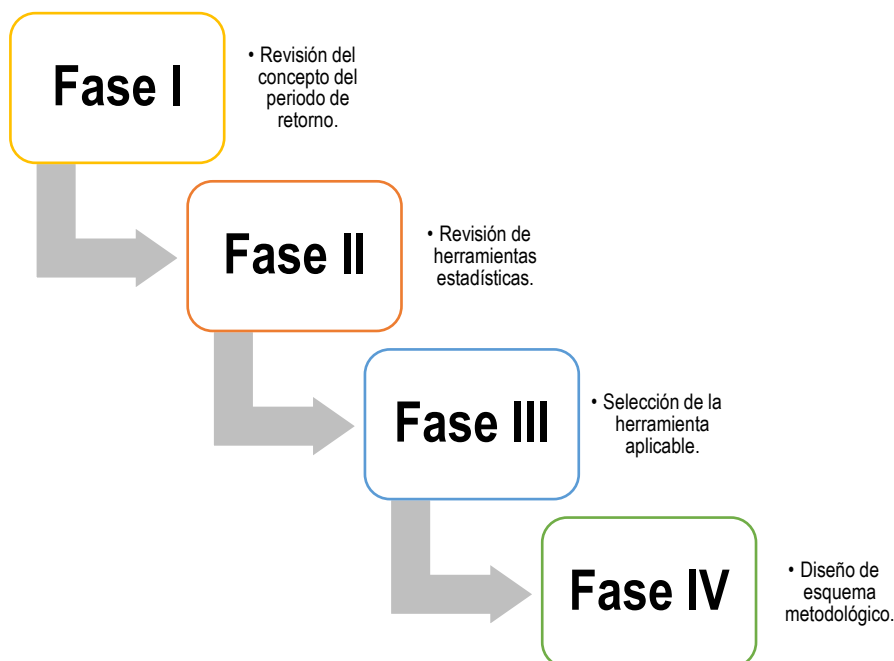
En otro contexto, la aleatoriedad se desplaza de los acontecimientos lúdicos, hacia los fenómenos físicos y, posteriormente hacia los acontecimientos de la vida cotidiana de orden social. En el estudio de la física estadística (estudio del comportamiento de un

sistema conformado por muchas partículas) se explicaban las leyes de la termodinámica y las leyes de los gases de acuerdo al movimiento azaroso de las moléculas (en las ciencias físicas tradicionalmente se ha considerado lo aleatorio como la ausencia de causas determinadas o controladas). También se ha pensado en la ciencia moderna, que al realizar algún experimento la idea sería poder controlar todas las variables para poder obtener siempre el mismo resultado, pero, al no lograrse esto, las variaciones se atribuyen a influencias incontroladas, aleatorias. En este sentido, la aleatoriedad podría ser interpretada como falta de información por parte del experimentador; Henry Kyburg, propone una concepción de la aleatoriedad caracterizada de acuerdo a cuatro elementos independientes: un objeto, que se supone es miembro aleatorio de una clase; un conjunto, del cual el objeto es un miembro aleatorio (población); una propiedad, con respecto a la cual el objeto es un miembro aleatorio de la clase dada y el conocimiento de la persona que emite el juicio de aleatoriedad [35].

5. METODOLOGÍA

La metodología llevada a cabo para seleccionar una herramienta que permita realizar análisis de frecuencias de eventos extremos bajo el marco de la variabilidad climática en el contexto colombiano a partir de la estadística estocástica constó de cuatro (4) fases principales, que a su vez se sub-dividieron en actividades específicas de modo que hubiese concordancia con cada uno de los objetivos planteados en la sección 2. Las fases que fueron desarrolladas pueden ser observadas en la Figura Número 1, y serán descritas a mayor detalle posteriormente.

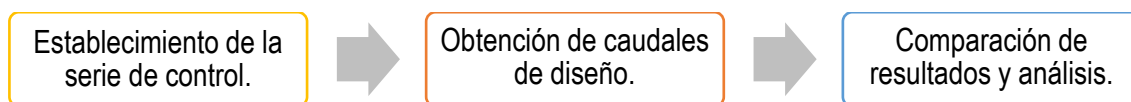
Figura Número 1. Metodología de aplicación. Fuente: Autores.



5.1. Fase I: Revisión del concepto del periodo de retorno

En esta primera fase, se desarrolló una revisión conceptual sobre el periodo de retorno, es decir, se efectuó un análisis de los procesos estadísticos y matemáticos alrededor del mismo, identificando las bases de su funcionamiento al momento de realizar predicciones desde un enfoque estacionario y desde un enfoque no estacionario. La Figura Número 2 presenta las actividades que se llevaron a cabo durante esta primera fase del proyecto.

Figura Número 2. Actividades pertenecientes a la Fase I. Fuente: Autores.



- Establecimiento de la serie de control

Con el fin de evidenciar la variación de los caudales de diseño obtenidos, gracias al periodo de retorno bajo un enfoque estacionario y un enfoque no estacionario, se creó una serie aleatoria de caudales mensuales para 50 años de registro, con ajuste a la distribución normal y cuya media aritmética y desviación estándar se determinaron previamente ($\bar{x}=500$ y $\sigma=102$). La serie de trabajo con la que se contó durante esta fase del proyecto puede apreciarse en el Anexo A.

- Obtención de caudales de diseño

Para obtener los caudales de diseño con el periodo de retorno desde el enfoque estacionario se contó con la ecuación (2):

$$T = \frac{1}{P} = \frac{1}{\left(\frac{m}{n+1}\right)} = \frac{n+1}{m}$$

Por otro lado, en el caso del periodo de retorno desde el enfoque no estacionario, se usó la ecuación (5):

$$T = E(x) = 1 + \sum_{x=1}^{x_{max}} \prod_{t=1}^x (1 - p_t)$$

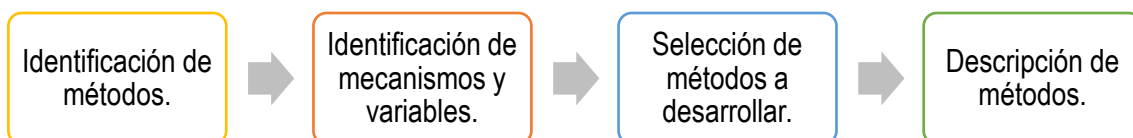
- Comparación de resultados y análisis

Una vez obtenidos los caudales de diseño desde los dos enfoques enunciados previamente, se desarrolló una comparación en cuanto a la magnitud de los resultados identificando el porcentaje de cambio para cada uno de los tiempos de evaluación establecidos.

5.2. Fase II: Revisión de herramientas estadísticas

Esta fase, consistió de una revisión bibliográfica de las herramientas u opciones disponibles al momento de realizar análisis de frecuencias y predicciones de eventos extremos para variables hidroclimatológicas, ya sea bajo condiciones normales tanto como en investigaciones en donde el concepto de la no estacionariedad jugaba un rol principal. La Figura Número 3 presenta las actividades que se llevaron a cabo durante esta fase del proyecto.

Figura Número 3. Actividades pertenecientes a la Fase II. Fuente: Autores.



- Identificación de métodos

En primera instancia, durante esta fase fue necesario establecer y/o identificar los principales métodos que existen en la actualidad para realizar análisis de frecuencia de eventos extremos.

- Identificación de mecanismos y variables

Una vez identificados los principales métodos de desarrollo de análisis de frecuencia en condiciones no estacionarias, se establecieron las variables independientes y dependientes, así como los mecanismos algebraicos y/o estadísticos con los cuales se desarrollaba cada uno de estos.

- Selección de métodos a desarrollar

Esta actividad consistió en la elección de los métodos a los cuales se les desarrollaron las pruebas de desempeño; para esto, se contaron como criterios la aplicabilidad y complejidad del método, la cantidad de variables necesarias y los resultados a obtener.

- Descripción de métodos

Durante esta fase, se desarrolló una descripción de las características con las que contaba cada uno de los métodos elegidos con fines de evaluación. Allí, se tuvo en cuenta la fundamentación matemática y estadística de cada uno de los métodos, así como sus aplicaciones y usos potenciales.

5.3. Fase III: Selección de la herramienta aplicable

En esta fase, se realizó el análisis de desempeño de algunas herramientas existentes que permiten realizar análisis de frecuencias de eventos extremos de variables hidroclimatológicas, bajo el marco de la variabilidad climática por medio de un análisis práctico con el fin de identificar el método con mayor eficacia, aplicabilidad y/o menos grado de incertidumbre en términos algebraicos y estadísticos. La Figura Número 4 presenta las actividades que se llevaron a cabo durante esta fase del proyecto.

Figura Número 4. Actividades pertenecientes a la Fase III. Fuente: Autores.



- Búsqueda de información

Esta actividad consistió en la búsqueda de la información que se utilizó durante las pruebas de desempeño. Para ello, se contó con un criterio estadístico y un criterio geográfico, puesto que las dos estaciones a utilizar debían tener una proximidad no mayor a 1 Km de distancia y adicionalmente debían ser excluyentes entre sí en términos de su estacionariedad, es decir, una de las estaciones de trabajo debía contar con estacionariedad positiva mientras la otra estación debía presentar estacionariedad negativa (no estacionariedad).

- Ejecución de pruebas estadísticas

Una vez se identificaron las estaciones que contaron con los criterios de selección, se desarrollaron pruebas estadísticas de los registros con los que contaban cada una de ellas de modo que se identificara el comportamiento de sus registros por medio de la obtención de medidas de tendencia central, medidas de dispersión, pruebas de aleatoriedad, pruebas de homogeneidad y pruebas de independencia.

- Desarrollo de métodos

Esta actividad consistió en el desarrollo de cada uno de los métodos de análisis de frecuencia de extremos previamente seleccionados para el conjunto de estaciones seleccionadas, de modo que se obtuvieran caudales asociados a los distintos periodos de retorno previamente establecidos. Los métodos que se desarrollaron fueron los siguientes:

- a) Teoría de probabilidad de Cópulas.
- b) Distribución Generalizada de Valores Extremos (GEV) con enfoque estacionario (parámetros de la distribución constantes a lo largo del tiempo).
- c) Distribución Generalizada de Valores Extremos (GEV) con enfoque no estacionario (parámetros de la distribución en función del tiempo).

Durante el desarrollo de la distribución GEV con enfoque no estacionario, se realizaron a su vez tres escenarios que se describirán a continuación:

- a. GEV I: parámetro de posición constante (α), y parámetro de escala en función del tiempo (β).
- b. GEV II: parámetro de posición en función del tiempo (α), y parámetro de escala constante (β).
- c. GEV III: parámetros de posición (α) y de escala (β) en función del tiempo.

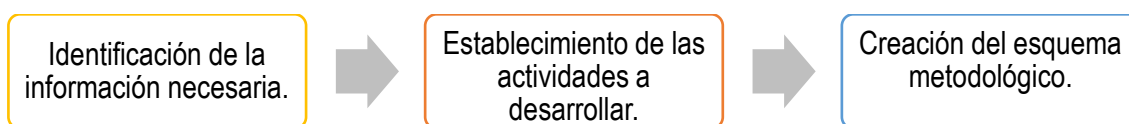
- Comparación de resultados y análisis

La última actividad con la que contaba esta fase, consistió en una comparación de los caudales de diseño que se obtuvieron para cada uno de los métodos seleccionados evaluando la variación porcentual para cada uno de los periodos de retorno evaluados con el fin de lograr identificar la herramienta de mayor desempeño y aplicabilidad.

5.4. Fase IV: Diseño de esquema metodológico

Esta última fase, constó en la creación de un esquema metodológico mediante el cual se podrán realizar ejercicios de predicción de caudales máximos asociados a distintos periodos de retorno basado en la teoría de la herramienta de mejor desempeño seleccionada en la fase anterior. Para esto fue necesario establecer cada uno de los procesos que se deben llevar a cabo y la información necesaria de modo que dicho esquema tuviera la capacidad de seguirse y aplicarse en ejercicios futuros o investigaciones en las cuales la no estacionariedad jugara un papel importante.

Figura Número 5. Actividades pertenecientes a la Fase IV. Fuente: Autores.



- Identificación de la información necesaria

Para desarrollar una guía que pueda seguirse al momento de realizar análisis de frecuencia de eventos extremos bajo condiciones de no estacionariedad, el primer paso que se debe

efectuar es el establecimiento de la información que se requiere, es decir, cual es la naturaleza y la estructura de los registros que se deben utilizar para estos procedimientos.

- Establecimiento de las actividades a desarrollar

Una vez seleccionada la información de uso durante la metodología a proponer, fue necesario establecer las actividades que debían efectuarse con el fin de realizar el análisis de frecuencia de eventos extremos bajo condiciones de no estacionariedad.

- Creación del esquema metodológico

Esta última actividad constó del diseño del esquema metodológico que debe seguirse al momento de realizar análisis de frecuencia de eventos extremos bajo condiciones de no estacionariedad buscando que este último sea de fácil entendimiento.

6. RESULTADOS

6.1. Fase I: Revisión del concepto del periodo de retorno

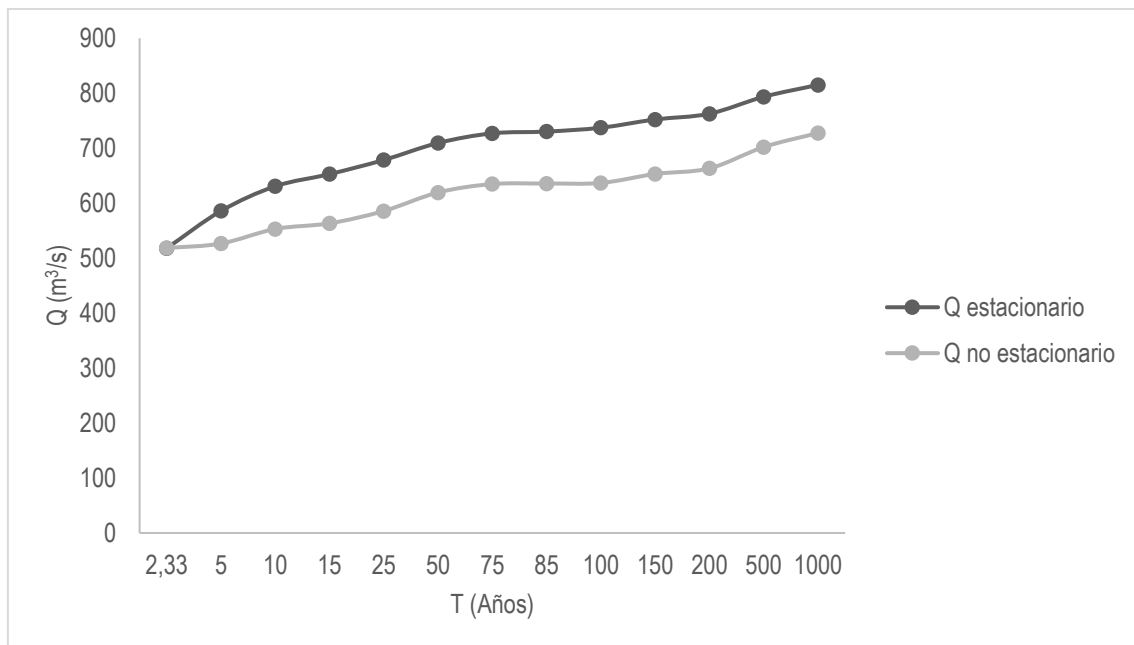
El concepto del periodo de retorno, como fue descrito anteriormente, cuenta con más de un método algebraico para ser calculado, sin embargo, para el análisis que se llevó a cabo durante este proyecto se tuvieron en cuenta las ecuaciones (2) y (5) de modo que se lograra evidenciar la variación en los caudales de diseño que se obtienen desde un enfoque estacionario y un enfoque no estacionario. En la Tabla Número 2 pueden apreciarse los caudales de diseño obtenidos para distintos periodos de retorno a partir de su cálculo desde los enfoques mencionados anteriormente.

Tabla Número 2. Caudales de diseño para enfoque estacionario y no estacionario. Fuente: Autores.

T	$Q_{estacionario}$	$Q_{no\ estacionario}$
2.33	517.98	518.37
5	585.83	526.54
10	630.69	553.08
15	652.82	563.28
25	678.54	585.74
50	709.44	619.42
75	727.03	634.73
85	730.19	635.75
100	737.24	636.77
150	752.20	653.10
200	762.69	663.31
500	793.52	702.10
1000	815.15	727.61

Como puede evidenciarse en la tabla anterior, los caudales obtenidos mediante el enfoque no estacionario presentan magnitudes menores en relación a los caudales calculados mediante un enfoque estacionario. La Gráfica Número 1 presenta los caudales calculados previamente de modo que se logre apreciar esta diferencia en los caudales de diseño obtenidos para distintos periodos de retorno desde los dos enfoques desarrollados.

Gráfica Número 1. Caudales asociados a distintos periodos de retorno desde un enfoque estacionario y no estacionario. Fuente: Autores.



6.2. Fase II: Revisión de herramientas estadísticas

Con el fin de llevar a cabo una evaluación del desempeño de herramientas estadísticas disponibles en la actualidad para realizar análisis de frecuencia de eventos extremos, se desarrolló una revisión de los métodos más utilizados al momento de ejecutar dichos análisis hidrológicos por algunos autores que exponen la necesidad de abordar la temática desde un enfoque no estacionario [35], [40], de donde se lograron identificar la teoría de cópulas y la distribución GEV, evaluada desde un enfoque estacionario como desde un enfoque no estacionario, como los métodos con mayor frecuencia de aplicación y de mayor aplicabilidad debido a su nivel de dificultad.

6.2.1. Teoría de probabilidad de cópulas

Desde hace años se ha buscado establecer la relación existente entre una función de distribución multidimensional y sus marginales de cualquier dimensión inferior. Este problema fue abordado por varios autores en los años cincuenta (50), entre los cuales se encuentran M. Fréchet y Abe Sklar quienes contribuyeron con la relación de una función de distribución multidimensional con sus marginales unidimensionales que viene dada mediante una función con ciertas características determinadas y a la que Sklar llamaría “cópulas”, la cual une las marginales unidimensionales para producir la función de distribución conjunta. Las cópulas se han convertido en una potente herramienta para el modelado multivariante en muchos campos donde la dependencia multivariada es de gran interés. Una cópula describe la estructura de dependencia de una variable aleatoria multivariante y mediante las cópulas es posible transformar las variables aleatorias, a través de su distribución acumulada, en variables uniformemente distribuidas. Resulta, por tanto, un importante instrumento para simular variables aleatorias con distribuciones marginales dadas, mediante la simulación de variables uniformes con estructuras de correlaciones determinadas. La estructura de dependencia vendrá determinada por las

relaciones establecidas entre distribuciones uniformes. En las ciencias actuariales, las cópulas son usadas en el modelo de mortalidad y las pérdidas dependientes, en finanzas, las cópulas son usadas en asignación de activos, modelamiento y administración de riesgos, calificación de créditos y tasación derivada, en estudios biomédicos, las cópulas son usadas en el modelamiento de tiempos de eventos correlacionados y riesgos competitivos y finalmente en ingeniería, las cópulas son usadas en el control de procesos multivariado y en el modelamiento hidrológico. Investigaciones recientes se han centrado en una clase de cópulas llamada cópulas arquimedianas, la cual agrupa varias familias de modelos de cópulas, con propiedades analíticas más sencillas. Estas cópulas son analíticamente sencillas y sus elementos tienen propiedades estocásticas que los hacen atractivos para el tratamiento estadístico de los datos, además, las cópulas Arquimedianas pueden describir una gran diversidad de estructuras de dependencia.

Tipos de cópulas:

- Cópulas elípticas

Se definen como las cópulas asociadas a las distribuciones elípticas. Su rasgo más característico es que representan relaciones de dependencia simétricas sin importar que se analice la cola izquierda o derecha de las distribuciones implicadas.

- Cópulas de valor extremo

Estas cópulas serán de gran utilidad para representar relaciones que ponen mayor énfasis entre los sucesos “cola” (extremos) de las distribuciones marginales. Las cópulas de valor extremo son los posibles límites de cópulas asociadas a los máximos de muestras independientes e idénticamente distribuidas.

- Cópulas arquimedianas

Existe una gran diversidad de familias que pertenecen a la clase arquimediana y gracias a esta variedad permiten, a diferencia de las elípticas y de las de valor extremo, recoger muchos tipos de estructuras de dependencia adicionales, entre las cuales se encuentran las cópulas de Frank, Clayton y Gumbel entre otras.

- Cópula de Frank

La función de distribución para la cópula de Frank es:

$$C_a(u, v) = -\frac{1}{a} \ln \left(1 + \frac{(e^{-av} - 1)(e^{-au} - 1)}{e^{-a} - 1} \right) \quad (23)$$

Si hacemos $g_z = e^{az}$, la derivada de la cópula respecto de la componente u resulta:

$$C_1 = \left(\frac{\partial C_a(u, v)}{\partial u} \right) = \frac{g_u \cdot g_v + g_v}{g_u \cdot g_v + g_1^2} \quad (24)$$

Y la función de densidad:

$$C(u, v) = -ag_1 \left(\frac{1 + g_{u+v}}{(g_u g_v + g_1^2)} \right) \quad (25)$$

Para evaluar el grado de asociación entre las marginales en el modelo generado por la cópula de Frank, el coeficiente de correlación de Kendall correspondiente está dada por:

$$\tau(a) = 1 - \frac{4}{a} + \frac{4}{a^2} \int_0^a \frac{t}{e^t - 1} dt \quad (26)$$

La integral en esta expresión no tiene solución analítica, sin embargo, es posible usar métodos numéricos, que pueden dar buenas aproximaciones. La τ de Kendall de la cópula de Frank toma valores en el rango completo de concordancia. Observando los casos especiales de la cópula de Frank, se puede comprobar que:

$$\lim_{a \rightarrow -\infty} \tau_a = -1 \quad \lim_{a \rightarrow \infty} \tau_a = 1 \quad \lim_{a \rightarrow 0} \tau_a = 0$$

○ Cópula de Gumbel

La función de distribución para la cópula de Gumbel es:

$$C_a(u, v) = \exp \left(-[(-\ln u)^a + (-\ln v)^a]^{\frac{1}{a}} \right) \quad (27)$$

La función derivada de la cópula respecto de la componente u es:

$$C_1 = \left(\frac{\partial C_a(u, v)}{\partial u} \right) = C(u, v) [(-\ln u)^a + (-\ln v)^a]^{-1 + \frac{1}{a}} \frac{(-\ln u)^{a-1}}{u} \quad (28)$$

Y la función de densidad:

$$c(u, v) = C(u, v) u^{-1} v^{-1} [(-\ln u)^a + (-\ln v)^a]^{-2 + \frac{2}{a}} [\ln \cdot u \ln v]^{a-1} \left[1 + (a + 1) [(-\ln u)^a + (-\ln v)^a]^{-\frac{1}{a}} \right] \quad (29)$$

El coeficiente de correlación de Kendall, en función de su parámetro a , se define como:

$$\tau_a = 1 - \frac{1}{a} \quad (30)$$

○ Cópula de Clayton

La función de distribución para la cópula de Clayton es:

$$C_a(u, v) = \left(u^{-\frac{1}{a}} + v^{-\frac{1}{a}} - 1 \right)^a \quad (31)$$

La función derivada de la cópula respecto de la componente u es:

$$C_1 = \left(\frac{\partial C_a(u, v)}{\partial u} \right) = u^{-1+\frac{1}{a}} \left[u^{-\frac{1}{a}} + v^{-\frac{1}{a}} - 1 \right]^{a-1} \quad (32)$$

Y la función de densidad:

$$c(u, v) = \left(1 + \frac{1}{a} \right) (u \cdot v)^{-1-\frac{1}{a}} \left[u^{-\frac{1}{a}} + v^{-\frac{1}{a}} - 1 \right]^{a-2} \quad (33)$$

El coeficiente de correlación de Kendall, en función de su parámetro a , se define como [42]:

$$\tau(a) = \frac{1}{2a + 1} \quad (34)$$

6.2.2. Distribución Generalizada de Valores Extremos (GEV)

Los valores extremos han constituido desde tiempo atrás un tema de gran interés no solo en temas estadísticos sino también para otro tipo de investigaciones de índole científica y de ingeniería; para Coles, la teoría de valores extremos es una disciplina que desarrolla técnicas y modelos para describir los sucesos menos comunes, para Gumbel, el objetivo de la teoría es analizar valores extremos observados y predecir valores extremos en el futuro; la interpretación de lo “extremo” es difícil de establecer pues engloba varios atributos, tales como “excepcional”, “sorprendente” y “catastrófico”, por lo que para dichos autores, es mejor caracterizarlos mediante sus propiedades estadísticas, observaciones, predictibilidad, mecanismos, etc.

Los valores extremos tienen muchas aplicaciones en la práctica, para autores como Kotz y Nadarajah se pueden utilizar en identificación de ráfagas de viento, contaminación en el aire y análisis de corrosión, para Reiss y Thomas se pueden aplicar en análisis de longevidad de vida, gestión del tráfico, resistencia de materiales, geología y meteorología. Un ejemplo de aplicación propuesto por Coles se refiere al diseño de un rompeolas para proteger de los niveles del mar que se esperan durante 100 años usando datos de 10 años, cuyas extrapolaciones se realizan a partir del marco de trabajo de la teoría de valores extremos.

La distribución de Valores Extremos Generalizada (en inglés, *Generalized Extreme Value distribution*, cuyas siglas son GEV), es también conocida como la distribución de Fisher-Tippett, la distribución tipo von Mises-Jenkinson o la distribución de valores extremos tipo von Mises y en esta se toman $X_1, X_2, \dots, X_n$ como variables aleatorias, y $M_n = \text{Máx}$

$\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ como el máximo de dichas variables. Según Coles, en ocasiones, en la práctica las X_i (que tienen una función de distribución común F) corresponden a valores de un proceso medido en una escala regular de tiempo, como medidas de niveles del mar cada hora o temperaturas medias diarias, de forma que M_n representa el máximo del proceso sobre n unidades temporales de observación. Si por ejemplo, n es el número de observaciones en un mes, entonces M_n corresponde al máximo mensual.

La función de distribución de M_n es:

$$\begin{aligned} P[M_n \leq z] &= P[X_1 \leq z, X_2 \leq z, \dots, X_n \leq z] = P[X_1 \leq z] \cdot P[X_2 \leq z] \cdots P[X_n \leq z] \\ &= F(z) \cdot F(z) \cdots F(z) = (F(z))^n \end{aligned} \quad (35)$$

Según Hann y Ferreira, dicha función converge en probabilidad a 0 si $z < z^*$ y a 1 si $z \geq z^*$, donde $z^* = \sup\{x: F(x) < 1\}$. Por tanto, para que la distribución límite no sea degenerada, hay que tipificar, esto es, encontrar sucesiones de constantes $a_n > 0$ y b_n ($n = 1, 2, \dots$) de forma que la expresión:

$$\frac{M_n - b_n}{a_n} \quad (36)$$

Tenga una distribución no degenerada cuando $n \rightarrow \infty$, esto es, que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F^n(a_n z + b_n) = G(z) \quad (37)$$

Se trata de “estandarizar” la variable M_n mediante una transformación lineal. A la nueva variable estandarizada se le llama M_n^* .

Así, se tiene el siguiente teorema, conocido como *Teorema de Valores Extremos* o *Teorema de Fisher-Tippett-Gnedenko*:

Si existen sucesiones de constantes $\{a_n > 0\}$ y $\{b_n\}$ de forma que:

$$P\left[\frac{M_n - b_n}{a_n} \leq z\right] \rightarrow G(z) \text{ Cuando } n \rightarrow \infty, \quad (38)$$

Donde G es una función de distribución no degenerada, entonces G pertenece a una de las siguientes familias:

$$\text{I: } G(z) = \exp\left\{-\exp\left[-\left(\frac{z - \alpha}{\beta}\right)\right]\right\}, -\infty < z < \infty;$$

$$\text{II: } G(z) = \begin{cases} 0, & (z \leq \alpha) \\ \exp\left[-\left(\frac{z - \alpha}{\beta}\right)^{-\xi}\right], & (z > \alpha) \end{cases}$$

$$\text{III: } G(z) = \begin{cases} \exp \left\{ - \left[- \left(\frac{z - \alpha}{\beta} \right)^{-\xi} \right] \right\}, & (z \leq \alpha, \\ \beta, & (z > \alpha; \end{cases} \quad (39)$$

Para parámetros $\beta > 0, \alpha$ y en caso de, las familias II y III, $\beta > 0$.

Estas tres clases de distribuciones son conocidas como las distribuciones de valores extremos, donde las de tipo I son la familia de Gumbel, las de tipo II la de Fréchet, y las de tipo III la de Weibull.

Todas las distribuciones anteriores se pueden condensar en una sola, que es la distribución de Valores Extremos Generalizada (GEV), cuya función de distribución es la siguiente:

$$G(z) = \exp \left[- \left[1 + \xi \left(\frac{z - \alpha}{\beta} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right], \text{ para } \begin{cases} x \in \left[\alpha - \frac{\beta}{\xi}, +\infty \right[& \text{si } \xi > 0 \\ x \in]-\infty, +\infty[& \text{si } \xi = 0 \\ x \in \left[-\infty, \alpha - \frac{\beta}{\xi} \right[& \text{si } \xi < 0 \end{cases} \quad (40)$$

Definida en $\{z: 1 + \xi(z - \alpha/\beta) > 0\}$, con $-\infty < \alpha < \infty, \beta > 0$ y $-\infty < \xi < \infty$. Cada distribución cuenta con su parámetro de posición o localización α (que representa los valores medios) y su parámetro de escala β (que controla la dispersión de los datos); y, además, las familias de Fréchet y de Weibull tienen un parámetro de forma ξ (que condiciona el comportamiento de los datos más extremos). Las ecuaciones correspondientes a la obtención de los parámetros de posición y escala son las siguientes [43], [44]:

$$\alpha = \frac{\pi}{\sqrt{6}\sigma} \quad (41)$$

$$\beta = \bar{X} - \frac{0,5772}{\sigma} \quad (42)$$

6.3. Fase III: Selección de la herramienta aplicable

6.3.1. Información utilizada

Con el ánimo de identificar las variaciones en los resultados que podrían obtenerse a partir del desarrollo de cada una de las herramientas descritas en la sección anterior, se tuvieron en cuenta las estaciones meteorológicas e hidrometeorológicas que pertenecen al Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales de Colombia (IDEAM), de las cuales se seleccionaron dos (2) que hacen parte de una misma cuenca hidrográfica (Riosucio) ubicada en el departamento de Antioquia, pero que diferían en términos de su tendencia estadística, ya que una de ellas presentó estacionariedad en sus registros (Estación 11117010) mientras que la estación restante presentaba no estacionariedad (Estación 11117050). El entorno geográfico en el que se encuentran las estaciones objeto de estudio previamente enunciadas puede apreciarse en la Figura Número 6.

CONVENCIONES

- Est. Dobebe 2
- Est. El Aní
- Ríos tributarios
- Cauce principal
- Cuenca del Río Suso

Figura Número 7. Autocorrelación cruzada estaciones de trabajo (valores diarios). Fuente: Autores.



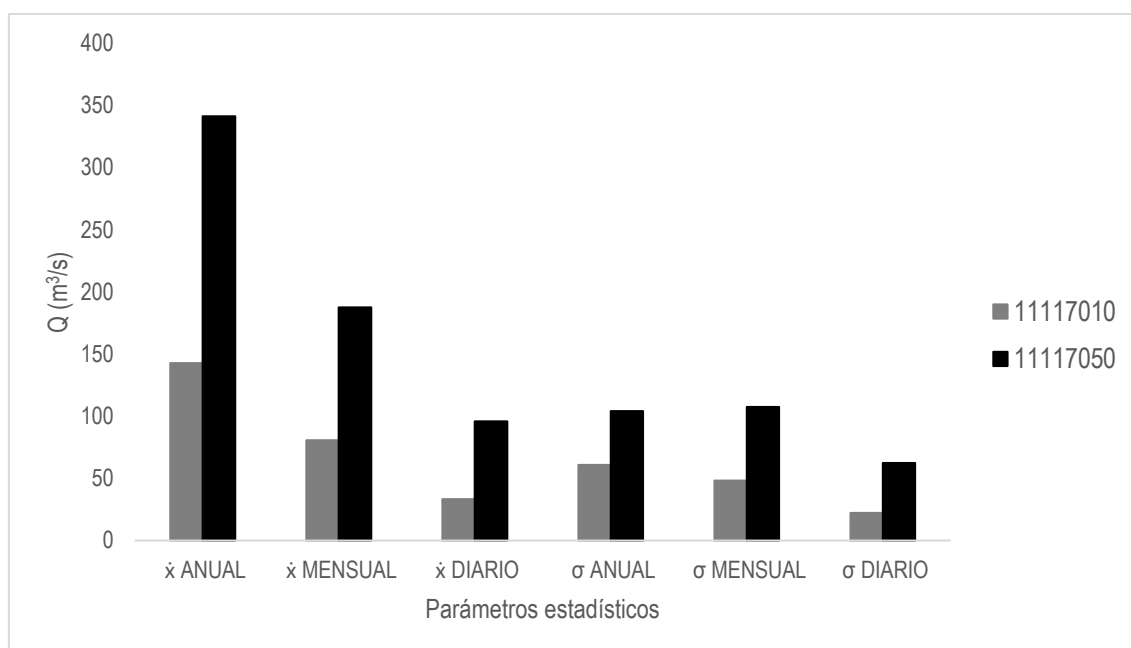
Para establecer el grado de dependencia o la relación existente entre los registros de las estaciones, se realizó una comparación del comportamiento de las funciones de autocorrelación para cada una de las escalas estudiadas y adicionalmente se obtuvo su autocorrelación cruzada, de donde se observó que existía dependencia entre los registros, hecho que puede corroborarse mediante su coeficiente de correlación (mayor a 0.5 para cada uno de los casos); la Figura Número 7 presenta la autocorrelación cruzada para registros diarios de las estaciones de trabajo, mientras los demás resultados de las pruebas mencionadas anteriormente pueden apreciarse en el Anexo B. Las características generales y los resultados de las pruebas de homogeneidad, aleatoriedad y tendencia de las estaciones de trabajo se encuentran consignados en la Tabla Número 3.

Tabla Número 3. Características generales de las estaciones de trabajo. Fuente: Autores.

	Est.11117010	Est.11117050
Nombre	El Anil	Dabeiba 2
Categoría	LG	LM
Departamento	Antioquia	Antioquia
Municipio	Uramita	Dabeiba
Corriente	Riosucio	Riosucio
Fecha Inst.	15/03/1972	15/09/1976
Fecha Sus.	-	-
Homogeneidad	Aceptada	Aceptada
Aleatoriedad	Aceptada	Aceptada
Tendencia	Rechazada	Aceptada

Para las medidas de tendencia central y dispersión como la media aritmética ($\bar{x}$) y la desviación estándar (σ) se observó que, para cada una de las escalas de trabajo desarrolladas, la Estación 11117050 presento magnitudes mayores a la Estación 11117010, lo cual se debe a cuestiones netamente geográficas debido a que la estación Dabeiba 2 se encuentra aguas abajo de la estación El Anil, por lo que las lecturas de caudal fueron más grandes en todos los casos. El comportamiento de la media aritmética y la desviación estándar de las estaciones objeto de estudio, para cada una de las escalas desarrolladas, puede apreciarse en la Gráfica Número 2.

Gráfica Número 2. Variación escalar de la media aritmética y desviación estándar según la temporalidad de los registros. Fuente: Autores.



Las distribuciones estadísticas a las cuales se ajustaron los registros de las estaciones de trabajo para cada una de las escalas evaluadas pueden apreciarse en la Tabla Número 4.

Tabla Número 4. Ajuste a distribuciones estadísticas teóricas para los registros trabajados. Fuente: Autores.

	DIARIOS	MENSUALES	ANUALES
11117010	Gumbel	Gumbel	Gumbel
11117050	Gumbel	Gamma	Gumbel

6.3.2. Teoría de probabilidad de cópulas

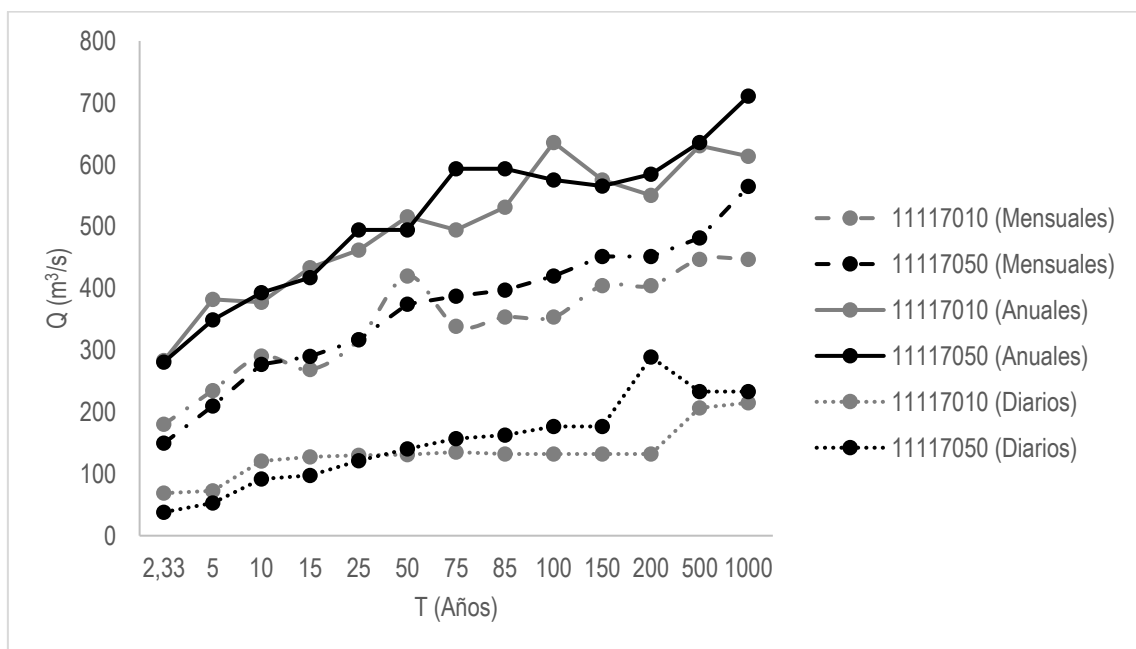
A continuación, se pueden observar los caudales asociados a distintos periodos de retorno calculados mediante la distribución conjunta que se obtuvo por medio de la cópula de Frank, Clayton y Gumbel para la estación 11117010 con respecto a la estación 11117050 (11117010), y para la estación 11117050 con respecto a la estación 11117010 (11117050). Cabe aclarar que, durante la obtención de las magnitudes de los eventos extremos de este método, fue necesario calcular los parámetros de la distribución de probabilidad por medio del uso del promedio ponderado en el cálculo de la media aritmética y la desviación estándar, siendo 0.75 la ponderación para la estación 11117050 y 0.295 la ponderación para la estación 11117010 con respecto a los registros anuales, 0.698 para la estación 11117050 y 0.301 para la estación 11117010 con respecto a los registros mensuales; mientras que en relación a los registros diarios las ponderaciones fueron 0.725 para la estación 11117050 y 0.275 para la estación 11117010. Los resultados de los caudales de diseño asociados a distintos periodos de retorno obtenidos mediante la cópula de Frank para les estaciones El Anil (11117010) y Dabeiba 2 (11117050) pueden apreciarse en la Tabla Número 5.

Tabla Número 5. Caudales de diseño obtenidos mediante la cópula de Frank. Fuente: Autores.

CÓPULA DE FRANK						
T	DIARIOS		MENSUALES		ANUALES	
	11117010	11117050	11117010	11117050	11117010	11117050
2,33	68.78	38.10	180.07	149.60	283.36	280.81
5	72.45	53.04	234.79	209.76	382.02	348.88
10	120.60	91.83	290.24	277.07	377.63	393.03
15	127.23	97.20	268.71	290.22	433.62	417.10
25	130.20	121.00	316.71	317.15	461.91	494.69
50	131.22	140.60	420.14	374.40	515.71	494.27
75	135.41	157.01	338.41	387.32	494.69	593.18
85	132.35	162.44	353.43	397.37	531.33	593.18
100	132.35	176.41	353.43	420.14	635.90	575.35
150	132.35	176.41	404.44	451.23	575.35	565.50
200	132.35	288.83	404.44	451.23	550.13	584.57
500	206.51	233.08	447.05	481.71	630.51	635.94
1000	214.86	233.08	447.05	564.72	613.52	710.83

La Gráfica Número 3, presenta los caudales asociados a distintos periodos de retorno consignados en la Tabla Número 5, de donde es posible observar que estos resultados no poseen la propiedad de la autosimilitud, entendiendo el concepto como la invariancia por cambio de escala, es decir, el hecho de que al momento de realizar un análisis de frecuencia de eventos extremos, el resultado de los caudales de diseño de estructuras hidráulicas o civiles debe ser el mismo para toda serie temporal sin importar el tipo de datos utilizados (diario, mensual o anual) [45].

Gráfica Número 3. Caudales de diseño obtenidos mediante la cópula de Frank. Fuente: Autores.



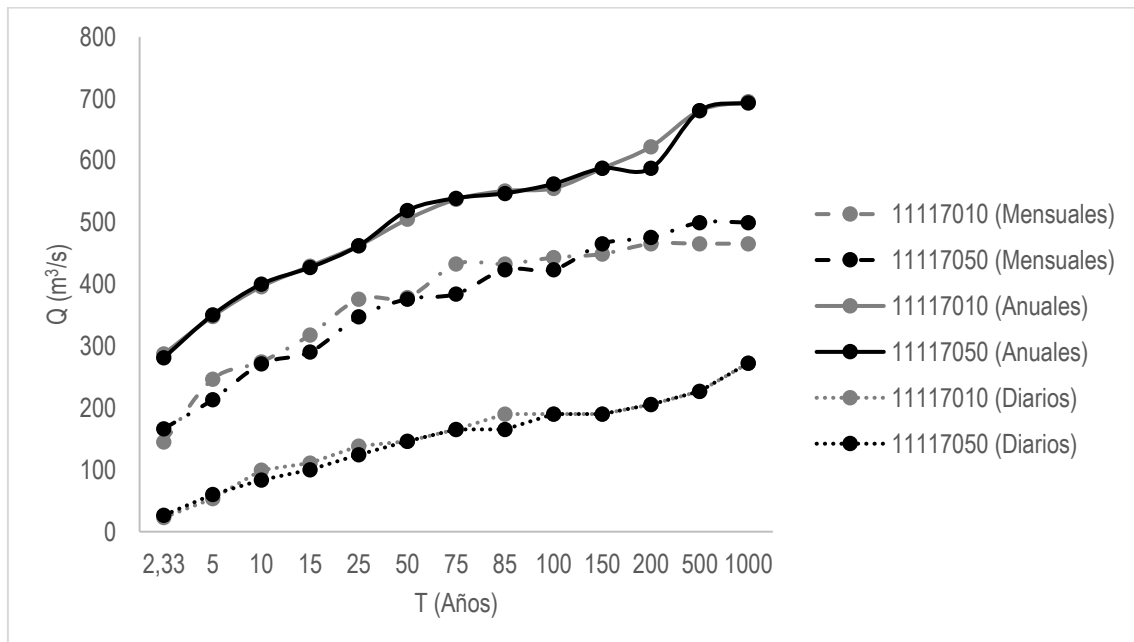
En cuanto a la cópula de Clayton, los caudales de diseño asociados a distintos periodos de retorno pueden apreciarse en la Tabla Número 6.

Tabla Número 6. Caudales de diseño obtenidos mediante la cópula de Clayton. Fuente: Autores.

CÓPULA DE CLAYTON						
T	DIARIOS		MENSUALES		ANUALES	
	11117010	11117050	11117010	11117050	11117050	11117050
2,33	23.12	26.65	145.15	166.65	287.41	281.39
5	53.53	60.04	246.71	213.54	348.32	350.60
10	99.52	83.43	274.62	271.42	396.34	400.34
15	110.94	100.20	318.10	290.49	429.33	427.24
25	138.68	124.47	376.18	347.61	462.61	462.61
50	146.22	146.22	378.59	376.18	505.23	519.53
75	165.20	165.20	432.76	384.46	537.33	539.34
85	190.38	165.20	432.76	423.81	551.07	547.08
100	190.24	190.24	443.20	423.81	555.35	562.46
150	190.24	190.24	448.97	465.69	587.61	587.61
200	205.81	205.81	465.69	475.73	622.60	587.61
500	226.84	226.84	465.69	499.95	680.91	680.91
1000	272.60	272.60	465.69	499.95	695.40	693.54

La Gráfica Número 4, presenta los caudales asociados a distintos periodos de retorno obtenidos mediante la cópula de Clayton.

Gráfica Número 4. Caudales de diseño obtenidos mediante la cópula de Clayton. Fuente: Autores.



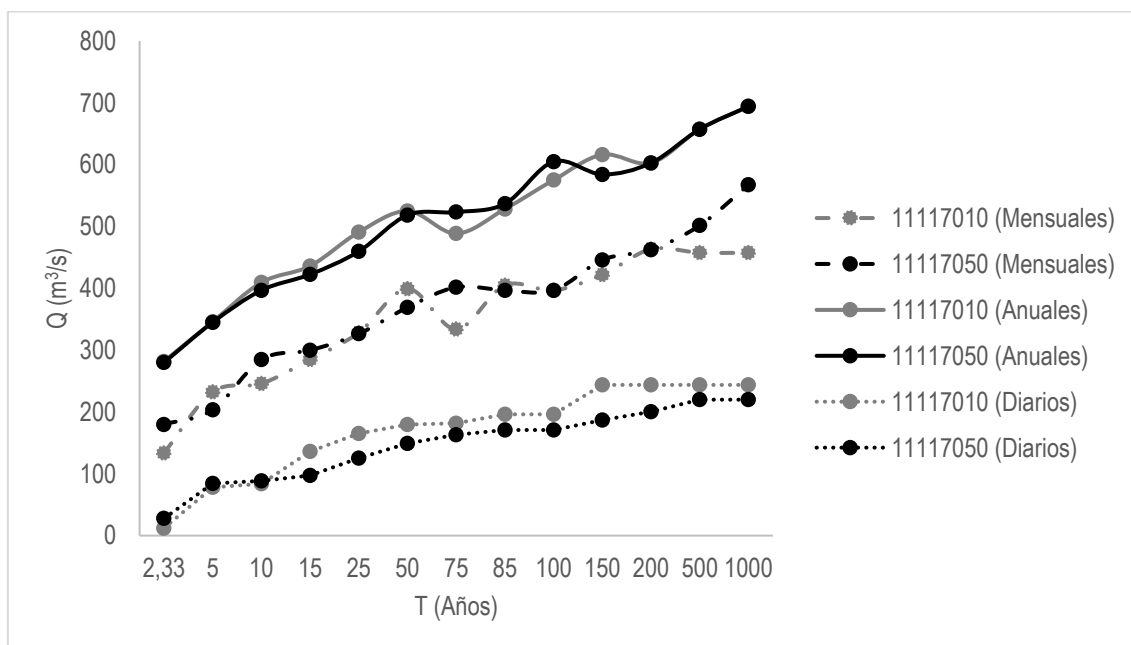
Para finalizar, los caudales de diseño para distintos periodos de retorno obtenidos mediante la cópula de Gumbel pueden apreciarse en la Tabla Número 7.

Tabla Número 7. Caudales de diseño obtenidos mediante la cópula de Gumbel. Fuente: Autores.

CÓPULA DE GUMBEL						
T	DIARIOS		MENSUALES		ANUALES	
	11117010	11117050	11117010	11117050	11117010	11117050
2,33	12.10	27.70	133.74	179.81	281.74	279.76
5	77.97	84.44	232.29	203.25	345.76	344.85
10	83.60	88.32	245.73	284.62	409.30	396.64
15	135.92	97.07	284.62	299.73	435.97	422.33
25	164.86	124.96	328.16	326.32	490.68	459.51
50	179.82	149.20	399.11	368.99	524.83	518.34
75	181.59	163.17	333.84	401.55	488.41	523.11
85	195.90	171.00	404.81	396.62	528.10	536.64
100	195.90	171.00	396.55	396.62	574.91	604.79
150	243.65	186.56	421.95	445.88	616.00	584.06
200	243.65	200.48	463.16	462.28	602.60	602.60
500	243.65	219.82	457.38	501.54	657.32	657.09
1000	243.65	219.82	457.38	567.04	694.02	694.02

Los caudales de diseño para distintos periodos de retorno obtenidos mediante la cópula de Gumbel pueden apreciarse en la Gráfica Número 5.

Gráfica Número 5. Caudales de diseño obtenidos mediante la cópula de Gumbel. Fuente: Autores.



6.3.3. Distribución GEV (enfoque estacionario)

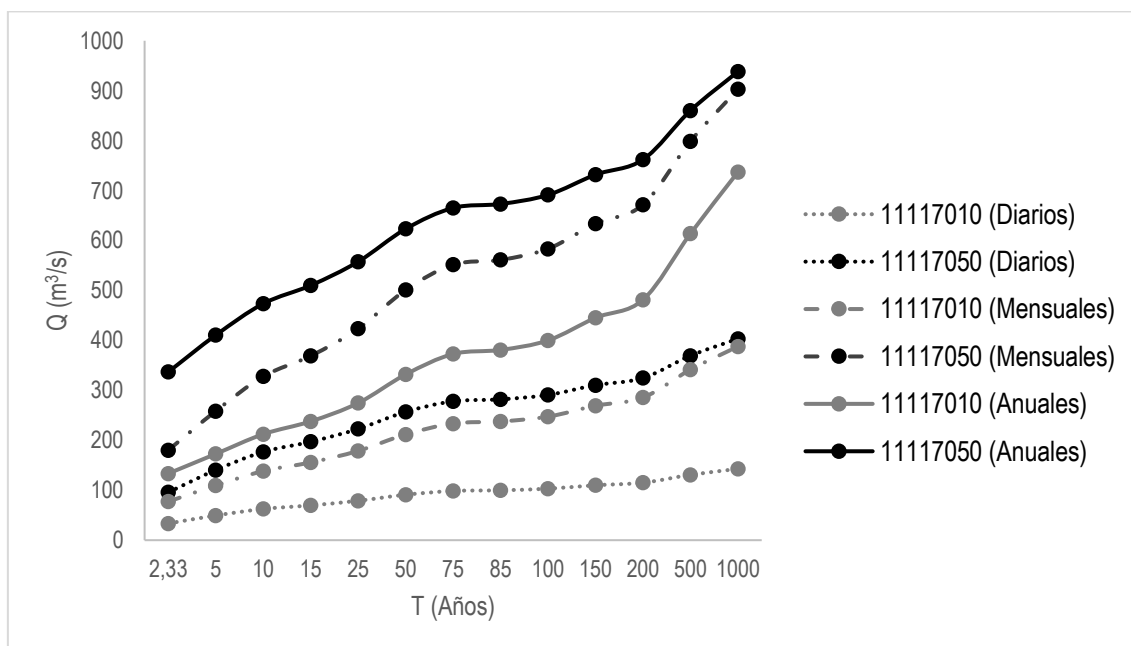
Los resultados obtenidos para caudales de diseño asociados a distintos periodos de retorno desde un enfoque estacionario (α y β constantes en el tiempo) para la distribución Generalizada de Valores Extremos (GEV) se presentan en la Tabla Número 8.

Tabla Número 8. Caudales de diseño obtenidos mediante la distribución GEV. Fuente: Autores.

T	DIARIOS		MENSUALES		ANUALES	
	11117010	11117050	11117010	11117050	11117010	11117050
2.33	33.41	95.83	77.24	180.29	133.49	336.83
5	49.45	140.49	109.51	258.56	172.72	410.57
10	62.46	176.82	138.42	327.90	212.28	473.65
15	69.71	197.08	155.68	368.95	237.90	510.11
25	78.87	222.78	178.79	423.60	274.64	557.69
50	91.02	256.93	211.78	500.94	331.89	623.31
75	98.52	278.03	233.56	551.59	372.83	665.28
85	99.91	281.95	237.72	561.24	380.95	673.19
100	103.07	290.86	247.34	583.50	400.06	691.35
150	110.00	310.42	269.18	633.85	445.30	731.89
200	115.05	324.71	285.78	671.94	481.43	762.14
500	130.83	369.43	341.56	798.84	613.93	860.34
1000	142.74	403.27	387.89	903.10	737.22	938.36

En la Gráfica Número 6, se presentan las magnitudes de los caudales asociados a distintos periodos de retorno consignados en la Tabla Número 8.

Gráfica Número 6. Caudales de diseño obtenidos mediante la distribución GEV. Fuente: Autores.



Como pudo observarse anteriormente para la estación Dabeiba 2 como para la estación El Anil, los caudales asociados a distintos periodos de retorno toman su mayor magnitud cuando se toman como base los registros de los caudales máximos anuales; ya que, estos van a representar únicamente los valores más extremos dentro de la serie al contener un solo valor máximo dentro de cada año de medición; mientras que en el caso de los registros mensuales y diarios, aun cuando estos contienen todos estos registros atípicos o extremos, las medidas de tendencia central y dispersión de las cuales dependen los parámetros de la distribución se ven afectados por las variaciones estacionales que presenten las series, es decir, que las épocas de menor flujo o menor caudal de río van a modificar el comportamiento de la serie completa por lo que no se pudo observar autosimilitud en los resultados.

6.3.4. Distribución GEV (enfoque no estacionario)

Dado que desde un enfoque no estacionario el vector de parámetros estadísticos que definen la función de densidad de probabilidad (PDF) de las distribuciones estadísticas son en función del tiempo, fue necesario realizar una regresión que permitiera establecer el valor que tomarían dichos parámetros (α, β) en los distintos periodos de retorno que se evalúan para cada una de las escalas de registros desarrolladas (Anexo C); sin embargo, es preciso aclarar que, este método en particular se limita a realizar una proyección máxima de cincuenta (50) años, debido a que no se recomienda generalizar la proyección de parámetros estadísticos a periodos de tiempo mayores porque gracias a la no estacionariedad y a las variaciones naturales de dichas variables, éstas tendencias pueden presentar puntos de inflexión; y adicionalmente, a que desde un punto físico se descarta que una variable hidroclimatológica cuente con un aumento constante a lo largo del tiempo. Los resultados obtenidos para caudales de diseño asociados a distintos periodos de retorno desde un enfoque no estacionario, para cada uno de los escenarios de la distribución Generalizada de Valores Extremos (GEV I, GEV II y GEV III) se presentan en la Tabla Número 9.

Tabla Número 9. Caudales de diseño obtenidos mediante la distribución GEV con enfoque no estacionario. Fuente: Autores.

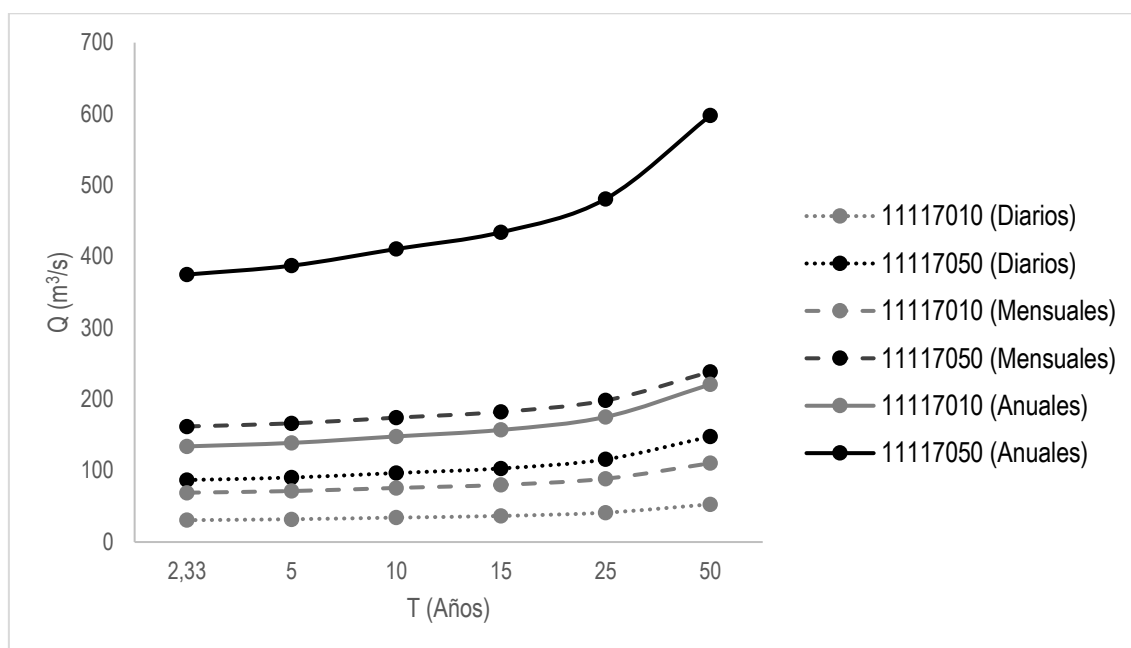
GEV I						
T	DIARIOS		MENSUALES		ANUALES	
	11117010	11117050	11117010	11117050	11117010	11117050
2.33	30.69	86.97	69.18	162.05	134.08	374.92
5	31.94	90.38	71.49	166.34	138.95	387.41
10	34.27	96.77	75.83	174.37	148.06	410.80
15	36.59	103.16	80.16	182.40	157.17	434.19
25	41.25	115.94	88.82	198.46	175.40	480.98
50	52.89	147.88	110.48	238.61	220.96	597.94
GEV II						
T	DIARIOS		MENSUALES		ANUALES	
	11117010	11117050	11117010	11117050	11117010	11117050
2.33	23.28	67.82	58.82	138.96	115.33	295.33
5	23.28	67.82	58.82	138.96	115.33	295.33
10	23.28	67.82	58.82	138.96	115.33	295.33
15	23.28	67.82	58.82	138.96	115.33	-

25	23.28	67.82	-	138.96	-	-
50	23.28	67.82	-	-	-	-
GEV III						
T	DIARIOS		MENSUALES		ANUALES	
	11117010	11117050	11117010	11117050	11117010	11117050
2.33	30.69	86.97	69.18	162.05	134.08	374.92
5	31.94	90.38	71.49	166.34	138.95	387.41
10	34.27	96.77	75.83	174.37	148.06	410.80
15	36.59	103.16	80.16	182.40	157.17	-
25	41.25	115.94	-	198.46	-	-
50	52.89	147.88	-	-	-	-

Estos últimos resultados, además de presentar un límite de predicción de cincuenta (50) años, contó con resultados negativos que fueron excluidos ya que físicamente es imposible contar con caudales menores a cero; este hecho, se debió a que uno de los parámetros de la distribución (α) contaba con valores negativos puesto que la línea de tendencia que presentaba cruzaba el umbral de cero en algunos casos. Adicionalmente, para el caso GEV II, en donde α cambiaba en función del tiempo y β era constante, no hubo variación en los caudales sin importar el periodo de retorno que se trabajara ya que este último, se encontró como el parámetro más sensible dentro de la función de distribución, mientras que la variación de α no representaba cambios perceptibles en cuanto a los caudales de diseño.

Gracias a esta no sensibilidad con respecto al parámetro α , se presentó un suceso particular que consistió en la igualdad de los resultados entre GEV I y GEV III a causa de que contaban con la misma variación del parámetro β . Para el caso de la distribución GEV desde un enfoque no estacionario, también se logró identificar la variación escalar de los caudales de diseño para distintos periodos de retorno en función de los tipos de registros evaluados logrando las mayores magnitudes en relación a los caudales máximos anuales y las menores magnitudes con base a los caudales diarios por lo cual tampoco se presentó la propiedad de la autosimilitud. En la Gráfica Número 8, se presentan las magnitudes de los caudales asociados a distintos periodos de retorno para el método GEV I consignados en la Tabla Número 9.

Gráfica Número 7. Caudales de diseño obtenidos mediante el método GEV I. Fuente: Autores.

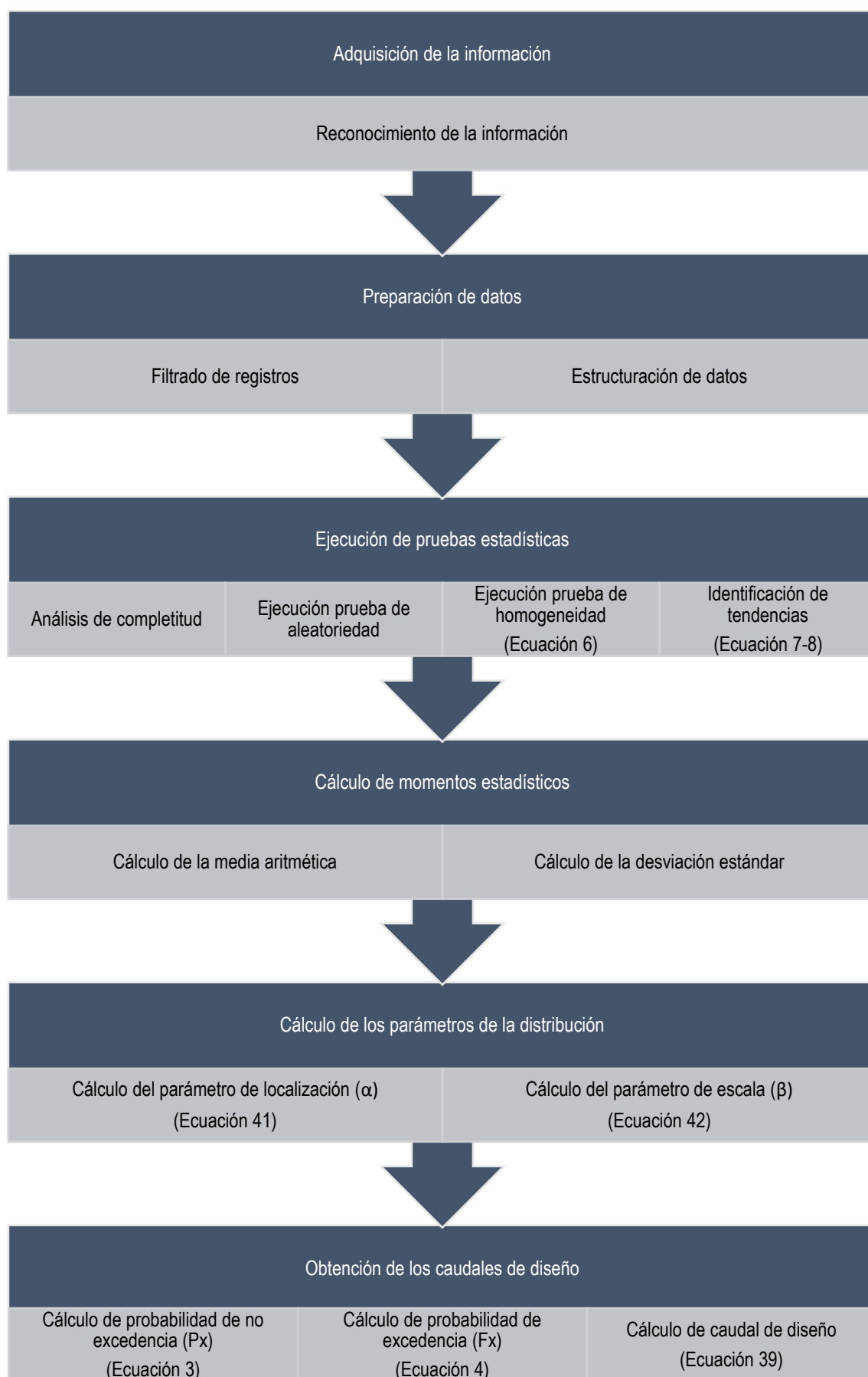


6.4. Fase IV: Diseño de esquema metodológico

Para establecer una guía metodológica que permita realizar análisis de frecuencia de eventos extremos bajo condiciones de no estacionariedad, se desarrolló un esquema que describe los procedimientos a desarrollar para este tipo de análisis hidroclimatológicos. Dicho esquema consta de seis (6) pasos que serán descritos a continuación y que se pueden evidenciar en la Figura Número 8. Dada la consistencia y aplicabilidad del método, se estableció la distribución GEV con enfoque estacionario como el método más adecuado.

- Adquisición de la información: Obtención de las series temporales pertenecientes a la/s estación/es de las cuales se desarrollará el análisis de frecuencia de eventos extremos bajo condiciones de no estacionariedad.
- Preparación de datos: Establecimiento de los años de registros con los que se contará durante el proceso de análisis de frecuencia de eventos extremos bajo condiciones de no estacionariedad, de modo que se obtengan caudales máximos anuales.
- Ejecución de pruebas estadísticas: Establecimiento de la consistencia, homogeneidad, aleatoriedad y estacionariedad de los registros de trabajo, de modo que se identifique el comportamiento general de las series.
- Calculo de momentos estadísticos: Obtención de medidas de tendencia central y dispersión necesarias para el cálculo de los parámetros de la función de distribución de trabajo (media aritmética y desviación estándar).
- Calculo de los parámetros de la distribución: Obtención de los parámetros de localización (α) y escala (β) de la función de distribución.
- Obtención de los caudales de diseño: Calculo de los caudales de diseño asociados a distintos periodos de retorno bajo la función de distribución.

Figura Número 8. Esquema metodológico para la aplicación de la herramienta seleccionada. Fuente: Autores.



7. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

7.1. Fase I: Revisión del concepto del periodo de retorno

Los caudales de diseño obtenidos mediante un enfoque no estacionario fueron menores que los caudales de diseño estacionarios, lo que puede deberse al método del cálculo de las probabilidades de ocurrencia de cada uno de los eventos extremos puesto que, en términos no estacionarios la probabilidad de ocurrencia de un evento específico con periodo de retorno T (P_t) dependerá de las probabilidades anteriores $P_{t-1}, P_{t-2}, \dots, P_{t-n}$. Las implicaciones de estas variaciones en la práctica ingenieril pueden verse representadas en sobre estimaciones de estructuras hidráulicas por lo que es necesario tener en cuenta estas variaciones o condiciones estadísticas en análisis de frecuencia de eventos hidroclimatológicos. La Tabla Número 10 presenta los porcentajes de variación de los caudales calculados para los distintos periodos de retorno.

$$\% \text{ de Variación} = \frac{|Q \text{ metodo A} - Q \text{ metodo B}|}{Q \text{ metodo A}} * 100 \quad (43)$$

La ecuación (43) permite evidenciar el cálculo que se desarrolló para obtener los porcentajes o tasas de variación de los caudales obtenidos mediante los dos enfoques analizados, en donde se tomó como valor de referencia los resultados obtenidos mediante el método estacionario.

Tabla Número 10. Tasas de variación para caudales de diseño obtenidos mediante enfoques estacionario y no estacionario. Fuente: Autores.

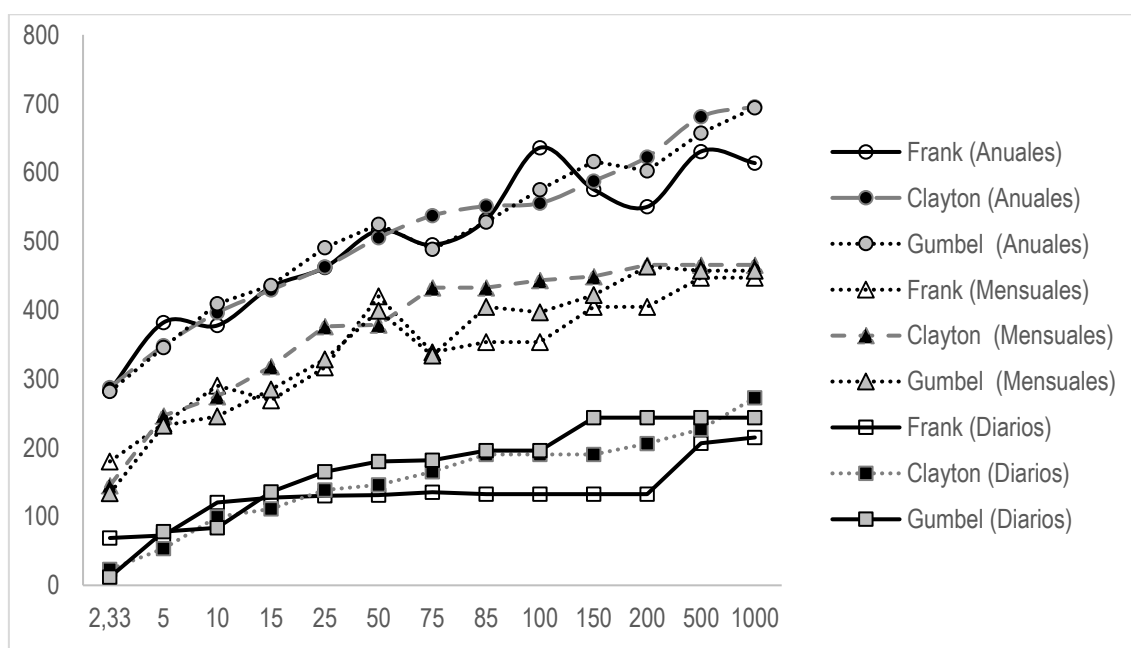
T	$Q_{\text{estacionario}}$	$Q_{\text{no estacionario}}$
2.33	0.0%	0.1%
5	0.0%	10.1%
10	0.0%	12.3%
15	0.0%	13.7%
25	0.0%	13.7%
50	0.0%	12.7%
75	0.0%	12.7%
85	0.0%	12.9%
100	0.0%	13.6%
150	0.0%	13.2%
200	0.0%	13.0%
500	0.0%	11.5%
1000	0.0%	10.7%

7.2. Fase III: Selección de la herramienta aplicable

7.2.1. Teoría de probabilidad de cópulas

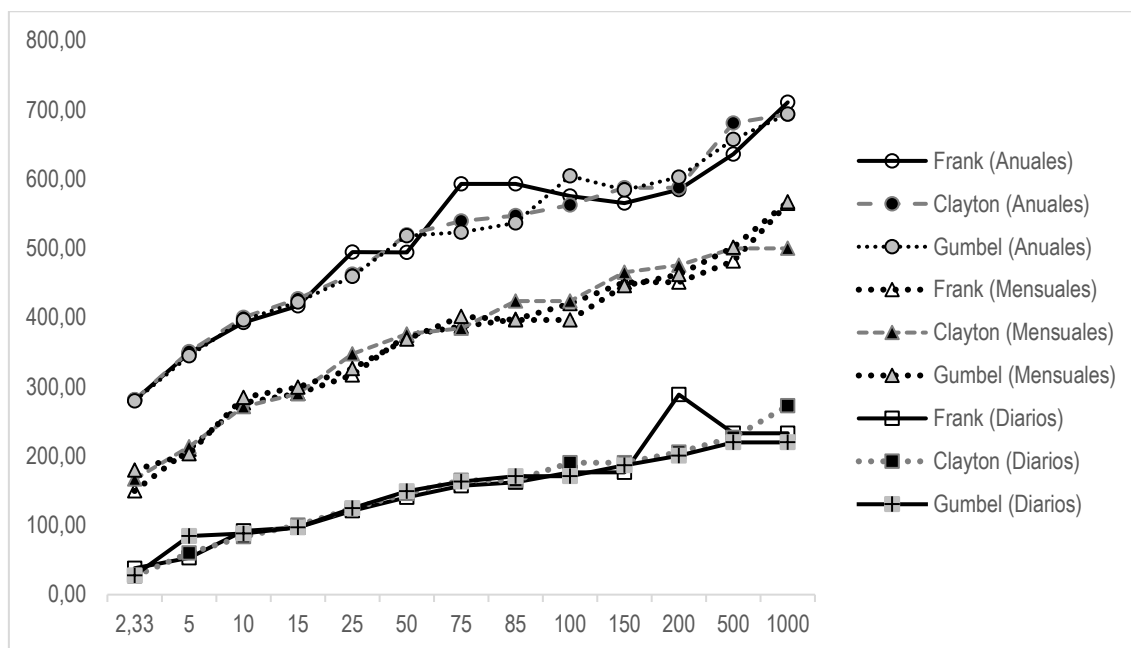
Teniendo como base los resultados obtenidos mediante la teoría de cópulas fue posible observar que el uso de estaciones adicionales como covariables puede afectar los caudales de diseño si la diferencia de las magnitudes de los registros es amplia como ocurrió con las estaciones objeto de estudio ya que la estación Dabeiba 2, a pesar de contar con registros mayores a la estación El Anil, presentó caudales de diseño menores a los obtenidos mediante la distribución GEV y en contraparte, la estación El Anil, que contaba con registros de menor magnitud, presentó un aumento de la magnitud de los caudales de diseño para distintos periodos de retorno debido a la dependencia mencionada anteriormente con respecto a la estación Dabeiba 2, logrando situar sus resultados por encima de la margen del método GEV. A raíz de lo anterior, puede concluirse que el uso de estaciones vecinas como covariables dentro de un proceso de análisis de frecuencia de eventos extremos no es recomendable, ya que si las estaciones de trabajo presentan un grado de dependencia mayor al 50%, los caudales de diseño para distintos periodos de retorno tendrán alteraciones externas que aumentarán la incertidumbre de los resultados ya que dichos caudales no solo dependerán de sus propios registros, sino por el contrario, dependerán de las variaciones de otra serie temporal, que aunque tiene relación con sus registros, debe tomarse como una matriz de mediciones independiente, con sus errores de medición y grados de precisión individuales. En la Gráfica Número 9, pueden apreciarse los caudales de diseño para distintos periodos de retorno obtenidos mediante las tres familias de cópulas para la estación El Anil.

Gráfica Número 8. Caudales de diseño obtenidos mediante cópulas para la estación 11117010. Fuente: Autores.



Por otro lado, los caudales de diseño obtenidos mediante las tres familias de cópulas desarrolladas para la estación Dabeiba 2, pueden apreciarse en la Gráfica Número 10.

Gráfica Número 9. Caudales de diseño obtenidos mediante cópulas para la estación 11117050. Fuente: Autores.

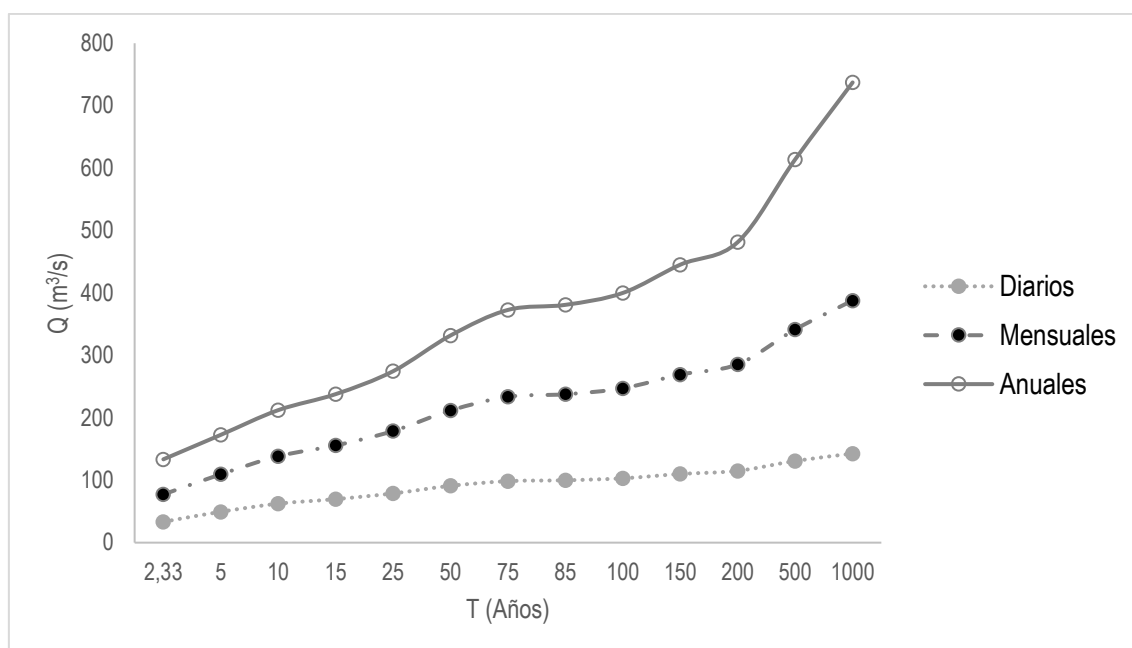


En síntesis, se puede afirmar que el método de la teoría de probabilidad de cópulas puede ofrecer resultados confiables para registros que presenten altos grados de dependencia, pero a su vez diferencias no muy altas con respecto a las magnitudes de sus series, de modo que se logren obtener periodos de retorno conjuntos y por ende reducir la incertidumbre que envuelve este tipo de estudios de ingeniería.

7.2.2. Distribución GEV (enfoque estacionario)

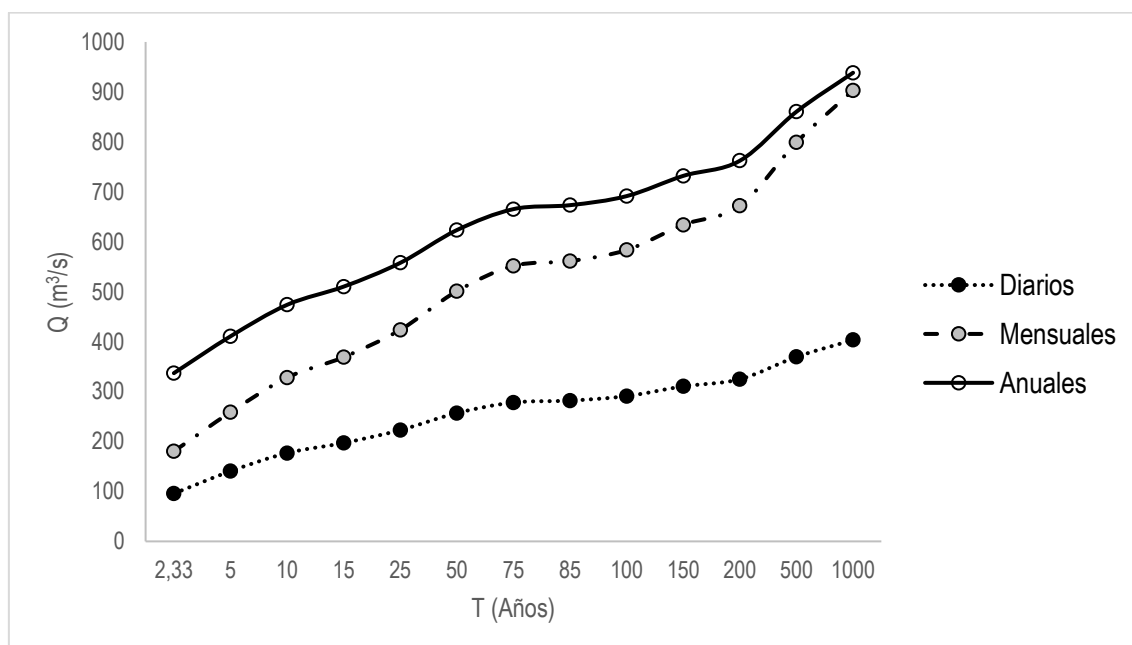
Por otro lado, la distribución GEV con enfoque estacionario, mostró una consistencia mayor en relación a los resultados obtenidos ya que en términos generales, presenta la menor dificultad de cálculo y la mayor aplicabilidad al no contar con limitantes como la afectación de los caudales de diseño debido a los registros de otra serie temporal, o la imposibilidad de predicción a causa de la generalización del comportamiento de los parámetros estadísticos de una función de distribución de probabilidad. Adicionalmente, en este método, se encontró la mayor autosimilitud en los caudales de diseño obtenidos durante el presente proyecto, es decir, que hubo el menor porcentaje de variación de los resultados en relación al tipo de datos que se utilizaron en el cálculo de caudales de diseño. Los resultados para los caudales de diseño asociados a distintos periodos de retorno para la estación El Anil pueden apreciarse en la Gráfica Número 11.

Gráfica Número 10. Caudales de diseño obtenidos mediante la distribución GEV para la estación 11117010. Fuente: Autores.



En cuanto a los resultados de los caudales de diseño asociados a distintos periodos de retorno para la estación Dabeiba 2, la Gráfica Número 12 permite observar la variación escalar de los resultados en relación a las escalas temporales de los registros utilizados, evidenciando que, para el caso de los registros mensuales y anuales, se logra el mayor grado de autosimilitud, como fue mencionado anteriormente.

Gráfica Número 11. Caudales de diseño obtenidos mediante la distribución GEV para la estación 11117050. Fuente: Autores.

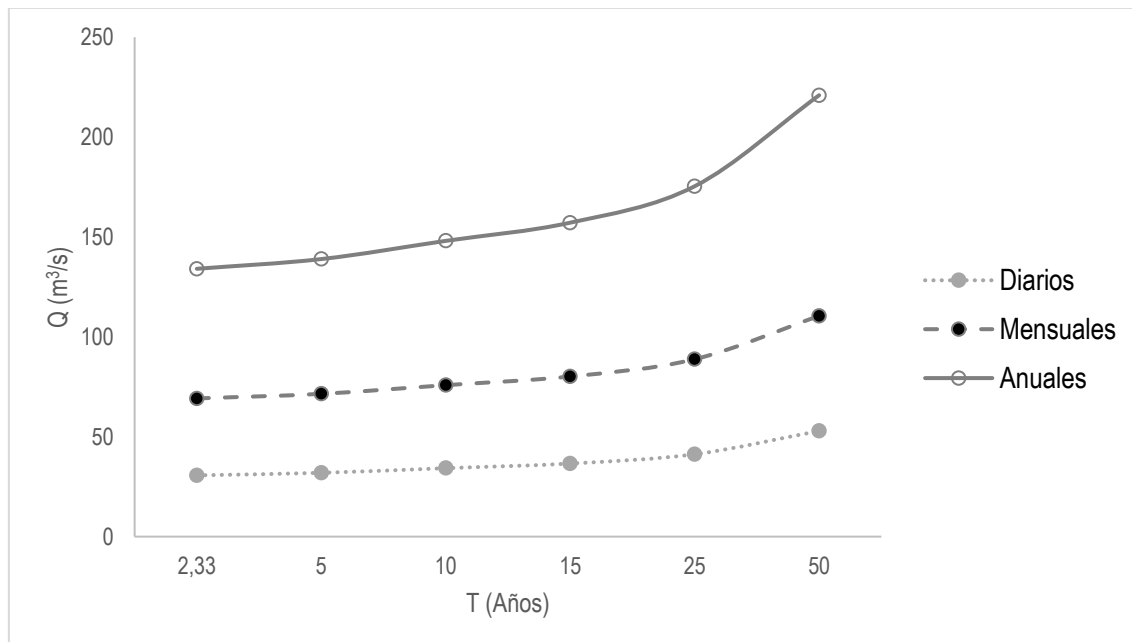


7.2.3. Distribución GEV (enfoque no estacionario)

Para finalizar, cuando se realizan análisis de frecuencia de eventos extremos considerando la temporalidad de los momentos estadísticos que definen los parámetros de la distribución estadística de trabajo, se corre el riesgo de que alguno de estos tome valores negativos, lo que representa errores de cálculo o la obtención de caudales negativos, lo que es imposible desde un punto de vista físico, por lo cual el tiempo de predicción se ve limitado dependiendo del comportamiento de los parámetros y del tipo de regresión que se desarrolle, ya que si se empleara una ecuación de la recta que ofrezca mayor precisión, como por ejemplo un polinomio de tercer orden o superior, es posible que el vector de parámetros de la distribución estadística de estudio no llegue a tomar valores negativos. En adición a lo anterior, como se evidenció en el presente proyecto, la variación de los parámetros estadísticos individuales no necesariamente representa una variación en los caudales de diseño a obtener ya que, por ejemplo, las variaciones de α se consideraron no representativas debido al rango de oscilación del mismo (0 – 0.6), mientras que las variaciones de β si fueron importantes en cuanto a la variación de los caudales de diseño. Partiendo de lo anterior, es posible afirmar que al momento de realizar análisis de frecuencia de eventos extremos considerando los momentos estadísticos de la serie en función del tiempo, es necesario establecer una línea de tendencia que describa de forma acertada el comportamiento de la recta y adicionalmente, establecer la importancia de cada uno de los parámetros de la distribución estadística en el resultado final.

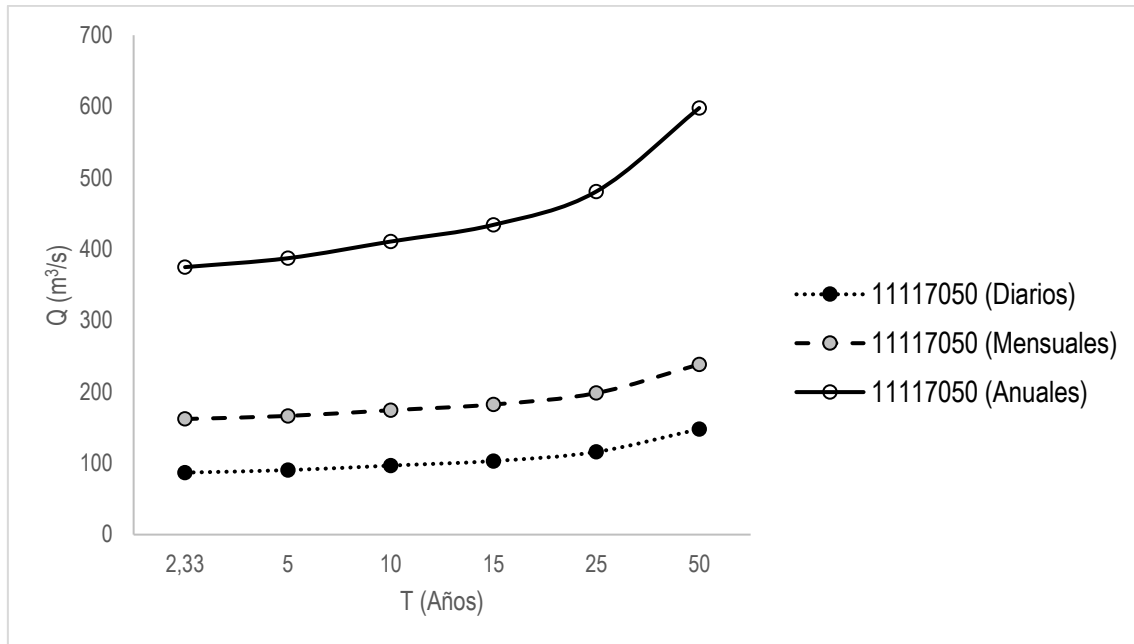
Los caudales de diseño asociados a distintos periodos de retorno para la estación 11117010 de acuerdo al método GEV I pueden apreciarse en la Gráfica Número 13.

Gráfica Número 12. Caudales de diseño obtenidos mediante el método GEV I para la estación 11117010. Fuente: Autores.



La Gráfica Número 14 presenta los caudales de diseño asociados a distintos periodos de retorno para la estación Dabeiba 2 según el método GEV I.

Gráfica Número 13. Caudales de diseño obtenidos mediante el método GEV I para la estación 11117050. Fuente: Autores.



De acuerdo a los resultados presentados anteriormente para cada uno de los métodos de obtención de caudales máximos asociados a distintos periodos de retorno, fue posible establecer los porcentajes de variación que se obtuvieron para cada uno de estos, para lo cual se estableció como valor de referencia cada uno de los resultados de la distribución GEV con enfoque estacionario. Los porcentajes de variación se calcularon mediante la siguiente ecuación:

$$\% \text{ de Variacion} = \frac{|Q_{max_{GEV}} - Q_{max_{Metodo B}}|}{Q_{max_{GEV}}} * 100 \quad (44)$$

Las tasas o porcentajes de variación por método de predicción de caudales máximos con base en registros anuales de la estación El Anil pueden apreciarse en la Tabla Número 11.

Tabla Número 11. Porcentajes de variación de caudales de diseño para registros anuales de la estación 11117010. Fuente: Autores.

T	GEV	GEV I	GEV II	GEV III	Frank	Clayton	Gumbel
2,33	0.0%	0.4%	13.6%	0.4%	112.3%	115.3%	111.1%
5	0.0%	19.6%	33.2%	19.6%	121.2%	101.7%	100.2%
10	0.0%	30.3%	45.7%	30.3%	77.9%	86.7%	92.8%
15	0.0%	33.9%	51.5%	33.9%	82.3%	80.5%	83.3%
25	0.0%	36.1%	-	-	68.2%	68.4%	78.7%
50	0.0%	33.4%	-	-	55.4%	52.2%	58.1%
75	0.0%	-	-	-	32.7%	44.1%	31.0%

85	0.0%	-	-	-	39.5%	44.7%	38.6%
100	0.0%	-	-	-	59.0%	38.8%	43.7%
150	0.0%	-	-	-	29.2%	32.0%	38.3%
200	0.0%	-	-	-	14.3%	29.3%	25.2%
500	0.0%	-	-	-	2.7%	10.9%	7.1%
1000	0.0%	-	-	-	16.8%	5.7%	5.9%

En cuanto a la tasa de variación presentada en el caso de los registros mensuales de la estación El Anil, los porcentajes de variación por método se encuentran consignados en la Tabla Número 12.

*Tabla Número 12. Porcentaje de variación de caudales de diseño para registros mensuales de la estación 11117010.
Fuente: Autores.*

T	GEV	GEV I	GEV II	GEV III	Frank	Clayton	Gumbel
2,33	0.0%	10.4%	23.8%	10.4%	133.1%	87.9%	73.1%
5	0.0%	34.7%	46.3%	34.7%	114.4%	125.3%	112.1%
10	0.0%	45.2%	57.5%	45.2%	109.7%	98.4%	77.5%
15	0.0%	48.5%	62.2%	48.5%	72.6%	104.3%	82.8%
25	0.0%	50.3%	-	-	77.1%	110.4%	83.5%
50	0.0%	47.8%	-	-	98.4%	78.8%	88.5%
75	0.0%	-	-	-	44.9%	85.3%	42.9%
85	0.0%	-	-	-	48.7%	82.0%	70.3%
100	0.0%	-	-	-	42.9%	79.2%	60.3%
150	0.0%	-	-	-	50.2%	66.8%	56.8%
200	0.0%	-	-	-	41.5%	63.0%	62.1%
500	0.0%	-	-	-	30.9%	36.3%	33.9%
1000	0.0%	-	-	-	15.3%	20.1%	17.9%

La Tabla Número 13 presenta los porcentajes de variación por método de predicción de caudales máximos con base a registros diarios para la estación El Anil.

*Tabla Número 13. Porcentaje de variación de caudales de diseño para registros diarios de la estación 11117010.
Fuente: Autores.*

T	GEV	GEV I	GEV II	GEV III	Frank	Clayton	Gumbel
2,33	0.0%	8.1%	30.3%	8.1%	105.87%	30.80%	63.78%
5	0.0%	35.4%	52.9%	35.4%	46.51%	8.25%	57.67%
10	0.0%	45.1%	62.7%	45.1%	93.08%	59.33%	33.85%
15	0.0%	47.5%	66.6%	47.5%	82.51%	59.15%	94.98%
25	0.0%	47.7%	-	-	65.08%	75.83%	109.03%
50	0.0%	41.9%	-	-	44.17%	60.65%	97.56%
75	0.0%	-	-	-	37.44%	67.68%	84.32%
85	0.0%	-	-	-	32.47%	90.55%	96.08%

100	0.0%	-	-	-	28.41%	84.57%	90.07%
150	0.0%	-	-	-	20.32%	72.95%	121.50%
200	0.0%	-	-	-	15.04%	78.89%	111.78%
500	0.0%	-	-	-	57.85%	73.39%	86.23%
1000	0.0%	-	-	-	50.53%	90.98%	70.69%

Por otro lado, las tasas o porcentajes de variación por método de predicción con base en registros anuales de la estación Dabeiba 2 pueden apreciarse en la Tabla Número 14.

*Tabla Número 14. Porcentaje de variación de caudales de diseño para registros anuales de la estación 11117050.
Fuente: Autores.*

T	GEV	GEV I	GEV II	GEV III	Frank	Clayton	Gumbel
2,33	0.0%	11.3%	12.3%	11.3%	16.6%	16.5%	16.9%
5	0.0%	5.6%	28.1%	5.6%	15.0%	14.6%	16.0%
10	0.0%	13.3%	37.6%	13.3%	17.0%	15.5%	16.3%
15	0.0%	14.9%	-	-	18.2%	16.2%	17.2%
25	0.0%	13.8%	-	-	11.3%	17.0%	17.6%
50	0.0%	4.1%	-	-	20.7%	16.6%	16.8%
75	0.0%	-	-	-	10.8%	18.9%	21.4%
85	0.0%	-	-	-	11.9%	18.7%	20.3%
100	0.0%	-	-	-	16.8%	18.6%	12.5%
150	0.0%	-	-	-	22.7%	19.7%	20.2%
200	0.0%	-	-	-	23.3%	22.9%	20.9%
500	0.0%	-	-	-	26.1%	20.9%	23.6%
1000	0.0%	-	-	-	24.2%	26.1%	26.0%

Para el caso de los registros mensuales de la estación Dabeiba 2, la Tabla Número 15 presenta los porcentajes de variación por método de predicción de caudales máximos.

*Tabla Número 15. Porcentaje de variación de caudales de diseño para registros mensuales de la estación 11117050.
Fuente: Autores.*

T	GEV	GEV I	GEV II	GEV III	Frank	Clayton	Gumbel
2,33	0.0%	10.1%	22.9%	10.1%	17.0%	7.6%	0.3%
5	0.0%	35.7%	46.3%	35.7%	18.9%	17.4%	21.4%
10	0.0%	46.8%	57.6%	46.8%	15.5%	17.2%	13.2%
15	0.0%	50.6%	-	-	21.3%	21.3%	18.8%
25	0.0%	53.1%	-	-	25.1%	17.9%	23.0%
50	0.0%	52.4%	-	-	25.3%	24.9%	26.3%
75	0.0%	-	-	-	29.8%	30.3%	27.2%
85	0.0%	-	-	-	29.2%	24.5%	29.3%
100	0.0%	-	-	-	28.0%	27.4%	32.0%
150	0.0%	-	-	-	28.8%	26.5%	29.7%

200	0.0%	-	-	-	32.8%	29.2%	31.2%
500	0.0%	-	-	-	39.7%	37.4%	37.2%
1000	0.0%	-	-	-	37.5%	44.6%	37.2%

Para finalizar, la Tabla Número 16 presenta los porcentajes de variación por método de predicción de caudales máximos con base a registros diarios para la estación Dabeiba 2.

Tabla Número 16. Porcentaje de variación de caudales de diseño para registros diarios de la estación 11117050.

Fuente: Autores.

T	GEV	GEV I	GEV II	GEV III	Frank	Clayton	Gumbel
2,33	0.0%	9.2%	29.2%	9.2%	28.23%	75.87%	87.37%
5	0.0%	35.7%	51.7%	35.7%	48.43%	61.90%	44.50%
10	0.0%	45.3%	61.6%	45.3%	31.80%	43.72%	52.72%
15	0.0%	47.7%	-	-	35.44%	43.71%	31.03%
25	0.0%	48.0%	-	-	41.56%	37.75%	26.00%
50	0.0%	42.4%	-	-	48.93%	43.09%	30.01%
75	0.0%	-	-	-	51.30%	40.58%	34.69%
85	0.0%	-	-	-	53.06%	32.48%	30.52%
100	0.0%	-	-	-	54.50%	34.59%	32.65%
150	0.0%	-	-	-	57.36%	38.72%	21.51%
200	0.0%	-	-	-	59.24%	36.62%	24.96%
500	0.0%	-	-	-	44.10%	38.60%	34.05%
1000	0.0%	-	-	-	46.72%	32.40%	39.58%

En síntesis, de la información consignada en las Tablas Número 11-16, es posible afirmar que en termino generales el método que conservo menor porcentaje de variación con respecto al valor de referencia fue GEV I, mientras que, la cópula de Frank presento el porcentaje de variación medio de mayor magnitud. Sin embargo, cabe mencionar que para el caso de la estación Dabeiba 2, la cópula de Clayton también presento porcentajes de variación aceptables en el caso de los registros anuales por lo cual podría considerarse como un método compatible o aplicable a los datos estudiados.

7.3. Fase IV: Diseño de esquema metodológico

Dado que los criterios de selección de la herramienta a aplicar fueron en términos generales la aplicabilidad y complejidad del método, se seleccionó GEV desde un enfoque estacionario como el método más acertado para realizar análisis de frecuencia bajo condiciones de no estacionariedad por dos razones principales que fueron en primera instancia la aplicabilidad y versatilidad del método ya que, aunque no cuenta con el componente de la tendencia de los momentos estadísticos ofrece una metodología en donde los registros de caudal se ajustan a cualquiera de las tres (3) familias de extremos según sea el caso por lo que incluso en los registros diarios el comportamiento de los eventos extremos se registrará bajo alguna de las tres (3) colas de distribución de extremos; y adicionalmente, es el método que presentó mayor consistencia en cuanto a los resultados arrojados para las distintas escalas temporales de los registros.

Algunos aspectos a tener en cuenta al momento de aplicar la guía metodológica propuesta en la fase anterior con el fin de realizar análisis de frecuencia de eventos extremos bajo condiciones de no estacionariedad en el contexto colombiano son:

- Las series temporales deben contar con registros mayores o iguales a 30 años.
- El análisis de completitud de los registros debe asegurar que la serie de trabajo cumpla con el criterio anterior, es decir, que se debe contar con una base de datos suficientemente completa a la hora de generar caudales de diseño asociados a distintos periodos de retorno.

8. CONCLUSIONES

- El periodo de retorno, visto bajo un enfoque estacionario presenta caudales de diseño mayores en comparación a los obtenidos por el método no estacionario para todos los periodos de retorno establecidos, por lo cual es posible afirmar que desde un punto de vista ingenieril el enfoque estacionario puede representar sobreestimaciones en obras hidráulicas y/o civiles.
- En la actualidad, existe un amplio margen de métodos para realizar análisis de frecuencia de eventos extremos bajo condiciones de variabilidad climática, sin embargo, estos análisis se desarrollan en términos generales partiendo de dos fundamentos principales, siendo estos el uso de covariables (cópulas) y la inclusión de un componente tendencial en los parámetros de las distribuciones estadísticas teóricas (GEV).
- La distribución GEV con enfoque estacionario se identificó como el método más acertado para efectuar análisis de frecuencia de eventos extremos bajo condiciones de no estacionariedad ya que presentó la mayor consistencia, mayor grado de autosimilitud y aplicabilidad de los resultados.
- El esquema metodológico diseñado puede aplicarse como guía en investigaciones futuras que impliquen el análisis de eventos extremos bajo condiciones de no estacionariedad.
- No se logró identificar una completa autosimilitud en ninguna de las dos estaciones objeto de estudio, lo cual puede deberse al porcentaje de datos faltantes presentes en los registros consignados en cada una de sus series temporales.
- El uso de información de estaciones o cuencas hidrográficas circundantes o cercanas como covariables en procesos de análisis de frecuencia de eventos extremos para variables hidroclimatológicas debe desarrollarse siempre y cuando la diferencia escalar de los registros no se considere representativa, de modo que no se presenten fluctuaciones extremas en los caudales de diseño obtenidos.
- En todos los casos presentados, la cópula de Frank presentó el comportamiento más irregular en relación a las variaciones de los caudales de diseño por cada periodo de retorno, mientras que la cópula de Clayton ofreció los resultados más estables, presentando un comportamiento similar a la exponencialidad.
- En el método de la distribución GEV con enfoque estacionario, la estación El Anil presentó una relación directa entre el periodo de retorno y la diferencia de caudales de diseño según la temporalidad de los registros, mientras que la estación Dabeiba 2 presentó un comportamiento contrario, reduciendo la diferencia de caudales de diseño conforme aumentaba el periodo de retorno evaluado.

- En el método GEV I, la estación Dabeiba 2 obtuvo la mayor variación escalar de caudales de diseño en relación a la temporalidad de los registros utilizados ya que esta, presentaba los cambios más importantes en cuanto a la media aritmética y desviación estándar, por lo cual los parámetros estadísticos se encontraron más sensibles al cambio y por ende hubo menor grado de autosimilitud.

9. RECOMENDACIONES

- Al momento de realizar análisis de frecuencia de extremos considerando estaciones o cuencas circundantes como covariables bajo condiciones de no estacionariedad, sería adecuado contar con series temporales que presenten el mismo comportamiento en relación a sus cambios de tendencia y desviación estándar, es decir, que ambas estaciones presenten no estacionariedad en sus registros de modo que se reduzca la incertidumbre del método y las diferencias entre los caudales de diseño a obtener.
- Para aumentar la precisión de la proyección de los parámetros estadísticos de las distribuciones de probabilidad, se recomienda utilizar líneas de tendencia que describan mejor la variación de dichos parámetros, como por ejemplo polinomios de tercer orden o superiores.
- Al momento de realizar el cálculo del vector de parámetros estadísticos de una distribución de probabilidad, sería adecuado el uso de métodos estadísticos como los mínimos cuadrados, máxima verosimilitud o L-momentos, de modo que las magnitudes obtenidas logren un mayor grado de exactitud.
- Partiendo de los resultados obtenidos en el presente proyecto se recomienda realizar una investigación que busque identificar la relación existente entre el porcentaje de datos faltantes de una serie hidroclimatológica y su grado de autosimilitud en relación de los caudales de diseño obtenidos para distintos periodos de retorno.

10. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] K. L. Gilroy and R. H. McCuen, “A nonstationary flood frequency analysis method to adjust for future climate change and urbanization,” *J. Hydrol.*, vol. 414–415, pp. 40–48, 2012.
- [2] L. Xiong and S. Guo, “Trend test and change-point detection for the annual discharge series of the Yangtze River at the Yichang hydrological station / Test de tendance et détection de rupture appliqués aux séries de débit annuel du fleuve Yangtze à la station hydrologique de Y,” *Hydrol. Sci. J.*, vol. 49, no. 1, pp. 99–112, 2004.
- [3] G. Poveda and D. Álvarez, “El colapso de la hipótesis de estacionariedad por cambio y variabilidad climática: implicaciones para el diseño hidrológico en ingeniería,” *Rev. Ing.*, vol. 36, pp. 65–76, 2012.
- [4] A. Camilo and C. Gómez, “Estimación de Caudales Máximos en Contexto de Cambio Climático,” Universidad Nacional de Colombia, 2014.
- [5] P. Andrea and C. Osorio, “Sincronización hidrológica e hidráulica en contexto no estacionario para el diseño de drenajes urbanos. Caso de estudio: cuenca sanitaria sector Doce de Octubre,” Universidad Nacional de Colombia, 2017.
- [6] C. Yang and D. Hill, “MODELING STREAM FLOW EXTREMES UNDER NON-TIME-,” *XIX Int. Conf. Water Resour.*, 2012.
- [7] C. C. Orozco Ramirez and D. Mena Renteria, “ESTIMACIÓN DEL RÉGIMEN HIDROLÓGICO DE EVENTOS EXTREMOS EN LA CUENCA DEL RÍO BOGOTÁ CONSIDERANDO LAS FASES DEL ENSO,” Universidad Santo Tomas, 2015.
- [8] G. Salvadori, C. De Michele, and F. Durante, “On the return period and design in a multivariate framework,” *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, vol. 15, no. 11, pp. 3293–3305, 2011.
- [9] B. Gřaler *et al.*, “Multivariate return periods in hydrology: A critical and practical review focusing on synthetic design hydrograph estimation,” *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, vol. 17, no. 4, pp. 1281–1296, 2013.
- [10] N. Salleh, F. Yusof, and Z. Yusop, “Bivariate cópulas functions for flood frequency analysis,” *AIP Conf. Proc.*, vol. 1750, 2016.
- [11] T. Du, L. Xiong, C. Y. Xu, C. J. Gippel, S. Guo, and P. Liu, “Return period and risk analysis of nonstationary low-flow series under climate change,” *J. Hydrol.*, 2015.
- [12] M. N. Khaliq, T. B. M. J. Ouarda, J. C. Ondo, P. Gachon, and B. Bobée, “Frequency analysis of a sequence of dependent and/or non-stationary hydro-meteorological observations: A review,” *J. Hydrol.*, vol. 329, no. 3–4, pp. 534–552, 2006.
- [13] MTC, “Manual de hidrología, hidráulica y drenaje,” *Minist. Transp. y Comun.*, p. 209, 2009.
- [14] SAGARPA, “HIDROLOGÍA APLICADA A LAS PEQUEÑAS OBRAS

HIDRÁULICAS,” 2000.

- [15] J. D. Hernández Rojo, “Análisis de frecuencias,” pp. 1–39.
- [16] J. David and D. Rojas, “Aplicación del enfoque no estacionario para la estimación de áreas inundables en la cuenca del río Tunjuelo,” 2016.
- [17] J. Villavicencio, “Introducción a Series de Tiempo,” *Metodol. Ser. tiempo*, p. 4, 2010.
- [18] K. Ávila, “Análisis Del Comportamiento De Eventos Extremos De Precipitación En Chile,” *Univ. Barcelona*, p. 78, 2012.
- [19] R. L. Nuzzo, “The Box Plots Alternative for Visualizing Quantitative Data,” *PM R*, vol. 8, no. 3, pp. 268–272, 2016.
- [20] E. Serrano, “Distribuciones de probabilidad,” *Cansilleria de Sanidad, Junta de Galicia*, pp. 17–21, 2012.
- [21] J. Sanchez, “Distribuciones Estadísticas,” *Univ. Salamanca*, pp. 1–12, 2008.
- [22] D. García, “Procesos Estocásticos,” pp. 1–16, 2016.
- [23] F. Montes, “Procesos Estocásticos para Ingenieros: Teoría y Aplicaciones,” *Univ. València*, p. 137, 2007.
- [24] D. Asteriou, “Notas sobre Análisis de Series de Tiempo: Estacionariedad, Integración y Cointegración,” *Integr. Vlsi J.*, pp. 1–10, 2002.
- [25] L. M. Castro and Y. Carvajal Escobar, “ANÁLISIS DE TENDENCIA Y HOMOGENEIDAD DE SERIES CLIMATOLÓGICAS,” *Univ. del Val.*, 2010.
- [26] D. Cantor, “Evaluación y análisis espacio temporal de tendencias de largo plazo en la hidroclimatología Colombiana,” 2011.
- [27] C. Arango, J. Dorado, D. Guzmán, and J. F. Ruíz, “Variabilidad climática de la precipitación en Colombia asociada al ciclo El Niño, La Niña- Oscilación del Sur (ENSO),” *Ideam*, p. 33, 2012.
- [28] Oscar A. Alfonso R. Carlos E. Alonso Malaver, “ESTUDIO SOBRE LOS EFECTOS DE LA VARIABILIDAD CLIMÁTICA SOBRE LA DIMENSIÓN DE LA DISPONIBILIDAD DE ALIMENTOS EN LA SEGURIDAD ALIMENTARIA EN COLOMBIA E INICIATIVAS DE POLÍTICA Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo,” p. 54, 2012.
- [29] M. García, M. C. García, A. P. Botero, F. A. B. Quiroga, and E. A. Robles, “Variabilidad climática, cambio climático y el recurso hídrico en Colombia,” *Rev. Ing.*, vol. 0, no. 36, pp. 60–64, 2012.
- [30] M. Villón Béjar, *Hidrología Estadística*. Universidad Tecnológica de Costa Rica, 2006.
- [31] R. Apaclla Nalvarte, *Métodos de análisis en hidrología*. UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA LA MOLINA, 2017.
- [32] D. C. Cantor Gomez, “EVALUACIÓN Y ANÁLISIS ESPACIOTEMPORAL DE TENDENCIAS DE LARGO PLAZO EN LA HIDROCLIMATOLOGÍA COLOMBIANA,” Universidad Nacional de Colombia, 2011.

- [33] J. A. Mejía Marcacuzco, *Probabilidad y estadística en hidrología*. UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA LA MOLINA, 2017.
- [34] J. Gorgas García, N. Cordal López, and J. Zamorano Calvo, *Estadística básica para estudiantes de ciencias*. Universidad Complutense de Madrid, 2011.
- [35] E. F. Montoya Velasquez and D. P. Londoño Herrera, “AZAR, ALEATORIEDAD Y PROBABILIDAD: Significados personales en estudiantes de educación media,” *J. Strateg. Stud.*, vol. 34, no. 2, p. 293, 2011.
- [36] C. H. R. Lima, U. Lall, T. J. Troy, and N. Devineni, “A climate informed model for nonstationary flood risk prediction: Application to Negro River at Manaus, Amazonia,” *J. Hydrol.*, vol. 522, pp. 594–602, 2015.
- [37] T. A. Gado and V. T. Van Nguyen, “An at-site flood estimation method in the context of nonstationarity I. A simulation study,” *J. Hydrol.*, vol. 535, pp. 710–721, 2016.
- [38] C. Jiang, L. Xiong, C. Y. Xu, and S. Guo, “Bivariate frequency analysis of nonstationary low-flow series based on the time-varying cópula,” *Hydrol. Process.*, 2015.
- [39] L. E. Condon, S. Gangopadhyay, and T. Pruitt, “Climate change and non-stationary flood risk for the upper Truckee River basin,” *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, vol. 19, no. 1, pp. 159–175, 2015.
- [40] L. Yan, L. Xiong, S. Guo, C. Y. Xu, J. Xia, and T. Du, “Comparison of four nonstationary hydrologic design methods for changing environment,” *J. Hydrol.*, vol. 551, pp. 132–150, 2017.
- [41] G. Villarini, J. A. Smith, F. Serinaldi, J. Bales, P. D. Bates, and W. F. Krajewski, “Flood frequency analysis for nonstationary annual peak records in an urban drainage basin,” *Adv. Water Resour.*, vol. 32, no. 8, pp. 1255–1266, 2009.
- [42] A. De Davis, *Teoría de cópulas y aplicaciones en simulación de riesgos financieros e ingeniería civil*. 2008.
- [43] A. T. Sampedro, “METODOLOGÍAS DE CALIBRACIÓN DE BASES DE DATOS DE REANÁLISIS DE CLIMA MARÍTIMO,” 2009.
- [44] A. I. Rosales, “Análisis estadístico de valores extremos y aplicaciones,” *Thesis, Master*, pp. 1–102, 2011.
- [45] Ó. Meseguer-Ruiz, J. Martín-Vide, J. Olcina Cantos, and P. Sarricolea, “Análisis y comportamiento espacial de la fractalidad temporal de la precipitación en la España peninsular y Baleares (1997-2010),” *Boletín la Asoc. Geógrafos Españoles*, no. 73, 2017.

11. ANEXOS

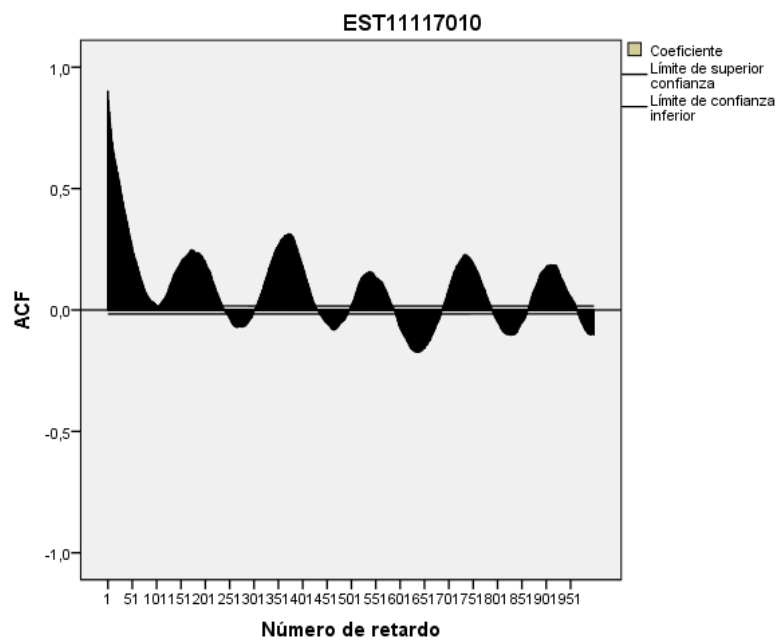
11.1. Anexo A. Serie de control.

Caudales máximos serie de control (m³/s)													
670.9	400.8	498.0	636.5	720.4	649.3	601.9	504.0	495.1	514.4	763.0	413.1	418.5	485.9
591.0	576.1	501.8	486.9	507.6	418.5	479.1	542.2	427.9	437.6	490.6	484.6	463.3	577.1
670.3	347.9	427.1	497.5	505.8	539.0	471.1	407.1	619.1	649.4	316.3	478.9	472.6	525.5
512.1	576.1	442.5	431.9	609.3	471.4	475.8	456.9	510.9	394.6	648.3	515.5	548.5	431.4
274.8	393.6	430.9	523.9	420.6	390.2	558.1	468.5	435.7	381.0	208.9	471.1	357.1	546.3
200.1	506.0	451.0	574.1	378.2	383.0	446.5	464.6	472.2	324.1	517.1	790.1	522.0	605.3
172.6	330.5	499.7	513.2	521.6	423.2	564.8	663.3	335.0	530.5	414.9	410.5	397.9	469.3
190.2	406.2	565.5	564.1	288.0	480.0	702.5	550.9	529.6	407.6	434.6	525.8	622.8	633.9
186.0	429.2	306.3	288.6	415.9	496.9	579.7	490.8	612.2	476.1	520.3	489.2	452.3	443.2
203.6	518.4	403.5	458.5	570.9	576.4	542.8	644.9	452.0	402.5	569.9	579.1	577.8	646.0
182.4	581.9	604.9	486.0	611.6	559.5	540.5	489.1	472.2	405.9	310.2	503.4	558.7	522.9
545.1	485.1	432.6	567.4	397.6	518.0	478.5	529.0	677.7	561.7	426.0	566.5	758.2	602.2
823.4	444.7	686.9	385.2	514.7	605.0	500.5	507.4	559.9	477.8	434.6	532.2	685.4	457.4
319.2	635.4	565.4	548.4	365.9	537.1	453.8	479.3	385.0	492.4	564.1	456.4	630.9	458.2
314.6	648.9	532.3	449.8	582.3	461.1	599.5	602.9	372.0	435.1	546.2	309.3	411.1	480.3
479.8	555.5	470.9	560.9	454.1	454.2	649.1	601.0	584.5	595.2	448.0	449.8	512.5	452.4
671.6	462.7	563.4	483.4	584.4	547.1	497.8	355.1	374.5	551.4	199.8	541.9	502.6	495.4
524.7	563.3	564.5	561.7	345.8	543.3	623.0	611.8	626.5	396.8	493.4	459.8	383.5	449.5
495.4	412.5	539.4	313.1	413.5	591.2	554.5	434.3	445.8	385.4	597.2	417.0	554.6	591.7
266.1	463.5	499.3	357.2	486.8	426.4	468.2	427.4	626.6	302.9	322.9	490.1	662.2	478.7
437.8	628.6	383.4	442.3	499.7	452.3	441.9	558.5	480.8	594.7	357.9	471.0	439.2	372.1
549.4	404.9	437.0	352.1	482.3	378.9	455.8	549.1	429.1	567.3	586.1	430.5	498.3	487.9
479.8	638.3	545.9	588.5	437.5	301.4	638.6	496.3	375.1	466.2	472.2	406.4	561.1	490.1
681.9	507.7	471.7	431.3	351.6	520.4	318.5	668.4	484.3	409.3	347.8	524.7	482.4	714.4
378.3	530.9	437.8	556.2	353.6	657.6	536.3	424.5	397.7	488.3	503.5	583.3	491.3	526.0
430.5	529.4	596.1	616.8	586.6	331.8	341.9	554.1	495.2	566.3	557.3	454.2	443.6	347.0
599.3	414.9	471.9	462.0	410.8	438.6	508.6	457.1	477.8	446.3	559.3	409.7	597.2	419.9
535.4	451.7	534.4	490.3	561.1	546.0	363.0	459.1	508.9	624.3	532.1	446.7	557.1	413.3
468.0	615.6	503.8	701.1	412.9	395.1	516.2	371.5	461.3	723.6	416.3	595.9	603.1	462.7
564.6	559.0	835.5	488.6	462.7	481.3	555.0	592.8	497.1	579.7	417.9	508.7	641.5	485.0
640.3	530.1	365.2	544.4	454.1	401.2	588.4	507.8	408.1	658.7	526.9	535.9	421.1	708.5
448.7	503.4	506.2	351.5	698.7	568.1	539.6	467.8	463.8	501.7	579.6	642.4	434.2	406.5
503.9	570.0	617.2	542.2	592.9	380.1	605.5	611.9	590.5	646.5	529.8	562.9	265.4	592.6
383.0	729.2	530.0	467.7	371.9	594.4	503.6	449.1	376.4	507.3	581.0	626.1	509.0	486.4
421.7	535.8	683.2	512.8	364.8	375.2	525.6	448.8	483.5	552.1	565.4	590.8	573.4	431.3
621.0	346.9	532.4	501.7	735.9	499.6	502.6	572.8	620.3	581.6	429.6	601.7	375.9	528.0

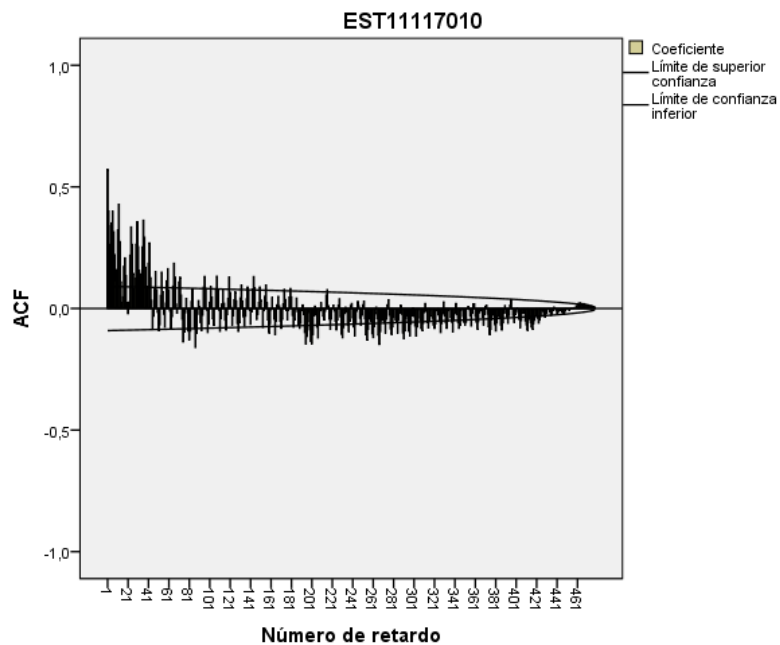
358.9	578.5	393.4	487.0	618.3	486.0	463.0	663.2	625.5	585.0	404.9	355.5	440.1	495.5
555.2	439.9	616.7	580.9	447.8	548.7	426.7	378.4	535.9	507.7	525.9	490.1	447.5	676.8
284.3	524.8	476.8	484.7	471.7	518.1	610.5	513.5	648.9	403.9	623.7	427.4	589.1	
709.7	631.6	599.6	427.4	470.7	551.4	442.1	424.4	568.9	445.0	547.4	632.5	394.9	
520.4	494.7	504.2	521.6	584.2	396.9	609.7	560.2	408.0	463.9	638.8	450.3	463.9	
693.3	438.9	627.1	581.7	383.9	450.2	496.9	435.2	454.1	454.1	449.6	468.5	305.8	
516.7	653.5	592.6	409.1	670.6	570.0	328.0	720.2	601.0	436.4	630.6	708.6	549.0	

11.2. Anexo B. Autocorrelaciones individuales y autocorrelaciones cruzadas.

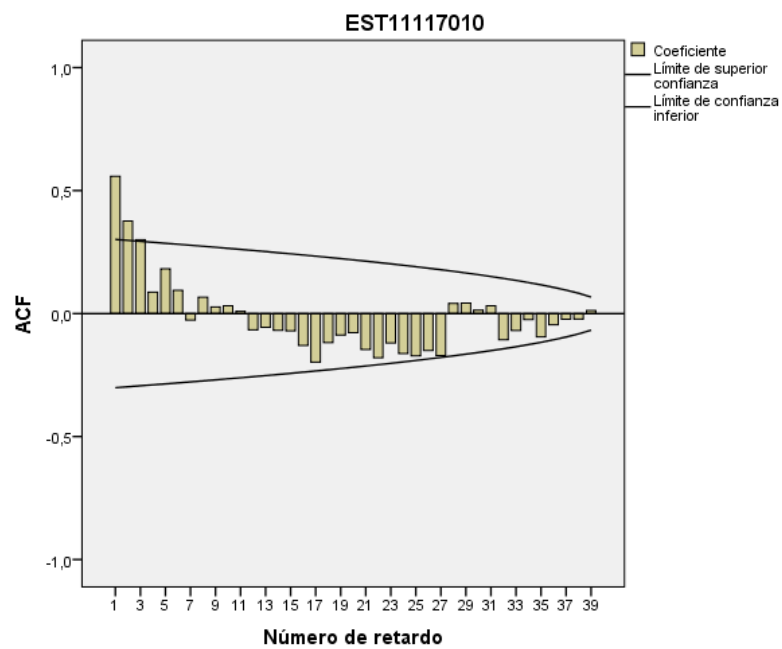
11.2.1. Autocorrelación Estación 11117010 (registros diarios).



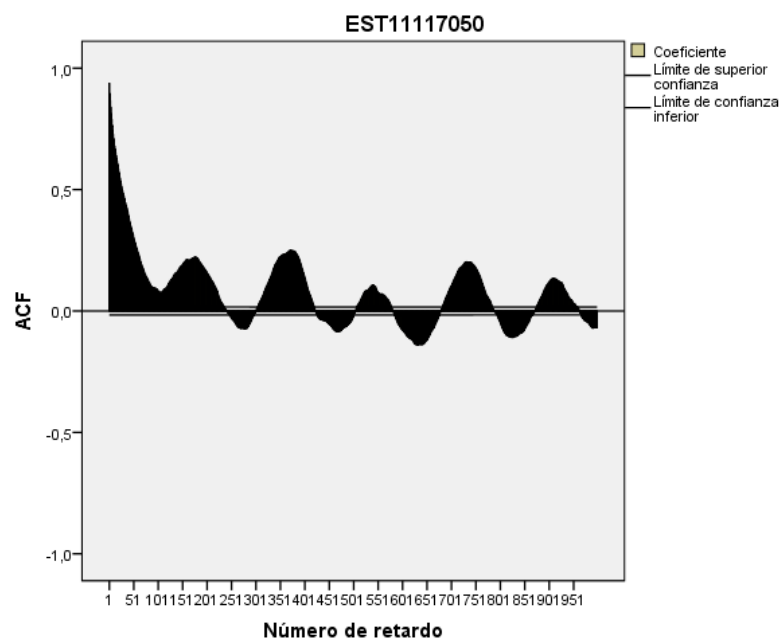
11.2.2. Autocorrelación Estación 11117010 (registros mensuales).



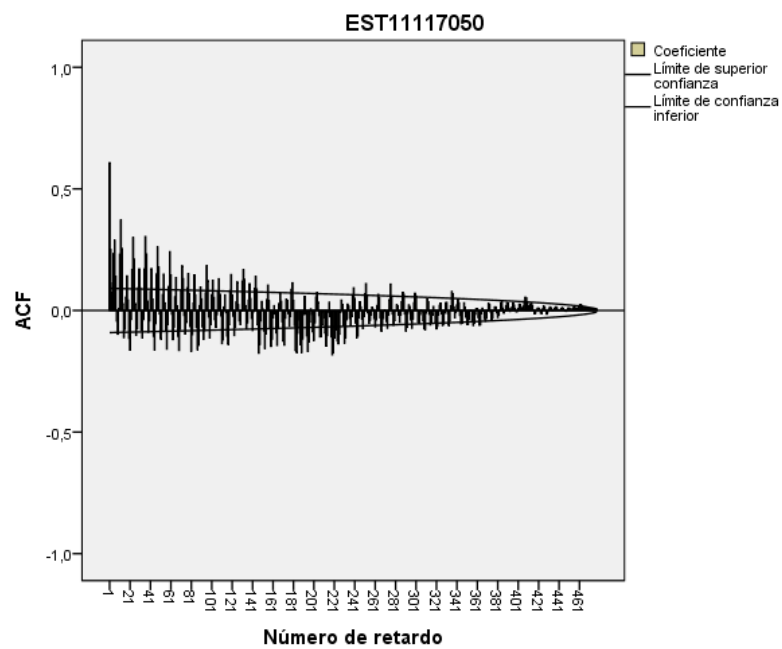
11.2.3. Autocorrelación Estación 11117010 (registros anuales).



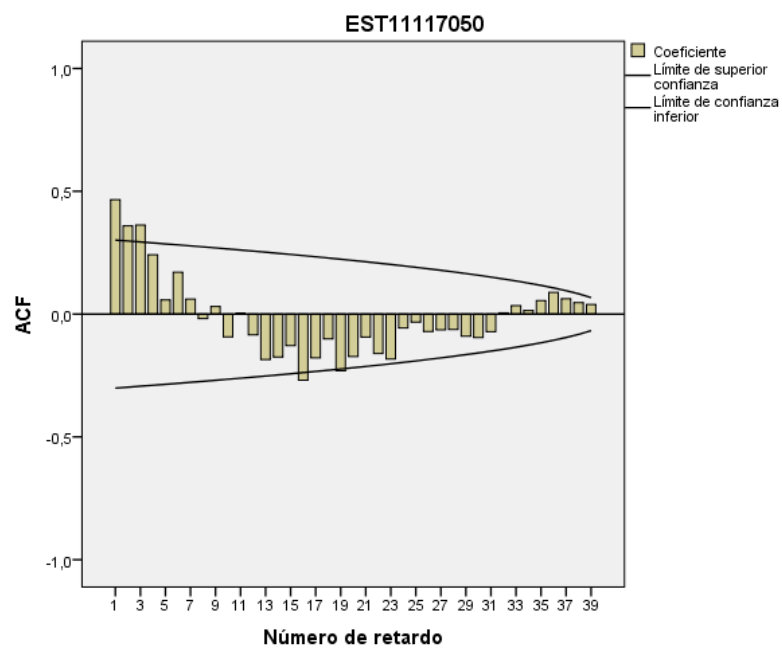
11.2.4. Autocorrelación Estación 11117050 (registros diarios).



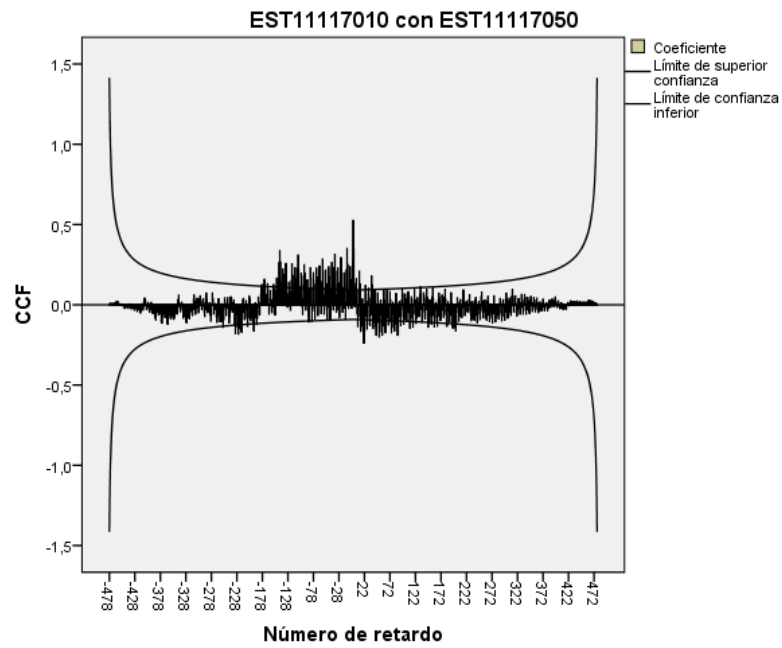
11.2.5. Autocorrelación Estación 11117050 (registros mensuales).



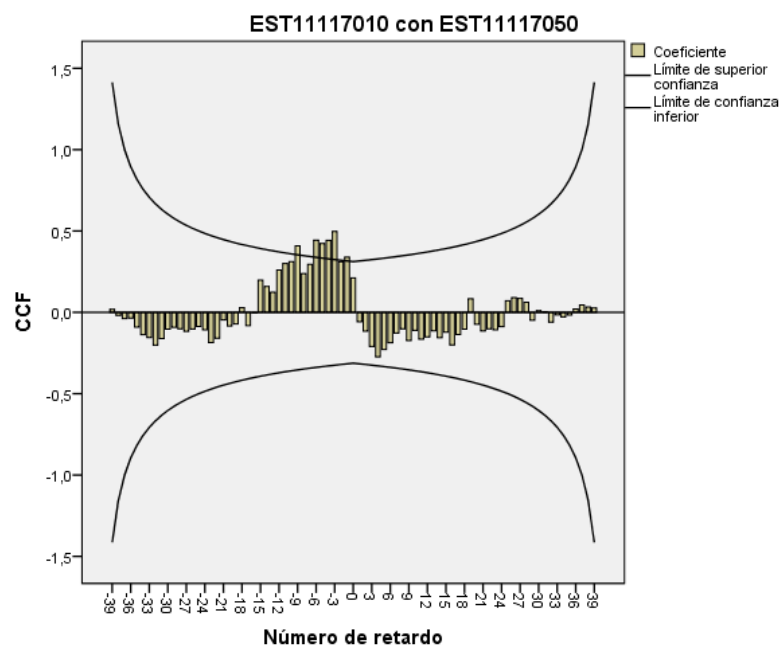
11.2.6. Autocorrelación Estación 11117050 (registros anuales).



11.2.7. Autocorrelación cruzada (registros mensuales).

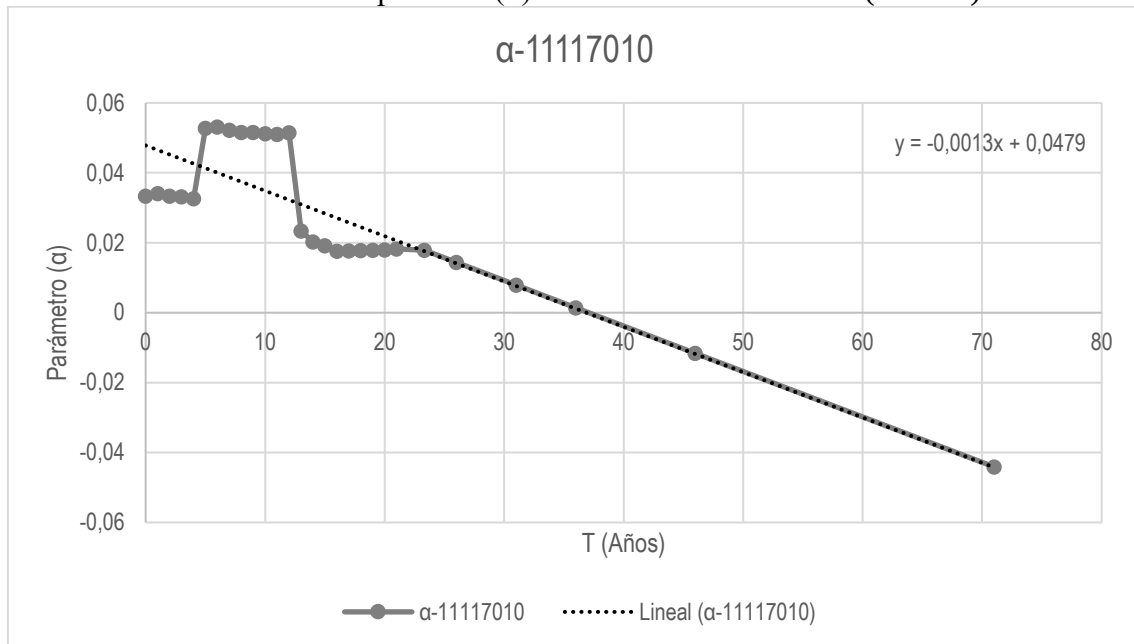


11.2.8. Autocorrelación cruzada (registros anuales).

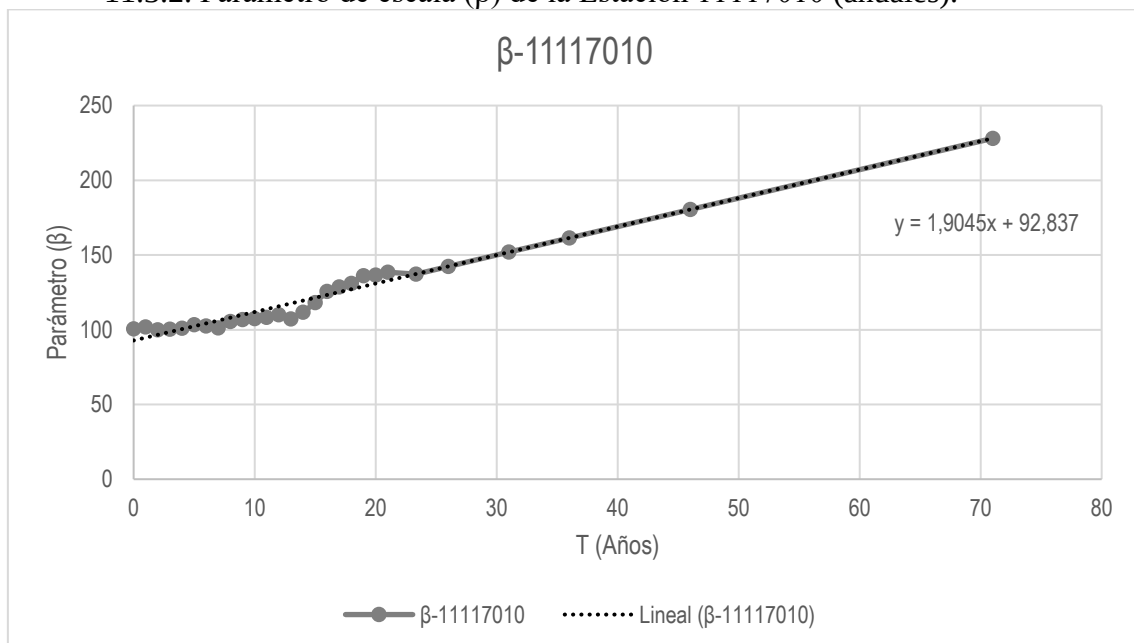


11.3. Anexo C. Regresiones de los parámetros estadísticos.

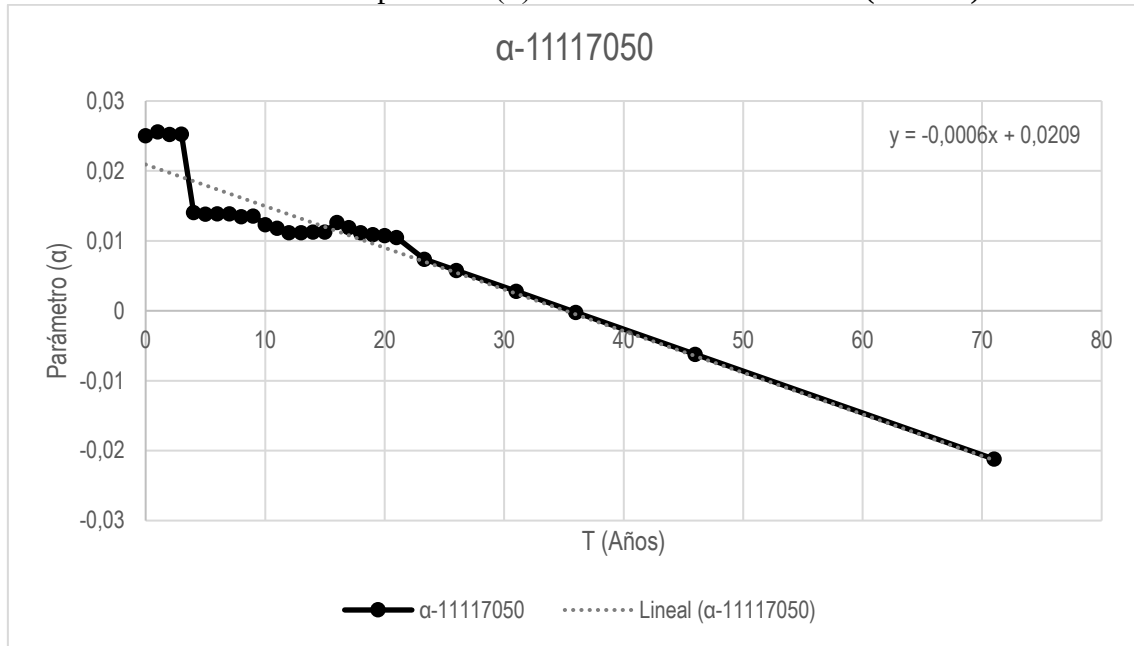
11.3.1. Parámetro de posición (α) de la Estación 11117010 (anuales).



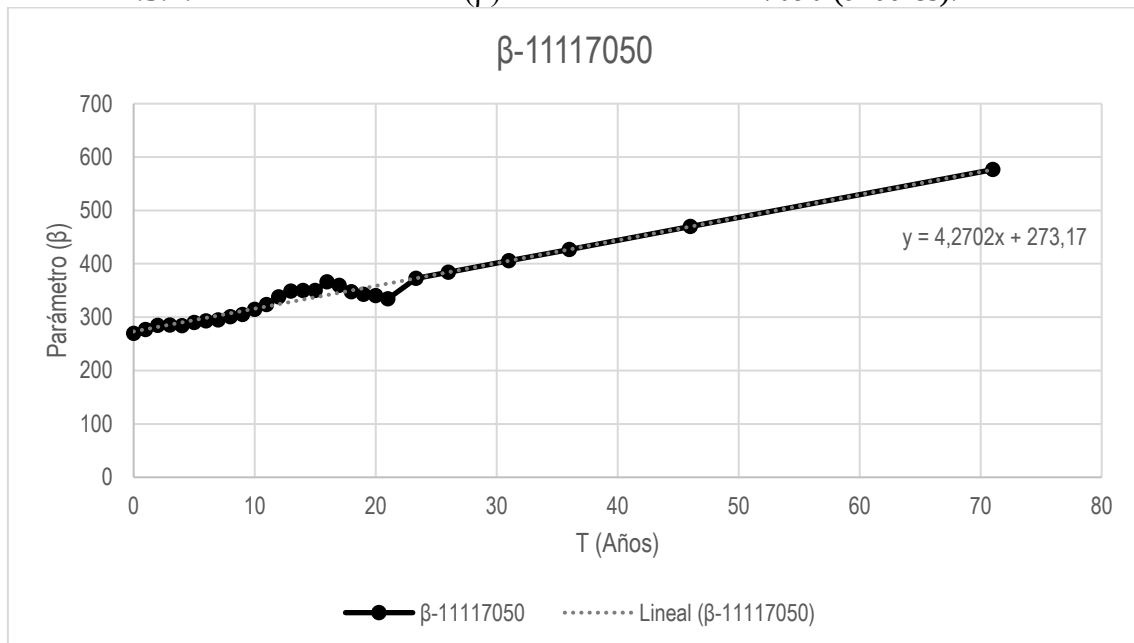
11.3.2. Parámetro de escala (β) de la Estación 11117010 (anuales).



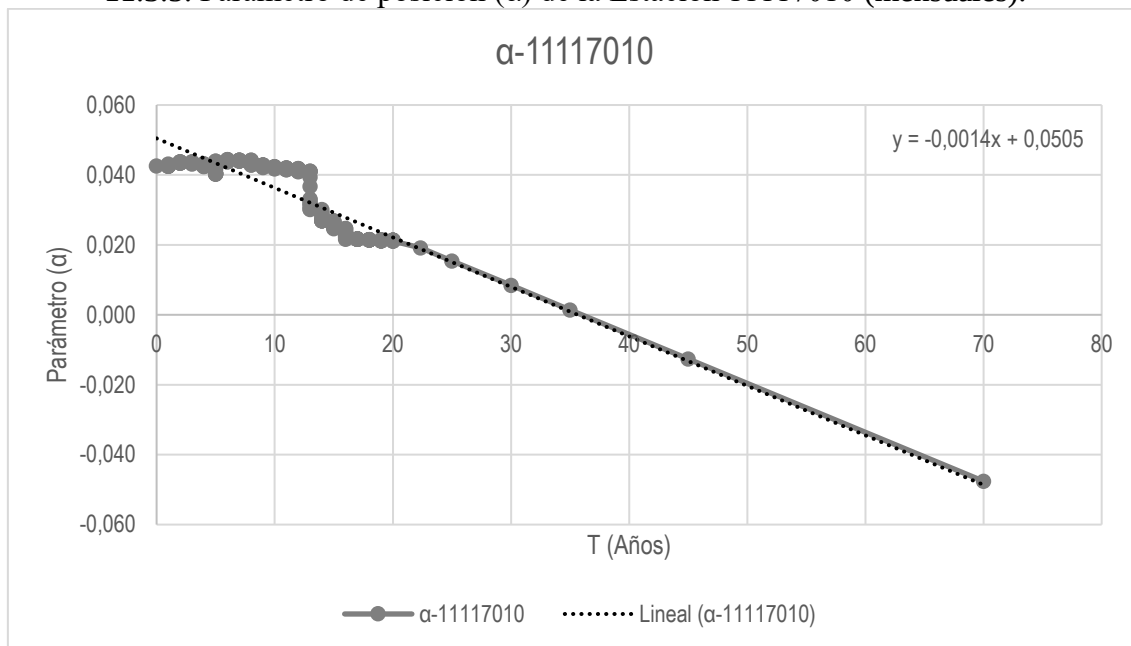
11.3.3. Parámetro de posición (α) de la Estación 11117050 (anuales).



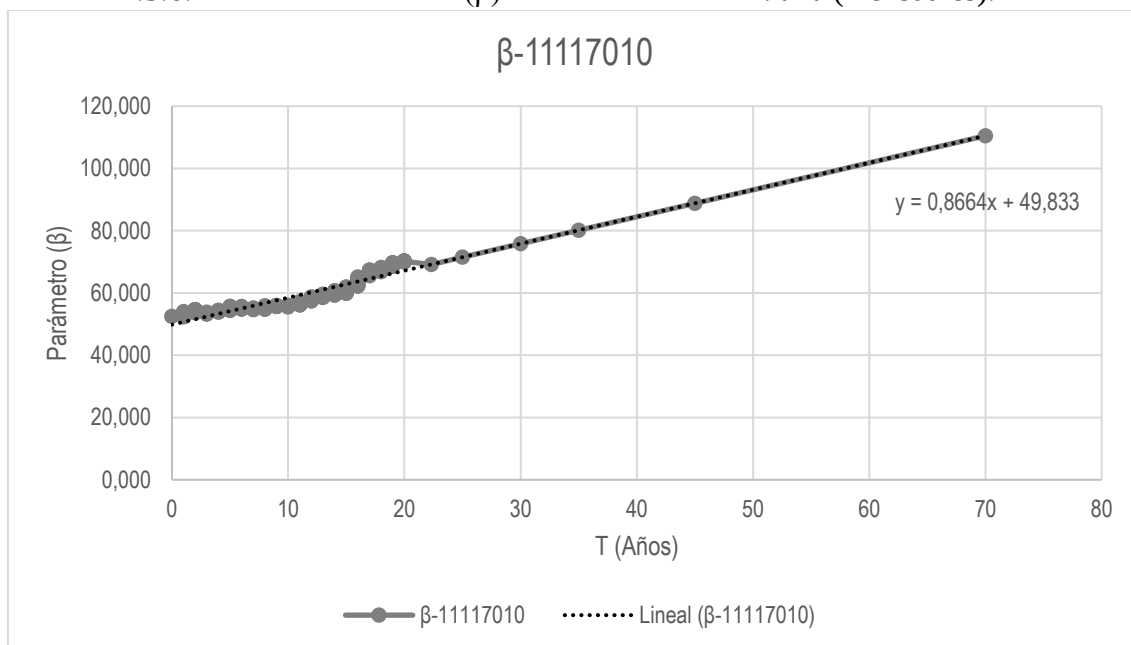
11.3.4. Parámetro de escala (β) de la Estación 11117050 (anuales).



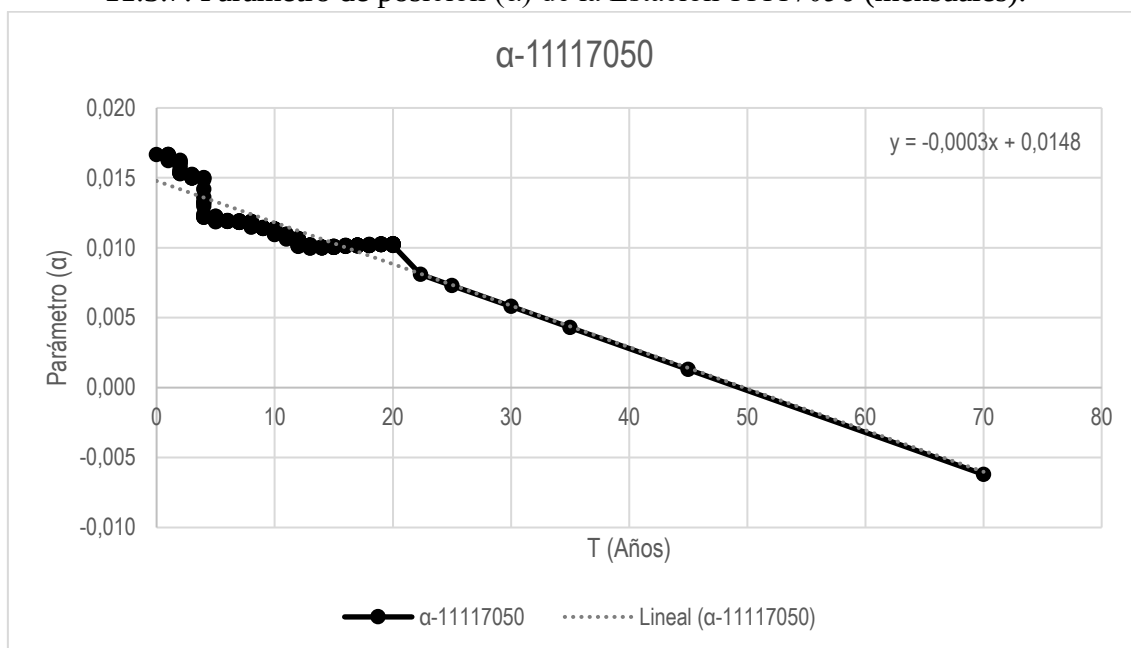
11.3.5. Parámetro de posición (α) de la Estación 11117010 (mensuales).



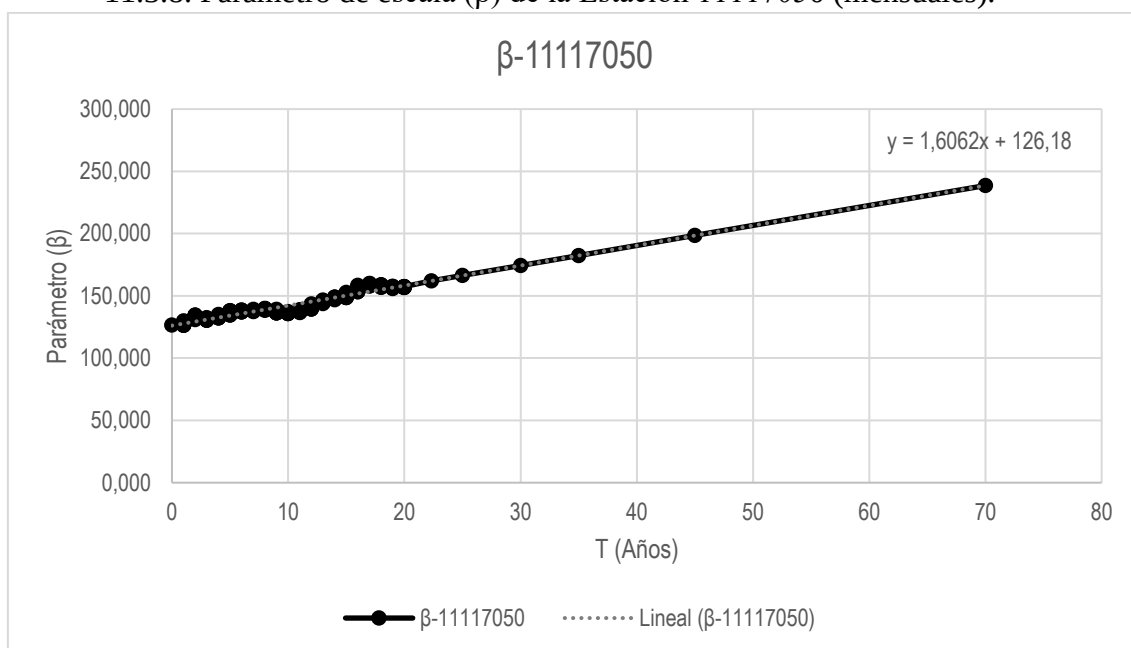
11.3.6. Parámetro de escala (β) de la Estación 11117010 (mensuales).



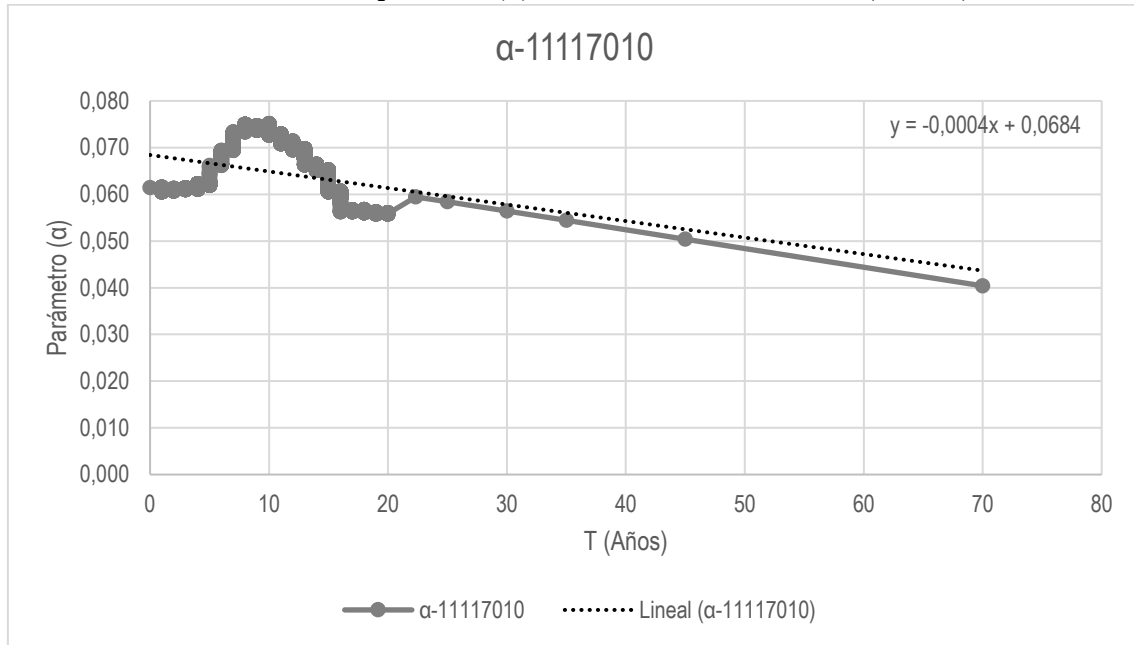
11.3.7. Parámetro de posición (α) de la Estación 11117050 (mensuales).



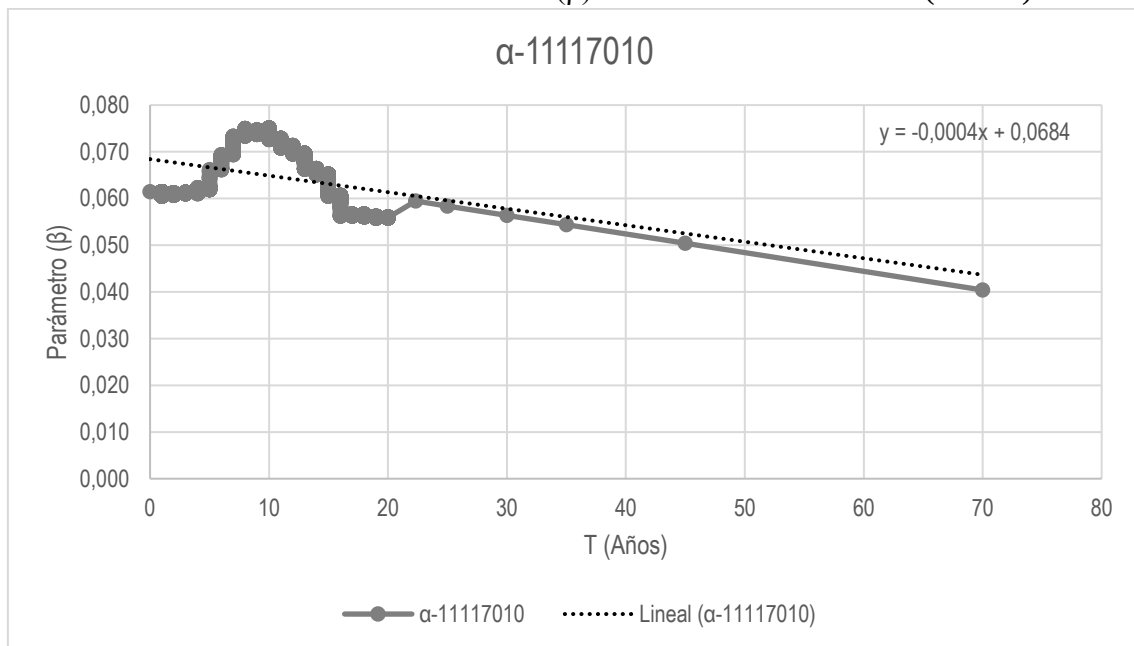
11.3.8. Parámetro de escala (β) de la Estación 11117050 (mensuales).



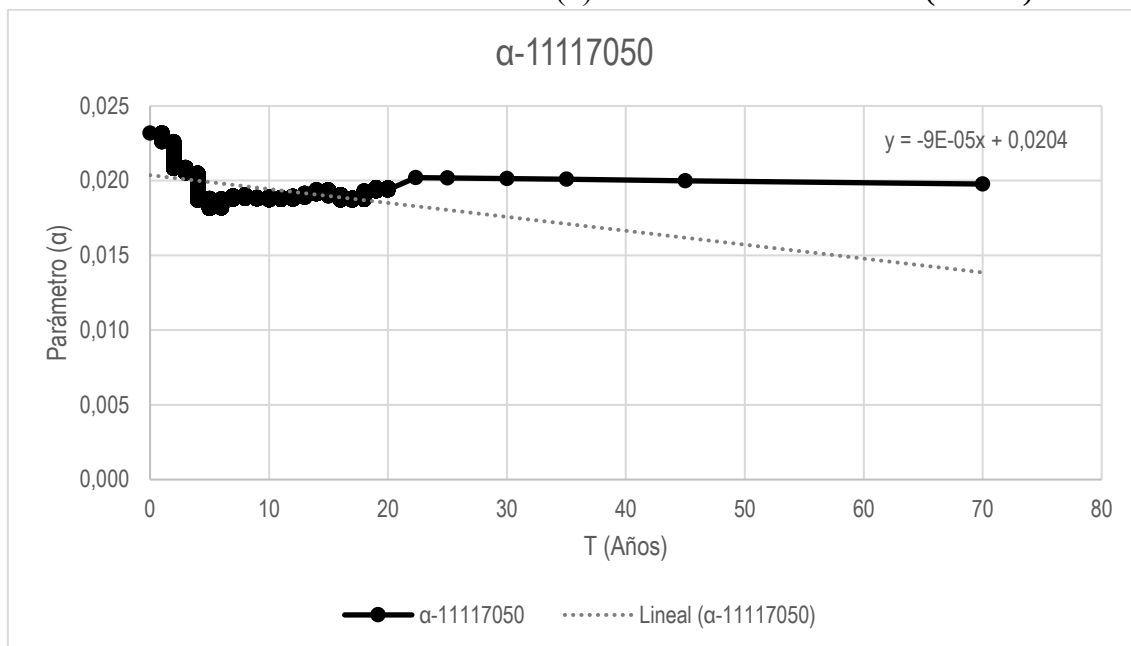
11.3.9. Parámetro de posición (α) de la Estación 11117010 (diarios).



11.3.10. Parámetro de escala (β) de la Estación 11117010 (diarios).



11.3.11. Parámetro de escala (α) de la Estación 11117050 (diarios).



11.3.12. Parámetro de posición (β) de la Estación 11117050 (diarios).

