

**Optimización del Sistema de Líneas de Espera de una Sucursal Bancaria en la Ciudad de
Bucaramanga, a través de la Teoría de Colas**

Walther Mendoza Galeano

Trabajo de grado para optar al título de Ingeniero Industrial

Director

Javier Hernández Cáceres

Magister en Educación

Universidad Santo Tomás, Bucaramanga

División de Ingenierías y Arquitectura

Facultad de Ingeniería Industrial

2021

Contenido

	Pág.
1. Introducción	10
2. Definición del Problema	1
2.1 Descripción del Problema	1
2.2 Formulación del Problema	3
2.3 Justificación	3
2.4 Alcance	4
3. Objetivos.....	5
3.1 Objetivo General	5
3.2 Objetivos Específicos	5
4. Marco Referencial	6
4.1 Marco Teórico	6
4.1.1 Características Fundamentales de las Líneas de Espera	7
4.1.2 Patrones de Llegada de los Clientes	7
4.1.3 Patrones de Servicio	8
4.1.4 Número de servidores	8
4.1.5 Notación de Kendall	11
4.1.6 Medidas de Eficiencia de un Sistema	12
4.1.7 Principales Sistemas de Líneas de Espera	13
4.2 Marco Conceptual	18
4.3 Marco Histórico.....	19
4.4 Estado del Arte	22

5. Metodología	30
5.1 Tipo de Estudio	30
5.2 Fuente de Información	31
5.3 Técnica de Recolección de Datos.....	31
5.4 Cálculo de la Muestra	32
5.5 Fases de la Investigación	32
5.5.1 Fase 1.....	32
5.5.2 Fase 2.....	32
5.5.3 Fase 3.....	33
5.5.4 Fase 5.....	33
6. Análisis e Interpretación de Resultados.....	33
6.1 Datos para la Llegada de Usuarios	35
6.2 Datos para el Servidor 1	36
6.3 Datos para el Servidor 2	38
6.4 Datos para el Servidor 3	39
6.5 Modelo.....	40
6.6 Datos de Entrada en el Modelo Formulado	41
6.7 Descripción de la Disciplina del Modelo Formulado.....	42
6.8 Elementos del Modelo en Arena Simulation	42
6.8.1Entrada.....	42
6.8.2 Decisión....	43
6.8.3 Asignación	43
6.8.4 Fila.....	44

6.8.5 Proceso.....	44
6.8.6 Dispose.....	45
6.9 Modelo del Sistema Original	45
6.9.1 Resultados de la Simulación del Sistema Original.....	47
6.10 Propuesta de Mejora para el Sistema	48
6.10.1 Resultados de la Simulación de Mejora Propuesta para el Sistema	50
7. Conclusiones	53
8. Recomendaciones.....	54
Referencias	56
Apéndices	60

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. <i>Notación Kendall</i>	12
Tabla 2. <i>Estadísticos para simulación en software Arena tasa de llegada</i>	36
Tabla 3. <i>Estadísticos para simulación en software Arena para servidor 1</i>	37
Tabla 4. <i>Estadísticos para simulación en software Arena para servidor 2</i>	38
Tabla 5. <i>Estadísticos para simulación en software Arena para servidor 3</i>	39
Tabla 6. <i>Resultados de la simulación inicial Arena.</i>	47
Tabla 7. <i>Resultados de la mejora propuesta.</i>	50

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1. <i>Una línea, un servidor</i>	9
Figura 2. <i>Una sola línea, varios servidores en paralelo</i>	9
Figura 3. <i>Varías líneas, varios servidores en paralelo.....</i>	9
Figura 4. <i>Una sola línea, varios servidores en serie.....</i>	10
Figura 5. <i>Distribución de tiempos de llegadas</i>	35
Figura 6. <i>Distribución de tiempos de servicio para servidor 1</i>	36
Figura 7. <i>Distribución de tiempos de servicio para servidor 2</i>	38
Figura 8. <i>Distribución de tiempos de servicio para servidor 3</i>	39
Figura 9. <i>Comando entrada Arena.....</i>	43
Figura 10. <i>Comando decisión Arena</i>	43
Figura 11. <i>Comando asignación Arena</i>	44
Figura 12. <i>Comando fila Arena.....</i>	44
Figura 13. <i>Comando proceso Arena.....</i>	45
Figura 14. <i>Comando dispose Arena</i>	45
Figura 15. <i>Modelo de sistema de líneas de espera Arena</i>	46
Figura 16. <i>Modelo de mejora propuesto.....</i>	50

Lista de Apéndices

	Pág.
Apéndice A. <i>Primera toma de muestras</i>	60
Apéndice B. <i>Segunda toma de muestras</i>	61
Apéndice C. <i>Tercera toma de muestras</i>	62
Apéndice D. <i>Cuarta toma de muestras</i>	63
Apéndice E. <i>Quinta toma de muestras</i>	64
Apéndice F. <i>Tasa de utilización modelo original</i>	66
Apéndice G. <i>Costo total modelo original</i>	66
Apéndice H. <i>Tasa de utilización de modelo mejorado</i>	67
Apéndice I. <i>Costos totales modelo mejorado</i>	68

Resumen

En la presente tesis, se planteó como objetivo principal la optimización del sistema de líneas de espera en una sucursal bancaria de la ciudad de Bucaramanga, lo cual pudo llevarse a cabo mediante un trabajo en campo que facilitó de manera directa recolectar registros de tiempos de llegadas y tiempos de atención a 200 clientes de la entidad bancaria.

La fase de recolección de tiempos, partió de identificar principalmente qué días y en qué jornada la sucursal bancaria era concurrida de forma significativa por parte de los usuarios del sistema.

El formato o planilla de registro permitió captar información para los siguientes atributos: número de cliente, tiempo entre llegada, hora de llegada, hora de atención, hora de salida, tiempo de servicio, número de servidor, y como caracterización anexa el tipo de cliente que para propósitos del estudio se clasificaron en tipo 1, tipo 2 y tipo 3.

Una vez obtenidos los datos necesarios, las mismas fueron sometidas a un ajuste de distribución de probabilidad en la extensión Input Analyzer del software Arena Simulation para determinar qué tipo de distribución según su p-value era a la que los datos se ajustaban.

Como productos para responder a los objetivos del proyecto, se desarrollaron 2 modelos: el primero para configurar el estado original del sistema donde se encontraron tasas de utilización de los servidores 1 y 2 sobresaturadas por encima del 91%, y con tiempo promedio de atención de 10.90 minutos para el sistema original, mientras que con el modelo propuesto de mejora se redujeron las tasas de utilización de los servidores duplicando la capacidad de servicio para cada caja, es decir haciendo $k=5$ servidores. Las nuevas medidas de desempeño del sistema permitieron evidenciar como dato más importante un ahorro para tan solo las 2 horas y 15 minutos del 37.51%.

Palabras Claves: Banco, Eficiencia, Cliente, Cola, Servicio, Sucursal, Tiempo, Proceso.

Abstract

In this thesis, the main objective of the optimization of the waiting line system in a bank branch in the city of Bucaramanga was proposed, which could be carried out through field work that directly facilitated the collection of arrival time records. and service times for 200 clients of the bank.

The time collection phase started from mainly identifying which days and on which day the bank branch was significantly attended by the users of the system.

The registration format or form allowed the capture of information for the following attributes: customer number, time between arrival, arrival time, service time, departure time, service time, server number, and as an attached characterization the type of customer that for the purposes of the study were classified as type 1, type 2 and type 3.

Once the necessary data had been obtained, they were subjected to a probability distribution adjustment in the Input Analyzer extension of the Arena Simulation software to determine what type of distribution according to its p-value the data was adjusted to.

As products to respond to the objectives of the project, 2 models were developed: the first to configure the original state of the system where utilization rates of servers 1 and 2 were found to be oversaturated above 91%, and with an average attention time of 10.90 minutes, while with the proposed improvement model, the utilization rates of the servers were reduced by doubling the service capacity for each box, that is, by making $k = 5$ servers. The new performance measures of the system allowed to show as the most important data a saving for only 2 hours and 15 minutes of 37.51%.

Keywords: Bank, Efficiency, Customer, Queue, Service, Branch, Time, Process.

Introducción

Los sistemas de líneas de espera específicamente de entidades bancarias, en los últimos años han presentado problemas de sobresaturación debido a que la demanda de servicios ha superado la capacidad de servicio de las distintas entidades. Esto, ha representado para las principales empresas del sector financieros un problema cuya solución implica el análisis de diseño de instalaciones, capacidad operativa instalada en el área de cajas y por su puesto calidad del personal que proporciona ya sea un producto o un servicio financiero.

Los modelos de Teoría de Colas, han surgido como un conjunto de modelos matemáticos cuyo propósito ha sido encontrar el equilibrio para casos como el estudiado en el presente proyecto, entre el número de clientes que se encuentran esperando en cola y la cantidad de servidores que buscan brindar satisfacción a los clientes atendidos [1].

Para encontrar el equilibrio de un sistema de colas, según referencias importantes es necesario identificar el estado inicial del caso que se pretenda analizar. Es decir, determinar medidas de desempeño o eficiencia tales como: tasa de utilización de servidores (ρ), tiempo promedio de espera, tiempo promedio de clientes en el sistema, longitud promedio de cola, número promedio de clientes atendidos en el horizonte de tiempo analizado, costo total, este último asocia costos relacionados a la espera y al servicio [2].

En el desarrollo del estudio aplicado a una sucursal bancaria de la ciudad de Bucaramanga, se establecieron conceptos propios de la temática tratada que en conjunto con criterios de expertos permitieron identificar el desempeño del sistema original de la entidad y compararlo con un modelo de mejora propuesto para la entidad objeto de estudio.

Definición del Problema

2.1 Descripción del Problema

Brindar servicios al cliente sin un alto grado de inconformidad por lo recibido, es sin duda una de los objetivos con mayor importancia que buscan alcanzar las entidades bancarias al momento de ofrecer servicios y/o productos financieros. Lo anterior mencionado, supone que los bancos para lograr la satisfacción de los usuarios en atención al cliente, deben asumir costos relacionados tanto a la espera, como al servicio [1].

Dentro de las alternativas que surgen en torno a mejorar la capacidad de atención se encuentran: eliminar las largas filas generadas dentro del sistema y disminuir el tiempo de espera de quien demanda el servicio, y otra es ampliar el alcance de una Banca Móvil, lo cual presenta algunas desventajas, si se tiene en cuenta que no todas las personas tienen un amplio manejo de estas tecnologías [1].

Estudios resaltan que las entidades bancarias al prestar sus respectivos servicios, deben saber que además de ofrecer distintas alternativas en sus portafolios de productos y servicios para cada segmento del mercado, necesitan darle importancia a la forma en como los entregan al cliente final; por lo que aspectos como el diseño de instalaciones, el recurso humano que está en contacto directo con los usuarios, y la confortabilidad de estos últimos, se ven afectados cuando el tiempo en el que solicitan un servicio de forma presencial se extiende [2].

Conforme crecen las expectativas por aumentar las utilidades para una entidad bancaria, se hace posible para tal organización, efectuar inversiones con la intención de aumentar su participación en el mercado operado. Es por eso, que surge ante este proceso de expansión, la necesidad de personal que pueda realizar procedimientos enfocados a la satisfacción de los

clientes, que de hecho se hace más exigente, generándose consecuencias inmediatas como lo son las congestiones en los sistemas internos una vez que la oferta del servicio se hace insuficiente operacionalmente, en comparación a la demanda del mismo, en otras palabras se origina lo que comúnmente suele llamar cola de espera [3].

Las filas que se registran constantemente en las sucursales bancarias colombianas, se caracterizan por dos componentes principales: la extensa longitud y la demora entre un cliente y otro por ser atendido. Esto no solamente disgusta quienes día tras día deben visitar a los bancos a cancelar sus obligaciones financieras o realizar transacciones de efectivo, sino a los que solamente asisten en una ocasión, y deben permanecer por mucho tiempo en largas colas a causa de la sobredemanda de servicios, y productos financieros, en las ventanillas de atención [4].

En cada sucursal bancaria estudiada, a diario se realizan diversas operaciones para cumplir con metas y objetivos trazados, destacándose por el tipo de negocio las áreas operativas y comerciales [5].

Por todo lo que conlleva gestionar de forma adecuada los sistemas de espera, cualquier banco no está exento de sufrir aglomeraciones en sus respectivas oficinas de atención, esta fue la razón por la cual, la sede objeto de estudio de la ciudad de Bucaramanga, necesitaba un estudio aplicativo de teoría de colas que le sirviera de soporte para administrar de manera eficiente sus recursos respecto a colaboradores de atención directa en ventanilla, teniendo como fin de dar una atención más rápida al usuario del banco.

2.2 Formulación del Problema

¿Cómo optimizar el sistema de líneas de espera de una sucursal bancaria en la ciudad de Bucaramanga, de manera que se incremente la eficiencia del sistema de servicio que actualmente presenta la entidad?

2.3 Justificación

En una sucursal bancaria optimizar el tiempo de servicio para mejorar la calidad del mismo, y garantizar la satisfacción del cliente minimizando los tiempos de espera, es de suma importancia a la hora de fidelizar al usuario que comúnmente utiliza los servicios proporcionados en cada una de las ventanillas o puntos de atención de la organización financiera.

En algún momento el percibir momentos largos de espera en cualquier oficina bancaria, permite sacar a luz un fenómeno de colas, donde se evidencia el malestar por parte del usuario en lo que parece ser una pérdida de tiempo. No obstante, este tipo de eventos también presentan un lado positivo que vale la pena resaltar; es decir, son acontecimientos aleatorios que le permiten al encargado del área operativa de una sucursal bancaria, hacer una reconfiguración de su personal disponible en ventanilla.

Para el contexto ya descrito, se cuenta con una serie de modelos matemáticos en el área de Teoría de Colas, los cuales pueden facilitarle a un gerente de operaciones de una oficina bancaria determinar el equilibrio entre el número de clientes que se encuentran en línea de espera, y la cantidad de servidores que pueden responder a esas necesidades que surgen por parte de quien solicita ya sea un producto o servicio financiero [6].

Generalmente una persona en calidad de cliente no quisiera pasar muchos minutos estancado en una cola a la espera de servicio, y los gestores de servicios bancarios tampoco lo

quieren, por lo que surgen los siguientes interrogantes: ¿por qué hay que esperar? ¿Cuánto hay que esperar?, la respuesta a estas preguntas surge de forma inmediata: “en algún momento la capacidad de servicio ha sido, es, o puede ser menor que la capacidad demandada. En estos casos, la forma de consultar al respecto es: ¿compensa invertir en salas de espera? ¿O mejor invertir en personal humano para satisfacer las necesidades del usuario? [7].

Los distintos modelos de Teoría de Colas, permiten darle respuestas muy próximas a lo que se requiere en la realidad, apoyándose en simulaciones que permiten validar modelos propuestos para cumplir con lo que demanda un sistema como el bancario, lleno de muchas variaciones que a veces no son controlables[7].

Esta investigación aplicativa a una sucursal bancaria en la ciudad de Bucaramanga, servirá de soporte científico y complemento metodológico para mejorar los sistemas de líneas de espera de la entidad, optimizando el número de servidores en ventanillas con el fin de equilibrar la oferta con la demanda de servicios o productos financieros a los que hay lugar en la oficina seleccionada objeto de estudio.

2.4 Alcance

El objetivo principal que tiene la Teoría de Colas en entidades del sector bancario, es inicialmente encontrar el estado estable del sistema y determinar una capacidad de servicio apropiada que garantice un balance entre el factor cuantitativo (referente a costos del sistema) y el factor cualitativo (referente a la satisfacción del cliente por el servicio) [7].

El alcance que tuvo este trabajo investigativo, fue el de realizar un análisis del sistema de líneas de espera de una sucursal bancaria en la ciudad de Bucaramanga, con la intención de determinar un número óptimo de servidores tal que, el sistema de espera de la entidad, pudiera

estar en competencia operativa de responder ante situaciones de congestión, donde se viera su sistema superado por la demanda de servicio.

Lo anterior, en síntesis, pretendió minimizar los costos asociados a la espera, y al servicio en la sede de estudio, sirviendo para ello la realización de simulaciones de los diferentes momentos en los que se presenten las variaciones más relevantes del sistema.

Objetivos

3.1 Objetivo General

Optimizar el sistema de líneas de espera de una sucursal bancaria en la ciudad de Bucaramanga, para minimizar los costos de espera y de servicios, utilizando la teoría de colas.

3.2 Objetivos Específicos

- Recopilar la información necesaria sobre fenómenos de espera, propuestas de modelos de colas, y requerimientos del personal para una óptima atención a los clientes, en una entidad bancaria, a través de una búsqueda bibliográfica.
- Evaluar las alternativas de solución empleadas desde un modelo de colas, por medio de una herramienta de simulación, que permita dar respuesta al requerimiento sobre el número óptimo de cajeros en ventanilla de atención en la sucursal bancaria.
- Estimar la reducción de costos óptima para la sucursal bancaria analizada, por medio de un software de simulación.

Marco Referencial

4.1 Marco Teórico

Un proceso de líneas de espera está constituido por aquellos clientes que llegan a una instalación que ofrece un servicio, posteriormente esperan luego en una línea (fila), y si todos los servidores están ocupados, reciben servicio en algún momento, y finalmente abandonan la instalación. Partiendo de la anterior definición, al hablar de un *sistema de líneas de espera*, es referirse a un conjunto de clientes, un conjunto de servidores y un orden en el cual, los clientes llegan y son atendidos [8].

Estos tipos de sistemas, representan un proceso de nacimiento-muerte, con una población que está conformada por los usuarios de un establecimiento que se encuentran ya sea, en estado de espera, o están siendo atendidos. Es decir, un nacimiento tiene lugar cuando un cliente asiste a una instalación en la cual se le proporciona un servicio; por su parte una muerte, es la que se da cuando la persona que llega a obtener un servicio abandona tal lugar. En el estudio de teorías de colas, el estado del sistema está dado por la cantidad de usuarios en el establecimiento [8].

Un estudio de líneas de espera, busca la cuantificación del fenómeno causado por el esperar en un sistema formando colas, a través de medidas representativas de eficiencia, entre las que se encuentran: la longitud promedio de cola, el tiempo promedio de tiempo en ella, y la respectiva utilización promedio de las instalaciones [9].

Al pretender llevar a cabo una aplicación basada en estudios de colas, es posible analizar con ello un modelo de optimización de costos, en el cual los costos asociados al ofrecimiento del servicio y a la espera en cola, se reduzcan a un mínimo [9].

4.1.1 Características Fundamentales de las Líneas de Espera

Cinco componentes son los que caracterizan a los sistemas de líneas de espera: el patrón de llegada de los clientes, el patrón de atención del servicio, el número de servidores, la capacidad del sistema, disciplina de la cola [10] [8].

A continuación, se describieron cada una de las cinco componentes a través de las cuales, es posible realizar una caracterización de los sistemas de líneas de espera en entidades como las del presente proyecto investigativo.

Los conceptos que se describen corresponden a lo que teóricamente está correlacionado con las variables fundamentales para estructurar un modelo de sistema de líneas de espera.

4.1.2 Patrones de Llegada de los Clientes

Generalmente el patrón de llegadas de los clientes, está especificado por el tiempo entre llegadas, que no es más que el tiempo entre las llegadas de los usuarios sucesivos al establecimiento que ofrece un determinado servicio o varios servicios. Este patrón puede ser determinístico, es decir, se conoce exactamente, o puede ser unas variables aleatorias cuya distribución probabilística se considera conocida.

Tal patrón puede entonces depender del número de clientes que ya han ingresado al sistema o ser independiente del estado. Es de gran importancia considerar los casos en los que los clientes, llegan al sistema uno por uno, o en grupos, y si en tal eventualidad de llegada se presenta rechazo o abandono alguno a las instalaciones.

Si se desea ser claros con estos dos últimos conceptos, un *rechazo*, sucede cuando el cliente que llega se niega a entrar en la instalación porque la fila de espera es demasiado grande. En el caso del *abandono*, ocurre cuando el individuo que ya está en línea de espera, sale de la cola y se

retira porque la espera es demasiado larga. Si dado el caso, no se especifica lo contrario, lo normal es considerar que los clientes llegan uno a uno y que no existen ni rechazos, ni abandonos [8].

4.1.3 Patrones de Servicio

Los patrones de servicio se encuentran especificados la mayoría de las veces por el tiempo de servicio, que consiste en el tiempo que le toma a un servidor en atender a un usuario. El tiempo de servicio puede ser determinístico o puede ser una variable aleatoria cuya distribución probabilística se considera conocida[8].

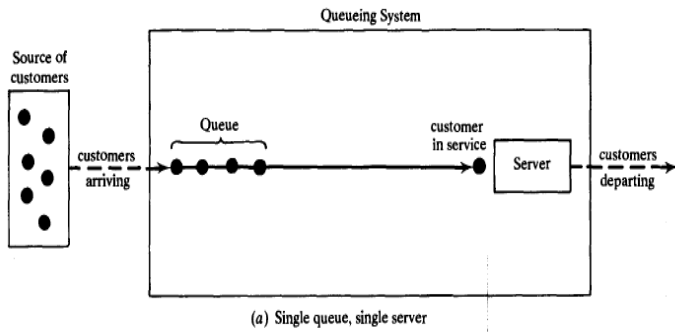
Puede depender del número de clientes que están dentro del establecimiento o puede ser independiente del estado. Es importante verificar si un servidor atiende por completo a un cliente, o por el contrario el usuario requiere un servicio con escala en varios servidores. Si no se especifica lo contrario, lo normal que se considera es que un servidor puede atender por completo a un cliente [8].

El modelo de atención se puede describir por el número de clientes atendidos por unidad de tiempo, denominada RATA DE SERVICIO, la cual queda condicionada por la ocupación del sistema, en caso de que el sistema se encuentre vacío, se habla de sistema ocioso [10].

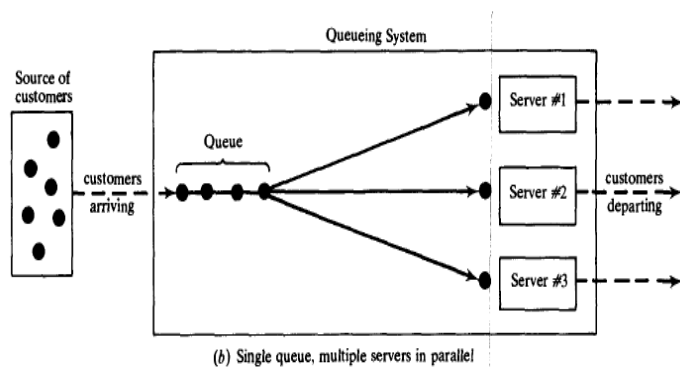
4.1.4 Número de servidores

Corresponde al número de servidores que sea cual fuese su configuración dentro del sistema, están para satisfacer al cliente disminuyendo su tiempo de espera en la cola.

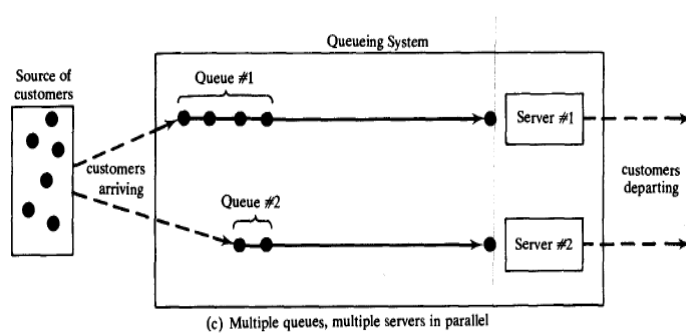
Gráficamente los sistemas de líneas de esperas pueden ilustrarse de la siguiente manera:

Figura 1. *Una línea, un servidor*

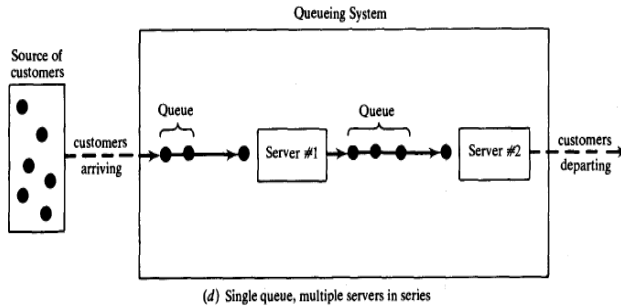
Tomado de: [8]

Figura 2. *Una sola línea, varios servidores en paralelo*

Tomado de: [8]

Figura 3. *Varías líneas, varios servidores en paralelo.*

Tomado de: [8]

Figura 4. *Una sola línea, varios servidores en serie.*

Tomado de: [8]

4.1.4.1 Capacidad del Sistema. La capacidad del sistema, es el número máximo de clientes que se encuentran, tanto en servicio como en la(s) línea(s) de espera, que pueden estar de forma simultánea en la instalación del servicio. Siempre que un cliente llegue a una instalación que esté completa, se le negará la entrada. A este cliente no se le permitirá esperar fuera del establecimiento, ya que esto sería un incremento efectivo de la capacidad [8].

Cuando un sistema no tiene límite en cuanto al número de clientes que puede permanecer dentro de las instalaciones, tal sistema tiene capacidad infinita; por el contrario, un sistema limitado se dice ser que tiene capacidad finita [8].

4.1.4.2 Disciplina de la Cola. La disciplina en la cola se refiere a la manera de como los clientes son atendidos. Lo más habitual es el primero en llegar, es el primero en ser atendido o lo que es lo mismo, FIRST IN FIRST OUT o FIFO. Otro tipo de disciplina que puede darse en el sistema de líneas de espera es el último en llegar, el primero en ser atendido o lo que es lo mismo LAST FIRST IN OUT o LIFO. También puede tener lugar, el seleccionar de forma aleatoria al cliente que busca un servicio; desde luego se habla de SERVICE IN RANDOM ORDER o SIRO. Debe considerarse del mismo modo, que puede haber sistemas con disciplinas por prioridades [10].

4.1.5 Notación de Kendall

La notación de Kendall, es utilizada con el fin de especificar las características de una línea de espera dándose $v/w/x/y$ donde la v denota patrón de llegadas, w denota el patrón del servicio, x significa el número de servidores disponibles, y representa la capacidad del sistema y z es relacionada a la disciplina de la línea de espera [8].

Son varias las notaciones que se utilizan para tres de los componentes referenciados. En caso dado de que, y o z no sea especificadas, se toman como ∞ o FIFO, respectivamente [8].

En la Tabla 1, se estableció un conjunto de elementos importantes para la interpretación de las nomenclaturas que caracterizan a cada uno de los modelos de líneas de espera de acuerdo a los siguientes atributos: tiempo de llegada o tiempo de servicio, disciplina de la línea de espera

Tabla 1. *Notación Kendall*

Características de la línea de espera	Símbolo	Significado
Tiempo entre llegadas o tiempo de servicio	D	Determinístico
	M	Distribuidor
	E_k	exponencialmente
	G	Distribuidor Erlang tipo K ($k=1, 2, \dots$)
		Cualquier otra distribución.
Características de la línea de espera	Símbolo	Significado
Disciplina de la línea de espera	FIFO	Primero en llegar, primero en atenderse.
	LIFO	Último en llegar, primero en atenderse.
	SIRO	Servicio en orden aleatorio.
	PRI	Ordenamiento de acuerdo a prioridades.
	GD	Cualquier otro ordenamiento especializado.

Nota: * Distintas notaciones utilizadas en los sistemas de líneas de espera

4.1.6 Medidas de Eficiencia de un Sistema

En mayoría de los casos es posible observar tres medidas de eficiencia de un sistema de líneas de espera en un establecimiento determinado, las cuales son:

4.1.6.1 El tiempo que se espera que debe permanecer un cliente en la cola antes de ser atendido. La suposición es que entre más corta sea esta medida, más eficiente es el sistema.

Una indicación de la manera de como los clientes se van acumulando dentro del sistema.

4.1.6.2 El tiempo ocioso de los servidores. Con los tres parámetros anteriores lo que se pretende es encontrar un óptimo donde el sistema sea apropiado y no se pierdan los clientes por colas exageradamente grandes, por lo lento del servicio o por pocos servidores en los puntos de atención [10].

4.1.7 Principales Sistemas de Líneas de Espera

4.1.7.1 Sistema M/M/1. Un sistema M/M/1 es un tipo de sistema de líneas de espera cuyos tiempos entre llegadas se encuentran distribuidos exponencialmente, con parámetro λ ; tiempos de servicio distribuidos exponencialmente, con parámetro μ ; un servidor; la capacidad del sistema no tiene límite; y una disciplina de línea del tipo primero en llegar, primero en ser atendido.

La constante λ , representa la tasa promedio de llegada de los clientes; la constante μ , es la tasa promedio de servicio a clientes. Ambas constantes son expresadas en unidades de clientes por unidades de tiempo. El tiempo esperado entre llegadas y el tiempo esperado para atender a un cliente son $1/\lambda$ y $1/\mu$ [8].

4.1.7.2 Modelo Markoviano. El sistema M/M/1, es un proceso poissoniano de nacimiento-muerte. La probabilidad $p_n(t)$, de que el sistema tenga exactamente n clientes, ya sea esperando el servicio o en servicio, en el tiempo satisface las ecuaciones de kolmogorov para las probabilidades de estado:

$$\frac{dp_n(t)}{dt} = -(\lambda_n + \mu_n) p_n(t) + \mu_{n+1} p_{n+1}(t) + \lambda_{n-1} p_{n-1}(t) \quad (n=1, 2, \dots) \quad (1)$$

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda_0 p_0(t) + \mu_1 p_1(t) \quad \text{Tomado de: [8]} \quad (2)$$

4.1.7.2.1 Soluciones de Estado Estable. Las probabilidades de estado estable para un sistema de líneas de espera son las siguientes:

$$p_n = \lim_{t \rightarrow \infty} p_n(t) \quad (n=0, 1, 2, \dots) \text{ dado que exista el límite. (3)}$$

En el caso del sistema M/M/1, el factor de utilización del sistema queda determinado por:

$$\rho \equiv \frac{\lambda}{\mu} \quad (4), \text{ donde } \rho \text{ representa el número esperado de llegadas por la media del servicio.}$$

Esto es si $\rho > 1$, las llegadas se presentan con una tasa mayor que lo que el servidor puede manejar: la longitud esperada de la línea aumenta sin límite y no se presenta un estado estable. Tal situación puede presentarse también cuando $\rho = 1$.

Sí $\rho < 1$, las probabilidades de estado estable existen y quedan definidas por:

$$p_n = \rho^n (1 - \rho) \quad (5)$$

4.1.7.2.2 Medidas de Efectividad Asociadas al Sistema de Línea de Espera. Un sistema de líneas de espera con estado estable, presenta medidas de efectividad, entre las cuales, las de mayor interés son:

- $L \equiv$ número promedio de clientes en el sistema.
- $L_q \equiv$ longitud promedio de la línea de espera.
- $W \equiv$ tiempo promedio que un cliente permanece en el sistema.
- $W_q \equiv$ tiempo promedio que un cliente permanece o espera en la línea.
- $W(t) \equiv$ probabilidad que un cliente permanezca más de t unidades de tiempo en el sistema.
- $W_q(t) \equiv$ probabilidad de que un cliente permanezca más de t unidades de tiempo en la línea de espera.

Las cuatro primeras medidas se encuentran relacionadas de la siguiente forma;

$$W = W_q + \frac{1}{\mu} \quad (6)$$

$$L = \bar{\lambda} W \quad (7)$$

$$L_q = \bar{\lambda} W_q \quad (8)$$

Dentro del sistema M/M/1, $\bar{\lambda} = \lambda$, y las seis medidas queda expresadas en términos de λ , μ y ρ , como se indica a continuación:

$$L = \frac{\rho}{1-\rho} \quad (9)$$

$$L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho} \quad (10)$$

$$W = \frac{1}{\mu-\lambda} \quad (11)$$

$$W_q = \frac{\rho}{\mu-\lambda} \quad (12)$$

$$W(t) = e^{-\frac{t}{w}} \quad (t \geq 0) \quad (13)$$

$$W_q(t) = \rho e^{-\frac{t}{w}} \quad (t \geq 0) \quad (14)$$

4.1.7.3 Sistema M/M/s. El modelo M/M/s, por su parte supone que todos los tiempos entre llegada, son independientes e idénticamente distribuidos de acuerdo a una distribución exponencial, es decir, el proceso de entrada es Poisson, así mismo, todos los tiempos de servicio, son independientes e idénticamente distribuidos de acuerdo a otra distribución exponencial. En cuanto al número de servidores s se refiere la teoría a cualquier entero positivo. Por consiguiente, este modelo es un caso especial del proceso nacimiento-muerte; cuando la tasa media de llegadas al sistema y la tasa media de servicio por servidor ocupado son constantes (λ y μ respectivamente) e independientes del estado del sistema [11].

Si $1/\mu$, es el tiempo promedio de servicio para que un servidor atienda a un cliente, entonces la tasa media de conclusiones de servicios cuando hay n clientes en el sistema es:

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu & (n = 0, 1, \dots, s) \\ s\mu & (n = s + 1, s + 2, \dots) \end{cases} \quad (15)$$

Las condiciones de estado estable prevalecen siempre que:

$$\rho \equiv \frac{\lambda}{s\mu} < 1 \quad (16)$$

Las probabilidades de estado estable están dadas como:

$$p_0 = \left[\frac{s^s \rho^{s+1}}{s!(1-\rho)} + \sum_{n=0}^s \frac{(s\rho)^n}{n!} \right]^{-1} \quad (16)$$

$$p_n = \begin{cases} \frac{(s\rho)^n}{n!} p_0 & (n = 1, \dots, s) \\ \frac{s^s \rho^s}{s!} p_0 & (n = s + 1, s + 2, \dots) \end{cases} \quad (17)$$

Con P_0 dada, se tiene que $L_q = \frac{s^s \rho^{s+1} p_0}{s!(1-\rho)^2}$ (18)

$$W(t) = e^{-\mu t} \left\{ 1 + \frac{(s\rho)^s p_0 [1 - e^{-\mu t(s-1-s\rho)}]}{s!(1-\rho)(s-1-s\rho)} \right\} \quad (t \geq 0) \quad (19)$$

$$W_q = \frac{(s\rho)^s p_0}{s!(1-\rho)} e^{-s\mu t(1-\rho)} \quad (t \geq 0) \quad (20)$$

Con $s > 1$

$$C_n = \begin{cases} \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{n!} & n = 1, 2, \dots, s \\ \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s}{s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n-s} = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{s! s^{n-s}} & n = s, s+1, \dots \end{cases} \quad (21)$$

En consecuencias si $\lambda < s\mu$, de manera que $\rho \equiv \frac{\lambda}{s\mu} < 1$ (22)

$$p_0 = \frac{1}{\left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s}{s!} \frac{1}{1 - \left(\frac{\lambda}{s\mu}\right)} \right]} \quad (23)$$

4.1.7.4 Sistema M/M/1/K. Tratándose de un sistema M/M/1/K, se puede aceptar simultáneamente un máximo de K clientes en los establecimientos de servicio. Es así que a los clientes que llegan, cuando estas se encuentran totalmente ocupadas, se les niega la entrada al sistema y no se les permite esperar a fuera para entrar más tarde. Si λ denota la tasa media de llegadas de los clientes, a las instalaciones del servicio, la tasa media de llegadas al interior de las instalaciones cuando estas se encuentran en el estado n es:

$$\lambda_n = \begin{cases} \lambda & (n = 0, 1, \dots, s) \\ 0 & (n = K, K+1, \dots) \end{cases} \quad (24)$$

En este sistema siempre se logra un estado estable, ni importa cuál sea el valor de $\rho \equiv \frac{\lambda}{\mu}$.

Como $P_n = 0 (n > K)$ y para $n = 0, 1, \dots, K$.

$$P_n = \begin{cases} \frac{\rho^n (1-\rho)}{1-\rho^{K+1}} & (\rho \neq 1) \\ \frac{1}{K+1} & \rho = 1 \end{cases} \quad (25)$$

Las medidas de efectividad entonces son:

$$L = \begin{cases} \frac{\rho}{1-\rho} - \frac{(k+1)\rho^{k+1}}{1-\rho^{k+1}} & (\rho \neq 1) \\ \frac{k}{2} & (\rho = 1) \end{cases} \quad (26)$$

W , W_q y L_q , se determinan de la forma señalada para los sistemas anteriormente explicados.

4.1.7.5 Sistema M/M/s/K. Estos sistemas son de capacidad finita con s servidores, con tiempos de servicio y que no dependen del estado del sistema, y con la misma distribución exponencial. La capacidad del sistema debe ser al menos igual al número de servidores, $s \leq K$.

$$\lambda_n = \begin{cases} \lambda(n = 0, 1, \dots, K-1) \\ 0(n = K, K+1, \dots) \end{cases} \quad \mu_n = \begin{cases} n\mu(n = 0, 1, \dots, s) \\ s\mu(n = s+1, s+2, \dots) \end{cases} \quad (27)$$

Las probabilidades para el estado estable existen para todos los valores de $\rho \equiv \frac{\lambda}{s\mu}$ y están

$$\text{determinadas por: } p_0 = \begin{cases} \left[\frac{s^s \rho^{s+1}}{s!(1-\rho)} + \sum_{n=0}^s \frac{(s\rho)^n}{n!} \right]^{-1} & (\rho \neq 1) \\ \left[\frac{s^s}{s!} (K-s) + \sum_{n=0}^s \frac{s^n}{n!} \right]^{-1} & (\rho = 1) \end{cases} \quad (28)$$

$$p_n = \begin{cases} \frac{(s\rho)^n}{n!} & (n = 1, 2, \dots, s) \\ \frac{s^s \rho^n}{s!} & (n = s+1, \dots, K) \\ 0 & (n = k+1, k+2, \dots) \end{cases} \quad (29)$$

$$L_q = \frac{s^s \rho^{s+1}}{s!(1-\rho)^2} [1 - p^{k-s} - (1-\rho)(k-s)\rho^{k-s}] p_0 \quad (30)$$

4.2 Marco Conceptual

- *Banco.* Empresa dedica a realizar operaciones financieras con el dinero procedente de sus accionistas, y de los depósitos de los clientes [12].

Para el trabajo de investigación se toma como un establecimiento donde se presta servicio en el cual puede generarse una cola.

- *Cola*. Lugar donde el cliente espera antes de recibir el servicio. Una cola se caracteriza de tal manera, por la una cantidad máxima de clientes a los cuales se les puede brindar un servicio [13].
- *Cliente*. Es un término que puede tener diferentes significados, de acuerdo a la perspectiva en la que se lo analice [14].

Endógeno: Actividades y eventos que ocurren dentro del sistema de líneas de espera [15].

- *Entidad*. Objeto de interés del sistema de líneas de espera [15].
- *Estado del sistema*. Número de clientes en el sistema [13].
- *Evento*. Acontecimiento que puede cambiar el estado del sistema de líneas de espera [15].
- *Exógeno*. Actividades y efectos del ambiente que afectan al sistema de líneas de espera [15].
- *Fuente de entrada o población potencial*. Es un conjunto de individuos (no necesariamente seres vivos), quienes pueden llegar a solicitar los servicios en cuestión. Puede considerarse infinita o finita, aunque el caso de finitud no es realista, si permite por extraño que parezca, resolver de forma más sencilla, muchas situaciones en la que en realidad la población es finita pero muy grande [16].
- *Longitud de la cola*. Número de clientes que esperan en servicio [13].
- *Mecanismo de servicio*. El mecanismo de servicio consiste en una o más estaciones de servicios, cada una de ellas con uno o más canales de servicios en paralelo, llamados servidores [13].

4.3 Marco Histórico

La Teoría de Colas como estudio de los sistemas de líneas de esperas, inició en el año de 1909, cuando el ingeniero Danés Agner Krarup Erlang buscaba analizar la congestión de tráfico

telefónico para establecer una capacidad de respuesta del sistema ante la demanda del servicio telefónico [17].

Aunque la idea de Teoría de Colas se originó a partir de una red, solamente fue concebida, determinada, y trabajada como tal, en estudios llevados a cabo por Jackson cincuenta años más tarde. En tales investigaciones, se analizaron redes abiertas y cerradas de colas, en las cuales se evidenció tasas de llegadas con comportamientos markovianos independientes del estado de la red. Mediante una demostración matemática, los estudios realizados permitieron concluir dado tal comportamiento, se podría analizar la red como un conjunto de sistemas de espera individual e independiente de la tasa de llegada [17].

Tiempo después de todos los primeros inicios aplicativos de la Teoría de Colas, P.J. Bruke en 1976 estudió como se comportaban los sistemas de colas tipo M/M/1 al interior de una red de Jackson y pudo observar de forma analítica que las salidas de un proceso a otro, presentaban un comportamiento equivalente a la distribución de llegada donde esos arribos al sistema se ajustaban a distribuciones de probabilidad clásicas [17].

Específicamente el aporte de Jackson, ha sido de gran relevancia en la modelación de cadenas de suministros, utilizando redes cerradas de Jackson, con el objetivo principal de establecer un equilibrio entre el número de servidores, y estaciones; siempre teniendo la intención de evitar al máximo la generación de cuellos de botella[17].

Últimamente la Teoría de Colas se ha constituido en una herramienta muy utilizada para la toma de decisiones, analizando los sistemas de líneas de espera generados en las empresas para asignar de forma eficiente los recursos que requiera cada proceso, haciendo más productiva la red a partir de la asignación optima de servidores al interior de ella; lo que se traduce en minimización de costos y tiempos de procesamiento respecto de cualquier producto o servicio demandado [15].

Un caso histórico de lo que ha significado la Teoría de Colas en el sector bancario internacional ha sido el ejemplo del Banco CITIBANK, precisamente en lo relacionado con el tiempo de espera en los cajeros de espera de la entidad.

La franquicia de New York, operaba en ese entonces más de 250 centros bancarios. Cada centro contaba con uno o más cajeros automáticos capaces de realizar una amplia variedad de transacciones. En cada centro se formaba una línea de espera de forma randomica en la que se requería algún servicio en uno de los cajeros automáticos [18].

Para decidir sobre el número de cajeros automático, la gerencia necesitaba información general sobre tiempos de espera potenciales y servicio al cliente. Las características de operación de la línea de espera, como el número de clientes promedio en la línea de espera, tiempo promedio en que un cliente pasa en espera, y la probabilidad de que un cliente que llega tenga que esperar, le permitieron a la gerencia determinar el número de cajeros automáticos en cada centro bancario [18].

Otro ejemplo que recrea la realidad de la aplicación de Colas, es la de un congestionado banco del dentro de Manhattan tenía una tasa de llegadas pico de 172 clientes por hora. Un modelo de líneas de espera de múltiples canales, para este caso 6 servidores automáticos demostró que el 88% de los clientes tenía que esperar un tiempo promedio seis y siete minutos. Este nivel de servicio se consideró inaceptable, por lo que se recomendó una expansión a 6 cajeros automáticos en este centro bancario, con base en la proyección de tiempos de espera aceptables del modelo de línea de espera. A partir de este modelo, permitió tomar decisiones en cuanto al número de cajeros automáticos en cada centro bancario [18].

4.4 Estado del Arte

Las entidades del sistema bancario, actualmente están siendo muy frecuentadas por una gran cantidad de clientes que se acercan a las mismas para solicitar uno o varios productos y/o servicios que éstas ofertan. Pero al momento de encontrarse en la sucursal que presta el servicio u ofrece el producto, la mayoría de las veces, el usuario del sistema se encuentra con un factor común en todos los sistemas de atención al cliente, y éste es la espera.

Este aparte, tiene como propósito hacer una revisión de la literatura acerca de cómo se han aplicado los modelos existentes en Teoría de Colas en las entidades bancarias o financieras, para hacer que sus sistemas de líneas de espera, tengan un desempeño eficiente en la gestión y rapidez, y permitan a su vez, la satisfacción del cliente dentro las instalaciones de la entidad, es decir; brindar una atención más rápida a los clientes.

Se han realizado trabajos de investigación como la tesis de: Flores García, Linares Alvarenga, & Bonilla Iraetha (2017) titulada: *“Teoría de colas y su aplicación al sistema bancario”*; en la que sus autores, hicieron toda una búsqueda sistemática de los modelos de teoría de colas que pudieran ser aplicados al sistema bancario en el Salvador; ésto, como base teórica para el desarrollo de su proyecto. Ya para la aplicación utilizaron: modelos probabilísticos de teorías de colas, análisis de sistemas, trabajo de campo, manejo de bases de datos y manipulación de sistemas informáticos específicos para estudios de colas.

A modo de aprovechamiento para el proyecto a realizar, se tiene de este documento, que para hacer un estudio de colas en una entidad bancaria, se requiere de un análisis dentro de la sucursal siguiendo la metodología siguiente: conocer de primera mano los componentes y funcionamiento básico del sistema, hacer un levantamiento y organizar los datos extraídos del sistema; los cuales después de ser recolectados deben ser descritos, y sometidos a un análisis

exploratorio, para posteriormente determinar la función de probabilidad para cada una de las variables utilizadas en el estudio (tiempos entre llegada y tiempos de servicio), y definir el tipo de modelo de colas apropiado a las distribuciones que presentaron los datos.

Para la explicación de los resultados obtenidos, se tuvieron en cuenta algunos supuestos para contrastar estos enunciados con el comportamiento del sistema, estos fueron:

- Quitar un cajero al sistema
- Disminuir el tiempo de servicio
- Dejar solamente un cajero y disminuir el tiempo de servicio

Así mismo, después de haber obtenido los resultados, se tiene que: bajo el modelo del sistema estudiado, para el contexto objeto de estudio, la utilización del sistema era relativamente baja, es decir, un 71%, ya que el 29% del tiempo los dos cajeros que están en el banco están desocupados, pero con un modelo de solo 1 servidor, se obtuvo una tasa de utilización del 99.3%, por lo que aplicar el primer supuesto, implica que el sistema pueda colapsar ante una variación de llegadas al alza.

Para evidenciar de una forma más aplicativa la temática tratada, a nivel internacional se tiene que, en el artículo: " *Banking queue system in nigeria*", Odirichukwu, Lekara, & Odii (2014), plantean que, actualmente se vuelve un reto para la banca, el gestionar el tiempo de sus clientes en las salas de atención. El objetivo principal de su investigación, fue minimizar el tiempo de espera en cola, y maximizar el rendimiento del sistema bancario analizado. Para lo anterior, desarrollaron una aplicación basada en Web con fundamento en el modelo FIFO, cuya finalidad era hacer una entrega ordenada del servicio.

Los resultados eligiendo a 3 servidores como asistentes del aplicativo bancario, mostraron que en promedio cada $\frac{1}{2}$ minuto, un cliente se acercó a tomar un servicio. De igual manera, para

el caso estudiado, la tasa de utilización fue de 12,5%, el número de personas esperando en cola es 0.0182, la cantidad de personas en el sistema en un momento dado es 0.143, el tiempo promedio de espera en cola es de 2.42 minutos, el tiempo promedio de espera en el sistema es de una hora, y el patrón de llegada es poissoniano. Estos resultados tan bajos para los investigadores, indican según el texto, que probablemente el sistema daría ganancias, aumentaría la satisfacción del cliente y permitirían una reducción de la carga laboral de los trabajadores, pero no rinde a su máximo nivel.

Otra experiencia internacional basada en un caso de estudio, es la expuesta en el artículo: “*Queuing theory model used to solve the waiting line of a bank -a study on islami bank bangladesh limited, chawkbazar branch, chittagong*”, por: Rahman Chowdhury (2013), quien parte de varios supuestos para analizar un caso amplio en la teoría de colas, los cuales son: (1) llegadas provenientes de una población infinita o muy grande, (2) las llegadas siguen una distribución de poisson, (3) las llegadas se tratan sobre una base FIFO, y no se niega el servicio, (4) los tiempos de servicios siguen una distribución exponencial negativa o son constantes, (5) la tasa de servicio promedio es más rápida que la tasa de llegada promedio. El modelo utilizado en este estudio, es de múltiples canales con llegada de poisson y tiempos de servicios exponenciales M/M/S. El investigador después de calcular una serie de características operativas, calculó el costo total que resulta de la suma del costo de brindar el servicio, más el costo de tiempo de espera. Las medidas de eficiencia del sistema calculadas indicaron lo siguiente: el número medio de clientes que llegan al banco es de 133,61, el número medio de clientes atendidos por hora es 17.033, el factor de utilización del sistema es 7.821, la intensidad de tráfico del sistema es $0.7821 < 1$, la probabilidad de que haya 0 clientes en el sistema es 0.00034, número promedio de clientes esperando 1.328.

La función objetivo para minimizar el costo fue: $\text{Min}\{E(TC)=E(SC)+E(WC)\}$

Donde:

TC:Total expected Cost(Costo Total Esperado)

SC:Cost of Providing Service(Costo de Prestación del Servicio)

WC:Cost of Waiting Time(Costo del Tiempo de Espera).

De igual manera, en el artículo:” *Expected actual waiting time and service delivery evidence using queuing theory in selected banking institutions in bangladesh*”, Ahmed, Rahaman, Hamid, & Moral (2018), afirman que es tan importante saber el tiempo que debe gastar el cliente en cola, como el tiempo que debe gastar el servidor en brindar el servicio. Bajo esta premisa, los investigadores citados, recopilaron los datos en un banco privado de Bangladesh utilizando percepciones individuales y registros de transacciones almacenados desde el día sábado hasta el día jueves. Los resultados obtenidos para un sistema con 3 servidores, arrojó que el tiempo promedio de espera es de 14.55 minutos, y fueron utilizados básicamente para dos fines: (1) para informar a los ciudadanos el tiempo que deben gastar al ir al banco e incentivar el uso de las tecnologías de autotrámites, y (2) para comunicar al banco que se hace necesario cada vez, mejorar la gestión del tiempo de los clientes en las instalaciones de la entidad, con el fin de mejorar los beneficios económicos de la compañía.

Malik, Akhtar, Shoukat , & Javed (2018), en el artículo:” *A study of different factors in single and multiple server queuing models in banking system*”, afirman por su parte, que el análisis de sistemas que brindan servicio a demandas aleatorias en bancos, requiere de modelos de colas que van desde un servidor hasta múltiples servidores para analizar los parámetros de revestimiento y las medidas de eficiencia. El estudio realizado por los investigadores tuvo lugar en un banco de Islamabad, y los datos fueron recopilados 2 días a la semana durante 5 semanas. El modelo estudiado, comprendió 3 servidores, y se utilizaron encuestas, entrevistas y observación directa

para la recopilación de la información que permitiera construir tal modelo. Los resultados obtenidos, muestran que el factor de utilización varía según el tiempo de espera de los clientes. Para analizar tal comportamiento, se utilizó el software SPSS.

En Brasil, Cremonini Entringer (2020), en su artículo: *“Simulation and analysis of queues in banks: a case study of an agency in the southern state of rio de janeiro”*, propone un estudio a profundidad del flujo de clientes de una agencia bancaria del estado de Río de Janeiro, en el que se utiliza un enfoque cualitativo y cuantitativo. El modelo propuesto por el investigador, simula la tasa de capacidad, número de clientes en cola, tiempo de servicio y tiempo de espera. Todo con la utilización del software ARENA. Los resultados, revelaron que la agencia mostró un gran desempeño en el tiempo de espera y número de clientes en espera, pero demostró una tasa relativamente baja en la utilización del sistema, es decir, se dieron intervalos de tiempo entre 11:00 am y 4:00 pm donde los servidores quedaron inactivos. En promedio, la ocupación del sistema fue 50.07% y como máximo 60.78%.

En el ámbito colombiano, se han llevado a cabo investigaciones con resultados y metodologías similares, que son de gran relevancia al momento de ser tenidas en cuenta como referente para el desarrollo del presente trabajo de grado.

Citando a Gómez Jiménez (2008), en su artículo: *“Aplicación de teoría de colas en una entidad financiera: herramienta para el mejoramiento de los procesos de atención al cliente”*, se deja en manifiesto que, para todas las empresas prestadoras de servicios, la variable “clientes satisfechos”, es fundamental a la hora de ofrecer productos y servicios, y el ambiente que circunda el acceso al servicio o entrega del producto, cobra importancia para la generación de valor agregado. En el estudio referenciado, el valor agregado se traduce a tiempo de espera en la atención del usuario.

La ruta metodológica seguida por el autor mencionado, consistió inicialmente en la recolección de datos, relacionados a los tiempos de llegada, y los tiempos de atención, y posteriormente un análisis exploratorio de los mismos para comprobar supuestos del modelo y confiabilidad de los datos. Luego, se determinaron los parámetros necesarios para utilizar el modelo de teoría de colas elegido para el sistema objeto de estudio, y se determinaron las variables de salida en las cuales radicaba el interés perseguido por el autor.

Los resultados permitieron concluir lo siguiente: un estudio de líneas de espera como el propuesto en la investigación ya citada, sirve como plataforma o modelo para realizar trabajos posteriores que relacionen las mismas variables de entrada y de respuesta.

Los modelos cuantitativos que fueron aplicados en el trabajo son muy adecuados para servir como soporte en la toma de decisiones, ayudando al mejoramiento en los procesos de atención del cliente.

Lo planteado por: Chingaté Ávila,(2012), en su tesis *“Estrategias de mejoramiento en el sistema de líneas de espera en Bancamía s.a empleando simulación discreta”*, evidencia una aplicación de teoría de líneas de espera una entidad financiera, a la cual sirvió de soporte, una herramienta computacional con el objetivo de modelar el comportamiento del sistema según especificaciones del mismo.

Para cumplir con los objetivos del trabajo, la metodología seguida por el investigador fue: identificar las variables de interés del modelo por medio de un análisis del sistema, identificar las necesidades de la organización con respecto a líneas de espera, hacer un análisis de la situación que en su momento presentaba tal sistema empleando herramientas estadísticas, plantear el modelo de simulación teniendo en cuenta las condiciones propias del sistema, y por último establecer

indicadores de desempeño del sistema por frecuencia de tiempo y cantidad, para un intervalo de tiempo previamente establecido.

De los resultados obtenidos del estudio se puede concluir que: para hallar los tiempos estándar de servicio, se tuvieron en cuenta calificaciones según la experiencia del colaborador analizado y una tolerancia del 5% referente al error, que obedece a posibles fallas durante la toma de tiempo y a las variaciones dadas por las necesidades fisiológicas del colaborador.

Otro aporte del estudio fue: para poder realizar un seguimiento y una mejora continua al sistema de líneas de espera de Bancamía S.A., se plantaron indicadores que permitieron analizar el sistema frente al modelo propuesto.

Con base a lo desarrollado por: Martínez Eraso (2009) en su trabajo de tesis doctoral *“Análisis de redes de colas modeladas con tiempos entre llegadas exponenciales e híper erlang para la asignación eficiente de recursos”*, se evidencia que, la capacidad del sistema es uno de los factores más influyentes dentro de la percepción de un cliente hacia la calidad del servicio. Si la capacidad es insuficiente, un buen número de clientes quedaría desatendido al ni siquiera poder ingresar al lugar de atención. Tal capacidad, por tanto, debe estar acorde con la demanda y la oferta del servicio, y limitada por el espacio físico disponible.

En su estudio, este investigador expresa que la capacidad de cada nodo fue determinada tomando como referencia centros de servicios de diferentes sectores y tamaños ubicados en la ciudad de Bogotá, y para su análisis, en cuanto a las redes de colas generadas en el establecimiento, se buscó determinar el desempeño de las diferentes redes de colas que se generan a combinar características de las líneas de espera, como distribuciones de probabilidad de los tiempos entre llegadas, cantidad de nodos, servidores por nodo en el sistema, nivel de utilización, y capacidad del sistema.

La medición de costos asociados al sistema, solo es posible mediante su cuantificación, y los modelos de optimización en redes de colas deben orientarse a descongestionar los nodos de mayor peso dentro de la red, y velar por un equilibrio entre la capacidad de atención y la tasa de llegadas en el sistema.

Por último, en lo que concierne a temática común, se encontró una tesis similar a la que se propone, pero en una sucursal distinta y en un departamento distinto. Con base a esto, y según Chamorro Osorio & Suarez Ortega (2018), en su tesis *“Análisis del desempeño de redes de colas en proceso de servicios bancarios y financieros de Bancolombia en la sucursal Caucaasia”*, se diseñó, una serie de estrategias orientadas a una mejor atención del cliente haciendo énfasis en la optimización de las transacciones, y de los tiempos de espera, empleando análisis de colas, con el propósito de realizar una planificación de capacidades, predecir rendimientos y minimizar el tiempo de espera.

Así mismo, se planteó un estudio con la siguiente hipótesis: los hallazgos obtenidos del análisis de las líneas de espera brindarán a los directivos de la entidad bancaria una base sólida para la toma de decisiones y tendrán contacto con un estudio estructurado sobre las problemáticas en las operaciones.

La solución del modelo desarrollado arrojó que: para una tasa de llegadas promedio de 60 clientes/hora, y una tasa de servicio de 20 clientes por hora, se tiene que el costo mínimo considerando 5 cajeros es de \$37.090, lo que al día sería \$296,720. Para 4 cajeros (\$38,864) y 5 cajeros (\$39,813), el costo es superior siendo: \$310,912 y \$318,504 respectivamente.

Todas estas referencias, permitieron establecer una ruta de investigación para saber dar respuesta a la pregunta problema del presente proyecto, por lo que los apuntes tomados giran entorno al tema principal que es la optimización del sistema de líneas de espera de una sucursal

bancaria en la ciudad de Bucaramanga, es decir todos aquellos elementos que intervienen en el comportamiento y desempeño del sistema de colas analizado.

Metodología

5.1 Tipo de Estudio

El tipo de estudio llevado a cabo en el presente proyecto fue de carácter cuantitativo, específicamente descriptivo; este, tuvo por objetivo describir el estado, las características, factores, y procedimientos presentes en fenómenos y hechos que ocurren de forma natural. Esta investigación presentó alcances como: caracterizar globalmente el objeto de estudio, describir el contexto donde se desarrolla tal fenómeno, cuantificar la magnitud del fenómeno, entre otros [20].

De igual manera, el estudio fue de tipo aplicativo; el cual es un claro ejemplo de la interpolación entre los problemas que a diario deben enfrentar las empresas y las herramientas matemáticas y estadísticas diseñadas en las ciencias administrativas, las cuales están a disposición del investigador para realizar modelamientos que permitan servir de soporte en la toma de decisiones complejas [2].

Cabe mencionar que este trabajo investigativo no fue de tipo experimental, es decir, en su respectiva elaboración, las variables seleccionadas, no fueron empleadas hacia un fin distinto del que se planteó en el estudio, pero si lo fue de tipo analítica, lo cual, permitió llevar a cabo un proceso reflexivo, lógico, y cognitivo, que implicó abstraer pautas de relación interna de un evento, situación, fenómeno, etc. Un tipo de investigación como la que realizó en este caso, permitió tener como objetivo, el analizar un evento dado en una realidad problemática [21].

5.2 Fuente de Información

La fuente de información que se utilizó para realizar el trabajo de recolección de datos, fue de tipo primaria la cual consistió en el proceso realizado por parte del investigador directamente, aplicando técnicas y procedimientos que suministraron la información adecuada.

5.3 Técnica de Recolección de Datos

La recolección de los datos para el presente proyecto de investigación aplicada, se llevó a cabo mediante la observación directa del investigador. Al hablar de la observación directa como una técnica de recolección de datos, se hace referencia a la captación de la realidad problemática planteada, que posteriormente será organizada de forma intelectual. Todo lo anterior, para definir los datos más importantes que deben recogerse para tener relación directa con el problema de investigación.

Lo propuesto, se ejecutó mediante formatos tipo planilla de registros tanto para la el tiempo de entrada, como para el tiempo de servicio dado, o registros de operaciones realizadas sí se daba la posibilidad de acuerdo a las políticas de la empresa, las cuales fueron aplicadas en las horas habilitadas para la atención al público, es decir en las jornadas en que la sucursal de bancaria permaneció abierta. Así mismo, se recurrió al personal de la oficina bancaria con el propósito de conocer la afluencia de los clientes durante la semana y las horas con mayor intensidad dentro del sistema, ello permitió establecer intervalos de tiempo para el estudio de forma más objetiva.

5.4 Cálculo de la Muestra

Para el cálculo de la muestra a tener en cuenta en el presente estudio, dado que el mismo corresponde a un estudio de carácter descriptivo y se desconoce el total de unidades de observación que la integran o la población es mayor a 10.000 [22].

La fórmula a tener en cuenta para población infinita fue:

$$n = \frac{Z^2 pq}{d^2} \text{ Tomado de: [22]}$$

Donde:

n: tamaño de la muestra

Z: valor de Z crítico que es calculado de la tabla del area de la curva normal

p: proporción aproximada del fenómeno en estudio en la población de referencia.

q: proporción de la población en referencia que no presenta el fenómeno en estudio (1-p)

5.5 Fases de la Investigación

5.5.1 Fase 1

La fase inicial del proyecto consistió en realizar una búsqueda sistemática de los modelos de sistemas de espera con mayor aplicación en el sistema bancario, y establecer aquellos requerimientos (sí los hay) que tienen lugar en cuanto a personal de atención de clientes, esto para valorar posteriormente la capacidad del sistema.

5.5.2 Fase 2

Luego de haber referenciado los tipos de modelos más pertinentes de aplicar en el contexto estudiado, y conocer los requerimientos de personal (sí los hay), se buscó conocer el estado actual

del sistema con el fin de notar a primera vista, cómo es su comportamiento ante el arribo de los usuarios; esto permitió determinar la capacidad del sistema, la tasa de servicio, el tiempo entre llegadas de los clientes, e identificar otras características del sistema de colas dado.

5.5.3 Fase 3

La tercera etapa tuvo como propósito diseñar los instrumentos para la recolección de los datos, y determinar si los intervalos de tiempos definidos para la recolección de los mismos, son los que mejor representan la realidad del problema. Una vez definido todos estos pasos, realizó el trabajo de campo al que haya lugar para la recolección de la información adecuada.

5.5.4 Fase 5

En la quinta fase, se planteó el modelo a simular según las características que presentó el sistema de líneas de espera de la sucursal bancaria estudiada, permitiendo calcular los costos asociados a la espera y al servicio. En esta fase se calculó las medidas de eficiencia del sistema de líneas de espera, que permitieron evaluar y concluir sobre la realidad presentada en la sucursal de bancaria estudiada.

Análisis e Interpretación de Resultados

Para cualquier entidad bancaria es de suma importancia brindar servicios eficientes y de calidad que garanticen la satisfacción del usuario. Lo anterior es posible mediante la optimización del sistema de líneas de espera, en el que, el número óptimo de servidores en ventanilla representa una variable importante del proyecto que relaciona a su vez los tiempos entre llegadas de los usuarios y los tiempos en los cuales los mismos son atendidos.

Sucursales como la que se analizó en el presente proyecto, se caracterizan por ofrecer servicios como: depósitos, retiros, pagos, apertura de cuentas, cancelación de cuentas, cambio de cheques, pago de impuestos, entre otros.

El diseño de instalaciones también juega un papel importante en la atención al usuario que visita la sucursal, así como lo es la calidad del personal que presta el servicio y la conformidad del servicio percibida por parte del cliente. Este último aspecto, va ligado al tiempo que en promedio el usuario permanece en el sistema en las colas generadas por causa de los procesos en que se brinda atención a otras personas.

Los datos de prueba para alimentar el modelo fueron registros de tiempos de llegada y de servicio para los clientes de la sucursal bancaria para el día lunes en la jornada de la mañana. La elección del día lunes se debió a que, según los mismos cajeros y el encargado del área de atención en ventanillas de la entidad, en este día y en esta jornada era donde más concurrían los usuarios en el sistema. A esto hay que añadirle que, por limitaciones de la entidad solo se contó un espacio de dos horas para toma de muestras por 5 días lunes semana tras semana debido a la situación de salud pública que hoy en día vive el mundo por causa del virus COVID-19.

Para establecer la tasa promedio de llegada y tasa promedio de servicio, se recolectaron desde 8:00 A.M a 10:15 A.M, 40 observaciones para un total de 200 por los cinco días lunes en jornadas de mañana. El formato utilizado para la recolección de datos tuvo en cuenta: número de cliente, tiempo entre llegada, hora de llegada, hora de atención, hora de salida, tiempo de servicio, cajero, y de forma anexa como dato adicional el tipo de cliente que visitó la sucursal para los espacios de tiempo en los cuales se tomaron los registros.

El estudio partió del estado inicial en el que se encontró la sucursal objeto de análisis el cual fue: 3 servidores, tres filas, y atención dependiendo del tipo de cliente.

Los tres tipos de clientes considerados fueron: Tipo 1: clientes de tercera edad y mujeres embarazadas; Tipo 2: clientes normales que no cumplen con la primera condición ya descrita y que a su vez no tienen un trato privilegiado por el banco; Tipo 3: clientes de tipo preferencial que, por ser clientes con productos importantes de la entidad, merecen un trato diferencial con respecto a los usuarios normales y por ende tienen una ventanilla para su atención exclusiva.

En la Figura 5, se puede observar que el tipo de distribución de probabilidad a la cual se ajustaron los datos para la llegada de clientes a las instalaciones de la sucursal bancaria objeto de estudio fue a una distribución Weibull.

Los demás resultados estadísticos obtenidos del proceso de ajuste de datos a distribución de probabilidad se pueden detallar en la Tabla 2.

6.1 Datos para la Llegada de Usuarios

Figura 5. *Distribución de tiempos de llegadas*

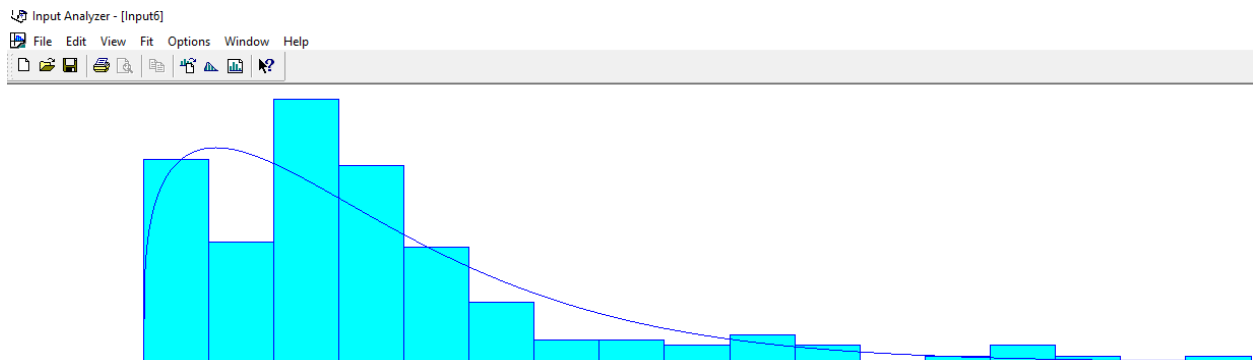


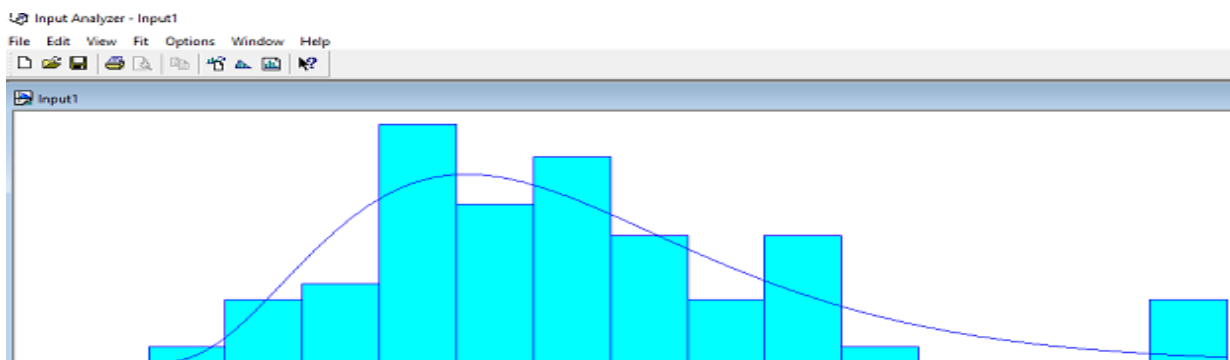
Tabla 2. Estadísticos para simulación en software Arena tasa de llegada

Estadístico	Valor
n	200
Mínimo	0
Máximo	16
P-value	0.211489
Error Medio Cuadrático	0.0167
Distribución	Weibull
Parámetros de Forma/Escala	1.62109/3.62823

Nota: * principales estadísticos de ajuste de distribución para datos de llegadas

Utilizando Input Analyzer del software Arena Simulation, pudo ajustarse la serie de datos registrados para los tiempos de llegadas de los 200 usuarios analizados a la sucursal bancaria objeto de estudio. La distribución probabilística a la que de mejor forma se ajustaron los datos fue a la distribución Weibull, con una significancia de 0.211489 sobrepasando el 0.05 sugerido para un ajuste estadísticamente significativo. Los datos fueron ajustados a cada distribución, utilizando la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov.

6.2 Datos para el Servidor 1

Figura 6. Distribución de tiempos de servicio para servidor 1

De acuerdo a la Figura 6, los datos para los tiempos de atención del servidor 1 fueron ajustados a una distribución de probabilidad Erlang.

Tabla 3. Estadísticos para simulación en software Arena para servidor 1

Estadístico	Valor
n	73
Mínimo	2
Máximo	15
P-value	0.374246
Error Medio Cuadrático	0.014
Distribución	Erlang
Parámetros de Forma/Escala	7.0/1.0

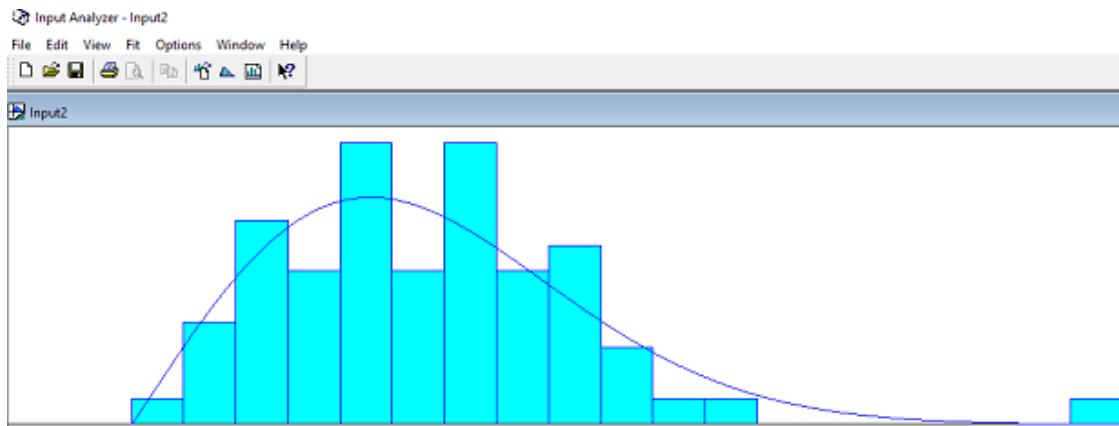
Nota: * principales estadísticos de ajuste de distribución para tiempos de servicio de cajero 1

La serie de datos registrados para los tiempos de servicio en la ventanilla 1 de los 73 usuarios atendidos se ajustaron a una distribución Erlang, donde el mínimo tiempo de atención fue de dos minutos y el máximo de 15 minutos. Los datos fueron ajustados de manera significativa puesto que p-value fue >0.05 .

La prueba de bondad de ajuste para los registros de tiempo de atención del servidor 1 fue la prueba Kolmogorov-Smirnov.

6.3 Datos para el Servidor 2

Figura 7. Distribución de tiempos de servicio para servidor 2



De acuerdo a la Figura 7, los datos para los tiempos de atención del servidor 2 fueron ajustados a una distribución de probabilidad Weibull.

Tabla 4. Estadísticos para simulación en software Arena para servidor 2

Estadístico	Valor
n	66
Mínimo	2
Máximo	20
P-value	0.664132
Error Medio Cuadrático	0.009
Distribución	Weibull
Parámetros de Forma/Escala	2.53797/8.08286

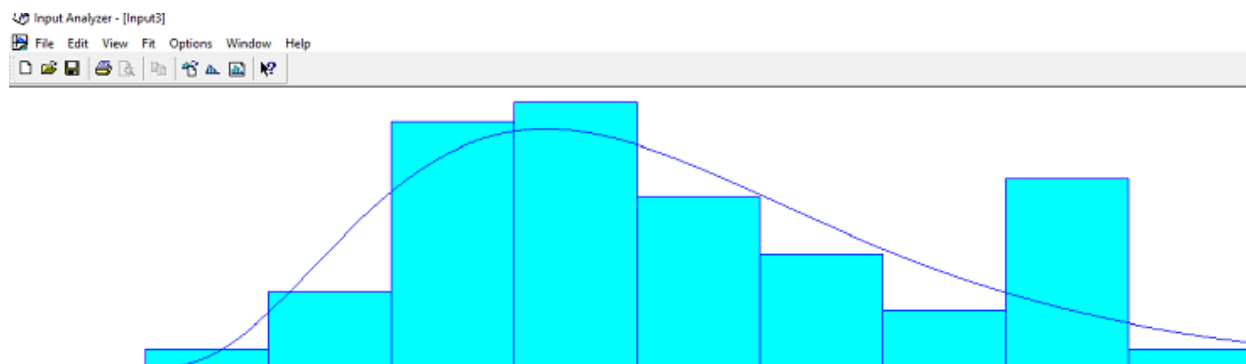
Nota: * principales estadísticos de ajuste de distribución para tiempos de servicio de cajero 2

La serie de datos registrados para los tiempos de servicio en la ventanilla 2 de los 66 usuarios atendidos se ajustaron a una distribución Weibull, donde el mínimo tiempo de atención fue de dos minutos y el máximo de 20 minutos. Los datos fueron ajustados de manera significativa puesto que p-value fue >0.05 .

La prueba de bondad de ajuste para los registros de tiempo de atención del servidor 2 fue la prueba Kolmogorov-Smirnov.

6.4 Datos para el Servidor 3

Figura 8. Distribución de tiempos de servicio para servidor 3



De acuerdo a la Figura 8, los datos para los tiempos de atención del servidor 3 fueron ajustados a una distribución de probabilidad Lognormal.

Tabla 5. Estadísticos para simulación en software Arena para servidor 3

Estadístico	Valor
n	61
Media	6.84564
Desviación Estándar	2.07622
Mínimo	3
Máximo	11
P-value	0.176705
Error Medio Cuadrático	0.016
Distribución	Lognormal
Parámetros de escala log: media/log: desv. estándar	1.87961/0.296644

Nota: * principales estadísticos de ajuste de distribución para tiempos de servicio de cajero 3

La serie de datos registrados para los tiempos de servicio en la ventanilla 3 de los 61 usuarios atendidos se ajustaron a una distribución Lognormal, e indicaron que hubo una media de

atención por parte del cajero 3, de 6.84564 minutos, donde el mínimo tiempo de atención fue de 3 minutos y el máximo de 11 minutos. Los datos fueron ajustados de manera significativa puesto que p-value fue >0.05 .

La prueba de bondad de ajuste para los registros de tiempo de atención del servidor 2 fue la prueba Kolmogorov-Smirnov.

6.5 Modelo

En este trabajo se hizo uso de la simulación en el Software Arena Simulation V16.1, buscando modelar el comportamiento inicial del sistema de líneas de espera en la sucursal bancaria objeto de estudio, todo con la finalidad de conseguir el balance entre los tiempos de llegada y tiempos de servicio que permitieran minimizar los costos inherentes al servicio.

En otros términos, la problemática identificada en el banco se redujo al balance entre los costos del servicio y los costos asociados a la espera que se incurre por hacer permanecer a un usuario en cola.

$\text{Min } E(C_T) = E(C_W) + E(C_S)$ Tomado de: [2] [7]

$E(C_T)$: Costo esperado total.

$E(C_W)$: Costo esperado en espera.

$E(C_S)$: Costo esperado en el servicio.

El costo esperado de servir es proporcional al número de servidores, es decir:

$E(C_S) = K C_s$ Tomado de: [2] [7]

Donde:

K: Número de servidores

C_s : Costo del servidor en la unidad de tiempo.

El costo esperado por esperar

$$E(C_w) = C_w \lambda W = C_w L$$

Donde:

C_w : Costo de espera en la unidad de tiempo.

λ : Tasa de llegadas.

W : Tiempo de espera en el sistema.

L : Longitud del sistema.

El modelo de costos

$$\text{Min } E(C_T) = K C_S + C_w L \text{ Tomado de: [2] [7]}$$

6.6 Datos de Entrada en el Modelo Formulado

Se tiene de la sucursal bancaria analizada una tasa de llegada de clientes cumpliéndose la siguiente información de los registros: datos ajustados a una distribución de probabilidad Weibull con parámetro de forma 1.62109, y parámetro de escala 3.62823.

El porcentaje de clientes según su tipo que arribaron y fueron atendidos en la sucursal se muestran a continuación:

Tipo 1: 18%

Tipo 2: 72%

Tipo 3: 10%

Horario laboral: 8:00 A.M - 6:00 PM

Salario de cada servidor mensual: \$2.300.300,00 COP

Salario de cada servidor por hora: \$7.667,70 COP

Tiempo de simulación: Desde las 8:00 AM a 10:15:AM

6.7 Descripción de la Disciplina del Modelo Formulado

Los usuarios cuyos tiempos fueron recolectados, llegaron a la entidad y según su tipo fueron direccionados a las cajas o ventanillas donde pudieron recibir atención de la siguiente manera: en las cajas 1 y 2, debía darse prioridad a los clientes de tipo 1. Es decir, en cola para clientes de tipo 1 y 2 entraban primero a la caja que estuviera desocupada (de las cajas 1 o 2), el cliente que llegara y fuese de tipo 1, aun cuando hubiese cliente de tipo 2 esperando era atendido con prioridad. El cliente de tipo 3 o preferencial tenía una caja o ventanilla especial para él, que era la ventanilla 3. En caso de que la ventanilla 3, estuviera ocupada con otros clientes del mismo tipo, es decir tipo 3, estos podían ser atendidos con segundo orden de prioridad después de los de tipo 1, en las ventanillas 1 y 2, donde hubiese la disponibilidad si no había clientes en atención de tipo 1 en ese momento, es decir, si la ventanilla 1 estaba ocupada con un cliente de tipo 1, y la ventanilla 3 estaba ocupada con un cliente de tipo 3, la ventanilla 2 debía de darle prioridad al cliente de tipo 3 por encima del tipo 2 sino hay tipo 1 que hubiese llegado en ese momento.

6.8 Elementos del Modelo en Arena Simulation

6.8.1 *Entrada*

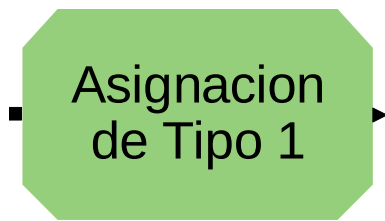
Elemento que permitió en la estructuración del modelo, ingresar la tasa de llegadas de clientes a la sucursal bancaria mediante la distribución Weibull (1.62109, 3.62823).

Figura 9. *Comando entrada Arena***6.8.2 Decisión**

Elemento que permitió en la estructuración del modelo, decidir sobre la asignación de clientes según su tipo y porcentaje de arribo a las distintas filas del banco.

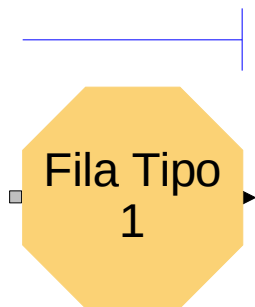
Figura 10. *Comando decisión Arena***6.8.3 Asignación**

Elemento que permitió en la estructuración del modelo, asignar que clientes iban a ser orientados a cada tipo de fila según su tipo.

Figura 11. *Comando asignación Arena*

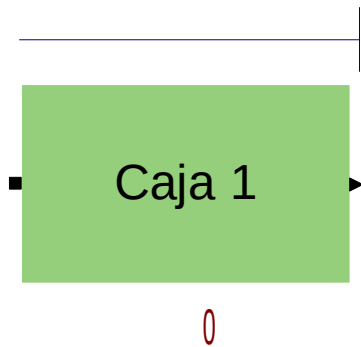
6.8.4 *Fila*

Elemento que permitió en la estructuración del modelo, generar los diferentes tipos de filas según los tipos de clientes que iban arribando a la sucursal.

Figura 12. *Comando fila Arena*

6.8.5 *Proceso*

Elemento que permitió en la estructuración del modelo, establecer las ventanillas o cajas donde finalmente el cliente fue atendido dentro del sistema de espera en la entidad bancaria.

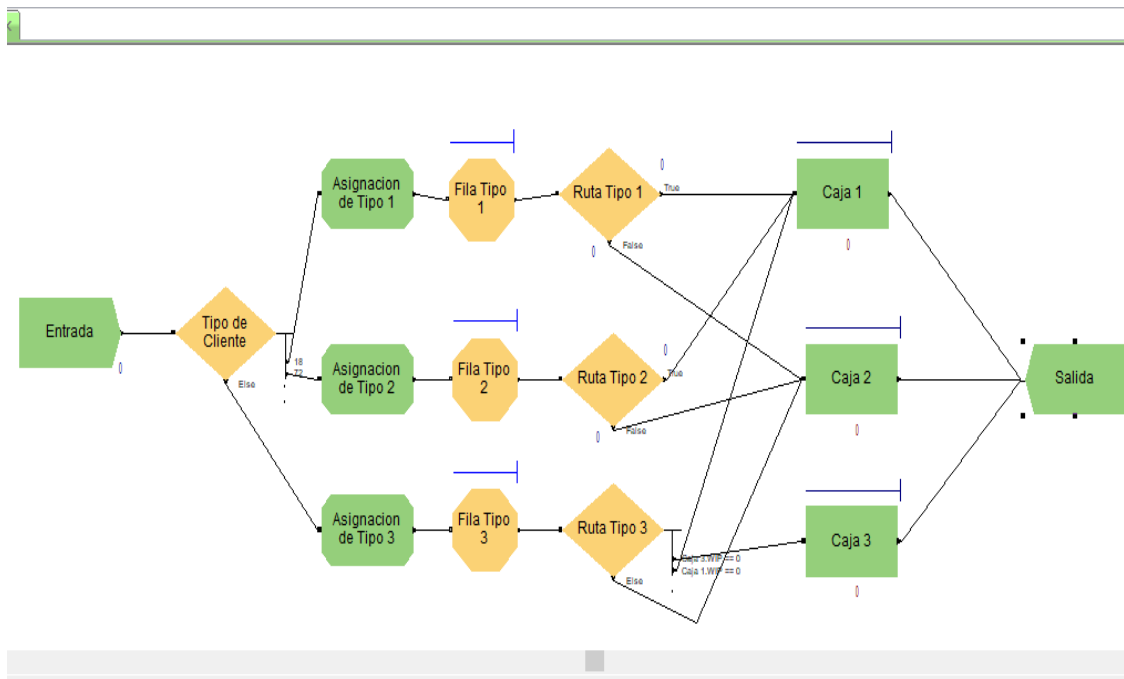
Figura 13.*Comando proceso Arena***6.8.6 Dispose**

Elemento que permitió en la estructuración del modelo, establecer el nodo final o punto de salida de los clientes del banco una vez fueron atendidos.

Figura 14.*Comando dispose Arena***6.9 Modelo del Sistema Original**

El sistema de líneas de espera de la sucursal bancaria analizada se configuró de acuerdo a la capacidad instalada con la cual contaba la sucursal bancaria en el momento del estudio.

Las relaciones entre nodos, representan los eventos posibles de acuerdo a la disciplina del mismo sistema con base al tipo de cliente y prioridad para cada uno de ellos.

Figura 15.Modelo de sistema de líneas de espera Arena

Cabe mencionar que dentro de las sintaxis utilizadas para programar las relaciones que orientaran a los clientes simulados se fundamentó con base a los posibles sucesos en los nodos de ruta, es decir lo que debía hacer un cliente si en la caja en la que debería recibir atención estaba ocupada con otro cliente del mismo tipo. Por ejemplo: $\text{Caja 1.WIP} == 0$, la sintaxis aplicable para el nodo de decisión Ruta Tipo 2, significa que, en caso de que la caja 1 no haya proceso de atención alguno el cliente puede dirigirse hacia esta caja sin ninguna restricción, de lo contrario debería dirigirse directo hacia la caja 2.

6.9.1 Resultados de la Simulación del Sistema Original

Tabla 6. Resultados de la simulación inicial Arena.

Medidas de Eficiencia del Sistema	
Tiempo Promedio en Proceso	6.97 min
Tiempo Promedio de Espera	10.90 min
Tiempo Promedio en Sistema	17.87 min
WIP	6.25 clientes
Tiempo Promedio de Espera Tipo 1	2.74 min
Tiempo Promedio de Espera Tipo 2	14.57 min
Tiempo Promedio de Espera Tipo 3	0.32 min
Promedio Clientes en Cola Tipo 1	0.17 clientes
Promedio Clientes en Cola Tipo 2	3.77 clientes
Promedio Clientes en Cola Tipo 3	0.01 clientes
Utilización Servidor 1	94.33%
Utilización Servidor 2	91.72%
Utilización Servidor 3	20.21%
Clientes Atendidos	56
Costo Total	186.663,00

Nota: * medidas de eficiencias del sistema de la entidad bancaria analizada.

De acuerdo a la Tabla 6 pudo concluirse que, la tasa de utilización de la configuración actual es mayor al 90% en las cajas 1 y 2. Partiendo de lo anterior, es necesario para la entidad bancaria evaluar la conveniencia de aumentar el número de servidores, ya que en Caja 1 y Caja 2, la demanda de servicio se encontró a límite de superar la capacidad de servicio brindada por los servidores 1 y 2.

El sistema de atención actual del banco para el horizonte de tiempo analizado procesó en promedio 6 clientes por ventanilla, con un promedio de tiempo de espera de 10.90 minutos y un tiempo promedio en proceso de 6.97 minutos. Si bien el servidor 1 fue el más utilizado, se observó que en la cola 2 permanecieron más clientes que en las demás, en promedio aproximadamente 4 clientes con un tiempo promedio por la misma línea de espera de 14.57 minutos.

Los clientes atendidos dados a partir de la simulación fueron 56 durante dos horas y 15 minutos de atención en el área de ventanillas de la sucursal, para un costo total de espera de 186.663,00.

En mejores condiciones podría hacerse un balanceo con respecto a la fila de tipo 3 puesto que el servidor 3 presenta una tasa de desocupación de 79.79%. Pero respetando que son políticas propias de la misma empresa debido a la situación actual de salud pública, se propuso en el presente trabajo plantear una solución respetando los parámetros ya establecidos para conservar la dinámica del sistema, pero mejorando su funcionalidad y minimizando el factor costo total, es decir aquel asociado a costos tanto de servicio como de espera.

6.10 Propuesta de Mejora para el Sistema

El modelo para simular la mejora propuesta de $k=5$ servidores, se construyó en Arena utilizando una configuración ampliada del modelo original identificado en el sistema de líneas de espera de la sucursal bancaria analizada. Lo anterior, permitió observar el comportamiento del sistema, con una capacidad de respuesta a la demanda incrementada en dos servidores.

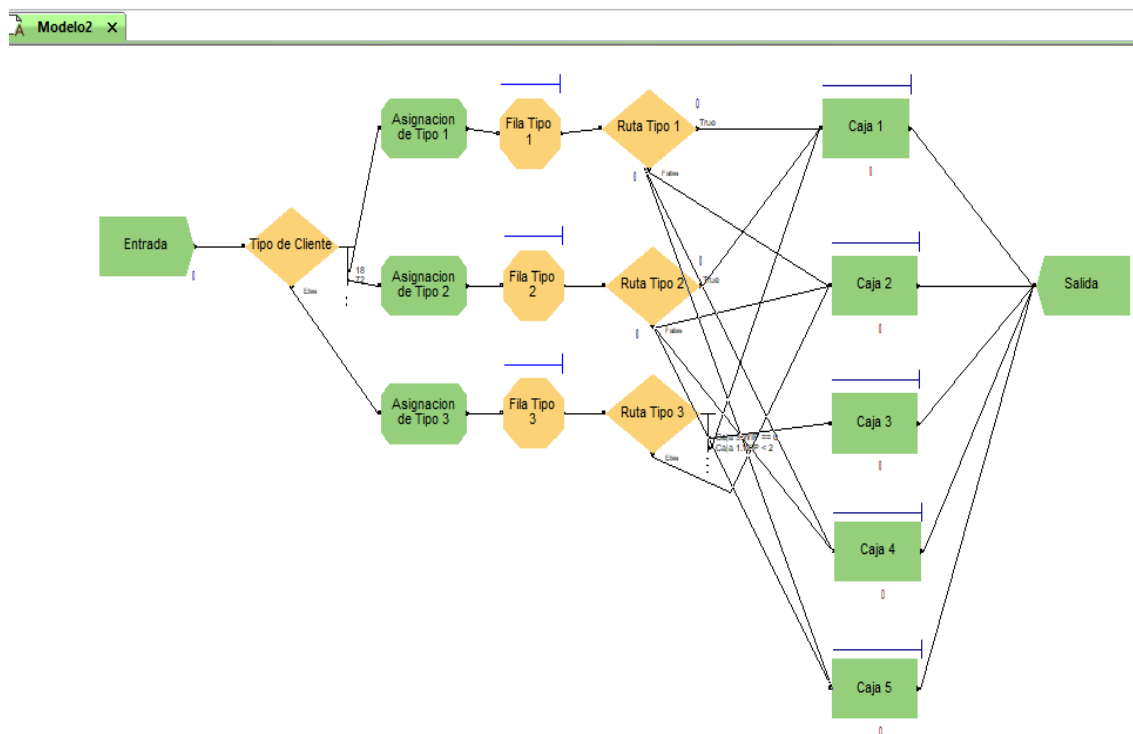
La propuesta de mejora realizada para el sistema de líneas de espera de la sucursal bancaria analizada comprende principalmente tres ejes:

1. Agilidad en la atención: independientemente del contexto en que se realizó el estudio, el mercado financiero ha crecido de manera significativa y la sucursal analizada no es ajena a esto, con tal auge de servicios, el aforo en la entidad bancaria se ha incrementado, es por esto que la propuesta de mejora planteada al sistema de líneas de espera buscó reducir el trabajo en proceso del sistema o WIP(Work in Progress), lo cual a su vez permitiera una disminución de clientes por cola y una maximización de clientes atendidos.

2. Disminución en el tiempo de atención de usuarios: atención rápida y oportuna es un componente que requiere de la optimización tanto de tiempo como de recurso, lo cual, se convertiría en una atención en menor tiempo de contarse con personal altamente capacitado y equilibrado en el área de servicio en las ventanillas de la sucursal bancaria. La propuesta planteada para el sistema de líneas de espera de la sucursal bancaria, buscó determinar bajo qué requerimientos de personal y configuración del sistema, este último hiciera posible la optimización del tiempo de atención, logrando impactar positivamente las otras medidas de eficiencia en la entidad.

3. Minimización de costos: en este eje de la propuesta de mejora planteada para el sistema de líneas de espera en la sucursal bancaria, se propuso estimar en qué proporción una ampliación del área de ventanillas en la sucursal disminuiría los costos asociados por la espera del cliente en el sistema de la entidad.

En la Figura 16, se observa el nuevo modelo anteriormente descrito. Tal modelo fue configurado con los mismos parámetros de entrada de los servidores 1 y 2 para los nuevos servidores simulados, quedando un sistema de líneas de espera mejorado con 5 servidores en su totalidad para dar respuesta a la demanda observada en el contexto en el que realizó el estudio.

Figura 16. *Modelo de mejora propuesto*

Para este nuevo modelo, adicionalmente se utilizó la regla de selección Preferred Order. Dicha regla, permitió en el modelo simular de manera integral el caso en que dos clientes llegaran para ser atendidos y si cada servidor no presentara WIP=0, tales clientes podrían dirigirse de forma ordenada a los servidores 4 y 5, esto significa que, los servidores creados respetarían las ordenes de prioridad para atender a los diferentes tipos de clientes.

6.10.1 Resultados de la Simulación de Mejora Propuesta para el Sistema

Tabla 7. *Resultados de la mejora propuesta.*

Medidas de Eficiencia del Sistema	
Tiempo Promedio en Proceso	6.97 min
Tiempo Promedio de Espera	0.37 min
Tiempo Promedio en Sistema	7.34 min
WIP	2.46 clientes
Tiempo Promedio de Espera Tipo 1	0.25 min

Medidas de Eficiencia del Sistema	
Tiempo Promedio de Espera Tipo 2	0.39 min
Tiempo Promedio de Espera Tipo 3	0.09 min
Promedio Clientes en Cola Tipo 1	0.01 clientes
Promedio Clientes en Cola Tipo 2	0.10 clientes
Promedio Clientes en Cola Tipo 3	0.004 clientes
Utilización Servidor 1	73.33%
Utilización Servidor 2	47.72%
Utilización Servidor 3	17.84%
Utilización Servidor Adicional 1	60.47%
Utilización Servidor Adicional 2	32.77%
Clientes Atendidos	63
Costo Total	\$116.643,00

Nota: * medidas de eficiencias del sistema mejorado para la entidad bancaria analizada.

De acuerdo a la Tabla 7, se observó una reducción considerable en los costos totales con respecto al sistema original, la cual fue de 37.51% pasando de \$186.663 a \$116.643 en las mismas 2 horas con 15 minutos simulados.

Otra inferencia importante de aplicar la mejora en el sistema a partir de la simulación desarrollada es que, el tiempo promedio de espera varió significativamente con respecto a lo evidenciado en la primera simulación. Si bien la incorporación de dos nuevos servidores requiere de hacer esfuerzos económicos en contratación de mano de obra, tal contratación permitiría reducir el tiempo promedio de espera de 10.90 minutos a 0.37 minutos. Esto representaría una satisfacción en el servicio por parte de los clientes si se considera que tal aspecto va relacionado con lo que el usuario permanece en espera previo a la atención que puede obtener en la caja designada para él.

La adquisición de dos servidores adicionales para las cajas 4 y 5 conlleva un costo por mano de obra. No obstante, la inversión es efectiva dada la reducción expuesta anteriormente ya que el tiempo de espera también cambió a un valor significativamente menor. El banco a través de su sistema mejorado de líneas de espera, podría llegar atender en promedio 3 clientes por ventanilla menos que al principio, pero con tasas de utilización de los servidores no tan sobresaturadas lo

cual, permitiría absorber de mejor forma intensas jornadas de trabajo para días igualmente concurridos como por ejemplo los viernes.

Adicionalmente, cabe mencionar que, la mejora propuesta le facilitaría a la entidad bancaria ir despejando de manera más eficiente personas atendidas puesto que el tiempo promedio de espera en el sistema pasaría de 17.87 minutos a 7.34 minutos lo que representa una disminución en tiempo dentro de las instalaciones de la entidad de aproximadamente 58.92%. Los clientes atendidos para el mismo tiempo de simulación fueron de 63, es decir 7 clientes de más. En una jornada completa de 10 horas por día bajo las mismas condiciones tal mejoramiento podría analizarse de mejor manera reflejando una eficiencia mayor del sistema.

Un aspecto importante que cabe mencionar de los resultados obtenidos para la propuesta planteada fue que, el trabajo a límite que estaban llevando los servidores 1 y 2 del modelo original con tasas de ocupación de 94.33% y 91.72% respectivamente, fue reducido a 73.33% y 47.72% lo cual permitiría absorber mejor las jornadas diarias de operación bancaria en cada servidor.

Conclusiones

Los resultados obtenidos e interpretados en el proyecto realizado, permitieron afianzar conocimientos obtenidos en la carrera de Ingeniería Industrial encontrando en un caso real como lo fue el análisis de la sucursal bancaria de la ciudad de Bucaramanga, la oportunidad de estructurar una problemática latente y compleja de solucionar por el auge creciente de productos y servicios financieros ofertados por el banco.

A través de modelos matemáticos como lo es la Teoría de Colas pudo determinarse que, para la sucursal objeto de estudio el tiempo promedio que un cliente permanece en espera es de 10.90 minutos y en el sistema de 17.87 minutos, lo que para el caso de estudio representó el rechazo a clientes que aleatoriamente fueron llegando a la entidad en algunas ocasiones, o mucha congestión en el sistema que bajo las condiciones en las que se realizó el estudio, era un punto crítico a tratar puesto que se buscaba el mayor distanciamiento social posible debido a la pandemia causada por el COVID-19.

Las medidas de eficiencias para la primera simulación en la que se configuró el sistema original reflejaron tasas de utilización sobrecargadas para los servidores 1 y 2 con porcentajes por encima del 90%, mientras que la tasa de utilización del servidor 3, fue de tan solo un 20.21%, esto de acuerdo a expertos consultados representó un desbalance en el servicio que para el tiempo de 2 horas con 15 minutos se presentará mayor tasa de servicio en los servidores de manera desproporcional, pudiéndose habilitar al tercer servidor para absorber la gran demanda que estaban teniendo los servidores 1 y 2.

El modelo de sistema de líneas de espera que se propuso bajo las condiciones y políticas del sistema original implementado por la entidad, permitió evidenciar que con $k=5$ servidores los tiempos tanto de espera en cola como de espera en el sistema fueron significativamente

disminuidos pasando de 10.90 minutos a 0.37 minutos para la espera en cola, y 17.87 minutos a 7.34 minutos de espera en el sistema.

De igual manera, el modelo mejorado permitió reducir en la simulación final los costos totales esperados en un 37.51%, los cuales para el caso de estudio estuvieron asociados a los costos de espera más los costos asociados al servicio.

En cuanto a los costos de espera (wait cost), comparando los mismos para cada simulación se evidenció una disminución del 96.0381196%, pasando de \$86.045 a \$3.409 para el espacio temporal analizado. En concerniente a los costos de servicio, la variación presentada para la franja temporal analizada fue del 12.3660734%, pasando de \$100.617 a \$113.054 lo cual dejó ver que un incremento del rubro de personal en atención en caja de dos servidores, permitió disminuir el tiempo promedio de espera en cola en forma considerable bajo las condiciones analizadas para la sucursal bancaria objeto de estudio.

Recomendaciones

De acuerdo al contexto que específicamente se estudió en la sucursal bancaria en la ciudad de Bucaramanga, una de las primeras recomendaciones se fundamenta en que la entidad debería tener un banco de datos históricos aproximados a los reales por el tema de confidencialidad, que permitiera simular soluciones aplicables dentro del sector financieros relacionados con los sistemas de líneas de espera.

La entidad bancaria debería tener alianzas de tipo colaborativo con la academia que le permitiera desarrollar laboratorios de simulación orientados a generar escenarios diferentes como el caso presentado por la pandemia producida por el COVID-19.

Si bien las medidas de bioseguridad que actualmente aplica el banco son entendibles, se recomienda a la entidad que sea un poco más flexible para realizar estudios que al final si se pudieran realizar en jornadas de mayor intervalo de tiempo dentro de cada turno de trabajo, la calidad de los resultados obtenidos podría ser de mejor calidad y más aproximados a la realidad del funcionamiento del sistema original.

Es de suma importancia para estudios de sistemas de líneas de espera que, la entidad bancaria realice un proceso de caracterización del tipo de usuario que visita sus instalaciones ya que a futuro este proceso podría entender de mejor manera el funcionamiento de su sistema de espera debido a la prioridad que por norma debe de aplicarse a cada cliente según su condición.

Referencias

- [1] E. Rodríguez, «Cómo reducir los tiempos de espera en las sucursales bancarias[Artículo de Blog],» 10 Mayo 2019. [En línea]. Available: <https://blog.cobiscorp.com/como-reducir-tiempos-espera-sucursales-bancarias>. [Último acceso: 31 Agosto 2020].
- [2] F. A. Gómez Jiménez, «Aplicación de teoría de colas en una entidad financiera: herramienta para el mejoramiento de los procesos de atención al cliente,» *Revista Universidad EAFIT*, vol. 44, n° 150, pp. 51-63, 2008.
- [3] C. H. Lovelock, «Mercadotecnia de servicios,» Primera ed., Ciudad de México, Prentice-Hall Hispanoamericana, 1997, pp. 217-222.
- [4] E. TOVAR MARTINEZ, «EL TIEMPO,» 30 Enero 2000. [En línea]. Available: <https://www.eltiempo.com/archivo/documento/MAM-1263524>. [Último acceso: 08 Agosto 31].
- [5] C. Chamorro Osorio y B. M. Suarez Ortega, «Repositorio Universidad Nacional Abierta y a Distancia,» 28 Septiembre 2018. [En línea]. Available: <https://repository.unad.edu.co/handle/10596/20491>. [Último acceso: 31 Agosto 2020].
- [6] L. M. PORTILLA, L. ARIAS MONTOYA y S. A. FERNÁNDEZ HENAO, «ANÁLISIS DE LÍNEAS DE ESPERA A TRAVÉS DE TEORÍA DE COLAS Y SIMULACIÓN, ANALYSIS OF WAITING LINES THROUGH QUEUE SYSTEMS AND SIMULATION,» *Scientia et Technica*, vol. 3, n° 46, pp. 56-61, 2010.

- [7] J. P. García Sabater, «Mi Official Site (porque yo también quiero tener un official site),» 2015. [En línea]. Available: <http://personales.upv.es/jpgarcia/linkedddocuments/teoriadecolasdoc.pdf>. [Último acceso: 10 Septiembre 2020].
- [8] R. BRONSON, «OPERATIONS RESEARCH,» México, Mc Graw Hill, 1982, pp. 266-296.
- [9] A. A. TAHA, de *Investigación de Operaciones*, Séptima ed., México, PEARSON EDUCACIÓN, 2004, pp. 579-689.
- [10] G. JIMÉNEZ LOZANO, de *INVESTIGACIÓN OPERATIVA II*, Manizales, Publicaciones Universidad Nacional de Colombia, 2002, pp. 49-92.
- [11] F. S. Hillier y G. J. Lieberman, de *Introducción a la investigación de operaciones*, Cuarta ed., México, Mc Graw Hill, 1998, pp. 679-713.
- [12] RAE, «REAL ACADEMIA ESPAÑOLA,» RAE, 2019. [En línea]. Available: <https://dle.rae.es/banco>. [Último acceso: 10 Septiembre 2020].
- [13] F. . S. Hillier y G. J. Lieberman, de *Introducción a la Investigación de Operaciones*, Novena ed., México, McGraw Hill, 2010, pp. 710-713.
- [14] Julián Pérez Porto y Ana Gardey, «Definición,» 2009. [En línea]. Available: <https://definicion.de/cliente/>.
- [15] V. . M. CHINGATÉ ÁVILA, «Repositorio Universidad Libre de Colombia,» 31 Enero 2012. [En línea]. Available: <https://repository.unilibre.edu.co/handle/10901/9066>. [Último acceso: 10 Septiembre 2020].

- [16] Departamento de Ingeniería de sistemas UNAM, «Ingsistemas-Simulación,» 2018.
[En línea]. Available:
<https://www.ingenieria.unam.mx/javica1/ingsistemas2/Simulacion/IntroSimulacion.htm>.
- [17] C. E. MARTÍNEZ ERASO, «Repositorio Institucional Universidad Javeriana Bogotá,» 2009. [En línea]. Available:
<https://repository.javeriana.edu.co/handle/10554/7286>. [Último acceso: 13 Septiembre 2020].
- [18] D. . R. Anderson, D. J. Sweeney, T. A. Williams, J. D. Camm y M. Kipp , de *MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LOS NEGOCIOS*, Decimo Primera ed., México, CENGAGE Learning, 2011, pp. 656-657.
- [19] SAS, «SAS,» 2013. [En línea]. Available:
https://www.sas.com/content/dam/SAS/es_co/doc/other1/bancolombia-caso-exito.pdf.
[Último acceso: 11 Septiembre 2020].
- [20] H. D. LERMA GONZÁLEZ, de *Metodología de la Investigación propuesta, anteproyecto y proyecto*, Bogotá, Eco ediciones, 2009, pp. 63-64.
- [21] J. Hurtado, «Metodología de la Investigación Holística,» Caracas, Fundación Sypal, 2000, p. 269.
- [22] . S. Aguilar-Barojas, «Fórmulas para el cálculo de la muestra en investigaciones de salud,» *SALUD EN TABASCO*, vol. 11, nº 1-2, pp. 333-338, 2005.
- [23] C. L. FLORES GARCÍA, C. L. LINARES ALVARENGA y J. . M. BONILLA IRAHETA, «Repositorio Institucional de la Universidad de El Salvador,» 8 Marzo 2017.

[En línea]. Available: <http://ri.ues.edu.sv/id/eprint/12510/>. [Último acceso: 13 Septiembre 2020].

- [24] J. Odirichukwu, T. Lekara y J. N. Odii , «BANKING QUEUE SYSTEM IN NIGERIA,» *Computing, Information Systems, Development Informatics & Allied Research Journal*, vol. 5, n° 1, pp. 95-106, 2014.
- [25] M. S. Rahman Chowdhury, «QUEUEING THEORY MODEL USED TO SOLVE THE WAITING LINE OF A BANK -A STUDY ON ISLAMI BANK BANGLADESH LIMITED, CHAWKBAZAR BRANCH, CHITTAGONG,» *ASIAN JOURNAL OF SOCIAL SCIENCES & HUMANITIES*, vol. 2, n° 3, pp. 468-478, 2013.
- [26] S. Ahmed, S. Rahaman, M. . A. Hamid y I. H. Moral, «Expected Actual Waiting Time and Service Delivery Evidence Using Queuing Theory in Selected Banking Institutions in Bangladesh,» *Journal of International Business and Management*, pp. 1-14, 2018.
- [27] S. Malik, N. Akhtar, S. Shoukat y S. Javed, «A Study of Different Factors in Single and Multiple Server Queuing Models in Banking System,» *UW Journal of Science and Technology*, vol. 2, pp. 43-48, 2018.
- [28] T. Cremonini Entringer, «SIMULATION AND ANALYSIS OF QUEUES IN BANKS: A CASE STUDY OF AN AGENCY IN THE SOUTHERN STATE OF RIO DE JANEIRO,» *INDEPENDENT JOURNAL OF MANAGEMENT & PRODUCTION (IJM&P)*, vol. 11, n° 3, pp. 892-907, 2020.

Apéndices

Apéndice A. Primera toma de muestras

Cliente	Tiempo entre llegadas	Hora de llegada	Hora de atención	Hora de salida	Tiempo de Servicio	Cajero
1	0	8:07:00	8:07:00	8:12:00	5	1
2	2	8:09:00	8:09:00	8:17:00	8	2
3	9	8:18:00	8:18:00	8:23:00	5	3
4	2	8:20:00	8:20:00	8:23:00	3	1
5	0	8:20:00	8:20:00	8:26:00	6	2
6	10	8:30:00	8:30:00	8:35:00	5	1
7	4	8:34:00	8:34:00	8:38:00	4	2
8	1	8:35:00	8:35:00	8:44:00	9	3
9	2	8:37:00	8:37:00	8:40:00	3	1
10	0	8:37:00	8:38:00	8:44:00	6	2
11	0	8:37:00	8:40:00	8:45:00	5	1
12	13	8:50:00	8:50:00	8:58:00	8	1
13	3	8:53:00	8:53:00	8:56:00	3	2
14	3	8:56:00	8:56:00	9:00:00	4	3
15	1	8:57:00	8:57:00	9:05:00	8	2
16	5	9:02:00	9:02:00	9:10:00	8	1
17	3	9:05:00	9:05:00	9:11:00	6	3
18	0	9:05:00	9:05:00	9:13:00	8	2
19	3	9:08:00	9:10:00	9:15:00	5	1
20	4	9:12:00	9:12:00	9:17:00	5	3
21	4	9:16:00	9:16:00	9:20:00	4	2
22	2	9:18:00	9:18:00	9:25:00	7	1
23	0	9:18:00	9:18:00	9:23:00	5	3
24	10	9:28:00	9:28:00	9:33:00	5	2
25	2	9:30:00	9:30:00	9:34:00	4	1
26	1	9:31:00	9:31:00	9:37:00	6	3
27	9	9:40:00	9:40:00	9:48:00	8	1
28	0	9:40:00	9:40:00	9:45:00	5	2
29	0	9:40:00	9:40:00	9:50:00	10	3
30	2	9:42:00	9:45:00	9:54:00	9	2
31	5	9:47:00	9:48:00	9:56:00	8	1
32	2	9:49:00	9:50:00	10:10:00	10	3

33	1	9:50:00	9:54:00	10:05:00	11	2
34	5	9:55:00	9:56:00	10:07:00	11	1
35	0	9:55:00	10:00:00	10:10:00	10	3
36	0	9:55:00	10:05:00	10:10:00	5	2
37	2	9:57:00	10:07:00	10:14:00	7	1
38	4	10:01:00	10:10:00	10:15:00	5	2
39	4	10:05:00	10:10:00	10:18:00	8	3
40	5	10:10:00	10:14:00	10:21:00	7	1

Apéndice B. Segunda toma de muestras

Cliente	Tiempo entre llegada	Hora de llegada	Hora de atención	Hora de salida	Tiempo de Servicio	Cajero
1	0	8:10:00	8:10:00	8:16:00	6	1
2	2	8:12:00	8:12:00	8:18:00	6	2
3	3	8:15:00	8:15:00	8:19:00	4	3
4	3	8:18:00	8:18:00	8:22:00	4	1
5	0	8:18:00	8:18:00	8:24:00	6	2
6	0	8:18:00	8:19:00	8:26:00	7	3
7	7	8:25:00	8:25:00	8:30:00	5	1
8	3	8:28:00	8:28:00	8:34:00	6	2
9	2	8:30:00	8:30:00	8:35:00	5	3
10	8	8:38:00	8:38:00	8:40:00	2	1
11	3	8:41:00	8:41:00	8:43:00	2	2
12	4	8:45:00	8:45:00	8:50:00	5	3
13	3	8:48:00	8:48:00	8:51:00	3	1
14	2	8:50:00	8:50:00	8:55:00	5	3
15	0	8:50:00	8:50:00	8:54:00	4	2
16	2	8:52:00	8:52:00	8:56:00	4	1
17	3	8:55:00	8:55:00	8:58:00	3	2
18	0	8:55:00	8:55:00	9:02:00	7	3
19	2	8:57:00	8:57:00	9:03:00	6	1
20	1	8:58:00	8:58:00	9:05:00	7	2
21	0	8:58:00	9:02:00	9:08:00	6	3
22	3	9:01:00	9:03:00	9:10:00	7	1
23	3	9:04:00	9:05:00	9:15:00	10	2
24	2	9:06:00	9:08:00	9:14:00	6	3
25	2	9:08:00	9:10:00	9:14:00	4	1

26	3	9:11:00	9:14:00	9:22:00	8	3
27	1	9:12:00	9:15:00	9:23:00	8	2
28	13	9:25:00	9:25:00	9:28:00	3	1
29	0	9:25:00	9:25:00	9:33:00	8	2
30	4	9:29:00	9:29:00	9:37:00	8	3
31	1	9:30:00	9:30:00	9:35:00	5	1
32	2	9:32:00	9:33:00	9:36:00	3	2
33	2	9:34:00	14:45:00	9:42:00	7	1
34	1	9:35:00	9:36:00	9:43:00	7	2
35	4	9:39:00	9:39:00	9:43:00	4	3
36	10	9:49:00	9:49:00	9:55:00	6	1
37	3	9:52:00	9:52:00	10:01:00	9	2
38	5	9:57:00	9:57:00	10:06:00	9	1
39	5	10:02:00	10:02:00	10:10:00	8	2
40	3	10:05:00	10:05:00	10:15:00	10	3

Apéndice C. *Tercera toma de muestras*

Cliente	Tiempo entre llegada	Hora de llegada	Hora de atención	Hora de salida	Tiempo de Servicio	Cajero
1	0	8:15:00	8:15:00	8:20:00	5	1
2	2	8:17:00	8:17:00	8:21:00	4	2
3	1	8:18:00	8:18:00	8:24:00	6	3
4	2	8:22:00	8:22:00	8:30:00	8	1
5	0	8:22:00	8:22:00	8:34:00	12	2
6	2	8:24:00	8:24:00	8:29:00	5	3
7	4	8:28:00	8:29:00	8:35:00	6	3
8	2	8:30:00	8:30:00	8:34:00	4	1
9	4	8:34:00	8:34:00	8:39:00	5	1
10	0	8:34:00	8:34:00	8:40:00	6	2
11	1	8:35:00	8:35:00	8:41:00	6	3
12	2	8:37:00	8:39:00	8:46:00	7	1
13	2	8:39:00	8:40:00	8:45:00	5	2
14	0	8:39:00	8:41:00	8:50:00	9	3
15	3	8:42:00	8:45:00	8:51:00	6	2
16	0	8:42:00	8:46:00	8:52:00	6	1
17	2	8:44:00	8:50:00	8:53:00	3	3
18	3	8:47:00	8:51:00	8:55:00	4	2

19	1	8:48:00	8:52:00	9:00:00	8	1
20	2	8:50:00	8:53:00	9:00:00	7	3
21	8	8:58:00	8:58:00	9:05:00	7	2
22	1	8:59:00	9:00:00	9:07:00	7	1
23	4	9:03:00	9:03:00	9:13:00	10	3
24	4	9:07:00	9:07:00	9:18:00	11	2
25	2	9:09:00	9:09:00	9:15:00	6	1
26	5	9:14:00	9:14:00	9:18:00	4	3
27	2	9:16:00	9:16:00	9:22:00	6	1
28	1	9:17:00	9:18:00	9:24:00	6	3
29	3	9:20:00	9:20:00	9:30:00	10	2
30	2	9:22:00	9:22:00	9:27:00	5	1
31	1	9:23:00	9:24:00	9:33:00	9	3
32	2	9:25:00	9:27:00	9:35:00	8	1
33	4	9:29:00	9:30:00	9:40:00	10	2
34	9	9:38:00	9:38:00	9:48:00	10	1
35	12	9:50:00	9:50:00	10:05:00	15	1
36	8	9:58:00	9:58:00	10:07:00	9	2
37	4	10:02:00	10:02:00	10:10:00	8	3
38	2	10:04:00	10:05:00	10:15:00	10	1
39	0	10:04:00	10:07:00	10:20:00	13	2
40	7	10:11:00	10:11:00	10:21:00	10	3

Apéndice D. Cuarta toma de muestras

Cliente	Tiempo entre llegada	Hora de llegada	Hora de atención	Hora de salida	Tiempo de Servicio	Cajero
1	0	8:05:00	8:05:00	8:12:00	7	1
2	6	8:11:00	8:11:00	8:20:00	9	2
3	4	8:15:00	8:15:00	8:22:00	7	1
4	3	8:18:00	8:08:18	8:23:00	5	3
5	3	8:21:00	8:21:00	8:30:00	9	2
6	3	8:24:00	8:24:00	8:29:00	5	1
7	3	8:27:00	8:27:00	8:33:00	6	3
8	4	8:31:00	8:31:00	8:40:00	9	1
9	0	8:31:00	8:31:00	8:36:00	5	2
10	6	8:37:00	8:37:00	8:44:00	7	2
11	2	8:39:00	8:39:00	8:45:00	6	3
12	2	8:41:00	8:41:00	8:48:00	7	1
13	1	8:42:00	8:44:00	8:50:00	6	2

14	3	8:45:00	8:45:00	8:52:00	7	3
15	1	8:46:00	8:48:00	8:58:00	10	1
16	9	8:55:00	8:55:00	9:01:00	6	2
17	0	8:05:00	8:55:00	9:05:00	10	3
18	2	8:57:00	8:58:00	9:07:00	9	1
19	13	9:10:00	9:10:00	9:15:00	5	1
20	2	9:12:00	9:12:00	9:20:00	8	2
21	2	9:14:00	9:14:00	9:19:00	5	3
22	1	9:15:00	9:15:00	9:22:00	7	1
23	3	9:18:00	9:19:00	9:27:00	8	3
24	3	9:21:00	9:21:00	9:25:00	4	2
25	7	9:28:00	9:28:00	9:33:00	5	1
26	1	9:29:00	9:29:00	9:40:00	11	2
27	4	9:33:00	9:33:00	9:39:00	6	1
28	2	9:35:00	9:35:00	9:40:00	5	3
29	3	9:38:00	9:39:00	9:45:00	6	1
30	1	9:39:00	9:40:00	9:50:00	10	2
31	3	9:42:00	9:42:00	9:50:00	8	3
32	2	9:44:00	9:45:00	10:00:00	15	1
33	2	9:46:00	9:50:00	10:01:00	11	3
34	2	9:48:00	9:50:00	10:00:00	10	2
35	6	9:54:00	10:00:00	10:15:00	15	1
36	3	9:57:00	10:00:00	10:10:00	10	2
37	3	10:00:00	10:01:00	10:08:00	7	3
38	14	10:14:00	10:14:00	10:22:00	8	2
39	0	10:14:00	10:14:00	10:20:00	6	3
40	2	10:16:00	10:16:00	10:24:00	8	1

Apéndice E. *Quinta toma de muestras*

Cliente	Tiempo entre llegada	Hora de llegada	Hora de atención	Hora de salida	Tiempo de Servicio	Cajero
1	0	8:11:00	8:11:00	8:16:00	5	1
2	2	8:13:00	8:13:00	8:19:00	6	2
3	1	8:14:00	8:14:00	8:20:00	6	3
4	6	8:20:00	8:20:00	8:30:00	10	1
5	3	8:23:00	8:23:00	8:26:00	3	2
6	0	8:23:00	8:23:00	8:29:00	6	3
7	2	8:25:00	8:26:00	8:30:00	4	2

8	0	8:25:00	8:29:00	8:34:00	5	3
9	4	8:29:00	8:30:00	8:40:00	10	1
10	4	8:33:00	8:33:00	8:39:00	6	2
11	4	8:37:00	8:37:00	8:44:00	7	3
12	4	8:41:00	8:08:41	8:50:00	9	1
13	1	8:42:00	8:42:00	8:50:00	8	2
14	0	8:42:00	8:44:00	8:51:00	7	3
15	0	8:42:00	8:50:00	9:00:00	10	1
16	9	8:51:00	8:51:00	9:00:00	9	2
17	3	8:54:00	8:54:00	9:01:00	7	3
18	0	8:54:00	9:00:00	9:05:00	5	1
19	16	9:10:00	9:10:00	9:15:00	5	1
20	5	9:15:00	9:15:00	9:22:00	7	2
21	2	9:17:00	9:17:00	9:24:00	7	1
22	0	9:17:00	9:17:00	9:22:00	5	3
23	5	9:20:00	9:22:00	9:30:00	8	2
24	2	9:22:00	9:22:00	9:29:00	7	3
25	3	9:25:00	9:25:00	9:31:00	6	1
26	5	9:30:00	9:30:00	9:40:00	10	3
27	0	9:30:00	9:30:00	9:38:00	8	2
28	5	9:35:00	9:35:00	9:41:00	6	1
29	2	9:37:00	9:38:00	9:42:00	4	2
30	3	9:40:00	9:40:00	9:45:00	5	3
31	1	9:41:00	9:41:00	9:50:00	10	1
32	2	9:43:00	9:43:00	9:50:00	7	2
33	2	9:45:00	9:45:00	9:51:00	6	3
34	0	9:45:00	9:50:00	10:00:00	10	1
35	3	9:48:00	9:50:00	10:00:00	10	2
36	7	9:55:00	9:55:00	10:05:00	10	3
37	3	9:58:00	10:00:00	10:15:00	15	1
38	0	9:58:00	10:00:00	10:20:00	20	2
39	3	10:01:00	10:05:00	10:15:00	10	3
40	2	10:03:00	10:15:00	10:22:00	7	1

Apéndice H. Tasa de utilización de modelo mejorado

Modelo2 - Run Mode x

Command

ASSIGN ASSIGN modifies the value of a variable or entity attribute. Syntax: ASSIGN Variable = Value

Identifier	Average	Half-width	Minimum	Maximum	# Replications
Cliente.NumberIn	66.400	1.4623	48.000	82.000	100
Cliente.NumberOut	63.480	1.3797	47.000	78.000	100
Servidor 2AD.NumberSeized	8.9400	.52432	3.0000	16.000	100
Servidor 2AD.ScheduledUtilization	.32774	.02047	.10645	.56773	100
Servidor 2AD.BusyCost	7936.7	507.50	2652.7	14147.	100
Servidor 2AD.IdleCost	.00000	.00000	.00000	.00000	100
Servidor 2AD.UsageCost	.00000	.00000	.00000	.00000	100
Servidor 1AD.NumberSeized	17.590	.44268	12.000	22.000	100
Servidor 1AD.ScheduledUtilization	.60465	.01598	.40859	.75492	100
Servidor 1AD.BusyCost	14724.	381.76	10182.	18511.	100
Servidor 1AD.IdleCost	.00000	.00000	.00000	.00000	100
Servidor 1AD.UsageCost	.00000	.00000	.00000	.00000	100
Servidor 1.NumberSeized	21.180	.40340	16.000	26.000	100
Servidor 1.ScheduledUtilization	.73334	.01091	.59908	.82490	100
Servidor 1.BusyCost	17903.	277.66	14887.	20181.	100
Servidor 1.IdleCost	.00000	.00000	.00000	.00000	100
Servidor 1.UsageCost	.00000	.00000	.00000	.00000	100
Servidor 3.NumberSeized	5.2100	.39822	1.0000	10.000	100
Servidor 3.ScheduledUtilization	.17843	.01328	.04077	.33385	100
Servidor 3.BusyCost	4361.6	331.37	1015.9	8319.5	100
Servidor 3.IdleCost	.00000	.00000	.00000	.00000	100
Servidor 3.UsageCost	.00000	.00000	.00000	.00000	100
Servidor 2.NumberSeized	13.240	.46253	5.0000	19.000	100
Servidor 2.ScheduledUtilization	.47721	.01831	.28433	.69637	100
Servidor 2.BusyCost	11600.	463.37	7085.3	17232.	100
Servidor 2.IdleCost	.00000	.00000	.00000	.00000	100
Servidor 2.UsageCost	.00000	.00000	.00000	.00000	100
All Entities.VACost	1.1305E+5	2732.5	84515.	1.4037E+5	100
All Entities.NVACost	.00000	.00000	.00000	.00000	100
All Entities.WaitCost	3409.1	696.06	.00000	19299.	100
All Entities.TranCost	.00000	.00000	.00000	.00000	100
All Entities.OtherCost	.00000	.00000	.00000	.00000	100
All Entities.TotalCost	1.1646E+5	3135.0	86427.	1.4759E+5	100
All Resources.BusyCost	56526.	1366.2	42256.	70186.	100

Apéndice I. *Costos totales modelo mejorado*