

**EVALUACION DEL RENDIMIENTO HIDROLOGICO POR MEDIO DE LA
HERRAMIENTA BUDYKO FRAMEWORK EN CUENCAS NO
INSTRUMENTADAS**

**MARIA DE LOS ÁNGELES REYES TORRES
CÓDIGO: 2095100**

**UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
FACULTAD DE INGENIERÍA AMBIENTAL
BOGOTÁ D.C., COLOMBIA
2018**

**EVALUACION DEL RENDIMIENTO HIDROLOGICO POR MEDIO DE LA
HERRAMIENTA BUDYKO FRAMEWORK EN CUENCAS NO
INSTRUMENTADAS**

**MARÍA DE LOS ÁNGELES REYES TORRES
CÓDIGO: 2095100**

**PROYECTO DE GRADO PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGERÍA
AMBIENTAL**

**DIRECTOR:
MIGUEL ÁNGEL CAÑON RAMOS
INGENIERO AMBIENTAL
MSC(C) EN HIDROSISTEMAS**

**UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
FACULTAD DE INGENIERÍA AMBIENTAL
BOGOTÁ D.C., COLOMBIA
2018
PÁGINA DE ACEPTACIÓN**

NOTA DE ACEPTACIÓN

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Ciudad y fecha de presentación

DEDICATORÍA Y AGRADECIMIENTOS

A Dios, tu amor y tu bondad no tienen fin, me permites sonreír ante todos mis logros que son resultado de tu ayuda. Gracias por estar presente no solo en esta etapa tan importante de mi vida, sino en todo momento, ofreciéndome lo mejor y buscando de mí ser un mejor ser humano. A ti Madre mía por ser el motor y fuerza para salir adelante y enfrentar cualquier circunstancia de la vida. A mis compañeros USTA, ya que en cada momento vivido durante todos estos años aprendí mucho de ellos, pues del tiempo que pasamos juntos me llevo experiencias y enseñanzas únicas, que aportarán significativamente a mi vida profesional.

Simplemente GRACIAS.

Maria Reyes T.

TABLA DE CONTENIDO

1. MARCO CONTEXTUAL	15
1.1 Descripción del área de estudio	15
1.2 Planteamiento del problema	16
2. OBJETIVOS.....	17
2.1 Objetivo general.....	17
2.2 Objetivos específicos.....	17
3. MARCO TEÓRICO	17
3.1 Procesamiento de la información.....	18
3.2 Balance hídrico.....	19
3.3 Budyko Framework.....	21
4. METODOLOGÍA	23
4.1 Fase 1	23
4.1.1 Selección del área de estudio	24
4.1.2 Selección de estaciones.....	24
4.1.3 Análisis de consistencia de la información	24
4.1.4 Estimación de datos faltantes.....	25
4.1.6 Ajuste a funciones de distribución teórica.....	27
4.2 Fase 2	28
4.2.1 Estimación de momentos estadísticos	28
4.2.2 Interpolación IDW.....	29
4.2.3 Isotermas	29
4.2.4 Balance Hídrico	30
4.2.5 Marco de Budyko.....	30
4.3 Fase 3	31
4.3.1 Evaluación del desempeño del modelo	32
5. RESULTADOS.....	33
5.1 Fase 1.....	33

5.1.1 Selección del área de estudio	33
5.1.2 Selección de estaciones.....	34
5.1.3 Análisis de consistencia de la información	35
5.1.4 Estimación de datos faltantes.....	35
5.1.5 Pruebas de aleatoriedad	36
5.1.6 Ajuste a funciones de distribución teórica.....	39
5.2 Fase 2	40
5.2.1 Estimación de momentos estadísticos	40
5.2.2 Interpolación IDW.....	40
5.2.3 Isotermas	41
5.2.4 Balance Hídrico	42
5.2.5 Marco de Budyko.....	52
5.3 Fase 3	52
5.3.1 Evaluación del desempeño del modelo	56
6. Análisis de resultados	60
7. Impacto social	63
8. Conclusiones.....	64
9. Recomendaciones.....	65
10. Referencias.....	66

CONTENIDO DE FIGURAS

Figura 1. Ubicación del área de estudio Río Negro y Bogotá	16
Figura 2. Vecindad del IDW del punto seleccionado	29
Figura 3. Ubicación del área de estudio Río Negro y Bogotá	34
Figura 4. Estaciones cuenca Río Bogotá	37
Figura 5. Estaciones cuenca Río Negro	38
Figura 6. Precipitación Río Negro	40
Figura 7. Precipitación Río Bogotá	41
Figura 8. Interpolación de temperatura cuenca Río Negro	41
Figura 9. Interpolación de temperatura cuenca Río Bogotá	42
Figura 10. Municipios cuenca Río Bogotá	43
Figura 11. Municipios cuenca Río Negro	44
Figura 12. ETP cuenca Río Negro	48
Figura 13. ETR cuenca Río Negro	46
Figura 14. Almacenamiento cuenca Río Negro	48
Figura 15. Reserva cuenca Río Negro	48
Figura 16. Déficit cuenca Río Negro	48
Figura 17. Excesos cuenca Río Negro	49
Figura 18. ETP cuenca Río Bogotá	48
Figura 19. ETR cuenca Río Bogotá	50
Figura 20. Almacenamiento cuenca Río Bogotá	51
Figura 21. Reserva cuenca Río Bogotá	51
Figura 22. Déficit cuenca Río Bogotá	52
Figura 23. Excesos cuenca Río Bogotá	52
Figura 24. Escorrentía Río Negro	53
Figura 25. Escorrentía Río Bogotá	55
Figura 26. Error medio (ME) cuenca Río Negro	56
Figura 27. Error relativo medio (MRE) cuenca Río Negro	57
Figura 28. Raíz del error cuadrático medio (RMSE) cuenca Río Negro.....	58
Figura 29. Error medio (ME) cuenca Río Bogotá	59

Figura 30. Error relativo medio (MRE) cuenca Río Bogotá	59
Figura 31. Raíz del error cuadrático medio (RMSE) cuenca Río Bogotá	60

CONTENIDO DE TABLAS

Tabla 1. Diferentes ecuaciones de Budyko	21
Tabla 2. Fases de Metodología a implementar	23
Tabla 3. Ecuaciones de distribución teórica	27
Tabla 4. Diferentes ecuaciones de Budyko	30
Tabla 5. Número de estaciones según variable	34
Tabla 6. Resultados del análisis de consistencia	35
Tabla 7. Resultados de las pruebas de aleatoriedad	36
Tabla 8. Estaciones filtradas	36
Tabla 9. Abreviaciones de Funciones de Distribución Teórica	39
Tabla 10. Resultados del ajuste a funciones de distribución Río Bogotá	39
Tabla 11. Resultados del ajuste a funciones de distribución Río Negro	39

CONTENIDO DE ECUACIONES

Ecuación 1. Balance hídrico	19
Ecuación 2. Balance hídrico simplificado	20
Ecuación 3. Relación ETR y ETP	21
Ecuación 4. Ecuación EEA. Test de Mann Kendall	24
Ecuación 5. Ecuación EEB, Índice de desviación	25
Ecuación 6. Ecuación EEC. Test de Mann Kendall	25
Ecuación 7. Ecuación EED. Test de Mann Kendall	25
Ecuación 8. Ecuación FF. Test de Mann Kendall	26
Ecuación 9. Ecuación para prueba de aleatoriedad	26
Ecuación 10. Ecuación para prueba de aleatoriedad	26
Ecuación 11. Estimación de momentos estadísticos	28
Ecuación 12. Estimación de momentos estadísticos	28
Ecuación 13. Estimación de momentos estadísticos	29
Ecuación 14. Caudal a escorrentia	31
Ecuación 15. Métrica ME	32
Ecuación 16. Métrica MRE	33
Ecuación 17. Métrica RMSE	33

TABLA DE GRÁFICOS

Gráfica 1. Límites de la curva de Budyko	22
Gráfica 2. Resultado Budyko Framework Cuenca Río Bogotá	45
Gráfica 3. Resultado Budyko Framework Cuenca Río Negro	45
Gráfica 4. Escorrentía Río Negro	54
Gráfica 5. Escorrentía Río Bogotá	55

RESUMEN

En el presente proyecto se pretende evaluar el desempeño de la metodología Budyko Framework en la determinación de la oferta y el rendimiento hídrico por medio de la modelación del balance hídrico mensual en condiciones estacionarias, el proyecto se realizara en diferentes cuencas hidrográficas las cuales deben cumplir con diversos criterios que se basan en su ubicación geográfica, la disponibilidad de información hidrometeorológica y su calidad en cuenta a criterios de aleatoriedad que sean coherentes con la axiomática probabilística, se elaboraran diferentes algoritmos en lenguaje de programación Python los cuales desarrollaran los cálculos de la Evapotranspiración potencial, real y demás procesos necesarios en el Balance Hídrico, se emplearan diferentes métricas de desempeño con el fin de determinar si la metodología propuesta tiene la capacidad para representar el rendimiento en una determinada unidad hidrológica, el Budyko Framework permitirá evaluar el rendimiento hídrico y energético de las cuencas y de tal manera modificar el cálculo de la evapotranspiración real, partiendo de esto se podrá hacer una adecuada estimación del rendimiento hidrológico.

Palabras clave: balance hídrico, Budyko Framework, oferta hídrica, Rendimiento Hídrico.

ABSTRACT

The aim of this project is to evaluate the performance of the methodology. Marco de Budyko in the determination of water supply and yield by modeling the monthly water balance in stationary conditions, the project is carried out in different river basins. Some of the criteria that are based on their geographical location, the availability of hydrometeorological information and their quality in the account to criteria of randomness that are coherent with the probabilistic axiomatic, are elaborated in different algorithms in the programming language. Python Potential evaluation models of Potential Evapotranspiration, real and other necessary processes in the Water Balance, different performance values will be used in order to determine the proposed methodology, the capacity to represent the performance in a given hydrological unit, the Budyko Framework. hydrological and energetic of the basins and in such a way modify the calculation of the real evapotranspiration, starting from this a suitable estimate of the hydrological yield can be made.

Key Words: Water Balance, Budyko Framework, Water Supply, Water Performance.

INTRODUCCIÓN

La cuenca hidrográfica del Río Bogotá se encuentra ubicada en el departamento de Cundinamarca, desde su nacimiento en Villapinzón (Cundinamarca) a 3320 msnm [1] en el páramo de Guacheneque [2] hasta desembocar en el Río Magdalena en el departamento de Girardot (Tolima) a 280 msnm [1], es una de las principales afluentes del territorio departamental ya que aunque no es caudaloso o navegable representa para los municipios por donde recorren sus aguas un aporte al desarrollo económico del 26% a nivel nacional [1]. La cuenca cuenta con un área total de 5932.95 km², cubriendo 49 municipios del departamento de Cundinamarca.

A su vez se encuentra también, la cuenca hidrográfica de Río Negro entre los departamentos de Cundinamarca y Boyacá, esta nace en el departamento de Cundinamarca a una altura de 3490 msnm y desemboca en el Río Magdalena a una altura de 180 msnm, esta cuenca cuenta con un total de 4572.11 km². Esta cuenca se encuentra a cargo de la jurisdicción CORNARE con un porcentaje de 92.6%. [3] Ambas cuencas se encuentran influenciadas por las zonas montañosas de la cordillera oriental que posee la geografía colombiana.

Por otro lado, ambas cuencas poseen un comportamiento similar debido a la diferencia de altura que posee cada una y la cercanía de estas. Así como las mismas son no instrumentadas debido a la escasez de datos a lo largo del terreno. El estudio realizado busca establecer el rendimiento hidrológico de ambas cuencas mediante la aplicación de una herramienta de análisis enfocada en la relación de la evapotranspiración potencial y real respecto de la precipitación y el comportamiento de la temperatura.

Para llevar a cabo el estudio se realiza un procesamiento de los datos, donde se eliminarán los vacíos que presenta la información y se evaluará la aleatoriedad y consistencia de los datos, para proporcionar de este modo seguridad en el desarrollo del estudio; que a su vez disminuye el error de los resultados presentados, permitiendo analizar adecuadamente la herramienta de Budyko Framework.

1. MARCO CONTEXTUAL

1.1 Descripción del área de estudio

Ubicada al noreste de Sur América se encuentra Colombia que limita al norte con Honduras, al sur con los países de Perú y Ecuador y al occidente con Nicaragua y Panamá [4]; cuenta con una superficie de 1.141.748 Km², se caracteriza además por contar con diversas formas de relieve atravesada así por la cordillera de los Andes compuesta por tres cadenas montañosas denominadas Cordilleras Central, Oriental y Occidental [5]. Su riqueza geográfica le permite además producir recursos minerales tales como el oro, la plata y el carbón [4]. Colombia resalta por contar con diversos recursos hídricos, con 6 tipos de aguas: agua lluvia, aguas superficiales, subterráneas, termo minerales, marinas y oceánicas y de alimentación glacial; la cantidad de precipitación anual promedio es de 3000mm y 5 de sus principales vertientes hídricas son Amazonas, Pacífico, Caribe, Catatumbo y Orinoco contando de este modo con numerosas cuencas hidrográficas. [6]

Entre las diferentes cuencas hidrográficas del territorio nacional se encuentra la del Río Bogotá, ubicada en el departamento de Cundinamarca atraviesa en total 42 municipios; limita en su extremo Norte con el departamento de Boyacá, al Sur con el departamento del Tolima, al Occidente con los municipios de Bituima, Guayabal de Siquima, Albán, Sasaima, La Vega, San Francisco de Sales, Supatá y Pacho (Cundinamarca), y finalmente limita al Oriente con los municipios de Nilo, Tibacuy, Silvana, Chipaque, Ubaque y Choachí (Cundinamarca) [1]. El río Bogotá representa la mayor parte de la corriente de la cuenca recorriendo desde su nacimiento en el municipio de Villapinzón a 3300 msnm [1] en el páramo de Guacheneque [2] hasta desembocar finalmente en el Río Magdalena a 280 msnm en el municipio de Girardot en el departamento del Tolima. [1]

Sumada a la cuenca hidrográfica del Río Bogotá, Colombia cuenta además con la cuenca hidrográfica de Río Negro, que tiene un área de 92.474 has de las cuales el 92.6% es decir 89.011 son jurisdicción de CORNARE (Corporación Regional de las Cuencas de los Ríos Negro y Nare), y las 3.463 hectáreas restantes que corresponden al 3.74% hacen parte de la jurisdicción de CORANTOQUIA (Corporación Autónoma Regional de Antioquia) [3]. La cuenca hidrográfica de Río Negro es una de las más pobladas de toda la jurisdicción, puesto que en ella se asientan las cabeceras urbanas de Rionegro, Carmen de Viboral, la Ceja, San Vicente, El Santuario, Marinilla, Guarne y parte de los municipios antioqueños de El Peñol y Envigado. [3]

Además de lo anterior es importante mencionar que la subcuenca de Río Negro se ubica entre la parte alta y media de la cuenca del Río Bogotá limitando al norte con el departamento de Cagua (Cundinamarca), al sur con los departamentos de

Tocancipá y Cajicá (Cundinamarca) y finalmente al occidente y oriente con Zipaquirá. [7]

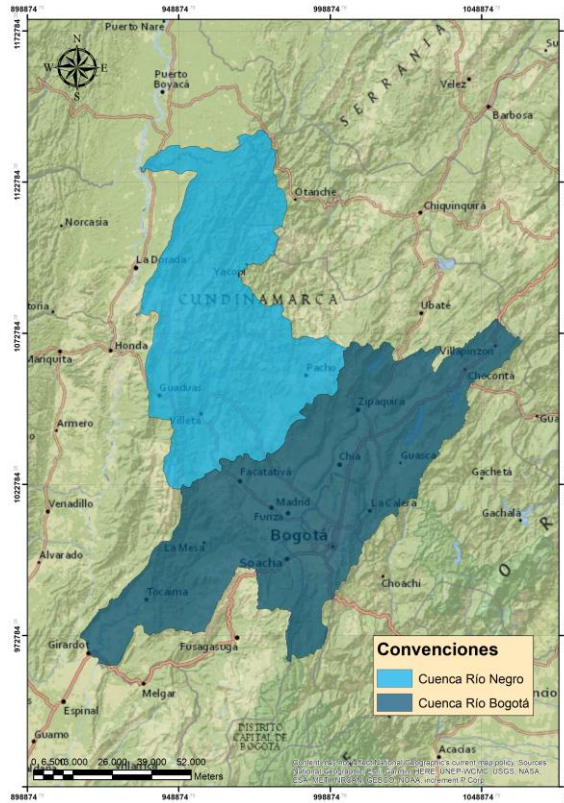


Figura 1. Ubicación del área de estudio Río Negro y Bogotá.
Fuente: Autor

1.2 Planteamiento del problema

Actualmente existen diferentes metodologías para la gestión del recurso hídrico, las cuales arrojan cifras con respecto a la oferta y demanda del recurso, es decir a la disponibilidad de agua que existe en el sistema de estudio y su consumo en actividades humanas y ecosistémicas. Sin embargo, la insuficiencia de datos hidrológicos y climatológicos con series de tiempo continuas, a escalas adecuadas, representan un gran reto para la implementación de dichas herramientas [8]

Por ejemplo la ecuación de balance hídrico convencional, la cual pretende hallar las entradas y respectivas salidas del sistema a analizar, a pesar de que tiene una gran variedad de aplicaciones tanto en la evaluación como en la gestión del recurso hídrico [9], la predicción de caudales [10] la evaluación del impacto del cambio climático y la variabilidad climática sobre la disponibilidad del recurso hídrico [11] se encuentra limitada por los datos de entrada.

Para dar solución a esto se plantea el marco de Budyko el cual fue desarrollado a escalas espaciales y temporales grandes [12] por lo que requiere menos cantidad de datos y parámetros a calibrar y a su vez menos manipulación de los datos provenientes de las estaciones de medición, lo que confiere mayor semejanza y por ende confiabilidad al modelo. Sin embargo, a escalas menores se presenta mayor dispersión entre los datos simulados y los observados, dado que las características locales como tienen un gran impacto en el almacenamiento del agua. [13]

Una adaptación del Budyko Framework a escalas temporales más finas representaría una gran ventaja para la comprensión de los procesos hidrológicos propios de la zona de estudio y ampliaría el valor teórico-práctico del uso de herramientas de modelación como el balance hídrico.

Todo lo anterior con el fin de disminuir la incertidumbre existente en cada una de las herramientas y así mismo dar frente a la gran preocupación por los cambios que se están evidenciado a nivel climatológico a lo largo del mundo y especialmente por el impacto sobre los recursos hídricos, puesto que el Panel Intergubernamental sobre el Cambio Climático (IPCC), quien informó que el cambio climático progresivo, tiene la capacidad de provocar un gran impacto sobre los recursos de agua dulce, los cuales representan solo el 2,5% del agua terrestre, con grandes consecuencias para la población y los ecosistemas presentes alrededor del mundo. [14]

2. OBJETIVOS

2.1 Objetivo general

Evaluar el Rendimiento Hidrológico de las cuencas Río Bogotá y Río Negro por medio de la herramienta Budyko Framework a escala mensual.

2.2 Objetivos específicos

- Calcular los parámetros climáticos e hidrológicos a escala mensual de las cuencas Río Bogotá y Río Negro.
- Programar el código de simulación utilizando el lenguaje Python para la herramienta de Budyko Framework.
- Analizar la disponibilidad hídrica del área de estudio por medio del Budyko Framework.

3. MARCO TEÓRICO

Se entiende la Gestión Integral del Recurso Hídrico (GIRH) como “un proceso que promueve la gestión y el aprovechamiento coordinado de los recursos hídricos, la tierra y los recursos naturales relacionados, con el fin de maximizar el bienestar social y económico de manera equitativa sin comprometer la sostenibilidad de los ecosistemas vitales” [15]. Dicho concepto fue implementado en la Política Nacional para la Gestión Integral del Recurso Hídrico, la cual cuenta con ocho principios y 6 objetivos específicos los cuales tienen como meta ser cumplidos en el 2022 [16]. Dentro de los objetivos se encuentra la preocupación por la oferta y la demanda generada en el país, procurando conservar los ecosistemas y procesos hidrológicos involucrados en la disponibilidad del recurso para posteriormente caracterizar, cuantificar y optimizar la distribución de este [16].

Para lograr lo anteriormente expuesto es necesario el desarrollo de herramientas que proporcionen la base conceptual y técnica para la toma de decisiones, en un entorno tan cambiante como lo es la dinámica hidrológica, por lo que dichas herramientas sean flexibles, con el fin de proporcionar datos sólidos, calibrados y verificables [9]. En el país, el IDEAM ha propuesto ciertas herramientas para el cálculo de la oferta hídrica para una cuenca hidrográfica dependiendo de las siguientes condiciones:

- **Caudal medio puntual en la corriente de interés:** cuando los datos disponibles tienen series de tiempos cortos y de poca confiabilidad. [17]
- **Relación lluvia-escorrentía:** cuando la cuenca a estudiar cuenta con un área superficial inferior a 250 km² y son cuencas que no cuentan con estaciones de medición. [17]
- **Balance hídrico:** cuando la cuenca a estudiar cuenta con un área superior a 250 km² y adicionalmente cuenta con estaciones de medición de parámetros climatológicos e hidrológicos con registros de más de 10 años. [17]

3.1 Procesamiento de la información

La mayor parte del mundo en que vivimos se caracteriza por ser tridimensional, cuando se trata de medir valles, montañas, riscos etc. se utiliza un SIG (Sistema de información Geográfica) que permite recrear visual y numéricamente el valor de la altura asociado a los elementos del paisaje [18] la información numérica representada en sistemas de coordenadas [18], que pueden usar formatos ráster como fotografías, imágenes, planos CAD, video, imágenes de satélite entre otros que se obtienen por GPS [19].

Los MED (Modelo de Elevación Digital) es uno de los formatos mencionados anteriormente que se caracteriza por enfatizar en el concepto de elevación hace referencias precisamente a la medición de la altura con respecto a un datum y la generación del modelo de valores absolutos de altura. [18] existen muchos métodos para la interpolación de datos con relación al DEM y para este caso se hará uso de isotermas mediante una regresión lineal que tiene en cuenta la relación de altura y temperatura.

3.2 Balance hídrico

El balance hídrico es una herramienta de modelación la cual tiene como base el ciclo hidrológico para el cálculo de la oferta hídrica en espacios y tiempos específicos, con el fin de encontrar las proporciones para cada una de sus variables: la precipitación, la evapotranspiración real, la infiltración y la escorrentía o caudal [17], que es la que muestra la disponibilidad del recurso a nivel superficial.

Para el año 2010, según el IDEAM, se estimó que el balance hídrico para Colombia se encuentra distribuido de la siguiente manera: precipitación media anual de 3000 mm, evapotranspiración real de 1180 mm y escorrentía media anual de 1830 mm, por lo que el 61% de la precipitación se convierte en escorrentía superficial, es decir un caudal medio de 67000 m³/s o 2084 km³ en volumen de agua [16].

Adicionalmente tiene como principio la conservación de la masa para volúmenes de control, que en un caso específico sería la cuenca hidrográfica, dado un equilibrio entre lo que entra y lo que sale de dicho volumen de control, obteniendo la siguiente ecuación [17] :

$$(P + Es_{oc} + A_{sub_{oc}}) - (ETR + Es_{hoc} + A_{sub_{hoc}} + I) = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Ecuación 1. Balance hídrico.

Fuente: [17]

Donde P es la precipitación, Es_{oc} es la escorrentía superficial desde otras cuencas, $A_{sub_{oc}}$ es el agua subterránea desde otras cuencas, ETR es la evapotranspiración real, Es_{hoc} es la escorrentía superficial hacia otras cuencas, $A_{sub_{hoc}}$ es el agua subterránea hacia otras cuencas, I es la infiltración y $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ es el cambio de almacenamiento de agua subterránea, ya sea por almacenamiento de agua subterránea, por cambio de humedad del suelo o por almacenamiento de agua superficial en grandes cuerpos de agua.

Cuando se realiza el balance hídrico a escalas largas de tiempo, se supone que el cambio en el almacenamiento en la atmósfera y en el suelo es despreciables, por lo que el balance queda como [20]:

$$Esc = P - ETR$$

Ecuación 2. Balance hídrico simplificado.

Fuente: [20]

Donde P es la precipitación (mm), Esc es la esorrentía (mm) y ETP es la evapotranspiración real (mm).

Dado que a nivel mensual los datos de almacenamiento no son generalmente conocidos o exactos, como tampoco los valores de transvase de cuencas, aportes o retorno, se estima que la ecuación previamente mencionada no es representativa para este tipo de escalas, ni para una más pequeña como la diaria, puesto que no es representativa [20]. Para el cálculo de cada una de las variables del balance hídrico se presentan a continuación ciertas metodologías que pueden ser utilizadas:

3.1.1. Precipitación

Sabiendo que cada una de las variables del balance hídrico debe tener unidades de mm y a una temporalidad específica, existen 3 metodologías que pueden ser utilizadas:

- **Promedio aritmético:** aplica cuando existe una distribución homogénea de las estaciones de medición dentro de la cuenca, si la superficie es plana y las mediciones no varían mucho o son nulas entre los datos de cada una de las estaciones [17].
- **Polígonos de Thiessen:** brinda la precipitación ponderada de la cuenca a través de los registros de cada estación, los cuales tienen influencia sobre un área en específica. Esto se logra por medio de la unión de los pluviómetros con una línea recta en un plano, a los que se les trazan las mediatrices formando polígonos [17].
- **Curva Isoyetas:** es el método más preciso. Este método se caracteriza por formar líneas de igual precipitación, utilizando estaciones de medición dentro y fuera de la cuenca. Luego se promedia la precipitación de dos isoyetas seguidas y se le asigna un peso de acuerdo con su área de influencia [17].

3.1.2 Escorrentía superficial

Esta variable es la resultante de la ecuación 2, posterior al cálculo de las otras 2 variables involucradas en la ecuación.

3.1.3 Evapotranspiración real

La evapotranspiración es la combinación entre la evaporación tanto de la superficie líquida como del suelo y la transpiración de la vegetación [17]. Concretamente la evapotranspiración real (ETR) se da cuando la superficie líquida o sólida se encuentra en condiciones atmosféricas y de humedad del suelo dominantes, y la evapotranspiración potencial (ETP) se presenta cuando la superficie líquida o sólida se encuentra saturada, por evaporación y transpiración de la vegetación [17]. Generalmente la ETP es mayor que la ETR por lo que se presenta la siguiente relación [17]:

$$ETR = k * ETP$$

Ecuación 3. Relación ETR y ETP.

Fuente: [17]

Donde:

- ETR: evapotranspiración real (mm).
- K: coeficiente que depende de la capacidad de almacenamiento del suelo y de la distribución temporal de la precipitación en el mes. Oscila entre 0,5 y 0,9.
- ETP: evapotranspiración potencial (mm).

Para el cálculo de esta variable existen diferentes metodologías, dependiendo la escala de tiempo a la cual se requiera la variable. A continuación, se presentan algunas de las metodologías más usadas:

3.3 Budyko Framework

El marco de Budyko fue postulado por el climatólogo ruso Mikhail Ivánovich Budyko para describir la diferencia a escala anual del balance de agua-energía entre regiones, describiendo el balance hídrico a través de la evapotranspiración y el índice de aridez de la zona, lo que generó un gran aporte a la investigación con respecto a la predicción de caudales por medio de la climatología y la hidrología [21]. A partir de ahí se empezaron a crear variantes de su teoría hasta plantear las ecuaciones presentadas a continuación:

Tabla 1. Diferentes ecuaciones de Budyko.

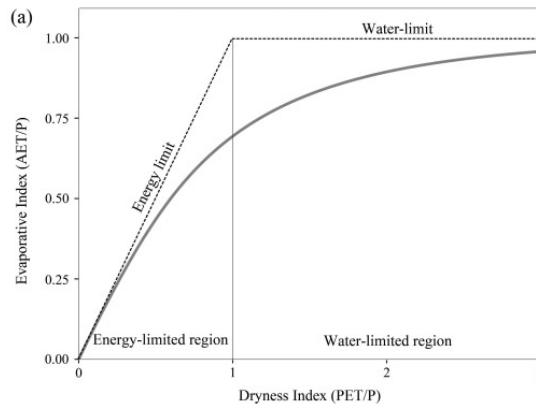
Fuente: [21]

Tipo de ecuación de Budyko	Parámetros	Referencia
$\varepsilon = 1 - \exp(-\theta)$	Ninguno	[22]

$\varepsilon = \theta \tanh(1/\theta)$	Ninguno	[23]
$\varepsilon = (\theta[1 - \exp(-\theta) \tanh 1/\theta])^{0.5}$	Ninguno	[24] [25]
$\varepsilon = (1 + \theta^{-2})^{-0.5}$	Ninguno	[26]
$\varepsilon = (1 + \theta^{-\alpha})^{-1/\alpha}$	α : factor de calibración	[27] [28]
$\varepsilon = \frac{1 + \omega\theta}{1 + \omega\theta + \theta^{-1}}$	ω : coeficiente de vegetación y suministro de agua	[29]
$\varepsilon = \frac{\exp[\gamma(1 - 1/\theta)] - 1}{\exp[\gamma(1 - 1/\theta)] - \theta^{-1}}$	γ : relación almacenamiento del suelo-precipitación	[30] [31]
$\varepsilon = 1 + \theta - (1 + \theta^\omega)^{1/\omega}$	ω : constante de integración	[32] [33] [34] [35] [36]

Donde $\varepsilon = \frac{ETR}{P}$ y $\theta = \frac{ETP}{P}$.

A su vez, la hipótesis de Budyko fue plasmada en la curva de su teoría mostrada a continuación:



Gráfica 1. Límites de la curva de Budyko.

Fuente: [37]

$\frac{ETR}{P} = \frac{ETP}{P}$ se da cuando la evapotranspiración se encuentra limitada por la energía [38], es decir que la precipitación es mayor que la evapotranspiración [37]. En caso contrario, cuando $\frac{ETR}{P} = 1$ se da cuando la evapotranspiración se ve limitada por el agua [38], es decir la evapotranspiración es mayor que la precipitación [37].

Dado que la ecuación de Fu (última en la tabla 3) es la más utilizada bibliográficamente [32], [33], [34], [35], [36], se pretende utilizar dicho modelo. Para efectos de calibración se utilizará el ω que más se acerque a los límites de la curva previamente mostrada.

4. METODOLOGÍA

La metodología de este proyecto se divide en tres fases las cuales van desde la recolección de la información, la verificación y la calidad de la misma, el desarrollo del modelo matemático y la generación de diferentes escenarios en torno a las áreas de estudio seleccionadas, a continuación, se presentan un esquema conceptual que describe todas las fases de la metodología.

Tabla 2. Fases de Metodología a implementar.

Fuente: Autor

FASE 1	FASE 2	FASE 3
• Selección del área de estudio • Selección de estaciones • Análisis de completitud (Estimación de datos faltantes). • Análisis de consistencia y homogeneidad (Pruebas de aleatoriedad y ajuste a funciones de distribución teórica)	• Estimación de momentos estadísticos • Interpolación IDW • Isotermas • Estimación del balance hídrico • Estimación del Budyko Framework	• Evaluación del desempeño del modelo

4.1 Fase 1

En esta fase se busca determinar las áreas potenciales para el desarrollo del proyecto, para la determinación de las áreas de estudio, se tendrá en cuenta la calidad de la información cartográfica y la ubicación de las estaciones hidrometeorológicas, posterior a esto se seleccionarán las series con las cuales se conformarán los cálculos hidrológicos, con el fin de reducir al máximo la incertidumbre en los procesos se harán pruebas de consistencia, completitud, homogeneidad y aleatoriedad. Las series que cumplan estos criterios serán las empleadas en las demás fases de este proyecto.

Se seleccionarán más de dos áreas de estudio con el fin de probar los diferentes cálculos en diferentes condiciones.

4.1.1 Selección del área de estudio

Para la selección del área de estudio se tienen en cuenta dos factores: ubicación y calidad de las estaciones climatológicas e hidrológicas, la influencia de dichas estaciones dentro de las cuencas Río Bogotá y Río Negro. Con el fin de obtener la información adecuada para la ejecución del estudio propuesto.

4.1.2 Selección de estaciones

Para la selección de las estaciones se tendrá como referencia el área de estudio que se delimite, dichas estaciones son de clase meteorológica e hidrológica. A su vez estas se clasifican en estaciones de tipo limnimétricas, limnigráficas, pluviométricas, pluviográficas, climatológicas ordinarias y climatológicas principales.

Son de estos tipos debido a que contienen información de caudal, temperatura, precipitación, evaporación, brillo solar y humedad relativa; variables que fundamentan cualquier estudio hidro climatológico, así como el estudio propuesto. Dichas estaciones posteriormente sufren un proceso de análisis para reducirlas a una serie de datos específica, evitando vacíos en la información.

4.1.3 Análisis de consistencia de la información

El análisis de consistencia de la información determina que las series de datos climatológicos disponibles son muestras extraídas de una población cuya existencia y permanencia se suponen de antemano. El primer problema consiste en determinar la homogeneidad de la muestra, ya que muchas de éstas no cumplen con esta condición esencial y, lo que es peor, no se tiene un registro documental de las posibles heterogeneidades [39].

El test de Mann Kendall es un test no paramétrico aplicado a una misma serie de datos, donde se compara con un V_{crit} , el cual posee un nivel de significancia. De modo que, si el V es menor que el V_{crit} , se acepta una hipótesis nula la cual indica que la serie es homogénea. Por el contrario, si el V es mayor que el V_{crit} se establece que la serie de datos no es homogénea. La prueba puede establecerse más generalmente como una prueba de si los valores de S tienden a aumentar o disminuir con T [40], De modo que:

$$V = \frac{S-1}{\sqrt{\frac{n(n-1)(2n+5)}{18}}}$$

Ecuación 4. Ecuación EEA. Test de Mann Kendall

Fuente: [40]

$$S = T - I$$

Ecuación 5. Ecuación EEB, Índice de desviación

Fuente: [40]

$$T = \sum_{i=1}^{n-1} S_i$$

Ecuación 6. Ecuación EEC. Test de Mann Kendall

Fuente: [40]

$$I = \sum_{i=1}^{n-1} t_i$$

Ecuación 7. Ecuación EED. Test de Mann Kendall

Fuente: [40]

Donde:

t_i : Número de valores de $x_j < x_k$

s_i : Número de valores de $x_j > x_k$ para $i < j < n$

n : Número de registros

x_j, x_k : Valores anuales

S : Índice de desviación calculada

T : Coeficiente

Como resultado se establecen la cantidad de estaciones que cumplen con el test de Mann Kendall indicando que la información de las estaciones es homogénea.

4.1.4 Estimación de datos faltantes

El método aplicado para la estimación de datos faltantes es el de las proporciones. El cual consiste en usar los datos de la misma serie para establecer una relación de proporcionalidad. Este método es uno de los más utilizados en aquellos casos en que no existen datos de comparación y, por tanto, la serie tiene que servir de referencia para el relleno de datos faltantes de sí misma [39]. La ecuación empleada en este método es:

$$\frac{X}{x} = \frac{Pf}{(Pa-x)}$$

Ecuación 8. Ecuación FF. Test de Mann Kendall

Fuente: [39]

4.1.5 Pruebas de aleatoriedad

El contraste de rachas es una prueba que permite verificar una hipótesis de que efectivamente la muestra es aleatoria lo que significa que se busca comprobar si la serie de observaciones son independientes. Para poder realizar este contraste se necesita tener el número de rachas que presente dicha muestra. [41]

La racha es una serie de valores muestrales con una característica en común precedida y seguida por valores que no presentan la característica de ser aleatoria, lo que significa entonces que una racha es la secuencia de valores consecutivos superiores o iguales que se encuentren procedidos y seguidos por valores inferiores a la media muestral. [41]

Si la muestra obtenida es lo suficientemente amplia y la hipótesis de aleatoriedad planteada es afirmativa, la distribución muestral del número de rachas R , puede ser aproximada mediante una distribución normal de parámetros como se muestra en la siguiente ecuación [41]:

$$\mu_R = \frac{2n_1n_2}{n} + 1 \quad \sigma_R = \sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n)}{n^2(n-1)}}$$

Ecuación 9. Ecuación para prueba de aleatoriedad.

Fuente: [41]

Donde:

- n_1 : Número de elementos de una clase
- n_2 : Número de elementos de la otra clase
- n : Número total de observaciones

Lo anterior representado en la siguiente ecuación [41]:

$$Z = \frac{R + c - \mu_R}{\sigma_R}$$

donde $c = 0,5$ si $R < \mu_R$ y $c = -0,5$ si $R > \mu_R$.

Ecuación 10. Ecuación para prueba de aleatoriedad.

Fuente: [41]

4.1.6 Ajuste a funciones de distribución teórica

Para el ajuste a las funciones de distribución se evalúan nueve distribuciones diferentes, con el fin de encontrar dentro de una familia de leyes de probabilidad, aquella que se acerca más a una distribución empírica observada. Es frecuente que se efectúen transformaciones de los datos antes del ajuste [42].

Tabla 3. Ecuaciones de distribución teórica.
Fuente: Autor

DISTRIBUCIÓN	ECUACIÓN	REFERENCIA
Normal	$Z_i = \frac{(X_i - \mu)}{\sigma}$	[43]
Log normal	$p(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{x} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x)-m}{\sigma}\right)^2\right] \quad (3)$	[43]
Exponencial	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x}{\beta}}, & \text{si } x > 0 \\ 0, & \text{resto} \end{cases}$	[44]
Gamma	DEFINICIÓN Una variable aleatoria x tiene una distribución Gamma si su densidad de probabilidad está dada por: $F(x) = \frac{k^\lambda}{\Gamma(\lambda)} x^{\lambda-1} e^{-kx} \quad 0 < x < \infty, \lambda > 0, k > 0$	[44]
Log gamma	$f(x) = \frac{1}{x\alpha\Gamma(\beta)} \left(\frac{\ln(x)-\gamma_0}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\frac{\ln(x)-\gamma_0}{\alpha}\right)$	[45]
Gen extreme	$\frac{1}{\sigma} t(x)^{\xi+1} e^{-t(x)},$	[46]
Weibull	$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-(x/\lambda)^k} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$	[47]
Gumbell	$\exp(-e^{-(x-\mu)/\beta})$	[48]
Power law	$p(x) = Cx^{-\alpha}$	[49]

4.2 Fase 2

En esta fase se procederá a la construcción y adecuación de los algoritmos que permitirán el desarrollo adecuado de los cálculos, se emplearán códigos en lenguaje de programación Python, con el fin de poder realizar varios experimentos numéricos, se procederá a determinar los diferentes parámetros que componen el balance hídrico y los que permiten la determinación de la oferta hídrica.

Por otra parte, se realizará el algoritmo capaz de construir la curva de rendimiento hídrico y energético que componen el Budyko Framework.

4.2.1 Estimación de momentos estadísticos

Es un método de obtención de valores intuitivos, consiste en igualar los momentos poblacionales (que sean función de uno o más parámetros a estimar) con los momentos muestrales para despejar el parámetro a estimar. [50]

La principal ventaja de este método es su simplicidad, pero, aunque los estimadores obtenidos son consistentes en general no son totalmente centrados ni eficientes, incluso en algunos casos pueden proporcionar estimaciones absurdas. [50]

Para representar lo anteriormente dicho se expondrá un ejemplo donde suponemos que tenemos una variable con distribución uniforme donde el límite inferior es 0 y el superior desconocido, tradicionalmente se estaría interesado en estimar el límite superior que se llamará b de la distribución uniforme seleccionada [50], por consiguiente:

X sigue una distribución uniforme ($a=0$, $b=?$)

Ecuación 11. Estimación de momentos estadísticos.

Fuente: [50]

El resultado de una distribución uniforme comprendida entre los valores a y b es el promedio de estos dos valores, representado de la siguiente manera [50]:

$$E(X) = \frac{a+b}{2}$$

Ecuación 12. Estimación de momentos estadísticos.

Fuente: [50]

Por lo anterior, para aplicar el método de los momentos para estimar b , es necesario igualar dicho promedio a la media aritmética de la siguiente forma [50]:

$$\frac{0+b}{2} = Xn \rightarrow b = 2Xn$$

Ecuación 13. Estimación de momentos estadísticos.

Fuente: [50]

Según el ejemplo el estimador por el método de los momentos de b es la media aritmética multiplicada por dos.

4.2.2 Interpolación IDW

La interpolación mediante distancia inversa ponderada determina los valores de una celda [51] por medio de la combinación ponderada linealmente de un conjunto de puntos de muestra. [51]

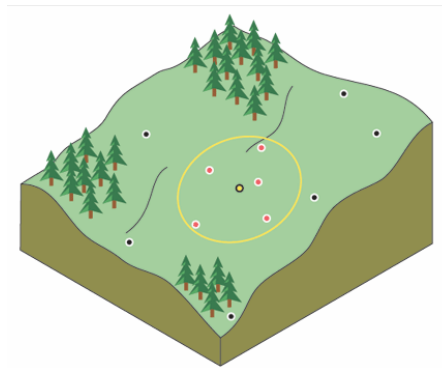


Figura 2. Vecindad del IDW del punto seleccionado.

Fuente: [51]

La implementación de este método presupone que la variable representada categóricamente disminuye su influencia a mayor distancia desde su ubicación de muestra [51]. Este método se basa principalmente en la inversa de la distancia elevada a una potencia matemática, donde el parámetro potencia permite controlar la significancia de puntos conocidos en valores interpolados basándose en la distancia desde el punto de salida. [51]

4.2.3 Isotermas

Los isotermas son curvas que muestran la variación en la presión con el volumen a una temperatura fija que significa “de igual temperatura” [52] a su vez estas líneas imaginarias unen puntos de la superficie terrestre que tienen la misma temperatura representado superficies a las que se asignan valores medio próximos. [53]

4.2.4 Marco de Budyko

Para la aplicación de la metodología propuesta se hará uso de una de las ecuaciones plasmadas en la siguiente tabla mediante el lenguaje Python.

Tabla 4. Diferentes ecuaciones de Budyko.
Fuente: [21]

Tipo de ecuación de Budyko	Parámetros	Referencia
$\varepsilon = 1 - \exp(-\theta)$	Ninguno	[22]
$\varepsilon = \theta \tanh(1/\theta)$	Ninguno	[23]
$\varepsilon = (\theta[1 - \exp(-\theta) \tanh(1/\theta)]^{0.5}$	Ninguno	[24] [25]
$\varepsilon = (1 + \theta^{-2})^{-0.5}$	Ninguno	[26]
$\varepsilon = (1 + \theta^{-\alpha})^{-1/\alpha}$	α : factor de calibración	[27] [28]
$\varepsilon = \frac{1 + \omega\theta}{1 + \omega\theta + \theta^{-1}}$	ω : coeficiente de vegetación y suministro de agua	[29]
$\varepsilon = \frac{\exp[\gamma(1 - 1/\theta)] - 1}{\exp[\gamma(1 - 1/\theta)] - \theta^{-1}}$	γ : relación almacenamiento del suelo-precipitación	[30] [31]
$\varepsilon = 1 + \theta - (1 + \theta^\omega)^{1/\omega}$	ω : constante de integración	[32] [33] [34] [35] [36]

4.2.5 Balance Hídrico

El balance hídrico es una herramienta que permite dar solución al problema de carácter hidrológico, teórico o práctico, puesto que permite realizar una evaluación cuantitativa de los recursos del agua y sus modificaciones por influencia o manipulación de las actividades del hombre. [54] Siendo el balance hídrico uno de los principales objetivos de la hidrología, permite conocer la estructura hídrica de cuencas superficiales y subterráneas, siendo fundamentales los datos que arroja este tipo de herramienta, para dar un uso más racional de los recursos del agua, el espacio y el tiempo, así mismo mejorando el control y redistribución de los mismos. [54]

Entre los múltiples usos del balance hídrico, específicamente aplicado al estudio de ciclos hidrológicos, este permite, comparar recursos específicos del agua en un sistema con diferentes periodos de tiempo y variaciones del régimen natural [54]. Lo anterior para detectar las deficiencias en la distribución de estaciones de observación, descubriendo errores sistemáticos de medición. [54]

Para el presente trabajo se aplicarán las ecuaciones:

- Ecuación 1. Balance Hídrico
- Ecuación 2. Balance Hídrico Simplificado
- Ecuación 3. Relación entre ETR

Junto a la metodología descrita en este documento en el marco teórico.

4.3 Fase 3

En esta última fase se generará toda la experimentación numérica, para esto se procederá a ejecutar los respectivos códigos elaborados en la fase anterior con las áreas de estudio seleccionadas, cuencas Río Bogotá y Río Negro; además de esto, se tendrán en cuenta todos los cálculos de la oferta hídrica y rendimiento de cada una de las cuencas, esto por medio de las metodologías planteadas que una vez definidas, se procederá a estimar el desempeño de cada uno de las cuencas en función a los valores observados de escorrentía; donde los resultados arrojados por el Budyko Framework alterará los parámetros de transformación cambiando directamente la variable Evapotranspiración Real, ahora bien, a partir de esto se podrá determinar qué tan apropiado es el método para las condiciones propuestas.

4.3.1 Transformación del caudal a escorrentía

Debido a que la variable de caudal no puede interpolarse por términos de su distribución espacial, esta variable es transformada a escorrentía quedando en unidades de milímetros (mm). Dicha transformación se realiza mediante la siguiente ecuación:

$$Q \text{ (m/s)} * \frac{86400 * \text{días}}{\text{Área}} * 1000 \text{ (mm/m)}$$

Ecuación 14. Caudal a escorrentía.
Fuente: Autor

Donde:

Q: Caudal a transformar en m/s

Días: Según el mes

Área: Área en m²

Esta transformación permite la interpolación de la variable, para su análisis, y su comparación con los resultados del balance hídrico a generar.

4.3.2 Interpolación de la escorrentía

La interpolación de la variable escorrentía se realiza mediante la metodología aplicada a la precipitación, es decir interpolación IDW. La Escorrentía es la parte de la Precipitación que llega a alimentar a las corrientes superficiales, continuas o intermitentes, de una cuenca, en este caso la escorrentía a analizar es la superficial. Esta es la precipitación que no se infiltra en ningún momento y llega a la red de drenaje moviéndose sobre la superficie del terreno por la acción de la gravedad. Corresponde a la precipitación que no queda tampoco detenida en las depresiones del suelo, y que escapa a los fenómenos de evapotranspiración. El proceso que describe el agua cuando se inicia un aguacero depende de las características del terreno: la primera lluvia caída se invierte en llenar la capacidad de retención de la parte aérea de las plantas y en saturar el suelo. [55]

4.3.3 Evaluación del desempeño del modelo

Por medio del Budyko Framework se pretende obtener la codificación de la simulación, calibración y validación del balance hídrico, con el fin de proporcionar una herramienta de modelación útil y precisa para la caracterización de la oferta hídrica. Finalmente, se espera que el Budyko Framework, a través del análisis de desempeño ofrezca mejores resultados que las ya usadas herramientas tradicionales, para ofrecer de este modo ventajas a las poblaciones presentes en las cuencas Río Bogotá y Río Negro donde los estudios realizados con el Budyko Framework como instrumento de modelación, arrojen resultados ajustados a la escala temporal y espacial adecuada. Para ello se aplican tres métricas de desempeño:

- Error Medio (ME)

El error medio, ME por sus siglas en inglés es una métrica de tipo absoluta. El ME permite identificar la posible presencia de sesgo, es decir una sistemática sobreestimación o subestimación de los valores obtenidos mediante. Valores positivos del ME indican una sobreestimación mientras que los valores negativos una subestimación de los valores procedentes del modelo [56], el cual está dado por la ecuación:

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}_i)$$

Ecuación 15. Métrica ME.

Fuente [57]

- Error Relativo Medio (MRE)

El error relativo medio, MRE por sus siglas en inglés es una métrica de tipo relativa. El MRE indica si hay un sesgo sistemático en la simulación. Un valor positivo indica una sobre predicción y un valor negativo una predicción insuficiente [58], se encuentra dado por la ecuación:

$$MRE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(Q_i - \hat{Q}_i)}{Q_i}$$

Ecuación 16. Métrica MRE.

Fuente [57]

- Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE)

La raíz del error cuadrático medio, RMSE por sus siglas en inglés es una métrica de tipo absoluta. La RMSE aporta información sobre la dispersión entre los valores observados y los estimados [58], mediante la ecuación:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}_i)^2}{n}}$$

Ecuación 17. Métrica RMSE.

Fuente [57]

Donde:

n: Número de observaciones

Qi: Valor observado

Q̂: Valor estimado o simulado

5. RESULTADOS

5.1 Fase 1

5.1.1 Selección del área de estudio

La selección del área de estudio se realizó en base a la disponibilidad de información de las estaciones hidrológicas y meteorológicas dentro de la zona y cercanas a la misma, así como del área que comprenden la cuenca Río Bogotá y Río Negro. En función de esto el área de estudio se observa en la figura 2.

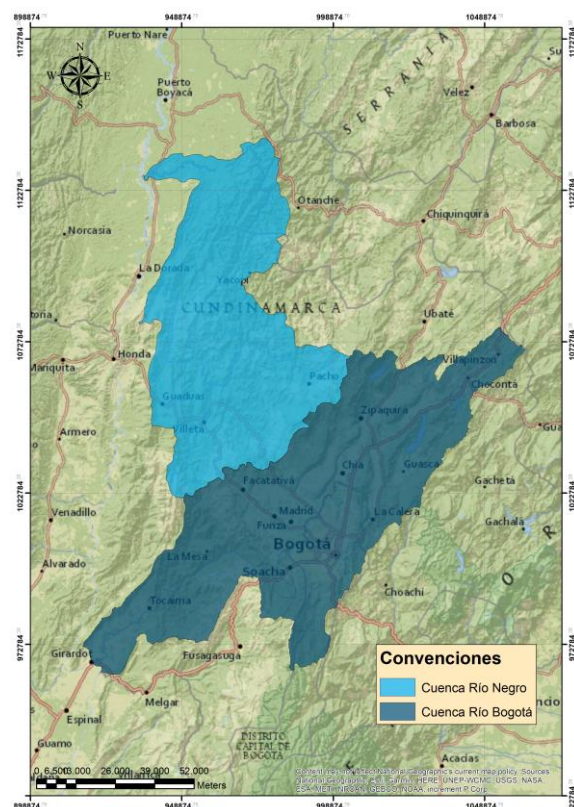


Figura 3. Ubicación del área de estudio Río Negro y Bogotá.
Fuente: Autor

5.1.2 Selección de estaciones

Se realizó la selección de estaciones según la disponibilidad de la información y el área de estudio definida anteriormente. Las estaciones son clasificadas según los parámetros de medición que tienen, las seleccionadas en el estudio son limnimétricas, limnigráficas, pluviométricas, pluviográficas, climatológicas ordinarias y climatológicas principales. Obteniendo la información necesaria para el estudio propuesto. De este modo se obtuvieron según las variables:

Tabla 5. Número de estaciones según variable.
Fuente: Autor

Variable	Número de estaciones Río Negro	Número de estaciones Río Bogotá
Caudal	27	58
Temperatura	62	82

Humedad	62	82
Brillo solar	34	48
Precipitación	139	246
Evaporación	36	53

Las estaciones seleccionadas posteriormente sufren un análisis para filtrarlas y reducir los datos a una serie de datos completa según cada variable.

5.1.3 Análisis de consistencia de la información

El análisis de consistencia se realiza mediante código con el lenguaje Python, obteniendo como resultado una cantidad de estaciones que cumplen y otras que no cómo se observa en la siguiente tabla:

Tabla 6. Resultados del análisis de consistencia.
Fuente: Autor

Variable	Río Negro		Río Bogotá	
	N.º de estaciones que cumplen	N.º de estaciones que no cumplen	N.º de estaciones que cumplen	N.º de estaciones que no cumplen
Caudal	20	7	40	18
Precipitación	86	56	171	75
Temperatura	21	41	33	49
Evaporación	9	27	22	31
Humedad	19	43	32	50
Brillo solar	11	22	22	26

5.1.4 Estimación de datos faltantes

Para la estimación de los datos faltantes se usan las estaciones que cumplen con el análisis de consistencia y se calculan los datos faltantes en la determinada serie

de datos para cada variable, de modo que en las series de datos no existen vacíos de información.

5.1.5 Pruebas de aleatoriedad

El resultado obtenido mediante la prueba de las rachas se da a nivel mensual por cada una de las estaciones, donde se acepta o rechaza los datos. El porcentaje de aceptación indica que cantidad de datos de la serie de datos es aleatoria, así como el rechazo el porcentaje de datos que lo es.

Tabla 7. Resultados de las pruebas de aleatoriedad.

Fuente: Autor

Variable	Río Negro		Río Bogotá	
	% Aceptación	%Rechazo	% Aceptación	%Rechazo
Caudal	72.5	27.5	77.2	22.8
Precipitación	81.5	18.5	80.9	19.1
Temperatura	35.7	64.3	35.4	64.6
Evaporación	75	25	71.7	28.3
Humedad	59.7	40.3	50.0	50.0
Brillo solar	91.7	8.3	86.7	13.3

En este punto se tienen ya las estaciones filtradas debido a lo realizado. Dichas estaciones se observan en los siguientes mapas. El total de estaciones usadas por cada cuenca son:

Tabla 8. Estaciones filtradas.

Fuente: Autor

Cuenca	Estaciones
Río Bogotá	83
Río Negro	161

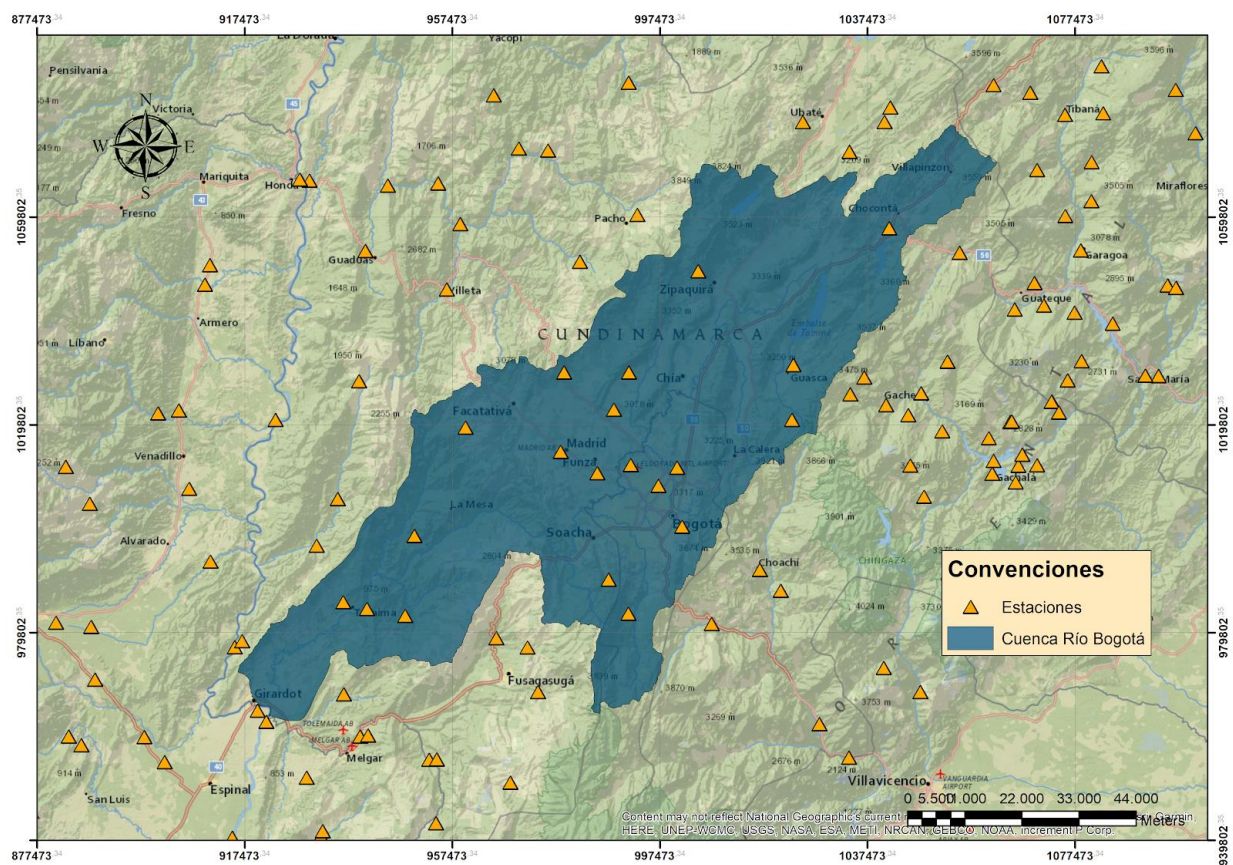


Figura 4. Estaciones cuenca Río Bogotá.
Fuente: Autor

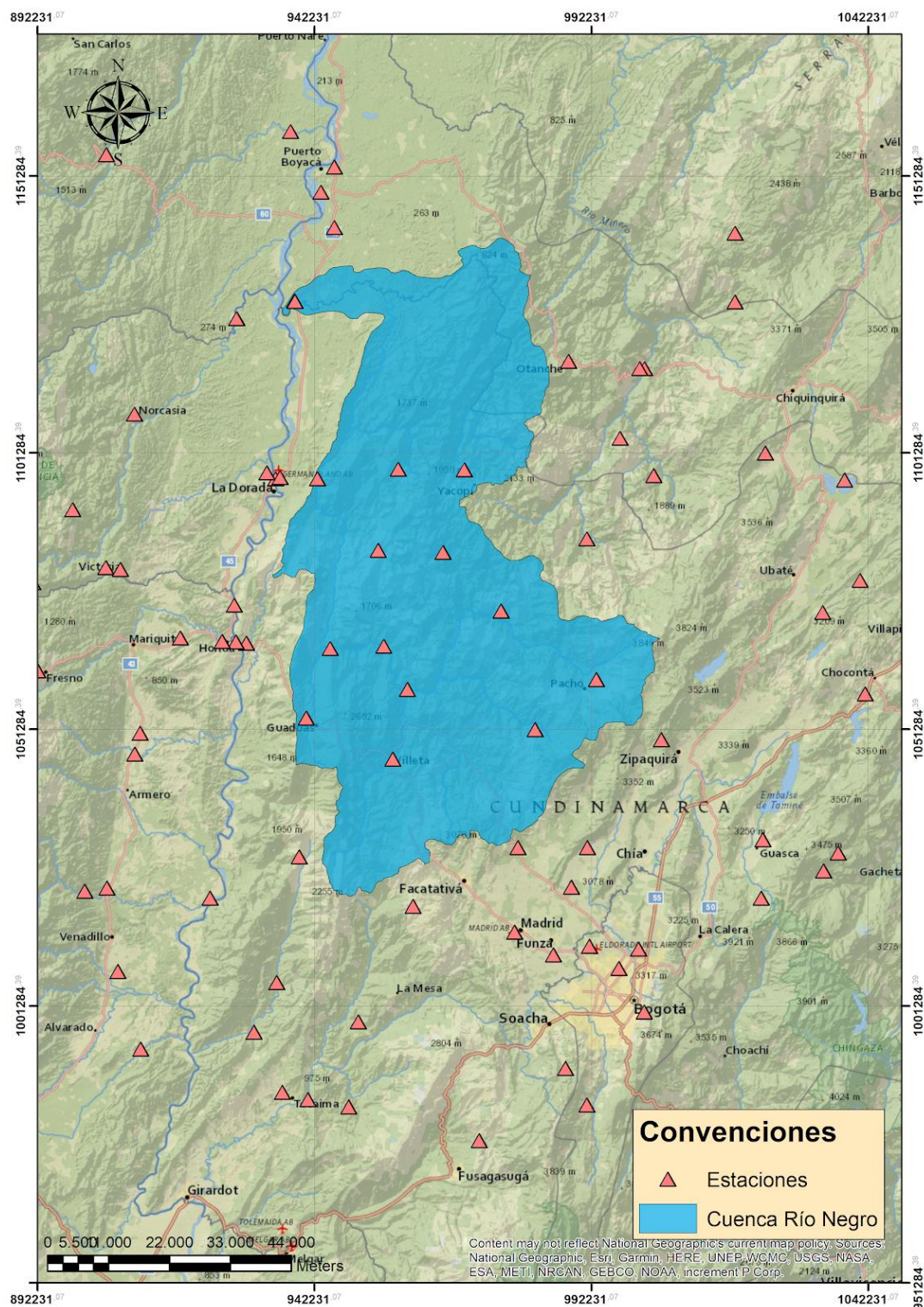


Figura 5. Estaciones cuenca Río Negro.
Fuente: Autor

5.1.6 Ajuste a funciones de distribución teórica

El ajuste a las funciones de distribución se realiza para cada mes del año en cada una de las estaciones por cada cuenca y variable. Existe una tendencia en cada serie de datos los resultados obtenidos se observan en las siguientes tablas.

Tabla 9. Abreviaciones de Funciones de Distribución Teórica.

Fuente: Autor

ABREVIACIÓN	FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN TEÓRICA
gx	Gen extreme
lg	Log gamma
gm	Gamma
nm	Normal
gb	Gumbell
wb	Weibull
gg	Gen Gamma
ln	Log Normal
pw	Power Law

Río Bogotá

Tabla 10. Resultados del ajuste a funciones de distribución Río Bogotá.

Fuente: Autor

Función	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
Precipitación	gx	gx	lg	lg	gx	gx	gx	gx	lg	lg	gx	gg
Evaporación	gx	gx	lg	lg	gx	nm	lg	gx	gx	lg	gb	nm
Temperatura	lg	lg	lg	lg	lg	lg	lg	lg	lg	lg	wb	lg
Caudal	gx	gx	gx	lg	gx	gx	gx	gx	gx	gx	gm	gx
Brillo Solar	gx	gx	nm	gm	lg	lg	lg	lg	gx	lg	gx	gx
Humedad	lg	lg	gx	lg	gx	gx	gx	gx	lg	lg	lg	lg

Río Negro

Tabla 11. Resultados del ajuste a funciones de distribución Río Negro.

Fuente: Autor

Función	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
Precipitación	gx	gx	lg	lg	lg	gx	gx	gx	lg	lg	lg	gx
Evaporación	gx	gx	nm	gx	nm	lg	lg	gg	gx	lg	lg	nm
Temperatura	lg	lg	lg	lg	lg	nm	lg	lg	lg	lg	lg	lg
Caudal	gx	gm	gm	lg	gx	gb	ln	gx	gb	lg	gx	gx
Brillo Solar	gx	gx	gb	lg	gx	lg	lg	gb	gb	gx	gx	pw
Humedad	gx	gx	gx	gx	gx	gx	gx	ln	lg	lg	gx	lg

5.2 Fase 2

5.2.1 Estimación de momentos estadísticos

La estimación de los momentos estadísticos se realizó según la metodología definida anteriormente, para la serie de datos de las cuencas en estudio. De modo que se obtienen unos datos usados como insumo para el resultado final.

5.2.2 Interpolación IDW

El proceso de interpolación es aplicado a la precipitación, variables fundamentales en el cálculo del balance hídrico. Como resultados se obtienen los siguientes mapas.

Río Negro

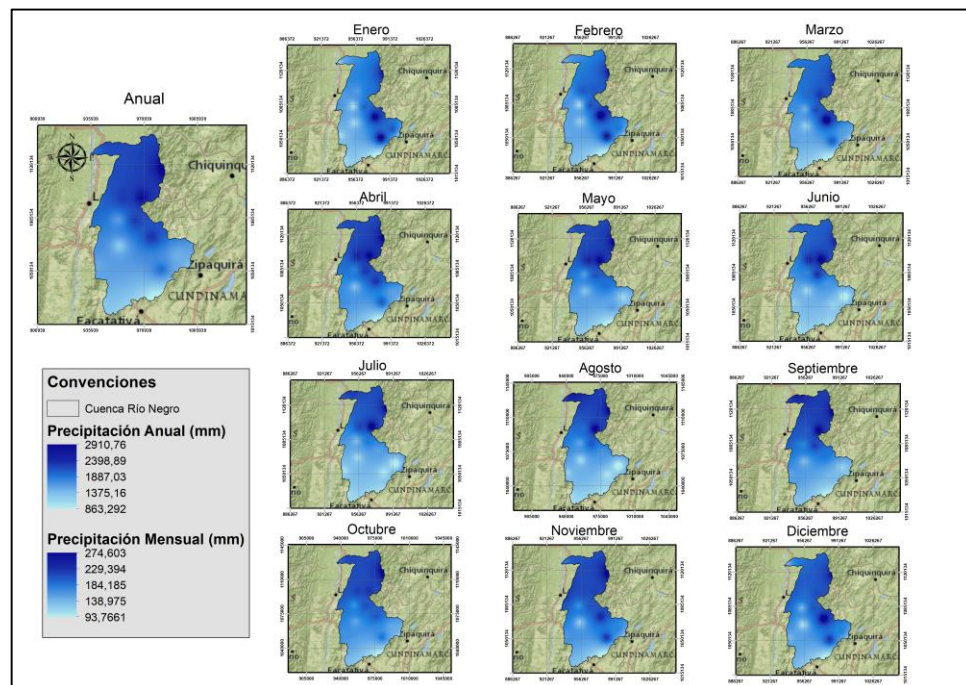


Figura 6. Precipitación Río Negro.

Fuente: Autor

Río Bogotá

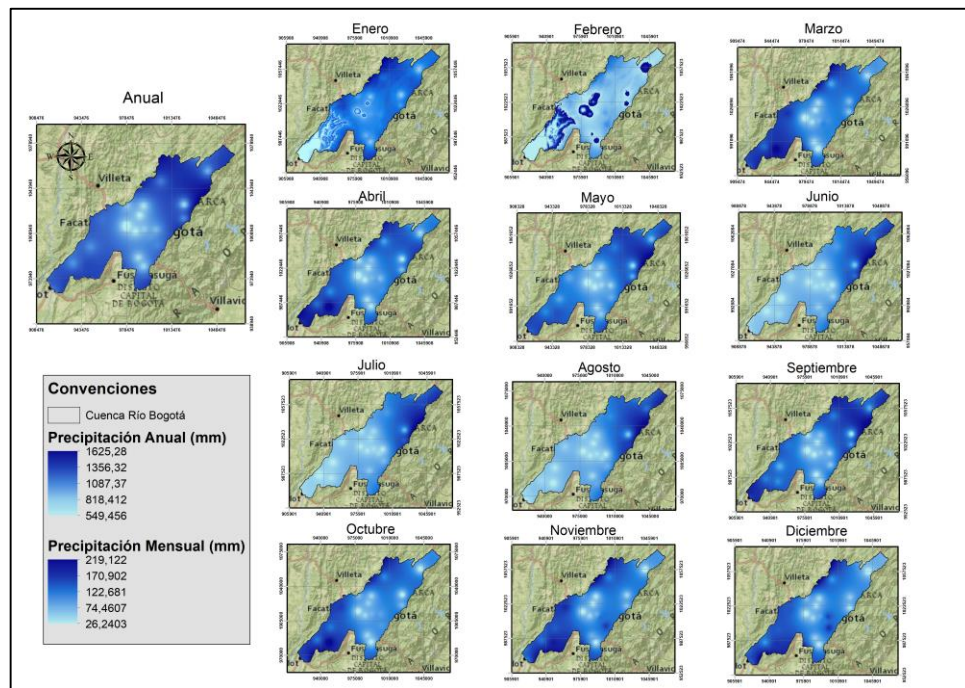


Figura 7. Precipitación Río Bogotá.
Fuente: Autor

5.2.3 Isotermas

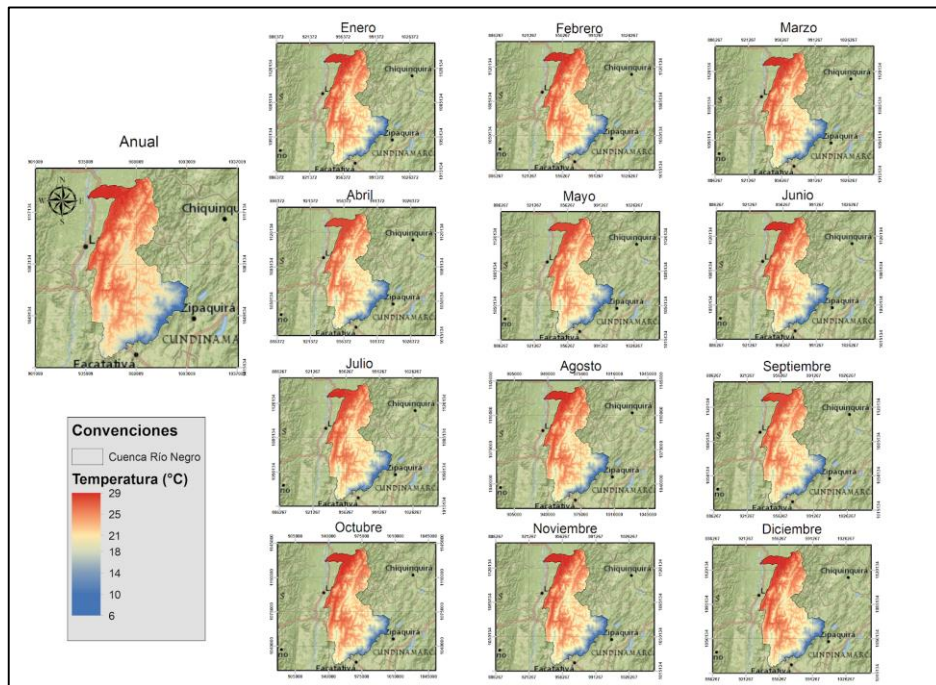


Figura 8. Interpolación de temperatura cuenca Río Negro.
Fuente: Autor

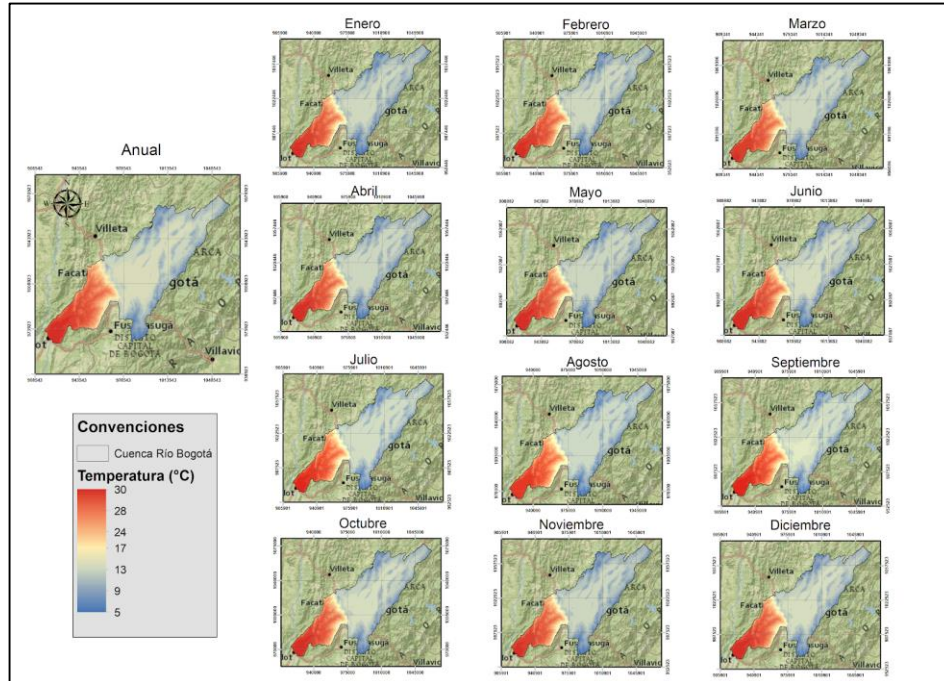


Figura 9. Interpolación de temperatura cuenca Río Bogotá.
Fuente: Autor

5.2.4 Marco de Budyko

Para el desarrollo del Budyko Framework se realiza la obtención de resultados del balance hídrico a nivel municipal. Para la cuenca Río Bogotá se tiene la influencia de un total de 31 municipios, y para la cuenca Río Bogotá la influencia de un total de 49 municipios; como se muestra en los siguientes mapas. El resultado del Budyko Framework arroja un coeficiente de ajuste para la corrección de la evapotranspiración potencial.

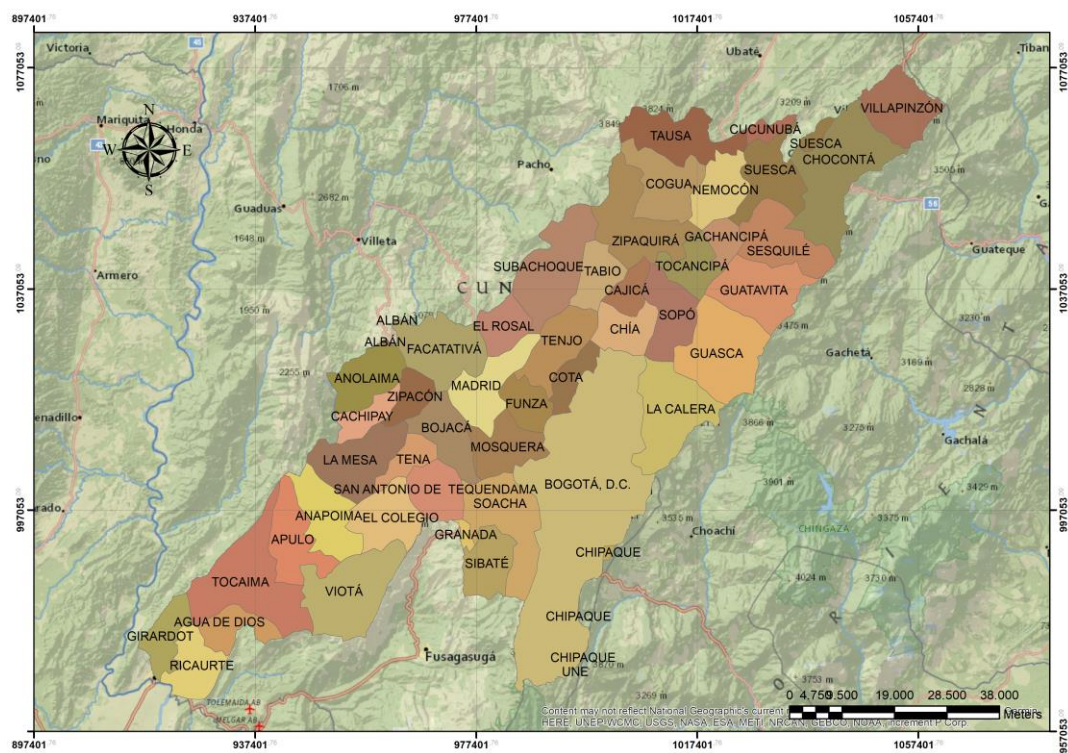


Figura 10. Municipios cuenca Río Bogotá.
Fuente: Autor

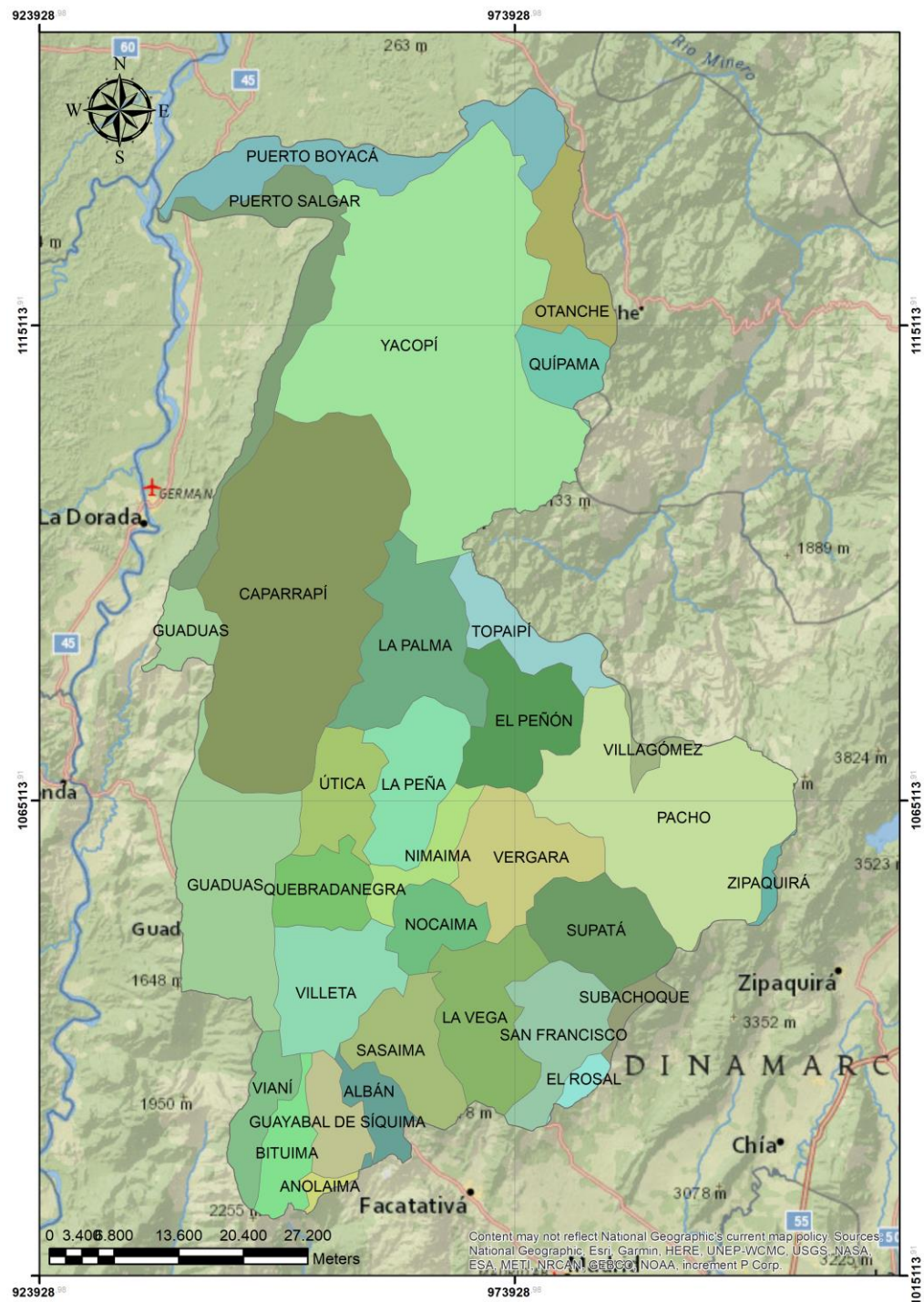
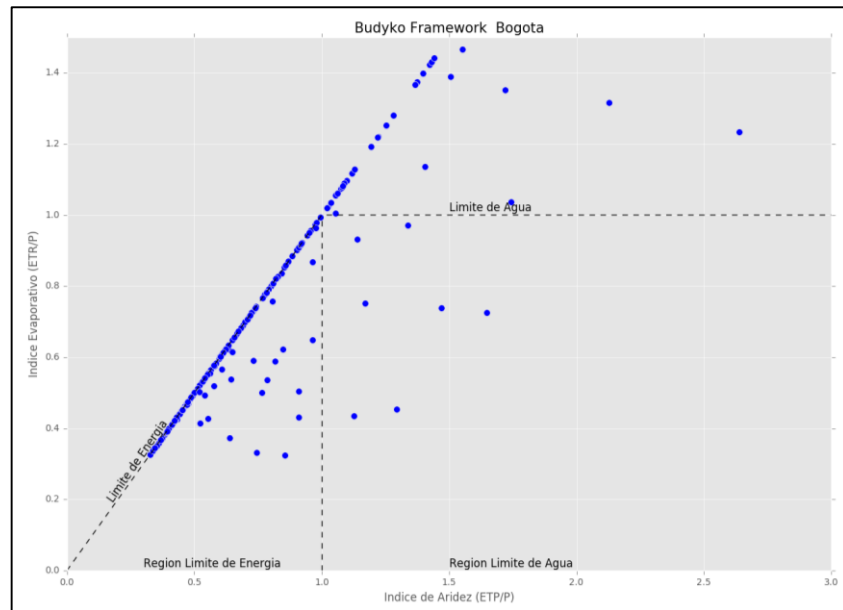


Figura 11. Municipios cuenca Río Negro.
Fuente: Autor

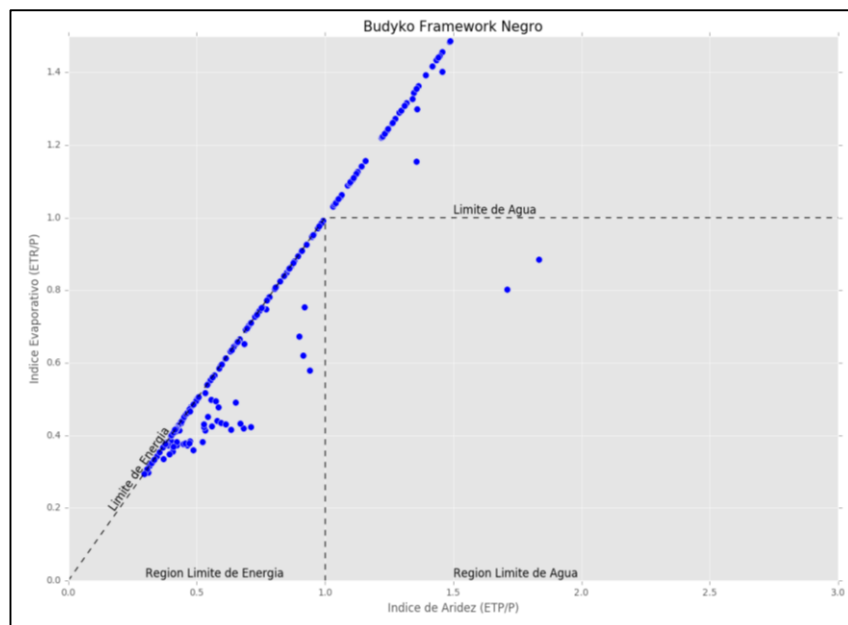
Los resultados obtenidos se plasman en los gráficos generados por el lenguaje Python, como se observa en las siguientes imágenes.

Río Bogotá



Gráfica 2. Resultado Budyko Framework Cuenca Río Bogotá.
Fuente: Autor

Río Negro



Gráfica 3. Resultado Budyko Framework Cuenca Río Negro.
Fuente: Autor

5.2.5 Balance Hídrico

En función de la temperatura y la precipitación el balance hídrico desarrollado, proporciona resultados de la Evapotranspiración Potencial (ETP) la cual es corregida posteriormente por el coeficiente obtenido anteriormente mediante el Budyko Framework, Evapotranspiración Real (ETR), Almacenamiento, Reserva, Déficit y Excesos.

Dichos resultados, son elementos raster que contienen información espacial de cada una de las variables nombradas anteriormente.

Río Negro

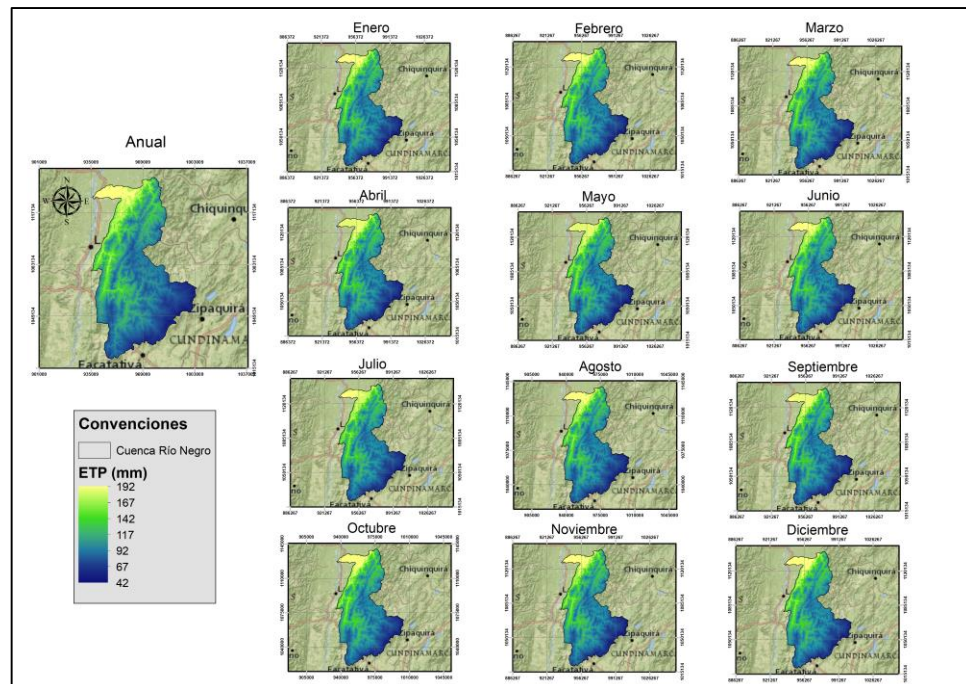


Figura 12. ETP cuenca Río Negro.

Fuente: Autor

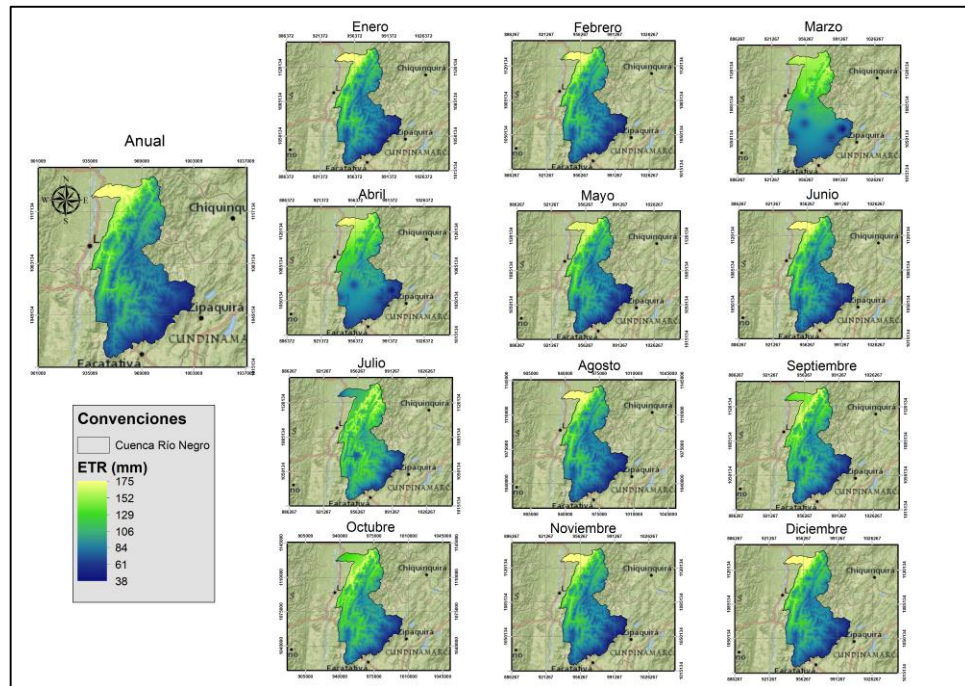


Figura 13. ETR cuenca Río Negro. Fuente: Autor

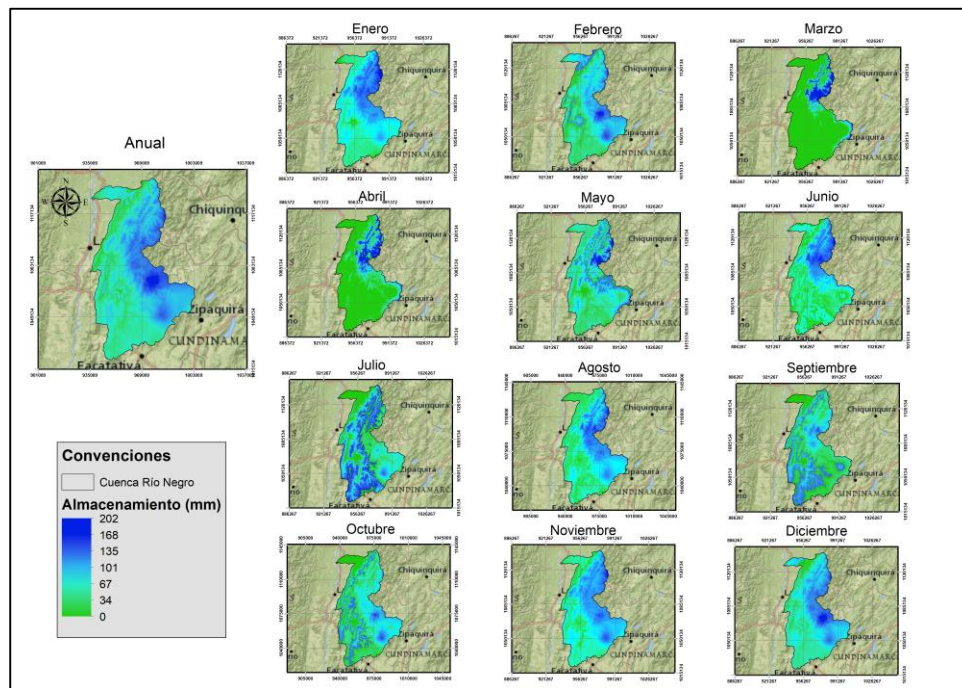


Figura 14. Almacenamiento cuenca Río Negro.
Fuente: Autor

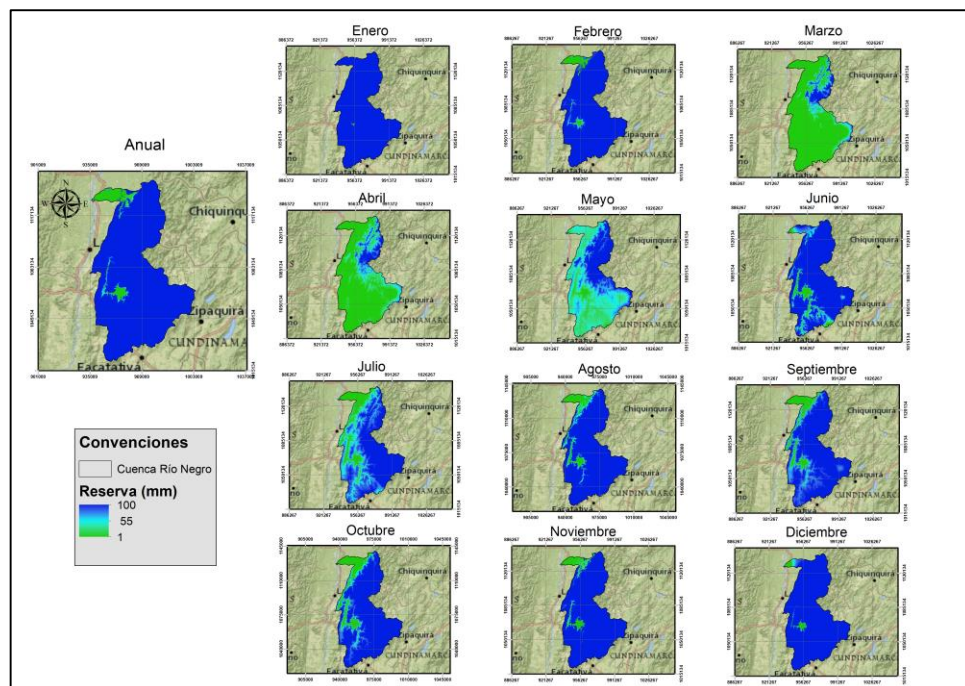


Figura 15. Reserva cuenca Río Negro.
Fuente: Autor

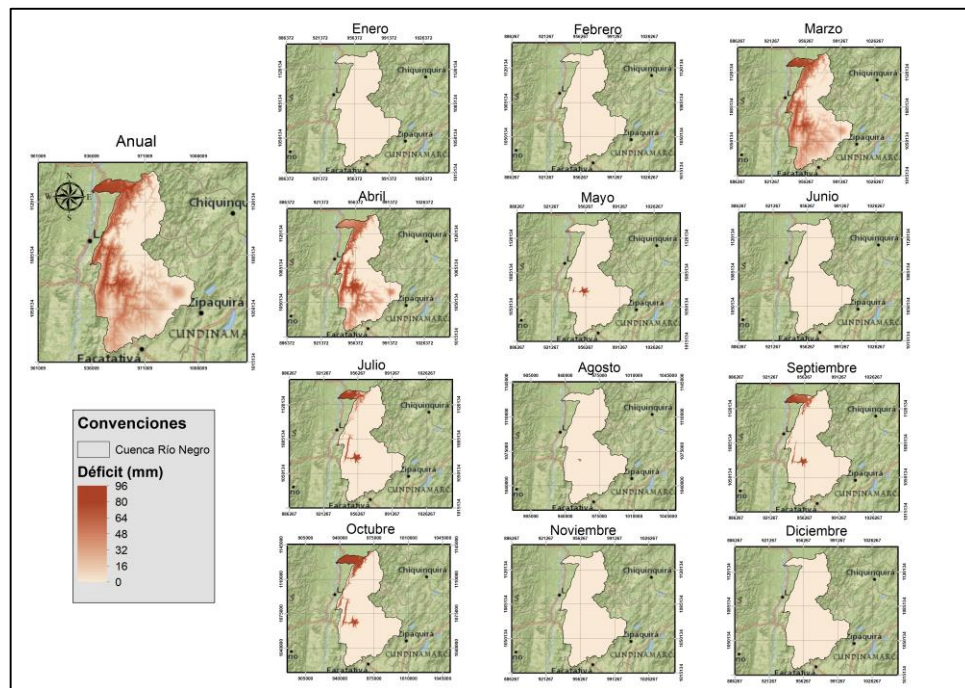


Figura 16. Déficit cuenca Río Negro.
Fuente: Autor

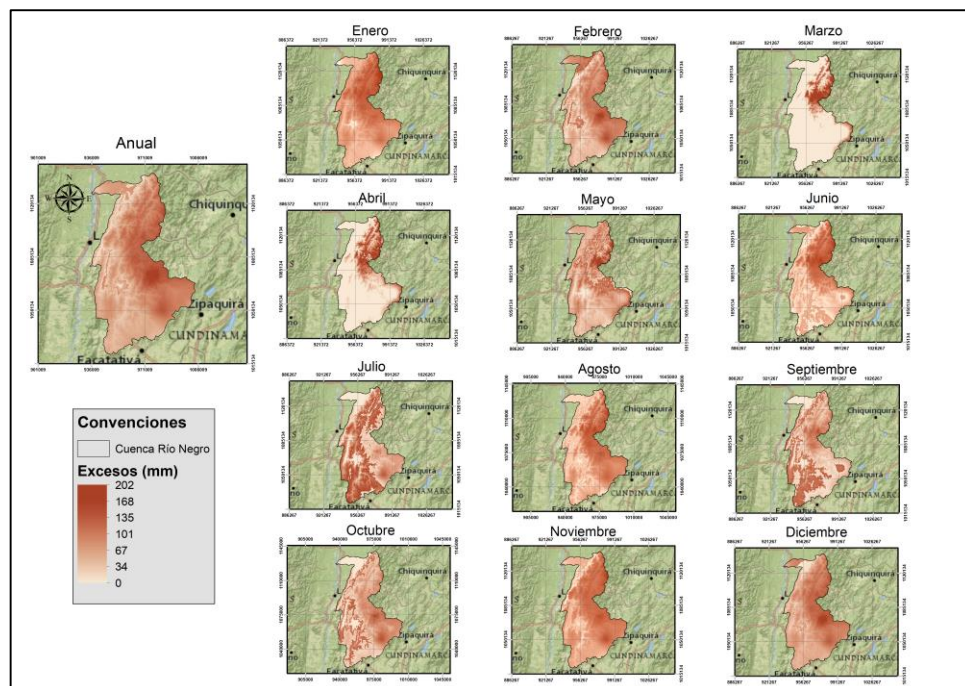


Figura 17. Excesos cuenca Río Negro.
Fuente: Autor

Río Bogotá

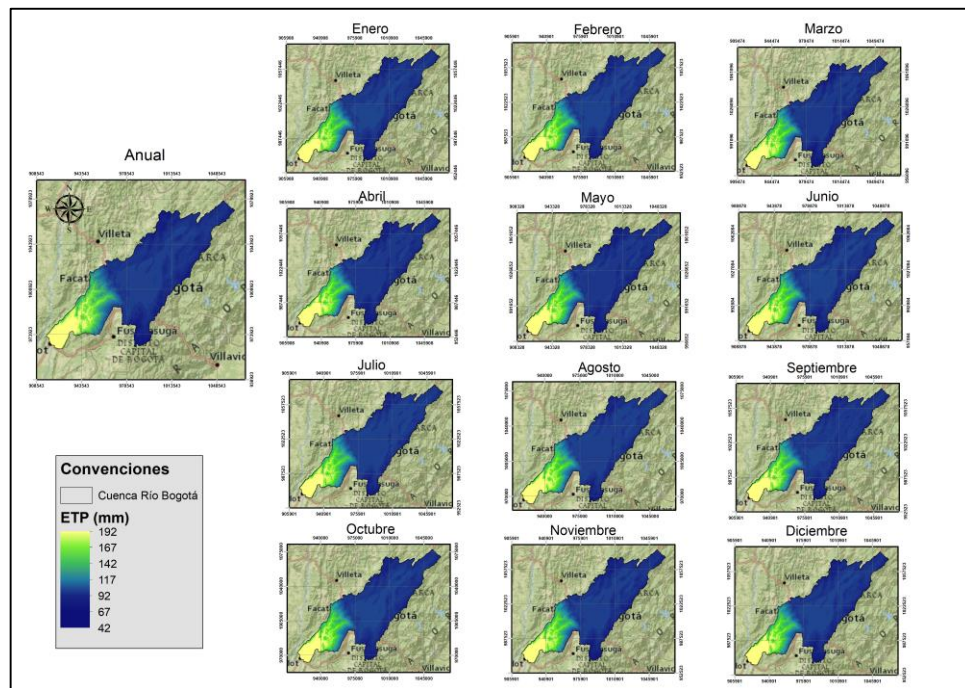


Figura 18. ETP cuenca Río Bogotá.
Fuente: Autor

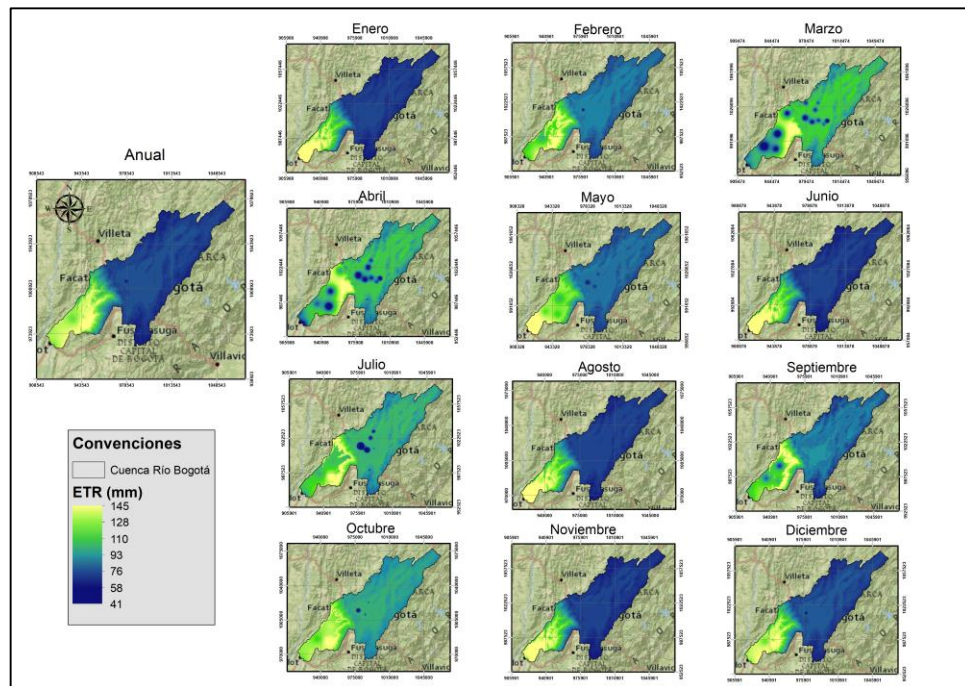


Figura 19. ETR cuenca Río Bogotá.
Fuente: Autor

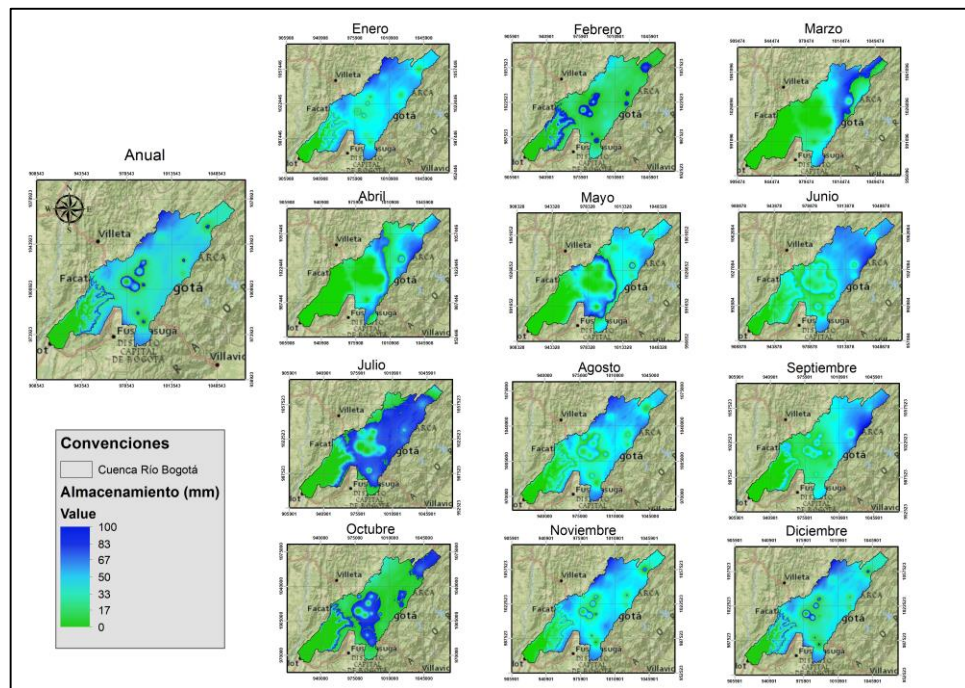


Figura 20. Almacenamiento cuenca Río Bogotá.
Fuente: Autor

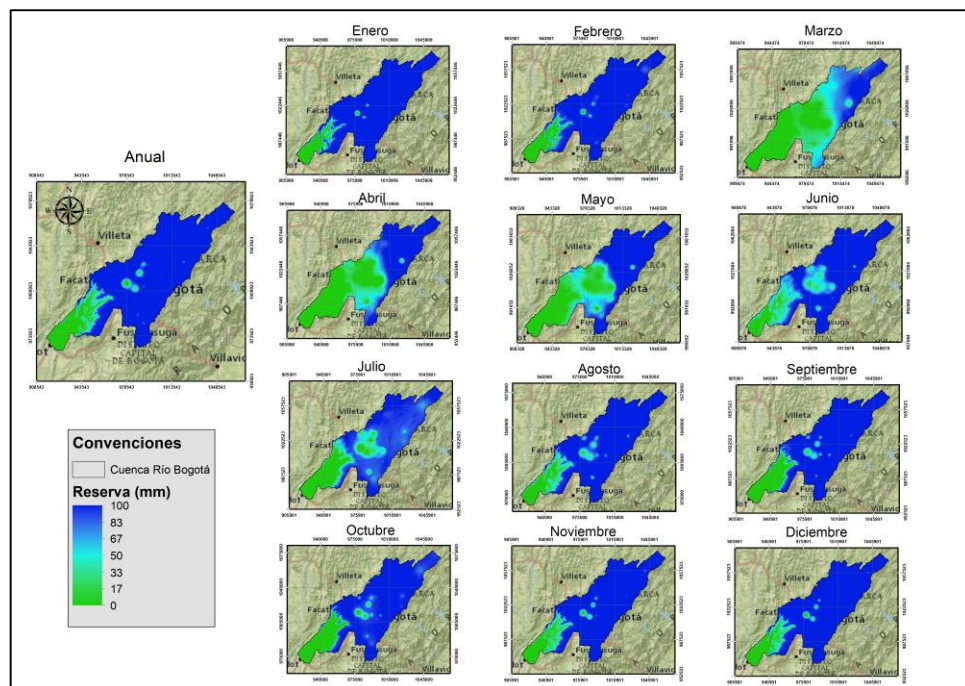


Figura 21. Reserva cuenca Río Bogotá.
Fuente: Autor

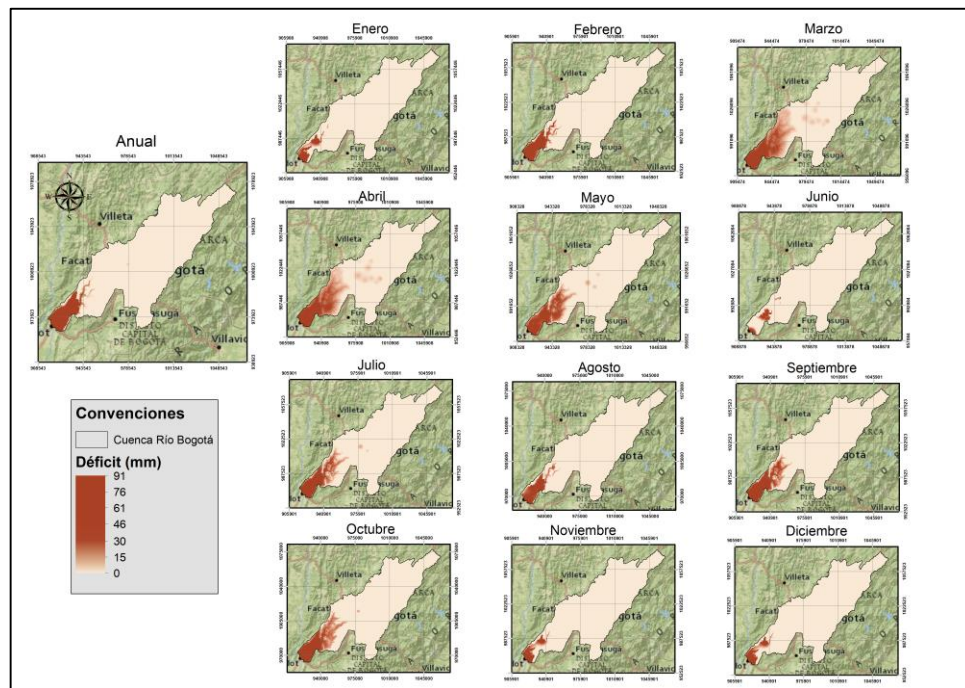


Figura 22. Déficit cuenca Río Bogotá.
Fuente: Autor

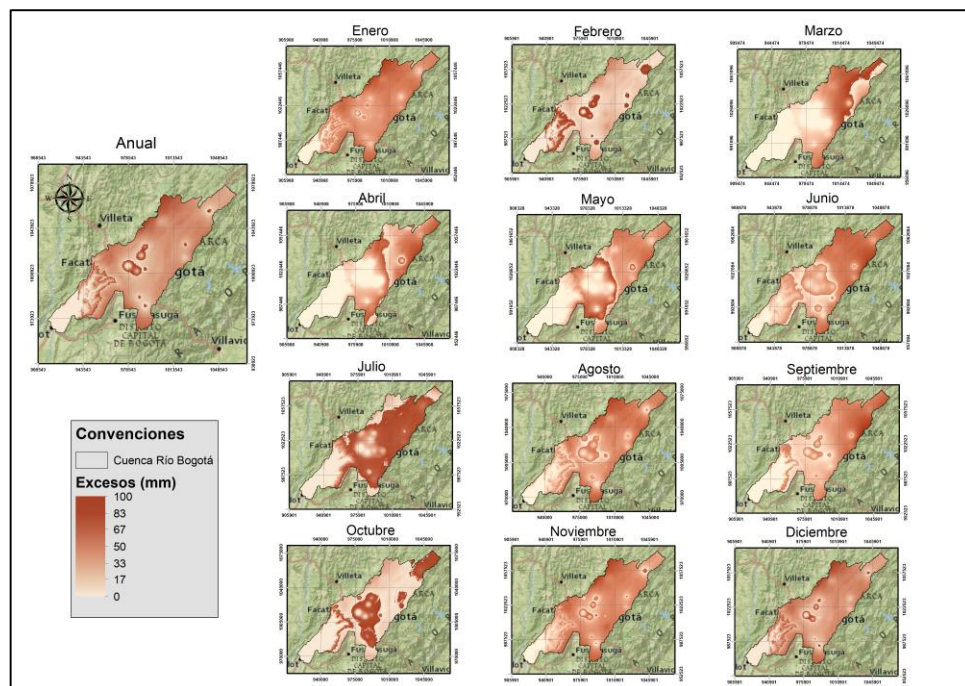


Figura 23. Excesos cuenca Río Bogotá.
Fuente: Autor

5.3 Fase 3

5.3.1 Transformación del caudal a escorrentía

Se realizó la transformación del caudal a escorrentía mediante la ecuación planteada, obteniendo una serie con la misma cantidad de datos que el caudal. De esta forma se procede a la interpolación de la escorrentía para observar su comportamiento y posterior relación con el almacenamiento provenientes del cálculo del balance hídrico.

5.3.2 Interpolación de la escorrentía

Río Negro

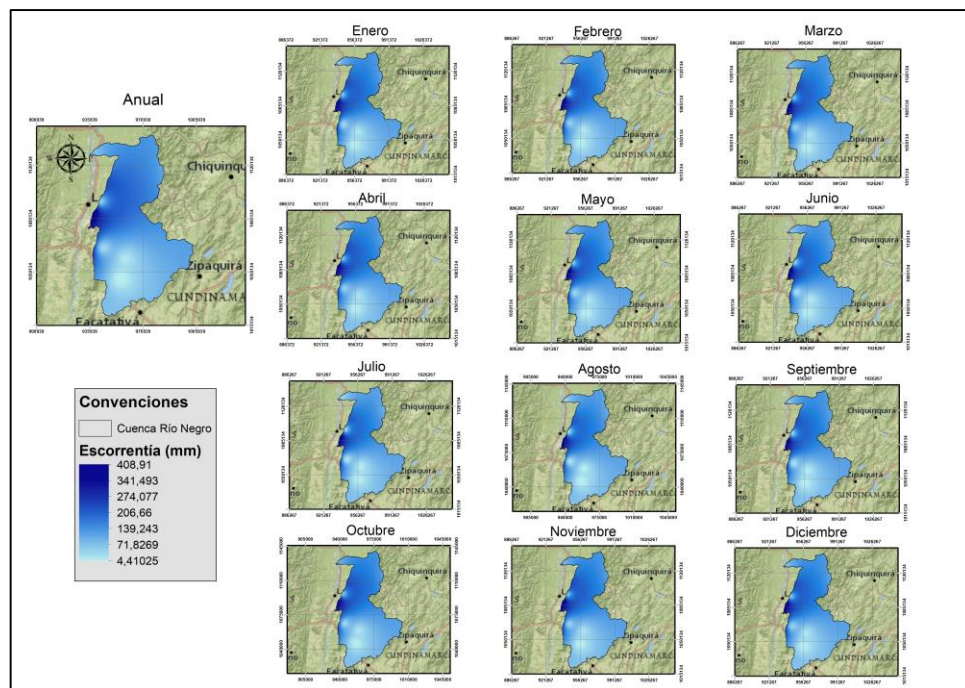
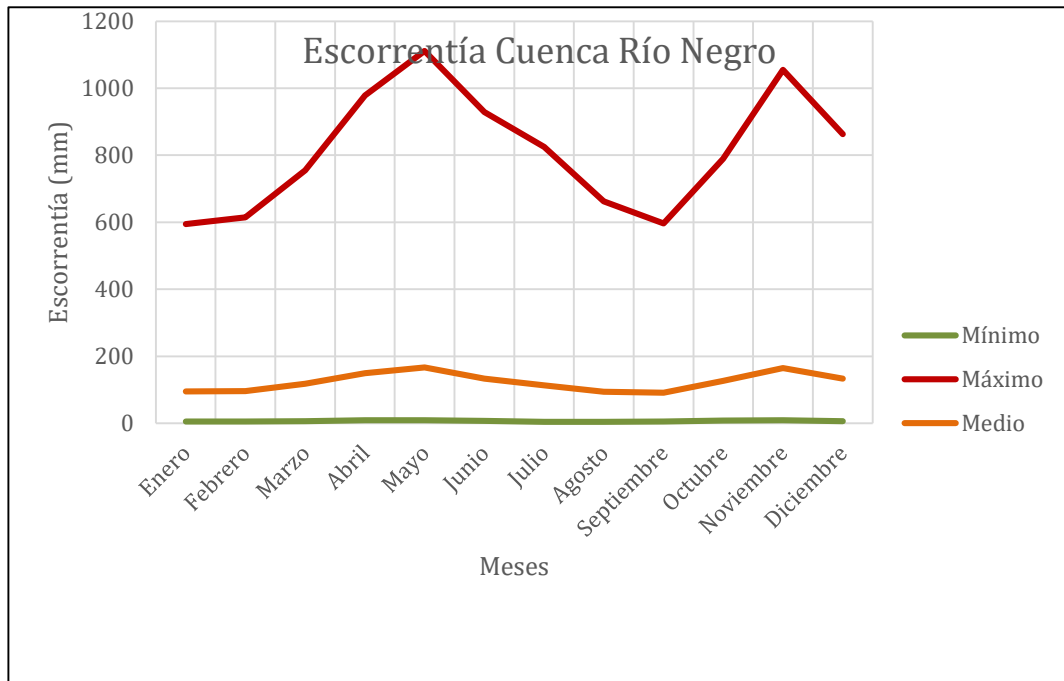


Figura 24. Escorrentía Río Negro.

Fuente: Autor



Gráfica 4. Escorrentía Río Negro.

Fuente: Autor

Río Bogotá

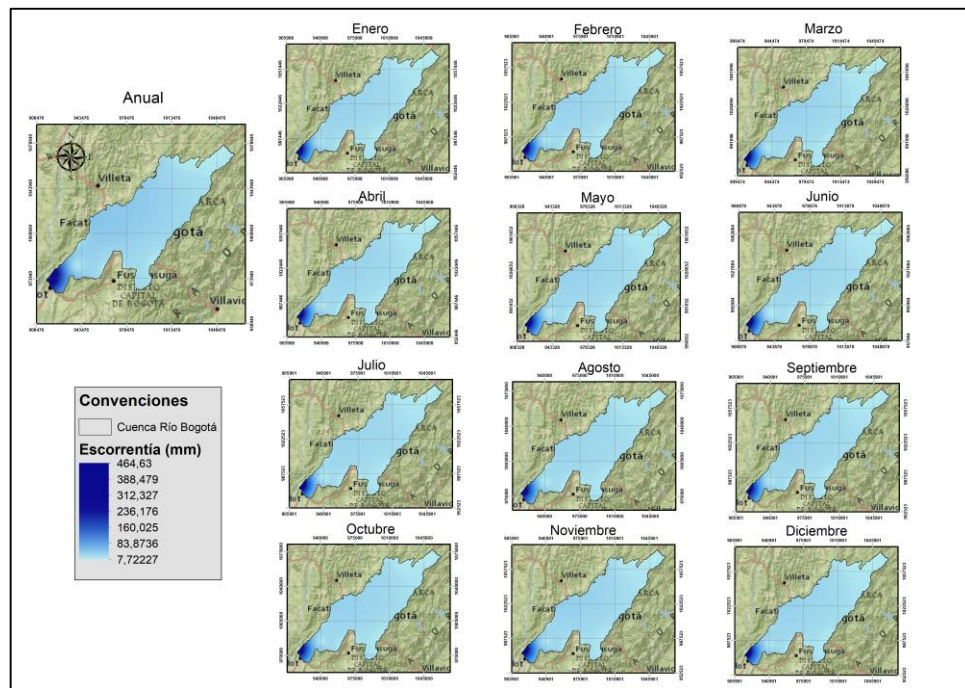
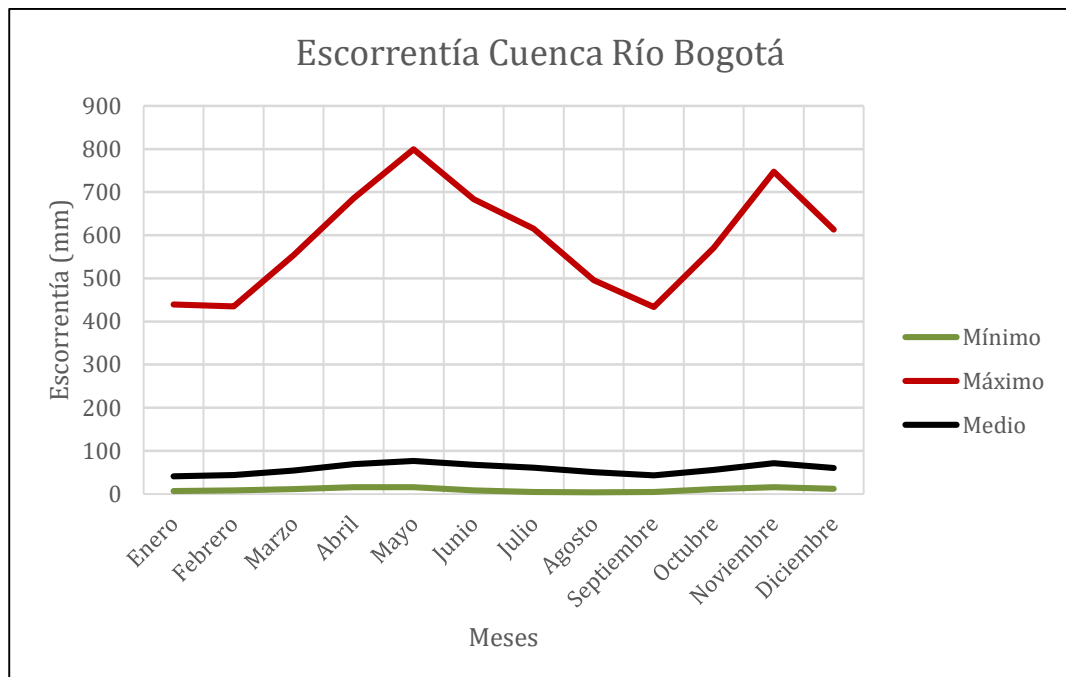


Figura 25. Escorrentía Río Bogotá.
Fuente: Autor



Gráfica 5. Escorrentía Río Bogotá.
Fuente: Autor

5.3.3 Evaluación del desempeño del modelo

En este punto del estudio se han desarrollado todas las metodologías propuestas anteriormente, los resultados obtenidos para el Río Bogotá y Río Negro son bastante similares debido a que son cuencas muy cercanas y están caracterizadas por tener un relieve muy similar, lo que incurre en que su comportamiento hidroclimatológico sea idéntico. Para realizar la evaluación del desempeño del modelo se aplican las métricas propuestas obteniendo así para cada cuenca los siguientes resultados.

Río Negro

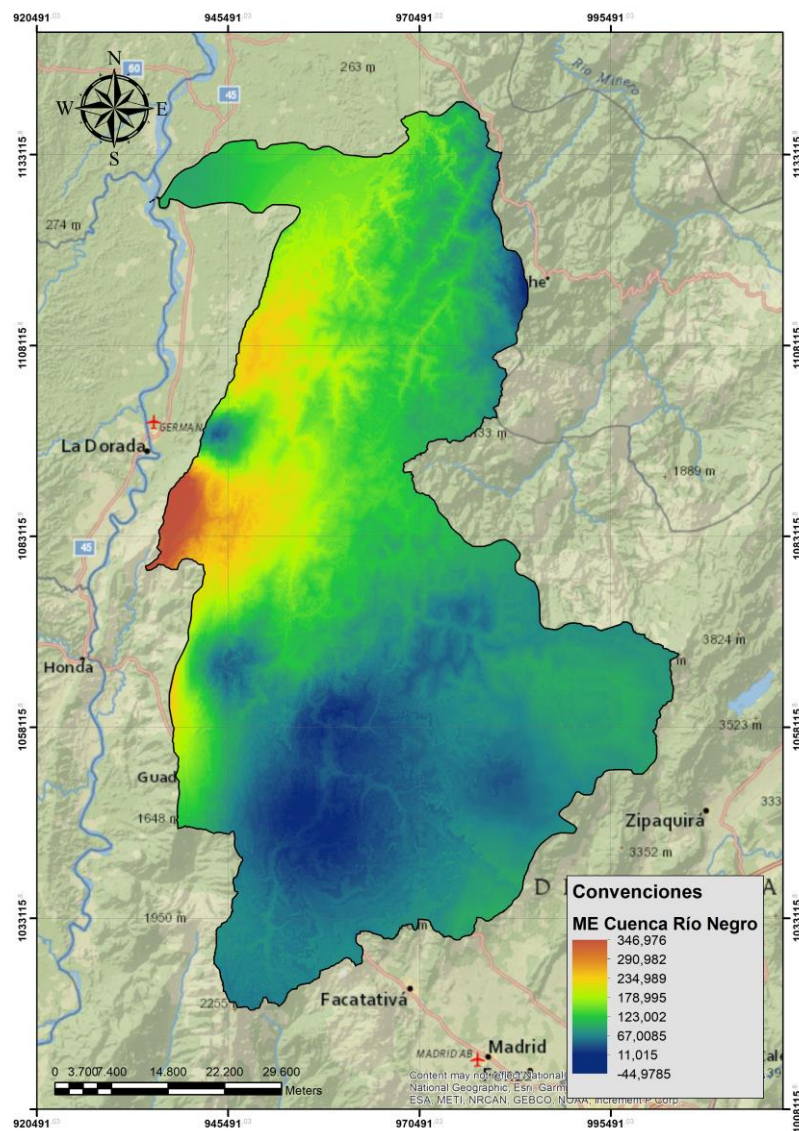


Figura 26. Error medio (ME) cuenca Río Negro.
Fuente: Autor

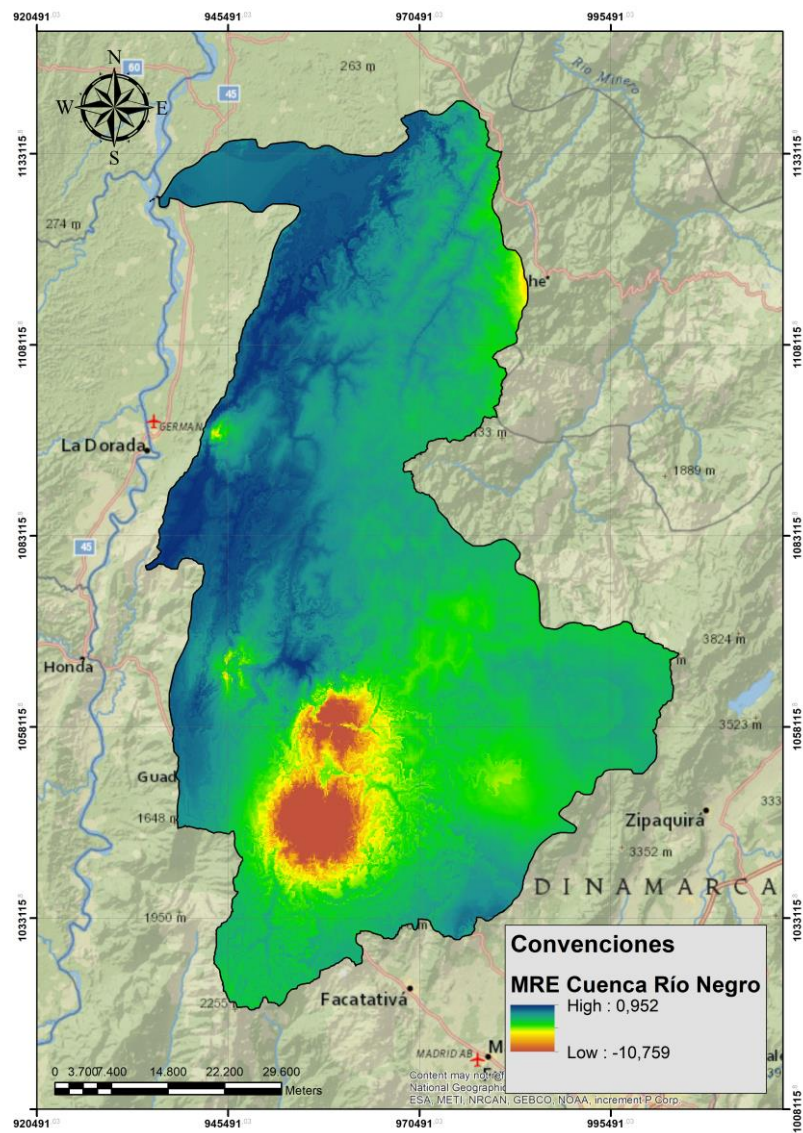


Figura 27. Error relativo medio (MRE) cuenca Río Negro
Fuente: Autor

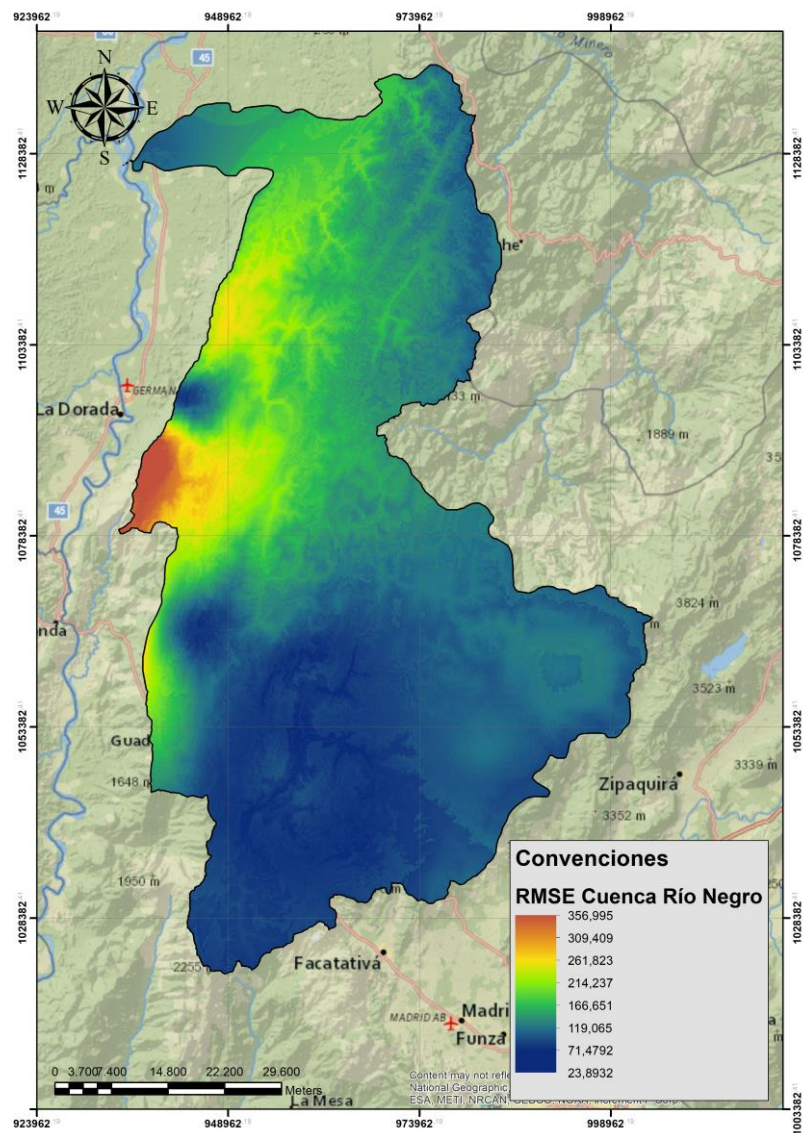


Figura 28. Raíz del error cuadrático medio (RMSE) cuenca Río Negro
Fuente: Autor

Río Bogotá

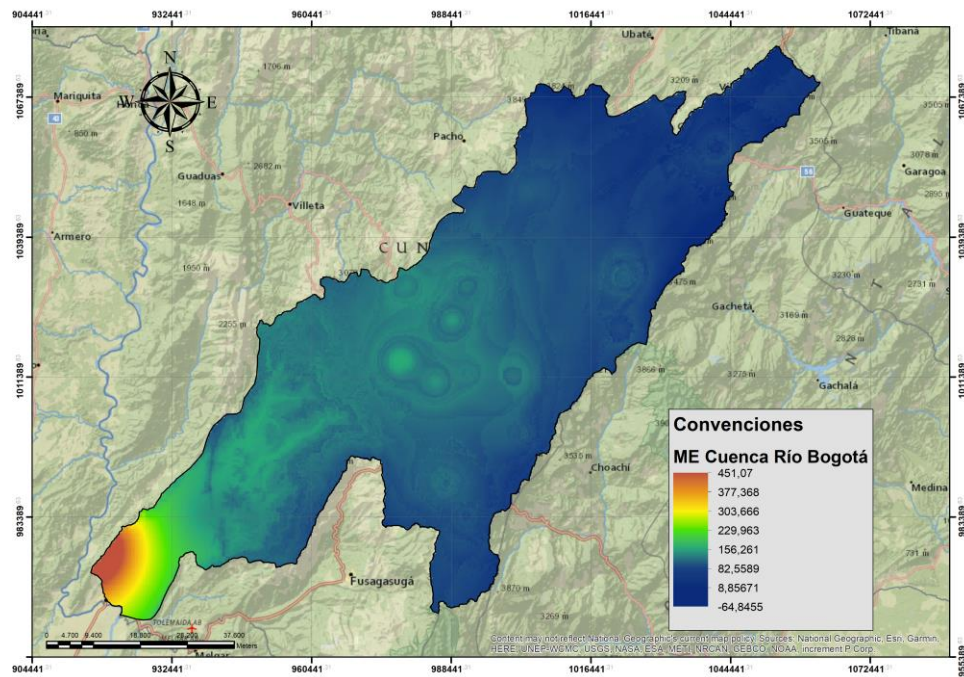


Figura 29. Error medio (ME) cuenca Río Bogotá
Fuente: Autor

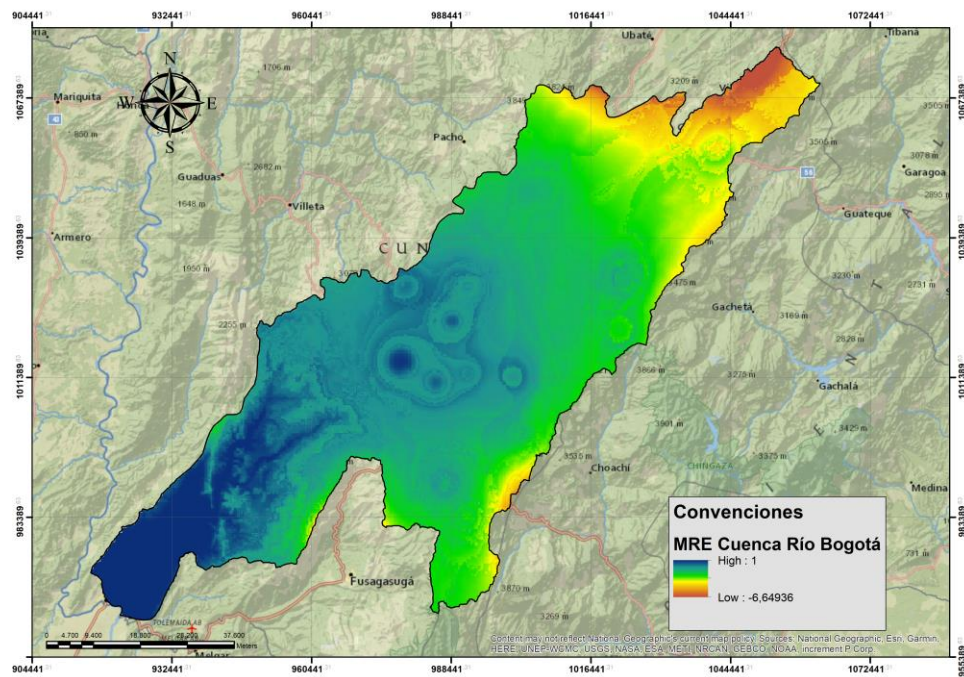


Figura 30. Error relativo medio (MRE) cuenca Río Bogotá
Fuente: Autor

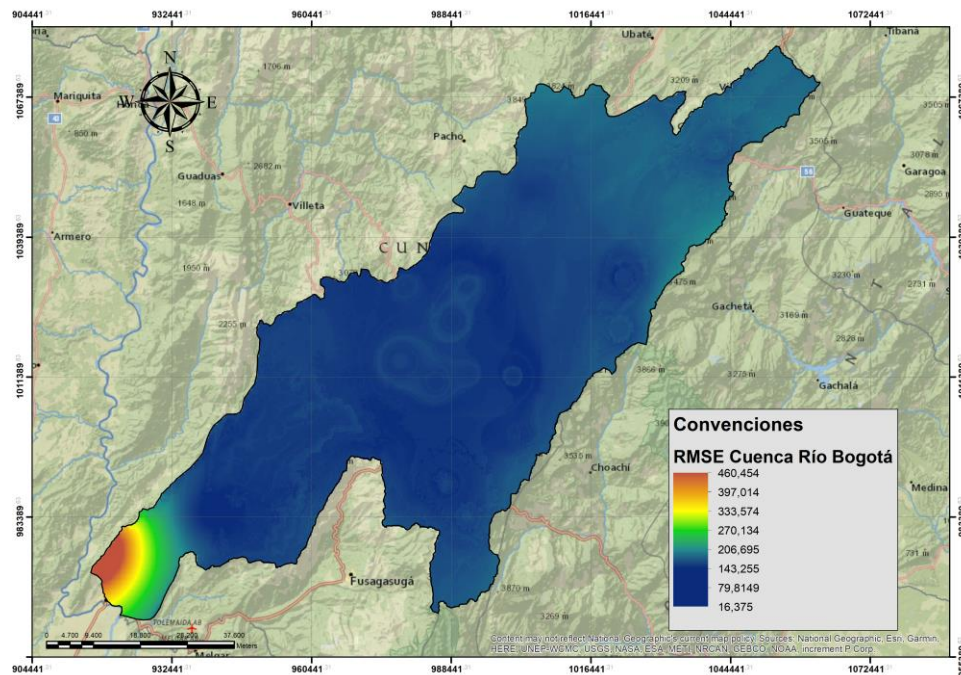


Figura 31. Raíz del error cuadrático medio (RMSE) cuenca Río Bogotá
Fuente: Autor

6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para tener información suficiente es necesario seleccionar una cantidad de estaciones amplia, de este modo se obtuvieron inicialmente para la cuenca Río Bogotá un total de 569 estaciones y para la cuenca Río Negro un total de 360. Las cuales luego de una serie de pruebas se redujeron respectivamente a un total de 161 estaciones para la cuenca Río Bogotá y un total de 83 para la cuenca Río Negro. Esto con el fin de eliminar los vacíos de información y reducir errores en la calidad del estudio realizado; asegurando que la información usada es consistente.

Las pruebas de aleatoriedad y consistencia muestran claramente la diferencia del comportamiento de la variable temperatura y precipitación, ya que la precipitación a lo largo del tiempo tiene una variación considerable de su media, mientras que la temperatura varía muy poco en el tiempo respecto de su media.

La distribución que más se ajustó a las series de datos en general para la cuenca Río Bogotá y la cuenca Río Negro, fue la distribución Gen extreme, indicando que los datos fueron normalizados correctamente respecto de una serie de variables aleatorias que son de carácter independiente y se encuentran idénticamente

distribuidas. Lo cual es justificado desde las pruebas de aleatoriedad y consistencia de los datos.

La precipitación para la cuenca Río Negro presenta una variación de entre 93 mm y 275 mm mensualmente, es decir que diferencia en 180 mm de acuerdo con la época del año; donde hacía su nacimiento se presentan los valores más altos de precipitación y hacia su desembocadura valores altos, medios y bajos de precipitación. De esta misma forma se comporta la precipitación para la cuenca Río Bogotá con precipitaciones que van desde los 26 mm hasta los 220 mm, con una variación de aproximadamente 194 mm dependiendo la época del año.

Frente a la interpolación de la escurrimiento puede observarse que se distribuye a lo largo de ambas cuencas, pero la variación en el año no es notable debido a que los comportamientos son similares. Las variaciones pueden observarse en las gráficas que muestran valores mínimos, máximos y medios. Donde los valores máximos se presentan hacia la desembocadura de la cuenca donde las acumulaciones de agua son mayores y los valores medios y bajos hacia en nacimiento donde el almacenamiento es bajo y las pendientes que caracterizan estos terrenos son relevantes.

Para los resultados de temperatura puede observarse que en ambas cuencas el comportamiento es similar donde las mayores temperaturas están hacia la parte de la desembocadura y las menores hacia la parte de su nacimiento. La variación de la temperatura en ambas cuencas durante el paso del tiempo se encuentra entre los dos y tres grados centígrados para las bajas medias y altas temperaturas; por lo que a lo largo del relieve y los meses su comportamiento es muy similar.

La información obtenida para la precipitación y la temperatura es fundamental en el desarrollo del balance hídrico. Para la cuenca del Río Bogotá se observa que la evapotranspiración potencial (ETP) se encuentra entre los 42 mm y 192 mm, con un comportamiento uniforme a lo largo del año donde los valores menores de ETP se presentan hacia el nacimiento de esta y los mayores hacia su desembocadura esto debido a que las mayores temperaturas se encuentran en esta misma zona.

El comportamiento de la evapotranspiración real (ETR) para la cuenca río Bogotá está entre los 41 mm y 145 mm, con un comportamiento diferente a lo largo del año y de igual forma por la cuenca. Donde en meses como marzo, abril, septiembre y octubre; se obtienen mayores valores de ETP en las zonas medias y alta de la cuenca. Esto puede deberse al comportamiento que tiene la precipitación durante el año y así mismo dentro de la cuenca.

El almacenamiento de la cuenca Río Bogotá tiene valores de entre 0 mm y 100 mm, la cual tiene un comportamiento variable a lo largo del año y una distribución notable a lo largo de la cuenca, los menores valores se observan hacia la desembocadura

de la cuenca y los mayores hacia la alta y media. De igual forma se comportan los excesos en esta cuenca. El comportamiento a lo largo de la cuenca es similar para la reserva y el déficit, donde los valores máximos están hacia su nacimiento y los menores hacia su desembocadura; dicho comportamiento es muy similar en el año, por lo que no se observan grandes variaciones.

Para la cuenca Río Negro el comportamiento de las variables es igual al de la cuenca Río Bogotá donde los mayores valores de ETP, ETR y déficit se encuentran hacia la desembocadura de la cuenca y los menores hacia la parte media y alta de la misma. A diferencia de la cuenca Río Bogotá, esta posee valores de ETR entre 38 mm y 175 mm, para déficit entre 0 mm y 96 mm con una notable, aunque baja variación a lo largo del año, y para la ETP los valores son los mismos.

Los resultados para el almacenamiento, la reserva y los excesos tienen un comportamiento similar a lo largo de la cuenca donde los valores más altos se presentan hacia la parte alta y media de la cuenca y los menores hacia la parte de la desembocadura. El almacenamiento arroja valores entre los 0 mm y 202 mm al igual que los excesos, mientras que la reserva presenta valores entre 0 mm y 100 mm. Y la distribución a lo largo del año es notable.

Los resultados del balance hídrico para ambas cuencas muestran la gran relación que existe entre la temperatura y la precipitación, a su vez como la diferencia altitudinal interfiere en el comportamiento de la temperatura. Los resultados indican que respecto de la precipitación presentada en las cuencas aproximadamente la mitad de esta se evapora de manera real y establece un límite para lo que potencialmente podría evaporarse teniendo en cuenta el almacenamiento y reservas de las cuencas.

Una vez aplicado el balance hídrico con la corrección de la ETP, se aplican las métricas de desempeño con el fin de conocer que tanto distan los datos del almacenamiento con los de la escurriencia obtenida. De este modo la métrica del error medio es evaluada a partir de su media, igual que la métrica de la raíz cuadrada del error medio; mientras que la métrica del error relativo medio arroja valores de porcentaje.

Al observar el resultado del EM para la cuenca Río Negro se observan valores entre -40,97 y 346,97 mm, la media de los datos de esta cuenca están entre 4,41 y 814,32 mm. Lo cual indica que al obtener valores por debajo de la media de los datos estos se ajustan entre sí. En el mapa se observa que hacia la parte baja de la cuenca se obtienen valores positivos entre 0 y 346,97 mm, estos valores indican que en esta zona la relación de las variables dista entre esa cantidad de mm. Hacia la parte alta se observan valores negativos de entre 0 y -44,97 mm, comprendiendo cinco municipios de la cuenca esto indica que en estas zonas los valores que simula el modelo están siendo sobreestimados.

Para la MRE se obtiene valores entre -10,75 y 0,95, el comportamiento es igual donde hacia la parte baja de la cuenca se obtiene valores positivos desde 0% hasta 95%, es decir que los valores distan en este porcentaje. Y hacia la parte alta se encuentran zonas con valores entre 0 y -10,75, lo que quiere decir que en estos puntos el modelo está sobreestimando valores, lo que hace obtener valores negativos.

En el resultado de la MRSE para la cuenca Río Negro se obtienen valores entre 23,89 y 356,99 mm, el comportamiento para la MRSE es similar al de la ME donde hacia las zonas bajas se obtienen los valores más altos y hacia las zonas altas se obtienen valores menores, la diferencia es que en esta no se obtienen valores negativos. Es decir que a lo largo de la cuenca existe una diferencia pequeña y alta según la zona que se observe.

Para la cuenca Río Bogotá el ME arroja valores entre -64,84 y 461,07 mm, la media de los datos está entre 7,72 y 589,29 mm. El comportamiento es similar al de la cuenca Río Negro donde hacia la parte alta se encuentran valores entre 0 y -64,84 mm de sobreestimación y hacia la parte baja se encuentran valores positivos entre 0 y 461,07 mm, es decir el distanciamiento de los datos.

En la cuenca Río Bogotá se obtienen valores entre -6,64 y 1, donde hacia zonas altas se encuentran valores entre 0 y -6,64 de sobreestimación mientras que en la zona baja se encuentran valores del 0 al 100%, es decir el error o distanciamiento en porcentaje de los datos.

Para la MRSE en la cuenca Río Bogotá se obtienen valores entre 16,37 y 460,45 mm, el comportamiento es igual al de las otras métricas donde hacia zonas altas están los valores más pequeños y hacia las zonas bajas los valores más altos. De igual forma que para la cuenca Río Negro en este caso no se obtienen valores negativos.

7. IMPACTO SOCIAL

Este proyecto pretende plantear alternativas técnicas que sean utilizadas en el ámbito de la consultoría para la estimación de oferta hidrológica o caracterización del recurso hídrico a diferentes escalas, lo que representa para los ingenieros ambientales, plantear soluciones ante problemáticas de disponibilidad de información con relación al recurso hídrico.

Es claro que en nuestro país la falta de información en el área de la ingeniería es limitada y aunque en el sector hidro climatológico contemos con una red de estaciones por parte de las Corporaciones Autónomas Regionales y el Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (IDEAM), muchas de nuestras

cuencas están mal instrumentadas o carecen de información coherente y de carácter aleatorio para un debido análisis hidrológico, por tal motivo es necesario evaluar todas las posibles herramientas que faciliten los cálculos hidrológicos correctos encaminados a la gestión eficaz de los recursos hídricos que representan un beneficio para el desarrollo de múltiples actividades económicas a nivel nacional.

Por lo anterior, el adecuado conocimiento e instrumentación de nuestros recursos hídricos permitirá la implementación de acciones que logren mediar la relación entre oferta y demanda, por medio de los sectores económicos y sociales que impactan directa o indirectamente estas áreas, generando la prevención impactos ambientales negativos en la administración y uso de los mismos para su correcto aprovechamiento.

8. CONCLUSIONES

- Los parámetros climáticos e hidrológicos son fundamentales en modelos de este tipo por lo cual se deben tener en cuenta todas las variables involucradas, como se observan en los mapas de interpolación, isotermas y escorrentía; las variables fueron calculadas a nivel mensual. Esto con el fin de manejar una escala temporal que permita entender del comportamiento de estas variables.
- El Budyko Framework fue llevado a cabo mediante lenguaje Python, ya que esta herramienta permite obtener un resultado gráfico como se observa en los resultados. Facilitando el análisis de las variables y permitiendo la recepción y tratamiento de gran cantidad de información recopilada de las mismas.
- Los resultados de la escorrentía representan la disponibilidad hídrica de las cuencas, la cual es alta para ambas cuencas en relación con la evapotranspiración de estas. Estos datos permiten analizar el comportamiento hídrico y que tienen las cuencas, así como las decisiones que se estudien para el aprovechamiento del recurso hídrico.
- Según lo obtenido en la evaluación del desempeño del modelo, se determina que el Marco de Budyko presenta un comportamiento adecuado de las zonas de estudio, pero este realiza una sobreestimación de los datos. Es por esto por lo que, al comparar el almacenamiento arrojado en el balance hídrico con la escorrentía superficial de las cuencas, se obtiene una diferencia alta entre los datos, así como valores negativos. De modo que el rendimiento hidrológico de las cuencas Río Negro y Río Bogotá es bueno, a pesar de la

sobreestimación de los datos existe una relación entre los datos respecto de su comportamiento.

- El tratamiento y análisis previo de la información permite obtener resultados seguros, evitando errores en los mismos y en los procedimientos aplicados. Dando conformidad con el estudio realizado según las variables usadas en el mismo.
- La metodología de Budyko Framework se desarrolla para zonas altamente húmedas, por lo cual las cuencas de Río Negro y Río Bogotá se encuentran sobre su límite de energía; debido a que parte del área de ambas no es altamente húmedo.

9. RECOMENDACIONES

- Si se desea realizar estudios con esta herramienta, es ideal hacer un tratamiento de los datos previo a la aplicación de esta. Con el fin de reducir errores en los resultados y vacíos en la información.
- Para la realización de estudios con el mismo fin, es apropiado aplicar más de una metodología. Comparando los resultados de estas para verificar la veracidad de la metodología y la calidad de los resultados obtenidos.
- Si se desea aplicar la metodología del Budyko Framework es necesario saber que el comportamiento que indica como resultado es adecuado y similar a otras metodologías, más sin embargo estos resultados tienen una magnitud mayor.
- El uso de software GIS es ideal para estudios de carácter hidrológico, ya que permiten evidenciar el comportamiento de las variables a nivel espacial, permitiendo comprender de forma más fácil los resultados.

10. REFERENCIAS

- [1] CAR, «Alcaldía de Bogotá,» 2006. [En línea]. Available: http://www.alcaldiabogota.gov.co/sisjur/adminverblobawa?tabla=T_NORMA_ARCHIVO&p_NORMFIL_ID=305&f_NORMFIL_FILE=X&inputfileext=NORMFIL_FILENAME. [Último acceso: 20 Junio 2018].
- [2] ORARBO, «Observatorio Regional Ambiental y de Desarrollo Sostenible del Río Bogotá,» 6 Junio 2017. [En línea]. Available: <http://orarbo.gov.co/es/el-observatorio-y-los-municipios/asi-es-el-rio-bogota>. [Último acceso: 20 Junio 2018].
- [3] CORNARE, «Corporación Autónoma Regional de las Cuencas de los Ríos Negro y Nare,» 2014. [En línea]. Available: https://www.cornare.gov.co/POMCAS/DESCRIPCION/DESCRIPCION_GENERAL_DE_LA_CUENCA_DEL_RIO_NEGRO.pdf. [Último acceso: 20 Junio 2018].
- [4] J. S. G. Patiño, «GEOPOLÍTICA, RECURSOS NATURALES Y ZONAS ESTRATÉGICAS EN COLOMBIA,» Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, 2015.
- [5] Ministerio de Educación Nacional, «COLOMBIA APRENDE,» 2011. [En línea]. Available: http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/plan_choco/soc_8_b4_p1_est.pdf. [Último acceso: 18 Junio 2018].
- [6] F. S. Sánchez, «Universidad Autónoma de Colombia,» 8 Mayo 2013. [En línea]. Available: http://www.fuac.edu.co/recursos_web/documentos/ing.ambiental/RECURSO_HIDRICO_EN_COLOMBIA_UAUTONOMA_1.pdf. [Último acceso: 20 Junio 2018].
- [7] CAR, «Coporación Autónoma Regional,» S.F.. [En línea]. Available: <https://www.car.gov.co/uploads/files/5ac25daff1c16.pdf>. [Último acceso: 20 Junio 2018].
- [8] R. Trancoso, J. R. Larse, C. McAlpine, T. R. McVicar y S. Phinn, «Linking the Budyko o Framework and the Dunne Diagram,» ELSEVIER, Brisbane, 2016.
- [9] N. Fernández, C. Suárez y E. Pérez, Modelación y simulación dinámica para la gestión de caudales en la cuenca alta del Río Plamplonita- Un balance hídrico del consumo, D- Universidad de Pamplona, 2009.
- [10] M. L. Roderick y G. D. Farquhar, «A simple framework for relating variations in runoff to variations in climatic conditions ans catchment properties,» *Water Resources Research*, vol. 47, nº W00G07, p. 6, 2011.
- [11] M. Renner, R. Seppelt y C. Bernhofer, «Evaluation of water - energy balance frameworks to predictthe sensitivity of streamflow to climate change,» *Hydrology and Earth System Sciences*, vol. 16, nº 5, pp. 1419-1433, 2012.
- [12] X. Xu, «Local and global factors controlling water - energy balanceswithin the Budyko Framework,» *Geophys*, vol. 40, nº 23, pp. 6123-6129, 2013.

- [13] R. Donohue, M. Roderick y T. McVicar, «Can dynamic vegetation information improve the accuracy of Budyko's hydrological model?,» *Journal of Hydrology*, vol. 390, nº 1, pp. 23-24, 2010.
- [14] T. Diestefano y S. Kelly, «Are we in deep water? Water scarcity and its limits to economic growth,» *Ecological Economics*, vol. 142, nº C, pp. 130-147, 2017.
- [15] MINAMBIENTE, «Ministerio de Ambiente,» 2018. [En línea]. Available: <http://www.minambiente.gov.co/index.php/gestion-integral-del-recurso-hidrico..> [Último acceso: 22 Junio 2018].
- [16] MINAMBIENTE, «Ministerio de Medio Ambiente,» 16 Enero 2014. [En línea]. Available: <http://www.minambiente.gov.co/index.php/component/content/article/1932-politica-nacional-para-la-gestion-integral-del-recurso-hidrico.> [Último acceso: 22 Mayo 2018].
- [17] H. Rivera, R. Marin y R. Vanegas, *Metodología para el cálculo del índice de escasez de agua superficial*, Bogotá: INEI, 2004.
- [18] J. Fallas, *Modelos digitales de elevación: Teoría, métodos, interpolación y aplicaciones*, N.A.: Mapealo, 2007.
- [19] O. Rojas, «Sistemas de información geográfica,» *Industrial Data*, vol. 18, nº 1, pp. 65-68, 2015.
- [20] IDEAM, «Estudio nacional del agua,» IDEAM, Bogotá, 2014.
- [21] C. Du, F. Sun, J. Yu, X. Liu y Y. Chen, «New interpretation of the role of water balance in an extended Budyko hypothesis in arid regions,» *Hydrology and Earth System Sciences*, vol. 45, nº 4, pp. 393-409, 2016.
- [22] P. Schreiber, «Über die Beziehungen zwischen dem Niederschlag und der wasserführung der flüsse in mitteleuropa,» vol. 21, nº 10, pp. 441-452, 1904.
- [23] E. Ol'Dekop, «On evaporation from the surface of river basins,» *Transactions on Meteorological Observations*, vol. 4, p. 200, 1911.
- [24] M. I. Budyko, *Climate and life*, 1971.
- [25] M. I. Budyko, *Evaporation under natural conditions*, Washington: Jerusalem Israel Program fo Scientific, 1963.
- [26] J. Pike, «The stimation of annual run - off from metereological data in a tropical climate,» *Journal of Hydrology*, vol. 2, nº 2, pp. 116-123, 1964.
- [27] V. Mezentsev, «More on the calculation of average total evaporation,» *Meteorol Gridrol*, vol. 5, 1955.
- [28] X. Chen, N. Alimohammadi y D. Wang, «Modeling interannual variability of seasonal evaporation and storage change based on the extended Budyko framework,» *Water Resources Research*, vol. 49, nº 9, pp. 6067-6078, 2013.
- [29] L. Zhang, K. Hickel y R. Dawes, «A rational function approach for estimating mean annual evapotranspiration,» *Water Resources Research*, vol. 40, nº 2, 2004.
- [30] P. Milly, «An analytic solution of the stochastic sotorage problem applicable to soil water,» *Water Resources Research*, vol. 29, nº 11, pp. 3755-3758, 1993.

- [31] A. Porporato, E. Daly y I. Rodríguez-Iturbe, «Soil water balance and ecosystem response to climate change,» *The American Naturalist*, vol. 164, nº 5, pp. 625-632, 2004.
- [32] Q. Wang, «Monthly versus daily water balance model in simulating monthly runoff,» *Journal of Hydrology*, vol. 404, nº 3, pp. 166-175, 2011.
- [33] X. Gao et al, «Actual ET modeling based on the Budyko Framework and the sustainability of vegetation water use in the loess plateau,» *Science of the Total Environment*, vol. 579, pp. 1550-1559, 2017.
- [34] L. Zhang et al, «Water balance modeling over variable time scales based on the Budyko Framework - Model development and testing,» *Journal of Hydrology*, vol. 360, nº 1, pp. 117-131, 2001.
- [35] R. Londoño Aguirre et al, «Un modelo de balance hídrico a escalas mensual y diaria en cuencas colombianas,» 2010.
- [36] B. Fu, «On the calculation of the evaporation from land surface,» *SCI ATMOS SIN*, vol. 5, nº 1, pp. 23-31, 1981.
- [37] R. Trancoso, J. R. Larsen, C. McAlpine, T. R. McVicar y S. Phinn, «Linking the Budyko Framework and the Dunne diagram,» *Journal of Hydrology*, vol. 535, pp. 581-597, 2016.
- [38] A. Carmona, «A scaling approach to Budyko's framework and the complementary relationship of evapotranspiration in humid environments: case study of the Amazon river basin,» *Hydrology and Earth System Sciences*, vol. 20, nº 2, pp. 589-603, 2016.
- [39] J. E. Montealegre, «IDEAM,» Mayo 1990. [En línea]. Available: <http://documentacion.ideam.gov.co/openbiblio/bvirtual/009198/009198.pdf>. [Último acceso: 23 Mayo 2018].
- [40] D. Helsel y R. Hirsch, *Statistical Methods in Water Resources*, Virginia, USA: Elsevier, 1992.
- [41] UB, «Prueba de Rachas,» Universitat de Barcelona, S.F.. [En línea]. Available: http://www.ub.edu/aplica_infor/spss/cap5-4.htm. [Último acceso: 22 Junio 2018].
- [42] F. M. Rivano Gutiérrez, «Análisis de Eventos Extremos de Precipitación y su Efecto en el Diseño de Drenaje Superficial de Tierras Agrícolas del Sur de Chile,» Universidad Austral de Chile, Valdivia- Chile, 2004.
- [43] D. Campos Aranda, *Procesos del Ciclo Hidrológico*, San Luis de Potosí: Universidad Potosina, 1998.
- [44] A. Vargas Sabadías, *Estadística Descriptiva e Inferencial*, La Mancha: Universidad de Castilla, 1995.
- [45] M. J. Evans y J. S. Rosenthal, *Probabilidad y Estadística la Ciencia de la Incertidumbre*, Bogotá: Reverté, 2004, p. 193.
- [46] S. M. Focardi y F. J. Fabozzi, *The Mathematics of Financial Modeling and Investment Management*, New Jersey: Wiley, 2004, p. 368.

- [47] Papoulis y Pillai, «Probability, Random, Variables and Stochastic Processes,» Mc Graw Hill, Boston, 1976.
- [48] R. Monche, V. Caselles y G. Chust , «Alternative Model of Probability Distribution of Precipitation: Application to Spain,» Climate Research , España, 2012.
- [49] Y. Aljure Jiménez y J. A. Gallego, «Desigualdad y Leyes de Potencia,» *Cuadernos de Economía*, vol. 29, nº 53, 2010.
- [50] UB, «Método de los momentos,» Universitat de Barcelona, S.F.. [En línea]. Available: <http://www.ub.edu/stat/GrupsInnovacio/Statmedia/demo/Temas/Capitulo7/B0C7m1t9.htm>. [Último acceso: 22 Junio 2018].
- [51] ArcGIS for Desktop, «ArcMap,» Enviromental Systems Research Institute Inc. , 2016. [En línea]. Available: <http://desktop.arcgis.com/es/arcmap/10.3/tools/spatial-analyst-toolbox/how-idw-works.htm>. [Último acceso: 22 Junio 2018].
- [52] A. H. Cromer, Física para las Ciencias de la Vida, Bogotá: Reverté, 2007, p. 194.
- [53] Teleformación, «Isotermas I,» Teleformación, S.F.. [En línea]. Available: http://teleformacion.edu.aytolacoruna.es/AYC/document/atmosfera_y_clima/temperatura/isotermas.htm. [Último acceso: 22 Junio 2018].
- [54] R. Heras, Métodos de Calculo del Balance Hídrico, Guía internacional de Investigación y Métodos, Madrid, España: Instituto Hidrología de España y UNESCO, 1981.
- [55] Universidad de Coruña, «Camino UDC,» S.F.. [En línea]. Available: http://caminos.udc.es/info/asignaturas/grado_itop/415/pdfs/Capitulo%205.pdf. [Último acceso: 25 Mayo 2018].
- [56] E. M. Martínez Pérez, Estudio de Propiedades Hídricas del Suelo Mediante Medidores de Actividad de Agua en la Zona Regable de Terra Cha, Lugo: USC, 2008.
- [57] E. Domínguez, C. Dawson, A. Ramírez y R. Abrahart, «The Search for Orthogonal Hydrological Modelling Metrics: A Case Study of Twenty Monitoring Stations in Colombia,» *Research Paper*, pp. 1-24, S.F..
- [58] M. Sophocloeus, M. Townsend, L. Ma, F. Vocasek, A. KC, J. Willson y D. Schuette, «Treated Wastewater and Nitrate Transport Beneath Irrigated Fields near Dodge City, Kansas,» Junio 2007. [En línea]. Available: http://www.kgs.ku.edu/Hydro/Publications/2007/OFR07_25/. [Último acceso: 23 Mayo 2018].