UNIVERSIDAD SANTO TOMAS
VICERRECTORÍA DE UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA – VUAD -
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DOCTORADO EN EDUCACIÓN

UNA EPISTEMOLOGÍA DE USOS EN TORNO A LO PROPORCIONAL: *UN ESTUDIO SOCIOEPISTEMOLÓGICO EN EL CONTEXTO DE LA HUERTA ESCOLAR*

Paola Alejandra Balda Álvarez

Bogotá, D. C.

Diciembre de 2018

UNA EPISTEMOLOGÍA DE USOS EN TORNO A LO PROPORCIONAL: *UN ESTUDIO SOCIOEPISTEMOLÓGICO EN EL CONTEXTO DE LA HUERTA ESCOLAR*

Paola Alejandra Balda Álvarez

Directora de Tesis
Dra. Claudia Vélez

Codirectora de Tesis
Dra. Gabriela Buendía

Tesis presentada como requisito parcial para optar el título de:
Doctora en Educación

Bogotá, D. C.
Diciembre de 2018

CERTIFICADO DE AUTORÍA

Yo, PAOLA ALEJANDRA BALDA ÁLVAREZ, declaro que esta tesis elaborada como requisito para obtener el título de DOCTORA EN EDUCACIÓN de la Universidad Santo Tomás de Colombia, es de mi entera autoría, excepto en donde se indique lo contrario. Este documento no ha sido sometido para su calificación en ninguna otra institución académica.

_____

PAOLA ALEJANDRA BALDA ÁLVAREZ

Diciembre de 2018

Tesis aprobada por:

Director de tesis

_____
Claudia Del Pilar Vélez Del Calle, Ph.D.

Codirector de tesis

_____
Gabriela Buendía Ábalos, Ph.D.

Jurados

_____
Gisela Montiel Espinosa, Ph.D.

_____
Cesar Augusto Delgado García, Ph.D.

_____
Margie N. Jessup C., Ph.D

A Manta y al cálido recuerdo de nuestro pequeño paraíso.

Agradecimientos

Agradezco a todas aquellas personas que de una u otra forma han hecho parte de este proceso de formación y me han aportado para continuar creciendo.

A mis maestros, desde los primeros, quienes me enseñaron a leer, escribir y sumar. A aquellos que me hicieron una persona disciplinada. Mis maestros de la escuela, del colegio y de la universidad, mis maestros de vida.

A mi padre, por ser un gran ejemplo aún diecinueve años después de no contar con su presencia. Gracias por ser mi padre, por haberme llevado a nuestro pequeño paraíso. Gracias papá por permitirme a través de tu mirada conocer el verdadero amor, por nuestras tardes de pláticas y consejos, por las canciones que aún alegran mis días, por creer en mí y ser el motor que me impulsa a ser una mejor persona cada día.

A mi madre, por su admirable espíritu maternal. Gracias por estar aquí, por acompañarme y cuidarme ahora que tus pasos están lentos y que es cuando más te necesito.

A mis hermanos, por ser ejemplo, compañía y apoyo en los momentos más difíciles. A Popocho por su prudencia, a Diana por su apoyo, a Esteban por su compañía, a Wilson por su figura paternal y a Liliana por haber aparecido en mi vida.

A mis ángeles de la guarda Cesítar y mi Tío Don Carlos, porque su paso por la tierra no fue en vano, gracias por haber estado en mi vida y cuidarme desde el cielo. Gracias por haber creído en mí, por su cariño incondicional.

A Juan Carlos, mi esposo. Gracias por tu paciencia, por tu compañía, por creer en mí. Gracias por apoyarme y ser mi bastón y aliento en este largo camino.

A mis sobrinos. Camí, gracias por tu sonrisa, por compartir conmigo la convicción de la docencia. A Fabrizzio y Carolina, por haber hecho florecer en mí el instinto maternal. A Giovanny y Anita, porque a través de su sonrisa alimentan mi vida.

A mi tía Angela y Karen, por estar en mi vida desde siempre y para siempre.

A la Dra. Gabriela Buendía, por haber asumido este reto conmigo. Gracias Dra. Gabriela por cambiar el rumbo de mi vida, por sus enseñanzas, por sus consejos, por sus días y horas de trabajo. Gracias por cambiar mi proyecto de vida, por ampliar mi mirada y hacerme sentir capaz de alcanzar mis metas.

A la Dra. Claudia Vélez, por sus enseñanzas. Gracias por ser ejemplo de vida, por cada conversación, cada consejo y cada palabra de aliento que aportó a mi formación como doctora y como persona.

A mis niños, mis estudiantes. Los de hoy, los de ayer, los de siempre. Porque su esencia me transforma y con su sonrisa día a día dan sentido a mi existir.

A mis compañeros de estudio. Gracias por asumir este gran reto en busca de una transformación educativa. Mis compañeros de doctorado, mis compañeros del grupo de Difusión de la Investigación en Matemática Educativa (DIME). A aquellos que conocí en este camino, que cada vez que me escucharon aportaron a la construcción de este proyecto.

A los Doctores José Duván Marín Gallego, César Delgado, Daniela Reyes Gasperini, Gisela Montiel, Margie Jessup e Hipólito Hernández por sus valiosos aportes para la consolidación del proyecto.

A mis compañeros de trabajo, aquellos que pasaron por mi vida y aquellos que aún luchan conmigo por transformar la educación ¡Gracias amigos!

A mis amigos, compañeros de infancia, mis amigos de la escuela. Gracias, porque han pasado los años y aún siguen ahí para mí. A mis amigos de vida, aquellos que me dejó la licenciatura, la maestría y el doctorado, en especial a Greysi y Huguito. Gracias por haber llegado a mi vida y hacer de México mi otro hogar.

A los maestros de las instituciones acompañadas, en especial a los maestros de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro de Soacha, gracias por abrirme las puertas de su institución y permitirme aprender de su experiencia.

A todo el equipo del Doctorado en Educación de la Universidad Santo Tomás, por haberme dado la oportunidad de continuar mi formación en este escenario. Por apoyar mis ideas y aportar a mi formación.

A Poly y a Spot, mis compañeros de aventuras, con quienes escribí esta tesis.

A Dios, por ser motor, vida y darme las fuerzas necesarias cuando más las necesito.

Contenido

Pág.

Resumen ..... **xx**

Introducción **24**

Capítulo 1. Antecedentes **27**

Primeros acercamientos 27

1.1 La experiencia como docente 27

1.2 La huerta escolar 29

1.3 Las tareas de la huerta escolar y la construcción del conocimiento matemático 34

1.3.1 Tarea de deshierbar y reparar el terreno 34

1.3.2 Tarea de hacer surcos 35

1.3.3 Tarea de abonar el terreno 36

1.3.4 Tarea de sembrar 36

1.3.5 Tarea de podar 38

1.3.6 Tarea de tutorar 38

1.3.7 Tarea de regar 39

1.3.8 Tarea de trasplantar 40

1.3.9 Tareas de atierrar 40

1.3.10 Tarea de cosechar 41

1.4 Manifestaciones matemáticas recurrentes derivadas de las tareas de la huerta escolar 42

1.4.1 La clasificación 46

1.4.2 La medición 46

1.4.3 La comparación 47

1.4.4 La aproximación 47

1.4.5 La anticipación 48

1.4.6 Selección 48

1.4.7 Estimación 49

1.4.8 Conteo 49

1.5 Panorama de las huertas escolares en la Matemática Educativa 50

1.6 Propósitos de la investigación 52
1.6.1 General. 52
1.6.2 Específicos. 52
1.7 Tesis de investigación 52
Capítulo 2. Estado de la cuestión 53
2.1 El surgimiento de la proporcionalidad 54
2.2 La proporcionalidad desde lo cognitivo 57
2.3 La proporcionalidad en contextos escolares 60
2.3.1 Tipos de problemas de proporcionalidad que se trabajan en la escuela61
2.3.2 Estrategias empleadas por las personas al resolver problemas de proporcionalidad 63
2.4 La proporcionalidad en contextos no escolares 70
2.4.1 ¿A qué conclusiones llegan las investigaciones llevadas a cabo en contextos no escolares sobre el razonamiento proporcional? 70
2.4.2 ¿A qué conclusiones llegan las investigaciones llevadas a cabo en contextos campesinos sobre el razonamiento proporcional? 73
2.5 Síntesis en torno a las tendencias investigativas y vacíos de las investigaciones presentadas 76
2.5.1 Intereses y logros en torno a la proporcionalidad 77
2.5.2 Tensiones y vacíos en las investigaciones estudiadas en torno a los proporcional 79
2.6 Aportes de la investigación al estado de arte 80
Capítulo 3. Marco Teórico-Epistémico 83
3.1 La Matemática Educativa 83
3.2 La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME) 90
3.3 Los fundamentos de la Teoría Socioepistemológica, del programa clásico al programa alternativo 97
3.4 La práctica social en el Modelo de Prácticas Anidadas 99
3.5 A modo de síntesis y reflexión 103
Capítulo 4. Diseño metodológico de la investigación 106
4.1 La huerta escolar como el contexto de la investigación 107

4.1.1 Características de las huertas escolares seleccionadas 108
4.1.2 Las huertas escolares seleccionadas 110
4.2 Esquema metodológico 111
4.2.1 Momentos de la investigación 113
4.3 La unidad de análisis 114
4.4 Instrumentos de recolección de información y actores del proceso investigativo 116
4.5 Mallas organizadoras de información 118
4.6 Análisis de usos ¿Cómo se analizan los usos de la proporcionalidad en el contexto de la huerta escolar? 120
Capítulo 5. Mallas organizadoras de la información 123
5.1 Tarea: Preparar el terreno 123
5.2 Tarea: Sembrar 128
5.3 Tarea: Abonar 138
5.4 Tarea: Hacer surcos 141
5.5 Tarea: Regar 144
5.6 Tarea: Trasplantar 148
5.7 Tarea: Cosechar 151
5.8 Tarea: Podar 154
5.9 Tarea: Tutorar 157
5.10 Tarea: Atierrar 160
Capítulo 6. Usos de lo proporcional que emergen en el contexto de la huerta escolar 163
6.1 Análisis de los usos de lo proporcional que emergen en el contexto de la huerta escolar 163
6.2 Uso 1: Para establecer comparaciones entre magnitudes de igual o distinta naturaleza y determinar relaciones 166
6.3 Uso 2: Para la construcción de patrones y unidades de medida 172
6.3.1. Patrones y unidades de medida en la huerta escolar 174
6.3.2 El tiempo. La relación entre la medida y la periodicidad en el contexto de la huerta escolar 175

6.4 Uso 3: Para la construcción de generalizaciones manifestadas a partir de expresiones verbales 178
6.4.1 El desarrollo del lenguaje en la huerta escolar. Desde lo retórico hasta lo generalizado 178
6.5 Una epistemología de usos de lo proporcional 180
6.5.1 Elementos que constituyen el modelo de construcción social de lo proporcional 181
Capítulo 7. Conclusiones y recomendaciones 186
7.1 Conclusiones 186
7.1.1 Sobre los usos de la proporcionalidad 186
7.1.2 Sobre la relación entre los usos de la proporcionalidad y las prácticas que generan el desarrollo de ese conocimiento. Una epistemología de usos de lo proporcional 188
7.1.3 Sobre la democratización del aprendizaje de las matemáticas en un contexto de uso 190
7.1.4 Sobre el rediseño del discurso Matemático Escolar (rdME) 191
7.2 Aportes a la educación y a la línea de investigación del proyecto de investigación 192
7.3 Aportes a la investigadora y su quehacer profesional 193
7.4 Posibilidades investigativas que surgen a partir del estudio 193
Referencias 196
Anexos 207

Lista de Figuras

Pág.

Figura 1. Propuesta de relación de doble sentido entre las matemáticas en uso y las matemáticas escolares. 28
Figura 2. Ejemplo de problema de comparación cualitativa..... 62
Figura 3. Representación de la solución de una situación de proporcionalidad a través de una regla de tres..... 65
Figura 4. Procedimientos para resolver un problema de proporcionalidad de valor faltante..... 67
Figura 5. Modelos de razonamiento proporcional..... 68
Figura 6. Esquematización del procedimiento seguido por los campesinos chilenos para resolver un problema de proporcionalidad..... 75
Figura 7. Dimensiones de la Teoría Socioepistemológica 92
Figura 8. Modelo de anidación de prácticas 100
Figura 9. Triángulo didáctico socioepistemológico 103
Figura 10. Esquema metodológico..... 112
Figura 11. Unidad de análisis 115
Figura 12. Estructura de la malla organizadora de información 119
Figura 13. Malla organizadora 1: Preparar el terreno 127
Figura 14. Malla organizadora 2. Sembrar 137
Figura 15. Malla organizadora 3. Abonar 140
Figura 16. Malla organizadora 4. Hacer surcos 143
Figura 17. Malla organizadora 5. Regar. 147
Figura 18. Malla organizadora 6. Trasplantar 150
Figura 19. Malla organizadora 7. Cosechar..... 153
Figura 20. Malla organizadora 8. Podar 156
Figura 21. Malla organizadora 9. Tutorar. 159
Figura 22. Malla organizadora 10. Atierrar 161
Figura 23. Construcción social de la comparación 182
Figura 24. Construcción social de la medición 183
Figura 25. Construcción social de la generalización..... 183

Figura 26. Epistemología de usos de lo proporcional 189
Figura 27. Caracterización de la democratización del aprendizaje de las matemáticas 190

Lista de Tablas

Pág.

Tabla 1. Acciones dentro de los proyectos pedagógicos productivos de agricultura sostenible 30
Tabla 2. Tareas y manifestaciones matemáticas recurrentes en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar 42
Tabla 3. Ejemplo de problema de cuarto faltante 61
Tabla 4. Ejemplo de problema de comparación 62
Tabla 5. Ejemplo del Modelo de Spinillo (2015) 63
Tabla 6. Representación de una tarea de proporcionalidad 64
Tabla 7. Representación de relaciones entre dimensiones 65
Tabla 8. Categorías emergentes del análisis de razonamientos proporcionales en estudiantes de enfermería 71
Tabla 9. Trascripción de video 8 130
Tabla 10. Trascripción de video 14 131
Tabla 11. Trascripción de video 14 132
Tabla 12. Trascripción video 4 134
Tabla 13. Trascripción video 8 134
Tabla 14. Textura de tierra: Cantidad de semillas 134
Tabla 15. Trascripción video 15 135
Tabla 16. Cantidad de hoyos: cantidad de semillas 135
Tabla 17. Trascripción video 18 136
Tabla 18. Papas sembradas: Papas obtenidas 136
Tabla 19. Tipo de cultivo: distancia entre surcos 142
Tabla 20. Tipo de cultivo: tipo de riego 145
Tabla 21. Tipo de el de elemento de poda: tipo de planta 155
Tabla 22. Los usos de lo proporcional a la luz de funcionamientos y formas 165
Tabla 23. Comparaciones entre magnitudes de igual naturaleza que se llevan a cabo en las tareas de la huerta escolar 166
Tabla 24. Comparaciones entre magnitudes de distinta naturaleza que se llevan a cabo en las tareas de la huerta escolar 167

Tabla 25. Tipos de magnitudes en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar 170
Tabla 26. Tipos de patrones identificados en las tareas de la huerta escolar 172
Tabla 27. Construcción de unidades de medida identificados en las tareas de la huerta escolar 173
Tabla 28. Tiempo percibido 176
Tabla 29. Recurrencia de eventos 176
Tabla 30. Expresiones retóricas y sincopadas en tareas de la huerta escolar ... 178
Tabla 31. Relaciones entre los modelos de pensamiento proporcional y el lenguaje algebraico en las tareas de la huerta escolar 180
Tabla 32. Principios Básicos para la Construcción Social de lo proporcional en el contexto de la huerta escolar 184

Lista de Fotos

Pág.

Foto 1. Niños de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro deshierbando el terreno para la siembra. Soacha 34
Foto 2. Surcos en la huerta escolar. Soacha 35
Foto 3. Niños y maestra de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro abonando terreno. Soacha 36
Foto 4. Niños de preescolar de la Institución Educativa. Eugenio Díaz Castro sembrando en semilleros. Soacha..... 36
Foto 5. Poda. Soacha..... 38
Foto 6. Plantas tutoradas. Soacha 38
Foto 7. Niños institución educativa 39
Foto 8. Niños Institución Educativa Eugenio Díaz Castro preparando el terreno para trasplantar. Soacha 40
Foto 9. Niños Institución Educativa Eugenio Díaz Castro atierrando la siembra de papa. Soacha 40
Foto 10. Niños y maestro de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro preparados para la cosecha la siembra de papa. Soacha. 41
Foto 11. Huerta sede Risaralda Institución Educativa Eugenio Díaz Castro. Soacha 110
Foto 12. Maestras de sedes central (izquierda) y sede Risaralda (derecha) orientando el hacer en las huertas escolares. Institución Educativa Eugenio Díaz Castro. Soacha 111
Foto 13. Niños y docente de la Institución Educativa Eugenio Diaz Castro preparando el terreno. Soacha. 123
Foto 14. Niños de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro de Soacha sembrando en semilleros. Soacha..... 128
Foto 15. Niños sembrando en terreno y semillero. Soacha 133
Foto 16. Niños y maestro de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro de Soacha abonando el terreno. Soacha 138
Foto 17. Surcos en huertas escolares en Soacha 141

Foto 18. Niña de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro de Soacha regando el terreno. Soacha 144
Foto 19. Niños de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro de Soacha. Trasplantando. Soacha. 148
Foto 20. Niños y maestro de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro de Soacha preparados para cosechar. Soacha. 151
Foto 21. Podando. Soacha 154
Foto 22. Ejemplo de tutor 157
Foto 23. Padre de familia de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro de Soacha atierrando sembrío de papa. Soacha 160

Lista de Anexos

Pág.

Anexo 1. Formato de consentimientos informado (Rector, docentes, padres de familia) 207
Anexo 2. Certificados de divulgación en eventos académicos..... 212
Anexo 3. Participación en redes..... 213
Anexo 4. Formato de trascripción de videos..... 214
Anexo 5. Algunas fotografías producto de primera fase de acompañamiento 215
Anexo 6. Ejemplo de nota de campo..... 227

Resumen

En la actualidad existen escenarios ubicados dentro de las escuelas, pero fuera de las aulas de clase que traen la realidad del que aprende al aula y que permiten establecer una relación en doble sentido entre las matemáticas que se trabajan en el aula y aquellas que se usan en contextos extraescolares. Uno de estos escenarios es la huerta escolar, el cual más allá de ser un laboratorio de aprendizaje se constituye en un marco sociocultural de difusión social del saber. El saber social asociado a la huerta escolar guarda estrecha relación con las formas como los campesinos llevan a cabo sus quehaceres, toda vez que las tareas que se desarrollan en este escenario tienen correspondencia con aquellas tareas propias de los procesos agrícolas.

Investigaciones realizadas en contextos campesinos evidencian cómo en desarrollo de las tareas de agricultura se ponen en manifiesto una serie de razonamientos que aportan al dominio del pensamiento proporcional. Afirmación que se corrobora al identificar que en las tareas de la huerta escolar los estudiantes incurren en el desarrollo de manifestaciones matemáticas recurrentes, las cuales traen consigo un estatus epistemológico en la construcción social de lo proporcional. Es así como la investigación trata los usos de la proporcionalidad, toda vez que considera a este saber como aquel que se emplea con ciertas intencionalidades en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar, un saber que se construye en un contexto escolar mediado por la realidad del estudiante.

La investigación se llevó a cabo mediante un desarrollo cíclico de diferentes etapas entre las que se encuentran la construcción del estado de la cuestión, la recolección de la información, el análisis socioepistemológico y la resignificación del marco teórico-epistémico. Esta construcción condujo a considerar que es a través de estudios en torno al saber popular, técnico y culto que se nutre el *discurso Matemático Escolar* actual, toda vez que se modifica el paradigma centrado en objetos y se pone en discusión una propuesta centrada en *prácticas sociales*. Por tanto, se consideró a la Socioepistemología como aquella aproximación teórica en el marco de la Matemática Educativa con la que se abordaría lo proporcional, al considerar que esta teoría compartía los principios investigativos y otorgaba

elementos teóricos potentes para la interpretación de la información y fundamentación de la propuesta.

La epistemología de usos que se propone sobre *lo proporcional* se fundamenta bajo la existencia de tres usos de la proporcionalidad que viven en el contexto de la huerta escolar: las comparaciones, los usos de patrones y construcción de unidades de medida y las generalizaciones. En ella, las prácticas que configuran la construcción social del saber dan cuenta de la resignificación de lo proporcional y permiten reconocer la forma cómo los saberes cultural, técnico y culto en un escenario de uso conducen a la democratización del aprendizaje.

Abstract

At present, there are scenarios located within the schools, but outside the classrooms that bring the reality of the learner to the classroom and that allow to establish a two-way relationship between the mathematics that is worked in the classroom and those that are used. in extracurricular contexts. One of these scenarios is the school garden, which, beyond being a learning laboratory, constitutes a sociocultural framework for the social dissemination of knowledge. The social knowledge associated with the school garden is closely related to the ways in which the peasants carry out their tasks, since the tasks developed in this scenario correspond to those tasks typical of agricultural processes.

Research carried out in peasant contexts shows how, in the development of agricultural tasks, a series of arguments that contribute to the domain of proportional thinking become evident. Affirmation that reaffirms when identifying that in the tasks of the school garden the students incur in the development of recurrent mathematical manifestations, which bring with them an epistemological status in the social construction of the proportional. This is how the investigation deals with the uses of proportionality, since it considers this knowledge as one that is used with certain intentions in the development of the tasks of the school garden, a knowledge that is constructed in a school context mediated by the reality of the student.

The investigation included a cyclical development of different stages, among which are the construction of the state of the question, the collection of information, the socioepistemological analysis and the resignification of the theoretical-epistemic framework. This construction led us to consider that it is through studies around popular, technical and cult knowledge that the current *School Mathematics discourse* is nourished, since the object-centered paradigm is modified and a proposal centered on practices is put into discussion. Therefore, Socioepistemology was considered to be the theoretical approach with which proportionality would be approached, considering that it shared the investigative principles and provided powerful theoretical elements for the interpretation of the information and the foundation of the proposal.

The epistemology of uses proposed on the proportional is based on the existence of three uses of proportionality that live in the context of the school garden: comparisons, the use of patterns and construction of units of measurement and generalizations. In it, the practices that make up the social construction of knowledge account for the resignification of proportionality and allow us to recognize how cultural, technical and cultured knowledge in a use scenario leads to the democratization of learning.

Introducción

Esta investigación trata sobre lo proporcional, entendido esto como la proporcionalidad en uso. Parte de la preocupación por identificar la existencia de una manera de materializar la relación de doble sentido entre las matemáticas que se usan y las matemáticas que se trabajan en el aula. La búsqueda por dar respuesta a esta inquietud llevó a identificar la existencia de un escenario ubicado dentro de la escuela, pero fuera del aula que incorporara la realidad del que aprende al contexto escolar y que permitiera concretar la relación que se buscaba: el escenario de la huerta escolar.

En el transcurso de cinco años se hicieron acompañamientos situados a huertas escolares ubicadas en diversas latitudes de Colombia. El análisis realizado en un primer momento permitió establecer que en el escenario de las huertas escolares se llevan a cabo de forma recurrente diez tareas y que su hacer implica el desarrollo de ciertas manifestaciones matemáticas recurrentes, las cuales traen consigo la existencia de una manera proporcional de pensar que se difunde socialmente. Se consideró entonces la realización de una investigación que permitiera a la luz de los hallazgos fundamentar una epistemología de usos de lo proporcional, con la finalidad de contribuir al *rediseño del discurso Matemático Escolar* en torno a este saber y con ello aportar a la materialización de la relación en doble sentido entre las matemáticas en uso y las matemáticas escolares.

La metodología de la investigación se fundamentó en el paradigma cualitativo. La recolección de información se realizó a través de técnicas del método etnográfico. Y el análisis de la información se materializó a través de la propuesta metodológica de Montiel y Buendía (2011) en el cual se propone un estudio socioepistemológico del saber, como estrategia para fundamentar epistemologías de usos.

Para abordar la investigación, este trabajo se estructuró en siete capítulos, los cuales se describen a continuación.

En el **capítulo 1** se presenta el planteamiento de la problemática a partir de dos aspectos: la experiencia docente y el contexto de la huerta escolar. Se exponen los objetivos y la tesis de la investigación.

En el **capítulo 2** se presenta el estado del conocimiento, las categorías construidas que de él emergen y las preguntas de investigación.

En el **capítulo 3** se presenta el marco teórico-epistémico de la investigación.

En el **capítulo 4** se presenta el diseño metodológico de la investigación.

En el **capítulo 5** se presenta la organización realizada a través de las mallas organizadoras de información, a la luz de cada una de las tareas de la huerta escolar.

En el **capítulo 6** se presentan los hallazgos en torno a los usos de lo proporcional en el contexto de la huerta escolar y la epistemología de usos de lo proporcional.

En el **capítulo 7** se presentan las conclusiones, aportes y recomendaciones.

CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES

"Lo importante es no dejar de hacerse preguntas"
Albert Einstein

Capítulo 1. Antecedentes

Primeros acercamientos

Este capítulo busca concretar la situación de estudio con el fin de delimitarla. Tiene como sustento una realidad educativa que se analiza para así problematizarla. Se articula a través de dos organizadores problemáticos: *La experiencia docente y la huerta escolar*.

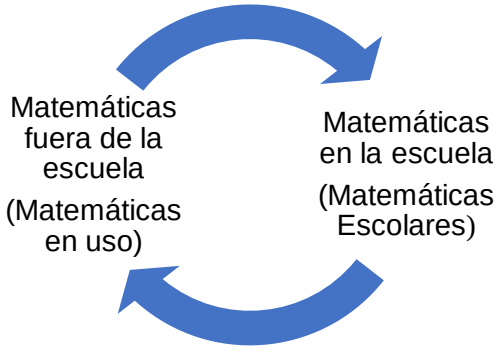
1.1 La experiencia como docente

Desde hace más de quince años en el desempeño como docente, de la investigadora, en los distintos niveles de educación en Colombia, básica, media y superior, llamó la atención la poca relación entre las matemáticas que se enseñan en el aula y las que se usan en contextos fuera de ella. Esta separación en muchas ocasiones pareciera natural, pues es común en las prácticas que los docentes conviertan a las matemáticas en saberes “de uso exclusivo” para ellas mismas, soslayando sus múltiples usos y dejando de lado la importancia que trae consigo el mostrar a los estudiantes que aquello que se aprende en la escuela tiene sentido y vive más allá de sus paredes.

Teniendo como punto de partida este interés surgió en su momento la iniciativa de incorporar al trabajo en el aula un discurso diferente, de tal forma que permitiera dar a conocer que las matemáticas están presentes en muchas de las acciones que se realizan a diario, que las matemáticas que se aprenden en la escuela no son exclusivas del y para el contexto escolar y que las matemáticas que los estudiantes usan o construyen en contextos extraescolares alimentan y dan sentido al trabajo en el aula.

Fue en este andar que se concluyó que la relación entre las matemáticas dentro de la escuela y las matemáticas que se aprenden y usan fuera de la escuela no puede ser unidireccional. Es decir, no solo son las matemáticas para el mundo, sino el mundo usando matemáticas, lo que da sentido al verdadero valor de estas.

Figura 1. Propuesta de relación de doble sentido entre las matemáticas en uso y las matemáticas escolares.



Fuente: Elaboración propia.

Esta relación produjo en su momento la necesidad de agudizar la mirada en la búsqueda de las formas de construcción social de conocimiento y contextos en los cuales las personas hicieran uso del conocimiento matemático, hacia una gran apuesta: *la búsqueda de evidencia del conocimiento matemático construido socialmente.* En el marco de esta pesquisa se notó que este foco de atención era una apuesta cautivante, que no solo había inquietado a la investigadora, pues se descubrió en las múltiples vertientes de la Matemática Educativa la existencia de un sinnúmero de enfoques teóricos aportantes a la interpretación de este interés y con ello empezó la historia…

La nueva mirada que otorgó estudiar las diversas teorías en el campo de la Matemática Educativa fue el mapa de navegación con el que se dio inicio a la búsqueda de contextos en los cuales el conocimiento matemático viviera a través de sus usos. Fue así como en el marco de una serie de acompañamientos realizados a cerca de sesenta sedes educativas[1] ubicadas en diversos municipios

[1] Las sedes visitadas se ubican el: Manizales-Caldas, Chachagüí-Pasto, Providencia-San Andrés, San Juan De Rioseco-Cundinamarca, La Mesa-Cundinamarca, Quipile-Cundinamarca, Sibaté-Cundinamarca, Nilo-Cundinamarca, Apulo-Cundinamarca, Anapoima-Cundinamarca, El Colegio-Cundinamarca, Útica-Cundinamarca, Beltrán-Cundinamarca, Anapoima-Cundinamarca, Bituima-Cundinamarca, Cachipay-Cundinamarca, Vianí-Cundinamarca, Bojacá-Cundinamarca, Facatativá-Cundinamarca, Girardot-Cundinamarca, Soplador-Magdalena, Providencia-Magdalena, Ciénaga-Magdalena, Cáqueza-Cundinamarca y Soacha-Cundinamarca.

de Colombia, que se encontró la existencia de un escenario particular que llamó la atención. Un escenario que más allá de un espacio físico se constituye en un contexto cultural de aprendizaje[2], en el cual los estudiantes comparten normas sociales, costumbres, hábitos, historia y comportamientos. Un contexto que hace parte de muchas de las escuelas rurales e incluso de algunas instituciones urbanas en Colombia. Un escenario que vive al interior de las instituciones educativas dentro de la escuela, pero fuera del aula y deja en el ambiente la idea de una escuela sin paredes, un espacio sin fronteras, en el cual se llevan a cabo entre otras, tareas de siembra y cosecha: **El contexto de la huerta escolar***.*

1.2 La huerta escolar

Hablar de la huerta escolar implica hacer referencia a algo más que un simple espacio físico al interior de las instituciones. Las huertas escolares se constituyen en espacios a nivel institucional creados a partir de un sistema de aseguramiento de calidad y formación en competitividad, las cuales en palabras del MEN (2010):

> Ofrecen a estudiantes, docentes e instituciones educativas, oportunidades para articular la dinámica escolar con la de la comunidad, considerando el emprendimiento y el aprovechamiento de los recursos existentes en el entorno, como una base en el aprendizaje y el desarrollo social (p. 10).

A nivel institucional las huertas escolares:

> Se enmarcan dentro la metodología por proyectos y buscan generar espacios de productividad, en los cuales se materializan acciones de solución a situaciones que generan construcción de conocimientos, mediante la planeación, el desarrollo de estrategias y la solución de problemas (Coria, 2010, p. 2).

Al respecto, el Ministerio de Educación Nacional de Colombia, reitera la importancia del componente pedagógico asociado a su desarrollo, al afirmar que las huertas escolares se constituyen en un medio de construcción de aprendizajes significativos en los cuales el desarrollo de competencias en los estudiantes y los

---

[2] Se considera un contexto cultural a aquel escenario, marco de creencias, valores y normas compartidas por un grupo de personas. En este inciden la geografía, historia, procesos y herencias.

procesos de enseñanza tienen en cuenta la flexibilidad en los tiempos y espacios, lo cual permite vincular los aportes interdisciplinarios de diferentes agentes educativos: estudiantes, docentes, directivos, padres, comunidad instituciones técnicas y sector productivo, entre otros (MEN, 2010, p. 13).

Otro de los componentes a los que se hace mención al hablar de huertas escolares es el componente productivo, el cual según el MEN (2010):

> hace alusión a actividades de agricultura que establecen relaciones continuas con los contextos locales, regionales, y/o globales, que apuntan entre muchas cosas a la producción y cuidado del medio ambiente, así como al fomento de la cultura del emprendimiento, el liderazgo, la responsabilidad personal y social la construcción de conocimientos que van más allá de un ambiente de aprendizaje en el aula (p. 12).

Estos tres aspectos a los cuales se hace referencia (componente pedagógico, metodología por proyectos y componente de productividad) enmarcan la estrategia de la huerta escolar en el campo de Proyectos Pedagógicos Productivos, en los cuales, los directivos, docentes, estudiantes, líderes comunales, gobiernos locales, técnicos, instituciones y padres de familia participan como agentes para el logro en cada una de las actividades propuestas, a la vez que fomentan el desarrollo de acciones técnicas en cada una de las tareas planeadas.

La puesta en marcha de las huertas escolares consiste en la realización de una serie de acciones técnicas y pedagógicas consideradas por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia, tal y como se describen en la Tabla 1.

Tabla 1

Acciones dentro de los proyectos pedagógicos productivos de agricultura sostenible

Agricultura Sostenible	
Acciones técnicas-productivas	**Acciones pedagógicas**
• Manejar mecanismos integrados de control de plagas y substitutos biológicos de plaguicidas (control biológico – uso de insectos o microbios benéficos – uso de variedades resistentes de cultivos, y	• Investigar sobre recursos genéticos de plantas nativas. • Aumentar la conciencia ambiental acerca de analizar la interdependencia entre

Agricultura Sostenible	
Acciones técnicas-productivas	**Acciones pedagógicas**
el uso de prácticas agrícolas alternativas como riego, fertilización o poda). • Determinar los actores que intervienen en el desarrollo de la agricultura sostenible. • Mantener cultivos tradicionales. • No permitir el uso de sustancias químicas o biológicas reglamentadas. • Evitar introducir, cultivar o procesar cultivos transgénicos. • Rotar los cultivos. • Manejar cultivos asociados y policultivos. • Utilizar la hojarasca. • Evitar el monocultivo. • Desarrollar agricultura orgánica. • Establecer el bienestar social y ambiental de la implementación de prácticas sostenibles en los cultivos. • Estudiar la importancia de elegir productos que provienen de operaciones ambientalmente sostenibles y socialmente responsables. • Buscar la obtención de productos certificados de competitividad en mercados verdes a nivel local, regional, nacional e internacional.	ecosistemas sanos, agricultura sostenible y responsabilidad social. • Recolectar y describir la información sobre las infestaciones de las plagas: Fechas y duración de la infestación, tipo de placa, extensión, ubicación, mecanismos de control, factores ambientales durante la infestación, daños y costos estimados de los daños y del control. • Manejar nombres comerciales y genéricos de los productos cultivados.

Agricultura Sostenible	
Acciones técnicas-productivas	**Acciones pedagógicas**
• Proteger, conservar y restaurar ecosistemas naturales. • Ofrecer oportunidades de vinculación laboral a la comunidad local. • Labrar y sembrar apropiadamente. • Usar abonos verdes y orgánicos. • Sustituir agroquímicos por productos biológicos. • Desarrollar alelopatías.	

Fuente: Ministerio de Educación Nacional (2010).

Como se puede observar, tanto las acciones técnica-productivas, como las pedagógicas, otorgan a las huertas escolares un estatus de contexto amplio y rico para el desarrollo de actividades que promuevan el aprendizaje de los estudiantes. Estas acciones tienen como foco de atención lo nutricional, agropecuario y ambiental, dejando de lado el gran potencial que ofrecen el desarrollo de las tareas en otros campos del conocimiento, tales como las matemáticas, área en la cual se centra la presente investigación. Esta afirmación se sustenta dado que al revisar investigaciones que hubiesen tenido como escenario las huertas escolares (Scheel, 2014; Yaguara, 2012; Vera, 2015; García, 2009; Moreno & Quintero, 2014), éstas muestran como interés común: el desarrollo de estudios ambientales, la búsqueda de estrategias saludables de nutrición y la tendencia por resaltar metodologías de trabajo significativas, poniendo una especial atención al trabajo realizado por los estudiantes, así como a la participación activa de los diversos actores de la comunidad educativa (padres, líderes comunales, directivos, maestros y estudiantes de todos los niveles educativos).

Dichas investigaciones dan a conocer la prevalencia de intereses y acciones intervencionistas en torno al quehacer en la huerta escolar, las cuales se han materializado en relaciones unilaterales entre lo que se piensa y se ejecuta: se piensa desde el aula y luego se lleva a la huerta escolar. Un ejemplo de este tipo de relaciones son las propuestas metodológicas que aportan a la ejecución eficaz de

las tareas. Las propuestas son en sí situaciones didácticas que se implementan en las labores diarias de la huerta escolar.

Es así que se concluye:

- La huerta escolar se constituye en un contexto particularmente interesante con una riqueza sociocultural muy fuerte, el cual trae consigo la realidad del que aprende a la escuela.
- La riqueza del contexto huerta escolar justifica en cierta medida el interés en la realización de investigaciones centradas en él, al ser considerado un escenario cultural en el cual los estudiantes comparten valores, normas sociales, creencias, costumbres, hábitos, historia y comportamientos.
- En el contexto de la huerta escolar el saber otorga la idea de representar el conocimiento de algo. Un conocimiento que se construye a través de acciones intencionales y mediadas por herramientas y conocimientos previos, es decir, prácticas. Las prácticas permiten establecer relaciones y reconocer cualidades de objetos a través de sus usos, de ahí que se presuma que el aprender sea producto de prácticas relacionadas con el hacer que permiten alcanzar una meta. En este sentido, el aprendizaje resulta situado, esto es, obedece tanto a las normas del contexto cultural en el cual se construye, como a los conocimientos previos del aprendiz. El aprender va más allá de un proceso de transmisión, es un proceso de construcción propia que se caracteriza por ser dinámico y dotar de significado el logro alcanzado.
- Las características de la huerta escolar acarrean la existencia de una serie de posibilidades investigativas, las cuales permiten el análisis de un contexto que vive en muchas de las instituciones educativas de Colombia y Latinoamérica[3].

---

[3]En la actualidad existen organizaciones como FAO (Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación), cuyo principal objetivo es apoyar de manera eficiente la seguridad alimentaria, a través de la productividad agrícola, uno de los contextos que impactan son las huertas escolares. Por otra parte, está La Red Internacional de Huertos Escolares (RIHE), la cual promueve los huertos educativos y ayuda a que estos se fortalezcan, se multipliquen, y se conviertan en espacios de aprendizaje. La red genera escenarios como el Encuentro Internacional de Huertos Escolares, cuyos objetivos son: el intercambio de experiencias, herramientas y materiales la discusión y colectiva de los conceptos centrales en los que se basa la propuesta y el crecimiento y fortalecimiento de la Red Internacional de Huertos Escolares.

- El escenario de la huerta escolar permite un desarrollo investigativo que aporta a una propuesta bidireccional de construcción del conocimiento. La propuesta bidireccional no se limita a reconocer contextos de aplicación de la matemática, sino escenarios donde el ser humano lleva a cabo los mismos procesos cognitivos, modos de transmisión didáctica y prácticas de organización social en la matemática escolar. Estos escenarios otorgan al investigador la posibilidad de inferir *lo matemático* inmerso en la actividad situacional estudiada y con ello aportar a la trasformación del *discurso Matemático Escolar*. Es decir, desarrollos contextualizados en un marco contemplativo-analítico-intervencionista.

Por lo anterior, surgió la motivación de realizar una investigación que se ubicara en el contexto particular de la huerta escolar en busca de los usos y significados de un conocimiento matemático específico a través de una visión alternativa del saber cómo conocimiento en uso, siendo el primer paso la caracterización de las tareas que en este escenario se llevan a cabo.

1.3 Las tareas de la huerta escolar y la construcción del conocimiento matemático

Una vez considerada la huerta escolar como un contexto importante y pertinente para el desarrollo de la investigación, se procedió a analizar videos, notas de campo, fotografías y entrevistas obtenidas a partir del acompañamiento. En el análisis se logró observar con detalle la existencia de tareas que eran recurrentes en su quehacer. Se encontraron diez, a saber: preparar el terreno, sembrar, abonar, hacer surcos, regar, trasplantar, recoger, podar, tutorar y deshierbar, las cuales se caracterizan a continuación.

1.3.1 Tarea de deshierbar y reparar el terreno.

Foto 1. Niños de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro deshierbando el terreno para la siembra. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

Uno de los factores importantes en el desarrollo de los cultivos es la limpieza del terreno debido a que las labores o actividades que se realizan pueden afectar las características físicas, químicas y biológicas del suelo.

En esta tarea los estudiantes se preparan con rastrillos y palas para arrancar la maleza del terreno. La decisión del instrumento a emplear para esa acción depende de lo largo y grueso de la raíz, la cual aunque no es visible, es conocida por los estudiantes debido a su experiencia. Una vez se arranca la maleza, se procede a dar pequeños golpes con una pequeña pala a los trozos de raíz cubierta con tierra para no desperdiciar sus nutrientes, como se observa en la fotografía 1.

1.3.2 Tarea de hacer surcos.

Foto 2. Surcos en la huerta escolar. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

Las áreas en las cuales se define la siembra obedecen al tipo de cultivo, así como el espacio disponible. Estas áreas son conocidas como camas de siembra las cuales favorecen al buen drenaje y aireación del suelo reduciendo las condiciones para el desarrollo de enfermedades. Las más utilizadas -cuando se cuenta con espacio- son los surcos y las eras (Ministerio de Educación Gobierno del Salvador, 2009, p. 30).

En esta tarea los estudiantes, con la guía del maestro, toman decisiones respecto a la distancia entre surcos, dependiendo de lo que se desea cosechar y la experiencia con otros cultivos. Luego hacen uso de palos o varas para su ejecución. Los patrones de medida empleados son antropométricos como: pasos, palmos o envergaduras. En la fotografía 2 se puede observar el producto final de la realización de surcos.

1.3.3 Tarea de abonar el terreno.

Foto 3. Niños y maestra de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro abonando terreno. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

El abono del terreno es muy importante para la salud del suelo. Es imprescindible a la hora de mantener los nutrientes necesarios para la siembra y organismos, retener la humedad, permitir que el suelo esté suave y sea de fácil manejo, lo cual favorece una mejor fertilidad y textura.

Para esta tarea hay una preparación previa del abono. El abono es obtenido de residuos agrícolas y de la jardinería (compostaje), los cuales fueron tratados para acelerar su descomposición. Cabe recalcar que existe otro tipo de abono y es aquel que viene preparado de fábrica y listo para emplear, tal y como se observa en la fotografía 3; en ambos casos la tarea de abonar el terreno implica que los estudiantes calculen la cantidad adecuada para verter la porción de abono necesaria para el terreno que se pretende o se está trabajando. Esta cantidad depende de la cantidad de terreno a abonar o de la misma experiencia por lo que depende del tipo de planta la cantidad de abono necesario.

1.3.4 Tarea de sembrar.

Foto 4. Niños de preescolar de la Institución Educativa. Eugenio Díaz Castro sembrando en semilleros. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

Según el Ministerio de Educación del Gobierno de El Salvador - MINED (2009):

> De acuerdo con las características de la semilla y de las plantas, así será el método de siembra. Es importante agrupar las plantas de acuerdo al tamaño que alcanzan y al tiempo que permanecen en el terreno hasta la cosecha (p. 31).

Para el desarrollo de esta tarea los estudiantes seleccionan las semillas y determinan qué tipo de terreno es el adecuado para ellas, incluso para las plántulas. Los estudiantes hacen uso de partes de su cuerpo, como la segunda falange, para establecer la profundidad que debe tener el hoyo en el cual se colocará la semilla, tal y como se observa en la fotografía 4.

Cuando el cultivo es más grande y no es necesario que la siembra se realice primero en camas para luego ser trasplantada, son las varas las encargadas de hacer las veces de patrones para determinar la profundidad de los huecos de la siembra o en algunos casos es la perforación realizada con el talón del zapato la que determina su profundidad.

1.3.5 Tarea de podar.

Foto 5. Poda. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

La poda de los cultivos es una práctica de corte de ramas que favorece el desarrollo de la planta, a la vez que permite mayor aireación y una mejor distribución de la producción (ver fotografía 5). Para determinar si la planta requiere ser podada, los estudiantes realizan comparaciones entre las plantas con altura esperada y aquellas en proceso de crecimiento, estas comparaciones hacen parte del ejercicio continuo en la ejecución de la poda. Las comparaciones se hacen “a simple ojo” o con ayuda de algún tipo de patrón (mediador), como varas o palos.

1.3.6 Tarea de tutorar.

Foto 6. Plantas tutoradas. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

El tutoreo de los cultivos proporciona un medio para sostener la planta y otorgarle dirección a su crecimiento. Esta tarea se realiza por medio de espalderas realizadas con alambres paralelos horizontales sostenido por palos de bambú u otro tipo de material. Para el tutoreo, los estudiantes seleccionan el instrumento que servirá de director y teniendo en cuenta su experiencia toman de decisiones respecto a las distancias entre las espalderas. Por lo regular son los pasos o palmos los que determinan la distancia entre cada vara. En la fotografía 6 se presenta una imagen de una planta tutorada.

1.3.7 Tarea de regar.

Foto 7. Niños institución educativa.

Fuente: Balda, (2016).

El riego de los cultivos consiste en mojar el suelo sin causar encharcamientos. Existen diferentes sistemas de riego entre ellos: el riego por goteo, riego por aspersión, riego por medio de teteros, riego común y el riego por gravedad (ver fotografía 7).

Para la toma de decisiones respecto a la cantidad de agua necesaria para el riego, así como el método de este, los estudiantes parten de su conocimiento previo respecto a las características de la planta y éxito de la tarea. Esta tarea implica entre otras cosas el conocimiento de relaciones que se establecen, por ejemplo, entre la cantidad de agua y color de la tierra, pues tal como ellos afirman:

"entre más agua, la tierra es más obscura" **o** ***"entre más agua la tierra es más blanda".***

[nota de campo 24, I.E. Eugenio Díaz Castro, 2016]

1.3.8 Tarea de trasplantar.

Foto 8. Niños Institución Educativa Eugenio Díaz Castro preparando el terreno para trasplantar. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

El trasplante en los cultivos consiste en trasladar plantas del sitio en que están arraigadas y plantarlas en otro. En el caso particular de las huertas escolares, los estudiantes lo realizan desde el semillero o camas de siembra a los terrenos requeridos para el desarrollo pleno de la planta, lo que implica reconocer el tamaño que la planta debe tener para ser trasplantada, así como las características del terreno al cual se trasplantará (tipo de tierra, tamaño, etc.).

Para este proceso los estudiantes hacen uso de patrones de medida como las falanges para determinar si el tamaño logrado por la planta es el necesario para hacer el trasplante (Ver fotografía 8).

1.3.9 Tareas de atierrar.

Foto 9. Niños Institución Educativa Eugenio Díaz Castro atierrando la siembra de papa. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

Es el sistema que consiste en remover la tierra de la siembra con el fin de otorgar movilidad a sus nutrientes y desarrollo de las raíces. Es una tarea que requiere fuerza y conocimiento exacto del proceso con el fin de no dañar el producto, lo cual hace necesario que sea realizada con ayuda y dirección de padres de familia y maestros, tal y como se observa en la fotografía 9. La participación de los estudiantes en el desarrollo de esta tarea es activa, toda vez que son ellos quienes, basados en el conocimiento de la planta, toman decisiones respecto a cuáles deben ser atierradas y cuáles no; del mismo modo con ayuda de palas pequeñas apoyan el proceso. El tiempo es un factor muy importante a la hora decidir si es momento de atierra un sembrío, pues los estudiantes afirman que cosechas específicas deben ser tutoradas cada cierto tiempo:

V7-P1-004: "*La papa criolla se debe tutorar cada dos meses*"[4]

1.3.10 Tarea de cosechar.

Foto 10. Niños y maestro de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro preparados para la cosecha la siembra de papa. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

Cosechar consiste en la recolección de los frutos, semillas u hortalizas plantadas en las huertas escolares. Esta tarea representa la etapa final del crecimiento del fruto e incluye actividades que se realizan una vez el fruto es

[4] Esta nomenclatura obedece a la transcripción de videos. V7, es video 7; P1, es padre de familia 1; 004 es la línea 4 de la trascripción.

recogido. Entre las actividades se encuentran: la limpieza, clasificación e incluso en las huertas autosostenibles el embalado y envío para la venta. Para la realización de la cosecha, los estudiantes seleccionan la siembra y de acuerdo con sus experiencias previas determinan si el producto está listo para el proceso de recolección y clasificación. En la fotografía 10, los niños y maestro explican los frutos de su cosecha.

1.4 Manifestaciones matemáticas recurrentes derivadas de las tareas de la huerta escolar

La caracterización de las tareas presentadas permitió inferir que durante su desarrollo se llevan a cabo unos haceres que se repiten, a los cuales se denominó: manifestaciones matemáticas recurrentes. Estas manifestaciones matemáticas recurrentes surgieron a partir de la descripción de los momentos de cada tarea y son: la comparación, la medición, la clasificación, la selección, la estimación, el conteo, la anticipación y la aproximación (Ver tabla 2).

Tabla 2

Tareas y manifestaciones matemáticas recurrentes en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar

Deshierbar y preparar el terreno		
Momentos de la tarea	Descripción de los momentos de la tarea	Manifestaciones matemáticas recurrentes
1	Comparan el terreno a sembrar con otro ya sembrado. Esto con la finalidad de tomar decisiones respecto a la porción de terreno que requiere ser deshierbada.	Comparar Anticipar Clasificar
2	Anticipan el tamaño de la producción teniendo en cuenta la porción de terreno que será deshierbada.	
3	Arrancan la maleza del terreno.	
4	Clasifican entre los pedazos de tierra sólida, aquellos que son piedras para apartarlos del terreno. Entre aquellas que son tierra sólida para picar y volverlo tierra.	
[nota de campo 24, I.E. Eugenio Díaz Castro, 2016]		
Abonar		

Momentos de la tarea	Descripción de los momentos de la tarea	Manifestaciones matemáticas recurrentes
1	Estiman la posible cantidad de abono necesario para el terreno deshierbado. Esta decisión permite que escojan la cantidad de frascos o baldes de abono y los aparten o lleven cerca del terreno, para el desarrollo de la labor.	Estimar Medir
2	Miden con ayuda de la mano porciones de abono.	
3	Vierten el abono en el terreno mientras caminan.	
[nota de campo 5, I.E. Romeral, 2014]		
Hacer surcos		
Momentos de la tarea	Descripción de los momentos de la tarea	Manifestaciones matemáticas recurrentes
1	Miden el terreno con ayuda de unidades de medida acordadas como: pasos.	Medir Anticipar
2	Anticipan respecto al posible tamaño de la producción respecto al tamaño del terreno.	
3	Hacen los surcos con ayuda de palos o varas.	
[nota de campo 26, I.E. Eugenio Díaz Castro, 2016]		
Trasplantar		
Momentos de la tarea	Descripción de los momentos de la tarea	Manifestaciones matemáticas recurrentes
1	Comparan el tamaño de la plántula con otras que han tengan el tamaño esperado.	Comparar Seleccionar Clasificar Anticipar
2	Seleccionan aquellas plántulas que tienen el tamaño esperado para el trasplante.	
3	Clasifican aquellas plántulas que ya pueden ser trasplantadas.	
4	Anticipan el posible tamaño de la producción a futuro para tomar decisiones respecto al tamaño del terreno necesario para el trasplante.	
5	Realizan el trasplante.	
[nota de campo 24, I.E. Eugenio Díaz Castro, 2016]		
Atierrar		

Momentos de la tarea	Descripción de los momentos de la tarea	Manifestaciones matemáticas recurrentes
1	Comparan la textura de la tierra de las plantas sembradas.	Comparar Seleccionar Clasificar
2	Seleccionan y clasifican aquellas que requieren o no el proceso.	
[nota de campo 5, I.E. Romeral, 2014]		
Regar		
Momentos de la tarea	Descripción de los momentos de la tarea	Manifestaciones matemáticas recurrentes
1	Seleccionan el tipo de riego necesario según el cultivo.	Seleccionar Clasificar Estimar Comparar
2	Clasifican en cultivo dependiendo del tipo de riego.	
3	Estiman la cantidad de agua necesaria para el riego dependiendo del tipo de cultivo.	
4	Realizan el riego	
5	Comparan color de tierra con cantidad de agua.	
[nota de campo 26, I.E. Eugenio Díaz Castro, 2016]		
Sembrar		
Momentos de la tarea	Descripción de los momentos de la tarea	Manifestaciones matemáticas recurrentes
1	Seleccionan el terreno en el cual realizarán la siembra	Seleccionar Anticipar Comparar Clasificar Medir Contar
2	Anticipan respecto al posible tamaño de la producción respecto al tamaño del terreno.	
3	Comparan el tamaño del terreno con lo que se espera sembrar.	
4	Clasifican el terreno de acuerdo con las características de la cosecha.	
5	Miden el terreno con ayuda de unidades de medida acordadas como: pasos	
6	Miden la profundidad del hoyo donde colocarán la semilla de acuerdo con patrones o unidades establecidos.	
7	Cuentan la cantidad de semillas a colocar en cada hoyo.	
[nota de campo 24, I.E. Eugenio Díaz Castro, 2016]		
Podar		

Momentos de la tarea	Descripción de los momentos de la tarea	Manifestaciones matemáticas recurrentes
1	Comparan el tamaño y forma de la planta con otras que tengan el tamaño y forma esperada.	Comparan Seleccionan Clasifican
2	Seleccionan insumos necesarios para realizar la poda.	
3	Clasifican las plantas de acuerdo con el tipo de poda.	
[nota de campo 5, I.E. Romeral, 2014]		
Tutorar		
Momentos de la tarea	Descripción de los momentos de la tarea	Manifestaciones matemáticas recurrentes
1	Comparan el tamaño de plantas que han crecido a su nivel esperado respecto a el tamaño de las varas para tutorar.	Comparar Medir Anticipar Seleccionar Clasificar
2	Miden el tamaño de la vara para tutorar con unidades de medidas no convencionales como: palmos.	
3	Anticipan el crecimiento de una planta para seleccionar el tamaño de la vara para tutorar.	
4	Seleccionan las varas para tutorar de acuerdo con el tamaño y características.	
5	Clasifican las plantas y varas de acuerdo con el tamaño del tutor	
[nota de campo 26, I.E. Eugenio Díaz Castro, 2016]		
Cosechar		
Momentos de la tarea	Descripción de los momentos de la tarea	Manifestaciones matemáticas recurrentes
1	Comparan el tamaño de las plantas que han alcanzado la medida esperada para tomar decisiones respecto a si la planta está lista para la cosecha.	Comparar Clasificar Contar
2	Comparan tamaños de la cosecha para su clasificación.	
3	Clasifican la producción de acuerdo con las características de la cosecha.	
4	Cuentan la producción	
[nota de campo 24, I.E. Eugenio Díaz Castro, 2016]		

Fuente: Elaboración propia.

Dado en momento teórico inicial de la investigación fue necesario realizar una caracterización de cada una de las denominadas: manifestaciones matemáticas recurrentes. La caracterización se llevó a cabo teniendo en cuenta, tanto de referentes teóricos en el marco de la Matemática Educativa, su definición y la voz de la investigadora.

1.4.1 La clasificación. Ha estado presente en muchas de las acciones realizadas por toda la humanidad: desde la organización que demanda la separación de las comunidades, pasando por la agricultura, hasta llegar a las matemáticas mismas, desde los antiguos griegos, hasta nuestra era. Autores como Pérez y Morales (2013) afirman que la clasificación se encuentra incluso en el comportamiento diario de las personas y con ello la presencia de las particiones y las relaciones de equivalencia que, sin ser reconocidas como tal, aparecen en diversas acciones a tempranas edades. La clasificación demanda a su vez de otros procesos: la selección, la partición y el agrupamiento, los cuales no se llevan a cabo de manera arbitraria, sino que obedecen a características específicas de los elementos seleccionados y permiten el establecimiento de relaciones específicas entre los elementos y el descubrimiento de nuevas características. En las tareas de la huerta escolar, la clasificación requiere de un reconocimiento de las propiedades de los objetos a comparar, así como de los descriptores que aparecen una vez reconocida la propiedad. Esto implica un paso importante entre una función de semejanza como único referente guía de la clasificación hacia una función basada en equivalencias, tal y como la propone Vergnaud (1991, p. 83).

1.4.2 La medición. Considerada por Bishop (1999) como una actividad universal, requiere de ordenar, comparar y cuantificar cualidades que tienen valor e importancia. Investigaciones realizadas en el marco del enfoque socioepistemológico la consideran como "una actividad regulada por una necesidad de orden mayor cuyo origen, práctico o teórico depende del contexto o circunstancia que la envuelve" (Montiel, 2005, p. 103). Se refiere a la acción de comparar una cantidad con su respectiva unidad con el fin de averiguar cuántas veces la segunda está contenida en la primera (Real Academia Española, 2017) y se le suma la idea que esta acción se encuentra precedida por la necesidad cultural. No es de extrañar

entonces que la medición y sus primeros hallazgos se encuentren ligados a necesidades del contexto, los cuales aparecen reportados desde las necesidades que demandaba la práctica de arquitectura de los egipcios (año 1400 a. d. C.) hasta la astronomía.

Estos acercamientos iniciales a la medición incorporaron el uso de unidades y patrones antropométricos como el palmo, codo, paso y envergadura, patrones que fueron de utilidad para que con el apoyo de insumos ofrecidos por la naturaleza, como las sombras proyectadas por el sol, la duración de días y noches y las estaciones del año, se constituyeran en elementos claves para el desarrollo de algunas culturas y la evolución de prácticas asociadas a la astronomía, arquitectura, agricultura, pesca y caza. En las tareas de la huerta escolar la medición tiene como punto de partida la comparación de objetos para ordenarlos y establecer equivalencias. Estas equivalencias implican entre otras cosas: el uso de un intermediario, la aproximación y las medidas compuestas.

1.4.3 La comparación. Según definición encontrada en el Diccionario de la Real Academia de la Lengua (2017) consiste en fijar la atención en dos o más objetos para descubrir sus relaciones o estimar sus semejanzas o diferencias. Es decir, para que surja la necesidad de comparar resulta necesario establecer *a priori* características de los objetos a comparar, de lo contrario su ejercicio no tendría sentido. Al respecto, Bishop (1999, p. 23) atribuye a la comparación una estrecha relación ligada a la actividad de medición, al afirmar que su práctica, junto con asignación numérica atribuida a la comparación obedece a la construcción de la medición misma.

1.4.4 La aproximación. Como actividad se constituye en la acción de representar de forma inexacta, pero lo suficientemente fiel una característica. Es empleada tanto en la ciencia como en las matemáticas como una herramienta que facilita el proceso de predicción y requiere de un propósito claro. Su uso requiere de la selección de las características, así como del conocimiento de las variables asociadas a la misma que inciden en su construcción y desarrollo. Es un cálculo que cotidianamente se hace fuera de la escuela y según Gómez (1986) se caracteriza porque:

a) Es de cabeza.
b) Se puede hacer rápidamente.
c) Se apoya en un conjunto limitado de hecho numéricos.
d) Requiere ciertas habilidades: Conteos, recolocaciones, compensaciones, descomposiciones, redistribuciones, etc., buscando sustituir o alterar los datos iniciales para trabajar con otros más cómodos, o más fáciles de calcular (p. 65).

La aproximación se relaciona directamente con la medida, toda vez que la medida de conjuntos de objetos aislables plantea problemas de aproximación (Vergnaud, 1991, p. 122). En la huerta escolar los conjuntos grandes están asociados a la enumeración, por ejemplo, el número de productos de una cosecha. En el caso de los números efímeros, para los cuales se supondría una vista simultánea se relaciona con la cantidad de agua que queda en la siembra luego del proceso de riego.

1.4.5 La anticipación. Es considerada desde la visión socioepistemológica como una de las prácticas sociales que favorecen la construcción del conocimiento matemático (Cantoral & Farfán, 1998). Al respecto, Montiel (2005) la caracteriza a través de " la construcción de modelos a escala de una realidad no manipulable" (p. 104), en donde la proporción juega un rol fundamental toda vez que obedece a la construcción de modelos y herramientas matemáticas. Se encuentra estrechamente relacionada con las actividades de medir, comparar, aproximar y calcular modelos proporcionales que permitan anticipar el hecho. Es decir, la anticipación trae consigo no solo el anunciamiento de fenómenos químicos, físicos o biológico, sino el anunciamiento razonado de esos fenómenos. Un anunciamiento que en el contexto de la huerta escolar parte entre otras cosas del reconocimiento de la dependencia de un suceso, respecto a variables que determinan un acontecimiento particular.

1.4.6 Selección. Consiste en elegir a partir de una característica de referencia elementos o características de estos, con el fin de separarlos o preferirlos. Se fundamenta en decisiones previas que determinan la elección de los elementos, las cuales en el caso particular de las matemáticas obedecen a situaciones de cálculo, medida, color, forma o tipología. Y es base para el desarrollo

de procesos de pensamiento como la comparación Pérez y Morales (2013). En la huerta escolar se pone en juego cada vez que se llevan a cabo elecciones que determinan el cómo y cuándo llevar a cabo una tarea.

1.4.7 Estimación. En el campo de las matemáticas es considerada como un "juicio sobre el valor del resultado de una operación numérica o de la medida de una cantidad, en función de circunstancias individuales del que lo emite" (Segovia, Castro, Castro, & Rico, 1989, p. 18). En este sentido se considera a la estimación en dos campos: en el campo del cálculo y en el campo de la medida. Este concepto tiene características definidas, las cuales fueron presentadas por Segovia y otros (1989), luego de complementar la propuesta de Reyls, Trafton, Reys y Zawojewski (1984) y que se evidencian en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar:

1. Consiste en valorar una cantidad o el resultado de una operación aritmética.
2. El sujeto que hace la valoración tiene alguna información, referencia o experiencia sobre la situación que debe enjuiciar.
3. La valoración se realiza por lo general de forma mental.
4. Se hace con rapidez y empleando números lo más sencillos posibles.
5. El valor asignado no es exacto, pero sí adecuado para tomar decisiones.
6. El valor asignado admite distintas aproximaciones dependiendo de quien realice la valoración (Segovia y otros, 1989, p. 21).

1.4.8 Conteo. En palabras de Bishop (1999, p. 23) contar se relaciona con la tradición, la riqueza, el empleo, las propiedades y el estado de una sociedad. Y consiste en establecer una correspondencia entre elementos y números naturales, con la finalidad de determinar su cantidad. Contar y asociar objetos con números tiene una larga historia, pues existe amplia evidencia de la existencia de conteo en diversas culturas. Este ejercicio "se acompaña de gestos manuales y de movimientos de los ojos que muestran que el niño ejerce su actividad al establecer una correspondencia entre el conjunto de los objetos, por una parte, y la serie numérica hablada, por otra" (Vergnaud, 1991, p. 102). En la huerta escolar, el quehacer demanda de nociones de equivalencia y orden que se manifiestan en las

conclusiones producto de conteos de carácter verbal o razonamientos no hablados.

Teniendo en cuenta los hallazgos en torno a la existencia de tareas y manifestaciones matemáticas recurrentes, surgió la siguiente inquietud:

¿Cómo profundizar en los papeles que juegan en la construcción del conocimiento matemático funcional[5] *las manifestaciones matemáticas recurrentes evidenciadas en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar?*

1.5 Panorama de las huertas escolares en la Matemática Educativa

Con el fin de dar continuidad a la investigación, se consideró importante partir de una revisión de investigaciones que tuvieran como contexto las huertas en ámbitos tanto escolares como extraescolares, además de investigaciones que relacionaran las manifestaciones matemáticas recurrentes con algún tipo de saber matemático específico con la finalidad de dar sustento y dirección clara a la investigación.

Entre los hallazgos más importantes de la revisión bibliográfica se encontraron afirmaciones como las realizadas por Soto y Rouche (1995) o Lizarzaburu y Zapata (2001) quienes aseguran que existe un pensamiento proporcional que subyace de la cultura campesina; esta aseveración es ratificada por Yojcom (2013), quien afirma que los campesinos hacen uso de la proporcionalidad al momento de la siembra. Por su parte García (2016) menciona que el trabajo entorno a lo proporcional incluye aspectos culturales, históricos, institucionales y afectivos, los cuales en palabras de Reyes-Gasperini (2016) se configuran a través de un modelo de prácticas anidadas que permiten la construcción de lo proporcional a través de una evolución pragmática entre la comparación, la igualación y la medición. Estas prácticas, junto con la variación son consideradas como nociones fundamentales para la construcción de la proporcionalidad (Mochón, 2012; Godino & Batanero, 2002).

---

[5] Se entiende al conocimiento matemático funcional como aquel conocimiento que la gente construye alrededor de las nociones matemáticas en situaciones específicas de su contexto cotidiano. La funcionalidad representa “significar mediante el uso el conocimiento matemático” (Reyes-Gasperini, 2016, p.314).

Este panorama permitió suponer que aquellas denominadas manifestaciones matemáticas recurrentes identificadas en el quehacer de la huerta escolar guardan estrecha relación con el desarrollo del pensamiento proporcional en el contexto campesino. En consecuencia, se establecieron como supuestos de investigación:

- Existe una manera matemática de pensar en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar.
- Existe **pensamiento proporcional** en la realización de las tareas de la huerta escolar que se relaciona con las manifestaciones recurrentes encontradas en el primer momento de análisis.
- Las manifestaciones encontradas en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar: comparación, anticipación, medición, selección, conteo, estimación, clasificación y aproximación, traen consigo un **estatus epistemológico** que contribuye a la construcción de lo proporcional.
- Los significados atribuidos a la proporcionalidad en un contexto de la huerta escolar dependen no solo de los procesos didácticos constituidos en la escuela, sino que incorporan costumbres y tradiciones propias del contexto que otorgan un matiz social a la construcción del saber. Este matiz pareciera otorga al saber el estatus de conocimiento en uso.
- El reconocimiento de las costumbres, tradiciones y técnicas propias del contexto campesino podrían aportar a la democratización del aprendizaje de las matemáticas en el contexto de la huerta escolar, toda vez que reivindican los saberes técnicos y populares en este escenario, lo cual implicaría reconocer el aprender como un proceso de resignificación de este.
- La huerta escolar es un escenario intercultural de aprendizaje.

Teniendo en cuenta los hallazgos en torno al desarrollo de determinadas tareas y manifestaciones matemáticas recurrentes en el quehacer de las huertas escolares, una vez definido el objeto matemático sobre el cual se iba a problematizar y asumido el contexto en el cual se llevaría a cabo la investigación; en aras a acotar la amplia gama de posibilidades investigativas y a reafirmar o no los supuestos de investigación, se hizo necesario establecer los aspectos sobre los cuales se

centraría el estudio, los cuales se presentan a la luz de los propósitos de investigación.

1.6 Propósitos de la investigación

1.6.1 General.

Fundamentar una epistemología de usos de lo proporcional basada en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar, con la finalidad de contribuir al rediseño del discurso Matemático Escolar en torno a este saber.

1.6.2 Específicos.

- Caracterizar y resignificar las tareas, acciones, actividades, prácticas, herramientas y los usos de lo proporcional que emergen en el contexto de la huerta escolar.
- Dar evidencias de relación entre los usos de la proporcionalidad y las prácticas que modelan la construcción social de ese conocimiento.

1.7 Tesis de investigación

Se asume como tesis de la investigación que existe una manera matemática de pensar en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar, la cual aporta a la evolución conceptual del pensamiento proporcional y se materializa a través de unas manifestaciones matemáticas recurrentes que están determinadas por el hacer y por los modos de transmisión escolares y culturales.

CAPÍTULO 2

ESTADO DE LA CUESTIÓN

"Nunca se parte de cero"

Capítulo 2. Estado de la cuestión

El planteamiento del propósito de la investigación condujo a la construcción de un estado de la cuestión que tuviera en cuenta tanto investigaciones de relevancia nacional (Colombia) como internacional, en torno al objeto de estudio: la proporcionalidad. Se revisaron investigaciones llevadas a cabo en los últimos diez años, sin abandonar por completo las investigaciones iniciales en torno al objeto matemático en cuestión. Se seleccionaron trabajos en los que se resaltan los diversos enfoques de estudio, los cuales se considera apoyan a la comprensión de las ideas en torno a lo proporcional, así como la consecución de los objetivos de la investigación.

En los trabajos consultados se destaca el hecho de que todos coinciden en afirmar que, pese a que la proporcionalidad ha sido un objeto matemático ampliamente estudiado incluso desde antes de ser consideradas las didácticas específicas, su estudio sigue vigente y se constituye en un gran reto y un tema de interés para la comunidad de educadores matemáticos. De ahí que resulte interesante ir en la búsqueda de tendencias, vacíos y tensiones que han generado las investigaciones centradas en el objeto en cuestión.

2.1 El surgimiento de la proporcionalidad

Desde sus inicios, la proporcionalidad ha sido un concepto que ha generado escenarios de tensión. No en vano investigadores como Oller y Gairin (2013) dan a conocer la existencia de dos textos provenientes de culturas diferentes, los cuales se constituyen en indicadores de cómo la proporcionalidad nace en dos contextos con filosofías totalmente diferentes. Los libros son: *Los Elementos de Euclides* (s. III a.n.e.) y *El comentario de Liu Hui al Jiu Zhang Suan Shu* (s. III). En la comparación realizada, los autores reconocen como diferencia el hecho de que desde la filosofía china no existía obstáculo para relacionar magnitudes distintas, por ejemplo: peso de arroz y su costo, mientras que, en *Los Elementos de Euclides* (1991) la razón era considerada como una relación entre dos magnitudes homogéneas.

Los aportes a la construcción de la proporcionalidad presentada en *Los Elementos* tuvieron como fundamento los principios y contribuciones de La Escuela pitagórica (Siglo VI a.d.C), la cual aún es considerada como una base teórica del

nacimiento de la proporcionalidad. En la Escuela pitagórica, la proporcionalidad tenía como fundamento la razón, la cual a su vez era concebida como una relación y la proporción como una relación entre relaciones. El nacimiento de la proporcionalidad en esta escuela de pensamiento tuvo como fundamento la construcción de la noción de la razón a partir de la idea de la inconmensurabilidad. Según afirma Reyes-Gasperini (2016) dicha idea tiene como contexto situacional la imposibilidad que tuvieron los Pitagóricos de encontrar una unidad común para medir dos magnitudes: el lado de un cuadrado de lado 1 y su diagonal, y se constituyó en germen de la crisis que generó el reconocimiento de lo no conmensurable. La aparición del nuevo ente provocó en la matemática griega incluso el nacimiento de leyendas como la relatada por un viejo escolio al filósofo neoplatónico Proclo (González, 2008):

> Es fama que el primero en dar al dominio público la teoría de los irracionales, perecería en un naufragio, y ello porque lo inexpresable e inimaginable debería siempre haber permanecido oculto. En consecuencia, el culpable, que fortuitamente tocó y reveló este aspecto de las cosas vivientes, fue trasladado a su lugar de origen, donde es flagelado a perpetuidad por las olas (p. 1).

Es así como el descubrimiento de la inconmensurabilidad determina un instante importante en la historia de la geometría, al ser algo teórico que condujo a un momento dramático en toda la geometría griega. Este descubrimiento es considerado por Guacaneme (2016) como uno de los hitos que describen y caracterizan épocas de la historia de los conceptos de razón y proporción, los cuales se constituyen en desarrollos claves para la consolidación del concepto.

Otro de los hitos a los cuales hace mención Guacaneme (2016) y del que ya se ha hecho referencia es la época dorada de los griegos. En la época griega se configura una teoría de las proporciones, se adapta a la versión axiomática deductiva y se emplea en la descripción de curvas geométricas. Esta versión se reconstruye, desarrollada e instituye en el libro V de *Los Elementos* de Euclides; aunque el nacimiento de esta teoría se atribuye en su génesis a Eudoxo de Cnido, uno de los grandes matemáticos de la academia platónica, quien encontró una

posible solución al problema de la inconmensurabilidad. El matemático partió de lo inexpresable a través de la razón entre dos cantidades inconmensurables y generó la idea de eliminar la dificultad definiendo no la razón misma, sino la igualdad de razones, así:

> Se dice que una primera magnitud guarda la misma razón con una segunda magnitud, que una tercera magnitud con una cuarta magnitud, cuando cualesquiera equimúltiplos de la primera y la tercera exceden a la par, sean iguales a la par o sean inferiores a la par, que cualesquiera equimúltiplos de la segunda y la cuarta, respectivamente y tomados en el orden correspondiente (Puertas, 1994, p. 10).

A partir de esta definición y el método de exhausión, como procedimiento de aproximación a un resultado, Eudoxo realizó un gran aporte: La teoría de las proporciones geométricas. En esta teoría se introdujo la noción de magnitud, la cual no era un número, pero resultaba útil para el tratamiento de ángulos, segmentos, áreas, volúmenes. Para Eudoxo, una razón de magnitudes era una proporción y ambos conceptos, tanto la razón como la proporción solo tenían sentido en la geometría, no en la aritmética, al no tratarse de números.

Años más adelante, con el surgimiento del Álgebra y en particular de la Geometría Analítica se genera un paso de las descripciones geométricas a descripciones algebraicas de las relaciones En este momento, la clásica teoría de las proporciones griega se transforma y reformula para ampliar su ámbito de aplicación a magnitudes no geométricas y su empleo en las ciencias naturales y médicas (Guacaneme, 2012, p. 312). Sin embargo, según el mismo autor los acontecimientos no paran ahí, pues en el siglo XVII con la creación del Cálculo y Análisis el lenguaje de las funciones sustituye el clásico lenguaje de las proporciones empleado por varios siglos. Esto da paso a el último hito histórico basado en los trabajos del matemático Dedekind (1968) en los cuales la proporcionalidad se encuentra estrechamente ligada a la construcción del conjunto de los números reales, de ahí que las propuestas de la teoría euclidiana se hayan reincorporado a las formas de concebir la proporcionalidad en ese momento (Guacaneme, 2001).

Cada uno de los momentos mencionados ofrece una serie de aportes para la comprensión de cómo la proporcionalidad se desarrolló a nivel histórico-epistemológico. De estos momentos llaman la atención tres en particular, los cuales se relacionaron en un primer momento con los intereses particulares de la investigación.

a. El problema de la inconmensurabilidad, como situación que parte de la necesidad de comparar. La comparación es una práctica recurrente en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar, tanto entre magnitudes de igual naturaleza, como de distinta naturaleza.

b. Las proporciones geométricas, como formas de establecer relaciones proporcionales cuantitativas no numéricas, presente en los razonamientos en torno a las comparaciones que se establecen entre extensiones de terreno o tamaños de las cosechas y que se constituyen en bases para la construcción de relaciones.

c. La evolución del concepto que parte de relaciones aritméticas hasta el lenguaje funcional. A través de esta evolución se establecen relaciones funcionales entre variables, presentes en la proporcionalidad que se reconoce en las actividades cuantitativas en la huerta escolar.

Sin embargo, los acontecimientos que marcan momentos importantes en el desarrollo de la proporcionalidad no se centran solo en lo histórico. Un estudio reflexivo de cómo ha sido la inclusión de la proporcionalidad en el sistema didáctico pone en evidencia diversas posturas que centran su atención en aspectos cognitivos del concepto, mientras otros incorporan a este componente dimensiones de corte didáctico, epistemológico y/o social. De ahí que se haya considerado abordar la proporcionalidad desde esas miradas, las cuales se presentan en los siguientes apartados.

2.2 La proporcionalidad desde lo cognitivo

Uno de los primeros trabajos sobre la proporcionalidad (razones y proporciones), el cual tiene sus orígenes en los años 50, es el realizado por Inhelder y Piaget (1958). En su propuesta, los investigadores consideran al razonamiento proporcional como base para la constitución de las operaciones formales, aportando en dos aspectos: uno lógico, que reconoce a la proporción como un esquema que

establece relaciones entre relaciones y otro matemático, en el cual lo cuantitativo se estructura bajo una forma de esquema proposicional de equivalencia. Según Inhelder y Piaget (1958) la noción de proporción se inicia siempre de una forma cualitativa y lógica antes de estructurarse cuantitativamente. La adquisición de la estructura cuantitativa junto con la capacidad de formular hipótesis y trabajar con un cierto número de variables en un problema, resultan indicativos de la habilidad para razonar de manera formal.

La consideración de una evolución del pensamiento proporcional propuesta por Inhelder y Piaget (1958) es un principio compartido con otros investigadores. Al respecto, Karplus, Pulos y Stage (1983, como se citó en Mochón, 2012) basados en este principio proponen cuatro etapas de desarrollo de la proporcionalidad, a saber:

a. Etapa Incompleta. Etapa en la cual se ignora parte de los datos o da una respuesta ilógica.

b. Etapa Cualitativa. Toma en cuenta todos los datos, pero solo con consideraciones cualitativas (a más -más)

c. Etapa Aditiva. Estrategia incorrecta que hace uso de diferencias en parte o todo el razonamiento en vez de una relación multiplicativa.

d. Etapa Pre-proporcional. Uso de factores multiplicativos para relacionar cantidades. (p. 137)

Esta postura, en parte, es ratificada por Batanero y Godino (2003), quienes aunque comparten la evolución de la proporcionalidad no consideran la etapa incompleta, sino que parten de considerar la etapa cualitativa como punto de referencia para el inicio de desarrollo del pensamiento proporcional e incorporan la idea de que las nociones de comparación y covariación[6] están en la base subyacente del pensamiento proporcional y se adquieren de manera formal en la adolescencia. Esta afirmación concuerda con lo propuesto por Lesh, Post, y Behr, (1987) y Hart (1988) quienes aseguran que la habilidad para razonar proporcionalmente en un sentido cuantitativo aparece después de los 11 o 13 años.

---

[6] Se considera a la covariación como una relación existente entre dos magnitudes, de manera que todo aumento o disminución de una de ellas se traduce en un aumento o disminución de la otra.

En síntesis, los investigadores reconocen una evolución del pensamiento proporcional que parte de lo cualitativo, que representa diferentes momentos o etapas de construcción, que involucran las comparaciones y covariaciones y que se alcanza plenamente en la adolescencia.

Una tensión respecto a las afirmaciones presentadas la genera la propuesta de Hoffer (1988) quien afirma que las destrezas en torno a la proporcionalidad se desarrollan más lentamente de lo esperado y que de hecho existen personas que nunca adquieren las habilidades requeridas para el desarrollo del pensamiento proporcional, debido entre otras cosas a que con frecuencia las escuelas dan prioridad a la manipulación de símbolos y fórmulas que carecen de significado por encima de la generación de situaciones de las cuales emergen relaciones y variaciones. Es decir, según este autor el desarrollo del pensamiento proporcional no tiene relación directa con la edad de los individuos, sino con las experiencias a las cuales ellos se ven enfrentados.

Ahora bien, las discusiones en torno a la forma cómo la proporcionalidad se construye a nivel cognitivo no finalizan ahí. El lugar difuso que ocupa la proporcionalidad en libros de texto actuales según lo afirma Guacaneme (2001, p. 83) muestra como para algunos autores e investigadores la proporcionalidad es concebida como un tema más, similar a la suma o resta, en el cual se debe trabajar reforzando los algoritmos que en él subyacen. En contraposición a los hallazgos identificados por Guacaneme se encuentra la propuesta de Vergnaud (1983), en la que se concluye que la proporcionalidad se encuentra incluida dentro del campo conceptual multiplicativo, lo cual otorga a la misma un análisis profundamente diferente al de las estructuras aditivas, esto debido entre otras cosas a las relaciones ternarias, base para el desarrollo de problemas que lo componen. El reconocimiento realizado por Vergnaud a la proporcionalidad conlleva a considerar que más allá de un algoritmo la proporcionalidad implica un amplio pensamiento, lo que demanda de una clasificación de estructuras proporcionales asociadas a factores complejidad cognitiva, como lo son: la estructura de problemas, los valores numéricos y los dominios de experiencia.

Los resultados expuestos llevaron a concluir a la autora de la investigación:

a. Las investigaciones centradas en el desarrollo cognitivo del pensamiento proporcional nacen con el interés de ubicar el momento particular en el cual individuo adquiere las habilidades conceptuales que le permiten resolver situaciones de proporcionalidad.

b. Un momento de tensión se origina cuando algunas investigaciones afirman que la adquisición las habilidades requeridas para el desarrollo del pensamiento proporcional obedece a la edad del individuo, mientras que otras propuestas consideran que es la experiencia el factor central que determina el desarrollo del pensamiento proporcional.

c. Las nociones de variación y comparación son base para la comprensión de los conceptos relacionados con la proporción, toda vez que involucran variaciones de tipo aditivo y multiplicativo. Estas nociones ubican a la razón y la proporción dentro de las comparaciones.

d. La evolución del pensamiento proporcional parte de una etapa cualitativa pasando por a una etapa cuantitativa aditiva y hasta llegar a una etapa cuantitativa multiplicativa.

Las tensiones encontradas en las investigaciones que tenían como eje central el estudio del desarrollo del pensamiento proporcional llevó a considerar la necesidad de ampliar la mirada de cómo se construye a un dónde se construye el pensamiento proporcional. Fue necesario entonces centrar la atención en dos escenarios: la escuela, como el principal centro de enseñanza reconocido por la sociedad y los contextos no escolares, donde a la luz de diferentes prácticas de referencia se pueden identificar usos de la proporcionalidad y por tanto se genera un aprendizaje a través de significados atribuidos a ese objeto.

2.3 La proporcionalidad en contextos escolares

Según afirman Obando, Vasco y Arboleda (2013) las investigaciones que tienen como contexto la escuela, se constituyen en producto del interés que surge a partir de estudios basados en aspectos cognitivos de la proporcionalidad. El análisis realizado a estas investigaciones permitió identificar la existencia de dos tipos de investigaciones.

a. Investigaciones basadas en la estructura de los problemas asociados al pensamiento proporcional: tipos de problemas de proporcionalidad que se trabajan en la escuela.

b. Investigaciones basadas en las formas de pensamiento y estrategias de solución de problemas asociados al pensamiento proporcional: estrategias empleadas por las personas al resolver problemas de proporcionalidad.

2.3.1 Tipos de problemas de proporcionalidad que se trabajan en la escuela. Una revisión general de las clasificaciones existentes sobre problemas relacionados con la proporcionalidad permitió reconocer en primera instancia, la existencia de tres tipos de problemas: (1) problemas de valor faltante, (2) problemas de comparación y (3) problemas cualitativos de predicción o de comparación (Cramer & Post, 1993; Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001; Lamon, 2007; Block, Mendoza, & Ramirez, 2010).

a. **El problema del valor faltante** se caracteriza por estar constituido por cuatro valores que están en relación, en la que tres de ellos son conocidos y uno desconocido, un ejemplo típico es el siguiente:

Por 2 libras de azúcar pagué 2000 pesos. ¿Cuánto debo pagar por tres libras?

Este tipo de problemas suele ser esquematizado mediante una tabla como se presenta a continuación.

Tabla 3

Ejemplo de problema de cuarto faltante

Peso (en libras)	**Costo (en pesos)**
2	2000
3	?

Fuente: Elaboración propia.

b. **Los problemas de comparación** son aquellos en los cuales dados cuatro valores éstos se relacionan de manera multiplicativa, dos a dos, formando dos razones. Buscan determinar si las razones que se forman son iguales o si una es mayor o menor que la otra. Un reconocido problema enmarcado en esta tipología es el problema de las mezclas. Se presenta a continuación el ejemplo exhibido por Block, Mendoza y Ramírez (2010, p. 67).

Luisa prepara la naranjada poniendo dos vasos de agua por cada tres de jugo. Ana la prepara poniendo tres vasos de agua por cada cuatro de jugo. ¿Alguna de las naranjadas sabe más a naranja o saben igual?

Este tipo de problemas busca establecer comparaciones entre razones, y suele ser esquematizado mediante una tabla como se presenta a continuación.

Tabla 4

Ejemplo de problema de comparación

	Vasos de agua	Vasos de jugo
Naranjada A	1	2
Naranjada B	2	3

Fuente: Elaboración propia basada en la propuesta de Block, Mendoza y Ramírez (2010).

c. Los problemas cualitativos de predicción o de comparación "tienen una estructura similar a problemas de comparación, pero su solución no requiere del uso explícito de cálculos numéricos" (Rivas, 2012, p. 22). Un ejemplo de esta tipología se presenta en la siguiente figura.

Figura 2. Ejemplo de problema de comparación cualitativa.

Dos amigos colocan una línea de clavos en dos tablas diferentes. Bill coloca más clavos que Greg. La tabla de Bill es más pequeña que la de Greg. ¿En cuál de las tablas los clavos están más juntos? (a) En la tabla de Bill (b) En la tabla de Greg (c) Sus clavos están igualmente espaciados (d) La información es insuficiente para dar una respuesta.

Fuente: Rivas, (2012).

Esta estructura es similar a la presentada por Spinillo (2002) quien considera dos tipos de tareas relacionadas con el pensamiento proporcional. Las tareas de incógnita y las tareas de comparación, las cuales se asemejan a los problemas de valor faltante y comparación presentados en la clasificación general. Los problemas de comparación requieren a) reconocer la equivalencia entre razones en distintas situaciones; b) pensar en términos relativos (no absolutos), c) establecer relaciones entre relaciones.

Una tensión en esta clase de investigaciones subyace de la consideración de otro tipo de características que según algunos investigadores determinan la

clasificación de los problemas de proporcionalidad. Al respecto, Tourniaire y Pulos (1985, p. 182) clasifican los problemas de acuerdo al tipo de variables involucradas. Se distinguen tres categorías a saber: a) tareas de física, b) problemas de tasa y c) problemas de mezcla. Es decir, una clasificación de acuerdo con el contexto de desarrollo de las situaciones.

2.3.2 Estrategias empleadas por las personas al resolver problemas de proporcionalidad. Existen diversos estudios que centran su interés en identificar las estrategias empleadas por los estudiantes para resolver situaciones de proporcionalidad. Freudenthal (1983) propone una clasificación a la solución de problemas de acuerdo con la estructura de comparación proporcional, la cual según el autor se edifica a través de tres abordajes diferenciados:

a. Razón interna (sin una magnitud) o razón entre términos.

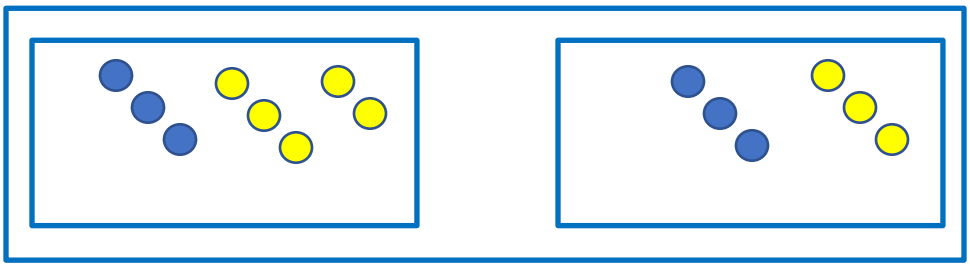
b. Razón externa (entre dos magnitudes) o razón entre términos de diferentes sistemas.

c. Obteniéndose del cálculo hasta que el resultado sea encontrado formalmente o estableciendo una relación entre los datos dados y luego calcular.

Esta interpretación se corresponde a la propuesta de Spinillo (2002) quien caracteriza el quehacer de los estudiantes de acuerdo a los tipos de relaciones que se establecen. Según la investigadora se evidencian dos tipos de relaciones: de primer orden y de segundo orden. Spinillo lo explica a través de un ejemplo, en el cual propone pensar en dos conjuntos de bolas, uno formado por tres bolas azules y cinco amarillas y otro formado por tres azules y tres amarillas.

Tabla 5

Ejemplo del Modelo de Spinillo (2015)



Fuente: Elaboración propia.

Para determinar en cuál de los dos conjuntos existe una mayor proporción de bolas azules, los niños inicialmente comparan en cada conjunto la cantidad de bolas azules en relación con las bolas amarillas ($\frac{3}{5}$ y $\frac{3}{3}$), lo cual denomina relaciones de primer orden. Después de establecer las relaciones de primer orden, el niño compara esas relaciones entre sí, con el fin de establecer cuál de los dos conjuntos tiene mayor proporción de bolas azules, a lo cual denomina relaciones de segundo orden ($\frac{3}{5} < \frac{3}{3}$).

Por su parte, Noelting (1980) identificó dos tipos de estrategias en la resolución de una tarea de proporción: estrategia *Between* (entre), comparación entre las bolas azules en los dos conjuntos de bolas y amarillas en los dos conjuntos de bolas; y estrategia *Within* (en), comparación entre bolas azules y amarillas de ambos conjuntos.

Tabla 1

Representación de una tarea de proporcionalidad

M1	M2
3 azules	5 amarilla
3 azules	3 amarilla

Fuente: Elaboración propia.

1. Estrategia Between: $\frac{3\ azules}{3\ azules}$ y $\frac{5\ amarillas}{3\ amarillas}$. Si relacionan las cantidades entre sistemas diferentes.

2. Estrategia Within: $\frac{3\ azules}{5\ amarillas}$ y $\frac{3\ azules}{3\ amarillas}$. Si relacionan las cantidades de un mismo sistema

Carretero (1989) basado en la propuesta de clasificación de Vergnaud (1983) estableció dos tipos de razonamiento o relaciones matemáticas posibles tras una situación de proporcionalidad. Por un lado, la utilización de un operador escalar en un mismo espacio de medida, en donde el niño multiplica por el escalar o suma la cantidad de veces que el escalar indica (relaciones entre un mismo sistema). Por

otra parte, el operador funcional establece una relación entre dos dimensiones (relaciones entre dos sistemas distintos).

Tabla 7

Representación de relaciones entre dimensiones

	Peso (en libras)	**Costo (en pesos)**
	2	2000
	4	4000

Relación escalar
X 2

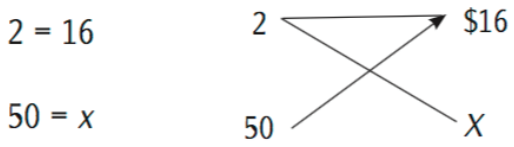
Relación funcional
X 1000

Fuente: Elaboración propia.

Mochón (2012) en su trabajo sobre la enseñanza del razonamiento proporcional reconoce tres categorías. La primera categoría hace referencia al uso de razones, en la cual y a la luz de una situación que propone saber el costo de 50 lápices conociendo que 2 lápices costaban 16 pesos, identificó el uso de la razón unitaria (8 pesos por lápiz) y la razón sin dimensiones 25 (50 lápices entre 2 lápices) como estrategia principal para la solución del problema planteado.

La segunda estrategia, hace referencia al procedimiento de la regla de tres que usualmente se trabaja en la escuela, el cual se representa en la figura 3.

Figura 3. Representación de la solución de una situación de proporcionalidad a través de una regla de tres.



Fuente: Mochón, (2012).

La tercera y última estrategia identificada por el investigador corresponde al procedimiento aditivo, en él los estudiantes acuden a sumas y/o restas para determinar relaciones, por ejemplo: 50-2 entonces 16-2. Las categorías identificadas por Mochón fueron ampliadas por Ben-Chaim, Fey, Fitzgerald, Benedetto y Miller (1998, p. 251-254) quienes identifican la existencia de siete tipos de estrategias, a saber:

***Estrategia 1**:* Comparar la razón de dos variables usando razón interna o un método funcional. En términos más familiares es la estrategia de la razón unitaria, que se refiere al precio por unidad o unidad por precio (…)

Estrategia 2: Comparar razones de una misma variable que usan razones internas o el método escalar.

***Estrategia 3**:* Comparar cantidades encontrando factor común o costo múltiplo común tal como unidad por precio (…)

Estrategia 4: Estrategia de construcción (…)

Estrategia 5: Considerar razones de diferencias entre las mismas variables (…)

Estrategia 6: Responder a los números, pero no al contexto del problema (…)

Una recapitulación de las estrategias presentadas la dan a conocer Block, Mendoza y Ramírez (2010), quienes sintetizan distintos procedimientos para resolver problemas de valor faltante. El resumen lo construyen a la luz de una situación en la cual presentan una figura B como una reproducción a escala de una figura A.

Las dimensiones de la figura A son 16 y 20, en tanto la dimensión correspondiente a los 16 de la figura A es 12 en la figura B y se desconoce la dimensión correspondiente a los 20 de la figura A. Los procedimientos empleados por los estudiantes en la solución de esa situación del cuarto faltante son: el uso de la conservación de las razones internas (factores internos), pasando por el valor unitario y sin pasar por el valor unitario; el uso de la razón externa constante (factor de proporcionalidad) y el uso de la regla de tres.

Figura 4. Procedimientos para resolver un problema de proporcionalidad de valor faltante.

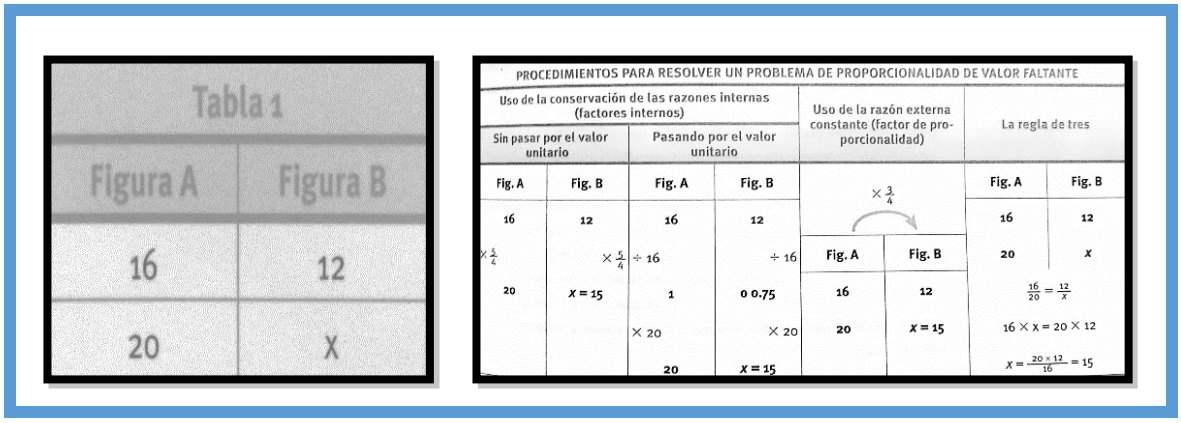


Tabla 1

Figura A	Figura B
16	12
20	X

PROCEDIMIENTOS PARA RESOLVER UN PROBLEMA DE PROPORCIONALIDAD DE VALOR FALTANTE

Uso de la conservación de las razones internas (factores internos)				Uso de la razón externa constante (factor de proporcionalidad)		La regla de tres	
Sin pasar por el valor unitario		Pasando por el valor unitario					
Fig. A	Fig. B	Fig. A	Fig. B	$\times \frac{3}{4}$		Fig. A	Fig. B
16	12	16	12			16	12
$\times \frac{5}{4}$	$\times \frac{5}{4}$	$\div 16$	$\div 16$	Fig. A	Fig. B	20	x
20	$x = 15$	1	0 0.75	16	12	$\frac{16}{20} = \frac{12}{x}$	
		$\times 20$	$\times 20$	20	$x = 15$	$16 \times x = 20 \times 12$	
		20	$x = 15$			$x = \frac{20 \times 12}{16} = 15$	

Fuente: Block, Mendoza y Ramírez, (2010).

Una tensión en torno a los procedimientos empleados por los estudiantes a la hora de resolver situaciones de proporcionalidad se genera a partir de la propuesta de Rivas (2012), quien abarca un nivel distinto al considerar más allá del proceso la forma de razonamiento proporcional como una actividad de carácter cognitiva. El autor afirma que la proporción establece relaciones entre interacciones de índole: epistémico, instruccional y ecológico; interacciones que se materializan a la luz de un razonamiento cualitativo inicial.

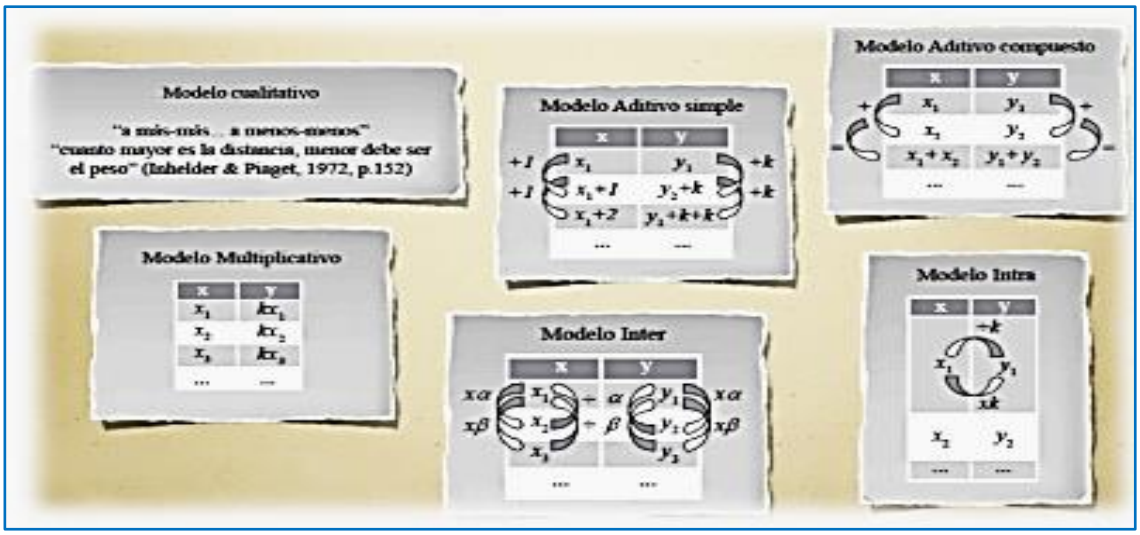
Por su parte, investigadores como Behr, Harel, Post y Lesh (1992) afirman que existen factores relevantes como el tipo de representación del problema que los niños formaron en respuesta a la presentación del problema, las estrategias de solución que se emplearon, la relación entre la representación del problema y la estrategia de solución. Este razonamiento ha sido estudiado a la luz de la solución de situaciones de proporcionalidad llegando a conclusiones como la propuesta por Godino y Batanero (2002), quienes hacen mención en primera instancia del modelo aditivo como una estrategia útil para enfrentar problemas sencillos particulares. Según estos autores “los estudiantes basan su razonamiento intuitivo sobre las razones y proporciones en técnicas aditivas y de recuento en lugar de razonar en términos multiplicativos, lo que indica una diferencia importante” (p. 439).

Una propuesta mucho más amplia y que recoge en gran parte varias de las presentadas en este apartado, es la expuesta por Lamon (1994), quien caracteriza

las tipologías de estrategias usadas por estudiantes para resolver problemas de razonamiento proporcional a través de seis niveles. En el primer nivel el estudiante no tiene una interacción seria con el problema, su respuesta es automática. En el segundo nivel el estudiante da respuestas sin justificación, al usar ensayo y error. En el tercer nivel el estudiante describe oralmente o escribe patrones entre los números, pero no muestra ninguna comprensión sobre las relaciones entre ellos. En el cuarto nivel el estudiante hace dibujos, diagramas, o usa materiales concretos para dar sentido a la situación de manera puramente intuitiva. En el quinto nivel el estudiante muestra nivel de razonamiento proporcional cualitativo, es decir, usa las razones como unidades, entiende las relaciones entre los números y demuestra cierta comprensión sobre la relatividad de la situación. En el sexto nivel, el estudiante usa símbolos algebraicos para representar proporciones y demuestra comprensión de relaciones escalares o funcionales entre los números, es aquí donde según el autor el estudiante ha desarrollado razonamiento proporcional cuantitativo.

Otra investigadora que recoge en buena parte las propuestas mencionadas es Reyes (2011, 2016), quien asegura que el pensamiento proporcional se desarrolla a través de razonamientos de seis tipos a los cuales denomina: *Modelos de Razonamiento Proporcional.*

Figura 5. Modelos de razonamiento proporcional.



Fuente: Reyes, (2011).

Según la investigadora el razonamiento cualitativo es un razonamiento intuitivo, válido únicamente cuando la constante de proporcionalidad es positiva. El razonamiento aditivo simple hace referencia al proceso en el cual, por cada aumento unitario en el dominio, aumenta la cantidad de la constante en el codominio. El razonamiento aditivo compuesto corresponde a aquel en el que la imagen de la suma de dos elementos del dominio es igual a la suma de sus imágenes. El razonamiento multiplicativo implica que cualquier elemento del codominio será igual al producto de su correspondiente en su dominio por el valor unitario. En el razonamiento inter, los elementos de dominio y codominio varían de la misma manera. El razonamiento intra hace alusión a la idea que la razón entre el elemento del dominio y el elemento del codominio es siempre constante.

Los resultados presentados llevan a identificar cómo la proporcionalidad vive en contextos escolares, permitiendo concluir a la autora de la investigación que:

a. Las investigaciones realizadas en contextos escolares han tenido como foco de interés la estructura de los problemas asociados al pensamiento proporcional, las formas de razonamiento y las estrategias de solución de problemas asociados al pensamiento proporcional.

b. Las clasificaciones de los problemas asociados al pensamiento proporcional obedecen tanto al tipo de contexto en el cual se encuentran catalogados los problemas, como a su estructura. Al respecto diversos investigadores coinciden en considerar los problemas de valor faltante, los problemas de comparación y los problemas cualitativos de predicción como la clasificación principal de las situaciones de proporcionalidad.

c. Las estrategias de solución asociadas a problemas que tienen que ver con el pensamiento proporcional no dependen del nivel de escolaridad de los individuos, sino de los acercamientos que estos han tenido a este tipo de situaciones y van desde los intuitivo, pasando por lo aditivo, hasta llegar a lo multiplicativo y por último lo funcional y se corresponden con los modelos de razonamiento asociados a este saber.

2.4 La proporcionalidad en contextos no escolares

Tras la aparición de nuevos enfoques o corrientes en la Matemática Educativa, los problemas de investigación toman un rumbo distinto. Los escenarios en los cuales se construye el conocimiento adquieren una particular importancia y en el marco de corrientes como la Etnomatemática, La Matemática Crítica, La Teoría Antropológica de lo Didáctico y El Enfoque Socioepistemológico de la Matemática Educativa, surgen una serie de investigaciones que amplían su campo interés y consideran al conocimiento como una construcción social.

Al ser la huerta escolar el contexto en el cual se llevó a cabo la investigación, la mirada en torno a los razonamientos proporcionales identificados en contextos no escolares se centró en dos interrogantes: ¿A qué conclusiones llegan las investigaciones llevadas a cabo en contextos no escolares sobre el razonamiento proporcional? y ¿A qué conclusiones llegan las investigaciones llevadas a cabo en contextos campesinos sobre el razonamiento proporcional?

2.4.1 ¿A qué conclusiones llegan las investigaciones llevadas a cabo en contextos no escolares sobre el razonamiento proporcional?. Las investigaciones llevadas a cabo en contextos no escolares se subdividen en dos categorías: investigaciones de aplicaciones de la proporcionalidad e investigaciones en torno a lo proporcional.

En cuanto a las investigaciones en torno a las aplicaciones de la proporcionalidad se encuentra la propuesta de García, Granados y Pinillos (2009) quienes identificaron y analizaron los procedimientos de solución que utilizan los estudiantes de enfermería cuando resuelven situaciones de cálculo de dosis, corroborando la existencia del pensamiento proporcional en sus prácticas. En la investigación se afirma que “los contextos de las prácticas de enfermería, específicamente en el cálculo de dosis son contextos esencialmente comparativos, donde la equivalencia entre razones cobra especial relevancia” (García, Granados y Pinillos, 2009, p. 75) y se encuentra integrado por dimensiones como la identificación de cantidades intensivas, la traducción de los enunciados en relaciones cuaternarias, el establecimiento de equivalencias numéricas y el uso de operadores escalares y funcionales.

Las categorías que surgieron del análisis de la información obedecen a la traducción del enunciado en la que los estudiantes hacen traducciones que representan relaciones cuaternarias; soluciones aritméticas, en donde la solución de los problemas se da a través de esquemas de multiplicación y división; soluciones de razonamiento proporcional, en donde se emplean operadores funcionales y escalares y por último la validación y pertinencia de la solución, la cual se encuentra estrechamente relacionada con la semántica de las cantidades y determinan la pertinencia de la solución.

Tabla 8

Categorías emergentes del análisis de razonamientos proporcionales en estudiantes de enfermería

Traducción del enunciado	Traduce el enunciado en una representación que visualiza la relación cuaternaria Traduce el enunciado en una representación que visualiza la relación cuaternaria incluyendo dimensiones de la cantidad en cada espacio de medida
Soluciones aritméticas	Resuelven utilizando esquemas de multiplicación o división
Soluciones de razonamiento proporcional	Razona sobre las relaciones numéricas y utiliza las operaciones escalares y/o funcionales para solucionar el problema, incluyendo el análisis dimensional
Validación y pertinencia de la solución	La semántica de las cantidades intensivas determina la pertinencia y validez de la solución

Fuente: García, Granados y Pinillos, (2009).

Por su parte, Padilla (2015) exploró los conocimientos matemáticos de menores trabajadores de colonias pobres y marginadas de la zona metropolitana de la Ciudad de México-México. La investigación se propuso identificar conocimientos matemáticos en situaciones laborales específicas, en las que dichos conocimientos

se manifiestan. Específicamente los conocimientos matemáticos puestos en juego los menores trabajadores para resolver las situaciones de proporcionalidad que les demanda su actividad laboral. El estudio concluye que los menores trabajadores ponen en marcha técnicas que ya han sido reportadas en otras investigaciones, como *building-up* o procedimientos de descomposición de cantidades, agrupamientos repetidos, procedimientos híbridos, y técnicas situadas determinadas por su contexto laboral.

En cuanto a las investigaciones en tono a lo proporcional Cervantes (2015) en su estudio sobre la construcción de un lenguaje simbólico desde las prácticas socialmente compartidas, concluyó entre otras cosas que “la albañilería en sus prácticas encierra saberes milenarios que, con el uso reiterado en la comunidad de trabajadores de la construcción, instituyen actividades, procesos y relaciones” (p. 141). Para el investigador citado la práctica de referencia de la albañilería se constituye en una práctica en la cual se evidencian dos tipos de relaciones proporcionales: “un metro cúbico de concreto de la proporción de cuatro, de cuatro bultos” y “nueve bultos por metro cúbico de concreto de loza” (p. 139). En esta relación la expresión cuatro por cuatro se refiere a la cantidad de bloques de arena y grava por bulto de cemento, que según el autor se puede representar como 4:4 o $\frac{4}{4}$. De manera semejante se identificó la segunda razón como una relación proporcional en donde se relacionan cantidad de bultos de cemento por metro cúbico, que se representan como 1:9; 9:1; $\frac{1}{9}$; $\frac{9}{1}$. La relación presentada es una relación que según el autor tiene sentido aun siendo solo retórica, toda vez que es funcional en su propia práctica. Para el análisis de los razonamientos proporcionales el investigador asumió como base los modelos de razonamiento propuestos por Reyes-Gasperini (2011) y concluyó que el pensamiento matemático y en particular pensamiento proporcional se encuentra presente en el desarrollo de muchas de las tareas que se llevan a cabo en el marco de contextos específicos más allá de los escolares.

Por otra parte, Reyes Gasperini (2016) a través del método de la *problematización del saber matemático*, estudió la razón de ser y las prácticas asociadas al concepto de proporcionalidad directa desde lo cognitivo, lo popular, la

epistemología, la matemática escolar, lo filosófico y lo disciplinar. La investigadora concluye que la *evolución pragmática* (comparar–equivaler–conmensurar) permite significar mediante el uso a la *evolución conceptual* (razón–proporción–proporcionalidad). Durante la investigación, se teorizó sobre una nueva práctica social denominada: *Æquitas*, la cual según Reyes-Gasperini "promueve la comparación como práctica subsidiaria ante la imposibilidad de medir lo inconmensurable" (2016, p. 10).

Estas investigaciones llevadas a cabo en contextos no escolares ponen en evidencia las forma como la proporcionalidad vive en escenarios más allá de la escuela tanto en el sentido de aplicación como a través de sus usos, sin embargo, los hallazgos no se limitan a esos escenarios. Existen investigaciones realizadas en contextos campesinos que reafirman la relación existente entre el empleo de la proporcionalidad en el desarrollo del quehacer de la huerta, a los cuales se hace alusión en el siguiente apartado.

2.4.2 ¿A qué conclusiones llegan las investigaciones llevadas a cabo en contextos campesinos sobre el razonamiento proporcional? Se encontró que el contexto campesino ha sido estudiado en búsqueda de reconocer pensamiento matemático en las tareas que en su interior se desarrollan. Al respecto, Cuenca (2014) afirma que existe una relación estrecha entre las tareas de la huerta y el uso de las matemáticas, la cual según el investigador se puede dar en una dirección: del aula hacia la huerta. La relación es posible materializarla a través de propuestas didácticas que incorporen en el quehacer de las huertas escolares el trabajo aprendido en el aula mediante temáticas como: cálculo de superficies, áreas y volúmenes, mediciones diversas, estimación y cálculos de magnitudes, organización de la información, entre otros.

Una tensión se evidencia cuando investigadores como Movilla (2010) no usan el contexto como un escenario de aplicación de aprendizajes, sino que centran su atención en identificar formas de trabajo habitual en la búsqueda de tipos de razonamiento proporcional. Movilla realiza un estudio comparativo entre personas que trabajan la proporcionalidad con formas habituales de enseñanza en la escuela y campesinos de la Sierra Nevada de Santa Marta en Colombia, en el marco de sus

actividades habituales. El investigador infiere la existencia de un excelente razonamiento proporcional de los campesinos sin escolaridad, el cual asegura ser mejor que el de las personas que recibieron enseñanza regular en el sistema educativo y resalta:

> Sorprendente la habilidad mental de los campesinos para realizar cálculos aritméticos y son pocos casos en los cuales lo hacen en forma escrita, asegurándose, en todo momento, que los resultados parciales y finales estén dotados de sentido, a diferencia de los estudiantes que sí recurren a recursos como la calculadora y en todo momento lo hacen en forma escrita y en algunos casos se deprenden del contexto de la situación, los que evidencia un trabajo simbólico formal que no es dotado de significado (Movilla, 2010, p. 411).

Para el análisis de la investigación llevada a cabo por Movilla, se diseñaron y aplicaron situaciones problemáticas en diversos contextos, luego se seleccionó aleatoriamente una unidad de investigación para cada muestra sobre las que se realizaron entrevistas que permitieron profundizar en la indagación sobre los procedimientos llevados a cabo al resolver cada una de las situaciones problemáticas.

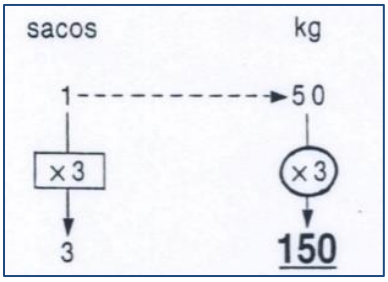
Otra investigación en la misma línea fue la llevada a cabo por Soto y Rouché (1995), quienes a través de un estudio llevado a cabo en un contexto campesino establecen la existencia de cuatro tipos de situaciones de proporcionalidad en ese escenario:

a. **Problemas sobre cambios de unidades.** Ejemplo: calcular el peso en kilos de 50 quintales, sabiendo implícitamente que un quintal vale 100 kilos.
b. **Problemas simples sobre magnitudes de dos tipos.** Ejemplo: Calcular el costo de tres sacos de abono, sabiendo que un saco cuesta $6,764.
c. **Problemas compuestos sobre magnitudes de dos o tres tipos.** Ejemplo: Calcular el costo de la cosecha de $\frac{11}{2}$ hectáreas de maíz, siendo que por 1 hectárea se pagan $\frac{21}{2}$ quintales, y que el precio de un quintal es de $4500.
d. **Problemas sobre cálculo de porcentajes.** Ejemplo: Hallar el 15% de 624

Según los investigadores esos tipos de problemas, propios del contexto campesino, ponen en juego diversas estrategias de solución entre las cuales se destaca: la descomposición de los valores del problema o del problema en sub-problemas y el paso por razones internas, que permite la construcción de estructuras de cálculo idénticas en dos sistemas diferentes (Soto y Rouché, 1995, p. 81).

Situación: Un saco contiene 50 kg, tres sacos ¿Cuántos kg contienen?

Figura 6. Esquematización del procedimiento seguido por los campesinos chilenos para resolver un problema de proporcionalidad.



Fuente: Soto y Rouché, (1995).

Una de las conclusiones de la investigación centra su atención en cuestionar las formas tradicionales de seleccionar los contenidos matemáticos y las secuencias de trabajo puesto que según lo afirman los investigadores lo denominado complejo desde el aula podría no serlo en contextos fuera de ella.

Esta propuesta es reafirmada por Lizarzaburu y Zapata (2001) quienes recopilan algunos de los estudios realizados en torno al aprendizaje de las matemáticas y concluyen entre otras cosas que los campesinos tienen excelente dominio de la proporcionalidad, lo cual es compartido con Angulo y García (2012) quienes afirman que lo proporcional se encuentra presente en muchas de las tareas de las huertas.

Al respecto, Solares y Block (2017) identifican que ante situaciones de equivalencia, los niños jornaleros aplican de manera adecuada dos propiedades de la proporcionalidad, la conservación de las razones internas o la suma término a término, situación que contrasta con el desconocimiento de expresiones y algoritmos instituidos (p. 15).

Por otra parte, Yojcom (2013), hace mención a las situaciones relacionadas con la siembra y referencia el uso de unidades de medidas aproximadas y las relaciones que se establecen entre los distanciamientos y los granos de maíz. Según este mismo autor la construcción de una unidad de medida basada en un patrón propio del contexto, en este caso el azadón, pone en juego que más allá de la proporcionalidad la idea de lo proporcional como la relación entre magnitudes. Además, el investigador reconoce que medir se constituye en la práctica matemática más notoria durante todas las actividades de siembra y cosecha.

La reflexión en torno a los razonamientos proporcionales identificados en contextos no escolares llevó a concluir a la investigadora que:

- Tras la aparición de enfoques sociales surge el interés por generar investigaciones que centren su atención en contextos que van más allá del aula.
- Las actividades que incluyen saberes milenarios como la agricultura y albañilería, incorporan a su quehacer tareas que involucran el desarrollo del pensamiento proporcional.
- Las situaciones cotidianas que incorporan actividades de comparación implican el uso de pensamiento proporcional, toda vez que asumen en su estructura la existencia de relaciones y relaciones entre relaciones, consideradas como bases conceptuales de la razón y proporción en este pensamiento.
- Las tareas del contexto campesino son situaciones que involucran en su hacer el razonamiento proporcional. Estas implican tanto el planteamiento de diversos tipos de situaciones de proporcionalidad, como el uso de diferentes estrategias de solución.

2.5 Síntesis en torno a las tendencias investigativas y vacíos de las investigaciones presentadas

La revisión en torno a las investigaciones que tienen por objeto central la proporcionalidad en el contexto educativo reafirmó la importancia que tiene realizar estudios en torno a este objeto, toda vez que su estudio permanece como un aspecto ineludible de los currículos y se constituye en un saber transversal que más allá de un ejercicio algorítmico obedece a conocimiento que se resignifica a través de sus usos. El análisis realizado a las investigaciones presentadas permitió dar

respuesta a interrogantes como: ¿Quiénes han investigado en torno a lo proporcional?, ¿Sobre qué aspectos se ha investigado?, ¿Qué vacíos existen en las investigaciones presentadas?, ¿Qué logros se han alcanzado en las investigaciones presentadas?, ¿Desde qué posturas se ha investigado?, ¿Qué aportaría la investigación al estado de arte construido? Las respuestas a estos interrogantes se presentan los siguientes apartados.

2.5.1 Intereses y logros en torno a la proporcionalidad. La construcción del estado de la cuestión dio a conocer que existen un sinnúmero de investigadores interesados en aportar a la construcción de ideas teóricas y didácticas en torno a la proporcionalidad. Estos investigadores han puesto su foco de atención en aspectos como: el reconocimiento de construcciones históricas que dieron origen a la proporcionalidad, aspectos cognitivos que fundamentan la construcción de la proporcionalidad, cómo vive la proporcionalidad en la escuela a través de situaciones que se trabajan en el aula y cuáles son los razonamientos para la solución de esas situaciones y finalmente situaciones de contextos extraescolares que involucran el uso de la proporcionalidad en sus tareas habituales. Es decir, se establecen cinco categorías que agrupan los intereses investigativos en torno a este objeto matemático:

1. **La proporcionalidad en contextos históricos-epistemológicos.** Se ubican en esta categoría aquellas investigaciones que aportan a la comprensión del nacimiento y evolución de la proporcionalidad. Entre los representantes de este grupo están: Oller y Gairin (2013), Guacaneme (2016) y Correa (2006).

2. **La proporcionalidad desde lo cognitivo.** Se ubican en esta categoría aquellas Investigaciones aportan bases para la comprensión a nivel cognitivo del desarrollo del pensamiento proporcional. Entre los representantes de este grupo están: Piaget (1977), Vergnaud (1991), Karplus, Pulos y Stage (1983), Mochon (2012), Godino y Batanero (2002), Lesh, Post y Behr (1987), Hart (1988), Hoffer (1988), Guacaneme (2001).

3. **La proporcionalidad en la escuela.** Se ubican en esta categoría aquellas investigaciones realizadas en contextos escolares relativas a:

- Tipologías de situaciones proporcionales.

- Formas de solución a situaciones proporcionales o razonamientos de tipo proporcional.

Entre los representantes de este grupo están: Lamon (1994; 2007); Spinillo (2002), Rivas (2012); Behr, Harel, Post, T., y Lesh, (1992), Godino y Batanero (2002), Ben-Chaim (1998); Freudenthal (1983); Carretero (1989); Reyes-Gasperini (2016); Reyes-Gasperini (2011) y González, (2008).

4. La proporcionalidad más allá de la escuela. Se ubican en esta categoría aquellas investigaciones que se desarrollan en contextos no escolares, relativos a:

- Aplicaciones de la proporcionalidad
- Lo proporcional

Entre los representantes de este grupo están: Solares y Block (2017) , Padilla (2015), Cervantes (2015); García, Granados y Pinillos (2009), Yojcom (2013); Soto y Rouche (1995), Lizarzaburu y Zapata (2001), Movilla (2010); Angulo y García (2012); Reyes-Gasperini (2016) y Cuenca (2014).

Los logros alcanzados en cada una de las propuestas investigativas son los aportes que estas investigaciones proporcionan al campo de la Matemática Educativa, los cuales fundamentan y justifican el desarrollo de investigaciones posteriores. Entre los logros que se reconocen de las investigaciones presentadas y de acuerdo con las categorías que emergieron del análisis se encuentran:

- La inconmensurabilidad reconocida como el primer hito en la construcción de la proporcionalidad permite establecer como primer momento de construcción la idea de una relación entre magnitudes de igual naturaleza. Esta consideración más adelante evoluciona convirtiendo relaciones de diferente naturaleza en nuevas unidades de medida, como por ejemplo la velocidad.
- Las proporciones tienen un sentido más allá de lo numérico, éstas representan una relación entre relaciones que introduce la noción de magnitud y se encuentra estrechamente relacionado con la medida.
- Las nociones de variación y comparación son base para la comprensión de los conceptos relacionados con la proporción, toda vez que involucran

variaciones de tipo aditivo y multiplicativo y ubican a la razón y la proporción dentro de las comparaciones.

- El pensamiento proporcional evoluciona, parte de una etapa cualitativa pasando por a una etapa cuantitativa aditiva hasta llegar a una etapa cuantitativa multiplicativa. Estas formas de pensamiento representan en sí un razonamiento que se pone en manifiesto cada vez que las personas se enfrentan a situaciones de proporcionalidad enmarcadas en diferentes contextos.

2.5.2 Tensiones y vacíos en las investigaciones estudiadas en torno a los proporcional. La categorización que surgió a partir del estado de la cuestión dio a conocer que son muchas las investigaciones realizadas en torno a la proporcionalidad en distintos marcos de referencia. Aun así, la proporcionalidad se constituye en un amplio campo de investigación con mucho por indagar. El desarrollo evolutivo percibido en la categorización muestra cómo pese al gran número de investigaciones realizadas, son pocas aquellas que centran su atención en contextos fuera del aula reconociendo más allá de quehacer el significado del objeto en un contexto de uso.

Con base en la presentación de las páginas precedentes se puede identificar algunas tensiones que surgen de cada una de las categorías que emergieron en la construcción del estado de la cuestión. Existe una tensión que tiene como factor principal la evolución de los tipos de razonamiento, por un lado, hay quienes afirman que dicha evolución se relaciona con la edad de los individuos y otros quienes manifiestan que son las experiencias a las que el individuo se enfrentan las que determinan esta evolución. Otra de las tensiones obedece a la naturaleza misma del concepto, la cual según la construcción de inconmensurabilidad representa relaciones entre magnitudes de igual naturaleza y otra basada en la filosofía china, y considera relaciones de magnitudes de distinta naturaleza. La forma como son abordadas las situaciones de proporcionalidad según afirman varios investigadores, se encuentra estrechamente relacionada a la habilidad en los procedimientos, mientras que otros autores afirman que obedece a razonamientos o etapas del desarrollo.

Estas tensiones ponen en evidencia los puntos neurálgicos de las investigaciones que han tenido como objeto de estudio la proporcionalidad, de los cuales se destaca el hecho de reconocer la importancia dada al objeto matemático: cómo se construye, cómo se da solución a situaciones que tienen que ver con el objeto, a cómo se concibe. Siendo así, resulta interesante pensar en la construcción de propuestas encuadradas en otras necesidades, en profundidades enmarcadas en aspectos no trabajados, en la búsqueda de ampliar la naturaleza de la investigación, tal es el caso de propuestas que centren su atención en identificar los significados atribuidos a la proporcionalidad en un contexto de uso; en identificar formas alternativas como la proporcionalidad se construye a través de procesos evolutivos que no solo consideren aspectos de naturaleza cognitiva, sino que involucren de forma sistémica dimensiones del saber, como la dimensión didáctica, la dimensión social y la dimensión epistemológica; de propuestas que consideren los marcos de referencia no como escenarios de aplicación de lo aprendido en el aula, sino de escenarios de construcción de un conocimiento a partir de su uso. Estas consideraciones contribuyen a la construcción de un planteamiento que justifica en gran medida la investigación llevada a cabo, la cual busca robustecer el estado de la cuestión presentado.

2.6 Aportes de la investigación al estado de arte

La aparición de nuevas corrientes y teorías en el campo de la Matemática Educativa propone una ruptura epistemológica al interior de este campo científico. La aparición de enfoques con una mirada social y en particular el enfoque socioepistemológico pone a disposición de futuras investigaciones una amplia gama de contextos en los cuales los conocimientos matemáticos se construyen y se resignifican, siendo la proporcionalidad uno de ellos. Más allá de asegurar que desde la postura asumida en esta investigación se logrará una transformación total de cómo trabajar la proporcionalidad en contextos educativos o cómo visibilizarla en diversos escenarios, se busca reconocer una visión diferente. Una visión que complementa y se complementa con otras posturas y que aporta a nuevos diseños discursivos en contextos escolares que apuestan al estudio del saber. Es así como el aporte de la investigación consiste en presentar nuevas referencias conceptuales

construidas al centrar la atención en profundidades en torno al saber, entendido éste como conocimiento en uso. Es decir, dar cuenta de aquellos elementos de naturaleza social que aportan a la construcción del conocimiento y con ello proveer respuesta a interrogantes como: ¿Cómo se construye cierto conocimiento?, ¿Cómo el saber aporta a la construcción de epistemologías alternativas en torno a determinado conocimiento?, ¿Cómo vive el saber en un contexto particular? y ¿Por qué vive como vive?

El considerar la realización de una investigación en el contexto de la huerta escolar implica reconocer la existencia de escenarios de investigación que tienen en cuenta tanto lo escolar como lo cultural. Estos escenarios antes de considerarse en espacios de aplicación se constituyen en lugares donde el saber adquiere significado y se resignifica a través de los quehaceres propios de una cultura, de una realidad que dota de identidad a sujeto que en ella se desenvuelve.

En consecuencia, la investigación llevada a cabo genera una nueva tensión, una tensión que subyace del considerar que en el hacer a través de ciertas prácticas se construye pensamiento proporcional, el cual obedece a una evolución no solo de carácter cognitiva, sino de carácter social, toda vez que el centro de atención no es la matemática misma, sino el hombre haciendo matemáticas; de ahí el énfasis en no sólo referirse a la proporcionalidad sino al pensamiento proporcional. Este hacer se analiza a través de las intenciones de uso por medio de las cuales el conocimiento cobra sentido en un contexto particular. La visión con la que se aborda la investigación reconoce a través de una evolución de prácticas, de aquellas características propias del saber que se han perdido a través del discurso Matemático Escolar y en consecuencia se busca aportar al rediseño de éste.

De lo anterior, surgieron como preguntas de investigación:

- ¿Cuáles son los usos y resignificados de lo proporcional en la realización de las tareas de la huerta escolar?
- ¿De qué forma los usos y resignificados aportan a la construcción de una epistemología de usos en torno a este saber?

CAPÍTULO 3

MARCO TEÓRICO-EPISTÉMICO

"El ave no es del nido donde nace, sino del cielo donde vuela"

Frase de los Voladores en la película *Hecho en México*

Capítulo 3. Marco Teórico-Epistémico

3.1 La Matemática Educativa

En las sociedades contemporáneas las matemáticas se constituyen en parte fundamental de la formación de ciudadanos críticos y democráticos. Esta situación justifica en gran medida la razón por la cual, un grupo considerable de profesionales en el campo de la educación centren su interés investigativo en las prácticas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como también en las reflexiones didácticas acerca de cómo se construye conocimiento matemático en diversos contextos.

Sin embargo, este interés no es el mismo desde los orígenes de la Matemática Educativa. Su evolución ha traído consigo el impetuoso interés de generar actividades, argumentos y modalidades de enseñanza que permiten superar los obstáculos que desde los inicios de los sistemas educativos se presentaban en escenarios donde “expertos” catedráticos impartían sus clases. Al respecto, investigadores como Cantoral y Farfán (2003) señalan que el punto de partida de la evolución de las problemáticas de la Matemática Educativa fue el diseño de presentaciones del contenido matemático escolar, etapa a la cual los investigadores denominan *una didáctica sin alumnos*, y en la que el foco de atención se encontraba en la producción de libros de texto y materiales que aportaran a la transmisión efectiva de saberes matemáticos “dejando de lado otros factores como aquellos de naturaleza cognitiva o afectiva o bien los relativos a cuestiones socio culturales del conocimiento” (p. 30).

Años más adelante, la contribución de la pedagogía y psicología a las prácticas de aula y formación de docentes tuvo una radical revolución cuando en los años 70 iniciaron las reflexiones respecto a cuáles deberían ser los objetivos de la enseñanza de las matemáticas, cuáles serían las relaciones que se establecerían entre la enseñanza-aprendizaje y qué era la didáctica. Es así como con el nacimiento de las didácticas específicas, la Matemática Educativa cobró independencia y empezó a ampliar su mirada, la cual ya no se centraba únicamente en el objeto, sino que consideraba al sujeto que aprende, rechazando la consigna de considerarlo como un simple receptor de saberes.

Surgen así formulaciones como la Teoría APOE –*Acción, Proceso, Objeto, Esquema*– propuesta por Dubinsky (1991), la cual toma como base la epistemología genética de Piaget para estudiar el mecanismo de entendimiento de la *Abstracción Reflexiva Piagetiana*. Esta teoría hace referencia a la reflexión sobre las acciones y procesos que se efectúan desde un objeto de conocimiento. En ella, una *acción* es considerada una transformación de objetos que el sujeto percibe como algo externo, la cual se desarrolla como reacción a una indicación que da información precisa sobre los pasos que se van a realizar, una vez la acción se repite y el individuo reflexiona sobre ésta se interioriza en un *proceso*. Un *proceso* es a su vez una transformación basada en una construcción interna que ejecuta la acción en la mente del individuo, pero no necesariamente dirigida por un estímulo externo. Por su parte, los *objetos* se pueden construir cuando el sujeto reflexiona sobre las operaciones aplicadas a un proceso, toma conciencia del proceso como un todo, realiza acciones o procesos sobre él y es capaz de construir esas transformaciones. Una vez construidos los objetos y procesos, éstos pueden ser interconectados de varias formas y ser estructurados y representados a través de *esquemas*. Es así como esta propuesta teórica permite describir el camino hacia la construcción de un concepto matemático en la mente del sujeto ubicado en un contexto particular: la escuela.

Fue precisamente el interés por el estudio de la construcción del conocimiento matemático en el escenario escolar, el punto de partida para la construcción de propuestas como la denominada: *Teoría de las Situaciones Didácticas* de Brousseau (1986), en la cual el autor afirma:

> (...) el alumno aprende, adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios un poco como lo ha hecho la sociedad humana. Este saber, fruto de adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son prueba del aprendizaje (p. 13).

Bajo esta teoría se reconoce que el aprendizaje se construye al interior de un “sistema” entendido el término en la teoría de sistemas propuesta por Bertalanffy

(1928)[7] y adjetivado como un *sistema didáctico*. El *sistema didáctico* es un sistema abierto que posee un mecanismo de autorregulación: *el contrato didáctico*, el cual se constituye en una unidad de análisis fundamental.

Es así como Brousseau supera La concepción de "triángulo didáctico", que relaciona los agentes fundamentales del proceso enseñanza-aprendizaje: el saber, estudiante y maestro y propone como objeto de estudio la modelización de juegos, las situaciones que requieren de la construcción de estrategias, evitando así, la centración en uno de los vértices de la propuesta clásica del triángulo. Al respecto, Artigue (2005) afirma que "efectivamente, en la teoría de situaciones didácticas (cf. Brousseau, 1996, para una visión sintética) el objeto fundamental no es el sujeto que aprende, sino la situación en la que esté sujeto interactúa con otros y con la matemática" (p. 8).

Por tanto, La Teoría de las Situaciones Didácticas considera que un proceso de enseñanza de una noción debe girar en torno de la organización de situaciones fundamentales, que cobran vida en un medio didáctico. Ellas, representan aquellas situaciones a-didácticas, en las cuales se establece una relación entre el sujeto y el medio para resolver un problema, sin ningún tipo de intención didáctica. la intervención del profesor, como el experto, que provoca adaptaciones deseadas, en una situación que él domina didáctica, la cual es una situación estructurada en un ambiente oportuno y con instrumentos diseñados en pro a la construcción de un conocimiento, en las que tanto el docente como el estudiante conocen la intención explicita del proceso (Delgado, 2010, p. 79).

La importancia otorgada al diseño de situaciones de aprendizaje proporcionó valiosos aportes a la construcción de la *Teoría de la Transposición Didáctica* expuesta por Chevallard (1985), la cual tal y como lo menciona el autor, nace de la relatividad del saber al interior del cual se presenta, es decir, el producto de la adaptación del saber para transformarlo en un objeto de enseñanza. Este fue un

---

7 Esta teoría contribuyó a la aparición de nuevo paradigma científico basado en la interrelación entre los elementos que forman los sistemas. Bertalanffy puso en duda las creencias respecto a que los sistemas en su conjunto eran iguales a la suma de sus partes, y que podían ser estudiados a partir del análisis individual de sus componentes. Bertalanffy y otros autores posteriores han definido distintos tipos de sistema en función de características estructurales y funcionales, entre ellos se encuentran a) sistema, suprasistema y subsistemas; b) reales, ideales y modelo; c) naturales, artificiales y compuestos; d) errados y abiertos.

excelente punto de partida para la comprensión de las complejidades del sistema educativo y con ello la pertinencia de centrar la mirada en espacios que fueran más allá de los polos: saber y estudiante.

Surgió entonces el interés por ampliar la mirada a las instituciones en las cuales el hombre aprende y enseña matemáticas. Ese interés se materializó en la *Teoría Antropológica de los Didáctico* también conocida como TAD, la cual parte de considerar a la actividad matemática escolar como una manifestación social cultural. Según esta teoría los saberes existen como emergentes de prácticas, las cuales son tenidas en cuenta a través de la noción de *praxeología*. Una praxeología es un "cuerpo de conocimientos" reconocido en una institución particular. Es decir, "toda actividad humana pone en obra una organización que se puede notar [T/ô/θ/Θ] y que se llama la praxeología, u organización praxeológica" (Chevallard, 2002, p. 4).

Una *institución* es considerada una organización social dentro de la cual se realizan ciertas actividades sometidas a ciertas condiciones y restricciones, es así como en el marco de la TAD no se habla de contextos socioculturales sino de instituciones, lo que destaca la dimensión "sujeciones" de las influencias sociales. Las instituciones determinan el quehacer de las personas, quehacer que es posible analizar a través de la estructura: [T/ô/θ/Θ] donde T representan las tareas, ô la técnica de T, θ la tecnología de ô y Θ la teoría de θ.

El bloque práctico de esta estructura, [T/ô] es el bloque técnico. Este bloque se identifica con el saber-hacer. En la estructura una tarea representa un ejercicio, un problema, una actividad propuesta; una técnica es en cambio un saber-hacer una determinada tarea, tiene por objetivo exponer por qué es correcta, y producir nuevas técnicas (procedimientos que pueden ser algorítmicos o no). El bloque tecnológico [θ/Θ] es el bloque teórico y se identifica con el saber. En él, una tecnología es considerada un discurso racional sobre la técnica, discurso cuyo principal objetivo es justificar racionalmente la técnica para asegurarse la realización de las tareas; por su parte una teoría se ubica en un nivel superior de justificación. Garantiza la validez de la tecnología y tiene en cuenta la institución.

Otro de los enfoques que centra su atención en los objetos matemáticos teniendo como finalidad describir la complejidad de los objetos y sus significados,

es el *enfoque ontosemiótico* propuesto por Godino, el cual tiene sus inicios a principios de los noventa, siendo su punto de partida la formulación de una ontología de objetos matemáticos que tiene en cuenta: la actividad de resolución de problemas, la noción de la matemática como una actividad socialmente compartida y la matemática como lenguaje simbólico y sistema conceptual lógicamente organizado, tomando como noción primitiva la "situación-problemática". Este sistema teórico que articula el objeto, lo epistemológico de su génesis, la faceta institucional, lo sociocultural del conocimiento y lo cognitivo, afirma que la construcción de conceptos matemáticos depende directamente de la capacidad de usar diversos registros de representación semióticas de los mismos, de ahí que su principal objetivo sea la interpretación de los sistemas de signos matemáticos puestos en juego en las interacciones didácticas.

Por consiguiente, desde esta perspectiva se propone distinguir en un proceso de instrucción matemática seis dimensiones, cada una modelizable como un proceso estocástico con sus respectivos espacios de estados y trayectorias: epistémica (relativa al conocimiento institucional), docente (funciones del profesor), discente (funciones del estudiante), mediacional (relativa al uso de recursos instruccionales), cognitiva (génesis de significados personales) y emocional (que da cuenta de las actitudes, emociones, etc. de los estudiantes ante el estudio de las matemáticas).

Es importante aclarar que bajo este enfoque se parte de considerar que la construcción de conceptos se materializa bajo una doble dimensión: personal e institucional. La descripción y explicación de la dialéctica entre lo personal y lo institucional precisa realizar análisis microdidácticos, tanto de los comportamientos de los sujetos, como de la ecología de los significados en los procesos de estudio matemáticos. Es así como los conocimientos de un sujeto sobre un objeto O se pueden describir de manera global, a través de la noción de sistemas de prácticas personales mediante la trama de funciones semióticas que el sujeto establece al determinar al objeto en términos de significante o significado. En el sistema de prácticas se distinguen prácticas de tipo operatorias o procedimental las cuales se ejecutan ante un tipo de situaciones-problemas y prácticas discursivas, que guardan

relación con la propuesta praxeológica de Chevallard (1999) y tienen en cuenta la dimensión personal institucional.

El considerar a la institución como un escenario influyente en las acciones que determinan la construcción del conocimiento se constituyó en un valioso aporte a la ampliación de la mirada del proceso didáctico. Surgen así propuestas que consideran los escenarios de construcción del saber, los cuales sin dejar de lado los aportes de las teorías ya mencionadas incorporan el componente social, otorgando un matiz contextual, histórico e intencional a la construcción del conocimiento matemático.

La *Educación Matemática Crítica*, desarrollada por Ole Skovsmose (1999) es una materialización de dichas propuestas, la cual tiene por objeto "abrir la posibilidad para crear un lenguaje que haga surgir nuevas visiones sobre lo que pueden ser las matemáticas escolares, si se tiene como preocupación educativa el desarrollo de una ciudadanía crítica" (p. 13). Parte de la premisa de considerar al individuo como un ser social el cual es capaz de comprender, transformar su realidad social, política y económica a través de condiciones democráticas en la sociedad. Para ello la Educación Matemática Critica busca aportar al desarrollo de una alfabetización matemática que permita a los ciudadanos ejercer una competencia democrática (Skovsmose, 1999). Por consiguiente, el interés de las investigaciones centradas en este enfoque consiste en generar que los estudiantes tengan mayor participación en procesos democráticos en las aulas de clases, partiendo de las vivencias en las cuales sean agentes activos para la toma de decisiones y el desarrollo de las actividades.

Otra de las propuestas teóricas que involucra el contexto en el cual se construye conocimiento es la propuesta por el brasileño D'Ambrosio, la cual tiene como foco de interés el estudio de las prácticas matemáticas de grupos socioculturales. *La Etnomatemática* dirige su atención a los grupos sociales y culturales tanto étnicos como grupos dentro de las sociedades avanzadas, profesionales, comunidades locales, tradiciones, estratos sociales entre otros, lo cual busca contribuir a la comprensión de las culturas y las matemáticas dentro de ellos.

Por su parte, la *Teoría de la Objetivación* parte de una posición política que le da su propia forma y contenido. Dicha posición tiene como fundamento en una idea general de la educación, en la cual la educación en general, la enseñanza y aprendizaje en particular no tratan únicamente de saberes, tratan también de seres. Según esta postura, el aprendizaje es una actividad que se concibe como un proceso de objetivación, un proceso social a través del cual los estudiantes comprenden la lógica cultural que da sentido a su forma histórica, lo cual genera una reflexión en torno a la finalidad de la educación matemática más allá de los límites habituales y le otorga el estatus de tarea social. De esta manera, la teoría de la objetivación plantea el objetivo "de la educación matemática como un esfuerzo político, social, histórico y cultural cuyo fin es la creación de individuos éticos y reflexivos que se posicionan de manera crítica en prácticas matemáticas constituidas histórica y culturalmente" (Radford, 2014, p. 236).

La Teoría de la Objetivación adopta el sentido hegeliano de objetivación, por tanto, se presenta como una teoría fenomenológica que propone una forma de reflexionar sobre los procesos de aprendizaje de conceptos matemáticos y se fundamenta en las investigaciones de carácter sociocultural como las desarrolladas por Vygotsky (1978). Al respecto, Radford asegura que los objetos matemáticos se generan históricamente durante el curso de la actividad matemática de los individuos, y agrega que estos son patrones fijos de una praxis, es decir, una práctica reflexiva. Durante el proceso de objetivación, los estudiantes utilizan signos y artefactos (símbolos matemáticos, gráficos, palabras, gestos, calculadoras, etc.) en la construcción social de significados con el fin de lograr una forma estable de conciencia, hacer evidentes sus intenciones y desplegar acciones para alcanzar el objetivo de sus actividades (Radford, 2014).

Por otra parte, y en la misma dirección de las propuestas socioculturales se encuentra la aproximación socioepistemológica, la cual nace de la consideración de incorporar los cuatro componentes fundamentales de la construcción social del conocimiento, su naturaleza epistemológica, su dimensión sociocultural, los planos de lo cognitivo y los modos de transmisión vía la enseñanza. Esta aproximación teórica modela y estudia la naturaleza del saber entendiendo a éste como el actor

protagonista de la construcción de sus sistemas conceptuales. Considera a las prácticas sociales como normativas de la actividad humana y base del conocimiento. Este acercamiento problematiza sobre las causas que hacen hacer lo que hacen grupos sociales en diversos escenarios de construcción del conocimiento y tiene como centro de atención los usos del saber en diversos escenarios, con la finalidad de construir propuestas en torno al *rediseño del discurso Matemático Escolar* (Cantoral, 2013).

La revisión llevada a cabo a las diferentes perspectivas que abordan el problema de la enseñanza de las matemáticas permitió identificar aquellos elementos teóricos que subyacen de los intereses propios de cada teoría, e identificar y delimitar aquellos pertinentes para el análisis de los datos en torno a los intereses investigativos. Se partió del hecho de reconocer que desde la investigación no se pretendía centrar la atención únicamente en el objeto matemático, sino al ser humano y su contexto.

Se consideró además que el propósito principal de la investigación era el reconocimiento de los usos de lo proporcional en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar a través de los cuales se considera se puede evidenciar la reconstrucción de significados (resignificación) en torno a este saber. Finalmente se tuvo en cuenta que dentro de la investigación uno de los principios es considerar que los procesos de difusión social del pensamiento aportan a la construcción de un saber. Por consiguiente, se consideró que aquella teoría útil para describir, explicar y justificar los fenómenos o acontecimientos sobre los cuales se centró el interés investigativo de la propuesta era la *Teoría Socioepistemológica* de la Matemática Educativa, toda vez que desde sus principios y constructos brindaba elementos de apoyo para el desarrollo de la propuesta y compartía los principios del interés investigativo.

3.2 La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME)

El enfoque socioepistemológico en la Matemática Educativa nace como una aproximación teórica que enfatiza la necesidad de estudiar diferentes escenarios de construcción del conocimiento, poniendo especial atención en las prácticas que favorecen la emergencia y desarrollo del conocimiento matemático. De ahí que

desde la teoría se centre la atención en las prácticas generadoras de conocimiento más allá del objeto matemático. Dicho principio se comparte en la investigación, toda vez que el punto de partida de esta no fue el reconocimiento del objeto, sino de aquellas tareas y manifestaciones matemáticas recurrentes que se constituyen en una base epistemológica de significados de lo proporcional a partir de la relación dialéctica que se establece entre el quehacer en la huerta escolar, la proporcionalidad y sus funciones.

La Teoría Socioepistemológica nace como una epistemología del emergente, con la pretensión de dar identidad a las investigaciones en contextos particulares en busca de “dar respuesta a preguntas como: ¿Qué es conocer?, ¿Qué hacemos cuando construimos y usamos conocimiento? y ¿Cómo construimos nuestros sistemas conceptuales?” (Cantoral, 2013, p. 25). Estos interrogantes centran su atención en los procesos de construcción social del conocimiento, lo cual se constituye en un camino de *democratización del aprendizaje* de las matemáticas dado que “si se logra entender que las matemáticas forman parte de la cultura, se aceptará también que éstas se guían por normativas específicas” (Cordero, 2013, p. 21). En el caso particular de la investigación las preguntas que guiaron el proceso investigativo fueron: ¿Qué caracteriza lo proporcional en el contexto de la huerta escolar?, ¿Cómo se logra la transmisión y aprehensión de lo proporcional en el contexto de la huerta escolar?, ¿Para qué se emplea lo proporcional en el contexto de la huerta escolar? y ¿Cómo los estudiantes actúan con lo proporcional?

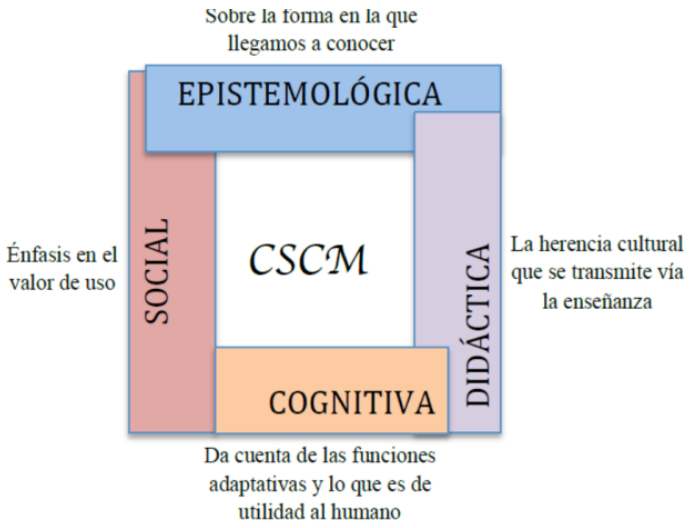
Su estatus de epistemología descansa en el reconocimiento de diversos tipos de saberes: *el saber popular,* basado en las creencias que dotan de identidad a un grupo social, las cuales nacen de la observación y experiencia, de lo ancestral, lo propio y se adquieren como bagaje cultural, en el contexto de la huerta escolar se manifiestan a través de la herencia en el hacer, aquello que en ciertos momentos determina la forma como los estudiantes llevan a cabo ciertos tipos de tarea; *el saber técnico,* el cual se aprende bajo la práctica del oficio, un saber que representa la importancia de la experiencia para el desarrollo de tareas en la huerta escolar *y el saber culto,* el cual se manifiesta a través de un saber organizado curricularmente y trasmitido por los maestros en su oficio. Esto implica la aceptación de diversas

formas de pensamiento socialmente instauradas y desarrolladas, las cuales están presentes cuando se estudia al hombre haciendo matemáticas y no solo la producción matemática del hombre, a la vez que otorgan a la actividad humana la función de construir los objetos y conceptos matemáticos en escenarios y contextos particulares (Montiel & Buendía, 2013).

> Para la Socioepistemología los objetos matemáticos no sólo viven en el aula, trascienden más allá del uso escolar, es decir, los estudiantes llevan su conocimiento al contexto sociocultural mediante el *uso*, así mismo los conocimientos en uso pasan a la escuela y regresan a la vida en un tránsito sin fin (Sierra, 2008, p. 6)

Esta teoría busca "construir una *explicación sistémica de los fenómenos didácticos*, es decir, intervenir el sistema didáctico para transformarlo" (Cantoral, 2013, p. 61) e incorpora al estudio de la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía su enseñanza. En tanto, incorpora de manera sistémica al análisis del saber cuatro dimensiones, las cuales se presentan en la figura a continuación.

Figura 7. Dimensiones de la Teoría Socioepistemológica.



Fuente: Zaldívar, (2014).

Este amplio y sistemático modelo da a conocer el alcance de lo cultural y los *usos* del conocimiento matemático, lo cual dista mucho de lo que se desarrolla “al interior de las aulas, y pone en evidencia que el conocimiento tiene una fundamentación y desarrollo basados en las problemáticas propias de comunidades” (Zaldivar, 2014, p. 65). Siendo así, se considera pertinente describir con más detalle a cada uno de los componentes de la propuesta y la forma como estos fueron apropiados para la investigación.

a. La dimensión epistemológica hace referencia a la forma en que se conoce, es decir, el análisis en profundidad de las circunstancias que hicieron posible la construcción del conocimiento matemático. En el caso particular de la investigación da respuesta a interrogantes como ¿Por qué los niños usan la proporcionalidad en la huerta escolar de determinada forma y no de otra?

b. La dimensión cognitiva “se refiere a las funciones mentales adaptativas desde la postura de Piaget y Vigotsky, analiza las normas de apropiación y significación progresivas que experimentan quienes se encuentran en situación de construcción del conocimiento” (Cantoral, 2013, p. 147-149). Es decir, obedece a los razonamientos proporcionales identificados a la luz de los usos de lo proporcional en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar.

c. La dimensión didáctica se relaciona a los modos de transmisión vía la enseñanza, así como los cambios y transposiciones tanto en el ámbito escolar, como no escolar (los tipos de saber evidenciados en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar). Busca extraer la textura didáctica del saber, su intencionalidad de enseñanza historizada y dialectizada, los factores que intervienen en dicha dimensión y la forma en la cual el conocimiento matemático se enseña y se aprende por parte de los estudiantes, este último elemento, los estudiantes y su experiencia, son parte esencial de la **dimensión cognitiva** (Zaldivar, 2014).

d. La dimensión social pone el énfasis en el valor de uso del conocimiento matemático, es decir, el uso del saber en situaciones específicas. En este caso el valor de uso atribuido a la proporcionalidad en un contexto particular. Esta dimensión vincula y fusiona a las otras tres e implica reconocer que la matemática escolar no nace de una simplificación de la obra, sino de una serie de

adaptaciones y transposiciones, es decir requiere de la reinterpretación y reorganización de la obra matemática (Buendía, 2004). Su uso exhibe la función de las prácticas sociales cuando estas intervienen en la construcción social de conocimiento de forma que permite reconocer cómo los individuos se relacionan con el objeto del saber, vinculados mediante la cultura a los significados, sentidos y a los procedimientos compartidos que se elaboren en situaciones específicas y a la luz de ciertos procesos institucionales (Zaldivar, 2014).

Es decir, se habla de un enfoque sistémico que incorpora al programa clásico la dimensión social, la cual da cuenta de la influencia de contexto y el valor del uso del saber en la construcción de conocimiento matemático. Por tanto, resulta necesario ampliar la visión respecto a las matemáticas y reconocer más allá de las matemáticas, lo matemático como la materialización del saber.

Desde la Socioepistemología, se concibe al saber como un conocimiento en uso al considerar el saber popular, culto y técnico como componentes de la *sabiduría humana*. La articulación otorgada entre los distintos tipos de saber implica que las construcciones no se constituyen en evoluciones conceptuales normadas por el *discurso Matemático Escolar* (dME), sino en evoluciones pragmáticas asociadas a los objetos. Este tránsito del conocimiento matemático al saber matemático se explicita en el trabajo de Cantoral (2013), donde se manifiesta la diferenciación semántica de las terminologías para el conocimiento matemático: el /lo y el /la, aclarando que no es solo retórica. Al respecto Gómez (2009) retoma la postura de Cantoral (2013) y menciona:

> Se hace un planteamiento donde se centra la discusión en el proceso *de socialización del conocimiento matemático* como elemento para recuperar el uso del conocimiento matemático de la gente *(lo matemático)* el cual ha sido olvidado a causa del fenómeno de opacidad ocasionado por el actual *discurso Matemático Escolar* (dME) (p. 1).

Por tanto, se deduce que la alusión a *lo matemático* implica entender el uso del conocimiento matemático en los contextos donde este se resignifica, al reconocer la existencia de diversas maneras y contextos de construcción del conocimiento, es decir del *saber.* Esta postura refiere además a la igualdad en la

posibilidad de aprender que otorgará el poder de saber, es decir, usar el conocimiento (Reyes-Gasperini, 2016, p. 34); una democratización del aprendizaje que se evidencia en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar cuando se analizan los usos de la proporcionalidad en ese contexto.

Por tanto, se puede afirmar que la Socioepistemología asume como objeto de estudio la organización de una actividad cuya intención declarada es el aprendizaje de cierto saber, *la Construcción Social del Conocimiento Matemático* (CSCM) y su difusión institucional. Su método no se reduce a deducir términos, se busca intervenir la realidad, a través de una evidencia empírica del análisis concreto de un contexto particular, en el caso de esta investigación el contexto de la huerta escolar.

Lo anterior implica entonces un cambio de centración del objeto a las prácticas en la búsqueda por comprender la naturaleza de este a través de sus usos. De ahí que surja el *discurso Matemático Escolar* (dME) como un constructo de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME), “un sistema de razón que parte de caracterizar el tipo de matemática que se trabaja en la escuela y diferenciarlo de la obra matemática” (Gómez, Silva, Cordero y Soto, 2014, p. 15). Para la TSME el *discurso Matemático Escolar* (dME) se alimenta de las directrices curriculares, modelos educativos, planes de aula, concepciones filosóficas de las matemáticas, entre otros; y se constituye en una forma de expresión que pocas veces se encuentra permeado por el contexto. Desconoce la relación entre usos de las matemáticas y las matemáticas escolares, lo cual establece un inminente divorcio entre el contexto y la escuela.

Por lo anterior, se puede afirmar que ese “discurso Matemático Escolar (dME), desde su construcción social, es la expresión de una epistemología dominante, una decisión intelectual y burocrática” (Reyes-Gasperini, 2016, p. 44), que “se caracteriza por lo hegemónico y utilitario, y por tanto conlleva a la imposibilidad de participar en la construcción del conocimiento matemático y con ello, a la negación de la existencia de la pluralidad epistemológica” (Gómez y otros, 2014, p. 25). El dME desconoce la ausencia de marcos de referencia promoviendo la exclusión y desconocimiento entre las matemáticas de la vida y las matemáticas

escolares, lo cual se reconoce en el discurso en torno a la proporcionalidad, pues el trabajo en torno a este saber se caracteriza entre otras cosas: por ocupar un lugar difuso en el currículo, por un tratamiento indiferente al tratamiento de los números, por la ausencia de nociones definidas y por la no explicitación entre las proporciones y la proporcionalidad (Guacaneme, 2001, p. 23).

De ahí que, para la Socioepistemología el rediseño del discurso Matemático Escolar haga referencia a una ruptura de orden epistemológico que precisa de un nuevo paradigma respecto al saber matemático, el cual implica una visión alternativa del conocimiento matemático generado a partir de las prácticas socialmente situadas (Soto & Cantoral, 2014). Esta ruptura "distingue dos epistemologías del conocimiento: Una que se expresa en el dME y otra en la denominada Construcción Social del Conocimiento Matemático (CSCM)" (Gómez y otros, 2014, p. 58).

Esta CSCM implica considerar a los ciudadanos como constructores del conocimiento matemático a través de usos, y es precisamente aquí donde emerge la justificación opuesta a la justificación utilitaria, la justificación funcional, en la cual el conocimiento matemático resulta ser un instrumento para otros dominios del conocimiento, lo que permite la *democratización del conocimiento matemático* y aporta a diferenciar la obra matemática, la matemática escolar y matemática del cotidiano. En palabras de Gómez y otros (2014):

> En la CSCM adquieren sentido los contextos, la historia de los individuos en la interacción que dan paso a la consolidación de un saber, los procesos de debates y negociaciones que vive la comunidad para institucionalizar un conocimiento (proceso institucional) y la funcionalidad de éste en un contexto y una situación específica (proceso funcional), característica propia de una práctica social (p. 69).

Se presenta a continuación con más detalles la descripción de cada uno de los constructos de la Teoría Socioepistemológica, los cuales se asumieron en la propuesta investigativa y se constituyen en base de su articulación.

3.3 Los fundamentos de la Teoría Socioepistemológica, del programa clásico al programa alternativo

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa descansa en cuatro fundamentos*: La racionalidad contextualizada, el relativismo epistemológico, la resignificación progresiva y la práctica social*. Dichos fundamentos, se constituyen en la base del programa alternativo que promueve un cambio paradigmático de una racionalidad platónica del conocimiento matemático (único y universal), a una racionalidad contextual no absolutista.

a. La racionalidad contextualizada

La racionalidad contextualizada se contrapone a la propuesta de racionalidad universal. Y es que, para autores como Cantoral, Reyes-Gasperini y Montiel (2015) ‘‘el conocimiento matemático se construye y significa de manera contextualizada” (p. 98) lo que hace que el mismo adquiera un estatus de escenario el cual:

> Influye no sólo en las conductas, sino en la manera de actuar y de pensar de los miembros de la sociedad que lo habita, modelando de cierta manera sus acciones y pensamientos, condicionándole sustancialmente, se parte de considerar a la construcción del conocimiento como un producto sociocultural, representativo de la sociedad en la que se gesta (Crespo, 2009, p. 38).

Lo anterior corrobora la idea de otorgar una mirada relativista a la forma como construimos conocimiento “al conferir protagonismo al contexto (lugar y tiempo) y a las diversas formas de reconocer las maneras de abordar, interpretar, responder y relacionarse con las matemáticas, pues dado que el saber está en función del contexto, su racionalidad también” (Reyes-Gasperini, 2016, p. 60).

En la investigación, la racionalidad contextualizada se justifica a través de las formas de pensar que norman el quehacer de los niños, al dar respuesta a interrogantes como: ¿Qué hacen?, ¿Cómo lo hacen?, ¿Para qué lo hacen?, ¿Por qué lo hacen? Estas formas de pensar son resultado de una difusión social que trae consigo una fuerte carga cultural. La racionalidad se manifiesta, por ejemplo, cuando los estudiantes al hacer una tarea justifican su forma de proceder con lo aprendido a través de la experiencia o lo heredado en contextos familiares.

Los niños llevan a cabo las tareas que demanda la huerta escolar de cierta manera justificando que así lo hacen porque ese procedimiento fue exitoso en cosechas pasadas o porque obedece a un proceso que regularmente se hace en casa, un proceso enseñado por sus padres, quienes conocen muy bien su quehacer por el hecho de ser campesinos. Lo cual implica que se pretenda obtener un resultado igual o parecido al de una cosecha exitosa previa y dota de identidad su proceder.

b. El relativismo epistemológico

Este principio parte de considerar que la validez del saber es relativa al individuo y grupo cultural al cual pertenece, al afirmar que “los puntos de vista sólo poseen una validez subjetiva y relativa a los diferentes marcos de referencia” (Cantoral, 2013, p. 159). El relativismo epistemológico se antepone a la idea de una única respuesta a la hora de abordar una situación que requiere de formas matemáticas de pensar, a la vez que refuerza la idea de la existencia de multitud de saberes, los cuales “toman sentido y significación mediante el uso y la diversidad de racionalidades contextualizadas” (Reyes-Gasperini, 2016, p. 314).

En esta investigación el relativismo epistemológico se evidencia al identificar que en un mismo escenario cohabitan diferentes tipos de saberes. Unos saberes producto de la experiencia, del hacer; otros productos de herencias familiares o contextuales, de lo que los padres enseñan; y finalmente otros productos de una transmisión curricular, aquellos que los maestros imparten en las aulas. Estos tres tipos de saberes se caracterizan por su validez subjetiva y relativa al momento de uso, pues en el desarrollo de las tareas de huerta escolar el saber empleado es aquel que según se acuerde en el momento resulta ser el más eficaz.

c. La resignificación progresiva o apropiación

Para la Socioepistemología la resignificación es un mecanismo de creación de significados. Los significados dependen del escenario contextual donde se produce una acción, la cual es considerada como la base del desarrollo del conocimiento, la acción del sujeto sobre el objeto (Inhelder & Piaget, 1958). Los significados atribuidos a un objeto se ponen en juego en situaciones nuevas, en las cuales este significado precisa de un usuario, de unas herramientas, de argumentos, de

discursos y de entornos socioculturales que permiten la emergencia del saber, proceso que implica un nuevo punto de partida para comenzar una nueva etapa de significación. Es así como la resignificación no sería otra cosa que la construcción del conocimiento mismo, en la organización del grupo humano, normado por lo institucional (Cordero, 2008).

En el desarrollo de las tareas de la huerta escolar la creación de significados tiene como punto de partida unos significados previos y la reconstrucción de significados en torno a lo proporcional se evidencia en los usos de la proporcionalidad. El hacer está determinado por variables controladas y variables no controladas como clima, plagas, calidad de la semilla o fertilidad de la tierra. Las variables no controladas ponen en juego la experticia de los estudiantes en el hacer, la capacidad que tienen de retomar aprendizajes de experiencias exitosas previas para transformarlos en nuevas construcciones que permitan sacar adelante una situación imprevista. Estas nuevas formas de hacer que surgen de situaciones espontáneas no controladas son las que inducen la emergencia de un nuevo saber, el inicio de una nueva etapa de significación, una resignificación consecuencia de un uso.

d. La práctica social

La Teoría Socioepistemológica asume a la práctica social como *norma.* Según la socioepistemología *"*estas prácticas son base y orientación en los procesos de construcción del conocimiento; son identitarias, insustanciales, pero transferibles, permanentes, pero no estáticas, normativas, pero no mandatarias o deterministas, discursivas y deterministas. Son producto de análisis" (Cantoral, 2013, p. 156) y determinan la forma cómo desde la visión socioepistemológica el conocimiento matemático se construye. Dada la importancia de este concepto, se considera significativo ahondar en este constructo en el siguiente apartado.

3.4 La práctica social en el Modelo de Prácticas Anidadas

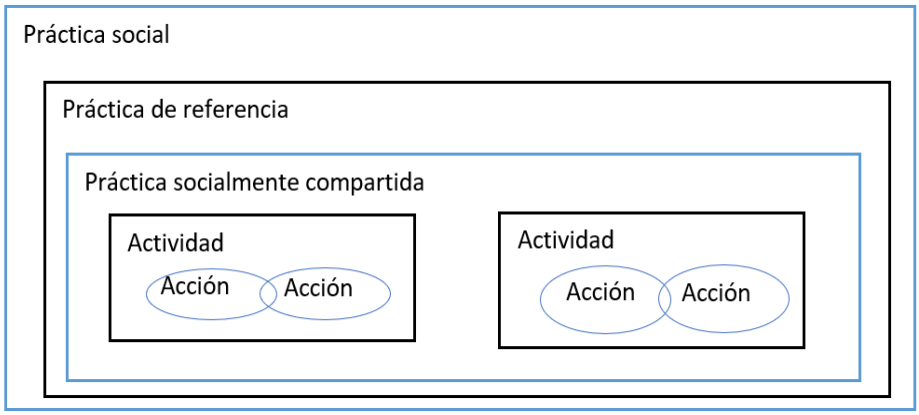
El análisis del conocimiento basado en sus usos, los usos de la proporcionalidad en el caso particular de la investigación, realizado bajo una mirada socioepistemológica busca centrar la atención en los procesos de aprehensión a través de sus significados, así como en los procesos de transmisión. Este análisis

se materializa a través de la construcción de una epistemología de prácticas y/o usos, la cual formula explicaciones acerca de la problemática educativa del objeto y otorga elementos para identificar fenómenos didácticos particulares relacionados con su enseñanza (Montiel & Buendía, 2011).

En la investigación llevada a cabo se consideró que los significados atribuidos a la proporcionalidad se construyen a través del uso de ésta en el contexto de la huerta escolar, a lo cual se denomina: *lo proporcional en la huerta escolar*. Este supuesto representó haber puesto especial atención sobre los procesos de construcción social del saber más que sobre el objeto matemático en sí.

Lo social adquiere sentido toda vez que se considera el saber matemático generado por el hombre, así como el hombre haciendo matemáticas. Una forma de explicar dicha relación se propone a través de un modelo de prácticas anidadas, el cual da cuenta de la forma como desde la mirada socioepistemológica se consideran los diversos niveles de construcción del saber.

Figura 8. Modelo de anidación de prácticas.



Fuente: Elaboración propia basada en la propuesta de Montiel (2005).

Este modelo pone en evidencia la forma como la Construcción Social de Conocimiento se modela desde la teoría. Algunos de los elementos que lo componen son precisados por Cantoral, Reyes-Gasperini, y Montiel (2015), así:

> Se pasa de la *acción* directa del sujeto (individual, colectivo o histórico) ante el medio en tres acepciones: material (entorno), organizacional (contexto), social (normativo), esto se organiza como una *actividad humana* situada socioculturalmente, para perfilar una *práctica* (iteración deliberada del sujeto

> y regulada por el contexto); dicha práctica cae bajo la regulación de una *práctica de referencia* que es la expresión material e ideológica de un paradigma (ideológico, disciplinar y cultural), la que a la vez es normada mediante cuatro funciones por la *práctica social* (normativa, identitaria, pragmática y discursiva–reflexiva). Esta secuencia permite explicar empírica y teóricamente el proceso de construcción del sujeto individual, el sujeto colectivo y el sujeto histórico (p. 89).

Sobre la práctica socialmente compartida, Márquez (2018) afirma:

> *La práctica socialmente compartida* que se refiere a lo que hace el sujeto en conjunto con la sociedad y que se configura de acciones compartidas y aceptadas, así la *práctica de referencia* se configura de un conjunto de acciones, actividades y prácticas socialmente compartidas que en conjunto tienen un fin común y que son realizadas y aceptadas por un conjunto de personas con un objetivo específico pero compartido (p. 13).

Es decir, la acción es la relación-interacción que se establece entre el sujeto y el objeto, es en primera instancia intuitiva, irreflexiva. Por su parte, la actividad ubicada en el siguiente nivel de construcción del conocimiento va más allá de la simple intuición y hace uso de instrumentos del medio sintetizando la acción. La práctica socialmente compartida es una actividad humana que se hereda de generación en generación y se acepta socialmente. La práctica de referencia hace alusión a contextos particulares en los cuales, dicho conocimiento es usado. Finalmente, la práctica social es aquella que norma toda construcción, lo que hace hacer lo que se hace, es decir, genera conocimiento matemático (Buendía, 2004).

En consecuencia, la práctica social es caracterizada por medio de actividades sujetas a condiciones en un contexto particular, un contexto histórico y social que otorga una estructura y un significado a lo que se hace (Arrieta, 2003). Esta consideración ha llevado a identificar los fenómenos, los problemas, las circunstancias, y las herramientas asociadas al conocimiento matemático involucrado en ámbitos no escolares, pues es ahí donde nace y se usa dicho conocimiento. Al respecto, Arrieta (2003) menciona:

> El concepto de práctica incluye tanto los aspectos explícitos como los implícitos. Incluye lo que se dice y lo que se calla. Lo que se presenta y lo que se da por supuesto. Incluye el lenguaje, los instrumentos, los documentos, las imágenes, los símbolos, los roles definidos, los criterios especificados, los procedimientos codificados, las regulaciones y los contratos que las diversas prácticas determinan para una variedad de propósitos (p. 63).

Esta forma de concebir la construcción del saber a través del modelo de anidación otorga una racionalidad a las prácticas que los individuos ponen en juego y se puede llegar a las variantes culturales de lo que hoy es el currículo unidimensional. Es por esta razón que considerar a la práctica social como un producto de análisis mas no de observación se considera esencial pues claramente, dentro del enfoque socioepistemológico la práctica social no es lo que hace el individuo o grupo, no es la práctica ejecutada, es la orientación de la práctica, aquella que norma su accionar y que se aprecia en las tres formas de saber (popular, técnico y culto), que es permanente a nivel histórico y que responde a una necesidad. Esta postura respecto a la construcción del conocimiento matemático que ofrece el programa alternativo precisa de la reestructuración de lo que desde la didáctica clásica se conoce como triángulo didáctico.

La Teoría Socioepistemológica no limita el escenario del aula como único espacio de construcción del conocimiento, ésta amplia sus escenarios de intervención e incorpora nuevos matices sociales a la interacción de sus componentes. Al respecto Reyes-Gasperini (2016) afirma:

> El polo del profesor pasa a considerarse como escenarios culturales. Lo que habitualmente es considerado como “fuente del conocimiento matemático”, no solo estará centrado en un sujeto en aula, sino estará conformado por la pluralidad de escenarios posibles de entorno del *Aprendiz*. He aquí, la incorporación de la noción de *aula extendida* en el programa Socioepistemológico. Esta se refiere a contemplar el *contexto situacional-real* en el cual está inmerso quien aprende y el contexto de significancia del saber (…). La idea de *aula extendida* es producto de las nuevas consideraciones

> que se establecen para la acción de educar matemáticamente basándonos en una relación con el conocimiento matemático escolar concebido como saber matemático escolar (p. 12).

Lo mencionado por la autora se materializa en la representación que se presenta en la figura 9, la cual se encuentra adaptada a la investigación. En el polo del saber se ubica el saber proporcional, entendido éste como la proporcionalidad en uso. El escenario sociocultural es la huerta escolar, escenario donde se construye el conocimiento. Finalmente, en el polo del aprendiz se encuentra el niño, un sujeto que se reconoce como histórico y culturalmente situado.

Figura 9. Triángulo didáctico socioepistemológico.

Fuente: Cantoral, (2013).

La propuesta de análisis de los fenómenos regulatorios de las relaciones de los componentes del nuevo triángulo didáctico, junto con los principios de la Teoría Socioepistemológica anteriormente presentados, dan sentido al hecho de descentrar la atención de los objetos matemáticos y centrar la atención en las prácticas que generan la construcción del conocimiento. A nivel didáctico, implica la necesidad de un rediseño del discurso Matemático Escolar (rdME) basado en las cuatro dimensiones de análisis del enfoque socioepistemológico

3.5 A modo de síntesis y reflexión

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa se constituye en una herramienta de desarrollo y análisis de investigaciones que buscan promover formas alternativas de interpretar y valorar el conocimiento matemático, en el caso de esta investigación las formas alternativas obedecen a los usos del conocimiento en cuestión, la proporcionalidad, en el contexto de la huerta escolar. La apuesta por el cambio de paradigma desde una construcción del conocimiento basada en

objetos a una construcción del conocimiento basada en prácticas constituye, además, un reconocimiento de la identidad, la cultura, la capacidad de otorgar voz a quienes por mucho tiempo debido al poder hegemónico fueron invisibilizados por la sociedad del saber, la valorización de conocimientos, científicos y no científicos De Sousa Santos (2010). El reconocimiento de las diversas formas de saber que viven en los contextos de uso. En el caso de esta investigación se busca considerar tres tipos de saberes, el saber popular, el saber culto y el saber técnico, como normativos del hacer en el desarrollo de las huertas escolares y determinan la construcción de nuevas epistemologías historias, sociales y contextualmente situadas.

En resumen, la Socioepistemología como teoría del campo específico de la Matemática Educativa promueve, a través de sus constructos teóricos, la democratización del aprendizaje, en una apuesta hacia el rediseño del discurso Matemático Escolar articulando las dimensiones: social, epistemológica, cognitiva y didáctica con la racionalidad contextualizada, el relativismo epistemológico y resignificación progresivas, mediante la problematización del saber matemático al considerar a los ciudadanos como constructores del conocimiento matemático a través de usos, y generadores de formas plurales de conocimiento. De ahí que esta teoría se haya constituido en la herramienta teórico-metodológica para la presente investigación.

CAPÍTULO 4

DISEÑO METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN

"Investigar es ver lo que todo el mundo ha visto, y pensar lo que nadie más ha pensado"

Albert Szent-Györgyi"

Capítulo 4. Diseño metodológico de la investigación

Este capítulo se presenta el diseño teórico metodológico de la investigación, el cual es considerado “como el conjunto de decisiones razonadas que permiten operacionalizar el marco, hacerlo funcional en la investigación” (Romo, 2012, p. 48). Estas decisiones surgieron de la problemática y buscan señalar cómo se atendió.

Se parte de considerar que la investigación se enmarcó en el paradigma cualitativo, el cual reconoce la existencia de una realidad social que se configura a partir de relaciones en las que predomina la subjetividad. Esta realidad social contiene dimensiones objetivas y subjetivas, ambas igual de importantes y dan sentido al reconocimiento de las interacciones entre los sujetos y objetos en el mundo. Implica una postura de investigador social donde “el campo de observación tiene un sentido particular y una estructura de significatividades para los seres humanos, que viven, piensan y actúan dentro de él” (Álvaro, Garrido, Shweiger y Torregrosa, 2007, p. 37). El paradigma cualitativo, en palabras de Meriam (1998, como se citó en Peña, 2016) busca comprender y dar sentido a los fenómenos sociales a partir de significados atribuidos por las propias personas que participan en ellos. Al respecto, Denzin y Lincoln (1994) afirman que la investigación cualitativa es multimetódica e implica un enfoque interpretativo el cual atiende a los supuestos previos de investigación y representa en sí los imaginarios teóricos y filosóficos desde los que se estructura el diseño metodológico.

Lo anterior sustenta la idea de haber considerado este paradigma toda vez que desde el inicio de la investigación uno de los objetivos fue el análisis del quehacer los estudiantes en las tareas de la huerta escolar y la comprensión de los significados atribuidos a lo proporcional en el marco de este contexto. El enfoque de la investigación obedeció a los principios de la hermenéutica, el cual se pregunta por el sentido y significado de las cosas para los actores, es decir, “una comprensión e interpretación de toda la realidad social y humana” (Marín, 2012, p. 132). En este caso particular se pretendió identificar e interpretar a través de la observación, análisis y reconstrucción de la información la forma como lo proporcional vive a través de sus usos en la huerta escolar.

Se consideró entonces el paradigma cualitativo y el enfoque hermenéutico

como los modos de concebir la realidad analizada y el punto de vista sobre el cual operó el marco conceptual.

4.1 La huerta escolar como el contexto de la investigación

En Colombia las huertas escolares han sido tradicionalmente un escenario para enseñar sobre el cuidado del medio ambiente, economías familiares y prácticas de alimentación saludables direccionadas por el marco de los Proyectos Productivos de Agricultura Sostenible (PPPAS). Desde la óptica otorgada por esta investigación, las huertas escolares se constituyen además es un escenario que permite materializar una relación de doble sentido entre las matemáticas que se trabajan en el aula y las matemáticas en uso, toda vez que se constituyen en un contexto fuera del aula, pero dentro de la escuela, que trae la realidad del que aprende al colegio. Es un contexto donde el conocimiento matemático vive a través de sus usos, donde pese a que la principal intención no es la de generar conocimiento matemático, puedan verse expresados los usos, argumentos y construcciones que aportan a la construcción de lo proporcional.

Esta apuesta al reconocimiento de la huerta escolar como un contexto de uso de lo proporcional, toma forma en cada una de las tareas que en la huerta se llevan a cabo y reafirma los principios de racionalidad contextualizada y relativismo epistemológico de la Teoría Socioepistemológica que sustentan la propuesta. Se habla entonces de una construcción social de conocimiento matemático, cuyas acciones son normadas por las condiciones históricas, intencionales y culturales en las cuales está sumergido.

Las condiciones culturales de las personas que trabajan en la huerta escolar se constituyen en condiciones identitarias, las cuales permanecen a través del tiempo, a través de tradiciones orales y prácticas y obedecen a creencias, valores y normas compartidas por un grupo de personas. Esto implica otorgar a la huerta escolar el estatus de contexto cultural con modos de trasmisión de saberes distintos a los que usualmente se emplean en la escuela, pero con la misma validez de aquellos empleados por los maestros en las aulas, los cuales se producen en situaciones específicas intencionales que permiten la incorporación del cotidiano al escenario escolar.

La construcción social del conocimiento que se gesta en este escenario permeado por el cotidiano implica la existencia de una relación entre el propio conocimiento y la base social donde se construye (Gómez y otros, 2014), de ahí que tenga sentido considerar a la dimensión didáctica desde el saber de las prácticas hereditarias tradicionales que en muchas ocasiones hacen parte de la realidad de los estudiantes.

Por lo anterior, hablar de los usos, en particular de los *usos de lo proporcional en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar* implica un reconocimiento por un lado de la funcionalidad de las matemáticas, y por otro, de un cambio de orientación respecto a los objetivos del aprendizaje de la matemática escolar. Se pasa de la centración de los objetos y de preguntarse cuántas matemáticas debe saber un estudiante, a reconocer cuáles son las matemáticas que permiten el desarrollo del pensamiento matemático del estudiante. Poner el foco de atención en los usos y considerar las herramientas, contextos y prácticas, mediante las cuales dicho saber se desarrolla, estudiar al “ser humano usando y haciendo matemáticas y no solo su producción matemática final" (Buendía, 2012, p. 10) es una exploración de la naturaleza del conocimiento matemático que favorece su resignificación (Buendía, 2011).

4.1.1 Características de las huertas escolares seleccionadas. Como punto de partida de la investigación se realizó un análisis de lo observado durante cuatro años de acompañamiento de huertas escolares ubicadas en distintos municipios de Colombia. Una vez llevada a cabo la primera fase de análisis se generaron interrogantes y supuestos de investigación, presentados en el capítulo I, que llevaron a la investigadora a visitar nuevamente sedes escolares donde se llevara a cabo esta práctica.

Los criterios para la selección de las huertas escolares a visitadas en el segundo momento de la investigación fueron:

a. Trabajo que involucrara a diferentes entes de la comunidad educativa (internos y externos)

Con la finalidad de analizar la incidencia de cada uno de los actores de la comunidad educativa en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar, a la luz de su voz, fue necesario seleccionar escuelas en las cuales se evidenciará de forma permanente el trabajo de padres de familia, docentes, directivos y estudiantes en el desarrollo de las tareas.

b. Facilidad en el acceso a la escuela

La facilidad de acceso al contexto de investigación fue clave a la hora de poder recurrir al contexto cada vez que fuese necesario recolectar información. Esto representó una continua y equilibrada recolección de información.

c. Implementación por cinco o más años de huertas escolares

Tal y como se mencionó en el capítulo I de la investigación, las huertas escolares en el marco de los Proyectos Pedagógicos Productivos de Agricultura Sostenible otorgan a los estudiantes de preescolar y básica primaria las funciones encaminadas al desarrollo de las tareas propias de este contexto. Eso significa que para darle un mayor sentido e interpretación a su quehacer era necesario trabajar con escuelas donde los niños de quinto de primaria hubiesen trabajado en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar desde su ingreso a la escolaridad.

d. Desarrollos sistematizados

La contrastación entre lo que se dice y se hace en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar se realizó a la luz no solo de lo observado y de las preguntas realizadas, se hizo también contrastando lo escrito en los proyectos escolares transversales con el fin de identificar el quehacer desde diversas referencias: lo observado, lo dicho, lo escrito.

e. Disponibilidad de la comunidad educativa para participar en la investigación

Las huertas que hicieron parte del segundo momento de acompañamiento fueron dos sedes de la Institución Educativa Eugenio Diaz Castro (Soacha-Cundinamarca). La sede central y la sede Risaralda.

4.1.2 Las huertas escolares seleccionadas.

Foto 11. Huerta sede Risaralda Institución Educativa Eugenio Díaz Castro. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

Las huertas escolares en la Institución Educativa Eugenio Diaz Castro hacen parte del Proyecto Pedagógico Productivo de Agricultura sostenible que se desarrolla en la institución. Se lleva a cabo en un terreno pequeño donde se cultivan hortalizas y plantas ornamentales para el consumo de la comunidad escolar, en busca de mantener la fertilidad natural del suelo manteniendo el equilibrio entre elementos bióticos y abióticos

El proyecto es liderado por siete docentes de área de ciencias naturales, docentes de básica primaria de cada una de sus sedes y parte del contexto rural del establecimiento educativo. Tiene como finalidad permear la educación básica y media y ser utilizado como recurso motivador en el aprendizaje significativo de los estudiantes (Institución Educativa Eugenio Diaz Castro, 2016, p. 2).

Los objetivos del proyecto de huerta de la Institución Educativa Eugenio Diaz Castro son:

a. Objetivo general

Implementar en la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro el proyecto de huerta escolar como herramienta facilitadora del aprendizaje de manera trasversal.

b. Objetivos específicos

- Fortalecer el trabajo en equipo para la elaboración y cuidado de las huertas escolares.

- Capacitar y construir con los estudiantes el proceso de tratamiento del sustrato, elaboración de semilleros, y siembra.
- Utilizar la huerta escolar como herramienta facilitadora en el aprendizaje de procesos productivos.
- Plantear actividades que garanticen el aprendizaje en relación con la nutrición, salud y seguridad alimentaria.
- Aprovechar los espacios verdes de la institución para realizar cultivo de plantas ornamentales (Institución Educativa Eugenio Diaz Castro, 2016, p. 4).

Este proyecto se lleva a cabo durante todo el año escolar, y todos los estudiantes participan activamente en cada una de las tareas.

Foto 12. Maestras de sedes central (izquierda) y sede Risaralda (derecha) orientando el hacer en las huertas escolares. Institución Educativa Eugenio Díaz Castro. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

4.2 Esquema metodológico

El desarrollo de la investigación tuvo como sustento el esquema metodológico propuesto por Montiel y Buendía (2011, p. 446) el cual tal y como lo mencionan las autoras, concuerda con el conjunto de supuestos iniciales, propios de la investigación socioepistemológica.

Figura 10. Esquema metodológico.

Fuente: Montiel y Buendía, (2011).

Este esquema es presentado por Montiel y Buendía (2011) a través de momentos y las acciones relacionantes entre cada momento. Al respecto, las autoras manifiestan que se identifican tres momentos: el momento del planteamiento de la problemática o fenómeno didáctico, el momento de la epistemología de prácticas y el momento hacia la construcción del conocimiento. En el primer momento es necesario hacer explicita la problematización el saber, cuestionarse acerca de cómo determinado saber vive en cierto contexto. Es el momento que da paso al planteamiento de preguntas de investigación, las cuales buscan responderse a partir de un análisis de corte socioepistemológico. La acción relacionante entre el momento uno y el momento dos es el análisis socioepistemológico, el cual busca identificar cómo se logra la comprensión de saberes a través de sus significados contextualizados y de su transmisión. El momento dos, busca a través del resultado del análisis proponer una epistemología de prácticas o usos, mediante la formulación de explicaciones acerca de la problemática planteada, con la finalidad de dar una visión distinta del fenómeno didáctico. La segunda acción relacionante obedece a la intencionalidad en las prácticas, en este espacio se busca identificar los elementos propios del quehacer

en comunidades que en su momento resultaron significativos, con el fin de reinterpretarlos para obtener una significación del saber matemático a desarrollar, es decir, diseñar una situación fundamentada a través del análisis. Finalmente, el momento de la construcción del conocimiento busca realizar diseños que se recreen en prácticas de enseñanza.

4.2.1 Momentos de la investigación. Dado el objetivo de la investigación, el cual se encuentra centrado en identificar los usos de la proporcionalidad en el contexto de la huerta escolar, es decir lo proporcional la investigación se desarrolló a través de los dos primeros momentos del esquema: momento 1: Problemática, y Momento 2: Epistemología de prácticas o usos, y sus respectivas acciones relacionantes, que se describen a continuación.

a) La problemática

Dentro de este esquema Montiel y Buendía (2011) afirman que para enmarcar la problemática se debe hacer explícita la problematización del saber y una vez enmarcada se plantean las preguntas y objetivos de investigación como una forma de acercarse a ellos. Su objeto será “conocer, comprende y explicar procesos de construcción y transmisión del conocimiento matemático (p. 72). En el caso particular de esta investigación, la problematización se realizó a la luz de los primeros hallazgos del acompañamiento. Esta problematización permitió en primera instancia identificar las tareas que los estudiantes de forma regular llevan a cabo en las huertas escolares. Luego en la descripción de esas tareas se logró reconocer aquellas manifestaciones matemáticas recurrentes que dan sentido al quehacer. Esto implicó llevar a cabo una revisión teórica sobre la proporcionalidad, en la búsqueda por identificar qué se ha hecho, qué se ha dicho y qué se ha identificado en torno a este objeto y con base en ello plantear los objetivos, preguntas y supuestos de investigación.

b) Acción relacionante: Análisis socioepistemológico

Después de planteada la problemática, junto con los objetivos y preguntas de investigación, se realizaron revisiones y análisis. Las revisiones de carácter conceptual permitieron asumir la propuesta investigativa a la luz de constructos teóricos resignificados para la investigación como herramientas de análisis de la

información, en la búsqueda de dar respuesta a preguntas como: ¿Qué caracteriza lo proporcional en el contexto de la huerta escolar? o ¿Cómo se logra la transmisión y aprehensión de lo proporcional en el contexto de la huerta escolar? Las respuestas a las preguntas se guían a través de otros interrogantes de orden mayor como lo son: ¿Qué hacen los estudiantes? y ¿Por qué hacen lo que hacen?

c) Epistemología de usos

Como resultado del análisis socioepistemológico se propuso una epistemología, la cual buscaba formular una explicación acerca de la problemática en torno a la forma como la proporcionalidad se construye a través de sus usos en el contexto de la huerta escolar. Esta epistemología se constituyó con base en el análisis socioepistemológico llevado a cabo.

4.3 La unidad de análisis

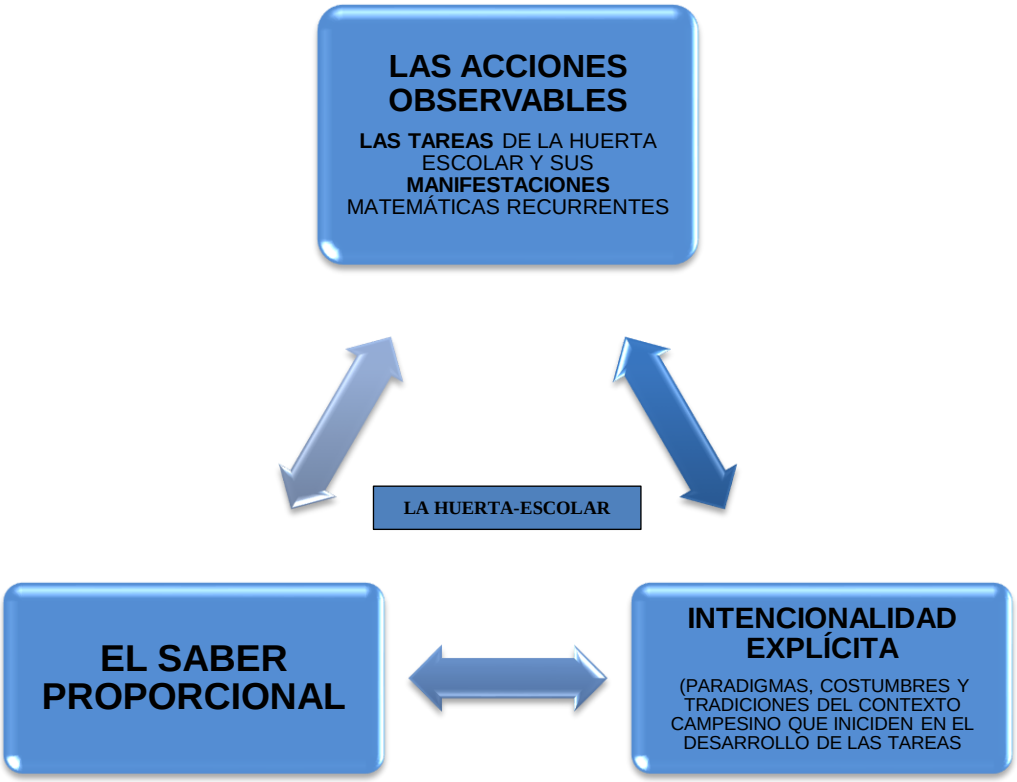
El análisis realizado a los datos en la primera fase de la investigación permitió generar un supuesto en torno a la existencia de un saber matemático que vive en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar. Teniendo en cuenta la relación entre el saber matemático, el contexto cultural[8] de estudio y la apuesta hacia construcción de significados, se materializó la propuesta de la Unidad de Análisis Socioepistemológica (UAS) centrada en la actividad humana y en las circunstancias que le rodean (Montiel & Buendía, 2011). Esta unidad referida a las características que se deseaban investigar representó en particular, una relación simbiótica entre las actividades de la huerta escolar, el uso del saber matemático en cuestión, la proporcionalidad y la transmisión de saber enmarcado en los paradigmas, costumbres y tradiciones del contexto que permean las acciones de los estudiantes. Esta relación evidencia un carácter sistémico entre las cuatro dimensiones del saber consideradas desde la postura socioepistemológica y permitió identificar el paso de los objetos a las prácticas.

---

[8] Como se ha hecho mención en apartados anteriores se considera a la huerta escolar como contexto cultural, al ser un escenario en el cual se comparten creencias, valores y normas compartidas por un grupo de personas.

La construcción de la unidad de análisis partió de lo evidenciado a través del primer momento de acompañamiento y aportó a la identificación de los usos de lo proporcional.

Figura 11. Unidad de análisis.



Fuente: Elaboración propia.

a. Las acciones observables. Estas acciones tienen como punto de partida el primer momento análisis, el cual dio a conocer que en las huertas escolares existes diez tareas que traen consigo el desarrollo manifestaciones matemáticas recurrentes.

b. El saber proporcional. Este saber obedece a la descripción de lo que ocurre cuando los estudiantes llevan a cabo las tareas en torno a las manifestaciones matemáticas recurrentes, a la luz de para qué usan la proporcionalidad y la que se establece entre el uso y las nociones y modelos de pensamiento proporcional.

c. Intencionalidad implícita. Son los paradigmas, costumbres y tradiciones del contexto campesino que inciden en el desarrollo de las tareas, las cuales desde la perspectiva que guía el proceso intervienen y median la construcción del conocimiento situado.

4.4 Instrumentos de recolección de información y actores del proceso investigativo

Teniendo en cuenta las características del enfoque cualitativo que guiaron la problemática planteada, en la cual se manifestó que la recolección de datos ocurre en ambientes naturales y cotidianos de los sujetos implicando dos fases: la inmersión en el campo y la recolección de los datos para el análisis. Dada la problemática planteada, ésta se atendió a través de diversas técnicas e instrumentos, los cuales permitieron alcanzar el objetivo propuesto.

Las técnicas empleadas fueron aquellas con el menor grado de reestructuración posible y respondieron a criterios de rigurosidad como lo son: la saturación y la triangulación (Corbetta, 2003).

La saturación hizo parte de dos momentos de la investigación. En primer lugar, en el análisis de la información obtenida a través de los cuatro años de acompañamiento a las escuelas en Colombia, lo cual permitió concluir la existencia de las tareas características de las huertas escolares, así como las manifestaciones matemáticas recurrentes en el desarrollo de las mencionadas tareas. También en un segundo momento de acompañamiento en el cual fue necesario volver a la huerta escolar en la búsqueda de respuestas a interrogantes como: ¿Por qué lo hacen así?, ¿Qué los hace hacer lo que hacen?

El trabajo empleó diversos tipos de insumos de recolección de información entre ellos: los datos verbales a través de entrevistas narrativas y episódicas, a los docentes, estudiantes y padres de familia que permitieran reconocer el quehacer en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar; además de insumos de recolección de datos visuales y escritos como: grabaciones, fotografías, diarios de campo del investigador y la documentación empleada por los maestros en el desarrollo de su actividad pedagógica para la planeación de las tareas de la huerta escolar. A continuación, se presenta una breve descripción de los insumos y actores en la

investigación.

a. Conversaciones. Se conversó con estudiantes y docentes realizando entrevistas no estructuradas para la recolección de la información, lo que permitió entre otras cosas identificar las tareas, acciones, actividades y usos relacionados con lo proporcional.

b. Fotografías, videos y memorias. Se solicitó a los maestros memorias escritas que recogieran eventos de lo relatado, insumos que fueran representativos, valiosos y dicientes según el criterio de los maestros. Se realizaron grabaciones y fotografías del trabajo de los estudiantes, padres de familia y maestros en las actividades de la huerta escolar. Los videos se trascribieron y las fotografías se describieron, con la finalidad de tener a la mano información visual que permitiera el análisis de las tareas, acciones, actividades y los usos que emergieran en el contexto, en las cuales se observa el uso de lo proporcional.

c. Entrevistas y análisis documental. Se realizaron entrevistas no estructuradas y semiestructuradas con la finalidad de conocer a fondo la forma de intervención de estos actores en las tareas de la huerta y reafirmar la interpretación dada por el investigador a los documentos.

Los actores que hicieron parte de la investigación fueron:

a. Docentes. A través de los cuales se observó el quehacer en el desarrollo de las tareas y el impacto de sus orientaciones. Se realizaron además entrevistas con la finalidad de conocer sus experiencias en este contexto. Su selección se basó en aquellos docentes que lideraran la huerta escolar del establecimiento educativo acompañado.

b. Estudiantes. Los estudiantes fueron los actores sobre los cuales se puso el foco de atención, pues fueron ellos los actores en el desarrollo de las actividades y sobre los cuales recayeron las tradiciones del contexto e instrucciones o construcciones propias del discurso Matemático Escolar. La selección de los entrevistados, respetando la naturalidad de su quehacer, correspondió a aquellos que en el momento de acompañamiento estuvieran realizando las tareas de la huerta escolar.

c. Padres de Familia. Se indagó sobre la participación de los padres en el desarrollo de las actividades de huerta escolar y se buscó a través de entrevistas y observación identificar el impacto de sus tradiciones en el desarrollo de las tareas y estrategias empleadas por los niños en la huerta escolar. Se conversó con aquellos padres de familia que en el momento del acompañamiento se encontraran realizando tareas de la huerta.

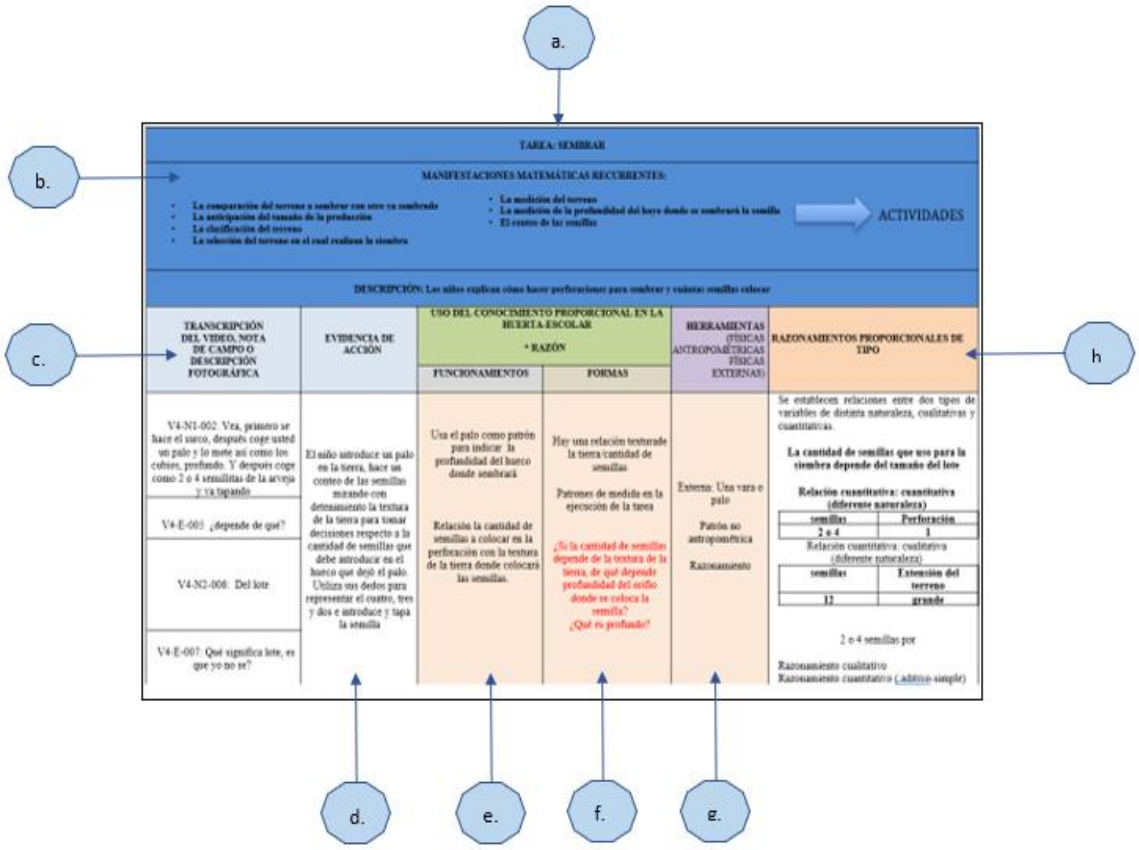
4.5 Mallas organizadoras de información

El acompañamiento realizado durante cinco años a diversas escuelas en Colombia y el análisis realizado a los hallazgos del acompañamiento, permitió identificar que el quehacer en las huertas escolares, sin importar su ubicación geográfica es prácticamente el mismo. Este se caracteriza por la puesta en marcha de una serie de tareas, las cuales a su vez traen consigo la realización de manifestaciones matemáticas recurrentes.

Dar cuenta de los usos de la proporcionalidad en el contexto de la huerta escolar generó interrogantes como: ¿Por qué lo que se hace en todas las huertas sin importar la ubicación geográfica de las mismas es prácticamente igual?, ¿Cómo lo aprendieron? ¿Cómo este hacer se difunde socialmente? y ¿Cómo su quehacer manifestado a través de esas manifestaciones matemáticas recurrentes se relaciona con los usos de la proporcionalidad? Con la finalidad de dar respuesta a estos interrogantes, se construyeron las mallas organizadoras de información[9] (ver figura 12), las cuales buscaban a partir de los tres componentes de la unidad de análisis y de las cuatro dimensiones del saber, organizar la información obtenida con el fin de analizarla.

[9] Este insumo estuvo sometido al proceso validación a juicio de expertos, con el fin de verificar la fiabilidad de la investigación. El instrumento fue sometido al cotejo para verificar los criterios de calidad de validez y fiabilidad. La validez de contenido se estableció a partir de dos situaciones, una al diseño del instrumento, la otra, a la validación del instrumento sometido a procedimientos de traducción y estandarización. La validación fue realizada por la Dra. Gabriela Buendía Ábalos, codirectora de la investigación y el Dr. César Augusto Delgado García.

Figura 12. Estructura de la malla organizadora de información.



Fuente: Elaboración propia.

a. Tarea. El primer componente de las mallas organizadoras fue la tarea. Se diligenciaron diez mallas organizadoras, una por cada una de las tareas que los estudiantes realizan en las huertas escolares.

b. Manifestaciones matemáticas recurrentes. La descripción realizada de cómo se lleva a cabo paso a paso cada tarea en la huerta escolar permitió establecer las manifestaciones matemáticas recurrentes, las cuales se presentan en esta sección de las mallas organizadoras de información.

c. Transcripción de video, nota de campo o descripción fotográfica. Basada en las tareas se tomaron apartes de videos, se seleccionaron fotografías y notas de campo que daban cuenta de cómo los estudiantes llevaban a cabo este quehacer. La transcripción de videos, notas de campo o descripción fotográfica, son el relato de lo observado. La nomenclatura: V4-E-005 representa en su orden: Video 4, estudiante, línea 5 de trascripción.

d. Acciones. Las acciones se constituyeron en una descripción detallada del hacer en esa tarea específica, la cual daba cuenta de la relación directa entre el sujeto y el objeto.

e. Uso del conocimiento matemático. Funcionamientos y Formas. Esta sección buscó identificar en el quehacer aquellos indicios de uso de lo proporcional a la luz de para qué usan la proporcionalidad en determinada tarea de la huerta (funcionamientos) y la relación entre las diversas nociones y modelos de pensamiento relacionadas con lo proporcional y cómo el niño actúa sobre ella.

f. Herramientas. Del análisis llevado a cabo se identificaron herramientas de dos tipos, tanto herramientas físicas, como herramientas no físicas, que representan las diversas formas de razonar que los estudiantes manifestaban al momento de llevar a cabo una tarea.

g. Razonamientos proporcionales de tipo. En esta sección y de forma más específica se modelaron los razonamientos proporcionales identificados en cada quehacer, los cuales se relacionaron con el tipo de lenguaje empleado por los estudiantes.

4.6 Análisis de usos ¿Cómo se analizan los usos de la proporcionalidad en el contexto de la huerta escolar?

Una vez identificada la huerta escolar como escenario de investigación y al reconocer que la reconstrucción de significados (resignificación), se llevó a cabo el análisis de estos usos, tomando en cuenta las cuatro dimensiones: la epistemológica, la cognitiva, la social y la didáctica.

Cada una de las mallas organizadoras permitió identificar que en las tareas llevadas a cabo en la huerta escolar lo proporcional vivía o se empleaba con ciertas intencionalidades, en particular tres a saber: 1) Para establecer comparaciones entre variables de igual o distinta naturaleza, lo cual está en la base subyacente del pensamiento proporcional y conlleva al establecimiento de relaciones de dependencia. 2) Para el establecimiento de unidades de medida y uso de patrones de medida. Los patrones son empleados como herramientas para determinar la cantidad de veces que determinado objeto cabe exactamente en otro. Una comparación que inicialmente es determinada por números enteros y la cual ante la

imposibilidad de relacionar siempre usando ese sistema numérico, otorga a la comparación como tal, el estatus de unidad para medir y es aceptada e institucionalizada. 3) Para expresar generalizaciones, las cuales se manifiestan de forma evolutiva iniciando con expresiones retóricas que dan paso a expresiones sincopadas en donde generalizaciones como: el doble, el triple o la mitad, aparecen en el léxico de los estudiantes. A estas tres vertientes se les denominó uso 1 y uso 2 y uso 3 de la proporcionalidad en el contexto de la huerta escolar. En los tres casos se infirió que la finalidad de estos usos es la de obtener una medida justa que determine el éxito de la cosecha.

CAPÍTULO 5

MALLAS ORGANIZADORAS DE LA INFORMACIÓN

"En la búsqueda de ver más allá de lo evidente"

Capítulo 5. Mallas organizadoras de la información

El acompañamiento realizado durante cinco años a diversas escuelas en Colombia y el análisis posterior a la información obtenida en dicho acompañamiento, permitió identificar que el quehacer en las huertas escolares, sin importar su ubicación geográfica es prácticamente el mismo. Este se caracteriza por la puesta en marcha de una serie de tareas, las cuales a su vez traen consigo la realización de manifestaciones matemáticas recurrentes.

Investigaciones anteriores como las realizadas por Soto y Rouche (1995), Lizarzaburu y Zapata (2001), Solares y Block (2017) y Yojcom (2013) afirman que las personas que llevan a cabo tareas agrícolas desarrollan estrategias efectivas relacionadas con el pensamiento proporcional; ello junto con los hallazgos del primer momento del acompañamiento permitieron considerar que son las manifestaciones matemáticas recurrentes que los estudiantes realizan en el marco de las tareas de la huerta escolar, aquellas que dan paso a la resignificación de lo proporcional en este contexto.

Como consecuencia de lo expuesto, este capítulo busca dar cuenta de cómo se llevan a cabo esas manifestaciones matemáticas recurrentes en el desarrollo de cada una de las tareas de la huerta escolar, con el fin de identificar para qué y cómo se emplea la proporcionalidad en este contexto, lo cual será base para caracterizar las intencionalidades de lo proporcional en ese escenario, es decir sus usos.

5.1 Tarea: Preparar el terreno

Foto 13. Niños y docente de la Institución Educativa Eugenio Diaz Castro preparando el terreno. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

Durante el desarrollo de esta tarea se logró evidenciar cómo los estudiantes llevan a cabo algunas manifestaciones matemáticas recurrentes, las cuales se presentan a continuación.

a) La comparación del terreno a sembrar con otro ya sembrado

Una de las primeras manifestaciones matemáticas es la comparación. Esta se evidencia cuando los estudiantes contrastan las dimensiones del terreno a preparar con otro ya sembrado. Esta comparación se realiza con el fin de lograr que el terreno a preparar tenga las mismas dimensiones (área) de otro que ya ha sido sembrado, con la finalidad de obtener una producción igual a la del terreno que se usa de referencia. La igualdad se define en términos de cantidad de producción, pues **al ser dos terrenos ubicados en la misma zona geográfica y con características físicas iguales se reconoce que solo basta con un mismo cuidado y dimensión para obtener el mismo tipo de cosecha.**

La magnitud área es una magnitud denominada por los niños como *tamaño.* Los niños reconocen que para quedar igual sus dimensiones de largo y ancho deben ser las mismas, pues así lo afirman:

"Entre más quiera sembrar, más terreno debo preparar. Debe quedar como ese"

[Nota de campo: Institución Educativa Eugenio Díaz Castro, 2016]

Al reconocer el tamaño del terreno referencia como aquel ideal a alcanzar, es necesario establecer una herramienta de comparación. **En este caso la herramienta son los sentidos**, pues nunca se evidenció durante el acompañamiento una comparación a través de algún tipo de instrumento físico o patrón. **Los niños confían plenamente es sus sentidos, en su intuición y en su experiencia**. Ellos reconocen que están haciendo comparaciones entre características iguales y saben que su experiencia hará que el tamaño del terreno a sembrar será igual al del terreno ya sembrado con tan solo hacer comparaciones indirectas: **comparaciones entre magnitudes de igual naturaleza en diferentes sistemas.**

Otro tipo de comparación se evidencia una vez empieza el arreglo del terreno. Cuando los estudiantes han iniciado la tarea de arreglar el terreno,

comparan continuamente la porción del terreno limpia con la que van limpiando, esta comparación les permite identificar si el trabajo que están realizando está quedando bien o no. **Es una comparación entre magnitudes de igual naturaleza en un mismo sistema, una comparación parte-parte o parte-todo**.

En la realización de la comparación reconocen el valor de su experticia, pero además el aprendizaje que ha dado a conocer el maestro en el aula. En este momento se evidencia un **aprendizaje guiado por el maestro a través del hacer, el cual se asume y se replica con experticia**. En este ejercicio se resalta el hecho que, aunque la maestra da indicaciones generales cómo hacer el ejercicio ante situaciones no advertidas, los niños proceden acudiendo a sus conocimientos previos, a su identidad (Ver fotografía 13). Rara vez ante situaciones nuevas consultan a su maestra sobre el hacer, pues reconocen que la experiencia les otorga herramientas para sobrellevar situaciones no previstas. Tal es el caso de la aparición de ciertos tipos de maleza que no pueden arrancar con los instrumentos otorgados con la maestra. Los niños recurren a otros insumos que desde su experiencia han servido en otras ocasiones para una tarea similar y proceden.

b) La anticipación del tamaño de la producción

Otra de las manifestaciones matemáticas evidenciadas en la anticipación. Esta se pone en evidencia cuando los estudiantes **razonan teniendo en cuenta su experiencia** sobre el posible tamaño de la producción respecto a la porción de terreno que requiere ser deshierbada. En este momento la anticipación no está determinada por un número, no hay una cantidad numérica que represente su deseo de producción. Sin embargo, reconocen que si requieren una gran producción el terreno a deshierbar debe ser mayor que si se espera una producción no tan grande. Acá la anticipación sobre la producción determina un tipo de relación cualitativa: **entre más terreno uso, mayor producción tengo.** En este sentido la anticipación al ser razonada implica el establecimiento de relaciones entre el tamaño del terreno con la cantidad de la producción, relación que como ya se ha mencionado no hace uso de números y obedece a la experiencia.

c) La clasificación del terreno

Para la clasificación del terreno, los estudiantes parten de reconocer las características que hacen que cierta parte del terreno sea apta para picarla e incorporarla a la siembra. En este momento se pone en juego su experiencia, pues en siembras pasadas han logrado identificar que ciertos tipos de terreno no son aptos para la siembra o que cierto tipo de maleza se debe desechar de raíz. Ante la aparición de nuevos tipos de maleza ellos **consultan a sus padres o maestros, es decir, reconocen en ellos la experiencia**.

Los niños pican con fuerza para evidenciar que esta porción de tierra cumpla con cierta característica física. De ser así con ayuda de la pala destruyen el trozo de tierra y lo arrojan al terreno, de lo contrario lo ubican en un lugar lejano de la siembra. Se observa cómo la clasificación implica un reconocimiento de características que determinan el proceso, características físicas de composición e incluso de tamaño, pues si la porción de tierra a picar es demasiado grande los estudiantes reconocen que el insumo a emplear para deshacer esa porción debe ser distinto al empleado para deshacer una porción de tierra menor. **La clasificación implica entonces una selección de herramienta para la realización de la tarea. Y la clasificación obedece a características de tipo cuantitativo como el tamaño y cualitativo como la composición. El uso del lenguaje empleado obedece a las características de un lenguaje retórico**, en la cual se usa exclusivamente el lenguaje natural, sin recurrir a signos.

Figura 13. Malla organizadora 1: Preparar el terreno.

TAREA: PREPARAR EL TERRENO					
MANIFESTACIONES MATEMÁTICAS RECURRENTES: • Comparar el terreno a sembrar con otro ya sembrado. Esto con la finalidad de tomar decisiones respecto a la porción de terreno que requiere ser deshierbada. • Anticipar el tamaño de la producción respecto a la porción de terreno que requiere ser deshierbada. • Clasifican entre los pedazos de tierra sólida, aquellos que son piedras para apartarlos del terreno. Entre aquellas que son tierra sólida para picar y volverlo tierra. • Arrancan la maleza del terreno. ACTIVIDADES					
DESCRIPCIÓN: Los niños están limpiando el terreno para proceder a sembrar					
TRANSCRIPCIÓN DEL VIDEO, NOTA DE CAMPO O DESCRIPCIÓN FOTOGRÁFICA	EVIDENCIA DE ACCIÓN	USO DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO * MEDICIÓN * COMPARACIÓN FUNCIONAMIENTOS	FORMAS	HERRAMIENTAS (FÍSICAS ANTROPOMÉTRICAS FÍSICAS EXTERNAS)	RAZONAMIENTOS PROPORCIONALES DE TIPO
V18-P1-001: Suelta! Suelta, muy suelta y libre de… V18-GP-002: De raíces V18-P1-003: De raíces, muy bien. Entonces vengan acá a este surco, los que van para este surco V8-N1-004: Yo, yo, yo V18-N2-005: Profe yo no	Los niños miran atentamente a la maestra, observan la forma como ella con ayuda de la pala golpea los trozos de tierra solidificados y deshace la tierra. La maestra además con la mano arranca de la tierra las raíces de pasto. Una vez la maestra finaliza la explicación , los estudiantes se distribuyen por surcos y proceden a realizar el mismo ejercicio. Con ayuda de las manos extraen la tierra sólida. Con una pala golpean la tierra para deshacer la roca Luego de deshacer la tierra sólida proceden a arrancar de raíz el pasto del lugar donde van a sembrar. Una vez finalizan ellos comparan que sus zonas de siembra hayan quedado igual de limpias para proceder a sembrar,	Los estudiantes comparan el estado de sus zonas de cultivo para tomar decisiones respecto a si el proceso continua o no. El terreno preparado por la maestra sirve como unidad de medida respecto al tamaño de su porción de tierra a sembrar, así como patrón comparativo de si su ejercicio quedó bien hecho o no	El terreno tomado como ejemplo es una unidad de medida que permite establecer si esto está bien hecho o no (medida ontológica)	Razonamiento Observación Pala(patrón no antropométrico) Mano (patrón antropométrico)	Se establecen comparaciones entre magnitudes de igual naturaleza tamaño del terreno a preparar y tamaño del terreno ya sembrado. Esta comparación no incluye números para calcular la extensión de terrenos, es netamente visual, intuitiva. Comparativa a través de los sentidos. Una comparación indirecta, de carácter cualitativo y con el uso de un lenguaje retórico.

Fuente: Elaboración propia.

5.2 Tarea: Sembrar

Foto 14. Niños de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro de Soacha sembrando en semilleros. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

Durante el desarrollo de esta tarea se logró evidenciar cómo los estudiantes llevan a cabo algunas manifestaciones matemáticas recurrentes, las cuales se presentan a continuación.

a) La comparación del terreno a sembrar con otro ya sembrado

Las comparaciones realizadas en esta tarea son de la misma naturaleza que aquellas realizadas en la tarea de preparar el terreno. En este momento de la tarea los estudiantes comparan las dimensiones del terreno a sembrar con otro ya sembrado. **La comparación se realiza con el fin de lograr que el terreno a sembrar tenga las mismas dimensiones (área) de otro que ya ha sido sembrado,** con el objetivo de obtener una producción igual a la del terreno que se usa de referencia. La magnitud área sigue siendo denominada por los niños como "*tamaño".* Los niños reconocen que, para quedar igual, se deben conservar dos características importantes: sus dimensiones (largo y ancho), pero también la forma como se sembró (surcos o perforaciones en la tierra).

Para reconocer el **tamaño del terreno referencia** como aquel ideal a alcanzar es necesario establecer una herramienta de comparación (Ver fotografía 14). En este caso los niños usan dos tipos de herramientas. **Las primeras herramientas son los sentidos** en los cuales los niños confían plenamente; estos adquieren validez a través de su experiencia. **Otro tipo de herramienta es una**

herramienta física y antropométrica: el paso. Esta herramienta es usada por los niños como un instrumento mediador de comparación ante la imposibilidad de una comparación directa, la cual implica que los dos aspectos a comparar se pueden sobreponer. Los estudiantes comparan tamaños de los terrenos contando con pasos sus dimensiones, así como la distancia entre cada perforación para la siembra.

En este caso las comparaciones son **comparaciones entre magnitudes de igual naturaleza, pero de sistemas de referencia distintos, comparaciones entre longitudes que** adquieren sentido toda vez que el estudiante reconoce en un terreno sembrado el éxito de la tarea. **Es decir, el éxito de su hacer en ocasiones anteriores otorgó validez al procedimiento empleado.**

b) La anticipación del tamaño de la producción

Al momento de sembrar, los estudiantes **razonan teniendo en cuenta su experiencia** sobre el posible tamaño de la producción respecto a la porción de terreno que requiere ser sembrada. Al igual que para preparar el terreno los niños son conscientes que, en caso de requerir una gran producción, el terreno a sembrar debe ser mayor al terreno que sirve de referencia. **Esta anticipación al ser razonada** implica el establecimiento de relaciones entre el tamaño del terreno con la producción, lo cual permite realizar inferencias a priori.

El razonamiento implica además un reconocimiento del tipo de producción mediado por características como tiempo, clima, tipo de terreno, riego, abono, tipo de semilla, entre otros. Es decir, **la anticipación trae consigo un razonamiento que reconoce que la producción depende de varios factores, unos que controlables y otros no**. Sin embargo, el haber hecho la tarea varias veces y el conocimiento heredado por sus padres sobre lo que posiblemente pase y acciones que se deben tomar ante ciertos riesgos como plagas, hace que los estudiantes sean capaces de tomar medidas para controlar variables que se pueden sumar al hacer.

Tabla 9

Trascripción de video 8

V8-N3-099	N3	No, lo animales las estaban comiendo	6’55’’-6’-58’’
V8-E-100	E	¿Qué animales hay?	6’58’’ – 7’00’’
V8-N3-101	N3	Por ejemplo: gusanos, chizas…	7’00’’ -7’2’’
V8-N2-102	N2	Babosas	7’2’’ -7’3’’
V8-N1-103	N1	Digamos un…, el profe les va a enseñar un…, como otro tetero La mitad de la botella se llena de cerveza y a la cerveza como es dulce entonces van y se mueren ¡para que no dañen las maticas!	7’3’’ – 7’18’’
V8-N3-104	N3	Pero la mitad de la botella	7’8’’-7’19’’
V8-E-105	E	¿Cualquier cerveza o le echan cerveza...?	7’19’’ – 7’21’’
V8-N3-106	N3	Eeeh…¡si!	7’22’’-7’28’’
V8-E-107	E	¡ve! ¿y qué es lo que hace la cerveza, espanta a los animales?	7’28’’ – 7’30’’
V8-N1-108	N1	Como la cerveza es como dulce, se pegan y ahí quedan muertos pa que no dañen…, pa que no dañen…	7’31’’ – 7’36’’
V8-N3-109	N3	Nooo. Los mata se pegan, se arriman a tomar ese líquido y se mueren	7’31’’ – 7’38’’

Fuente: Elaboración propia.

c) La clasificación del terreno

Para la clasificación del terreno, los estudiantes parten de reconocer la característica que hace que cierta parte del terreno sea apta para realizar determinado tipo de siembra. En este momento **hay un reconocimiento de**

múltiples variables, las cuales se tienen en cuenta a partir de las características del tipo de siembra que se requiere hacer. Por ejemplo, los niños reconocen que siembras como las fresas requieren en primera instancia de un vaso para colocar las semillas; el lulo, demanda de un terreno rectangular que tenga las dimensiones para ser tutorado; la papa requiere de un terreno amplio; la lechuga de unas camas para su posterior trasplante.

Tabla 10

Trascripción de video 14

V14-N-051	N	Pues la lechuga si es muy diferente a todo, porque usted digamos ya no tiene que hacer ni huecos con la mano ni con el palo, sino que ella usted la deja así y… entonces cada vez que usted va a regar la va metiendo con el palo, porque la semilla de esa es. Ella chupa el agua y entonces a lo que usted mete el vaino, ahí lo chupa y va creciendo más y más y más,	5´24´´ - 5´50´´

Fuente: Elaboración propia.

Las variables identificadas para la clasificación de terreno obedecen son: **tipo de tierra, tamaño del terreno, clima, ubicación del terreno y experiencias de siembra anteriores en ese terreno.**

d) La selección del terreno en el cual realizan la siembra

Las variables identificadas para la clasificación de terreno (tipo de tierra, tamaño del terreno, clima, ubicación del terreno y experiencias de siembra anteriores en ese terreno) direccionan la elección del tipo de semilla a sembrar. En este sentido se puede afirmar que **la clasificación implica una selección.**

e) La medición del terreno

La medición del terreno se realiza con pasos, estos en primera instancia son una herramienta para la comparación y determinan la distancia entre siembra y

siembra. **Los pasos junto con los palmos se constituyen en una herramienta de medición recurrente**. Este es un patrón empleado, un sistema de referencia que, aunque se reconoce no ser igual en todos los actores, se constituye en el mecanismo más eficiente para llevar un orden en la siembra. **El empleo de este tipo de patrones obedece a una racionalidad que otorga el contexto** y que es aceptada por la comunidad como una forma eficaz de proceder ante esta tarea. Es decir, **se evidencian los principios de racionalidad contextualizada y relativismo epistemológico que viven en el desarrollo de la siembra, en particular al asumir patrones de medida como representaciones físicas de unidades.**

Para poder sembrar es necesario determinar la profundidad del hoyo donde irá la semilla, así como el tipo de semilla. Hay semillas que requieren ser sembradas inicialmente en semilleros, para las cuales el hoyo debe tener dos falanges del dedo índice. En el caso de semillas que no requieran ser sembradas en terrenos la profundidad está dada por varas empleadas como patrones o la profundidad que deja colocar el talón del zapato con fuerza.

Tabla 11

Trascripción de video 14

V14-N-016	N	Pues el paso para sembrar la papa es que se coge un palo que no esté tan torcido y le saca la punta ¿si? que quede con buena punta y usted a lo que entierra la…, el palo a la tierra, usted le mete por ahí dos o tres papas a cada hueco y va a tapando, la distancia de la papa es el pie, es el zapato del pie de uno.	1´22´´ al 1´44´´

Fuente: Elaboración propia.

Se evidencia el uso de patrones de tipo antropométrico como no antropométrico, las cuales adquieren sentido y validez una vez el hacer determine su éxito. **El éxito de su uso implicará que esta nueva forma de medir o en**

particular este nuevo patrón sea aceptado por la comunidad, es decir la significación de un hacer está determinada por el éxito del uso de este. Cuando los niños usan su segunda falange del dedo meñique como medida para determinar la profundidad del hoyo donde irá la semilla del semillero, ellos reconocen que, si la perforación se hace con tres falanges la semilla no germinará pues su experiencia y las orientaciones de la maestra les han mostrado que la profundidad de la tierra determina el éxito de la germinación (Ver fotografía 15). Es decir, **su experiencia norma su quehacer**. En esta tarea **se ponen en juego relaciones de dependencia entre magnitudes de diferente naturaleza, entre profundidad de una perforación y éxito de germinación. Es decir, relaciones entre magnitudes cuantitativas y magnitudes cualitativas.**

Foto 15. Niños sembrando en terreno y semillero. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

f) El conteo de las semillas

La cantidad de semillas que se deben colocar en cada perforación depende de las características de la planta. En el caso de los estudiantes de transición esta cantidad la da la maestra; en el caso de los estudiantes de primaria, estos determinan de acuerdo con su experiencia, al respecto. Luego de preguntar por qué tres semillas y no más, ellos afirman:

Tabla 12

Trascripción video 4

V4-N1-009	N1	La tierra aquí esta como dura entonces usted le puede poner cuatro y si está muy blandita ya tres, dos	1´22´´ al 1´28´´

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 13

Trascripción video 8

V8-N2-082	N1	Depende… de lo grande. Y de lo grande que crezca	22´´ al 28´´
V8-N1-083	N2	Pa´ que no queden tan pegadas	28´´ al 30´´

Fuente: Elaboración propia.

De estas afirmaciones se observan dos tipos de relaciones: la primera una relación entre la cantidad de semillas y la textura de la tierra, la cual determina una dependencia entre cantidad y textura. La segunda relación se establece entre cantidad de semillas y tamaño de la producción tal y como se observa en la tabla que se presenta a continuación.

Tabla 14

Textura de tierra: Cantidad de semillas

Textura de la tierra		Cantidad de semillas
Tierra blanda	→	Cuatro
Tierra dura	→	Dos

Fuente: Elaboración propia.

Ambas relaciones se basan en conocimientos de dos tipos, **pues la primera obedece a un conocimiento de una condición evidenciable en el momento (textura de tierra), mientras la segunda implica un razonamiento anticipado producto de la experiencia** (¿Qué tanto crecerá el cultivo?). De aquí que se resalte la importancia tanto de los conocimientos previos, como de los conocimientos actuales. **Las relaciones son relaciones entre magnitudes de diferente naturaleza que involucran cantidades, medidas y características de textura.**

El ejercicio de colocar las semillas en el orificio demanda diferentes tipos de razonamiento, al respecto los niños afirman:

Tabla 15

Trascripción video 15

V15-N4-115	N4	Si usted hace un hueco pone tres semillas, si usted hace un hueco más pondrá tres semillas más ¿ve?	35´´ al 38´´
V15-E-116	E	¿Y si tengo tres huecos?	38´´ al 39´´
V15-N2-117	N2	Pues, tres más tres más tres o sea nueve semillas	39´´ al 41´´

Fuente: Elaboración propia.

En esta afirmación se logra evidenciar cómo es usado el razonamiento aditivo simple, pues los estudiantes relacionan la cantidad de hoyos con la cantidad de semilla:

Tabla 16

Cantidad de hoyos: cantidad de semillas

	Cantidad de hoyos	Cantidad de semillas	
	1	3	
+1	2	6	+3

Fuente: Elaboración propia.

Por otra parte, se logra identificar un tipo de razonamiento multiplicativo, *al doble le toca el doble*, un razonamiento de tipo multiplicativo inter.

Tabla 17

Trascripción video 18

V18-N1-115	N1	Mire profe, cuando va a sembrar papa criolla usted puede poner dos papas y de ahí le salen más o menos cuatro, depende de la tierra, el agua y el abono. Ah… y de atierrar.	35´´ al 38´´
V18-N2-116	N2	¿Y si pongo cuatro papas?	38´´ al 39´´
V18-N4-117	N4	¡Ah el doble! Pues el doble de papas, puede tener. Pero si la cosecha pinta bien.	39´´ al 41´´

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 18

Papas sembradas: Papas obtenidas

	Cantidad de papas a sembrar	Cantidad de papas que se obtienen	
x2	2	más o menos 4	
	4	El doble	x2

Fuente: Elaboración propia.

En este momento se consigue reconocer el empleo de un lenguaje más generalizado, el nacimiento de un **lenguaje sincopado que se constituye en herramienta para justificar las conclusiones en su hacer**.

Por otra parte, los conocimientos sobre técnicas y materiales que se construyen a través del aprendizaje guiado y la misma experiencia **se identifican como la función pragmática de una práctica social, aquello que da sentido y razón al saber en uso y que dota de identidad al individuo**. Es decir, se reconoce la función identitaria de lo que parece ser una práctica social, la experiencia:

"Así, porque mi papá me lo enseñó(...) El también siembra alverja, como mis abuelos. Todos somos del campo"

[Nota de campo: Institución Educativa Eugenio Díaz Castro, 2016]

Figura 14. Malla organizadora 1. Sembrar.

TAREA: SEMBRAR

MANIFESTACIONES MATEMÁTICAS RECURRENTES:

- **La comparación del terreno a sembrar con otro ya sembrado**
- **La anticipación del tamaño de la producción**
- **La clasificación del terreno**
- **La selección del terreno en el cual realizan la siembra**
- **La medición del terreno**
- **La medición de la profundidad del hoyo donde se sembrará la semilla**
- **El conteo de las semillas**

ACTIVIDADES

DESCRIPCIÓN: Los niños explican cómo hacer perforaciones para sembrar y cuántas semillas colocar

TRANSCRIPCIÓN DEL VIDEO, NOTA DE CAMPO O DESCRIPCIÓN FOTOGRÁFICA	EVIDENCIA DE ACCIÓN	USO DEL CONOCIMIENTO PROPORCIONAL EN LA HUERTA-ESCOLAR * RAZÓN		HERRAMIENTAS (FÍSICAS ANTROPOMÉTRICAS FÍSICAS EXTERNAS)	RAZONAMIENTOS PROPORCIONALES DE TIPO
		FUNCIONAMIENTOS	FORMAS		
V4-N1-002: Vea, primero se hace el surco, después coge usted un palo y lo mete así como los cubios, profundo. Y después coge como 2 o 4 semillitas de la arveja y va tapando V4-E-005 ¿depende de qué? V4-N2-006: Del lote V4-E-007: Qué significa lote, es que yo no se?	El niño introduce un palo en la tierra, hace un conteo de las semillas mirando con detenimiento la textura de la tierra para tomar decisiones respecto a la cantidad de semillas que debe introducir en el hueco que dejó el palo. Utiliza sus dedos para representar el cuatro, tres y dos e introduce y tapa la semilla	Usa el palo como patrón para indicar la profundidad del hueco donde sembrará Relación la cantidad de semillas a colocar en la perforación con la textura de la tierra donde colocará las semillas.	Hay una relación texturade la tierra/cantidad de semillas Patrones de medida en la ejecución de la tarea ¿Si la cantidad de semillas depende de la textura de la tierra, de qué depende profundidad del orifio donde se coloca la semilla? ¿Qué es profundo?	Externa: Una vara o palo Patrón no antropométrica Razonamiento	Se establecen relaciones entre dos tipos de variables de distinta naturaleza, cualitativas y cuantitativas. **La cantidad de semillas que uso para la siembra depende del tamaño del lote** **Relación cuantitativa: cuantitativa (diferente naturaleza)** **semillas** / **Perforación** **2 o 4** / **1** Relación cuantitativa: cualitativa (diferente naturaleza) **semillas** / **Extensión del terreno** **12** / **grande** 2 o 4 semillas por Razonamiento cualitativo Razonamiento cuantitativo (aditivo-simple)

Fuente: Elaboración propia.

5.3 Tarea: Abonar

Foto 16. Niños y maestro de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro de Soacha abonando el terreno. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

Durante el desarrollo de esta tarea se logró evidenciar cómo los estudiantes llevan a cabo algunas manifestaciones matemáticas recurrentes, las cuales se presentan a continuación.

a) La estimación de la posible cantidad de abono

Una vez que el terreno está listo para la siembra, los estudiantes observan el tamaño del terreno y realizan cálculos mentales que les permiten determinar la cantidad de abono que deben traer al terreno para verterlo (Ver fotografía 16). **El cálculo es siempre mental,** pues en las tareas de la huerta escolar no se usan calculadoras, cuadernos o lápices. Los niños conocen las dimensiones del terreno, pues ellos ya lo deshierbaron e hicieron surcos, saben según lo afirman que para verter el abono solo se requiere de caminar lentamente e ir esparciéndolo y rara vez se equivocan al llevar la cantidad necesaria que recubra la totalidad.

b) La medida de las porciones de abono

Para traer el abono los estudiantes utilizan la mano para tomar manotadas de abono que se van a utilizar, también traen frascos de abono preparado. **La relación entre cantidad de composta y extensión del terreno obedece a un tipo de relación entre magnitudes de diferente naturaleza. Una relación que**

involucra razonamientos de tipo cualitativo en el que se reconoce que **entre más grande es el terreno mayor cantidad de composta se necesita**.

En el desarrollo de esta tarea, no existe siempre una cantidad numérica asignada al terreno y solo en ocasiones ellos afirman que en cierto terreno se requieren diez o más frascos, o veinte o treinta manotadas sin hacer ningún tipo de generalización. **La medida de abono se realiza mentalmente**, obedece a su experiencia tanto en el hacer como en el conocimiento previo de las dimensiones del terreno. **Es un conocimiento técnico adquirido al realizar la tarea de forma reiterativa.**

Figura 15. Malla organizadora 2. Abonar.

TAREA: ABONAR					
MANIFESTACIONES MATEMÁTICAS RECURRENTES:					
Estiman la posible cantidad de abono necesario para el terreno deshierbado. Esta decisión permite que escojan la cantidad de frascos o baldes de abono y los aparten o lleven cerca del terreno, para el desarrollo de la labor.				**Miden con ayuda de la mano porciones de abono Vierten el abono en el terreno mientras caminan.**	ACTIVIDADES
DESCRIPCIÓN: Miden con ayuda de la mano porciones de abono.					
TRANSCRIPCIÓN DEL VIDEO, NOTA DE CAMPO O DESCRIPCIÓN FOTOGRÁFICA	**EVIDENCIA DE ACCIÓN**	**USO DEL CONOCIMIENTO PROPORCIONAL EN LA HUERTA-ESCOLAR • AREAS**		**HERRAMIENTAS** (FÍSICAS ANTROPOMÉTRICAS FISICAS EXTERNAS)	**RAZONAMIENTOS PROPORCIONALES DE TIPO**
		FUNCIONAMIENTOS	**FORMAS**		
V8-E-032: ¿y el abono cómo lo echan, ¿cuánto abono echan, ¿cómo saben cuánto deben echar?	Los niños toman un puñado de cascarilla de arroz y se dirigen al cultivo, allí esparcen la cascarilla de forma que todo el terreno quede completamente cubierto con producto. Si hay alguna zona que no haya sido cubierta se devuelven y colocan más cascarilla	Los niños determinan la cantidad de cascarilla a usar de acuerdo con el tamaño del terreno a medir, saben que este debe quedar recubierto por completo.	Hay una relación cantidad de cascarilla y el área del terreno a abonar, pese a que no manifiestan cuanto es exactamente la cantidad de cascarila si reconocen que entre más grande sea el terreno mayor se ala cantidad de cascarilla Área de un terreno, la cual determina la cantidad de producto a emplear ¿Cuánta cascarilla se requiere para un terreno en particular?	El puñado (medida antropométrica) El razonamiento	En esta tarea se pone en evidencia la relación área del terreno y cantidad del producto, Hay un reconocimiento de un ejercicio que requiere cubrir el área completa del terreno a sembrar con el insumo, de modo que no queden espacios sin recubrir. cuantitativas. **La cantidad de composta: tamaño del terreno** **Relación cuantitativa, no numérica entre magnitudes de diferente naturaleza; evidenciada a través de un razonamiento cualitativo** En este momento la razón es una unidad de medida
V8-N1-033: Cuando se le echa la tierra y después se le echa el "compostaje" que es el abono de los, de las vacas, como los caballos					
V8-N2-034: Y Después echamos la cascarilla					
V8-E-038: ¿Y cada, que cantidad de compostaje echan, que cantidad de cascarilla?					
V8-N1-039: Que quede como con todo, que casi no se vea la tierra					

Fuente: Elaboración propia.

5.4 Tarea: Hacer surcos

Foto 17. Surcos en huertas escolares en Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

Durante el desarrollo de esta tarea se logró evidenciar cómo los estudiantes llevan a cabo algunas manifestaciones matemáticas recurrentes, las cuales se describen y analizan a continuación.

a) La medida entre surcos

Para establecer la medida entre surcos, **los estudiantes usan unidades de medida como pasos**. Hacen el surco con ayuda de una vara o azadón, dan dos pasos y vuelven a hacer el surco. **El hecho de reconocer el posible tamaño de la producción también hace que se tomen decisiones respecto a la cantidad de pasos que darán**. Los niños reconocen que una cosecha de papa criolla puede hacerse en surcos de dos pasos de distancia, mientras que una cosecha de papa sabanera requiere de dos pasos largos. Esta relación obedece a un **razonamiento proporcional de orden cualitativo, donde entre más grande sea la cosecha más pasos deben darse y se manifiesta a través de un lenguaje retórico.**

Tabla 19

Tipo de cultivo: distancia entre surcos

Tipo de cultivo	Distancia entre surcos
papa criolla →	Un paso
papa sabanera →	Dos pasos

Fuente: Elaboración propia.

b) La anticipación de la producción

Cuando los estudiantes deciden hacer los surcos conocen perfectamente el posible tamaño de la producción. Su razonamiento obedece a un proceso de anticipación un razonamiento que se justifica a partir de **su experiencia o herencia cultural**. En consecuencia, las decisiones referentes a la distancia que debe haber entre surcos dependen del conocimiento que **traen de sus casas, o de experiencias previas de la escuela que le permiten identificar que un producto crecerá más que el otro.** Es así como esta **anticipación al ser razonada** implica el establecimiento de relaciones entre el tamaño de la producción con la separación de los surcos.

Figura 16. Malla organizadora 3. Hacer surcos.

TAREA: HACER SURCOS					
MANIFESTACIONES MATEMÁTICAS RECURRENTES: Miden el terreno con ayuda de unidades de medida acordadas como: pasos. Anticipan respecto al posible tamaño de la producción respecto al tamaño del terreno. Hacen los surcos con ayuda de palos o varas. ACTIVIDADES					
DESCRIPCIÓN: El niño explica cómo hacer los surcos					
TRANSCRIPCIÓN DEL VIDEO, NOTA DE CAMPO O DESCRIPCIÓN FOTOGRÁFICA	EVIDENCIA DE ACCIÓN	USO DEL CONOCIMIENTO PROPORCIONAL EN LA HUERTA-ESCOLAR MEDICIÓN		HERRAMIENTAS (FÍSICAS ROPOMÉTRICAS FISICAS EXTERNAS)	AZONAMIENTOS PROPORCIONALES DE TIPO
		FUNCIONAMIENTOS	FORMAS		
V14-N-008: Yo cojo el azadón y a cada lado va cogiendo la tierra y la va subiendo como para subir una pirámide que quede…	Los niños cogen el azadón tal y como les enseñaron sus padres (así lo afirman). Arrastran el azadón en línea recta de forma que queden hendiduras limitadas por lo que ellos llaman pirámides de tierra. Una vez que finalizan una línea dan dos pasos hacia los lados y hacen el otro surco.	El niño usa el pie como patrón para tomar las distancias entre surco El niño reconoce la existencia de una figura geométrica (pirámide) que se forma en la construcción de surcos. El niño hacen uso del tiempo que dura la cosecha como unidad de medida para determinar cada cuanto la tarea se repite.	Se establece el pie como medida antripométrica para determinar la distancia entre los surcos Se reconoce la existencia de una forma geométrica (pirámide) Se reconoce el tiempo como unidad de medida para determinar la recurrencia de la tarea	El azadón El paso (Medida Antropométrica) Razonamiento	En esta tarea se pone en evidencia, el reconocimiento de figuras geométricas. Además del empleo de los pasos como patrón para medir distancias entre surcos.
V14-E-009:¿Cómo sabes la distancia para los surcos?					
V14-N-010: Pues por ahí eeh, con el paso del pie, dos pasos del pie,					
V14-E-011:¿Cada cuánto ustedes hacen surcos en la huerta?					

Fuente: Elaboración propia.

5.5 Tarea: Regar

Foto 18. Niña de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro de Soacha regando el terreno. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

Durante el desarrollo de esta tarea se logró evidenciar cómo los estudiantes llevan a cabo algunas manifestaciones matemáticas recurrentes, las cuales se presentan a continuación.

a) La selección del tipo de riego

Para la realización del riego, es necesario establecer el tipo de riego. Este obedece a las características propias de la planta y del lugar donde esta esté plantada. Existen diferentes tipos de riego: por goteo, por aspersión, por medio de teteros, el común y el riego por gravedad. **El conocimiento de cómo efectuar cada tipo obedece al conocimiento que ha otorgado la experiencia (técnico), en el hogar (cultural) o aquel trasmitido por los maestros (culto),** pues ellos han recibido algunas capacitaciones en donde reconocen los tipos de riego. Por tanto, los maestros comparten su aprendizaje con los niños. En esta tarea es claro cómo **el saber sabio, cultural y técnico viven en igualdad de condiciones, pues no es el tipo de riego que diga determinada persona el que se va a usar, sino aquel que sea útil y que permita el éxito de la tarea. En este orden de ideas lo que norma la decisión a tomar es el conocimiento sobre el quehacer.**

b) La clasificar el cultivo

La selección del tipo de riego está estrechamente relacionada con el tipo de cultivo. Hay una relación directa que es establecida por la experiencia. Los niños

saben que las fresas al estar ubicadas de forma colgante requieren un riego diferente al de las lechugas que están en camas o al de las papas que están en terrenos. Este conocimiento implica que los niños dadas las características de la planta sean capaces de clasificar los terrenos conforme el tipo de riego necesario.

Tabla 20

Tipo de cultivo: tipo de riego

Tipo de cultivo		Tipo de riego
colgante	→	Goteo
en camas	→	común
En terreno	→	Teteros

Fuente: Elaboración propia.

c) La comparación entre el color y la textura de la tierra.

La experiencia en el riego hace que los estudiantes reconozcan que la cantidad del agua vertida cambia el color de la tierra. Al respecto, los niños afirman que entre más agua se vierta en la tierra, esta va a estar más obscura y el color para un buen cultivo no debe ser tan obscuro. De aquí que se logre **establecer una relación de entre magnitudes de diferente naturaleza: agua-color de la tierra, entre una cantidad y una cualidad.**

"entre más agua, la tierra es más obscura"* o *"entre más agua la tierra es más blanda".

[nota de campo 24, I.E. Eugenio Díaz Castro, 2016]

Esta afirmación permite identificar otro tipo de relación aquella que se establece entre la cantidad de agua y la textura de la tierra; nuevamente **una relación de entre magnitudes de diferente naturaleza: agua-textura, entre una cantidad y una cualidad.**

d) La estimación de la cantidad de agua para el riego

La estimación de la cantidad de agua para el riego **obedece a los a los juicios que los niños establecen sobre el valor de una determinada cantidad sobre el resultado de una medida realizada mentalmente** o con ayuda de instrumentos de riego como el vaso o regaderas (Ver fotografía 18). En esta tarea

la estimación permite el reconocimiento de magnitudes continuas, las cuales se manifiestan a través de expresiones como:

"para regar la fresa solo se necesita medio vaso más o menos".

[nota de campo 27, I.E. Eugenio Díaz Castro, 2016]

La estimación trae consigo otro razonamiento adicional a la medida, el razonamiento relacionado con la recurrencia de un evento referido a cómo y cuándo se repite. Esto determina que una tarea de este tipo se debe hacer cada cierto tiempo, el cual está determinado por días o periodos de días. Sin embargo, existen factores externos que inciden en la variación de las decisiones, pues en el caso de existencia de lluvia la tierra adquiere la humedad necesaria que se identifica a través del color; esa será entonces la señal para modificar lo periódico del evento. Así que la periodicidad en el tiempo adquiere un estatus de unidad de medida al determinar la regularidad en la ejecución de la tarea.

"se echa agua todos los lunes porque ya nos dimos cuenta que cada ocho días la tierra se seca".

[nota de campo 24, I.E. Eugenio Díaz Castro, 2016]

Figura 17. Malla organizadora 4. Regar.

TAREA: REGAR					
MANIFESTACIONES MATEMÁTICAS RECURRENTES: **Seleccionan el tipo de riego necesario según el cultivo.** **Clasifican en cultivo dependiendo del tipo de riego.** **Estiman la cantidad de agua necesaria para el riego dependiendo del tipo de cultivo.** **Realizan el riego** **Comparan color de tierra con cantidad de agua.** ACTIVIDADES					
DESCRIPCIÓN: Los niños explican cómo deciden cuándo hacen el cambio de un tetero en un riego					
TRANSCRIPCIÓN DEL VIDEO, NOTA DE CAMPO O DESCRIPCIÓN FOTOGRÁFICA	**EVIDENCIA DE ACCIÓN**	**USO DEL CONOCIMIENTO PROPORCIONAL EN LA HUERTA-ESCOLAR**		**HERRAMIENTAS** (FÍSICAS ANTROPOMÉTRICAS FÍSICAS EXTERNAS)	**RAZONAMIENTOS PROPORCIONALES DE TIPO**
		FUNCIONAMIENTOS	**FORMAS**		
V8-N1-009: La fresa es esa y esa V8-N1-009: Y estas botellitas son pa', pa que la tierra este más húmeda V8-N1-011: Y no se dañen las plantas, entonces como la botella se tapa de tierra entonces va goteando y va a estar la tierra húmeda V8-N1-013: A lo que se entierra se tapa de tierra y va goteando, ¿si? V8-E-014: Lo que la mata necesita V8-E-016: Cada, cada, todos los lunes lo ponemos	Los niños llenan una botellas de agua las cuales previamente fueron perforadas por los maestros en sus tapas. Cierran las botellas y las entierran al lado de cada planta sembrada. Los niños seleccionan un palo de forma que aguante el surtido. Luego entierran el palo de forma que le de estabilidad al surtidor.	Los niños usan el tiempo como una unidad de medida para determinar cuándo se debe cambiar el tetero Los niños tienen en cuenta el día y la hora que lo prendieron dado que ello determina el tiempo que debe estar prendido. Para ellos el tiempo que el surtidor esta prendido determina el cambio de textura de la tierra	Relación tiempo/riego Relació: tamaño del surtidor y grosor del palo Relación cantidad de agua y color de la tierra (entre más agua más negra la tierra)	Botellas, tiempo, sentidos	En esta tarea se ponen en evidencia tres tipos de relaciones: La primera, entre cantidad de agua y textura de la tierra. La segunda, entre tipo de riego y periodicidad de riego. Esta relación pone en juego lo periódico, el cómo y cuándo se repite un evento. La tercera entre el tamaño del surtidos y grosor del palo que lo detendrá. Tres relaciones entre magnitudes de diferente naturaleza

Fuente: Elaboración propia.

5.6 Tarea: Trasplantar

Foto 19. Niños de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro de Soacha. Trasplantando. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

Durante el desarrollo de esta tarea se logró evidenciar cómo los estudiantes llevan a cabo algunas manifestaciones matemáticas recurrentes, las cuales se presentan a continuación.

a) La comparación del tamaño de las plántulas

La comparación se realiza teniendo como referencia el tamaño de la plántula con otra que haya alcanzado el tamaño esperado. Esta se hace de manera indirecta haciendo uso de los palmos o pequeñas varas. Sean **herramientas antropométricas o no** las que se emplean para la realización de comparaciones, éstas surgen ante la dificultad de establecer comparaciones directas entre las plántulas. **Surge la necesidad de establecer un intermediario o mediador del proceso.** En estas comparaciones no hay un número asignado, existe tan solo una referencia que será el tamaño ideal que la plántula que ha alcanzado para ser trasplantada.

La guía del maestro es un factor fundamental en este proceso, pues es él quien le asigna el estatus de referencia a una plántula y son los niños quienes luego buscan estrategias de comparación. **Es decir, una construcción de todos, un hacer donde todos aportan.**

b) La selección de las plántulas

Luego del ejercicio de comparación se eligen las plantas a trasplantar a través del criterio: *tener la misma altura que.* Este criterio permite identificar cómo **sin una asignación numérica inicial, sí existe una idea clara de una medición la cual es una característica que adquiere la plántula al ser comparada a través de mediador.**

c) La clasificación de las plántulas para trasplante

La selección de las plántulas que requieren el trasplante implica que los niños han sido capaces de partir el conjunto de plántulas inicial en dos subconjuntos, los cuales comparten una característica común: su tamaño. Aquí los estudiantes han logrado reconocer que estas plántulas tienen unas características particulares, que dichas características además se pueden **comparar (magnitudes) y que existe un instrumento (mediador), que permite la comparación indirecta (transitividad).**

d) La anticipación del tamaño de la producción

El tamaño del terreno y la distancia entre la siembra producto del trasplante es muy importante. Esto implica que **las decisiones deben ser razonadas** y que obedecen a formas de pensar del mismo tipo de aquellas que se emplean a la hora de sembrar. Al momento de trasplantar, los estudiantes razonan teniendo en cuenta su experiencia sobre el posible tamaño de la producción respecto a la porción de terreno que requiere ser trasplantada. Al igual que para preparar el terreno, los niños son conscientes que, si requieren una gran producción, el terreno a trasplantar debe ser mayor a si se espera una producción no tan grande. Esta anticipación al ser razonada implica el establecimiento **de relaciones entre el tamaño del terreno con la producción**, lo cual permite realizar inferencias a priori.

El razonamiento implica además un reconocimiento del tipo de producción mediado por características como tiempo, clima, tipo de terreno, riego, abono, tipo de plántula, entre otros, las cuales no son variables controladas en su totalidad. Sin embargo, la experiencia del hacer permite ante un caso no controlado buscar soluciones inmediatas que permitan el éxito del proceso.

Figura 18. Malla organizadora 5. Trasplantar.

TAREA: TRASPLANTAR					
MANIFESTACIONES MATEMÁTICAS RECURRENTES: **Comparan el tamaño de la plántula con otras que han tengan el tamaño esperado.** **Seleccionan aquellas plántulas que tienen el tamaño esperado para el trasplante.** **Clasifican aquellas plántulas que ya pueden ser trasplantadas.** **Anticipan el posible tamaño de la producción a futuro para tomar decisiones respecto al tamaño del terreno necesario para el trasplante.** **Realizan el trasplante.**				ACTIVIDADES	
DESCRIPCIÓN: Los niños explican cómo tomar la decisión de trasplantar					
TRANSCRIPCIÓN DEL VIDEO, NOTA DE CAMPO O DESCRIPCIÓN FOTOGRÁFICA	**EVIDENCIA DE ACCIÓN**	**USO DEL CONOCIMIENTO PROPORCIONAL EN LA HUERTA-ESCOLAR**		**HERRAMIENTAS (FÍSICAS ANTROPOMETRICAS FÍSICAS EXTERNAS)**	**RAZONAMIENTOS PROPORCIONALES DE TIPO**
		FUNCIONAMIENTOS	**FORMAS**		
V9-E-035: ¿están floreciendo? ¿Cómo ves que están floreciendo, me explicas?	Los niños miran una planta que acabaron de trasplantar, con aquellas que están en el semillero. Luego si ven que tiene el mismo tamaño la extraen con cuidado y la llevan a trasplantar en camas de siembra	Los niños comparan el tamaño de la planta que se encuentra en el semillero con otra que acaban de trasplantar para ello solo miran la planta y dicen que ya tiene el tamaño necesario	Relación de igualdad ¿Hay otro motivo que determine el trasplante?	Sentidos para comparar Varas Semilleros	Se evidencia una comparación entre dos magnitudes de la misma naturaleza, haciendo uso de los sentidos o de un intermediario: una vara. Otro factor que determina si el necesario hacer el trasplante es la medida del semillero, pues el tamaño de las raíces deberá alcanzar una medida menor o igual al semillero antes de ser trasplantada.
V9-N2-036: Es que ya están creciendo y cuando ya crecen, ya crecen el semillero ya no la puede resistir y toca sacarlas y ponerlas en la camita para que, para que, pa que la raíz se dispersa					
V9-E-037: ¿y cómo sabes que el semillero ya no la resiste?					
V9-N2-038: Porque el semillero tiene un cuadrado y las raíces son largas y cuando las raíces son largas se, se ¡no! Se estrellan porque cuando se estrellan acá ya, ya no hay espacio y toca dejarla afuera pa que se crezca las raíces					
V9-E-030:¿De qué tamaño tienen que ser para trasplantarlas?					
V9-N3-031:Grandecitas, como esta:					

Fuente: Elaboración propia.

5.7 Tarea: Cosechar

Foto 20. Niños y maestro de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro de Soacha preparados para cosechar. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

Durante el desarrollo de esta tarea se logró evidenciar cómo los estudiantes llevan a cabo algunas manifestaciones matemáticas recurrentes, las cuales se presentan a continuación.

a) La comparación del tamaño de las plantas

Durante la cosecha los estudiantes comparan el tamaño de las plantas que han alcanzado la medida esperada con aquellas que van a cosechar, esto con la finalidad de tomar decisiones respecto a si está determinada planta esta lista. La comparación se realiza de la misma forma que se hace en el trasplante, de manera indirecta haciendo uso de los palmos. El uso de esta medida antropométrica surge ante lo tedioso que pudiera resultar una comparación directa entre la producción. El palmo se constituye en un **intermediario o mediador del proceso de comparación.** Sin embargo, existen también comparaciones indirectas basadas exclusivamente en los sentidos como el conocimiento previo del color de una cosecha o el conocimiento previo sobre el tamaño que esta debería tener. **En estas comparaciones no hay un número asignado, existe tan solo una referencia producto de un conocimiento actual o previo.**

b) La clasificación de la producción

La clasificación de la producción implica la división del conjunto de elementos en clases a partir de criterios relacionados con el tipo de cosecha, la cual es a su vez subclasificada en términos de color o tamaño.

c) El conteo de la producción

Una vez que se recoge la cosecha, se procede a contar los frutos. El conteo se hace estableciendo una relación biunívoca entre cada fruto y un número natural. En la cosecha se evidencia un **razonamiento más generalizado** pues los estudiantes han razonado para anticipar la cantidad de frutos, tubérculos o vegetales que obtendrán y es en este momento donde su razonamiento se reafirma o no. Una vez realizado el conteo, los estudiantes razonan respecto o lo obtenido y **manifiestan de forma verbal a través de un lenguaje sincopado**, afirmaciones como:

"esta cosecha fue el doble que la de la vez pasada"

[nota de campo 26, I.E. Eugenio Díaz Castro, 2016]

Figura 19. Malla organizadora 6. Cosechar.

TAREA: COSECHAR					
MANIFESTACIONES MATEMÁTICAS RECURRENTES: **Comparan el tamaño de las plantas que han alcanzado la medida esperada para tomar decisiones respecto a si ésta determinada planta está lista para la cosecha.** **Comparan tamaños de la cosecha para su clasificación.** **Clasifican la producción de acuerdo con las características de la cosecha.** **Cuentan la producción** ACTIVIDADES					
DESCRIPCIÓN: El niño explica como cosechar la siembra					
TRANSCRIPCIÓN DEL VIDEO, NOTA DE CAMPO O DESCRIPCIÓN FOTOGRÁFICA	**EVIDENCIA DE ACCIÓN**	**USO DEL CONOCIMIENTO PROPORCIONAL EN LA HUERTA-ESCOLAR**		**HERRAMIENTAS** (FÍSICAS ANTROPOMÉTRICAS FÍSICAS EXTERNAS)	**RAZONAMIENTOS PROPORCIONALES DE TIPO**
		FUNCIONAMIENTOS	**FORMAS**		
V14-N-095: El proceso es que a la papa usted tiene que al lado, ¿sí? Entonces usted tiene aquí la papa sembrada, ¿sí? En cambio usted no tiene que ponerse en la mitad de la papa o si no pica toda la papa, usted empieza a escarbar por los lados y apenas vea que sale una papa-Usted coge la papa así, coge la flor y la jala así hacia arriba y ya de una le bota todas las papas, todas! V14-E-096: ¿Cuántas papas bota? V14-N-097: Así cuando usted le echa tres o cuatro, le bota por ahí veinticinco papas	EL estudiante se ubica frente al sembrío de papas, escarba la tierra y con ayuda de un gancho hala la papa	Usan las manos y el conocimiento previo para determinar cuándo el sembrío está listo para la cosecha. Su experiencia le permite asegurar la cantidad de papas de la cosecha Se establecen equivalencias Cuando le hecha tres o cuatro dan veinticinco papas Cuando le mete dos por ahí quince Al no tener experiencia en la siembra de cubios, el estudiante no se atreve a afirmar lo que ocurrirá	Equivalencias entre cantidad de semillas y obtención de productos Relaciones de dependencia entre calidad de la cosecha y variables como calidad de la tierra, semilla, y cuidado del cultivo	Manos	Se establecen equivalencias y dependencias que permiten anticipar acontecimientos, estas están determinadas por la experiencia. **La cantidad de papas sembradas bota otra cantidad de papas** **Relación cuantitativa con magnitudes de igual naturaleza** **Papas sembradas** / **Papas obtenidas** **3 o 4** / **25** **2** / **15** Razonamiento aditivo

Fuente: Elaboración propia.

5.8 Tarea: Podar

Foto 21. Podando. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

Durante el desarrollo de esta tarea se logró evidenciar cómo los estudiantes llevan a cabo algunas manifestaciones matemáticas recurrentes, las cuales se presentan y describen a continuación.

a) La comparación del tamaño de la planta

La comparación se realiza teniendo como referencia el tamaño y forma de la planta con otra que haya alcanzado el tamaño o forma esperado. Esta se hace de manera indirecta haciendo uso de varas, palmos o envergaduras. **Las herramientas antropométricas o de otro tipo** empleadas para la realización de comparaciones surgen ante la imposibilidad de establecer comparaciones directas entre las plántulas. Es así como nuevamente surge **la necesidad de establecer un intermediario o mediador del proceso.** En estas comparaciones no hay un número asignado a la comparación, existe tan solo una referencia que será la planta que ha alcanzado el tamaño o forma ideal.

La guía del maestro nuevamente es un factor fundamental en este proceso, pues es él quien en muchas ocasiones le asigna el estatus de referencia a una planta. Otro aspecto es el conocimiento que tienen del producto, pues muchos afirman que una planta debe tener cierta forma o alcanzar cierta medida para ser ideal, lo cual los lleva a buscan estrategias de comparación.

b) La selección de los insumos para la poda

La selección que se realiza en esta tarea permite establecer una relación entre los insumos para la poda y el tipo de planta. Esta selección es de la misma naturaleza que la selección que realizan del tipo de riego, dependiendo del tipo de planta se realiza la selección de los insumos para la poda. **Aunque se reconoce la existencia de serruchos y machetes para la poda, pues son insumos empleados por sus familias en cultivos grandes (saber cultural)**, en la huerta escolar predominan las tijeras de diferentes tamaños. La selección del tamaño de las tijeras obedece al tamaño de la planta, así **entre más grande sea la planta por podar más grande será la tijera (saber técnico)**.

c) La clasificar el cultivo

Para proceder a realizar la poda, es necesario dividir tanto las plantas como los tipos de insumos para la poda a partir de un criterio: *elemento requerido para la poda de determinada planta*. Esto permite una relación biunívoca.

Tabla 21

Tipo de el de elemento de poda: tipo de planta

Tipo de elemento		Tipo de planta
Tijeras pequeñas	⟹	Plantas pequeñas
Tijeras grandes	⟹	Plantas grandes

Fuente: Elaboración propia.

Figura 20. Malla organizadora 7. Podar.

TAREA: PODAR					
Comparan el tamaño y forma de la planta con otras que tengan el tamaño y forma		Seleccionan insumos necesarios para realizar la poda. Clasifican las plantas de acuerdo al tipo de poda.		ACTIVIDADES	
DESCRIPCIÓN: El niño explica como cosechar la siembra					
TRANSCRIPCIÓN DEL VIDEO, NOTA DE CAMPO O DESCRIPCIÓN FOTOGRÁFICA	EVIDENCIA DE ACCIÓN	USO DEL CONOCIMIENTO PROPORCIONAL EN LA HUERTA-ESCOLAR * RAZÓN		HERRAMIENTAS (FÍSICAS ANTROPOMÉTRICAS FÍSICAS EXTERNAS)	RAZONAMIENTOS PROPORCIONALES DE TIPO
		FUNCIONAMIENTOS	FORMAS		
NC-5: Los estudiantes afirman que no todas las plantas son iguales, ni necesitan los mismos cuidados. Además estas no se podan en el mismo periodo. Los cultivos deben ser podados cuando están inactivas, no hay brotes de una nueva cosecha. La poda le da mayor fortaleza a la planta.	Los estudiantes se colocan los guantes y tijeras de podado, se dirigen hacia el sembrío que requiere la poda. Con ayuda de las tijeras y con precisión cortan las hojas sobrantes y comparando la planta a podar con otra ya podada dan el tamaño esperado	Se seleccionan de acuerdo a sus características (hojas secas o tamaño), aquellas plantas que requieren ser podadas.	Clasificación de acuerdo a caracteristicas Relaciones de igualdad	Manos	Se establece un objeto como patrón de medida, se comparaciones y clasificaciones de las plantas de sus características y el objetivo de la tarea Se evidencian razonamiento de tipo cualitativo cuando lo estudiantes firman: "Entre más grande sea la planta, más grande deben ser las tijeras para podar"

Fuente: Elaboración propia.

5.9 Tarea: Tutorar

Foto 22. Ejemplo de tutor.

Fuente: Balda, (2016).

Durante el desarrollo de esta tarea se logró evidenciar cómo los estudiantes llevan a cabo algunas manifestaciones matemáticas recurrentes, las cuales se presentan y describen a continuación.

a) La comparación del tamaño de las plantas

Para colocar el tutor y determinar su tamaño, es necesario comparan el tamaño de plantas que han crecido a su nivel esperado, con las varas para servirán de tutores. Para ello existen dos tipos de comparaciones. **La primera comparación es una comparación directa** de la planta con la vara, en esta comparación los niños colocan la vara al lado de la planta, marcan la vara con la altura necesaria.

b) La medición del tamaño de la vara para tutorar

La segunda comparación se realiza una vez se tienen la vara marcada, para ir en la búsqueda de otras que tengan esta misma medida. Es decir, la **planta inicial es una unidad de medida** que luego convierte a la vara en un patrón para ir en la búsqueda de nuevos insumos para el tutoreo.

Ante la imposibilidad de obtener varas iniciales, los estudiantes usan medidas antropométricas para determinar la longitud de las varas a tutorar. **Los palmos son los patrones usados regularmente; estos son patrones son contextualizados y acordados por la comunidad.**

c) La anticipación del crecimiento de una planta

Algunas plantas requieren ser tutoradas siendo pequeñas. El conocimiento que da la experiencia permite anticipar el posible tamaño de la planta para determinar el tamaño de la vara con la que se tutorará. Para ellos los niños toman varas y dicen:

"El maracuyá crece más o menos como este palo, así que este me sirve"

[nota de campo 26, I.E. Eugenio Díaz Castro, 2016]

d) La selección de las varas para tutorar

La selección de las varas a tutorar obedece al tamaño esperado de las plantas. Lo cual **está determinado por el conocimiento que ellos tengan sobre qué tanto crecerán.** La selección depende del tamaño y se da luego de múltiples comparaciones.

e) La clasificación de las varas para tutorar

La clasificación de las varas para tutorar y las plantas implica la división de los conjuntos en clases respecto a:

- Tipo de planta, pues no todas requieren de esta tarea.
- Tipo de tutor, pues el tipo de tutor puede ser vertical u horizontal o grueso o delgado.
- Tamaño del tutor, pues dependiendo del tamaño que se conoce, por experiencia se selecciona el tamaño de tutor.

Estas elecciones traen consigo un reconocimiento al quehacer técnico, popular y culto, que otorga el reconocimiento del tipo de planta o de tutor. El uso de patrones antropométricos empleados en esta tarea como en otras implica una evolución que inicia con el reconocimiento de una característica comparable, la longitud de la vara; la conservación de esta característica al pasarla de la planta a un patrón; la asignación numérica de al patrón de medida; y el reconocimiento de la transitividad como característica que da sentido a un intermediario para la realización de la medida.

Figura 21. Malla organizadora 8. Tutorar.

TAREA: TUTORAR					
Comparan el tamaño de plantas que han crecido a su nivel esperado respecto a el tamaño de las varas para tutorar. **Miden el tamaño de la vara para tutorar con unidades de medidas no convencionales como: palmos.** **Anticipan el crecimiento de una planta para seleccionar el tamaño de la vara para tutorar.**		**Seleccionan las varas para tutorar de acuerdo con el tamaño y características.** **Clasifican las plantas y varas de acuerdo con el tamaño del tutor** ACTIVIDADES			
DESCRIPCIÓN: Los niños explican el tamaño que debe tener el palo con el cual se tutora la siembra de arveja					
TRANSCRIPCIÓN DEL VIDEO, NOTA DE CAMPO O DESCRIPCIÓN FOTOGRÁFICA	**EVIDENCIA DE ACCIÓN**	**USO DEL CONOCIMIENTO PROPORCIONAL EN LA HUERTA-ESCOLAR** *** UNIDAD DE MEDIDA**		**HERRAMIENTAS** (FÍSICAS ANTROPOMÉTRICAS FÍSICAS EXTERNAS)	**RAZONAMIENTOS PROPORCIONALES DE TIPO**
		FUNCIONAMIENTOS	**FORMAS**		
V5-N3-085: Después de que crezca se entierran los palos	Los estudiantes seleccionan los palos del tamaño esperado de la siembra. Luego se acercan a la siembra y lo entierran para darle dirección a su crecimiento	Usa el palo como patrón para la altura que debe tener el sembrío (significado para la razón)	Patron de medida ¿Qué es un metro?	Externa : Un palo	En esta tarea se pone en evidencia el empleo de un patrón que representa una unidad de medida y se pone en juego lo que para ellos es una cantidad grande. Se logra identificar la construcción de una unidad a través de una herramienta, la cual es bautizada con un nombre que para ellos es común y aceptada por la comunidad.
V5-E-086:¿palos? ¿para qué palos?					
V5-N1-087: Para que la esta quede…		El estudiante usa el nombre de una unidad de medida para denominar una distancia establecida y acordada por la comunidad como la distancia que la planta debe tener.			
V5-N2-088: Para colgarla					

Fuente: Elaboración propia.

5.10 Tarea: Atierrar

Foto 23. Padre de familia de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro de Soacha atierrando sembrío de papa. Soacha.

Fuente: Balda, (2016).

Durante el desarrollo de esta tarea se logró evidenciar cómo los estudiantes llevan a cabo algunas manifestaciones matemáticas recurrentes, las cuales se presentan y describen a continuación.

a) La comparación de la textura de la tierra.

La comparación se hace entre tipos de tierra, la experiencia indica que la tierra que demanda el ejercicio es aquella que ya está dura y requiere de un movimiento que permita que los nutrientes se mezclen. **Este ejercicio en su mayoría es realizado por padres de familia** (Ver fotografía 23), pues demanda de fuerza. Aunque los niños no realicen el quehacer en su totalidad, siguen los pasos de sus padres, observan con detalle cómo realizan el ejercicio con azadones y con otras herramientas de menor tamaño **imitan el quehacer de sus padres.**

b) La selección del sembradío a atierrar

La selección del sembradío a atierrar demanda de un conocimiento previo sobre las características que requieren este proceso, las cuales **estas son conocidas gracias a la experiencia que tienen de cosechas anteriores. Es decir, el haber llevado a cabo esta tarea en ocasiones pasadas permitió a los estudiantes configurar el entramado de características que dotan al sembradío el estatus de apropiado para el desarrollo de la tarea, un saber técnico a través del hacer que se relaciona con el saber cultural**, pues en algunas ocasiones son los padres quienes dan a conocer a los niños las características que debe tener un cultivo para ser atierrado.

Figura 22. Malla organizadora 10. Atierrar.

TAREA: ATIERRAR					
MANIFESTACIONES MATEMÁTICAS RECURRENTES: Comparan la textura de la tierra de las plantas sembradas. Seleccionan y clasifican aquellas que requieren o no el proceso. ACTIVIDADES					
DESCRIPCIÓN: Los niños atierran el sembrio de papas					
TRANSCRIPCIÓN DEL VIDEO, NOTA DE CAMPO O DESCRIPCIÓN FOTOGRÁFICA	ACCIONES	USO DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO * RAZÓN *UNIDAD DE MEDIDA		HERRAMIENTAS (FÍSICAS ROPOMÉTRICAS FÍSICAS EXTERNAS)	OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN
		FUNCIONAMIENTOS	FORMAS		
V5-P1-138: ¿Qué están haciendo los papás? ¿qué es eso? explícale	Un padre de familia con ayuda de un azadón remueve la tierra alrededor del sembrío de la papa. Un estudiante va detrás de el removiendo nuevamente el trabajo del papa.	Usan el tiempo como unidad de medida para determinar el momento para atierrar.	Hay una relación Calidad de la mano y lo pareja de la papa cosechada Tiempo de sembrado y atierro (relaciones ontológicas) El tiempo es una unidad de medida para determinar el momento para atierrar	Palas para atierrar Tiempo	En esta tarea se pone en evidencia la existencia de dos relaciones: Calidad de la mano y lo pareja de la papa cosechada Tiempo de sembrado y atierro La última relación determina además un significado de carácter periódico asociado a la experiencia
V5-N1-139: Atierrar, para que no quede torcida y para que la mata crezca					
V5-P1-140: Le echan tierra de la misma al rededor					
V5-N1-141: De la misma					
V5-N2-142: A la arveja también se le echa					
V5-E-143: También toca atierrarla					

Fuente: Elaboración propia.

CAPÍTULO 6

USOS DE LO PROPORCIONAL QUE EMERGEN EN EL CONTEXTO DE LA HUERTA ESCOLAR.

Capítulo 6. Usos de lo proporcional que emergen en el contexto de la huerta escolar

6.1 Análisis de los usos de lo proporcional que emergen en el contexto de la huerta escolar

Una vez identificada la huerta escolar como escenario de investigación y al reconocer que la reconstrucción de significados se puede evidenciar a través del hacer, se llevó a cabo la organización de la información a través de las mallas organizadoras. Esta ordenación permitió a la luz de la unidad de análisis caracterizar de forma detallada cómo se llevan a cabo las manifestaciones matemáticas recurrentes, llevando a concluir:

a. Las comparaciones son manifestaciones matemáticas recurrentes realizadas por los niños desde grado preescolar. Se dan entre magnitudes de igual o distinta naturaleza y buscan establecer semejanzas, diferencias o dependencias entre dichas magnitudes. Estas comparaciones generan relaciones de dependencia justificadas a través de equivalencias. Las comparaciones entre magnitudes de igual naturaleza se establecen de forma directa poniendo un objeto al lado de otro para realizar el cotejo. Cuando no es posible hacer una comparación directa se hace uso de un mediador, el cual es un patrón que puede ser antropométrico y no antropométrico.

b. Para las mediciones se usan patrones antropométricos o no antropométricos que representan unidades de medida acordadas por la comunidad, unidades de medida no convencionales a las cuales, en muchas ocasiones son bautizadas por los niños con nombres de unidades de medida del sistema métrico decimal. Tal es el caso de lo que ellos denominan metro, lo cual hace referencia a la medida que debe tener un tutor.

c. La comunicación entre los estudiantes se da en términos retóricos o sincopados y manifiesta las construcciones conceptuales productos de comparaciones y mediciones.

d. Las clasificaciones se realizan entorno a características de medición y conteo.

e. La estimación se realiza en términos de cálculos y medida.

f. La anticipación al ser una predicción razonada de algo implica el haber tenido una experiencia previa en torno a situaciones de cálculos, comparaciones y medidas.

El análisis llevado a cabo condujo a identificar en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar aquellos indicios de uso de lo proporcional a través de dos miradas que responden a los cuestionamientos: ¿Para qué usan la proporcionalidad en determinada tarea de la huerta escolar? (funcionamientos de lo proporcional), ¿Cuál es la relación entre los usos y modelos de pensamiento relacionadas con lo proporcional? y ¿Cómo el niño actúa sobre esta relación? (formas de lo proporcional).

A partir de los interrogantes planteados y como respuesta a los mismos se infirió que en las tareas llevadas a cabo en la huerta escolar lo proporcional vivía o se empleaba con ciertas intencionalidades, en particular tres: 1) Para establecer comparaciones entre variables de igual o distinta naturaleza, lo cual está en la base subyacente del pensamiento proporcional y conlleva al establecimiento de relaciones de dependencia. 2) Para el establecimiento de unidades de medida y uso de patrones de medida. Los patrones son empleados como herramientas para determinar la cantidad de veces que determinado objeto cabe exactamente en otro. Una comparación que inicialmente es determinada por números enteros y la cual ante la imposibilidad de relacionar siempre usando ese sistema numérico, otorga a la comparación como tal, el estatus de unidad para medir es aceptada e institucionalizada. 3) Para expresar generalizaciones, las cuales se manifiestan de forma evolutiva iniciando con expresiones retóricas que dan paso a expresiones sincopadas en donde generalizaciones como: el doble, el triple o la mitad, aparecen en el léxico de los estudiantes. A estas tres vertientes se les denominó *uso 1 y uso 2 y uso 3 de la proporcionalidad en el contexto de la huerta escolar.*

Tabla 22

Los usos de lo proporcional a la luz de los funcionamientos y las formas

	FUNCIONAMIENTOS DE LO PROPORCIONAL EN EL CONTEXTO DE LA HUERTA ESCOLAR	**FORMAS DE LO PROPORCIONAL EN EL CONTEXTO DE LA HUERTA ESCOLAR**
Establecimiento de comparaciones entre magnitudes de igual o distinta naturaleza y determinar relaciones.	La cantidad de semillas a colocar en la perforación depende de la textura de la tierra donde colocará las semillas. Los niños reconocen entre mayor cantidad de agua más obscura es la tierra La cantidad de abono a emplear depende del área del terreno. Se hacen comparaciones entre un terreno sembrado con el terreno que debo preparar para sembrar.	Relación la cantidad de semillas a colocar en la perforación con la textura de la tierra donde colocará las semillas. Relación entre cantidad de agua y color de la tierra. Relación entre cantidad de abono y área de la tierra. Relación entre terreno sembrado y terreno a sembrar.
Construcción de patrones y unidades de medida.	Uso de medidas antropométricas, paso, dedo, palmo para indicar el lugar donde se sembrará. Uso de herramientas como palos, vasos para determinar distancias o cantidad de agua necesaria para el sembrío. Lo periódico indicando lo que se repite y cómo se repite.	Patrones (paso-palmo-dedo-palo) Patrones (varas, palos, vasos) Unidades de medida (metro, decámetro) El tiempo como unidad de medida
Construcción de generalizaciones manifestadas a través de expresiones verbales	Afirmaciones en torno a la dependencia que hay entre la cosecha que se obtenga y las semillas sembradas	Al doble le corresponde más cosecha Al doble le toca el doble

Fuente: Elaboración propia.

Se presenta a continuación el análisis de cada uno de los usos de lo proporcional identificados en el contexto de la huerta escolar.

6.2 Uso 1: Para establecer comparaciones entre magnitudes de igual o distinta naturaleza y determinar relaciones

La comparación en una acción que consiste en fijar la atención en dos o más objetos para descubrir sus relaciones o evaluar sus similitudes o diferencias. Esta obedece a la exigencia cultural que se relaciona con la capacidad de expresar cualidades de objetos, lo cual permite el desarrollo de la idea de ordenación Bishop (1999, p. 83).

En el desarrollo de las tareas de la huerta escolar el reconocimiento de las características a comparar depende de la necesidad que establezca la tarea. Se evidencian comparaciones entre magnitudes de igual naturaleza como las presentadas en la tabla 23 o magnitudes de distinta naturaleza como el caso de la tabla 24.

Tabla 23

Comparaciones entre magnitudes de igual naturaleza que se llevan a cabo en las tareas de la huerta escolar

	TAREA
	PREPARAR EL TERRENO
COMPARACIONES ENTRE MAGNITUDES DE IGUAL NATURALEZA	Para determinar la cantidad de terreno a deshierbar, los niños comparan el terreno que están preparando con otro ya sembrado o comparan la parte del terreno que están arreglando con aquella parte ya arreglada o la totalidad del terreno para trabajar en su homogeneidad.

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 24

Comparaciones entre magnitudes de distinta naturaleza que se llevan a cabo en las tareas de la huerta escolar

	TAREA				
	Preparar el terreno	**Sembrar**	**Regar**	**Trasplantar**	**Cosechar**
COMPARACIONES ENTRE MAGNITUDES DE DISTINTA NATURALEZA	Los estudiantes comparan el estado de sus zonas de cultivo para tomar decisiones respecto a si el proceso continua o no.	Relación la cantidad de semillas a colocar en la perforación con la textura de la tierra donde colocará las semillas. La experiencia es un factor que le permite anticipar eventos y por ende tomar decisiones Hay una dependencia de variables mediada por la experiencia que se materializa cuando el estudiante establece una relación entre la cantidad de semillas que siembra y tamaño de la producción Cantidad de semillas de acuerdo al tamaño de la producción esperada.	Los niños toman la decisión de la cantidad de agua que la planta necesita dependiendo de la textura de la tierra. Los niños toman la decisión de la cantidad de agua que la planta necesita dependiendo de su color	Los niños comparan el tamaño de la planta que se encuentra en el semillero con otra que acaban de trasplantar para ello solo miran la planta y dicen que ya tiene el tamaño necesario	Se establecen relaciones de equivalencia entre la calidad de la cosecha y la calidad de la semilla, de la tierra, del árbol, del cuidado Usan las manos y el conocimiento previo para determinar cuándo el sembrío está listo para la cosecha.

Fuente: Elaboración propia.

Las comparaciones entre las medidas de las plántulas o plantas, o la extensión del terreno implican en primer lugar el reconocimiento de una magnitud, entendida esta como una propiedad o cualidad de los objetos o fenómenos susceptibles de comparación o de tomar diferentes valores. Dichas cualidades que se comparan emergen de su relación con el entorno y su comprensión sobre él a través de la observación. Las características comparadas por los niños son temperatura, el olor, el sabor, el color, la forma, el peso, la longitud, entre otras.

En la huerta escolar las comparaciones se realizan de forma directa, siempre y cuando las características físicas del objeto a comparar lo permitan (peso, tamaño y movilidad). De lo contrario, por ejemplo, si las plántulas se encuentran ubicadas en semilleros distantes los niños hacen uso de sus dedos o varas como mediadores para reconocer cuándo una planta alcanzó la medida esperada. Un caso similar ocurre al podar, pues es necesario conocer la altura de la planta ideal para determinar qué tanto se debe cortar de la planta en proceso de crecimiento. Se trata entonces de *comparaciones basadas en un objeto de referencia,* comparaciones que parten de un objeto con las condiciones ideales y otro con características que deben ser modificadas para lograr dicha condición.

Las comparaciones indirectas que traen consigo la necesidad de un intermediario, un mediador, otorgan a este objeto la función de asociar un valor sobre el intermediario el cual será su medida y facilitar así la comparación de los objetos entre sí. El valor que en el ejercicio de las tareas es en ocasiones es un número, es en sí la medida del objeto asociado al misma y se obtiene gracias a la intervención del mediador.

Cuando las comparaciones de las características son de igual naturaleza y se encuentran en un mismo sistema, se evidencian dos tipos de comparaciones: las comparaciones entre las partes (parte-parte) y las comparaciones entre una parte y la totalidad (parte-todo). Estas comparaciones buscan identificar las relaciones existentes entre las magnitudes. No obstante, no todas las magnitudes que los niños comparan poseen las mismas características, los estudiantes comparan continuamente características como cantidad de agua y color o textura de la tierra

o cuidados con progreso o éxito de cosecha, en la búsqueda por identificar relaciones que determinen dependencias entre magnitudes.

"Entre más agua, más obscura la tierra"

"Entre mejor sea la tierra, mejor cosecha se tendrá"

[nota de campo 24, I.E. Eugenio Díaz Castro, 2016]

Las magnitudes que son comparadas por los estudiantes obedecen a diferentes tipos, tienen ciertas características que son reconocidas por los niños en su quehacer, entre ellas, las magnitudes intensivas o extensivas, discretas o continuas, absolutas o relativas, escalares o vectoriales. Las magnitudes intensivas son aquellas en las cuales su valor no depende de la cantidad de materia del sistema, por tanto, el valor del sistema es igual para cada una de sus partes consideradas como subsistemas, los niños reconocen que por ejemplo si mezclan dos tierras de igual color el resultado será una tierra del mismo color, esto no se alterará.

Por su parte las magnitudes extensivas sí dependen de la cantidad de sustancia que tiene el cuerpo o sistema, esto es reconocido por los estudiantes en términos de peso de cosecha o longitudes. Otro tipo de clasificación obedece a las magnitudes absolutas y relativas. Las magnitudes absolutas son aquellas que tienen un solo sentido, tal es el caso del crecimiento de una planta (longitud). Mientras que la magnitud relativa, es la que se puede considerar en dos sentidos, la temperatura es un aspecto fundamental para que una cosecha prospere de ahí que el reconocimiento de sus propiedades es habitual en el quehacer de los niños en la huerta. Las magnitudes pueden ser también escalares y vectoriales. Las magnitudes escalares son aquellas que quedan completamente determinadas con un número y sus unidades, como la temperatura o el peso, mientras que una magnitud vectorial es aquella que además de un valor numérico y sus unidades requiere de una dirección y sentido, como la fuerza que se debe realizar sobre un objeto al llevar a cabo una tarea.

Tabla 25

Tipos de magnitudes en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar

Magnitudes intensivas	El color, el sabor de la cosecha o la temperatura del agua.
Magnitudes extensivas	La longitud de los surcos, o las plantas. El peso de la cosecha
Magnitudes discretas	El conteo de la cantidad de plantas, semillas o cosecha. Los pasos empleados para determinar la distancia entre surcos.
Magnitudes continuas	Altura de una planta, largo de un surco, cantidad de agua para el riego.
Magnitudes absolutas	Altura de una planta, largo de un surco, cantidad de agua para el riego.
Magnitudes relativas	La temperatura que implica el tipo de cosecha que se puede trabajar.
Magnitudes escalares	Temperatura, peso, longitud, tiempo.
Magnitudes vectoriales	La fuerza aplicada a la hora de realizar un trabajo como tutorar o perforar la tierra para sembrar o ubicar un tutor.

Fuente: Elaboración propia.

La descripción realizada de cómo se realizan las comparaciones en las tareas de la huerta escolar, permitió reconocer que este uso de lo proporcional da cuenta de las circunstancias que rodean la gestación y procesos de institucionalización de lo proporcional desde una mirada de prácticas donde la comparación se constituye en un primer momento para la construcción de relaciones de dependencia.

El análisis de las comparaciones permite identificar que algunas de ellas tienen como base razonamientos de tipo aditivo. Estos razonamientos en algunas ocasiones son heredados por los maestros, tal es el caso del primer momento de la siembra cuando al dirigir el proceso les dicen a sus estudiantes que en cada perforación de la tierra de dos falanges o una (dependiendo de la planta), van

exactamente dos semillas. El procedimiento inicialmente apropiado por efecto de transmisión, de los profesores a los niños, cobra sentido para los estudiantes en siembras posteriores cuando a través del quehacer notan que esa relación tiene una razón de ser. La relación obedece a que en algunas ocasiones una de las semillas no germina y para asegurar el éxito de la siembra es necesario colocar dos semillas. Esta lógica implica además una reflexión en torno a su quehacer, un reconocimiento de lo dicho por los maestros y una validación de este a través de la experiencia. El razonamiento aditivo se da cuando los estudiantes reconocen que al aumentar una perforación ya no requerirán de dos semillas, sino de cuatro; al hacer dos perforaciones necesitarán seis semillas, y así sucesivamente. Un razonamiento aditivo que se constituye en un cimiento para la construcción de medidas ideales para el desarrollo de futuras tareas.

Otro razonamiento que se desarrolla a partir de las comparaciones obedece a la idea de medida ontológica, lo cual hace alusión y privilegia la medida ideal o buena sobre la medida numérica Reyes-Gasperini (2016). Un ejemplo de este juicio se manifiesta cuando los estudiantes al comparar la cantidad de agua con el color de la tierra reconocen una dependencia, la cual tiene un punto ideal un punto en el cual la tierra, ni se encharca, ni se seca: *un justo medio* como le llama Reyes-Gasperini (2016). Este justo medio en la comparación agua: tierra se constituye una unidad de medida común entre la razón que se establece entre esas dos magnitudes, lo cual permite asociar a la razón con una relación. Esa relación y el reconocimiento del justo medio, representa además un cambio de paradigma de cuánto cambia a cómo cambia el color de la tierra, color que tal y como lo afirman los estudiantes debe permanecer cada vez que se proceda a regar la cosecha para que la tarea resulte exitosa. Este hacer representa una equivalencia entre relaciones, una relación entre relaciones que se materializa en el hacer y que está determinado por la experiencia en la tarea llevada a cabo.

Las comparaciones que se han denominado *comparaciones basadas en un objeto de referencias,* las cuales parten de un objeto con las condiciones ideales y otro con características que deben ser modificadas para lograr dicha condición, obedecen también a razonamientos relacionados con medidas ontológicas, donde

esa magnitud de referencia asume el papel de unidad de medida común que da paso al uso 2.

6.3 Uso 2: Para la construcción de patrones y unidades de medida

En el marco de las tareas de la huerta escolar se identificaron diversos tipos de patrones y construcciones de la unidad de medida, las cuales dependen de la tarea que se realice.

Tabla 26

Tipos de patrones identificados en las tareas de la huerta escolar

	TAREAS			
	Preparar el terreno	**Abonar**	**Sembrar**	**Tutorar**
TIPOS DE PATRONES	El terreno preparado por la maestra sirve como unidad de medida respecto al tamaño de su porción de tierra a sembrar, así como patrón comparativo de si su ejercicio quedó bien hecho o no	Los niños determinan la cantidad de cascarilla a usar de acuerdo con el tamaño del terreno a medir, saben que este debe quedar recubierto por completo.	Usa el palo como patrón para indicar la profundidad del hueco donde sembrará Utilizan el palmo como patrón para determinar la distancia entre las plantas. Este patrón obedece a la experiencia, pues dado como ellos afirman este le permite sembrar la cantidad correcta de plantas de acuerdo con el tamaño del semillero. Usan su dedo como patrón para medir la profundidad del hueco donde colocarán la semilla (significado para la razón) Los niños usan herramientas como: pie, dedo y palo como patrones de medidas para establecer distancias entre siembras y altura de cosechas	Usa el palo como patrón para la altura que debe tener el sembrío (significado para la razón)

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 27

Construcción de unidades de medida identificados en las tareas de la huerta escolar

	TAREAS				
	Hacer surcos	**Sembrar**	**Regar**	**Tutorar**	**Atierrar**
CONSTRUCCIÓN DE LA UNIDAD	Los niños cogen el azadón tal y como les enseñaron sus padres (así lo afirman). Arrastran el azadón en línea recta de forma que queden hendiduras limitadas por lo que ellos llaman pirámides de tierra. Una vez que finalizan una línea dan dos pasos hacia los lados y hacen el otro surco.	Reconocen la existencia de una unidad de medida empleada para separar la siembra a la cual le dan el nombre de unidades del sistema métrico decimal. Pero que se materializan a través de un patrón.	Los niños usan el tiempo como una unidad de medida para determinar cuándo se debe cambiar el tetero	El estudiante usa el nombre de una unidad de medida para denominar una distancia establecida y acordada por la comunidad como la distancia que la planta debe tener.	Usan el tiempo como unidad de medida para determinar el momento para atierrar

Fuente: Elaboración propia.

La acción de comparar y la necesidad de asignar a esa comparación un valor numérico hace parte de una experiencia de construcción de la medida. La construcción de una unidad de medida no siempre se desarrolla de manera autónoma, pues ésta en muchas ocasiones obedece a la adopción de modos de comportamiento heredados de generación en generación lo cual induce a los niños

a adoptar los modos de pensar y conductas de su entorno. Se podría afirmar entonces que dicha práctica obedece a un proceso de enculturación, el cual es el mecanismo para la formación de una estabilidad cultural.

En consecuencia, se logra identificar como la comparación, junto con la cuantificación y la ordenación son constituyentes de la práctica de medición. Sin embargo, se reconoce que esto no implica que se mida lo mismo o con los mismos patrones. La medición dentro de las tareas de la huerta escolar obedece a las características mismas del contexto y al objetivo de la tarea. En tanto, si la tarea es regar se necesitará conocer el tamaño o tipo terreno para determinar la cantidad de agua y el tipo de planta a regar.

Uno de los primeros acercamientos a la construcción de la unidad de medida, en tanto que institucionalizan un *patrón de medida*, se realiza haciendo uso del cuerpo humano, el cual se constituye como el primer dispositivo empleado para medir. Así, por ejemplo: el palmo, se emplea para determinar la altura de una plántula; el paso, se determinan la distancia entre siembras o surcos y la envergadura, para determinar distancias entre varas de tutoreo.

Por tanto, medir no depende sólo del instrumento, esto depende además del objeto a medir, la precisión con la cual se realiza y los tipos de situaciones o tareas que conducen a llevar a cabo dicha la actividad, es así como la medición más allá de un hacer se constituye en una forma de comunicación entre personas que comparten o no un espacio y contexto histórico.

6.3.1. Patrones y unidades de medida en la huerta escolar. La diferencia básica entre las medidas en distintos contextos nace al momento de determinar qué se va a comparar y con qué se va a comparar. Aunque inicialmente dichos criterios pueden ser individuales, luego de ser compartidos terminan siendo una construcción institucional que se hereda de generación en generación y que dota de identidad un grupo. La necesidad de establecer un objeto que permita la representación física de una medición y que sea además aceptado socialmente por toda la comunidad implica la construcción de un patrón de medida. Es así como los patrones se establecen a partir de las partes del cuerpo humano, de las necesidades que trae consigo el desarrollo de las tareas o de los acuerdos establecidos por la

comunidad; estos parámetros se convierten en acuerdos establecidos socialmente. En el caso de la huerta escolar los patrones van desde las estaciones, los periodos lunares, los periodos de lluvia y sequía, los días y meses. Las longitudes parten de patrones antropométricos como: el tamaño de los pasos, palmos, falanges, envergaduras, entre otras. El uso reiterado de estos patrones, la aceptación social de su uso y la permanencia de su empleo durante varias generaciones ha hecho que estos patrones se transformen en unidades de medida aceptadas por la comunidad.

La unidad de medida es entonces la cantidad usada como elemento de comparación reiterada y su valor es la unidad particular expresada mediante un número real positivo o una razón. El éxito del proceso de medir haciendo uso de una unidad implica el uso adecuado de instrumentos para medir, dominio de técnicas y/o reconocimiento de unidades dentro de una cultura las cuales serán útiles a la hora de medir magnitudes tangibles como peso longitud y magnitudes intangibles como el tiempo.

6.3.2 El tiempo. La relación entre la medida y la periodicidad en el contexto de la huerta escolar. Durante miles de años, las civilizaciones antiguas observaban el cielo para determinar la medida de las unidades de tiempo. La determinación de años y meses requirió de grandes esfuerzos y aceptaciones sociales hasta llegar al consenso del calendario que se usa en los tiempos actuales. Sin embargo, la división de los días no fue tan sencilla y fue gracias a los aportes de los Babilonios que hoy en día se considera que un día está dividido en 24 horas, cada hora en 60 minutos, y cada minuto en 60 segundos.

La idea de la división del tiempo es bien conocida por los niños que trabajan las tareas de la huerta escolar, toda vez que esta idea obedece a un concepto creado por ellos a partir de su experiencia, la cual dota de significado a las tareas que al interior de la huerta se llevan a cabo. En el contexto de la huerta escolar la idea de tiempo se construye a partir de la experiencia mediante la observación de cambios en el entorno natural o a través de relojes de medir su marcha: un tiempo percibido. Mientras que el tiempo vivido corresponde a situaciones de organización de secuencias que permiten la consecución de la cosecha.

Tabla 28

Tiempo percibido

Tiempo percibido
Experiencias situadas externamente, duraciones, representaciones en espacios
Tiempo a través de lo que ocurre con el espacio

Fuente: Elaboración propia con base en información de Piaget (1977).

Tabla 29

Recurrencia de eventos

Categoría	Subdivisión	Expresiones
Ritmos	Consecuencia	Raramente la planta se seca, a veces llueve.
	Regularidad	Siempre se debe regar normalmente, nunca se debe encharcar la planta.
	Lentitud	Lentamente se debe arrancar la planta.
	Rapidez	Rápido se debe hacer la tarea.
Orientación	Presente	Ahora no es tiempo de cosecha, hoy se debe tutorar, en este momento estamos abonando.
	Pasado	Ayer cosechamos. hace tiempo que no sembramos papa criolla.
	Futuro	Después podaremos.
Posición	Sucesión	Primero se abona y luego se siembra.
	Simultaneidad	Al mismo tiempo se hala la planta y se empuja la tierra

Fuente: Elaboración propia basada en la propuesta de Trepat y Comes (2002).

Es así como los patrones culturales se constituyen en estrategias indispensables para la comprensión del tiempo, situación que a la vez aporta a la construcción de la idea del tiempo como una magnitud, la cual se encuentra estrechamente relacionada con el desarrollo de los ciclos, tal es el caso de la siembra y cosecha y permite establecer un sistema común de medida que permita fijar acontecimientos. Esta magnitud permite además la comparación y organización de sucesos, los cuales ocurren en el desarrollo de las tareas. Los pueden llegar a

tener diversas duraciones, como un día para regar, una estación para cosechar, un mes para sembrar, entre otros. Es decir, sucesos que se repiten y se repiten de determinada forma.

El enfrentamiento de los estudiantes que trabajan en huertas escolares a situaciones que hacen alusión a lo periódico se hace casi a diario y se encuentra íntimamente ligado a la repetición a diferencia de la carencia identificada en ambientes escolares en torno a esta temática. De ahí que resulte el reconocimiento de este tópico.

En síntesis, en este uso de lo proporcional se logra identificar que al igual que el nacimiento histórico de la razón que surgió como estrategia para medir magnitudes inconmensurables, las comparaciones surgen en el contexto de la huerta escolar como unidades de medida de aquello que no es posible conmensurar a través de un número entero y determinan el justo medio para el éxito de una manifestación matemática recurrente en una tarea.

Ese justo medio determina la distancia ideal entre surcos, la cantidad ideal de agua para el riego, la medida que debe tener una planta para ser trasplantada la cual es materializada a través de patrones que han nacen con la necesidad del contexto y han sido aceptados por la comunidad, ya sea de forma inmediata, de acuerdo a las condiciones del momento y determinada por variables no controladas; o por una aceptación instaurada socialmente, producto del éxito de una experiencia ya sea de los niños (saber técnico), de los padres que la heredan a sus hijos (saber cultural) o de los maestros quienes la trasmiten a los niños (saber culto). Lo manifestado lleva a concluir que el uso de patrones, sean éstos antropométricos o no, se constituye en la forman como se materializan las comparaciones y por ende las relaciones entre magnitudes. Los patrones surgen como la representación material (longitud, peso, etc.) o inmaterial (el tiempo que norma la periodicidad de las tareas) del justo medio y se constituyen en el primer paso para la construcción de una unidad de medida ontológica que obedece y privilegia la medida ideal o buena sobre la medida numérica.

Las medidas se relacionan entre sí a través de razonamientos de tipo multiplicativo. Estos razonamientos al igual que las comparaciones en algunas

ocasiones son heredados por los maestros o padres de familia y en muchos otros casos, la mayoría, obedecen a la reflexión de procedimiento exitosos ejecutados en cosechas pasadas.

6.4 Uso 3: Para la construcción de generalizaciones manifestadas a partir de expresiones verbales

En el marco de las tareas de la huerta escolar se identifican el uso de expresiones retóricas relacionadas con el tipo de razonamiento empleado por los niños. Se presentan en la tabla 30 ejemplos de este tipo de expresiones.

Tabla 30

Expresiones retóricas y sincopadas en las tareas de la huerta escolar

	TAREA
	Cosechar
EXPRESIÓN RETÓRICA	Cuando le hecha tres o cuatro dan veinticinco papas
	Cosechar
EXPRESIÓN SINCOPADA	¡Ah al doble!, pues le toca el doble

Fuente: Elaboración propia.

6.4.1 El desarrollo del lenguaje en la huerta escolar. Desde lo retórico hasta lo generalizado. Piaget habla de “etapas” haciendo referencia a “estructuras cognitivas”: El investigador distingue cuatro grandes clases de estructuras cognitivas: sensoriomotriz, preoperatoria, operatoria-concreta y lógico-matemática, correspondientes a cuatro estadios de desarrollo: sensorio-motriz, preoperatorio, operatorio concreto y operatorio formal.

Según Piaget, en el estadio III se inician las “operaciones formales” que se caracterizan porque aparecen las operaciones que son acciones interiorizadas y reversibles, coordinadas en sistemas de conjunto. Los dos tipos de reversibilidad presentes son inversión y reciprocidad. A diferencia de la reversibilidad preoperatoria, ahora se pueden realizar las operaciones en el pensamiento. En este sentido se puede hablar de una estructura “más compleja”

En el estadio operatorio formal se pone en juego la estructura lógico-matemática, la cual posibilita las actividades de matematización y se refiere no a objetos materiales sino objetos abstraídos de la coordinación general de las acciones (abstracciones reflexionantes) y se rige por ciertas propiedades de operaciones que son independiente del contenido al que ellas se aplican y de los diferentes ámbitos y actividades.

En el posfacio de *Recherches Sur La Generalisation,* Gil Henríquez (1978) hace referencia a la “generalización matemática”. ´Henriquez afirma que esta generalización se expresa en dos formas: “generalización operativa” y “generalización formal”.

Los dos adjetivos que recibe la generalización tienen por objeto diferenciar los dominios sobre los que actúa la generalización y lo que es más importante establecer la dependencia de la segunda (actúa sobre los objetos que proporciona la primera) sobre la primera (proporciona los objetos a la segunda).

En el desarrollo de las tareas de la huerta escolar, las situaciones de cambio y variación a las cuales el estudiante se enfrenta desde temprana edad cuando observa y analiza cambios en tamaños, colores y texturas y relaciones entre ellas, conducen a que sea el lenguaje natural retórico el primer camino de expresión de situaciones.

El paso del lenguaje retórico al lenguaje sincopado se identifica en el desarrollo de tareas que los estudiantes llevan a cabo, toda vez que el reiterado ejercicio de las manifestaciones matemáticas recurrentes conlleva al uso de algunas abreviaturas como: el doble de, el triple de, la mitad de.

El lenguaje empleado se relaciona directamente con los diferentes modelos de pensamiento proporcional, tal y como se observa en la tabla 31.

Tabla 31

Relaciones entre los modelos de pensamiento proporcional y el lenguaje algebraico en las tareas de la huerta escolar

Modelos de pensamiento proporcional	Lenguaje orientado a la noción de lenguaje algebraico	La huerta escolar
Modelo cualitativo	Lenguaje retórico	"Entre más agua más blanda queda la tierra"
Modelo aditivo simple y compuesta	Lenguaje retórico Lenguaje sincopado	"Si tengo dos plantas tendré cuatro papas, si tengo cuatro plantas tendré el ocho papas"
Modelo multiplicativo	Lenguaje retórico Lenguaje sincopado	Al doble de semillas el doble de profundidad del hoyo"

Fuente: Modelo propio basado en la propuesta de Cervantes (2015).

6.5 Una epistemología de usos de lo proporcional

En el desarrollo de las tareas de la huerta escolar lo proporcional se emplea con tres intencionalidades, las cuales en la investigación se han denominado *usos de lo proporcional en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar*. En el estado de la cuestión se ha presentado cómo lo proporcional desde su manejo aritmético se encuentra relacionado con una forma de aproximación a la fracción, adquiriendo un trato indistinto al de número, de ahí que el tratamiento dado a la razón en el discurso Matemático Escolar desde su definición hasta la forma como se opera con ella, sea equivalente al trabajo con cualquier tipo de número racional.

La búsqueda llevada a cabo en el marco de esta investigación se situó en el reconocimiento de lo proporcional en el contexto de la huerta escolar, en el desarrollo de las tareas que se realizan en ese escenario, lo cual permitió identificar que a nivel general el tratamiento de lo proporcional en un contexto de uso se distancia del tratamiento que por años ha tenido la proporcional en los currículos escolares.

La investigación que buscaba identificar cómo ciertas prácticas determinan la forma como se construye la proporcionalidad a través de sus usos condujo a realizar un análisis sobre el para qué del uso de la proporcionalidad en determinada

tarea, así como la relación entre los usos y modelos de pensamiento relacionados con lo proporcional. La relación entre los tres usos de lo proporcional identificados en el contexto de estudio: la medición, la comparación y la generalización no es producto exclusivo del contexto. Reyes-Gasperini (2016) ha identificado a lo proporcional como un resultado de una evolución pragmática entre la comparación, la equivalencia y la conmensuración, en donde la acción de comparar es intuitiva, equivaler es una mediación que permite la construcción de una unidad de medida y conmensurar, consiste en aritmetizar una relación.

Los supuestos de investigación planteados sostienen que existe una manera matemática de pensar en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar, la cual aporta a la evolución conceptual del pensamiento proporcional y se materializa a través de unas manifestaciones matemáticas recurrentes que están determinadas por el hacer y por los modos de transmisión escolares y culturales. Este planteamiento se logra evidenciar gracias al análisis realizado al quehacer a la luz de la unidad de análisis socioepistemológica planteada. La investigación permitió reconocer cómo la realización de las manifestaciones matemáticas recurrentes posibilitan la emergencia de lo proporcional y con base en ello plantear su construcción social.

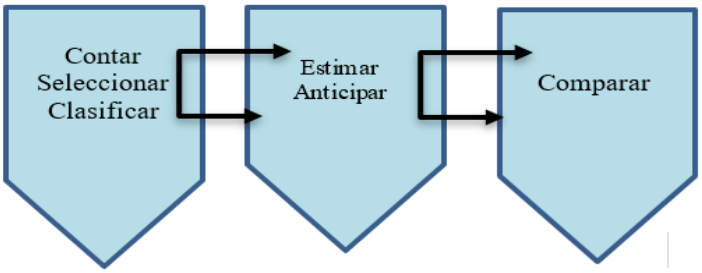
Se parte de reconocer a la actividad matemática como una actividad que considera elementos de naturaleza social para su construcción. Y se propone un modelo de usos basado en el hacer, el saber hacer y el compartir el saber hacer a lo que se ha denominado acción, actividad y práctica socialmente compartida respectivamente. Esta postura no abandona o niega los reconocidos hitos en la construcción de la proporcionalidad, ni las consideraciones en torno a los modelos de razonamiento presentados en el estado de la cuestión y propuestos por anteriores investigadores. Por el contrario, los reconoce y resignifica, incorporando elementos sociales.

6.5.1 Elementos que constituyen el modelo de construcción social de lo proporcional. La búsqueda de aquellas intenciones con las cuales la proporcionalidad vive a través de sus usos en el contexto de la huerta escolar llevó a considerar tres escenarios. Para establecer comparaciones entre variables de

igual o distinta naturaleza, lo cual conlleva al establecimiento de relaciones de dependencia. Para el establecimiento de unidades de medida y uso de patrones de medida. Para expresar generalizaciones, las cuales se manifiestan de forma evolutiva iniciando con expresiones retóricas que dan paso a expresiones sincopadas. Usos que teniendo en cuenta las características con las cuales se llevan a cabo, se consolidan como prácticas que determinan el saber hacer aceptado por la comunidad. De ahí que se considere a la comparación, la medición y la generación como prácticas socialmente compartidas asociadas a la construcción social de lo proporcional. Cada una de las prácticas socialmente compartidas demanda a su vez de una serie de acciones y actividades específicas, las cuales dan sentido a su constitución.

La comparación, que además da sentido al primer uso de lo proporcional demanda en primera instancia de un reconocimiento de características a comparar a través de procesos de selección, conteo y clasificación. Este reconocimiento es en primera instancia un proceso deliberado, es decir voluntario e intencionado, que se construye sin la necesidad de emplear un análisis o un razonamiento a profundidad. Una vez determinados los objetos a comparar se conduce a un segundo momento en el cual aparecen usos de herramientas tanto físicas como razonadas que permiten hacer estimaciones o anticipar hechos. Este momento de comparación conlleva al establecimiento de relaciones de dependencia entre las características que se comparan.

Figura 23. Construcción social de la comparación.

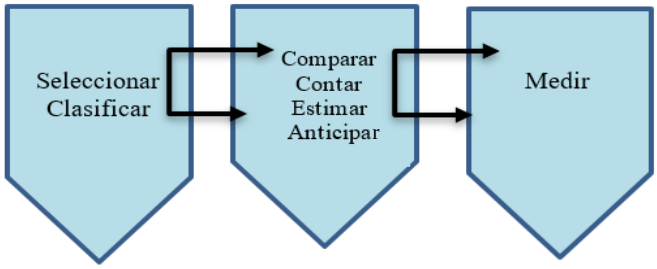


Fuente: Elaboración propia.

Por su parte, la medición cuyo punto de partida es la comparación implica a través de un razonamiento inicial definir qué se quiere o necesita medir y proponer

cómo y con qué medir. Estos juicios permiten que se construyan nuevas unidades de medidas a través de comparaciones entre magnitudes, las cuales se justifican a través de herencias culturales o trasmisiones escolares confirmadas por la experiencia.

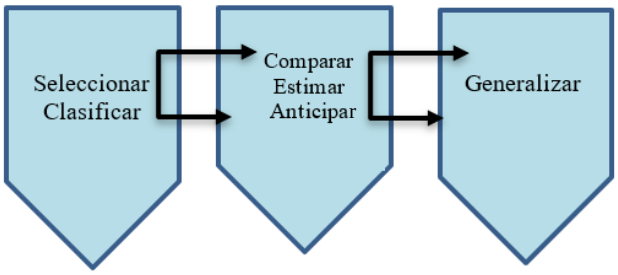
Figura 24. Construcción social de la medición.



Fuente: Elaboración propia.

Las formas de razonar que se desarrollan a través de las comparaciones estimaciones y anticipaciones hacen que los estudiantes construyan e implementen convenciones de comunicación basadas en generalizaciones, las cuales favorecen la apropiación de modos proporcionales de pensar a la vez que se constituyen en mecanismos de preservación de este razonamiento. Por tanto, este hacer y su sostenibilidad a través de las prácticas permiten que emerjan significados a partir de reflexiones donde lo humano, lo físico y lo cultural viven en interacción dialéctica, lo que implica una evolución cognitiva de la significación mediante el uso.

Figura 25. Construcción social de la generalización.



Fuente: Elaboración propia.

Se concluye entonces que en este escenario la construcción de lo proporcional obedece a una evolución de prácticas que parte de acciones

intuitivas[10], la cuales corresponden al hacer y son: contar, comparar, seleccionar y clasificar. Estas acciones se organizan racionalmente de forma que se convierten en actividades, las cuales implican una mediación del sujeto con el objeto y representan un saber hacer justificado por el razonamiento. Las actividades son: anticipar, comparar, contar y estimar. Cuando las actividades son compartidas y avaladas por la comunidad, cuando se institucionalizan y dotan de identidad el hacer, se consolidan como prácticas socialmente compartidas, prácticas que en este escenario son las comparaciones, las mediciones y las generalizaciones.

Tabla 32

Principios Básicos para la Construcción Social de lo proporcional en el contexto de la huerta escolar

Marco de referencia	Las tareas de la huerta escolar
Prácticas socialmente compartidas que implican compartir el saber hacer	Comparar -Medir -Generalizar
Actividades mediadas que representan el saber hacer	Anticipar, Comparar, Contar Y Estimar
Acciones intuitivas que determinan el hacer	Contar, Comparar, Seleccionar Y Clasificar

Fuente. Elaboración propia.

[10] Se asume lo intuitivo como aquello que se produce de forma instantánea, sin necesidad de razonamiento.

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

"El fin es hasta ahora el principio…"

Capítulo 7. Conclusiones y recomendaciones

7.1 Conclusiones

La investigación partió de una preocupación en la práctica docente de la investigadora: ¿Se puede lograr establecer una relación directa entre las matemáticas que se trabajan en la escuela y aquellas que se usan en la vida cotidiana? La búsqueda por instituir esta relación condujo al encuentro de un escenario ubicado dentro de la escuela, pero fuera del aula, que trae la realidad del que aprende a la institución y que configura el puente entre los usos del saber en diferentes escenarios y su constitución como saber escolar, la huerta escolar.

Una característica fundamental que se señaló en la propuesta inicial fue el hecho de considerar que en el escenario escolar predominan discursos en donde las justificaciones del hacer están determinadas por razonamientos netamente algorítmicos, dejando de lado aquellos aspectos funcionales que permiten ponerse del lado del que aprende y usa determinado conocimiento. En ese sentido, la investigación permitió identificar cómo a la luz de la problematización de lo proporcional en el contexto de la huerta escolar, se logran identificar aquellos elementos epistemológicos constitutivos del conocimiento en uso. En el caso particular, el estudio de las tareas y el análisis lo que ocurre al llevarlas a cabo implicó reconocer de forma detallada las justificaciones de un proceder intencional y cómo este proceder se configura en un entramado que argumenta una construcción social de conocimiento mediante un modelo centrado en prácticas. De ahí que se considere a este modelo como un aporte al *rediseño del discurso Matemático Escolar*. Lo expuesto permite arribar a las siguientes conclusiones.

7.1.1 Sobre los usos de la proporcionalidad. Los usos de la proporcionalidad obedecen a las intencionalidades con las cuales la proporcionalidad vive en un contexto determinado. En el caso particular de la huerta escolar, existen tres tipos de usos identificados. El primer uso, es aquel que se evidencia a partir de las comparaciones entre variables de igual o distinta naturaleza y en el cual dichas comparaciones permiten el establecimiento relaciones de dependencia. En este uso las relaciones de dependencia demandan de un doble razonamiento. Por un lado, el de reconocer la variación cualitativa de las

magnitudes, pues no se hace referencia de un cuánto cambia sino de un cómo cambia cierta característica al modificar otra. El otro razonamiento obedece a reconocer aquella medida de referencia considerada el justo medio. Este justo medio representa aquello que la experiencia ha denotado como la medida ideal para el desarrollo de cierto quehacer y determina aquello que debe permanecer constante. En este sentido, la constante de proporcionalidad surge de una acción de comparación, es una relación en un marco de referencia. El segundo uso obedece al empleo de patrones y construcción de unidades de medida. El empleo de patrones de medida parte de la consideración del cuerpo humano como el principal dispositivo para medir. Otros patrones no antropométricos obedecen a herramientas físicas, las cuales son aceptadas debido al éxito que produce su empleo en determinado quehacer y se institucionalizan a través de modos de transmisión y empleo recurrente. Los patrones son herramientas empleadas para las comparaciones indirectas, son intermediarios físicos que traen consigo la idea de transitividad, la cual determina el poder establecer una asignación numérica que representa el número de veces que determinada característica representada por el patrón se encuentra en un sistema de referencia. La imposibilidad de determinar un número entero implica que las comparaciones sean consideradas como nuevas unidades de medida, unidades que se conservan. El tercer uso está relacionado con las formas de expresión, generalizaciones que se expresan a través de expresiones verbales retóricas y expresiones sincopadas.

Por tanto, los significados atribuidos a lo proporcional en un contexto de uso, son un producto cultural que se sustenta a través de tres tipos de saberes, los cuales cohabitan en ese contexto y dotan de identidad el quehacer. Los tres tipos de saberes son: el saber popular, el saber técnico y el saber culto. El saber cultural, basado en creencias que dotan de identidad a un grupo social, es aquel que nace de la observación, de la herencia y experiencia, de lo ancestral, lo propio y se adquiere como bagaje cultural. En la constitución de este saber la participación guiada se constituye en un medio no solo de participación, sino de transmisión enmarcado en actividades culturales que fomenta la permanencia de un conocimiento situado y contextualizado, el cual se acumula durante generaciones y

que garantiza justificaciones funcionales del saber. El saber técnico, se construye bajo la práctica del oficio. Pone en práctica aquello que ya se aprendió y permite a través del hacer corroborar las estrategias exitosas y dar nuevos significados al conocimiento a través de su funcionalidad. El saber culto, es el saber que le otorga alguien con mayor experiencia en el conocimiento. Ese alguien no es necesariamente un individuo, pues puede ser una institución. Un saber creado por otros y transmitido con el objeto de generar en el individuo justificaciones razonadas en su hacer.

El haber identificado la existencia de los usos de lo proporcional permite precisar que lo proporcional es la proporcionalidad en uso, un saber que vive en un contexto particular a través de diferentes propósitos. Este saber es producto de una evolución situada determinada por significado propio e intención, e implica una resignificación del saber normado por saberes técnicos, culturales y cultos, lo cual conlleva a considerar a la huerta escolar como un escenario intercultural de aprendizaje.

7.1.2 Sobre la relación entre los usos de la proporcionalidad y las prácticas que generan el desarrollo de ese conocimiento. Una epistemología de usos de lo proporcional. La problematización de lo proporcional en el contexto de la huerta escolar conllevó a analizar todo el sistema de construcción social del saber y su difusión institucional. La investigación permitió identificar cómo una práctica se vuelve saber y este a su vez se constituye en conocimiento. De ahí que se haya sostenido como centro del debate el conocimiento en uso, lo cual de entrada cuestiona de manera directa las diferentes formas centradas en el objeto que viven como referentes en el discurso Matemático Escolar actual. Es de anotar que esta centración en el saber no representa un abandono del objeto, pero si lo descentra y coloca como foco de atención las prácticas que subyacen de la construcción pragmática del conocimiento.

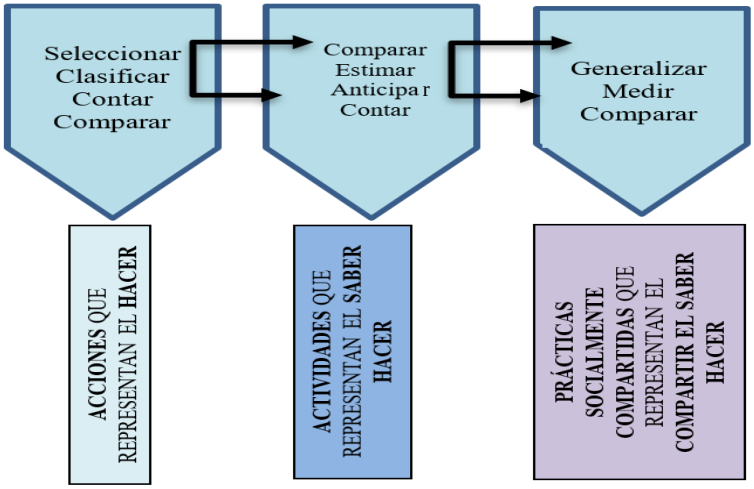
Las fuentes de construcción de lo proporcional que surgen a partir de los usos tienen como sustento el pensamiento variacional, en donde las relaciones y la covariación sean la base de procesos argumentativos del hacer, del saber hacer y del compartir el hacer. Los haceres, punto de partida de la construcción de lo

proporcional son: contar, seleccionar y clasificar, los cuales organizados de manera racional se constituyen en un saber hacer. Contar obedece a un proceso de relación biunívoca llevada a cabo bajo la guía de una persona con mayor experiencia, éste finaliza al asignar un valor que cuantifica al conjunto contable. Por su parte, la selección implica un proceso de elección, el cual a su vez determina las características necesarias para la acción de clasificar.

El saber hacer es un hacer mediado, razonado y justificado a través de experiencias y procesos de pensamiento. Este saber hacer, al cual se denomina actividad va más allá de determinaciones intuitivas, esta normado por procesos razonados, lógicos y concluyentes, los cuales determinan la veracidad del proceso. Las actividades que se logran evidenciar son la estimación y la anticipación. La anticipación se lleva a cabo con el objetivo de determinar la cantidad aproximada de cierto número de objetos. La estimación, por su parte, es una predicción razonada que va más allá de la subitización.

Cuando las actividades son compartidas aceptadas por quienes conforman la comunidad donde vive el saber, se consolidan como prácticas socialmente compartidas. Estas prácticas representan la forman como desde una comunidad se comparte el saber hacer. En el contexto de uso de lo proporcional estudiado en la investigación se lograron identificar tres prácticas socialmente compartidas: la comparación, la medición, y la generalización.

Figura 26. Epistemología de usos de lo proporcional.

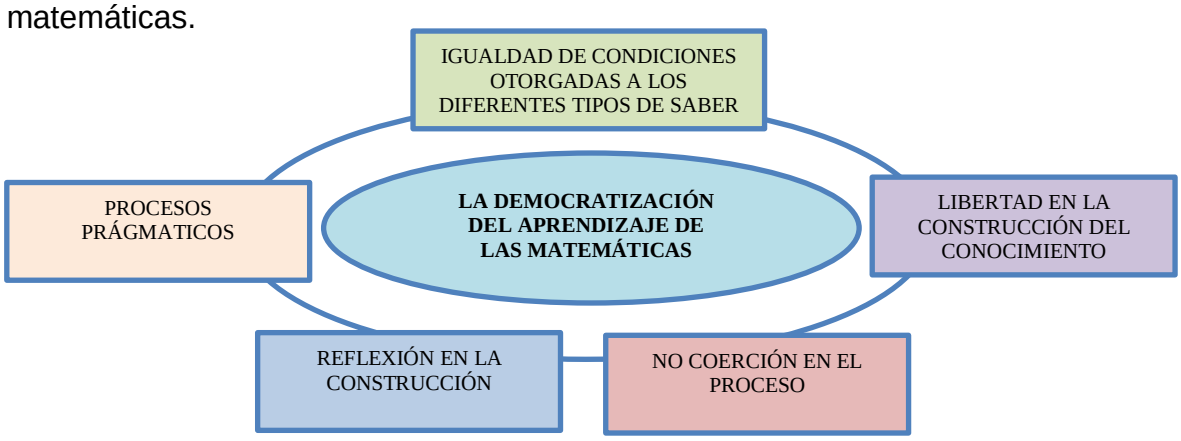


Fuente: Elaboración propia.

En este sentido se habla de una evolución de prácticas de lo proporcional, al considerar que más allá de una construcción evolutiva de objetos, se considera una construcción evolutiva de las prácticas que permiten la construcción del conocimiento, en el hacer que subyace de un contexto de uso. Este hacer compartido, se materializa a través de comparaciones entre magnitudes de igual o distinta naturaleza, comparaciones que permiten identificar aquello que se conserva. Un justo medio que da paso a la construcción de nuevas unidades de medida, en las que se emplean patrones antropométricos y no antropométricos y de las cuales se deducen argumentos que generalizan relaciones.

7.1.3 Sobre la democratización del aprendizaje de las matemáticas en un contexto de uso. Siguiendo a Cantoral (2013) la democratización del aprendizaje de las matemáticas no hace referencia solo al entender, sino al disfrutar las matemáticas que se aprenden. Este hecho que en muchas ocasiones se ha considerado un desafío para la educación, es una realidad tangible en escenarios donde el conocimiento vive a través de los usos. Es así como la construcción de saberes en un escenario donde se ponga en juego la democratización del aprendizaje debe considerar a éstos producto de una colaboración *libre, pragmática, reflexiva, no coercitiva* y en *igualdad de condiciones* otorga al contexto de uso el estatus de escenario adhocrático, un escenario con una estructura lineal en donde *lo técnico, lo cultural y lo culto cohabitan en igualdad de condiciones* (Ver figura 27).

Figura 27. Caracterización de la democratización del aprendizaje de las matemáticas.



Fuente: Elaboración propia.

El reto de democratizar el aprendizaje en la escuela consistirá entonces en logran incorporar al aula aquellas características que determinan el proceso en la búsqueda de que los procesos de institucionalización del conocimiento se encuentren normados por las diversas posibilidades de aprender.

7.1.4 Sobre el rediseño del discurso Matemático Escolar (rdME). El análisis realizado al hacer dentro de las tareas de la huerta escolar puso en evidencia la forma como lo proporcional en ese contexto se emplea con tres intencionalidades particulares, a las cuales se han denominado *usos de lo proporcional en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar*. Estos tres usos llevan a centrar la mirada en una nueva forma de ver construcción de lo proporcional y con ello aportar a la propuesta del rediseño del discurso Matemático Escolar propuesto desde la Teoría Socioepistemológica. Por tanto, la construcción socioepistemológica de lo proporcional basa sus principios, en los principios propios de la teoría los cuales conllevan a considerar al conocimiento no solo como un producto final, sino como el resultado de una evolución de prácticas enmarcadas en un saber constituidas a través de elementos de naturaleza social que dan respuesta a interrogantes como: ¿Cómo se usa cierto conocimiento?, ¿Para qué se usa ese conocimiento? y ¿Por qué se usa así?

Las prácticas de comparar, medir, aproximar, anticipar, contar, seleccionar y clasificar se constituyen entonces en aquellos quehaceres de naturaleza social que permiten descentrar la atención del objeto, sin abandonarlo y con ello plantear una variante respecto a la forma didáctica más tradicional fundamentada en articulación de conceptos; ahora se puede percibir a través de un proceso evolutivo mediado por lo epistemológico, lo cognitivo, lo didáctico y por supuesto lo social. Esta consideración pone en el centro de la propuesta las prácticas y se constituye en un aporte a las investigaciones realizadas previamente sobre la proporcionalidad que centran su atención de forma exclusiva en la evolución aritmética o algorítmica del concepto.

El haber centrado la mirada más allá de lo cuantitativo, en lo cualitativo, representa además un reconocimiento de lo variacional dentro del pensamiento proporcional, lo cual, según la construcción del estado de la cuestión pareciera no

haber sido trabajado con mucha profundidad hasta el momento. Además, aporta a la construcción de una propuesta basada los principios de racionalidad contextualizada, relativismo epistemológico, resignificación progresiva y normatividad de prácticas.

7.2 Aportes a la educación y a la línea de investigación del proyecto de investigación

La investigación aporta a línea de Educación, Derechos Humanos, Política Y Ciudadanías, del Doctorado en Educación de la Universidad Santo Tomás, a través del estudio los procesos de construcción social del conocimiento ubicados en un contexto particular. En este sentido, se asume al individuo como sujeto que construye el saber en, desde y para su comunidad. Esto implica que lo construido no se logra de manera aislada, sino con otras personas de su contexto, y se constituye en una práctica socialmente compartida. Durante el proceso, las construcciones impactan directamente al escenario en el que se participa social, democrática e históricamente, atribuyendo significados a la intención de uso del saber y aportando a la democratización del aprendizaje.

Con el objeto de construir una epistemología de usos en torno a lo proporcional, esta propuesta se constituye en un aporte para la educación, toda vez que logra caracterizar los usos y resignificados de lo proporcional en un contexto intercultural de aprendizaje. Su esencia consiste en no centrar su atención en los objetos matemáticos relativos a la proporcionalidad presentes en los currículos sino considerar elementos de naturaleza social en la construcción del conocimiento en un contexto particular, la huerta escolar. Ello implica una democratización del saber y contribuye a la construcción de una propuesta que permitiera repensar formas alternativas sobre cómo el saber proporcional, lo proporcional, puede ingresar en el sistema didáctico habiendo enriquecido la base de significados que acompaña a dicho saber.

Es de anotar que esta consideración aporta al cambio de concepción del maestro como simple transmisor del saber hacia la postura de un educador social crítico, empoderado del saber, que como lo señala Vélez de la Calle (2011) “lucha por la recuperación y conservación de la identidad nacional, de los patrimonios

culturales y ambientales” (p. 143); es la búsqueda de reconocer la diversidad del mundo y contribuir a una sociedad más justa y equitativa.

Por último, aporta a la Educación Matemática en el marco de la investigación y la teorización del análisis concreto de la realidad particular, una postura relativista, sustentada bajo el enfoque teórico de la Socioepistemología; este marco se constituye en base para la construcción de propuestas didácticas que aportan a la configuración de un ciudadano considerado como un actor de una sociedad del conocimiento.

7.3 Aportes a la investigadora y su quehacer profesional

Si bien es cierto, una investigación doctoral debe ser de interés e impactar a toda una comunidad educativa, la realización de una investigación cambia notoriamente la historia de vida de quien investiga. En el caso particular de la autora de esta investigación, este estudio logró una transformación *un cambio de relación con el conocimiento matemático,* una evolución que implicó un reconocimiento de las diferentes formas de saber que constituyen una verdadera construcción social.

Esta nueva acepción permitió reivindicar la funcionalidad del saber en diversos marcos de referencia, en los cuales el saber vive. Un paso de la transferencia a la transversalidad, que favorece el reconocimiento de la resignificación progresiva del saber, de su funcionalidad y de todo aquello que norma su construcción. Un aporte sustancial al discurso Matemático Escolar propio que condujo a un cambio en las prácticas de aula.

7.4 Posibilidades investigativas que surgen a partir del estudio

El hecho de haber llevado a cabo un estudio en torno a cómo determinado saber vive en un contexto particular de uso permitió ampliar los escenarios de problematización de lo proporcional, sin embargo, la indagación no puede terminar aquí. Queda como reto ampliar la problematización del saber analizando como este vive en otros escenarios, lo cual desde la perspectiva considerada se presume aportará a una construcción mucho más sólida de la evolución centrada en prácticas y permitirá generar nuevos espacios de reflexión. De ahí que surja la pregunta:

¿En qué otros escenarios se usa lo proporcional? y ¿Cómo lo proporcional se usa en esos escenarios?

La investigación llevada a cabo permitió identificar cómo aquellas manifestaciones matemáticas recurrentes se configuran en torno a lo proporcional. Sin embargo, la potencia atribuida a estas formas de razonamiento lleva a considerar que quizá este no sea el único saber construido a partir de la evolución de esas manifestaciones, siendo así surge como interrogante:

¿De qué forma estas manifestaciones matemáticas se articulan para generar otros tipos de pensamiento diferentes al proporcional ya sea en este escenario o en otro?

El haber reconocido en el escenario de la huerta escolar características que lo definen como un escenario intercultural de aprendizaje constituido como un marco de referencia, conduce a una reflexión en torno a la constitución de aquellas características que permiten la construcción de contextos educativos escolares en donde se generen dinámicas adhocráticas que permitan la construcción de un conocimiento, de ahí que surja como interrogante:

¿Cómo construir escenarios de aprendizaje interculturales?

La apuesta hacia una construcción del conocimiento basada en prácticas lleva a considerar la posibilidad de generar estrategias curriculares que antepongan la utilidad del conocimiento sobre la funcionalidad del saber. De ahí que surja como interrogante:

¿Cómo generar un currículo nuevo basado en prácticas sociales y no en contenidos?

La propuesta metodológica sumida en esta investigación consideró dos momentos de la propuesta de Montiel y Buendía (2011), la cual puede ampliarse al considerar un desarrollo intencional de prácticas materializado en una situación problema que permita diseñar una situación fundamentada a través del análisis para proponer diseños que se recreen en prácticas de enseñanza y con ello dar un mayor fundamento a la epistemología propuesta. De ahí que surja como interrogante:

¿Cómo considerar un desarrollo intencional de prácticas materializado en una situación problema que permita diseñar una situación fundamentada a través del análisis para proponer diseños que se recreen en prácticas de enseñanza y con ello dar un mayor fundamento a la epistemología propuesta?

Finalmente se invita al lector a seguir pensando, reflexionando, buscando escenarios y contextos de problematización que aporten a dar continuidad a esta historia, recordando que este es hasta ahora el inicio…

Referencias

Álvaro, J., Garrido, A., Schweiger, I., & Torregrosa, J. (2007). *Introducción a la psicología social sociológica.* Barcelona: UOC.

Angulo, M., & García, D. (2012). Etnomatemática de un grupo de niños de la granja infantil Jesus de la Buena Esperanza de la ciudad de Pererira. *Scientia et Technica, 17*(52), 143-149.

Arrieta, J. (2003). *La modelación como proceso de matematización en el aula (Tesis Doctoral).* México, DF: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.

Artigue, M. (2005). Problemas y desafíos en educación matemática: ¿Qué nos ofrece hoy la didáctica para afrontarlos? *Educación Matemática, XVI*(3), 5-28.

Batanero, C., & Godino, J. (2003). *Proporcionalidad y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas.* Granada: Universidad de Granada.

Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio and proportion. En D. Grouws, *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (págs. 296-333). New York: Macmillan Publishing.

Ben-Chaim, D., Fey, J., Fitzgerald, W., Benedetto, C., & Miller, J. (1998). El razonamiento proporcional en alumnos de 7º grado con diferentes experiencias curriculares. *Educational Studies in Mathematics*(36), 247-273.

Bertalanffy, L. (1928). *Kritische Theorie der Formbildung (Modern Theories of Development. An Introduction to Theoretical Biology).* Berlin: Tanner, M.; Inhelder, B.

Bishop, A. (1999). *Enculturación Matemática: la Educación Matemática desde una perspectiva cultural.* Barcelona: Paidos.

Block, D., Mendoza, T., & Ramirez, M. (2010). *¿Al doble le toca el doble?. La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica.* México, DF: Cinvestav.

Brousseau, G. (1986). *Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática.* Córdoba, Argentina: Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de

Matemática Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemática, No. 19 (versión castellana 1993).

Buendía, G. (2004). *Una epistemología del aspecto periódico de las funciones en un marco de prácticas sociales.Un estudio socioepistemológico (Tesis de Doctorado).* México, DF: Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional.

Buendía, G. (2011). El uso de las gráficas en la matemática escolar. Una mirada desde la socioepistemología. *Revista de la Sociedad Argentina de Matemática Educativa, 13*(48), 41-49.

Buendía, G. (2012). El uso de las gráficas cartesiana. Un estudio con profesores. *Educación matemática, 24*(2), 5-31.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento.* Barcelona: Gedisa.

Cantoral, R., & Farfán, R. (1998). Pensamiento y Lenguaje Variacional en la Introducción al Análisis. *Epsilon, 14*(3), 353-369.

Cantoral, R., & Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 6*(1), 27-40.

Cantoral, R., Reyes, D., & Montiel, G. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *AIEM Avances de Investigación en Educación Matemática, 18*(8), 9-28.

Carretero, L. (1989). La adquisición de la noción de proporcionalidad según diferentes tipos de estructuras multiplicativas por el niño de 8 a 11 años. *Anuario de Psicología, 43*(3), 85-101.

Cervantes, O. (2015). *La construcción de un lenguaje simbólico desde las prácticas socialmente compartidas. (Tesis de maestría Enseñanza de las matemáticas en educación secundaria).* Oaxaca: Instituto estatal de educación pública de Oaxaca.

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique ; du savoir savant au savoir enseigné.* Paris: La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de los didáctico. *Recherches en Didáctique des Mathématiques, 19*(2), 221-266.

Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude. 3. Ecologie & regulation. *Actes de la XIème École d'Été de Didactique des Mathématiques* (págs. 41-56). Grenoble: La Pensée Sauvage.

Corbetta, P. (2003). *Metodología y técnicas de investigación social.* Madrid: McGraw-Hill.

Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar.Una visión socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. Farfán, J. Lezama, & A. Romo, *Investigaciones sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte iberoamericano* (págs. 285-309). México, DF: Diaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Cordero, F. (2013). *Matemáticas y el Cotidiano. Diplomado Desarrollo de estrategias de aprendizaje para las matemáticas del bachillerato: la transversalidad curricular de las matemáticas. Módulo III. documento interno.* México, DF: Cinvestav –IPN.

Coria, J. (2010). El Aprendizaje por Proyectos: Una metodología diferente. *e-FORMADORES*, 1-8. Recuperado el 19 de agosto de 2018, de http://red.ilce.edu.mx/sitios/revista/e_formadores_pri_11/articulos/monica_mar11.pdf

Correa, G. (2006). Teoría de la proporción pitagórica. *Escritos, 14*(33), 600-617.

Cramer, K., & Post, T. (1993). Connecting research to teaching proportional reasoning. *Mathematics Teacher, 86*(5), 404-407.

Crespo, C. (2009). *Las argumentaciones matemáticas desde la visión de la socioepistemología (Tesis de Doctorado).* México, DF: Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional.

Cuenca, G. (2014). *El huerto como laboratorio de matemáticas: Aprendizaje de los números racionales positivos (Tesis Magister en Enseñanza de las Ciencias*

Exactas y Naturales). Medellin: Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ingeniería y Administración.

De Sousa, B. (2010). *Introducción: Las epistemologías del sur*. Recuperado el 19 de octubre de 2018, de Media: http://www.boaventuradesousasantos.pt/media/INTRODUCCION_BSS.pdf

Dedekind, R. (1968). Números irracionales. En J. Newman, *El mundo de las Matemáticas* (págs. 119-128). Barcelona: Grijalbo S.A.

Delgado, C. (2010). Fundamentos epistemológicos y didácticos para la enseñanza de conceptos matemáticos. del conocimiento explícito al conocimiento implícito. En M. Trujillo, N. Castro, & C. Delgado, *El concepto de funciones y la teoría de situaciones* (págs. 12-106). Bogotá, D. C.: Universidad de La Salle.

Denzin, N., & Lincoln, Y. (1994). *Handbook of qualitative research.* Thousand Oaks, CA: Sage .

Dubinsky, E. (1991). Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking. En D. Tall, *Advanced Mathematical Thinking* (págs. 95-123). Dordrecht: Kluwer.

Euclides . (1991). *Elementos. Libros I-IV.* Madrid: Gredos.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures.Dordrecht: Reidel. Traducción de Luis Puig, publicada en Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Textos seleccionados.* México, DF: CINVESTAV.

García, G., Granados, R., & Pinillos, O. (2009). Razonamientos proporcionales en estudiantes de Enfermería. *El hombre y la máquina, 21*(33), 72-81.

García, M. (2009). *El Huerto Escolar como estrategia pedagógica en la educación ambiental (Tesis de maestría en Artes en Estudios Ambientales en Educación Ambiental).* San Juan, Puerto Rico: Universidad Metropolitana. Escuela Graduada de Asuntos Ambientales.

García, M. (2016). *Una caracterización de actitudes hacia lo proporcional desde una perspectiva socioepistemológica. (Tesis de maestría).* México, D. F.:

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Godino, J., & Batanero, C. (febrero de 2002). *Proporción y su didáctica para maestros*. Recuperado el 25 de octubre de 2018, de Manual para el estudiante: http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/3_Proporcionalidad.pdf

Gómez, B. (1986). *Numeración y cálculo.* Madrid: Síntesis.

Gómez, K. (2009). *Los procesos de difusión del conocimiento matemático en el cotidiano: un estudio socioepistemológico. (Tesis de maestría).* México, DF: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Gómez, K., Silva, H., Cordero, F., & Soto, D. (2014). Exclusión, opacidad y adherencia. Tres fenómenos del discurso matemático escolar. En P. Lestón, *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (págs. 1457-1464). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

González, P. (2008). La solución de Eudoxo a la crisis de los inconmensurables: la teoría de la proporción y el método de exhaución. *Sigma, 1*(33), 101-129.

Guacaneme, E. (2001). *Estudio Didáctico de la proporción y la proporcionalidad: Una aproximación a los aspectos matemáticos formales y a los textos escolares de matemáticas (Tesis de maestría en Educación).* Santiago de Cali: Universidad del Valle.

Guacaneme, E. (2012). Significados de los conceptos de razón y proporción en el Libro V de los Elementos. En O. León, *Pensamiento, epistemología y lenguaje matemático* (págs. 99-135). Bogotá, D. C.: Fondo de Publicaciones Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Guacaneme, E. (2016). *Potencial formativo de la historia de la teoría euclidiana de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de Matemáticas (Tesis de doctorado en Educación).* Santiago de Cali: Universidad del Valle.

Hart, K. (1988). Ratio and proportion. En J. Hiebert, & M. Behr, *Number concepts and operations in the middle grades* (págs. 198-219). Reston, VA: National Council of teachers of Mathematics.

Hoffer, A. (1988). Ratios and proportional thinking. En T. Post, *Teaching mathematics in grades K-8* (págs. 201-248). Boston: Allyn and Bacon.

Inhelder, B., & Piaget, J. (1958). *The growth of logical thinking from childhood to adolescence.* New York: New York Basic Books.

Institución Educativa Eugenio Diaz Castro. (2016). *Manual de Convivencia.* Soacha: Institución Educativa Eugenio Diaz Castro.

Karplus, R., Pulos, S., & Stage, E. (1983). Proportional reasoning of early adolescents. En R. Lesh, & M. (. Landau, *Acquisition of mathematics concepts and processes* (págs. 45-90). New York: Academic Press.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics.* Washington, DC: National Academy Press.

Lamon, S. (1994). Ratio and proportion: Cognitive foundations in unitizing and norming. En J. Confrey, *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (págs. 89-120). Albany: Sate University of New York Press.

Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. En F. K. Lester, *Second handbook of research on Mathematicas Teaching learning* (pág. 182). Charlotte, NC: Information Age.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. En C. Janvier, *Problems of representations in the teaching and learning of mathematics* (págs. 33-40). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and Translations among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving. *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*(21), 33-40.

Lizarzaburu, A., & Zapata, G. (2001). *Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América latina. Experiencias y desafíos.* Madrid: Morata.

Marín, J. (2012). *La investigación en educación y pedagogía.Sus fundamentos epoistemológicos y metodológicos.* Bogotá, D. C.: Universidad Santo Tomás.

Márquez, G. (2018). *Una problematización del concepto de topología en los inicios de la teoría de conjuntos abstractos de Fréchet. (Tesis de maestría).* México, DF: Centro de Investigación y de estudios avanzados del Instituto politécnico nacional.

MEN. (2010). *Proyectos Pedagógicos Productivos. Manual de formación de agentes educativos.* Bogotá, D. C.: Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Gobierno del Salvador. (2009). *El Huerto Escolar.Orientaciones para su implementación*. Recuperado el 25 de octubre de 2018, de FAO: http://www.fao.org/docrep/013/am275s/am275s00.pdf

Mochón, S. (2012). Enseñanza del razonamiento proporcional y alternativas para el manejo de la regla de tres. *Educación Matemática, 24*(1), 133-156.

Montiel, G. (2005). *Estudio socioepistemológico de la función trigonométrica (Tesis doctorado).* México, D. F.: CICATA-IPN.

Montiel, G., & Buendía, G. (2011). Propuesta metodológica para la investigación socioepistemológica. *Memorias de la XIV Escuela de invierno en Matemática Educativa*, 443-445.

Montiel, G., & Buendía, G. (2013). Desarrollo del Pensamiento Funcional-Trigonométrico. En M. Ferrari, G. Martínez, & G. Buendía, *Resignificación de funciones para profesores de matemáticas* (págs. 169-205). México, D. F.: Ediciones Díaz de Santos.

Moreno, L., & Quintero, N. (2014). *La huerta escolar como medio de integración curricular de las áreas fundamentales e insumo de orientación a las prácticas pedagógicas (Tesis de maestría en Educación).* Ibagué: Universidad del Tolima. Facultad de Ciencias de la Educación.

Movilla, F. (2010). El razonamiento proporcional. Un estudio comparativo realizado dentro y fuera de la escuela. *Comunicación presentada en 11° Encuentro Colombiano Matemática Educativa*, (págs. 405-411). Bogotá, DC.

Recuperado el 15 de octubre de 2018, de http://funes.uniandes.edu.co/1049/1/405_El_Razonamiento_Proporcional_Asocolme2010.pdf

Noelting, G. (1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept. Part I. Differentiation of stages. *Educational Studies in Mathematics, 1*(11), 217-253.

Obando, G., Vasco, C., & Arboleda, L. (2013). Razón, proporción, proporcionalidad: configuraciones epistémicas para la educación básica. En R. Flores, *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (págs. 979-988). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Oller, A., & Gairin, J. (2013). La génesis histórica de los conceptos de razón y proporción y su posterior aritmetización. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 16*(3), 317-318.

Padilla, E. (2015). *Conocimientos matemáticos de menores trabajadores. El caso de la proporcionalidad (Tesis de maestría en Desarrollo Educativo).* México, DF: Universidad Pedagógica Nacional.

Peña, P. (2016). *Influencias de una experiencia didáctica intercultural en las creencias matemáticas docentes (Tesis de doctorado).* México, DF: CICATA-IPN.

Pérez, V., & Morales, A. (16-20 de septiembre de 2013). *Clasificar como práctica social desde el punto de vista de la socioepistemología*. Recuperado el 20 de octubre de 2018, de Actas del VII CIBEM: http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/1329.pdf

Piaget, J. (1977). The role of action in the development of thinking. En W. F. (Eds.), *Knowledge and development: Advances in research and theory. Vol. 1* (págs. 17-42). New York: Plenum Press.

Piaget, J., & Henríquez, G. (1978). *Recherches Sur La Generalisation.* Paris: PUF.

Puertas, M. (1994). *Euclides. Elementos. Libro V-IX.* Madrid: Gredos S. A. .

Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7*(2), 132-150.

Real Academia Española. (2017). *Definición de medir*. Recuperado el 20 de octubre de 2018, de RAE: http://dle.rae.es/?id=Om9ZDVF

Reyes, D. (2011). *Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: estudios de factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas (Tesis de maestría en Ciencias).* México, DF: Centro de investigación y Estudios avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Reyes, D. (2016). *Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: una alternativa para la transformación y la mejora educativa. (Tesis de doctorado).* México, D. F.: Centro de investigación y Estudios avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Reys, R., Trafton, P., Reys, B., & Zawojewski, J. (1984). *Computational estimation instructional materials for the middle grades. Final report.* Washington, DC: National Science Foundation.

Rivas, M. (2012). *Análisis epistémico y cognitivo de tareas de proporcionalidad en la formación de profesores de educación primaria. (Tesis de doctorado).* Granada: Universidad de Granada. Departamento de Didáctica de la Matemática.

Romo, A. (2012). Reflexión sobre la metodología de investigación en la matemática educativa a partir de una tesis doctoral. En A. Rosas, & A. Romo, *Metodología en Matemática Educativa. Visiones y reflexiones* (págs. 41-60). Mexico, DF: Lectorum.

Scheel, A. (2014). *Efectividad de los huertos escolares pedagógicos en el cambio de conocimientos, actitudes y prácticas en alimentación y nutrición, de los alumnos de cuarto a sexto grado del nivel primario de las escuelas del municipio de Santa María Chiquimula (Tesis).* Quetzaltenango: Rafael Ladivar. F.C. S.

Segovia, I., Castro, E., Castro, E., & Rico, L. (1989). *Estimación en cálculo y medida.* Madrid: Síntesis.

Sierra, E. (2008). *Pesas y medidas: un estudio socioepistemológico: el caso Metlatónoc . (Tesis de mestría).* México, DF: Centro de investigación y Estudios avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica.* (P. Valero, Trad.) Bogotá, D. C.: Colombia: una empresa docente.

Solares, D., & Block, D. (2017). ¿Dónde conviene cambiar el cheque?" Conocimientos multiplicativos en alumnos jornaleros agrícolas migrantes. *Sinéctica*(49). Recuperado el 15 de octubre de 2018, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-109X2017000200008&lng=es&nrm=iso&tlng=es

Soto, D., & Cantoral, R. (2014). Discurso Matemático Escolar y Exclusión. Una visión socioepistemológica. *Boletim de Educação Matemática, 48*(28), 1525–1544.

Soto, I., & Rouche, N. (1995). Problemas de proporcionalidad resueltos por campesinos chilenos. *Educación matemática, 7*(1), 77-95.

Spinillo, A. (2002). O Papel de Intervenções Específicas na Compreensão da Criança sobre Proporção. *Psicologia: Reflexão e Crítica, 15*(3), 475-487.

Tourniaire, F., & Pulos, S. (1985). Proportional Reasoning: A review of the literature. *Educational Studies in Mathematics, 16*(2), 181-204.

Trepat, C., & Comes, P. (2002). *El tiempo y el espacio en la didáctica de las ciencias sociales.* Barcelonax: Grao.

Vélez, C. (2011). La educación social y popular en Colombia.Relaciones y búsquedas: treinta años de legitimidad. *Revista Científica Guillermo de Ockham, 9*(1), 133-146.

Vera, J. (2015). *La huerta escolar como estrategia didáctica para el desarrollo de competencias científicas en la institución educativa maestro Pedro Nel Gómez (Tesis de maestría Enseñanza de las ciencias exactas y naturales).* Bogotá, D. C.: Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicatives structures. En R. Lesch, & M. Landau, *Acquisition of mathematics concepts and processes* (págs. 127-174). Boston: Academic Press.

Vergnaud, G. (1991). *El niño, las Matemáticas y la realidad.* Mexico, D. F.: Trillas.

Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Yaguara, M. (2012). *La huerta escolar una estrategia para mejorar la percepción nutricional y lograr aprendizaje significativo en los estudiantes de primaria (Tesis de maestría Enseñanza de las ciencias exactas y naturales).* Bogotá, D. C.: Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias.

Yojcom, D. (2013). *La epistemología de la matemática Maya: Una construcción de conocimientos y saberes a través de las prácticas (Tesis de Doctorado Ciencias en Matemática Educativa).* México, D. F.: Centro de investigación y Estudios avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Zaldivar, E. (2014). *Un estudio de la resignificación del conocimiento matemático del ciudadano en un escenario no escolar .(Tesis de doctorado).* México, DF: Centro de investigación y Estudios avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Anexos

Anexo 1. Formato de consentimientos informado (Rector, docentes, padres de familia)

UNIVERSIDAD SANTO TOMAS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA

Universidad Santo Tomás
Doctorado en Educación

CONSENTIMIENTO DE LOS PADRES DE FAMILIA

Se hace presentación del proyecto de investigación a: **Paola Alejandra Balda Alvarez** como estudiante del Doctorado en Educación de la Universidad Santo Tomás, para desarrollar e implementar su proyecto de investigación: ***Usos y significados de la proporcionalidad en los Proyectos Predagógicos Productivos (Huerta Escolar)***En que se presentó la propuesta y la manera en que los estudiantes estarán involucrados.

Por tal motivo los padres de familia y/o acudientes de los estudiantes del grado antes citado, manifiestan su consentimiento en el listado anexo, con nombre de estudiantes, nombre del acudiente, cedula de ciudadanía y firma de autorización.

Luego de haber entendido la propuesta de investigación que se ha suministrado, y manifestando las consideraciones y condiciones generales frente a la implementación de la propuesta en el grado del cual hace parte mi hij@, manifestamos el consentimiento en permitir la implementación y desarrollo de la misma y permitir la participación de nuestros hijos en cualquier soporte audiovisual para efectos de reproducción y comunicación pública educativa tales fotografías y/o videos, y demás instrumentos que se requiera para el desarrollo del proyecto de investigación (instrumentos de observación y de recolección de información) sin perjuicio del respeto al derecho moral de paternidad e integridad.

Por virtud de este documento los padres de familia abajo firmantes declaran que son responsables legales integral de los estudiantes relacionados y en consecuencia garantizan que puede otorgar la presente autorización.

Así mismo se específica que las fotografías y/o videos involucre imágenes de nuestros hijos (menores de edad) es exclusiva para el uso del proyecto de Investigación antes citado exclusivamente, el cual tendrá uso de carácter educativo y será difundido por las estudiantes de la maestría, como evidencia en su trabajo con fines netamente educativos.

Consideraciones generales frente a la autorización:

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____

Consentimiento y Autorización:

UNIVERSIDAD SANTO TOMAS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA

Universidad Santo Tomás
Doctorado en Educación

NOMBRE DEL ESTUDIANTE	NOMBRE DEL PADRE DE FAMILIA	C.C. DEL PADRE DE FAMILIA	FIRMA DE CONSENTIMIENTO
José Isaac Molanes	Concepción González	C.C. 39662277	x Concepción González
Luis Felipe Ramirez R.	Luis A. Ramirez	C.C. 1050170111	x 1050170111
Kreven Eineth Quintero	Hernan A. Quintero	C.C. 1026954903	x Hernan Quintero
Emily Vanessa Fonseca	Yanuly Wilches	C.C. 1072894775	x
Kevin Palacios	Fabio Palacios	C.C. 11389535	
Jhonier Quintero	Viviana Salazar	C.C 1073681270	x Viviana Salazar
Harold Bello	Marcela Bello	C.C 89670537	x Marcela Bello
Monica Gonzalez	Ilber Gonzalez	C.C 79273468	x Ilber Gonzalez P.
Astrid Ramirez	Maria Sanchez	C.C 39 676 261	x Maria Sanchez

UNIVERSIDAD SANTO TOMAS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA

Universidad Santo Tomás
Doctorado en Educación

CONSENTIMIENTO DEL DOCENTE DE LA INSTITUCIÓN

Yo, Yasenia Buitrago Ch con cédula de ciudadanía No. 52171818 de Bta en mi condición de docente del Establecimiento Educativo Eugenio Díaz Castro del grado: _____ Sede: El Chiratá manifiesto mi consentimiento a: a: **Paola Alejandra Balda Alvarez** como estudiante del Doctorado en Educación de la Universidad Santo Tomás, para desarrollar e implementar su proyecto de investigación: ***Usos y significados de la proporcionalidad***, que incluya en cualquier soporte audiovisual a mi Grado de atención (antes citado), en términos de mi quehacer en el aula; para efectos de reproducción y comunicación pública educativa tales fotografías y/o videos, y demás instrumentos que se requiera para el desarrollo del proyecto de investigación (instrumentos de observación y de recolección de información) sin perjuicio del respeto al derecho moral de paternidad e integridad.

Por virtud de este documento la docente en mención declara que es responsable integral del grado _____ y en consecuencia garantizan que puede otorgar la presente autorización. Así mismo específica que la fotografía y/o video involucre imágenes de los estudiantes (menores de edad) deberá contar con la autorización previa de las personas a fotografiar o grabar. Por eso se hace necesario adjuntar a esta autorización, el consentimiento a participar por parte de los padres de familia y/o acudientes responsables de los menores a quienes se les implementara la propuesta.

La autorización que aquí se concede sobre este material, es exclusiva para el Uso del proyecto de Investigación antes citado exclusivamente, el cual tendrá uso de carácter educativo y será difundido por la doctoranda como evidencia en su trabajo con fines netamente educativos.

Consideraciones generales frente a la autorización:

1. Observaciones sujetas al grado.
2. Se organizan las fechas de visita y observación según cronograma
3. Se propone un intercambio alrededor de la educación en didáctica de la enseñanza de la matemática y práctica
4. en aula multigrado
5. _____

Consentimiento: He leído y entendido la propuesta de investigación que se me ha suministrado, he manifestado mis consideraciones y condiciones generales frente a la implementación de la propuesta en el grado del cual soy

UNIVERSIDAD SANTO TOMAS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA

Universidad Santo Tomás
Doctorado en Educación

FORMATO DE CONSENTIMIENTO

CONSENTIMIENTO DEL RECTOR DE LA INSTITUCIÓN

Yo, [illegible] con cédula de ciudadanía No. 79526291 de _____ en mi condición de rector del Establecimiento Educativo I.E. EUGENIO DIAZ CASTRO manifiesto mi consentimiento a: **Paola Alejandra Balda Alvarez** como estudiante del Doctorado en Educación de la Universidad Santo Tomás, para desarrollar e implementar su proyecto de investigación: ***Usos y significados de la proporcionalidad***, y a que incluya en cualquier soporte audiovisual a mi Establecimiento Educativo, para efectos de reproducción y comunicación pública educativa tales fotografías y/o videos, y demás instrumentos que se requiera para el desarrollo del proyecto de investigación (instrumentos de observación y de recolección de información) sin perjuicio del respeto al derecho moral de paternidad e integridad. Por virtud de este documento el rector en mención declara que es responsable integral de la institución y en consecuencia garantizan que puede otorgar la presente autorización. Así mismo especifica que la fotografía y/o video involucre imágenes de personas, deberá contar con la autorización previa de las personas a fotografiar o grabar. Por eso se hace necesario adjuntar a esta autorización, el consentimiento a participar por parte de los docentes de la institución que se vinculan al proyecto y la autorización de los padres de familia y/o acudientes responsables de los menores a quienes se les implementara la propuesta.

La autorización que aquí se concede sobre este material, es exclusiva para el uso del proyecto de Investigación antes citado exclusivamente, el cual tendrá uso de carácter educativo y será difundido por la doctoranda, como evidencia en su trabajo con fines netamente educativos.

Consideraciones generales frente a la autorización:

1. APOYO ALTERA "DIDACTICA DE LAS MATEMATICAS"
2. CON DOCENTES DE LA INSTITUCION.
3. _____
4. _____
5. _____

Consentimiento: He leído y entendido la propuesta de investigación que se me ha suministrado, he manifestado mis consideraciones y condiciones generales frente a la

UNIVERSIDAD SANTO TOMAS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA

Universidad Santo Tomás
Doctorado en Educación

implementación de la propuesta en el establecimiento del cual soy rector, manifiesto mi consentimiento en permitir la implementación y desarrollo de la misma.

Cordialmente,

C.C. 79536293.

Fecha: Octubre 20 2016

RECTOR

Anexo 2. Certificados de divulgación en eventos académicos

El Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional
Departamento de Matemática Educativa
Otorga el presente
Reconocimiento
a Mg. Paola Alejandra Balda Alvarez.
Por su Ponencia:
"Un Rediseño del discurso Matemático Escolar en torno a la proporcional: Un estudio socioepistemológico en el contexto de la huerta escolar".
Impartido en el Seminario de los Jueves Año XXVIII - Sesión XCIX, del Área de Educación Superior.
Ciudad de México, a 29 de junio de 2017.
Dr. Gisela Montiel Espinosa

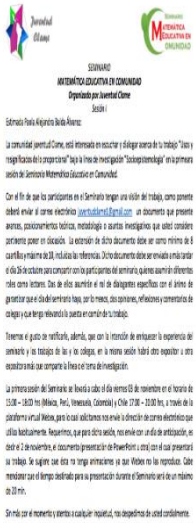
UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
LA FACULTAD DE EDUCACIÓN
DE LA VICERRECTORÍA DE UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA,
Certifica que:
PAOLA BALDA ALVAREZ
CC. 52.729.331
Participó como ponente:
"III Coloquio Nacional y I Internacional de Estudiantes de Doctorado en Educación"
Realizado en la ciudad de Bogotá del 1 al 3 de junio de 2017.
Se expide en la ciudad de Bogotá D.C., a los 14 días del mes de junio de 2017.

Tercer Encuentro Distrital de Educación Matemática
EDEM3
CERTIFICAN QUE:
Paola Alejandra Balda Álvarez
Participó como
Ponente en la Conferencia paralela - Reporte de Investigación:
Constructos teóricos y metodológicos del enfoque Socioepistemológico de la Matemática Educativa. Avances de una investigación.

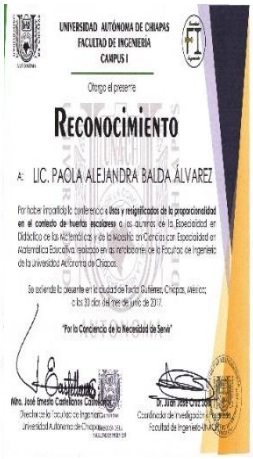
VII Congreso de Matemáticas y Educación Matemática
VI Congreso Internacional de Matemáticas Aplicadas
Del 16 al 18 de febrero
2017
LA UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO Y SUS PROGRAMAS DE POST GRADO E INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
OTORGA EL PRESENTE CERTIFICADO A
PAOLA ALEJANDRA BALDA ALVAREZ
EN CALIDAD DE PONENTE
VII SIMPOSIO DE MATEMÁTICAS Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA

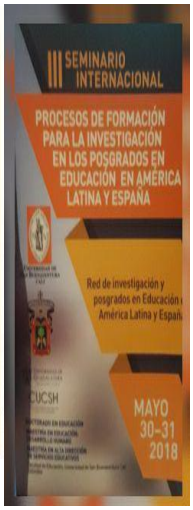
XI
ASOCIACIÓN COLOMBIANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA
ASOCOLME
ECME-17 en 2018

XIX ESCUELA DE INVIERNO EN MATEMÁTICA EDUCATIVA
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NAYARIT
ÁREA DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍAS
Otorga la presente:
CONSTANCIA
A: Paola Alejandra Balda Álvarez
Por su participación en:
EL CARTEL: USOS Y RESIGNIFICADOS DE LA PROPORCIONALIDAD,
durante la XIX Escuela de Invierno en Matemática Educativa que se llevó a cabo del 7 al 10 de diciembre del 2016, en la ciudad de Tepic, Nayarit, México.


Juventud Clame
Matemática Educativa en Comunidad
SEMINARIO
MATEMÁTICA EDUCATIVA EN COMUNIDAD
Organizado por Juventud Clame
Sesión I
Estimada Paola Alejandra Balda Álvarez:
La comunidad Juventud Clame, está interesada en escuchar y dialogar acerca de tu trabajo "Usos y resignificados de la proporcional" bajo la línea de investigación "Socioepistemología" en la primera sesión del Seminario Matemática Educativa en Comunidad.
Con el fin de que los participantes en el Seminario tengan una visión del trabajo, como ponente deberá enviar al correo electrónico juventudclame@gmail.com un documento que presente avances, posicionamientos teóricos, metodologías o asuntos investigativos que usted considere pertinente poner en discusión. La extensión de dicho documento debe ser como mínimo de 8 cuartillas y máximo de 10, incluidas las referencias. Dicho documento debe ser enviado a más tardar el día 26 de octubre para comunicar con los participantes del seminario, quienes asumirán diferentes roles como lectores. Dos de ellos asumirán el rol de dialogantes específicos con el jóvenes de generar que el desarrollo del seminario haga, por lo menos, dos opiniones, reflexiones y comentarios de colegas y que tengo relevancia la puesta en común de tu trabajo.
Tenemos el gusto de notificarte, además, que con la intención de enriquecer la experiencia del seminario y los trabajos de los y los colegas, en la misma sesión habrá otro expositor y otro escuchador más que comparte la línea o el tema de investigación.
La primera sesión del Seminario se llevará a cabo el día viernes 03 de noviembre en el horario de 15:00 – 18:00 hrs (México, Perú, Venezuela, Colombia) y Chile 17:00 – 20:00 hrs, a través de la plataforma virtual Webex, para lo cual solicitamos nos envíe a dirección de correo electrónico que utilice habitualmente. Requerimos, que para dicha sesión, nos envíe con una día de anticipación, es decir el 2 de noviembre, el documento (presentación de PowerPoint o otro) con el cual presentará su trabajo. Se sugiere que esta no tenga animaciones ya que Webex no las reproduce. Cabe mencionar que el tiempo destinado para la presentación durante el Seminario será de un máximo de 20 min.
Sin más por el momento y atentos a cualquier inquietud, nos despedimos de usted cordialmente.

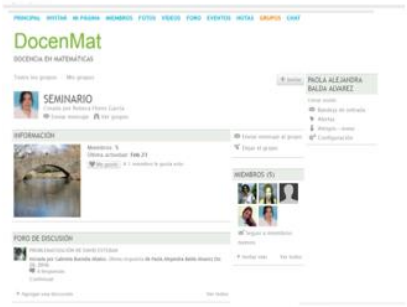
El Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional
Departamento de Matemática Educativa
Otorga el presente
Reconocimiento
a Mg. Paola Alejandra Balda Alvarez.
Por su Ponencia:
"Un Rediseño del discurso Matemático Escolar en torno a la proporcional: Un estudio socioepistemológico en el contexto de la huerta escolar".
Impartido en el Seminario de los Jueves Año XXVIII - Sesión XCIX, del Área de Educación Superior.
Ciudad de México, a 29 de junio de 2017.
Dr. Gisela Montiel Espinosa


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
FACULTAD DE INGENIERÍA
CAMPUS I
Otorgo el presente
RECONOCIMIENTO
A: LIC. PAOLA ALEJANDRA BALDA ÁLVAREZ
Por haber impartido la conferencia "Usos y resignificados de la proporcionalidad en el contexto de huerta escolares" a los alumnos de la Especialidad en Didáctica de las Matemáticas y de la Maestría en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa, realizada en las instalaciones de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Chiapas.
Se extiende la presente en la ciudad de Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México; a los 30 días del mes de junio de 2017.
"Por la Conciencia de la Necesidad de Servir"
Mtro. José Ernesto Cartolano Cutzmane
Dr. José Jesús Cruz Castillo


III SEMINARIO INTERNACIONAL
PROCESOS DE FORMACIÓN PARA LA INVESTIGACIÓN EN LOS POSGRADOS EN EDUCACIÓN EN AMÉRICA LATINA Y ESPAÑA
Red de investigación y posgrados en Educación América Latina y España
CUCSH
MAYO 30–31 2018

Clame
Relme32
Universidad de Medellín
El Comité Latinoamericano de Matemática Educativa y la Universidad de Medellín dejan constancia que
PAOLA ALEJANDRA BALDA ÁLVAREZ
D.I. 52729331
ha sido ponente del reporte de investigación:
EL SENTIDO PROPORCIONAL EN LOS ESTUDIANTES DE ARTES
de la XXXIII REUNIÓN LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA, realizada en la Universidad de Medellín, Colombia, del 2 al 6 de julio de 2018.
OLGA LIDIA PÉREZ GONZÁLEZ
LILIA DORA ROJANO PERES
LUIS ALBERTO ZABALA JARAMILLO

Anexo 3. Participación en redes



Red Latinoamericana de Etnomatemática
RELAET

Anexo 4. Formato de trascripción de videos

Número del video:	#8		Hora del video	10'18''
Fecha del video:	Junio de 2016	Lugar del video	Institución Educativa Eugenio Diaz Castro	
Actores en el video	N1: niño 1 N2: niña 2 N3: niña 3 P1: profesora 1 P2: profesor 2 Cl : niños en el invernadero			

Código para referencia	Actor	Transcripción	Tiempo	Gestos
N2801	N2	Cuando ya estén grandes, ya nacidos los…	0'4''	Señala con las manos
N1802	N1	Los trasplantamos, lo que le estaba contando a los niños chiquitos, de las camas de aquí los trasplantamos para acá y los de acá se trasplantan para, para afuera Como por acá…	0'7'' – 0'24''	Señala con el dedo el lugar donde se trasnplantará
N2803	N2	Cuando ya están bien grandes las remolachas, el tallo saca mucha, la zanahoria…	0'26'' – 0'32''	Cruza las manos
N1804	N1	Lechuga morada	0'34''	Cruza las manos
CL805	Cl	¡la fresa!	0'39''	Cruza las manos
N1806	N1	La espinaca,	0'40'' -	Cruza las manos
E807	E	¿Dónde hay fresa?	0'42''	Cruza las manos
N2808	N2	La fresa es esa y esa	0'43'' – 0'45''	Señala con el dedo el lugar
N1809	N1	Y estas botellitas son pa, pa que la tierra este más húmeda	0'53'' – 0'57''	Toma una botella
N2810	N2	Son los teteros Y no se dañen las maticas	0'57'' – 0'58''	Señala un tetero
N1811	N1	Y no se dañen las plantas, entonces como la botella se tapa de tierra entonces va gotiendo y va a estar la tierra húmeda	0'58'' – 1'08''	Hace una señal con la mano
E812	E	¿Me dejas ver una botella como es, la	1'10''	Manos

Anexo 5. Algunas fotografías producto de la primera fase de acompañamiento

HACER SURCOS
Actores en el video
NA
Descripción de la fotografía
Surcos de un sembrio de papa
Actores en el video
Estudiantes
Descripción de la fotografía
Estudiantes preparan los insumos para la realización de surcos

Actores en el video
Estudiantes Padre de familia
Descripción de la fotografía
Los estudiantes preparan los materiales para iniciar el proceso de construcción de surcos.
Actores en el video
Niños
Descripción de la fotografía
Estudiantes caminan hacia la huerta rumbo a la prepación de surcos para la siembra

Actores en el video
Docente Estudiantes
Descripción de la fotografía
El docente da instrucciones a los estudiantes
Actores en el video
Docente Estudiante
Descripción de la fotografía
La maestra da indicaciones a los estudiantes sobre cómo se construyen los surcos
Actores en el video
Docente Estudiante
Descripción de la fotografía
La docente enseña al estudiante la forma como coger la herramienta (azadón) para la construcción de los surcos

Actores en el video
Docente Estudiantes
Descripción de la fotografía
La maestra con ayuda del azadón realiza los surcos de la huerta
Actores en el video
Docente Estudiantes
Descripción de la fotografía
La maestra da indicaciones de la forma como se deben construir los surcos
Descripción de la fotografía
La maestra explica al estudiante a través del ejemplo la forma como se deben construir los surcos

SEMBRAR
Actores en el video
Estudiantes
Descripción de la fotografía
Los niños de preescolar simbran en los semilleros

Actores en el video
Estudiantes
Descripción de la fotografía
Los niños introducen la semillas en los orificios realizados en las divisiones de los semilleros
Actores en el video
Estudiante
Descripción de la fotografía
La niña hace la perforación en el semillero introduciendo su dedo meñique en una de las divisiones del mismo.

Actores en el video
Estudiantes y docentes
Descripción de la fotografía
La niña introduce las semillas en el orificio realizado en una de las divisiones del semillero
Actores en el video
Estudiantes
Descripción de la fotografía
El niño cubre la semilla , luego de ser ubicada en un orificio en el terreno a sembrar.

Actores en el video
Estudiantes
Descripción de la fotografía
El niño introduce su dedo indice en la tierra, con la finalidad de realizar la ferforación en la cual introducirá la semilla. Esta perforación según indicaciones de la maestra debe tener de profundidad el triple del tamaño de la semilla.

Actores en el video
Estudiantes
Descripción de la fotografía
Un niño explica a otro el proceso de siembra, mientras el otro estudiante observa con curiosidad las caracteristicas de la semilla
Actores en el video
NA
Descripción de la fotografía
Sembrado colgante de fresa en invernadero

Actores en el video
NA
Descripción de la fotografía
Sembrado colgante de fresa en invernadero
Actores en el video
Estudiante
Descripción de la fotografía
El estudiante cubre con ayuda de una pala las semillas sembradas
Actores en el video
Estudiantes
Descripción de la fotografía
El estudiante hace uso de usa pala para cubrir cada división del semillero con tierra, una vez colocada la semilla
Actores en el video
Estudiante y docente
Descripción de la fotografía
La niña cubre con ayuda de su mano , con un poco de tierra las semillas sembradas, la maestra toma su mano para dar indicaciones.

Actores en el video
Estudiante
Descripción de la fotografía
La niña introduce su dedo meñique en una de las divisiones del semillero para realizar la perforación donde introducirá las semillas
Actores en el video
Estudiante
Descripción de la fotografía
El niño cubre la semilla sembrada con ayuda de su mano
Actores en el video
Estudiantes

Descripción de la fotografía
El niño cuenta las semillas e introduce una en cada orificio de la tierra
Actores en el video
Niños
Descripción de la fotografía
Los niños siembra según indicaciones de la maestra
Actores en el video
Estudiantes
Descripción de la fotografía
Los estudiantes usan la pala para cubrir con tierra el orificio donde colocaron la semilla.

Anexo 6. Ejemplo de nota de campo

Curso: todos: **Huerta escolar**		**Profesor: Yesenia Buitrago. Fecha: 4 de abril de 2014.** **Colegio: Romeral (Sibaté)**
Hora	**Registro**	**Comentario**
9:07 a.m.	Los niños salen del salón y se dirigen hacia el lugar donde la maestra tiene los instrumentos de la huerta	Los niños demuestran seguridad y gusto respecto a la labor que deben realizar, van entusiastas y con claridad respecto a sus funciones.
9: 20 a.m.	Cada niño recoge el instrumento asignado por la maestra desde el comienzo de año y se dirigen de forma ordenada a la huerta	Cada niño reconoce la función que la herramienta otorga al momento de realizar su labor, la recogida del instrumento es organizada
9:30 a.m.	Uno de los estudiantes se dirige a la zona de compostaje y con ayuda de una pala remueve el compostaje hasta tener una mezcla casi homogénea. Ese mismo estudiante toma una porción y se dirige a la huerta donde vacio con sumo cuidado en línea recta el compostaje de su pala.	Hay una gran seguridad de parte del estudiante en su labor, según lo que indica esto obedece no solo a las instrucciones de la maestra sino además al conocimiento cultural respecto a esa tarea que el trae consigo.