

**OBJETIVACIÓN DE LA SUMA Y RESTA ENTRE NÚMEROS ENTEROS EN
ESTUDIANTES DEL GRADO SÉPTIMO**

**Xiomara Piedrahita Sierra
Alejandra María Quintero Cañas**

**UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN**

**Medellín
2026**

**OBJETIVACIÓN DE LA SUMA Y RESTA ENTRE NÚMEROS ENTEROS EN
ESTUDIANTES DEL GRADO SÉPTIMO**

Xiomara Piedrahita Sierra

Alejandra María Quintero Cañas

Trabajo de grado para optar el título de Magister en Educación

Asesor: Humberto Sánchez Rueda

**UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN**

Medellín

2026

INTRODUCCIÓN.....	6
CAPÍTULO I	8
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	8
1.1. Contexto y lugar de indagación.....	8
1.2. Descripción de la problemática y pregunta de investigación.....	9
1.3. Objetivos.....	16
1.4. Antecedentes.....	16
1.5. Justificación.....	19
CAPÍTULO II.....	22
2. REFERENTES TEÓRICOS.....	22
2.1 Didáctica de las matemáticas.....	24
2.2. Pensamiento matemático.....	26
2.3. Pensamiento numérico.....	29
2.4. Enseñanza de las matemáticas.....	31
2.5. Teoría de la actividad.....	33
2.6. Teoría de la objetivación.....	35
2.7. Suma y resta entre números enteros.....	40
CAPÍTULO III.....	45
3. DISEÑO METODOLOGICO.....	45
3.1. Tipo y enfoque de investigación.....	45
3.2. Diseño de la propuesta de intervención.....	49
CAPÍTULO IV.....	79
4. SISTEMATIZACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	80
4.1. Sistematización.....	80
4.2. Análisis.....	87
4.2.1. comprensión del signo.....	87
4.2.2. Mediación semiótica y corporal.....	88
4.2.3. Intersubjetividad y trabajo colaborativo.....	89
4.3. Alcance de la propuesta.....	90
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	94
REFERENCIAS.....	96
ANEXOS.....	99

AGRADECIMIENTOS

El equipo de investigación expresa su profundo agradecimiento a Dios, por fijar su mirada en nosotras y concedernos la fortaleza, la sabiduría y la esperanza necesarias para perseverar y crecer, tanto personal como profesionalmente, a lo largo de este proceso.

A nuestras familias, por su apoyo incondicional, acompañamiento. Su amor y respaldo han sido fundamento indispensable.

A la Universidad Santo Tomás, por abrirnos las puertas de su claustro académico y por facilitar los recursos humanos y académicos que contribuyeron significativamente a nuestra formación y al desarrollo de esta investigación.

A nuestro tutor, Humberto Sánchez Rueda, por iniciar y orientar esta construcción de saberes con rigor y compromiso; y a Sabas Bustamante, por su guía y aportes. Sus observaciones y acompañamiento han enriquecido notablemente este proceso formativo.

Al Colegio Pablo VI, por el respaldo institucional brindado durante la ejecución del proyecto; y, de manera especial, a los estudiantes del grado séptimo tres, por el empeño, la disposición y la participación durante la implementación de la estrategia.

A nuestros compañeros maestrantes, quienes con su camaradería y diálogo académico compartieron este sueño e hicieron más rica esta experiencia colectiva.

A todas las personas que, de algún modo, aportaron tiempo, conocimientos y apoyo: nuestro sincero reconocimiento y gratitud. Este trabajo es fruto del esfuerzo conjunto; a todos, muchas gracias.

INTRODUCCIÓN.

La enseñanza y el aprendizaje de la suma y la resta entre números enteros constituyen un eje esencial en la formación del pensamiento matemático de los estudiantes de educación secundaria. El dominio de estas operaciones no sólo permite comprender la estructura del sistema numérico, además, sientan los fundamentos para fortalecer las habilidades de razonamiento necesarias en contenidos más avanzados. No obstante, diversas investigaciones (Otero 2015, Cid, 2016, Gallardo y Hernández 2007) han mostrado que la comprensión de los números enteros y sus operaciones representa dificultad en los procesos de enseñanza y aprendizaje, especialmente cuando los estudiantes deben trabajar con números negativos. Dicha situación provoca confusiones conceptuales que repercuten de forma negativa en el rendimiento académico y en la disposición hacia las matemáticas.

En el Colegio parroquial Pablo Sexto, se ha reconocido que los estudiantes de los grados séptimo, octavo, noveno, décimo y once presentan vacíos en el aprendizaje de la suma y la resta entre números enteros. Tales falencias se manifiestan en errores frecuentes al resolver operaciones y en una tendencia a memorizar reglas sin una verdadera apropiación del significado subyacente. Esta problemática hizo necesaria una profundización en el análisis del aprendizaje de estos contenidos, adoptando una mirada que supere la mera transmisión de procedimientos y permita comprender cómo los estudiantes construyen sentido y objetiva el conocimiento matemático.

Con este propósito, nuestro trabajo de grado se enmarca en un enfoque cualitativo, bajo una modalidad de investigación, acción que permite comprender la particularidad y complejidad del fenómeno en un grupo específico de estudiantes. El sustento teórico se apoya en la teoría de la actividad (Leóntiev, 1984; Montealegre, 2005) y en la Teoría de la Objetivación (Radford, 2006, 2013, 2014), las cuales conciben “el aprendizaje como un proceso histórico- cultural, en el que los sujetos construyen significado, mediante la interacción social y el uso de herramientas semióticas mediadoras [...]”. Desde esta perspectiva, se diseñaron e implementaron actividades orientadas a fomentar la reflexión colectiva, el diálogo y la acción significativa en torno a los objetos matemáticos.

En coherencia con lo anterior, este trabajo tiene como propósito analizar el proceso de objetivación de la suma y la resta entre números enteros como una propuesta para fortalecer el aprendizaje de los estudiantes del grado séptimo. La investigación busca aportar a la construcción de estrategias didácticas innovadoras que superen la enseñanza basada en la memorización de reglas, fomentando la comprensión profunda de los conceptos y la formación de sujetos reflexivos y críticos frente al conocimiento matemático.

Por último, los hallazgos que aquí se presentan buscan ofrecer elementos que orienten futuras prácticas pedagógicas, contribuyendo al mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje en el área de matemáticas.

CAPÍTULO I

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

1.1. Contexto y lugar de indagación.

Dicha investigación se llevó a cabo en el Colegio parroquial Pablo Sexto, una institución de carácter mixto vinculada a la arquidiócesis de Medellín. Fundado en el año 1965, el colegio está ubicado en el barrio Manrique, en la zona nororiental de Medellín. Brinda los niveles de primaria, bachillerato y media técnica en sistemas, esta última en convenio con el Servicio Nacional de Aprendizaje.

En el año escolar 2024, el colegio contaba con una matrícula de 1.600 estudiantes, de los cuales 73 presentan necesidades educativas especiales.

En cuanto a las formas de vinculación estudiantil, la institución cuenta con tres modalidades que responden a las diversas condiciones económicas de las familias. La modalidad privada corresponde a los estudiantes que realizan un pago mensual; La modalidad asumida o beca incluye a quienes cancelan únicamente el valor de la matrícula mientras el colegio cubre la totalidad de la mensualidad; y la modalidad de cobertura está dirigida a estudiantes de bajos recursos que no pueden asumir ni matrícula ni mensualidades, por lo que son eximidos de todo pago.

El equipo directivo está conformado por un sacerdote (rector), dos coordinadoras, un secretario, una psicóloga, un capellán y 33 docentes. La planta física incluye cinco pisos, 25 salones de clase, una sala de informática, biblioteca, restaurante escolar, oficinas administrativas y de orientación, así como tiendas escolares. Sin embargo, el colegio no cuenta con espacios deportivos, zonas verdes ni accesibilidad para personas con discapacidad (no hay rampas ni ascensores).

El Modelo Pedagógico Paulino, el cual integra elementos de los enfoques cognitivo, social, crítico, desarrollista, constructivista, histórico-cultural, adaptándose al contexto institucional. El Proyecto Educativo Institucional (PEI) resalta la formación integral desde una dimensión ética, moral, social, psicológica y antropológica, promoviendo la convivencia pacífica y la transformación del tejido social. El colegio Pablo Sexto para el año 2024 obtuvo un índice total de 0,70 en el resultado en las pruebas saber 11 (clasificación B).

El estudiante Paulino es concebido como un actor cultural inmerso en su contexto, un ser con deseo de conocimiento útil para su entorno, participante activo en sus procesos evaluativos, responsable y conocedor de los compromisos institucionales. (PEI,2024).

La familia es reconocida como un eje esencial en el proceso de formación de los estudiantes, y el perfil del docente se enmarca en una visión ética, social, intelectual y religiosa, destacando su papel como guía que enseña para la vida y que reflexiona constantemente sobre su práctica pedagógica.

Como complemento a la labor académica, el Colegio mantiene convenios con el SENA (media técnica) y la corporación ASSED (preicfes). El colegio recibió en dos ocasiones con el premio “Ser Mejor”, y su lema institucional es “*Aprendemos con amor para la vida*”.

1.2. Descripción de la problemática y pregunta de investigación.

El punto de partida de esta investigación se centra en el análisis de la objetivación que realizan los estudiantes de grado séptimo respecto a la suma y la resta entre números enteros. Esto se fundamenta en lo señalado por autores como Otero (2025), Cid, (2026), Gallardo y Hernández (2007) y el Ministerio de Educacional Nacional (1998), quienes afirman que la enseñanza y aprendizaje de estas operaciones suele estar atravesada por diversas dificultades. En particular, destacan que “los alumnos presentan grandes dificultades en la comprensión de los números negativos, en el especial cuando se trata de restar dos números negativos, debido a la interferencia de significados previos asociados únicamente a los números naturales [...]”.

Ahora bien, las interpretaciones respecto a la enseñanza de la suma y resta entre números enteros se reconocen en una encuesta realizada a 15 docentes del área de matemáticas de diferentes colegios, donde se evidencia que la no comprensión de la suma y resta entre números enteros se convierte en un obstáculo para la enseñanza de temas matemáticos en grados superiores.

Una de las dificultades que afrontan los estudiantes en el área matemáticas en los grados octavo, noveno, décimo y once, radica en la comprensión de la suma y resta entre números enteros, concepto enseñado en el grado séptimo desde los derechos básicos de aprendizaje matemáticas y los estándares básicos de competencias en matemáticas. Esta dificultad se refleja de forma persistente en la enseñanza y aprendizaje de temas más complejos o de grados superiores que integran el plan de estudios de bachillerato.

En octavo grado se identifica una dificultad frecuente en los procesos de factorización, derivada principalmente de fallas en la manipulación de los signos al operar con números enteros. Esta problemática refleja que los estudiantes no han consolidado de manera adecuada la comprensión de las reglas básicas que rigen las operaciones con números enteros, principalmente en lo que respecta a la suma y la resta. En consecuencia, al enfrentarse a expresiones algebraicas que requieren aplicar dichos conocimientos cometen equivocaciones que afectan la correcta factorización y resolución de ejercicios.

Esta situación se evidencia en la Ilustración 1, donde se muestran ejemplos de errores comunes en los procedimientos operativos. Dichas dificultades ponen de manifiesto la necesidad de fortalecer la comprensión conceptual y la apropiación significativa de la suma y la resta entre números enteros desde los grados anteriores, como base fundamental para el aprendizaje de contenidos algebraicos más complejos.

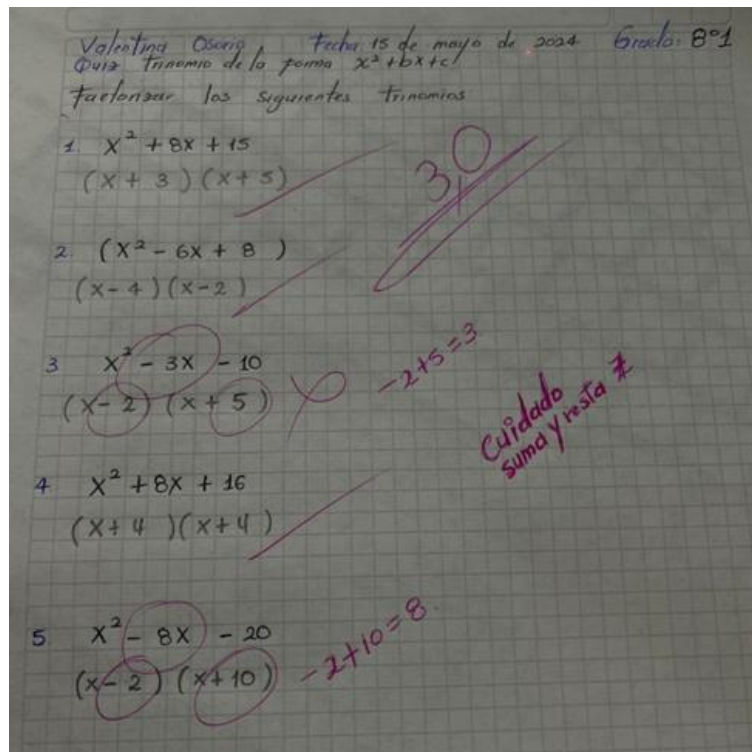


Ilustración 1

En el grado noveno se identifican dificultades académicas persistentes que remiten, en buena medida a fallas en la comprensión y dominio de la suma y la resta entre números enteros. Estos errores se hacen especialmente notables en contenidos de mayor abstracción, como las operaciones con números complejos, la resolución de sistemas lineales 2×2 , el análisis de sucesiones y progresiones, y el trabajo con funciones lineales y cuadráticas, donde la correcta gestión de signos y la atención a la estructura aritmética de las expresiones resultan imprescindibles para la formalización algebraica. Por ejemplo, la incorrecta suma o resta de coeficientes al aplicar métodos de eliminación o sustitución en sistemas de ecuaciones conduce a determinantes erróneos y soluciones inválidas; de forma análoga, fallos en la manipulación de signos alteran la construcción de términos en una progresión o la identificación del signo el discriminante en una ecuación cuadrática, lo cual compromete la interpretación geométrica y algebraica de la función.

Estas dificultades no deben entenderse únicamente como errores mecánicos, revelan déficits conceptuales en la estructuración del número entero y en la transferencia de procedimientos aritméticos hacia contextos algebraicos más complejos. En la ilustración 2 se

presentan evidencias concretas de estas fallas, que permiten observar cómo una brecha en lo elemental (suma y resta entre números enteros), se amplifica y se manifiesta en el desempeño sobre contenidos de mayor empleo curricular.

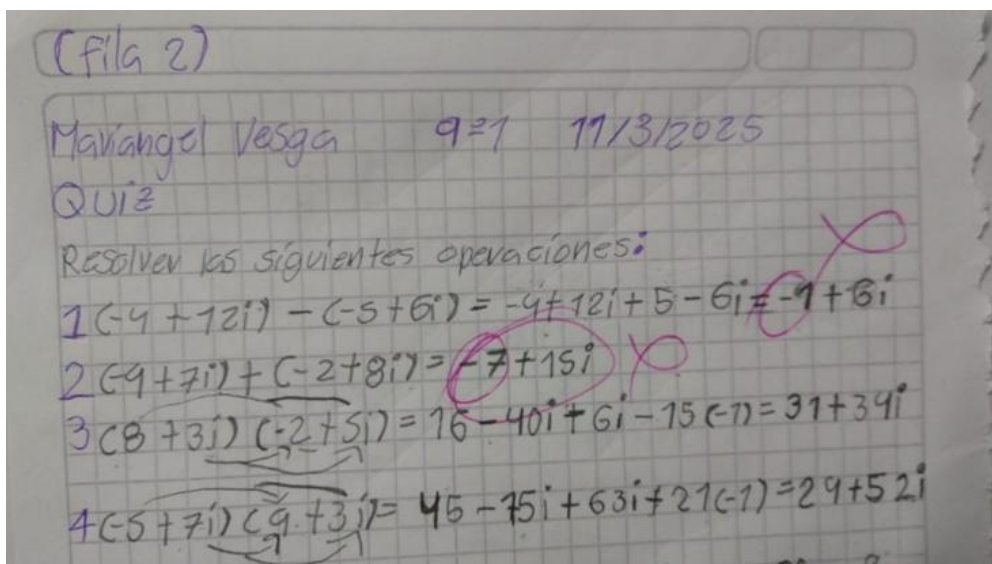


Ilustración 2

En el grado décimo, las dificultades asociadas al manejo inadecuado de la suma y la resta entre números enteros continúan manifestándose, afectando de manera significativa la comprensión de contenidos más avanzados como la triangulación y las secciones cónicas. En el estudio de la trigonometría, por ejemplo, los errores en la manipulación de signos impactan directamente en el uso de las razones trigonométricas y el análisis de los cuadrantes donde la determinación del signo de las funciones trigonométricas resulta fundamental para la correcta interpretación de los ángulos y la resolución de triángulos. Del mismo modo, en el trabajo con las secciones cónicas, circunferencia, elipse, parábola, hipérbola, se evidencian imprecisiones al desarrollar ecuaciones o representar gráficamente sus elementos, debido a operaciones incorrectas con números enteros al sustituir valores o simplificar expresiones algebraicas.

Estas dificultades reflejan que muchos estudiantes no han logrado consolidar un pensamiento matemático formal que les permita establecer conexiones entre los conocimientos aritméticos y los conceptos geométricos- algebraicos. La falta de comprensión

profunda de las operaciones elementales, especialmente la suma y la resta entre números enteros, se traduce en una debilidad estructural que obstaculiza la asimilación de conceptos más abstractos y la resolución autónoma de situaciones problema. De acuerdo con lo observado, este fenómeno revela la necesidad de revisar y redefinir estrategias que favorezcan la objetivación de los procesos aritméticos en etapas anteriores, de manera que los estudiantes logren construir significados sólidos y transferibles a contextos matemáticos de mayor complejidad.

En el grado undécimo, se hace aún más evidente la falta de comprensión sólida de la suma y la resta entre números enteros, la cual repercute de manera directa en el aprendizaje y desarrollo del pensamiento analítico requerido para el estudio del cálculo. Esta eficiencia se manifiesta con especial claridad al abordar temas como los límites y las derivadas, donde el tratamiento algebraico de expresiones numéricas y simbólicas exige un dominio preciso de las operaciones básicas. En el cálculo diferencial, por ejemplo, el uso correcto de las reglas de los signos resulta fundamental al simplificar expresiones, determinar incrementos positivos o negativos, y analizar la variación de funciones. Los errores cometidos en estos procesos, como confundir la resta de cantidades negativas o realizar sumas incorrectas al desarrollar productos notables, conducen a resultados erróneos y dificultan la apropiación de conceptos esenciales como calcular la pendiente de una recta o el comportamiento o decreciente de una función en un determinado punto.

Estos vacíos conceptuales no sólo afectan el desempeño operativo, sino también la comprensión del sentido matemático del cálculo como herramienta para modelar y analizar fenómenos de cambio. La dificultad para operar con números enteros se traduce, entonces, en una limitación cognitiva que impide a los estudiantes establecer relaciones entre la aritmética, el álgebra y el análisis matemático, lo que evidencia una ruptura en la progresión del aprendizaje.

Tal situación, representada en la Ilustración 3, muestra, cómo los errores básicos en la manipulación de signos o en la interpretación del valor de una expresión, afectan de manera acumulativa a la producción de los conceptos.

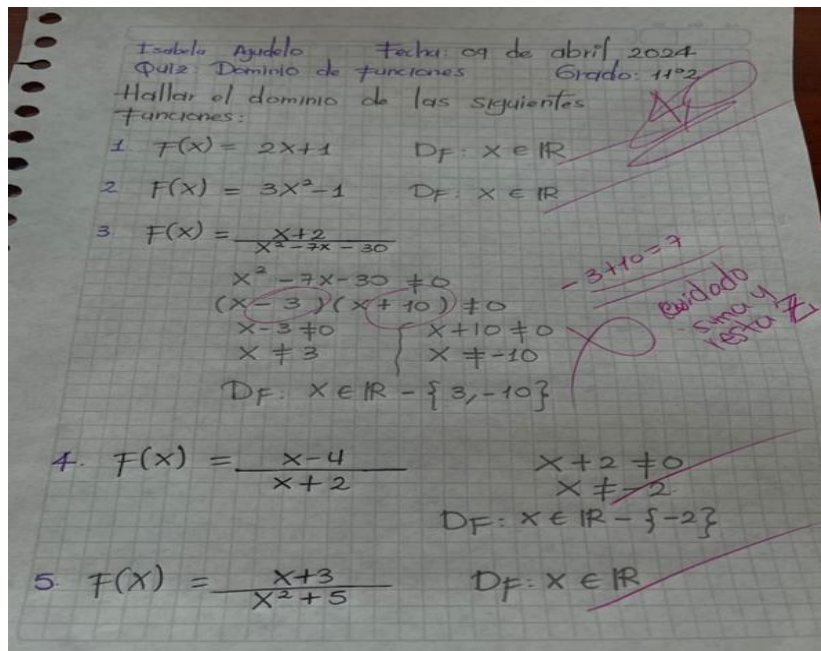


Ilustración 3

Las dificultades en el dominio de la suma y la resta entre números enteros constituyen una problemática educativa recurrente y de carácter estructural en el aula. Esta situación no sólo ha quedado manifiesta en la experiencia cotidiana de la práctica docente, además, se corrobora en los resultados de evaluaciones internas y externas, los simulacros de las pruebas SABER y los informes de programas de acompañamiento como “avancemos” muestran, de manera sostenida, un bajo desempeño en los ítems que demandan manejo conceptual y operativo de enteros. Estos resultados indican que las fallas no son incidentales ni aisladas, sino que responden a vacíos de comprensión que se reproducen a lo largo de la trayectoria escolar.

Las implicaciones pedagógicas de estas carencias son profundas. Cuando los estudiantes no consolidan una comprensión sólida de operaciones básicas con enteros, se generan barreras para el acceso a niveles superiores de razonamiento algebraico y para la resolución de tareas que requieren pensamiento negativo- positivo, modelización y análisis de situaciones relacionadas con cambios, deudas, temperaturas o variaciones en contextos reales.

Además, evidencia recogida en evaluaciones aplicadas en grados noveno, décimo y once revela que un número significativo de estudiantes comete errores sistemáticos al operar con enteros dentro de ejercicios de mayor complejidad, lo que sugiere una comprensión superficial o mal internalizada de las nociones básicas. Esta fragilidad conceptual compromete no sólo los aprendizajes esperados en el área de matemáticas, sino también la preparación de los estudiantes para afrontar con éxito evaluaciones externas y los retos de la educación superior.

Frente a este diagnóstico, resulta imprescindible profundizar en el análisis de cómo los estudiantes construyen significados sobre la suma y la resta entre números enteros, trascendiendo la memorización de procedimientos. Se requiere explorar alternativas didácticas que favorezcan la apropiación conceptual y la continuidad semiótica entre la acción y la representación simbólica. Por ello, la presente investigación se propone indagar el proceso de objetivación de las operaciones con números enteros mediante el diseño e implementación de actividades articuladas con recursos semióticos y situaciones contextualizadas que promuevan la verbalización, la negociación de significados y la reflexión metacognitiva.

Se espera con ello aportar evidencia sobre estrategias pedagógicas replicables que no sólo mejoren el rendimiento en pruebas puntuales, sino que posibiliten la consolidación de aprendizaje significativo, la transferencia a contextos reales y el fortalecimiento del proyecto educativo institucional en su apuesta por una enseñanza de la matemática más comprensiva y sostenible.

En coherencia con lo anterior se plantea la siguiente pregunta e investigación:

¿Cómo generar estrategias desde la objetivación de la suma y resta entre números enteros para fortalecer el aprendizaje matemático en los estudiantes del grado séptimo?

1.3. Objetivos.

1.3.1. Objetivo general.

Analizar la objetivación de la suma y la resta entre números enteros como propuesta para fortalecer el aprendizaje de los estudiantes.

1.3.2 Objetivos específicos.

1.3.2.1. Identificar problemáticas en la comprensión de la suma y la resta de números enteros en los estudiantes.

1.3.2.2. Diseñar estrategias didácticas e implementar actividades basadas en las fases de la actividad de Radford (2010), que favorezcan procesos de interacción, discusión y reflexión.

1.3.2.3. Reflexionar sobre el aprendizaje alcanzado por los estudiantes a partir del análisis de sus producciones y evidencias, el uso de gestos, lenguaje, recursos, semióticos y participación en las diferentes fases de la actividad.

1.4. Antecedentes.

El pensamiento numérico es definido en los lineamientos curriculares de matemáticas como “un concepto más general que sentido numérico, el cual incluye no sólo éste, sino el sentido operacional, las habilidades y destrezas numéricas, las comparaciones, las estimaciones, los órdenes de magnitud, entre otros” (MEN, 1998, p.43).

En este sentido, el pensamiento numérico se entiende como “la comprensión general que una persona tiene sobre los números y sus operaciones, así como la capacidad para utilizar dicha comprensión de manera flexible al emitir juicios matemáticos y al emplear estrategias pertinentes para la resolución de problemas. [...]” (MEN,1997).

La consolidación de este tipo de pensamiento ocurre de manera gradual y progresiva, conforme los estudiantes piensan, usan y aplican los números en situaciones con sentido. De este modo, su desarrollo depende directamente del nivel de pensamiento matemático que haya alcanzado cada estudiante.

Los lineamientos curriculares reconocen tres elementos esenciales para promover el desarrollo del pensamiento numérico. El primero de ellos es la comprensión de los números y de la numeración, la cual implica emplear los números desde sus distintos significados y comprender de manera significativa el sistema de numeración decimal posicional.

El segundo elemento corresponde al cálculo con números y su utilización en diferentes situaciones cotidianas, aspecto que fomenta en los estudiantes el sentido de aproximación y estimación para resolver problemas del entorno.

El tercer elemento, que es de especial interés para esta investigación, se relaciona con la comprensión de las operaciones básicas, lo cual incluye el reconocimiento de sus significados, sus propiedades matemáticas y las relaciones que se establecen entre ellas. En este aspecto se enfatizará en la suma y resta entre números enteros, a partir de los aportes de Cid (2016), Gallardo y Hernández (2007), Otero (2015), Navia y Orozco (2013) y los lineamientos curriculares de matemáticas. (MEN, 1998), quienes han reflexionado sobre la enseñanza y aprendizaje de la suma y resta entre números enteros.

Hasta la fecha se han desarrollado diversas investigaciones sobre la enseñanza de los números enteros y sus operaciones. Cid (2016). En su estudio *Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos*, analiza las dificultades que surgen en el proceso de enseñanza de los números negativos, concluyendo que el conocimiento se construye a partir de la adaptación del sujeto a diversas situaciones de uso. Según el autor, “la conceptualización que los estudiantes logran sobre una noción matemática depende de la experiencia adquirida al enfrentarse a situaciones donde dicha noción tiene sentido [...]”, es decir, en contextos de la vida diaria. En consecuencia, sostiene que mientras la enseñanza no se conecte con el contexto del estudiante, el aprendizaje difícilmente será significativo.

Por su parte, Navia y Orozco (2013) abordan los obstáculos en la enseñanza y aprendizaje de los números enteros, señalando que la enseñanza de la matemática ha evolucionado a lo largo del tiempo, orientándose actualmente hacia una perspectiva centrada en el estudiante y en la comprensión detallada de los conceptos más que en la mera memorización de procedimientos.

Gallardo y Hernández (2007), en su obra *Emergencia de los números enteros*, analizan la problemática histórica en torno a la introducción del cero y de la negatividad en las matemáticas, destacando los obstáculos epistemológicos que han surgido tanto en su génesis como en su uso didáctico. Si bien existe abundante material que explora el origen de las dificultades en la enseñanza de los números enteros, los autores evidencian que son escasas las propuestas pedagógicas que plantean estrategias concretas de solución.

En esta investigación, el énfasis se sitúa en la enseñanza de la suma y resta entre números enteros. Otero (2015) sostiene que para la enseñanza de la suma entre números enteros deben considerarse los siguientes casos:

“Suma de números con igual signo: se suman los valores absolutos de ambos números y el resultado conserva el mismo signo de los sumandos.

Suma de números con distinto signo: Se calcula la diferencia entre los valores absolutos y el resultado adopta el signo del número con mayor valor absoluto [...]”.

Asimismo, Otero (2015) destaca la relevancia de enseñar las propiedades de la suma y resta de números enteros y su representación en la recta numérica, pues ello permite a los estudiantes observar las operaciones y entender sus significados de manera más concreta.

En cuanto a la resta entre números enteros, el autor explica que esta puede concebirse como un caso particular de la suma, en el cual los números involucrados presentan signos diferentes. En este sentido, “la suma se convierte en una diferencia [...]”, ya que puede expresarse como $a + (b) = a - b$, lo cual implica que cuando un número precedido del signo más se suma con otro de signo contrario, este último actúa como una resta.

En conclusión, los estudios revisados coinciden en que la enseñanza significativa de las operaciones con números enteros requiere estrategias didácticas contextualizadas, que promuevan la comprensión conceptual y el razonamiento lógico- matemático, más allá de la repetición mecánica de reglas. En esta línea, la presente investigación busca analizar el proceso de objetivación de la suma y resta de números enteros en estudiantes de grado séptimo, como una propuesta orientada a fortalecer su aprendizaje mediante actividades dinámicas, participativas y contextualizadas.

1.5. Justificación.

La suma y la resta entre números enteros constituyen operaciones esenciales en la construcción del pensamiento algebraico, ya que su dominio permite avanzar hacia el estudio de nociones más complejas como la factorización, las ecuaciones, las funciones y el cálculo diferencial. El adecuado manejo de estas operaciones posibilita en los estudiantes la comprensión de las estructuras matemáticas, la identificación de regularidades y la resolución de problemas de manera flexible y argumentada. No obstante, la experiencia docente y la evidencia proveniente de evaluaciones internas e instrumentos externos, como las Pruebas SABER, muestran que un número considerable de estudiantes de educación básica presentan vacíos conceptuales persistente en las operaciones con números enteros (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 1998; Otero, 2015).

Estas dificultades no sólo obstaculizan la adquisición de aprendizajes significativos en matemáticas, además afectan el desarrollo del razonamiento lógico- matemático y la transferencia de conocimientos hacia otros campos del saber. La comprensión deficiente de los números negativos y sus operaciones limita la posibilidad de establecer conexiones con contextos reales, impidiendo que los estudiantes conciban las matemáticas como una herramienta útil para interpretar y transformar su entorno.

A partir de la teoría de la objetivación propuesta por Radford (2014), “el aprendizaje se entiende como un proceso social, cultural y colectivo, en el que los significados matemáticos son objetivados a través de la interacción mediada por gestos, lenguaje,

símbolos y artefactos culturales”. En este sentido, aprender no implica únicamente la apropiación individual de conceptos, sino la toma de conciencia compartida de los significados que la humanidad ha construido históricamente. Por tanto, la enseñanza de la suma y la resta entre números enteros debe trascender la memorización de reglas operativas y centrarse en procesos de reflexión, comunicación y construcción conjunta de sentido, donde los estudiantes se reconozcan como sujetos activos de su aprendizaje.

Desde esta perspectiva, el presente trabajo propone la implementación de actividades didácticas contextualizadas y colaborativas que promuevan la interacción entre los estudiantes y la exploración de diferentes representaciones semióticas (gestuales, verbales, gráficas y materiales). Este enfoque permite evidenciar cómo los alumnos construyen y objetivan los significados de las operaciones a través de experiencias que integran la acción, pensamiento y el lenguaje.

El desarrollo de esta investigación se inscribe además en los principios del Modelo Pedagógico Paulino del colegio parroquial Pablo VI, el cual orienta la formación integral desde una perspectiva ética, social y cultural, fomentando el desarrollo de valores humanos y el compromiso con el bien común. En coherencia con dicho modelo, el proyecto busca enriquecer no sólo las competencias matemáticas, sino también las dimensiones comunicativa, afectiva y social de los estudiantes, promoviendo el trabajo cooperativo y la reflexión compartida.

De esta manera, la investigación no se limita a una propuesta de mejora en la enseñanza de las operaciones con números enteros, sino que constituye una aportación al campo de la educación matemática desde una mirada humanista y emancipadora. Tal como lo plantea Radford (2014), el aprendizaje matemático implica la formación de subjetividades críticas y solidarias, capaces de comprender el conocimiento como una práctica social que contribuye a la transformación del mundo.

En síntesis, esta investigación cobra relevancia porque busca fortalecer el aprendizaje significativo de la suma y resta entre números enteros mediante procesos de objetivación,

integrando teoría, práctica y reflexión pedagógica. Asimismo, ofrece una contribución a la innovación didáctica, al plantear estrategias concretas que permitan a los profesores promover estilos y prácticas de aprendizaje más participativas, inclusivas y culturalmente situadas en beneficio del desarrollo integral de los estudiantes y de la calidad de la educación matemática.

CAPÍTULO II

2. REFERENTES TEÓRICOS.

La presente investigación se sustenta en seis pilares teóricos fundamentales que orientan la comprensión y el análisis del proceso de objetivación de la suma y resta entre números enteros en estudiantes de grado séptimo. Estos pilares articulan tanto las perspectivas pedagógicas y didácticas como los fundamentos teóricos que posibilitan una mirada integral del fenómeno educativo estudiado.

El primer pilar, relacionado con la didáctica de la matemática reconoce que todo docente debe reflexionar de manera permanente sobre las prácticas pedagógicas con el objetivo de optimizarlas. Este proceso con revisión constante de las estrategias y actividades de enseñanza permite fortalecer el campo de acción docente y propiciar aprendizajes significativos en los estudiantes. La didáctica, en este sentido, no se limita a la transmisión de conocimientos, sino que implica la construcción de ambientes de aprendizaje donde el estudiante pueda comprender, aplicar y resignificar los conceptos matemáticos desde su experiencia y contexto.

El segundo pilar, centrado en el pensamiento matemático, posibilita al profesor indicar las ventajas y las oportunidades de mejora en su práctica pedagógica. Este componente promueve la planeación estratégica, la reflexión continua sobre las experiencias de aula, el diálogo profesional entre pares y la contextualización de los procesos de enseñanza. Desarrollar el pensamiento matemático en los estudiantes implica no sólo el dominio de procedimientos, sino también la formación de un razonamiento lógico, analítico y creativo que te permita comprender las matemáticas como una herramienta para interpretar el mundo.

El tercer pilar, referente a la enseñanza de la matemática, es fundamental en la labor docente. La revisión sistemática de las prácticas de enseñanza permite reconocer los aciertos y las dificultades que emergen en el proceso formativo, lo cual se traduce en oportunidades

para innovar y fortalecer la acción educativa. Enseñar matemáticas demanda no sólo conocimiento disciplinar, sino también didáctico o pedagógico y reflexivo, de modo que el docente pueda orientar experiencias significativas que despierten el interés y la comprensión profunda de los contenidos.

El cuarto pilar, se fundamenta en la teoría de la actividad, la cual explica los procesos y acciones que median la realización de una actividad humana, considerando el objeto o motivo del sujeto, los artefactos e instrumentos utilizados, los niveles de acción desarrollados y la trayectoria que sigue el sujeto hasta alcanzar el objeto del conocimiento. Esta teoría, de raíz sociocultural, destaca la mediación y la interacción como elementos esenciales del aprendizaje, permitiendo comprender la dinámica entre el sujeto, el entorno y los objetos de estudio.

El quinto pilar, se fundamenta en la teoría de la objetivación, propuesta por Luis Radford, que plantea que “el aprendizaje es un proceso social y cultural mediante el cual los sujetos a través de la actividad logran la objetivación del conocimiento [...]” En este proceso, el estudiante no sólo se apropia de saberes matemáticos, sino que también transforma su conciencia y su manera de relacionarse con el mundo. La teoría de la objetivación ofrece así un marco conceptual que permite comprender cómo los estudiantes hacen visibles u objetiva los significados matemáticos en contextos concretos de actividad.

El sexto pilar, aborda el objeto de conocimiento entendido en este estudio como la suma y la resta entre números enteros, tanto desde la perspectiva de la matemática pura como desde el enfoque didáctico. Este pilar busca analizar las estructuras conceptuales que subyacen a estas operaciones y las posibles dificultades que enfrentan los estudiantes en su comprensión. Asimismo, considera las estrategias pedagógicas que favorecen su apropiación, con el fin de fortalecer los procesos de aprendizaje desde una visión crítica, reflexiva y significativa.

2.1 Didáctica de las matemáticas.

La didáctica de las matemáticas constituye un campo de estudio interdisciplinar que se ocupa de comprender y transformar los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina, integrando saberes provenientes de la pedagogía, la psicología, la epistemología, la sociología y las ciencias cognitivas. Su objetivo principal es analizar las dinámicas en la que los estudiantes construyen el conocimiento matemático en contextos escolares y no escolares, y diseñar estrategias que favorezcan el desarrollo del pensamiento matemático, la comprensión conceptual y el uso funcional de las matemáticas en situaciones reales. En este sentido, la didáctica de las matemáticas no se reduce a la explicación de procedimientos algorítmicos, sino que busca promover una relación significativa, crítica y reflexiva con el saber matemático.

Desde una mirada contemporánea, la didáctica de las matemáticas se fundamenta bajo la premisa de que el aprendizaje constituye un proceso activo, social y situado en el cual los estudiantes construyen significados mediante la instrucción con el docente, con sus pares, con artefactuales culturales y con diversas representaciones semióticas. Autores como vygotsky (1978) han señalado que el desarrollo del pensamiento se da a través de la mediación social y cultural, lo cual implica reconocer la importancia del lenguaje, los gestos, los signos y los instrumentos en la construcción de los significados matemáticos. Así, el aula se concibe como un escenario de diálogo, argumentación y negociación de significados donde se promueven procesos colaborativos que permiten el acceso progresivo al conocimiento científico.

Asimismo, la Educación Matemática Realista propuesta por Freudenthal (1991), enfatiza que las matemáticas deben ser presentadas a los estudiantes como una actividad humana, vinculada a contextos significativos y experiencias cercanas a su realidad. Este enfoque sostiene que los estudiantes deben descubrir los conceptos matemáticos a través de situaciones problemáticas cotidianas, procesos de modelación y actividades que integren el razonamiento natural con el pensamiento formal. De esta manera, el aprendizaje deja de ser una simple reproducción de procedimientos y se convierte en una construcción gradual de ideas matemáticas vinculadas al mundo cotidiano.

Complementariamente, Bruner (1966) plantea que los conceptos matemáticos deben abordarse mediante una progresión que articule representaciones icónicas y simbólicas, haciendo que los estudiantes transiten de lo concreto a lo abstracto a través del uso de manipulativos, gráficos y lenguajes formales. Esto resulta esencial en la enseñanza de las operaciones con números enteros, donde las representaciones visuales y materiales facilitan la comprensión del signo y la magnitud, evitando que el aprendizaje se limite a la memorización de reglas.

En consonancia con lo anterior, la teoría de la objetivación de Radford (2006, 2013, 2014) ofrece un aporte esencial al reconocer que el conocimiento matemático emerge en la interacción social y se objetiviza mediante gestos, lenguaje, símbolos y acciones corporales. Aprender matemáticas implica participar en prácticas culturales en las que el sujeto desarrolla su conciencia y su identidad en relación con el saber. Por ello, enseñar matemáticas supone diseñar actividades que permitan a los estudiantes reflexionar, explicar, gesticular, modelar y socializar sus procedimientos, de modo que los significados matemáticos se hagan visibles, conscientes y compartidos.

De acuerdo con estos enfoques, la función del docente de matemáticas trasciende la transmisión de conocimientos. Su rol se orienta hacia la mediación pedagógica, la construcción de entornos de aprendizaje retadores y cooperativos, el diseño de secuencias didácticas progresivas y la evaluación formativa que promueva la comprensión de los procesos y dificultades de los estudiantes. El profesor actúa como un guía y acompañante en la construcción del conocimiento, promoviendo el pensamiento crítico, la argumentación matemática y la autonomía cognitiva.

La didáctica de las matemáticas reconoce la importancia de atender las dificultades y errores en el aprendizaje. Los errores no son fallas que deben evitarse, sino oportunidades

para explorar los procesos cognitivos de los estudiantes, identificar obstáculos epistemológicos y replantear estrategia y didácticas. En la situación específica de las operaciones con números enteros, estas dificultades suelen estar relacionadas con modelos previos asociados a los números naturales, lo que hace necesario el diseño de experiencias que favorezcan la resignificación del signo, la comprensión de la magnitud y la construcción progresiva de las reglas operativas.

La didáctica de las matemáticas constituye un marco fundamental para entender el proceso formativo en esta investigación, pues permite analizar las prácticas docentes, comprender, cómo los estudiantes construyen los significados matemáticos y diseñar estrategias pedagógicas que promuevan la objetivación del conocimiento. Desde este enfoque, el estudio asume que el aprendizaje de la suma y la resta entre números enteros no debe desarrollarse desde la mecanización, sino desde la construcción consciente, colectiva y cultural del conocimiento matemático.

2.2. Pensamiento matemático.

El pensamiento matemático constituye una dimensión fundamental en la educación integral de los estudiantes y en la labor docente, puesto que trasciende el dominio de algoritmos y procedimientos rutinarios para orientarse hacia la comprensión profunda, el razonamiento lógico- formal y la capacidad de interpretar y modelar situaciones del entorno. En este sentido, promover el pensamiento matemático implica favorecer procesos cognitivos de análisis, abstracción, generalización, deducción y argumentación que permiten a los estudiantes construir significados y establecer relaciones entre procedimientos y situaciones problemáticas tanto escolares como cotidianas.

En la literatura especializada se reconoce que el pensamiento matemático no se limita a la reproducción mecánica de ejercicios, sino que está vinculado a la capacidad de formular conjeturas, explorar estrategias diversas, justificar resultados y comunicar ideas de manera clara y querer. Cantoral (2005) señala que el pensamiento matemático se relaciona con la construcción activa de ideas y no únicamente con la ejecución de técnicas formales; por tanto, su desarrollo se fundamenta en experiencias que obligan al estudiante a transformar,

interpretar y producir conocimiento, más que a memorizarlo. Así, las matemáticas se convierten en un campo de reflexión y acción intelectual que fomenta competencias para el desarrollo académico y social.

Desde la perspectiva socio-constructivista, el pensamiento matemático se manifiesta en la relación entre los sujetos y su contexto cultural. Vygotsky (1978) destaca que las funciones mentales superiores emergen mediante la mediación social y la apropiación de herramientas culturales, entre ellas el lenguaje, los símbolos y los artefactos matemáticos, lo cual transforma la actividad mental del estudiante. Bajo esta premisa, el pensamiento matemático se construye a través del diálogo, la negociación de significados, las explicaciones compartidas y la sistematización colectiva de los procedimientos. De este modo, la clase de matemáticas es concebida como un escenario de construcción del conocimiento, donde la participación activa y la comunicación se constituyen como elementos esenciales para el aprendizaje.

En coherencia con esta visión, Mason Burton y Stacey (2010) señalan que pensar matemáticamente supone observar patrones, formular preguntas, explorar caminos alternativos de solución y reflexionar sobre los procesos seguidos. Los autores afirman que cualquier persona puede desarrollar pensamiento matemático si se le ofrece un viaje que fomente la curiosidad, la autonomía cognitiva y la reflexión metacognitiva. Estas ideas resaltan la importancia de diseñar experiencias didácticas que no se limiten a la repetición de ejercicios, sino que promuevan el cuestionamiento, la búsqueda de estrategias y el análisis profundo de los errores como oportunidades para aprender.

Asimismo, la teoría de la objetivación de Radford (2006, 2013, 2014) complementa esta perspectiva al plantear que el pensamiento matemático es inseparable de los procesos corporales lingüísticos y afectivos que participan en la actividad matemática. Según esta teoría, la construcción del conocimiento matemático involucra gestos, palabras, acciones y emociones que se articulan para hacer visibles los significados y permitir la toma de conciencia sobre los conceptos. De esta manera, el pensamiento matemático no es únicamente una operación interna, sino un fenómeno cultural y social que se despliega en la interacción con otros y con los artefactos semióticos disponibles en el aula. Esto implica que,

para fortalecerlo, es imprescindible observar y analizar cómo los estudiantes expresan sus ideas, señalan objetos, utilizan recursos visuales y dialogan con sus compañeros durante las actividades.

Además, los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional (MEN 1998) insisten en que el desarrollo del pensamiento matemático se fundamenta en la acción, la exploración y la resolución de problemas contextualizados, donde los estudiantes interpretan magnitudes, relacionar representaciones, argumentar soluciones y validar resultados. Esto se traduce en la necesidad de diseñar secuencias didácticas que integren actividades manipulativas pictóricas y simbólicas, así como escenarios para el diálogo y la reflexión conjunta, lo cual permite a los estudiantes avanzar progresivamente hacia niveles más abstractos y formales de pensamiento.

En el ámbito específico de los números enteros, el pensamiento matemático requiere comprender el significado del signo, interpretar representaciones en la recta numérica, utilizar múltiples estrategias para operar, reconocer errores comunes y construir reglas con base en regularidades y patrones. De acuerdo con investigaciones recientes, los estudiantes suelen tener dificultades para coordinar magnitud y dirección, transferir conceptos del conjunto de los naturales a los enteros y justificar sus respuestas en problemas que involucran variaciones positivas y negativas. Por ello, fortalecer el pensamiento matemático en este contexto, exige propuestas didácticas que integren manipulativas situaciones reales, modelación y diálogo argumentativo.

El pensamiento matemático se configura como una práctica cognitiva, social y cultural que promueve la construcción de significados, el desarrollo de habilidades superiores de razonamiento y la educación de sujetos críticos capaces de interpretar, transformar y actuar sobre la realidad. Desde esta perspectiva, la presente investigación concibe el pensamiento matemático como fundamento para la elaboración de actividades que permitan a los estudiantes objetivar el conocimiento sobre la suma y resta entre números enteros, avanzando desde lo concreto y vivencial hacia lo abstracto y simbólico mediante la acción, la reflexión y la interacción colectiva.

2.3. Pensamiento numérico.

El pensamiento numérico constituye un componente esencial dentro del desarrollo matemático escolar, propuesto que ayuda a los estudiantes comprender, interpretar y operar con los números en diversas situaciones y contextos. Este pensamiento no se limita a la manipulación mecánica de cifras, sino que abarca la capacidad de reconocer patrones numéricos, establecer relaciones, realizar estimaciones, interpretar magnitudes y utilizar diferentes presentaciones para resolver problemas y justificar procedimientos.

De acuerdo con los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional (MEN 1998), el pensamiento numérico implica la construcción progresiva del concepto de número y sus operaciones, lo cual requiere transitar por distintos tipos de representaciones concretas, pictóricas, simbólicas y verbales que favorecen la comprensión profunda del sistema numérico y su estructura. Este enfoque reconoce que el aprendizaje del número es un proceso gradual en el que los estudiantes deben enfrentar desafíos cognitivos que les permitan cuestionar sus creencias previas y resignificar sus interpretaciones iniciales.

El pensamiento numérico se desarrolla mediante la interacción con diversos tipos de números naturales, números enteros, números racionales y números reales, y con los significados que estos adquieren en situaciones reales. En este proceso, los estudiantes aprenden a interpretar el número no sólo como una cantidad absoluta, sino también como una medida, una posición en la recta numérica, una relación, un operador o una representación simbólica de fenómenos cuantitativos (Kilpatrick, Swafford y Findell 2001). En el caso específico de los números enteros, los estudiantes deben comprender el concepto de magnitud relativa, la existencia de cantidades negativas y la idea de dirección o variación, lo cual exige una ruptura epistemológica respecto a los números naturales.

Diversos estudios han evitado que la transición del pensamiento natural al pensamiento numérico ampliado, que incluye los números enteros representa un reto significativo para los estudiantes porque requiere abandonar concepciones profundamente arraigadas, tales como que “no existen cantidades menores que cero o que los números solo sirven para contar”. Por ello, la construcción del concepto de número entero debe ser guiada mediante experiencias que vinculen la matemática escolar con situaciones vivenciales, tales como variaciones de temperatura, niveles del mar, movimientos bancarios, puntos ganados y pérdidas en juegos, entre otras. Estas experiencias permiten la comprensión del signo, el uso correcto de la recta numérica y la articulación entre magnitud, dirección y simbolización.

Desde un enfoque sociocultural, el pensamiento numérico se entiende como un proceso mediado por herramientas simbólicas y artefactos culturales, mediante los cuales, los estudiantes objetivan el conocimiento matemático Vygotsky (1978) destaca que los signos y símbolos transforman el pensamiento y permiten el desarrollo de funciones superiores, por lo que el dominio de los números y sus relaciones no puede reducirse a la memorización de reglas, sino que requiere interacción, diálogo, modelación y acompañamiento pedagógico.

En consonancia, la teoría de la objetivación de Radford (2006, 2013,2021) enfatiza que el pensamiento numérico emerge a través de prácticas sociales, gestos, verbalizaciones, emociones y acciones corporales que hacen visible el proceso de construcción del significado matemático. Así, aprender números implica participar en actividades donde el conocimiento es compartido, discutido y reflexionado colectivamente.

La comprensión del sistema de números enteros y la correcta ejecución de operaciones como la suma y la resta requieren que el estudiante movilice habilidades cognitivas vinculadas al pensamiento numérico, tales como identificar patrones, anticipar resultados, relacionar representaciones, justificar procedimientos e identificar desaciertos como parte inherente del proceso de aprendizaje. En este sentido, la intervención pedagógica debe proporcionar oportunidades para explorar materiales concretos, diagramas, rectas numéricas, contextos reales y situaciones problemáticas que permitan construir el sentido del signo y la operación desde institucionalizar la regla formal.

El pensamiento numérico constituye un eje central para el aprendizaje de la suma y resta entre números enteros, pues permite a los estudiantes avanzar de concepciones intuitivas y concretas hacia representaciones abstractas y simbólicas del número. La presente investigación asume que el fortalecimiento del pensamiento numérico, mediante actividades colaborativas, manipulativas y reflexivas, favorece la objetivación del concepto de número entero y promueve una comprensión significativa y duradera del sistema numérico y sus operaciones.

2.4. Enseñanza de las matemáticas.

La enseñanza de las matemáticas, entendida como una práctica social, cultural y mediada, constituye un proceso denso que va más allá de la simple explicación de algoritmos y la aplicación mecánica de reglas. Desde una mirada contemporánea, el acto de enseñar matemáticas se entiende como una experiencia formativa que busca promover el pensamiento lógico, la comprensión de estructuras abstractas, la habilidad de argumentar y la disposición para enfrentar situaciones problemáticas en contextos variados. En esta línea, el profesor se perfila como un mediador que guía, orienta y cuestiona, creando entornos para que los estudiantes se involucren en la construcción del conocimiento matemático.

En el marco del sistema educativo colombiano, el Ministerio de Educación Nacional (MEN 1994) reconoce que “la educación debe responder a las características culturales, sociales y personales de los estudiantes, promoviendo su desarrollo integral y respetando su dignidad [...]”. Desde esta perspectiva, la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas necesita considerar la diversidad de estilos cognitivos, ritmos de aprendizaje, contextos socioculturales y experiencias previas que influyen en la comprensión de los conceptos. Particularmente en el estudio de la suma y resta entre números enteros, este enfoque implica reconocer las concepciones previas de las estudiantes basadas en los números naturales, para favorecer procesos de resignificación y comprensión progresiva del papel del signo y la magnitud en el campo numérico extendido.

La teoría de la objetivación planteada por Radford (2006, 2013) ofrece un aspecto pertinente para comprender la enseñanza como proceso en el cual el conocimiento matemático se hace visible, compartido y culturalmente apropiado. En esta perspectiva, la actividad matemática escolar no se limita al dominio interno de procedimientos, sino que se manifiesta mediante gestos, lenguaje, representaciones múltiples y acciones corporales que permiten la toma de conciencia y la construcción colectiva del significado. Por ello, la enseñanza debe propiciar espacios dialógicos, interacción colaborativa, uso de materiales manipulativos y actividades que estimulen la argumentación, la explicación y la reflexión crítica sobre los procesos realizados.

Asimismo, Schön (1998) “plantea la importancia de la reflexión en y sobre la acción como condición fundamental para el desarrollo profesional docente [...]”. En el contexto de la didáctica de las matemáticas, esta postura implica que el profesor analice permanentemente su práctica, identifique los obstáculos cognitivos emergentes, reconozca estrategias espontáneas utilizadas por los estudiantes y adapte sus intervenciones para potenciar aprendizajes significativos. La flexibilidad metodológica recomendada por Zabala (2000) se convierte, entonces, en un principio clave: enseñar matemáticas exige considerar la especificidad del grupo, los intereses y dificultades reales de los estudiantes, así como los factores socioculturales que enmarcan el acto educativo.

[En consonancia con Freudenthal (1991) y la Educación Matemática Realista, enseñar matemáticas significa ofrecer situaciones contextualizadas que admitan a los estudiantes descubrir, modelar y formalizar ideas matemáticas a partir de sus vivencias. De este modo, el aprendizaje deja de ser una práctica pasiva para convertirse en un proceso activo de exploración, cuestionamiento, representación, institucionalización y transferencia. Respecto a los números enteros, supone diseñar escenarios donde los estudiantes pueda vincular las operaciones a contextos reales (temperatura, niveles de altura, ganancias y pérdidas, aplazamientos, movimientos económicos, entre otros), favoreciendo la comprensión del valor relativo, el signo y la direccionalidad.

La enseñanza de las matemáticas se entiende en esta investigación como una práctica reflexiva, situada y colaborativa que busca favorecer la construcción de sentido y la autonomía cognitiva. La relevancia de esta perspectiva radica en que permite analizar la objetivación del conocimiento matemático en torno a la suma y resta entre números enteros, mediante de actividades orientadas a la interacción social, el uso de representaciones múltiples, el renacimiento argumentativo y la reflexión crítica. En consecuencia, este enfoque pedagógico fundamenta el diseño metodológico del estudio y orienta la interpretación de las evidencias recogidas en el proceso de intervención didáctica con estudiantes de grado séptimo.

2.5. Teoría de la actividad.

La teoría de la actividad constituye uno de los pilares fundamentales para comprender los procesos de aprendizaje como fenómenos socialmente situados y culturalmente mediados. Este marco teórico, cuyo desarrollo se atribuye originalmente a Vygotsky y se consolida posteriormente con los aportes de Leóntiev (1984), ofrece una comprensión dialéctica del sujeto, su relación con el entorno y los procesos educativos. Desde esta perspectiva, el aprendizaje no corresponde a un ejercicio individual aislado, sino un proceso histórico-cultural mediado por herramientas, signos, interacciones sociales y objetivos compartidos.

En el contexto de esta investigación, la teoría de la actividad se articula con la teoría de la objetivación desarrollada por Radford (2006, 2013, 2014), quien señala que el conocimiento matemático emerge, se hace visible y se comparte mediante prácticas sociales en las que intervienen gestos, lenguaje, emociones, artefactos e instrumentos culturales. Así, comprender la actividad humana exige profundizar en conceptos como sujeto, objeto/ motivo, acciones, operaciones, artefactos e instrumentos, categorías que guían la interpretación del aprendizaje como proceso colectivo y mediado culturalmente.

Desde este enfoque, la escuela se configura como un ambiente privilegiado de actividad y socialización. En palabras de Ivic (1999), la institución escolar implica una organización del tiempo, el espacio y las relaciones sociales que inciden de forma decisiva en la formación del sujeto. Estas condiciones no solo delimitan experiencias, sino que posibilitan

formas de interacción que contribuyen al desarrollo de estructuras cognitivas y a la constitución cultural de la conciencia.

La actividad se concibe, entonces como un sistema orientado hacia un objeto o motivo que da sentido a las acciones del sujeto. Este objeto/motivo no es únicamente una meta externa observable, sino también un propósito interno que transforma simultáneamente al sujeto y al objeto, tal como señalan Arboleda, Obando y Vasco (2014) al retomar los planteamientos de Kaptelinin. De este modo, la actividad se entiende como un proceso dinámico y dialéctico en el que la conciencia y los significados se construyen socialmente, situacionalmente y mediante participación.

En coherencia, Leóntiev (1984) afirma que no puede existir actividad sin objeto, pues este constituye su esencia. Una actividad sin objeto carece de sentido, de finalidad y de orientación cognitiva. Por ello, el análisis de la actividad demanda identificar claramente el objeto/motivo que la orienta, así como las acciones y operaciones que configuran su desarrollo. Torres (2013) complementa el planteamiento al destacar que el sujeto se constituye mediante relaciones intrapersonales e interpersonales, en interacción constante con su entorno cultural y con los otros.

La noción de acción adquiere aquí un papel central, entendida como la unidad básica de la actividad humana, dirigida hacia una finalidad concreta. Las acciones son procesos conscientes que el sujeto desarrolla para transformar la realidad y transformarse a sí mismo. En el ámbito educativo, las acciones se concretan en las prácticas escolares y en las actividades diseñadas por el docente para promover aprendizajes. Conforme señala Davidov (1988), estas acciones se operacionalizan en tareas que emergen durante el proceso educativo, configurando momentos de construcción y apropiación del conocimiento.

Montealegre (2005) describe cinco niveles progresivos en el desarrollo de las operaciones, desde la toma de conciencia hasta la interiorización de la acción, resaltando la transición del actuar material al actuar mental. Este proceso está mediado por artefactos físicos o simbólicos y por instrumentos que orientan la actividad cognitiva. Mientras los artefactos se inscriben en la práctica material y metodológica, los instrumentos se asocian con

procesos mentales, reflexivos y culturalmente construidos, en concordancia con los planteamientos Cole (2003), y Arbolea et al. (2004).

En consecuencia, la actividad educativa implica una triada dinámica, sujeto, artefacto, instrumento donde es donde transforma, transforma y se transforma a través de su interacción con mediadores culturales. En el caso del aprendizaje matemático, estos mediadores pueden ser materiales manipulativos, representaciones semióticas, el lenguaje matemático, gestos y tecnologías que permiten avanzar de acciones concretas a procesos de abstracción cada vez más sofisticados.

La teoría de la actividad y la teoría de la objetivación permiten comprender el aprendizaje matemático como un proceso social, cultural y dialógico en el que el sujeto participa activamente en prácticas compartidas, mediadas por artefactos e instrumentos. Orientadas hacia la construcción de significados y la toma de conciencia. Este marco teórico resulta pertinente para esta investigación, pues posibilita analizar las interacciones, gestos, estrategias y transformaciones cognitivas que emergen durante las actividades de suma y resta entre números enteros en estudiantes de grado séptimo, evidenciando la objetivación gradual del conocimiento matemático.

2.6. Teoría de la objetivación.

Dentro del marco de la teoría de la objetivación, la teoría de la actividad se erige como un eje fundamental para su comprensión. Este capítulo examina cómo el sujeto objetivo un objeto y como está objetivación transforma su percepción del mundo, su forma de pensar y la constitución de nuevos conceptos.

En este contexto, durante la conceptualización se define la conciencia desde una perspectiva dialéctica- materialista; el proceso de conocimiento se desarrolla a través de la mediación semiótica, concluyendo con una exploración de lo que implica la objetivación y la subjetivación, así como los tres objetivos del objetivación y proceso que la acompaña.

Radford (2006, 2013, 2014) se presenta como un referente teórico en esta conceptualización junto con Arboleda et al. (2014), Torres (2013) y Davidov (1988). Todos estos autores contribuyen a la comprensión y conceptualización de los conceptos necesarios, teoría, la teoría y la objetivación.

Conciencia, ser biológico y social. El sujeto posee una conciencia que se va constituyendo a medida que internaliza las actividades y los conceptos que de ellas derivan. No obstante, esta internalización de los objetos matemáticos está acompañada del conocimiento emergente de la cultura, así como de las acciones que el sujeto lleva a cabo, las cuales contribuyen a la constitución de su subjetividad y, por ende, de su conciencia.

Por lo tanto, para definir la conciencia es esencial comenzar por la internalización. Siguiendo a Arbolete et al. (2014), Torres (2013), esta no debe ser considerada como un mero reflejo de la realidad en la que se desenvuelve el sujeto, sino como una reconstrucción interna en el plano social de funciones psicológicas superiores, lo que deriva en nuevas formas de percepción, atención, memoria, lógica, formación de conceptos, lenguaje oral, entre otras. Arbolete et al. (2014).

Así, esta internalización propicia una reflexión, entendida como la modificación del sujeto en relación con sus acciones, lo que lleva a una transformación y a la constitución de un nuevo significado de las acciones realizadas con los instrumentos. De esta manera, su subjetividad se presenta como una nueva constitución derivada de la actividad emprendida en el mundo externo.

La reflexión del sujeto se origina en las tareas que realizan medida que interactúa con los instrumentos. Por ello, la tarea, entendida como la convergencia entre el propósito de la actividad y el método para llevarla a cabo, reconstituye un nuevo pensamiento que se introduce en el ámbito de la psique, constituyendo un conjunto de acciones que llevan a la

resolución de una tarea específica, que N.Bernshtéin (citado en Davidson, 1988, pp. 35 – 36) denomina “movimientos vivos”.

La psique tiene como funciones principales la construcción de la realidad objetiva y la búsqueda de prueba de los movimientos y acciones que satisfacen las necesidades del sujeto. Así, a medida que se activan estas funciones, especialmente en el ámbito de la actividad que es la psique se convierte en mediadora, transformándose en conciencia, entendida como la reproducción de la internalización llevada a cabo por el sujeto en la actividad y la representación de las funciones psicológicas superiores de los sujetos que lo rodean, (Davidov 1988, p.45).

En consecuencia, la conciencia se desarrolla en una naturaleza dual :(1) en el plano de la cultura, donde se encuentran los eventos que histórica y socialmente se han constituido, y (2) en el plano interno, donde sea la constitución de conceptos histórico- culturales.

Sin embargo, no se puede concebir la conciencia como un referente aislado de la actividad, ya que estos aspectos teóricos “se encuentran en una unidad indisoluble, siendo esta última de importancia predominante” (Davidov, 1988 p.12). Por ende, la actividad debe ser definir definida previamente, constituyéndose en una teoría fundamental para la presente investigación.

La teoría de la objetivación se fundamenta en una postura histórico-cultural, enmarcada en una sociedad globalizada en términos políticos, conceptuales y ofrece una definición de educación con el proceso en que se constituyen saberes y se desarrolla el ser humano. Este este proceso de enseñanza- aprendizaje, concebido como una única actividad que transcurre en un contexto político y social, pone énfasis en el “knowing” o conocimiento, el cual, parafraseando a Radford (2014), se entiende como la toma de conciencia que emana de un proceso social, emocional y sensible, mediado por lo semiótico y lo corpóreo.

Desde la perspectiva histórico- cultural, esta mediación semiótica implica un conjunto de artefactos, recursos lingüísticos y signos utilizados intencionadamente para alcanzar, mediante acciones, la actividad propuesta. Estos medios semióticos son de naturaleza social, resultantes de un proceso histórico y cultural de la humanidad.

La utilización de estos medios semióticos ocurre en el territorio del artefacto, tal como lo denomina Voloshinov (1973), citado en Radford (2006), entendiendo este espacio como aquel donde convergen subjetividad y objetividad, permitiendo que el pensamiento encuentre un campo de acción. Esto se manifiesta de manera clara en lo corpóreo, especialmente las expresiones gestuales y movimientos kinestésicos, durante las acciones orientadas hacia la actividad, lo que destaca la relación entre las matemáticas y la toma de conciencia.

Es crucial, por tanto, observar lo corpóreo, especialmente los gestos. Radford sostiene que “los gestos importan, ya que, en los entornos de aprendizaje, cumplen una función importante, son elementos significativos en los procesos de objetivación del conocimiento de los estudiantes” (2006 p.1).

De este modo, la evidencia de estos gestos y la relación entre el sujeto y el artefacto en el territorio del artefacto indican que el sujeto está en constante movimiento y transformación, pero nunca acabado, un proceso que Radford (2014, p.138) denomina “becoming” o, “volviéndose”.

El conocimiento y el “volverse” se desarrollan en un entorno sociopolítico, tal como plantea la teoría de la objetivación. Por consiguiente, los objetivos que circunscriben esta teoría son de índole cognitiva y social, partiendo de la premisa de que la educación matemática es un esfuerzo político, social, histórico y cultural, cuyo logro radica en la creación de individuos éticos y reflexivos que adoptan una postura crítica respecto a las prácticas matemáticas constituidas histórica y socialmente. Así, el sujeto establece una relación con el saber y con la cultura que lo rodea. En resumen, Radford afirma que:

[...] desde un punto de vista ontológico, el ser y el saber están interrelacionados de una manera profunda en la que uno no ocurre sin el otro. Es por eso que, a nivel de la práctica concreta, la enseñanza y el aprendizaje no producen solamente saberes. La enseñanza y el aprendizaje también producen subjetividades. (2014, p. 136).

Asimismo, dado que la enseñanza y el aprendizaje adquieren un significado profundo a través de las diversas formas pedagógicas de acción, estas prácticas propician una comprensión más amplia de los conceptos matemáticos. Además, facilitan la creación de su espacio sociopolíticos donde se manifiestan las subjetividades de cada individuo, lo que permite una reflexión solidaria y responsable. (Radford, 2014).

Cuando estos objetivos se implementan y la actividad se desarrolla en el marco que establece la teoría de la objetivación, se evidencia que tales acciones confluyen en el proceso de objetivación. Este último se conceptualiza como un proceso social en constante dinamismo que fomenta la toma de conciencia crítica sobre los sentidos y significados que la historia y la cultura han configurado y expresado a través de diversas prácticas y modos de pensamiento.

Las formas de actuar y pensar de los sujetos en relación con las constituciones culturales no se limitan únicamente al conocimiento de conceptos entendidos como predicciones sobre las características de los objetos. También abarcan las acciones que el sujeto lleva a cabo y los medios que utiliza para realizarlas, incluyendo su capacidad de razonamiento y discusión, así como el conjunto de creencias que permiten la significación de los objetos de conocimiento. (Arbolea et al, 2014).

Esta significación que el sujeto construye modifica su percepción de la realidad circundante, lo que nos lleva al concepto de subjetivación. Este último se define como el conjunto de procesos mediante los cuales el sujeto adopta una postura crítica respecto a las prácticas histórico- culturales, emergiendo, así como un ser reflexivo, crítico y único. Además, esta unicidad del sujeto en términos de conciencia se manifiesta a través de su

subjetividad, la cual se expresa en sus formas de participación y contribución a las actividades sociales. Por esta razón, Radford sostiene que:

[...] La subjetivación no es posible sin la participación del sujeto. El sujeto se constituye en tanto que sujeto a través de sus acciones, reflexiones, gozos, sufrimientos, etc. Pero, por otro lado, las acciones a través de las cuales el sujeto se constituye están inmersas en formas de acción y de relación hacia otros que son culturales e históricas (2014, p. 143).

Estos dos procesos, de objetivación y subjetivación, van unidos de la mano, dado que sin el uno no puede ocurrir el otro; por lo tanto, los conceptos de actividad y conciencia se convierten en el eje principal de la teoría, dado que desde la perspectiva dialéctico - materialista hegeliano, la constitución de conceptos sea de manera recíproca entre el sujeto y su cultura.

2.7. Suma y resta entre números enteros.

La enseñanza y el aprendizaje de la suma y la resta entre números enteros constituye un desafío central en la educación básica, dado que implica el tránsito desde el pensamiento numérico basado en los números naturales hacia un sistema numérico más complejo que introduce la noción de signo, dirección y magnitud relativa. Este proceso requiere una profunda reconfiguración conceptual por parte de los estudiantes, quienes deben ampliar sus estructuras cognitivas para comprender las relaciones entre números positivos y negativos, así como los significados asociados a operaciones que trascienden la experiencia numérica cotidiana que se limita a “tener más” o “tener menos”. En el marco del sistema educativo colombiano, estos aprendizajes se encuentran estrechamente vinculados con los referentes curriculares establecidos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) y con propuestas contemporáneas de la educación matemática que reconocen el papel activo del estudiante en la construcción del conocimiento.

El MEN (1994, 1998, 2003, 2016) señala que el desarrollo del pensamiento numérico y de las operaciones básicas debe estar articulado con situaciones significativas para los

estudiantes, promoviendo la comprensión profunda de los conceptos y el uso de múltiples representaciones. En este sentido, la suma y la resta entre números enteros no debe abordarse únicamente como procedimientos mecánicos, sino como prácticas culturales que permiten interpretar fenómenos reales como variaciones en temperatura, desplazamientos, transacciones económicas, cambios en la altitud, pérdidas y ganancias, entre otros. Esta perspectiva exige al docente diseñar situaciones didácticas que vayan más allá del algoritmo, incorporando recursos manipulativos, registros semióticos variados, la argumentación y la interacción social como componentes centrales de la actividad matemática.

Desde una mirada epistemológica, la introducción de los números enteros supone una ruptura conceptual y una resignificación del uso del signo. Diversos estudios en didáctica de las matemáticas (Navia y Orozco, 2013; Collazos, 2015; Cortes et al, 2023) han mostrado que uno de los mayores obstáculos en el aprendizaje es la tendencia de los estudiantes aplicar reglas memorizadas sin comprender plenamente su significado. Por ejemplo, interpretar el signo “-” solo como una instrucción de operación y no como un indicador de posición relativa; o asumir que la resta siempre produce valores menores, lo cual genera confusiones cuando se enfrentan la operación “ $-4-2$ ”. en contraste con “ $-4 + 6$ ”. Estas dificultades derivan de una comprensión limitada del número entero como entidad independiente del número natural, lo cual debe abordarse mediante actividades que permitan construir significado y no únicamente cumplir procedimientos.

En este punto, la perspectiva histórico, cultural y en particular, la teoría de la objetivación de Laffer, 2006, 2013, 2014, ofrece un marco pertinente para comprender cómo los estudiantes se apropian de los conceptos matemática. Y correlacionados con los números enteros. La teoría sostiene que el conocimiento no es una entidad individual, sino una construcción social, corporal y semiótica que se hace visible a través de la actividad, el lenguaje, los gestos y los artefactos culturales. Bajo esta mirada, aprender la suma y la resta entre números enteros implica que el estudiante logre objetivar los significados matemáticos, es decir, hacerlos visibles y compartibles mediante acciones coordinadas con sus pares. Representaciones gráficas, explicaciones verbales y usos del cuerpo.

La noción de objetivación cobra especial importancia en la comprensión de los

números enteros. Cuando un estudiante realiza un salto en una recta numérica, utiliza una ficha de juego para avanzar o retroceder, o explica con palabras su procedimiento, está exteriorizando, haciendo objetiva las ideas que antes permanecían implícitas. Estas mediaciones semióticas fortalecen la toma de conciencia del significado del signo y de la elección, permitiendo que la operación deje de ser un comando aislado y se convierta en una acción reflexiva. Tal como sostiene Radford, los gestos, las palabras y los artefactos actúan como puentes entre el sujeto y los objetos de conocimiento, Generando un devenir (“becoming”) en el que el estudiante transforma su manera de pensar y construir significados.

En consonancia con esta perspectiva, la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1991) plantea que los conceptos matemáticos deben surgir de situaciones auténticas y comprensibles, lo que resulta particularmente valioso en la enseñanza de los números enteros. La variación de la temperatura a lo largo de un día, el ascenso y descenso en un ascensor, los goles a favor y en contra en un partido, o el saldo de una cuenta económica son ejemplos de contextos que permiten vincular la suma y la resta entre enteros con experiencias reales. Desde la teoría de la objetivación, estas situaciones no sólo contextualizan el aprendizaje, sino que añaden un componente cultural y social, pues los estudiantes interpretan, negocian y resignificar los significados en interacción con sus compañeros.

A nivel didáctico, diversos autores sugieren la incorporación de representaciones visuales como la recta numérica, el tablero de juego, las balanzas digitales, las fichas manipulativas o escenarios simulados de transacciones comerciales, dado que estas herramientas permiten construir y estabilizar significados. Las investigaciones de Otero (2015), Cortes et al. (2023) y Ramírez (2024) indican que el uso de materiales manipulativos y actividades lúdicas facilita la comprensión del papel del signo, la dirección del movimiento y la relación entre magnitud y posición. Estas prácticas no sólo favorecen la apropiación de los conceptos, sino que también fortalecen la argumentación, pues los estudiantes deben justificar sus decisiones, por ejemplo, porque se avanza o retrocede en cierto número de unidades, haciendo visibles los procesos mentales que subyacen a la operación.

Desde la perspectiva de la Teoría de la Actividad (Davidov, 1988; Cole 2003), comprender y operar con números enteros implica un sistema sujeto, artefacto e instrumento,

en el que cada componente cumple un papel específico. La recta numérica funciona como artefacto cultural que estructura la acción; los gestos corporales actúan como instrumentos que permiten anticipar o verificar el movimiento; y el lenguaje verbal constituye el medio para reflexionar sobre la acción realizada. Así, la suma y la resta no se reducen a un cálculo algorítmico, sino que se convierten en una actividad conjunta donde el estudiante coordina múltiples recursos para construir significado.

El papel del docente adquiere una relevancia particular en este proceso siguiendo a Schön (1998), la práctica pedagógica demanda un ejercicio constante de reflexión en y sobre la acción, lo cual implica analizar los errores, identificar patrones de razonamiento emergentes, valorar las estrategias intuitivas de los estudiantes y ajustar la intervención para favorecer aprendizajes significativos. La flexibilidad metodológica propuesta por Zabala (2000) es crucial en este punto, ya que enseñar suma y resta entre enteros exige considerar el ritmo individual, la diversidad de formas de representación y las necesidades cognitivas del grupo, no se trata únicamente de enseñar un contenido, sino de acompañar a los estudiantes en un proceso de transformación de su pensamiento numérico.

La comprensión de la suma y resta entre números enteros debe entenderse como un proceso progresivo que integra lo cognitivo, lo semiótico, lo emocional y lo social. Las expresiones de duda, satisfacción, frustración o entusiasmo observadas en los estudiantes durante actividades manipulativas, como se evidencia en las actividades implementadas en este proyecto, constituyen formas de objetivación que permiten identificar la evolución en la construcción del significado. Estos elementos, lejos de ser accesorios, son fundamentales para comprender cómo los estudiantes construyen y estabilizan los conceptos matemáticos.

La suma y la resta entre números enteros no pueden asumirse como operaciones simples; por el contrario, constituyen un campo conceptual complejo que requiere mediación cultural, interacción social, uso de artefactos, explicitación de los procedimientos y reflexión continua. Comprender estas operaciones implica avanzar más allá del dominio algorítmico hacia la construcción de significados profundamente articulados con la experiencia, el lenguaje, el cuerpo y la actividad compartida. Por ello, su enseñanza requiere un enfoque pedagógico que integre teoría y práctica, que reconozca el rol central de la semiótica y que

favorezca procesos de objetivación que permitan al estudiante apropiarse del saber matemático de manera consciente, crítica y significativa.

CAPITULO III

3. DISEÑO METODOLOGICO.

3.1. Tipo y enfoque de investigación.

Con el propósito de dar respuesta a la pregunta de investigación y en coherencia con el objetivo general, este estudio se enmarcará en un enfoque cualitativo. Este enfoque permite comprender la realidad educativa desde la perspectiva de los actores involucrados, priorizando la interpretación y el sentido que los sujetos otorgan a sus experiencias en contextos específicos de aula.

La elección de un enfoque cualitativo se fundamenta en la naturaleza del fenómeno que se pretende analizar. El proceso de objetivación de la suma y resta entre números enteros no puede ser comprendido a través de variables numéricas o mediciones estandarizadas, sino mediante la observación detallada, la descripción profunda y el análisis interpretativo de las acciones, gestos, interacciones verbales, procedimientos y mediaciones semióticas que emergen en el aula durante el desarrollo de las actividades didácticas.

Desde esta perspectiva, la realidad educativa se concibe como una construcción social, dinámica y situada, en la que los significados son elaborados colectivamente a través de la interacción entre los participantes.

En este sentido, Corbetta (citado en Sampieri et al, 2006, p.50) sostiene que “el enfoque cualitativo evalúa el desarrollo de los sucesos, es decir, no hay manipulación ni estimulación con respecto a la realidad”, lo cual implica comprender los fenómenos educativos a partir de las interpretaciones y significados producidos por los propios participantes. Así, la investigación cualitativa se orienta hacia la comprensión del sentido de las experiencias y no hacia la comprobación de hipótesis predeterminada, lo que resulta especialmente pertinente para analizar los procesos de objetivación en el aprendizaje matemático.

En coherencia con esta postura epistemológica, la investigación adopta la modalidad de investigación-acción, entendida como un proceso cíclico, participativo y reflexivo que vincula la práctica pedagógica con la producción de conocimiento. Según Kemmis y Mc Taggart (1988), la investigación-acción se caracteriza por la integración de cuatro momentos esenciales, planeación, acción, observación y reflexión, los cuales se desarrollan de manera continua y recursiva. Esta modalidad posibilita que el docente -investigador no sea un observador externo, sino un participante activo que reflexiona críticamente sobre su práctica identifica problemáticas pedagógicas y propone estrategias para transformarla.

En este marco, la investigación-acción se configura como un medio idóneo para analizar el proceso de objetivación de la suma y resta entre números enteros, dado que permite articular la reflexión teórica con la acción pedagógica y valorar como los estudiantes construyen significados matemáticos mediante la interacción con objetos, signos, gestos y discursos. De esta manera, el aula convierte un espacio de indagación, co-construcción y transformación del conocimiento matemático.

La elección de esta modalidad responde también a la coherencia con los fundamentos teóricos del estudio, sustentados en la Teoría de la Actividad (Leóntiev, 1984; Engeström, 2001, Montealegre, 2005) y la Teoría de la Objetivación (Radford, 2006, 2014). Desde la Teoría de la de la Actividad, la enseñanza y el aprendizaje se comprenden como sistemas de actividad mediados por herramientas, signos y relaciones sociales. Por su parte, la Teoría de la Objetivación permite analizar cómo los estudiantes llegan a reconocer y apropiarse los objetos matemáticos a través de procesos mediadores que involucran la corporeidad, el lenguaje y los medios semióticos. Ambas teorías convergen en la comprensión del conocimiento como una construcción colectiva y culturalmente situada que se hace visible mediante las acciones compartidas en el aula.

De esta manera, el enfoque cualitativo y la investigación- acción posibilitan la exploración de las representaciones, discursos, acciones y mediaciones semióticas que conforman la objetivación matemática (Sampieri, 2018; Vasilachis, 2009). A través de la

observación participativa, el registro audiovisual, la descripción densa y la reflexión crítica, se pretende comprender cómo los estudiantes construyen, expresan y consolidan significados en torno a la suma y resta entre números enteros.

La investigación-acción promueve un proceso de reflexión permanente entre teoría y práctica, en el que los momentos de planeación, acción, observación y reflexión posibilitan ajustes inmediatos a las estrategias didácticas, fortaleciendo el aprendizaje y favoreciendo la construcción de saberes entre docente- investigador. En palabras de Latorre (2003), este tipo de investigación se orienta no sólo a comprender la práctica educativa, sino también a transformarla, generando cambios significativos en los modos de enseñar y aprender las matemáticas desde una perspectiva humanizadora y dialógica.

De acuerdo con Kemmis y McTaggart (1988), la investigación-acción se concibe como un proceso cíclico que integra momentos de planeación, acción, observación y reflexión, los cuales se desarrollan en espirales de mejora continua. Cada ciclo genera aprendizajes y ajustes que permiten redefinir las estrategias implementadas, fortaleciendo la comprensión y transformación de la práctica docente.

En coherencia con esta perspectiva, la investigación-acción no se limita a describir una situación educativa, sino que implica intervenir, analizar y reconstruir la práctica pedagógica a partir de la reflexión colaborativa entre los participantes. Así, esta metodología se constituye en una herramienta para que el docente-investigador examine su práctica, reconozca los significados que emergen en el proceso de enseñanza-aprendizaje y proponga acciones orientadas al cambio y la mejora. En palabras de Latorre (2003), la investigación-acción “no sólo busca conocer la realidad educativa, sino transformarla mediante la reflexión sistemática sobre la propia práctica”.

Desde esta concepción, la investigación desarrollada tiene como propósito analizar y favorecer el proceso de objetivación de la suma y resta entre números enteros en estudiantes de grado séptimo. En este contexto, la metodología de investigación-acción permitirá comprender como los significados matemáticos se configuran, emergen y estabilizan a través

de las interacciones mediadas por el lenguaje, los gestos, los artefactos y las herramientas simbólicas que los estudiantes utilizan durante la resolución de las actividades. En este sentido, se retoma el planteamiento de Radford (2006, 2014), quien entiende la objetivación como un proceso histórico, social y semiótico mediante el cual los sujetos llegan a reconocer y apropiarse de los objetos del conocimiento matemático.

Por su parte, Torrecilla (2002) señala que la investigación-acción implica un compromiso ético y profesional del docente con la transformación de su práctica, a través de un proceso de autorreflexión guiado por la evidencia y la colaboración. En el mismo sentido, Kemmis y McTaggart (1988) destacan que esta metodología se sustenta en la idea de que toda práctica educativa puede ser mejorada cuando quienes la realizan analizan críticamente sus fundamentos, sus procedimientos y sus resultados. De esta manera, la investigación-acción se convierte en una estrategia de investigación formativa que promueve el desarrollo profesional del docente y la construcción colectiva del conocimiento pedagógico.

En cuanto a las técnicas cualitativas empleadas, se retoman las orientaciones de Sampieri et al. (1998, 2006, 2014), quienes destacan la importancia de utilizar instrumentos como la observación participante, las entrevistas semiestructuradas y el diario de campo para comprender fenómenos educativos en su contexto natural. Estas herramientas permiten registrar de manera sistemática las experiencias, interacciones y significados que emergen durante la implementación de las actividades, proporcionando información rica y contextualizada para el análisis interpretativo.

En el marco de esta investigación, cada momento de trabajo se organizará como un proceso continuo en el que la planeación, la acción, la observación y la reflexión se articulen de manera integrada. La planeación permitirá identificar las necesidades del grupo y diseñar las actividades didácticas orientadas a la comprensión y objetivación de la suma y la resta entre números enteros; posteriormente, durante la ejecución, estas actividades se llevarán al aula para generar interacciones mediadas por herramientas concretas y semióticas que posibilitarán la construcción colectiva del conocimiento.

De forma paralela, la observación se desarrollará como un seguimiento sistemático de las acciones, gestos, producciones y verbalizaciones de los estudiantes, con el propósito de reconocer evidencias del proceso de objetivación, la reflexión permitirá analizar los resultados obtenidos, valorar los avances, identificar dificultades y ajustar las estrategias para el ciclo siguiente. Este peso dará lugar a una dinámica metodológica flexible, fundamentada en la mejora continua, y en la coherencia entre teoría, práctica pedagógica y análisis crítico de la experiencia.

La conceptualización de la investigación-acción en este trabajo se asumirán no sólo como una metodología de indagación, sino como una estrategia de transformación educativa, que promueve la reflexión crítica, la construcción colectiva del conocimiento y el fortalecimiento del aprendizaje matemático desde una perspectiva humanista y colaborativa.

3.2. Diseño de la propuesta de intervención.

En coherencia con los principios del enfoque cualitativo y bajo la estructura metodológica de la investigación acción, el desarrollo del proceso investigativo se organizará en momentos reflexivos que permitirán planear, actuar, observar y reflexionar de manera continua a partir de la implementación de las estrategias didácticas en el aula. Estos momentos no se concibieron como etapas lineales, sino como momentos interdependientes que posibilitarán la construcción progresiva de conocimiento y la mejora constante de la práctica pedagógica.

Cada uno de los momentos de trabajo y articularán con los planteamientos de la Teoría de la Actividad y la Teoría de la Objetivación, particularmente con las ideas propuestas por Radford (2010), desde una perspectiva histórico- cultural del aprendizaje matemático. En este sentido, el aula se concebirá como un espacio de producción de significados, interacción social y construcción conjunta del conocimiento, en el que los estudiantes, mediante el lenguaje, los gestos y los artefactos semióticos, desarrollarán procesos de objetivación que les permitirá apropiarse del saber matemático.

Momento 1: planeación.

En el primer momento de planeación, se reconocerá los saberes previos de los estudiantes del grado 7°3 sobre la suma y resta entre números enteros, así como las dinámicas de interacción y mediación presentes en el aula. Desde la lógica de la investigación-acción, este momento inicial permitirá identificar las necesidades formativas y pedagógicas del grupo, constituyéndose en el punto de partida para el diseño de la intervención didáctica.

Durante este momento se diseñarán ficha de trabajo basadas en las fases de la actividad, propuestas por Radford (2010), con el propósito de promover la movilización de conocimientos previos, la interacción grupal, el uso de diversos registros semióticos (lingüísticos, gráficos y gestuales) y la construcción de significados compartidos en torno al concepto de número entero. La planificación de estas tareas se sustentará teóricamente en la Teoría de la Actividad y la Teoría de la Objetivación, destacando el papel de la mediación, el lenguaje, la gestualidad y la cooperación como dimensiones esenciales del aprendizaje matemático.

Además, se llevará a cabo una revisión documental de las fuentes institucionales como el PEI, los planes de área y los registros de evaluación para identificar lineamientos pedagógicos y antecedentes relevantes sobre desempeño del grado 7°3. Paralelamente, se realizarán observaciones de clases diagnósticas acompañadas de un registro sistemático en el diario de campo, lo cual permitirá reconocer las dinámicas de interacción, las prácticas de mediación presentes y las dificultades iniciales relacionadas con la suma y resta entre números enteros.

Asimismo, se efectuaron entrevistas semiestructuradas a docentes del área de matemáticas con el fin de recoger sus percepciones sobre los desafíos más frecuentes en la enseñanza de este contenido y las estrategias que han resultado más afectivas en su práctica.

Estas actividades, acumuladas de manera complementaria, facilitaron la construcción de un panorama inicial sólido para orientar el diseño de la propuesta didáctica.

Como resultado de este momento se generarán varios productos fundamentales, entre los que se encuentran las planeaciones detalladas de las tres actividades diseñadas incluyendo objetivos, materiales, secuencias de trabajo y criterios de observación, así como las guías de trabajo y los materiales de apoyo destinados a facilitar la mediación semiótica y el uso de artefactos manipulativos de las durante las sesiones. Además, se elaborarán los protocolos de registro y observación que permitirá sistematizar la información recogida a través de diarios de campo, fichas de trabajo, notas descriptivas y evidencias audiovisuales. En conjunto, estos productos consolidaron la base operativa y metodológica necesaria para la implementación coherente y rigurosa de la propuesta de intervención.

Momento 2: acción.

En este momento se llevará a cabo la implementación de las actividades en el aula con los estudiantes del grado 7^o3, constituyendo el eje central del análisis del proceso de objetivación. La intervención la intervención se organizará siguiendo las fases de la actividad en el aula propuestas por Radford (2010), que se fundamentan en la interacción social como condición para el desarrollo del pensamiento matemático.

Desde la perspectiva histórico-cultural, el aprendizaje matemático no se concibe únicamente como un proceso individual, sino como una experiencia colectiva y dialógica, en la cual el conocimiento emerge de la interacción entre los sujetos y los objetos culturales. Radford (2006, pp. 117 - 118), afirma que “el alumno que resuelve con éxito problemas, pero que es incapaz de socializar o de entender o interesarse en las soluciones de los otros o de ayudar a los otros a comprender la suya está apenas a medio camino de lo que entendemos por éxito en matemática”. En esta lógica, las fases de la actividad en el aula buscan propiciar espacios de socialización, cooperación y reflexión matemática entre los estudiantes.

Durante este momento, el trabajo en pequeños grupos permitirá que el profesor proponga tareas que exijan la colaboración entre los estudiantes, generando un espacio en el

que los alumnos se apoyarán mutuamente para resolver los problemas planteados, reconocerán sus diferencias individuales y fomentarán la participación de (Radford,2010, p.16).

Posteriormente, el intercambio entre pequeños grupos promoverá la interacción entre distintos equipos con el propósito de contrastar y enriquecer sus soluciones y razonamientos, favoreciendo así la construcción colectiva del conocimiento y la consolidación de significados compartidos Radford (2010, p.19). La discusión general se constituyó un momento de convergencia de toda la comunidad del aula, docente y estudiantes, donde se analizarán los resultados obtenidos, se revisarán los procedimientos y se lograrán acuerdos que integraron las experiencias individuales y grupales, fortaleciendo la comprensión común de los contenidos abordados (Radford 2010, p.19).

Los instrumentos y técnicas de recolección de información incluirán la observación participante apoyada en un protocolo estructurado que permitirá registrar de manera sistemática las interacciones, los gestos, las mediaciones y las formas de cooperación entre los estudiantes; los diarios de campo elaborados por el equipo investigador, en los cuales se consignarán notas reflexivas relacionadas con la práctica pedagógica, las incidencias y las observaciones relevantes; el registro audiovisual compuesto por vídeos y audios de momentos seleccionados que facilitarán el análisis detallado de los gestos, el lenguaje y las mediaciones semióticas presentes durante las actividades; las entrevistas breves y las conversaciones informales con los estudiantes, orientadas a recoger sus percepciones, interpretaciones y significados emergentes; las producciones escritas y fichas de trabajo desarrolladas por los estudiantes que evidenciaron sus procesos de representación, argumentación y comprensión de la suma y resta entre números enteros.

Esta estructura metodológica permitirá desarrollar un proceso investigativo flexible, reflexivo y coherente con los principios de la investigación-acción, en el que cada momento se constituye en una oportunidad para comprender, intervenir y transformar la práctica educativa, fortaleciendo el aprendizaje de los números enteros a través del proceso de objetivación.

Momento 3: observación.

Los productos obtenidos en este momento incluirán las transcripciones de los registros audiovisuales, que permitirán analizar detalle, las interacciones, gestos y verbalizaciones presentes durante las actividades: las notas de campo y los protocolos de observación elaborados de manera sistemática por el equipo investigador, en los cuales se consignarán los hallazgos, incidencias y dinámicas relevantes del proceso; y las fichas de trabajo junto con las diversas evidencias de aprendizaje producidas por los estudiantes, que reflejarán sus representaciones, procedimientos y avances en la comprensión de la suma y resta entre números enteros. En conjunto, estos productos constituirán la base documental y analítica, sobre la cual se sustentará el proceso de interpretación y triangulación de la información.

Momento 4: reflexión.

Una vez concluido el momento de realización de las actividades, se desarrollará un proceso de reflexión crítica y sistemática orientado a valorar la eficacia de las acciones implementadas y su incidencia, su incidencia en el proceso de objetivación de la suma y resta entre números enteros. Este representará un momento de metacognición investigativa, en el que se analizarán las evidencias obtenidas, se contrastarán los resultados con los objetivos planteados y se tomarán decisiones fundamentadas para mejorar las prácticas pedagógicas.

El proceso de análisis incluirá la revisión detallada de las producciones de los estudiantes, los registros de vídeo y audio, las notas del diario de campo y las transcripciones de los diálogos en el aula. Dichos insumos permitirán identificar patrones de comprensión, errores recurrentes, avances conceptuales y estrategias de mediación efectivas. Asimismo, se examinarán las dinámicas interaccionales y los modos en que los estudiantes se apropiaron del significado de las operaciones con números enteros mediante gestos, lenguaje y el uso de artefactos.

Para la sistematización y triangulación de la información, se utilizará una matriz de análisis que facilitó la codificación de las evidencias y la construcción de categorías emergentes relacionadas con la objetivación matemática. Este procedimiento analítico permitió integrar las perspectivas del investigador, los registros empíricos y la teoría de la objetivación (Radford), garantizando la validez y profundidad interpretativa de los resultados.

Posteriormente, se llevarán a cabo reuniones de reflexión conjunta entre el docente-investigador y los colaboradores del proceso, en las que se discutirán los hallazgos y se elaborarán actas de reflexión. Estas reuniones servirán como espacio de diálogo profesional y de retroalimentación formativa.

Las estrategias diseñadas en esta investigación surgen como respuesta a las necesidades identificadas en el diagnóstico inicial y se fundamentan en los principios de la Teoría de la Actividad y la Teoría de la Objetivación (Radford, 2010). Desde estas perspectivas, el aula se entiende como un espacio culturalmente mediado en el que el conocimiento matemático se construye colectivamente mediante el uso de artefactos semióticos, la interacción social y la reflexión compartida.

3.3. Actividades.

Cada una de las tres actividades diseñadas se estructurarán de acuerdo con las fases de la actividad en el aula propuestas por Radford, trabajo en pequeños grupos, intercambio entre grupos y discusión general, las cuales promueven la cooperación, la argumentación y la toma de conciencia sobre el propio proceso de aprendizaje. De manera complementaria, todas las actividades siguen una secuencia común que inicia con una exploración inicial orientada a activar los saberes previos; continúa con un desarrollo guiado que incorpora artefactos manipulativos y diversos registros semióticos; avanza hacia momentos de socialización y reflexión colectiva en los que los estudiantes verbalizan sus procedimientos y construyen significados compartidos.

A continuación, se presenta una descripción de cada una de las actividades propuestas.

Actividad 1:

La primera actividad denominada “Recta numérica”, tiene como objetivo comprender y visualizar la suma y resta entre números enteros mediante el desplazamiento de una rana a lo largo de la recta numérica, reforzando así las nociones de dirección y magnitud. La actividad inicia con una conversación exploratoria sobre situaciones cotidianas que implican avanzar o retroceder como subir o bajar pisos o ganar y perder puntos, y posteriormente se presenta la recta numérica como un recurso visual y espacial para representar operaciones con enteros.

Los estudiantes, organizados en pequeños grupos, construirán una recta numérica en el piso del aula o en cartulina y utilizan figuras recortadas de una rana para simular saltos hacia la derecha en el caso de las sumas, o hacia la izquierda en el caso de las restas; además, resolverán ejercicios propuestos por el docente y registrarán sus resultados en fichas de trabajo, argumentando los movimientos realizados.

El propósito pedagógico de esta actividad es favorecer la comprensión visual y corporal del significado de la suma y resta entre números enteros, articulando la experiencia motriz con la representación gráfica y simbólica. Para ello se emplearán instrumentos de registro como el diario de campo, los vídeos, las imágenes, las imágenes y las fichas de trabajo diligenciadas por los estudiantes. La actividad tiene una duración de dos sesiones, cada una de dos horas.

COLEGIO PABLO VI
UNIVERSIDAD SANTO TOMAS
PRÁCTICA PEDAGOGICA III
PLANEACIÓN DOCENTE

ACTIVIDAD 1

La recta numérica

DOCENTES:	Xiomara Piedrahita Sierra y Alejandra María Quintero Cañas
GRADO:	Séptimo
ÁREA:	Matemáticas
ESTÁNDAR:	Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanzas y congruencia usando representaciones visuales.
DBA:	Comprende y resuelve problemas, que involucran los números racionales con las operaciones (suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación) en contextos escolares y extraescolares.
TEMA:	Suma y resta entre números enteros.
INICIO:	Saludo y oración. Agenda de la clase. Introducción conjunta de los números enteros. https://www.youtube.com/watch?v=m3be-d7Yf8I
DESARROLLO:	1. Explicación inicial: Se les recordará a los estudiantes cómo se ubican los números en la recta numérica. Además, se explicará

	<p>que los números positivos se mueven a la derecha y los negativos a la izquierda.</p> <p>Ejemplo guiado: Se presentará un caso práctico en el tablero: Iniciar con un número base, por ejemplo, -3.</p> <p>Sí sumamos +5, debemos movernos 5 unidades a la derecha. <i>Nota: Mostrar en la recta numérica cómo se llega al resultado final: 2.</i></p> <p>2. Trabajo en pequeños grupos: Se entregará a cada grupo un conjunto de operaciones con números enteros. Se les proporcionará una recta numérica impresa. Cada estudiante resolverá la operación y explicará a su compañero cómo se mueve en la recta.</p> <p>Juego de la rana: Asignar a cada estudiante una "rana" (puede ser un dibujo o ficha). Decir en voz alta una operación (por ejemplo, $-4 + 7$) y que los estudiantes muevan su rana en la recta numérica.</p> <p>Comprobarán juntos el resultado.</p> <p>3. Intercambio entre grupos: se elegirá un representante de cada grupo para socializar los resultados obtenidos.</p>
CIERRE:	<p>4. Discusión general: Se pedirá a algunos estudiantes que expliquen cómo resolvieron una operación en la recta numérica. Reflexionar sobre cómo la dirección (derecha o izquierda) afecta la suma y resta entre números enteros.</p>

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	Video introducción de la clase https://www.youtube.com/watch?v=m3be-d7Yf8I
---	--



Actividad #1 RECTA NUMÉRICA

NOMBRE DE LOS ESTUDIANTES:

GRADO: Séptimo

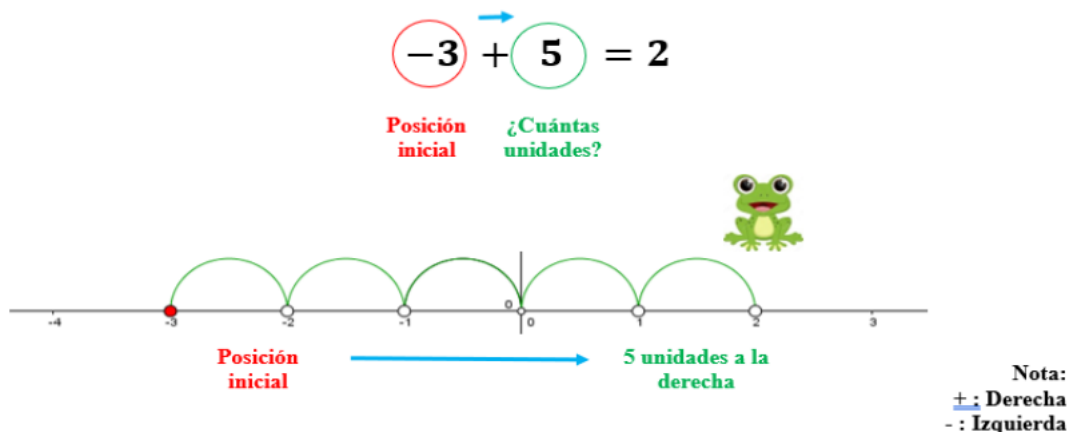
FECHA:

TEMA	Adición y sustracción de números enteros.
INDICADOR (ES):	Resuelve situaciones que involucran Adición y sustracción de números enteros.
OBJETIVO:	Comprender y visualizar la adición de números enteros en la recta numérica mediante el movimiento de una rana, reforzando el concepto de dirección y magnitud.

Suma y resta entre números enteros en la recta numérica






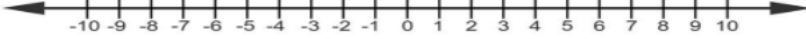

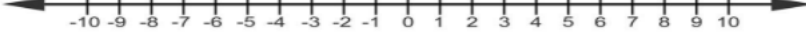

Pasos:

1. El primer número me indica la posición inicial de mi rana, es decir, donde inicia la rana el recorrido.
2. Derecha o izquierda
3. ¿Cuántas unidades?



Para practicar:

Resolver las siguientes operaciones en la recta numérica:

$-4+6=$ 	
$-5+3=$ 	
$-2+2=$ 	
$-3+7=$ 	
$-4-2=$	



Actividad 2:

La actividad, denominada “1, 2, 3, brinca la Rana”, tiene como objetivo desarrollar el cálculo mental con sumas y restas entre números enteros mediante un juego de tablero que fomenta la cooperación. La toma de decisiones y la argumentación matemática. En esta actividad, los estudiantes participarán en un juego en el que cada casilla presenta operaciones con números enteros, avanzando o retrocediendo según el resultado obtenido y organizados en pequeños grupos, deberán justificar verbalmente los movimientos realizados y contrastar sus respuestas con las de los demás. Equipos. Durante la socialización se promueve la reflexión sobre las reglas de los signos y los diferentes procedimientos empleados para resolver las operaciones, mientras el docente actúa como mediador, planteando preguntas que facilitan que los estudiantes hagan explícitos y conscientes. Sus razonamientos. El propósito pedagógico se centra en potenciar la fluidez del cálculo mental y el razonamiento lógico, integrando El juego como una estrategia motivadora que favorece la interacción y la construcción de significados compartidos. Para el seguimiento de la actividad se utilizan instrumentos de registro como el diario de campo, los vídeos, las imágenes y las fichas de trabajo de los estudiantes, y su duración corresponde a Conexiones cada una de 2 horas.

COLEGIO PABLO VI
UNIVERSIDAD SANTO TOMAS
PRÁCTICA PEDAGOGICA III
PLANEACIÓN DOCENTE

ACTIVIDAD 2

1,2,3 BRINCA LA RANA

DOCENTES	Xiomara Piedrahita Sierra y Alejandra Quintero Cañas
GRADO:	Séptimo
ÁREA:	Matemáticas.
ESTÁNDAR:	Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanzas y congruencia usando representaciones visuales.
DBA:	Comprende y resuelve problemas, que involucran los números racionales con las operaciones (suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación) en contextos escolares y extraescolares.
TEMA:	Adición de números enteros.
INICIO:	<ul style="list-style-type: none"> - Saludo y oración. -Agenda de la clase. -Introducción sobre la adición de números enteros a partir del video “Suma de números con diferente signo Super fácil” tomado de YouTube (Canal: Daniel Carreón)
DESARROLLO:	<p>Explicación inicial:</p> <p>Se explicarán las reglas del juego y se asegurará de que cada equipo tenga los materiales.</p> <p>Se les reforzará a los estudiantes cómo se suman los números enteros en la recta numérica y recordará las reglas de suma con el mismo o diferente signo.</p>

	<p>Se mostrarán ejemplos en el tablero para que todos comprendan la mecánica del juego.</p> <p>2. Trabajo en pequeños grupos: cada equipo comenzará en la casilla "0" y seguirán las reglas del juego con sus dados y fichas.</p> <p>Los jugadores registrarán cada movimiento en la tabla para hacer seguimiento de los resultados.</p> <p>Se supervisará el avance de cada equipo y resolver dudas.</p> <p>Mientras los estudiantes desarrollan la actividad, se verificará que estén aplicando correctamente la suma entre enteros y, además, se les preguntará a los equipos sobre su estrategia y cómo están utilizando la recta numérica para justificar sus movimientos.</p> <p>3. Intercambio entre grupos: se elegirá un representante de cada grupo para socializar los resultados obtenidos.</p> <p>Al terminar la actividad, cada equipo debe analizar su registro y responder preguntas como:</p> <p>¿Cómo influyeron los números negativos y positivos en su avance?</p> <p>¿Cuáles fueron las posiciones más difíciles de alcanzar?</p> <p>¿Cuál fue su estrategia para avanzar más rápido?</p>
CIERRE:	<p>4. Discusión general:</p> <p>Reflexionarán sobre cómo la actividad les permitirá comprender la suma y resta entre números enteros.</p> <p>Preguntar: <i>¿Qué estrategias fueron más efectivas para ganar el juego?</i></p>

	Relacionarán la actividad con situaciones de la vida cotidiana, como deudas y temperaturas.
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	Video inicio clases: sobre adición de números enteros: <u>https://www.youtube.com/watch?v=2AFZpUbGulk</u>



Actividad #2
1, 2, 3 Brinca la rana

NOMBRE DE LOS ESTUDIANTES:

GRADO: Séptimo

FECHA:

TEMA

Adición y sustracción de números enteros.

INDICADOR (ES)

Resuelve situaciones que involucran Adición y sustracción de números enteros.

OBJETIVO

Desarrollar el cálculo mental con sumas y restas de enteros mientras los jugadores avanzan o retroceden en el tablero.

Materiales:

Cada equipo de trabajo tendrá los siguientes materiales:

- Un dado.
- Un dado modificado con los signos “+” y “-”
- Tres fichas de parqués de diferentes colores.
- Una hoja con la tabla para registrar los lanzamientos.
- Una hoja con el camino para las ranas.

Reglas de la actividad:

- Los tres jugadores iniciaran en la casilla “**cero**”
- Ganará el jugador que logre llegar con su rana a la casilla “**-19**” o a la casilla “**18**”
- Cada jugador lanzará una sola vez los dados por turno.
- El jugador que deba ubicarse en las casillas “**-12**”, “**6**” o “**14**” debe regresar a la casilla “**cero**”, es decir, reiniciar su recorrido.
- No olviden dejar el registro de cada lanzamiento en la tabla.

¡Buena suerte!

Veamos quién es la rana ganadora



¡1, 2, 3 ... ¡Que brinquen las ranas!

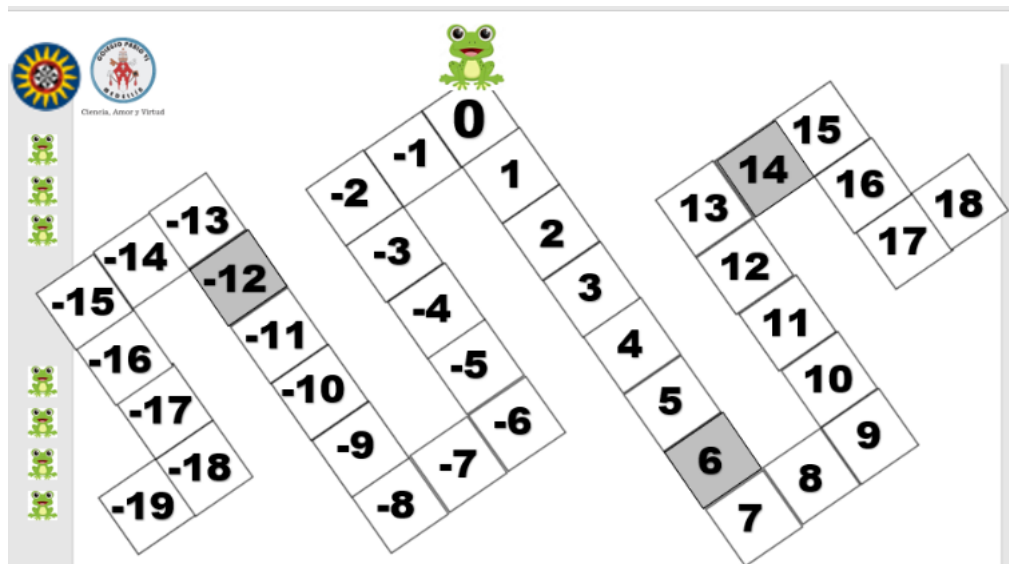


Ilustración 4


 Nº lanzamiento	Jugador 1 Nombre: Color de rana:			Jugador 2 Nombre: Color de rana:			Jugador 3 Nombre: Color de rana:		
	Posición anterior	Lanzó	Nueva posición	Posición anterior	Lanzó	Nueva posición	Posición anterior	Lanzó	Nueva posición
Lanzamiento 1	0		=	0		=	0		=
Lanzamiento 2			=			=			=
Lanzamiento 3			=			=			=
Lanzamiento 4			=			=			=
Lanzamiento 5			=			=			=
Lanzamiento 6			=			=			=
Lanzamiento 7			=			=			=
Lanzamiento 8			=			=			=
Lanzamiento 9			=			=			=
Lanzamiento 10			=			=			=
Lanzamiento 11			=			=			=
Lanzamiento 12			=			=			=
Lanzamiento 13			=			=			=
Lanzamiento 14			=			=			=

Ilustración 5

Actividad 3:

La actividad, denominada “La tienda escolar”, tiene como objetivo aplicar la suma y resta entre números enteros en situaciones reales de compra y venta, fortaleciendo la comprensión funcional de estas operaciones y desarrollando habilidades de cálculo mental y toma de decisiones financieras. En esta propuesta se simula una tienda escolar en la que los estudiantes asumen roles de compradores y vendedores utilizando precios con valores positivos y negativos que representan ganancias y pérdidas. A partir de diversos escenarios, los participantes deben calcular balances y justificar los resultados obtenidos. Mediante la aplicación de operaciones con números enteros. Durante las interacciones, el docente observará el uso de recursos semióticos como gestos, lenguaje y símbolos numéricos, y promueve la discusión colectiva sobre las estrategias empleadas. Los estudiantes completan una ficha de reflexión en la que describirán su comprensión de las operaciones y dificultades encontradas. Propósito de lógico de esta actividad es conectar el conocimiento matemático con contextos reales y significativos, de modo que los estudiantes comprendan la funcionalidad de las operaciones con enteros en situaciones prácticas.

Para su seguimiento se emplean instrumentos de registro como el diario de campo, vídeos, imágenes y fichas de trabajo de los estudiantes, y su duración corresponderá a dos momentos de dos horas cada uno.

COLEGIO PABLO VI UNIVERSIDAD SANTO TOMAS PRÁCTICA PEDAGOGICA III PLANEACIÓN DOCENTE	
ACTIVIDAD 3 La tienda escolar	
DOCENTES:	Xiomara Piedrahita Sierra y Alejandra Quintero Cañas
GRADO:	Séptimo
ÁREA:	Matemáticas
ESTÁNDAR:	Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanzas y congruencia usando representaciones visuales.
DBA:	Comprende y resuelve problemas, que involucran los números racionales con las operaciones (suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación) en contextos escolares y extraescolares.
TEMA:	Adición y sustracción de números enteros.
INICIO:	<p>- Saludo y oración. - Agenda de la clase.</p> <p>1. Activación de conocimientos previos: Preguntar a los estudiantes: <i>¿Han ido alguna vez de compras?</i> <i>¿Han recibido cambio o tenido que pedir prestado dinero?</i> <i>¿Cómo creen que se registran las ganancias y deudas en un negocio?</i></p> <p>Relacionarán sus respuestas con los conceptos de números positivos (ganancias) y negativos (deudas).</p>

	<p>Presentación de la actividad:</p> <p>Se explicará a los estudiantes que podrán vivenciar en la tienda escolar del colegio, la compra y venta de productos, con el fin de trabajar con sumas y restas entre números enteros para registrar transacciones.</p> <p>Se les mostrará un ejemplo en el tablero con una compra, descuento y deuda para visualizar cómo se registran los valores.</p>
<p>DESARROLLO:</p>	<p>2. Trabajo en pequeños grupos:</p> <p>Organización de la tienda:</p> <p>Formarán grupos y asignarán roles (vendedor, cliente, cajero).</p> <p>Entregarán la hoja de registro y los billetes ficticios.</p> <p>Cada grupo deberá hacer una lista de productos con precios.</p> <p>Simulación de compra y venta:</p> <p>Los clientes comprarán productos y pagarán con billetes exactos o recibirán cambio.</p> <p>Se aplicarán descuentos y se registrarán deudas cuando un cliente no tiene suficiente dinero.</p> <p>Cada grupo llevará el registro de las transacciones en la tabla.</p> <p>3. Intercambio entre grupos:</p> <p>Cálculo de saldo de la tienda:</p> <p>Al final de la actividad, cada grupo sumarán sus ingresos y restarán las deudas para calcular su balance.</p>

	<p>Compararán los resultados entre la tienda y analizarán quién obtuvo más ganancias o quién tiene más deudas.</p>
<p>CIERRE:</p>	<p>4. Discusión general:</p> <p>Preguntar a los estudiantes:</p> <p><i>¿Cómo influyeron los descuentos y deudas en los resultados de la tienda?</i></p> <p><i>¿Qué ocurre cuando una tienda tiene muchas deudas?</i></p> <p><i>¿Dónde más se utilizan los números negativos en la vida real?</i></p> <p>Se relacionarán con situaciones como préstamos bancarios, facturas pendientes y registros contables.</p> <p>Cada grupo presentará su balance final y explicará cómo realizaron los cálculos.</p> <p>Hay que destacar la importancia de los números negativos y positivos en la administración del dinero.</p> <p>Cerrar con la idea de que la matemática está presente en situaciones cotidianas, como manejar un negocio.</p>



Actividad #3
La tienda escolar

NOMBRE DE LOS ESTUDIANTES:	
GRADO: Séptim	FECHA:
TEMA	Adición y sustracción de números enteros.
INDICADOR (ES)	Resuelve situaciones que involucran Adición y sustracción de números enteros.
OBJETIVO	Aplicar la suma y resta de números enteros en situaciones reales de compra y venta, desarrollando habilidades de cálculo mental y toma de decisiones financieras.

Materiales:

- Hoja de registro de ventas y deudas.
- Billetes para representar dinero.
- Lista de productos con precios asignados.

Funciones:

- **Equipo 1:** vendedores.
- **Equipo 2:** clientes.
- **Equipo 3:** clientes.

Reglas de la actividad:

1. **Dinámica de compra y venta:**
 - a. Un estudiante hace el papel de vendedor y otro de cliente.
 - b. Los clientes pueden pagar con billetes exactos o recibir cambio.

- c. Se aplican descuentos o promociones con valores negativos (ejemplo: descuento de \$5 en una compra de \$20 → **20 - 5 = 15**).
- d. Si un cliente no tiene suficiente dinero, se registra una deuda con un número negativo (ejemplo: compra de \$12 y solo paga \$8 → **-4 de deuda**).

2. Registro de transacciones:

- a. Cada tienda lleva un registro de sus ventas, cambios y deudas en una tabla.
- b. Al final, se calcula si la tienda obtuvo ganancias o pérdidas sumando y restando los valores registrados.

4. Evaluación:

- Los estudiantes presentan un informe con su balance final (total de ventas, descuentos aplicados y deudas recuperadas).
- Se reflexiona sobre la importancia de los números negativos en la vida cotidiana.

Total, a pagar	
Abono	
Devolta	
Deuda pendiente	

	Cambio entregado	
	Deuda pendiente	

4. SISTEMATIZACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.

4.1. Sistematización.

El presente trabajo de grado integra actividades orientadas a la mediación semiótica, gestos, lenguaje y artefactos y al trabajo colaborativo, apoyadas por instrumentos de recolección que permiten la triangulación: diarios de campo, observación participante, entrevistas, registros audiovisuales y fichas de trabajo.

Las actividades se diseñaron a partir del diagnóstico, el cual puso de manifiesto una comprensión limitada del signo y una tendencia a aplicar reglas memorizadas sin anclarlas a un sentido espacial o situacional. En respuesta a estas dificultades, se diseñaron e implementaron tres actividades “Recta numérica”, “1,2,3...brinca, la rana” y “La tienda escolar” concebidas para articular acción, representación y lenguaje.

La primera actividad, denominada la Recta numérica, transcurrió como una pequeña escena pedagógica que es entrelazaron la palabra, el gesto y el objeto. Al comenzar, planteamos situaciones condiciones subir y bajar pisos, ganar o perder puntos y varios estudiantes respondieron moviendo la mano en el aire para indicar avance y retroceso; esos gestos sirvieron de puente inmediato entre su experiencia y la nueva herramienta. Poco a poco emergió curiosidad; algunos fruncían el ceño mostrando duda antes de intentar el movimiento con la rana; otros, al comprobar la dirección correcta, sonreían ampliamente y exclamaban con alivio: “¡Ah, ya entendí!”.

Distribuimos las fichas con la recta numérica impresa y pequeñas figuras de rana los estudiantes trazaron saltos con lápiz sobre la recta, dibujando los arcos que representan cada desplazamiento; (tal como se aprecia en la Ilustración 6, en varios momentos se inclinaban sobre la hoja, señalaban con el dedo el cero o el -4 y discutían en voz baja cuál sería el siguiente salto. Hubo maniobras colectivas un par de alumnos hicieron la representación primero en voz alta para el grupo, realizando con la mano el gesto del salto y animando a sus compañeros a repetirlo, lo que generó risas y una atmósfera de trabajo colaborativo.

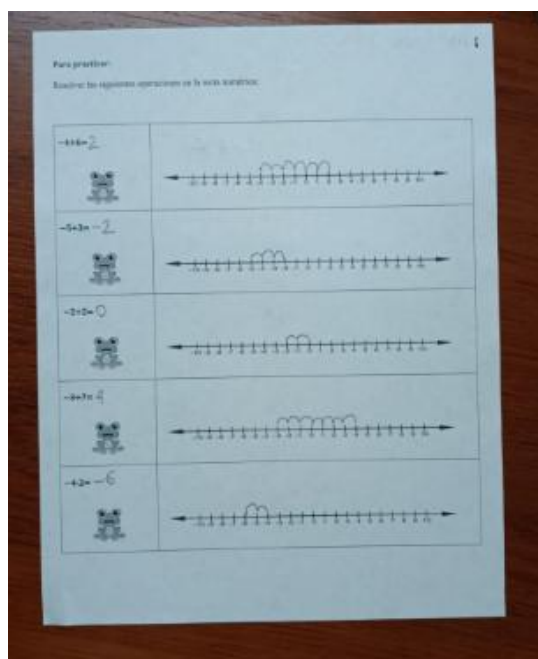


Ilustración 6

En uno de los momentos de la actividad, un estudiante dudó entre avanzar o retroceder, su boca quedó entreabierta y sus cejas se elevaron gestos que delataron el pensamiento en curso hasta que, al mover la rana dos casillas hacia la derecha, pronunció con satisfacción: “¡Listo cero!”.

En otra ocasión, un alumno utilizó la recta para explicar a su compañero por qué sumar un número negativo equivalía a retroceder, acompañó su explicación con movimientos amplios de la mano sobre la hoja y terminó señalando el resultado con un pulgar arriba, gesto que contagió confianza al compañero

Las dos sesiones (dos horas cada una) permitieron observar la progresión, al inicio predominaba la resolución mecánica guiada por reglas, mientras que al final se notó una mayor relación entre la representación espacial (los saltos sobre la recta) y el significado de la operación. Los registros fotográficos y las fichas donde se ven los arcos trazados y los resultados anotados dan cuenta de esta vinculación entre acción, representación y lenguaje; la

imagen adjunta muestra precisamente esa evidencia: rectas numeradas con los saltos dibujados por los estudiantes y anotaciones que reflejan sus razonamientos en acto.

La actividad no sólo facilitó la comprensión de la suma y la resta entre números enteros desde la noción de dirección y magnitud, sino que también puso de relieve como los gestos, las expresiones y el uso de artefactos semióticos (la ficha y la rana) funcionan como mediadores del sentido; momentos de duda, verificación entre pares y pequeñas celebraciones por los aciertos fueron parte integral del aprendizaje observado.

La segunda actividad, titulada “1,2,3...brinca la rana”, generó desde el inicio un ambiente cargado de expectativa e introdujo un escenario particularmente fértil para observar los procesos de objetivación en los estudiantes. Mientras organizábamos los materiales como los dados, las fichas de colores y el tablero con el camino de la rana, los estudiantes observaban con evidente curiosidad los elementos, especialmente el dado modificado con los signos “+” y “-”, que resultó ser el mayor detonante de intriga. Varios estudiantes se miraban entre sí sonriendo y uno expresó en voz alta con tono risueño: “¡Profe, ese dado si está peligroso”! Ese comentario provocó risas en el grupo y anticipó la mezcla de emoción e incertidumbre que caracterizaría la actividad.

Una vez explicadas las reglas, inician desde cero, avanzar o retroceder según el lanzamiento, registra cada movimiento y regresar obligatoriamente a la casilla de inicio si caían en menos -12, 6 o 14, las reacciones se intensificaron. Al comenzar los primeros turnos, era común ver a los estudiantes inclinarse hacia la mesa, tensar los hombros y sostener la respiración justo antes de lanzar el dado. Cuando la rana avanzaba, celebraban levantando las manos o moviendo la cabeza con entusiasmo; pero cuando el dado marcaba un signo contrario a lo que esperaban, las expresiones cambiaban abruptamente cejas fruncidas, risas nerviosas y exclamaciones como “¡No puede ser! ”o “¡Otra vez me regreso!”. Estas manifestaciones no verbales constituyeron formas de objetivación mediante las cuales los estudiantes exteriorizaban su percepción del signo, el movimiento y el sentido numérico. (Ver ilustración 7)



Ilustración 7

Este vaivén emocional se volvió el eje de la actividad. Los estudiantes mismos reconocían que les generaba “intriga”, “nervios” e incluso “rabia”, porque cada lanzamiento les abría la posibilidad de acercarse a la meta o de perder todo el avance. La idea de que podían llegar a -19 o a 18 generaba optimismo, pero la amenaza de caer en una casilla de reinicio mantenía la tensión presente en cada turno. En términos de la teoría de la objetivación, estos gestos epistémicos, pues permitieron a los estudiantes establecer la relación entre el signo obtenido y la dirección del desplazamiento.

En varios momentos, cuando un jugador estaba muy cerca de la casilla final, el resto del equipo observaba en silencio, únicamente siguiendo con la mirada el recorrido del dado, hasta que caía sobre un signo imprevisto. Las reacciones eran inmediatas, manos en la cabeza, risas colectivas, golpes suaves en la mesa y frases como “Uff, casi” o “¡Noooo, otra vez empezar!” Este componente emocional, mezcla de anticipación, frustración y celebración, se convirtió en un motor que mantenía a todos los implicados en la dinámica.

El registro de cada lanzamiento también se convirtió en un espacio de discusión, algunos estudiantes señalaban la tabla con el dedo y preguntaban a su compañero si el movimiento debía registrarse como suma o resta; otros verificaban verbalmente la operación antes de escribirla, diciendo en voz alta “menos tres...entonces retrocedo tres”. Este diálogo

espontáneo ayudó a reforzar el vínculo entre el signo, el desplazamiento y el resultado numérico. (Ver ilustración 8)

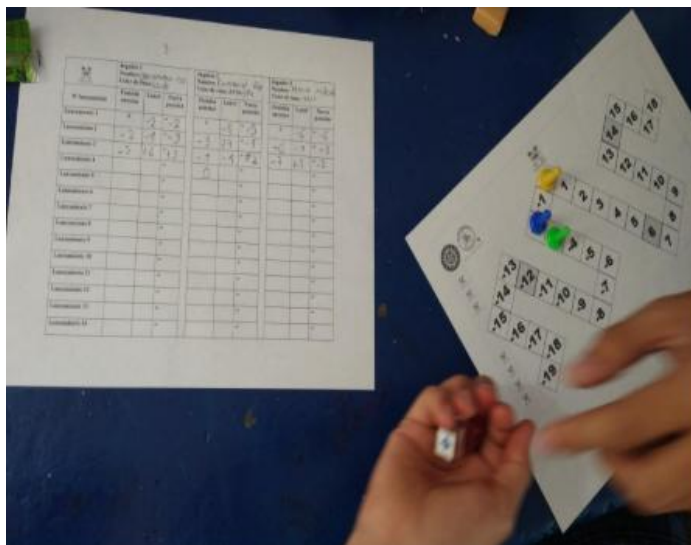


Ilustración 8

Hacia el final de la actividad, la participación seguía tan viva como al inicio. Aunque no todos lograron alcanzar las casillas de meta, si se observó una comprensión más intuitiva de las operaciones con enteros, los estudiantes comenzaron a anticipar mentalmente el efecto de cada signo, e incluso algunos intentaron predecir estratégicamente que lanzamiento necesitarían para ganar. La actividad cerró en medio de aplausos y comentarios animados sobre “la rana más de malas”, “el jugador más suertudo” y el deseo de repetir la actividad.

La tercera actividad “La tienda escolar”, se desarrolló en un ambiente marcado por la sorpresa y el entusiasmo de los estudiantes. Desde el momento en que se distribuyeron los materiales, el tablero de precios, los productos, el dinero didáctico y el registro de ventas, surgieron expresiones espontaneas como “Profe, yo quiero ser el vendedor”. Estas reacciones no sólo mostraron interés, sino que evidenciaron el impacto que tuvo para ellos experimentar la actividad desde la perspectiva del vendedor. (Ver ilustración 9)



Ilustración 9

Al asumir los roles de compradores y vendedores, los estudiantes comenzaron a realizar gestos propios de una transacción comercial, sostener el dinero entre los dedos mientras calculaban el cambio, revidar con la mirada los precios cuidadosamente cada venta y pregunta con voz firme: ¿Qué desea llevar? Estos gestos, en el marco de la teoría de la objetivación, se comprenden como mediaciones semióticas corporales, ya que la actividad matemática emergió en la coordinación entre acción, artefacto y lenguaje. Tal como señala Radford, “la objetivación ocurre cuando el estudiante hace visible un pensamiento que antes estaba implícito mediante gestos, palabras o acciones compartidas”. Esto se hizo especialmente evidente cuando un estudiante explicaba a otro como debía registrar una deuda o justificar un descuento. (Ver ilustración 10).



Ilustración 10

El registro de transacciones que incluía sumas, descuentos, manejo de deudas y cálculo de cambios funcionó como un artefacto que obligaba a los estudiantes a externalizar su razonamiento. Se observó como señalaban con el dedo las columnas, tachaban errores, volvían a calcular y en ocasiones, pedían validación a sus pares. Algunos de los relatos más espontáneos surgieron en estos momentos: “Le hice descuento porque compró dos cosas”, “Quedó debiéndome 100”, “me equivoqué profe devolví de más”. Estas verbalizaciones fueron registradas en las grabaciones y luego transcritas como insumos de la sistematización. Cada una constituye lo que la teoría denomina actos de toma de conciencia. Es decir, fragmentos de objetivación, donde el estudiante hace explícita la relación entre el cálculo y la situación real que lo demanda. (Ver ilustración 11)



Ilustración 11

Las reglas diseñadas como volver a la fila cuando no se tenía suficiente dinero o registrar cada movimiento antes de avanzar generaron episodios ricos en interacción colectiva. Surgieron negociaciones sobre precios, acuerdos espontáneos sobre quién atendía primero y discusiones sobre la forma correcta de registrar un cambio. Para Radford, estos momentos representan formas de co-presencia donde el conocimiento no es individual, sino que *“se construyen la intersubjetividad, en la mirada que el otro ofrece para validar, cuestionar o ampliar el sentido de una acción”*. Esto se evidenció cuando algunos estudiantes se apoyaban entre sí para resolver un error en la suma o cuando debatían si un descuento aplicado era correcto según la lista de precios. (Ver ilustración 12).



Ilustración 12

4.2. Análisis.

El proceso analítico se desarrolló a partir de una triangulación metodológica e instrumental, con el propósito de garantizar la validez y profundidad interpretativa de los resultados. La información fue organizada mediante una codificación mixta (inductivo-deductiva), articulando categorías derivadas del marco teórico como objetivación, mediación semiótica y niveles de actividad con categorías emergentes del trabajo de campo, tales como representaciones gestuales, verbalizaciones y transferencia contextual.

El análisis se llevó a cabo mediante un proceso iterativo de comparación constante, lo que permitió identificar patrones, convergencias y transformaciones en las formas de razonamiento matemático de los estudiantes. A partir de este proceso emergieron cuatro categorías principales: Comprensión del signo, mediación semiótica y corporal, intersubjetividad y trabajo colaborativo, y transferencia a contextos reales.

4.2.1. comprensión del signo.

Uno de los avances más significativos observados en los estudiantes fue la progresiva comprensión del significado, del signo positivo y negativo, en relación con la dirección del movimiento en la recta numérica.

En la actividad de la recta numérica, inicialmente los estudiantes tendían a aplicar reglas de manera mecánica, sin comprender plenamente el sentido de las operaciones. Sin embargo, al interactuar con la representación gráfica, comenzaron a establecer relación entre el signo y el desplazamiento, identificando que los números positivos implican avanzar hacia la derecha, mientras que los negativos implican retroceder hacia la izquierda.

Este cambio se construyó de manera gradual, mediado por la interacción con el recurso y el acompañamiento docente. Los estudiantes empezaron a utilizar expresiones como “avanza” o “retrocede” lo que evidencia una transición hacia una comprensión más visual y significativa.

Desde la teoría de la objetivación, este proceso puede interpretarse como un momento en el que el conocimiento matemático se hace visible y compartido, pasando de ser una regla externa para convertirse en un significado progresivamente apropiado por los estudiantes.

4.2.2. Mediación semiótica y corporal.

La mediación semiótica emergió como un elemento central en la construcción del conocimiento matemático. En la actividad “1,2,3 brinca la rana”, el uso del cuerpo, los gestos, el lenguaje y los materiales permitió evidenciar como los estudiantes construían significado a partir de la acción.

Las expresiones fáciles, los movimientos de las fichas y las verbalizaciones espontáneas mostraron que el aprendizaje involucra dimensiones cognitivas, corporales y afectivas. Los estudiantes no solo resolvían operaciones, sino que acompañaban sus respuestas con explicaciones, señalamientos y movimientos que reforzaban su comprensión.

Estas mediaciones permitieron que conceptos abstractos como los números negativos adquirieran un sentido más concreto y accesibles. En coherencia con la teoría de la objetivación, se evidencia que el conocimiento se construye mediante la interacción con sistemas semióticos diversos, donde el gesto, el lenguaje y la representación gráfica cumplen un papel fundamental.

4.2.3. Intersubjetividad.

El aprendizaje observado estuvo profundamente mediado por la interacción social. En las actividades propuestas, los estudiantes trabajaron en grupos, lo que favoreció el intercambio de ideas, la discusión de procedimientos y la construcción colectiva de soluciones.

Se evidenció que la construcción de los procedimientos se fortalecía cuando estos eran explicados y debatidos entre compañeros. Las discusiones permitieron identificar errores, corregirlos y llegar a acuerdos sobre las formas de resolver las operaciones.

Este proceso refleja la importancia de la intersubjetividad en el aprendizaje, entendida como la construcción compartida del conocimiento. Los estudiantes no solo desarrollaron habilidades operativas, sino también capacidades argumentativas y de la validación colectiva.

Desde la teoría de la actividad, estas interacciones pueden entenderse como parte de un sistema mediado por herramientas, lenguaje y prácticas sociales, en el cual el conocimiento se construye de manera colectiva.

4.2.4. Transferencia a contextos reales

La actividad de la tienda escolar permitió evidenciar la aplicación de los números enteros en un contexto significativo para los estudiantes. A través de situaciones como compras, ventas, deudas y ganancias lograron establecer relaciones entre los números positivos y negativos y experiencias de la vida cotidiana.

Este contexto favoreció una comprensión más funcional de las operaciones, ya que los estudiantes no solo resolvían ejercicios, sino que interpretaban situaciones y tomaban decisiones basadas en ellas. Por ejemplo, comprendieron que una deuda puede representarse con un número negativo, mientras que una ganancia se representa con un número positivo.

Asimismo, se evidenciaron procesos de reflexión sobre el uso de las matemáticas en la vida diaria, lo que contribuyó a fortalecer el sentido y la pertenencia del aprendizaje.

4.3. Alcance de la propuesta.

Los resultados obtenidos permiten afirmar que la propuesta didáctica tuvo un alcance significativo en el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

En primer lugar, contribuyó a superar una enseñanza centrada en la memorización de reglas, promoviendo una comprensión más profunda y significativa de la suma y resta entre enteros. En segundo lugar, favoreció la participación activa de los estudiantes, quienes asumieron un rol protagónico en la construcción de su aprendizaje.

Además, la propuesta integro diversas formas de representación gráfica, corporal, simbólica y contextual, lo que facilito la comprensión de conceptos abstractos. Se evidencio que el aprendizaje fue un proceso social, mediado por la interacción y la negación de significados.

No obstante, también se identificaron limitaciones, con el tiempo requerido para el desarrollo de las actividades y la necesidad de fortalecer procesos de argumentación y transferencia en algunos estudiantes.

En conjunto, los resultados muestran que la propuesta no solo alcanzo los objetivos planteados, sino que abrió posibilidades para el diseño de prácticas pedagógicas más dinámicas, reflexivas y centradas en la construcción de sentido.

Los resultados obtenidos permiten evidenciar una transformación en la práctica pedagógica, caracterizada por el tránsito de una enseñanza centrada en la transmisión de procedimientos hacia una orientada a la construcción colectiva de significados.

La implementación de actividades mediadas por artefactos, recursos lúdicos y dispositivos semióticos implico una reconfiguración del rol docente, quien paso de ser trasmisor de conocimiento a facilitador de experiencias de aprendizaje. En este contexto, el

aula se constituyó como un espacio de interacción en el que el conocimiento matemático emergió como un objetivo para explorar, discutir y resignificar.

Desde la teoría de la objetivación, esta transformación puede interpretarse como el paso de saberes implícitos a formas de conocimiento objetivando mediante la mediación semiótica. Los artefactos, los gestos y el lenguaje actuaron como elementos que hicieron visible el objeto matemático, permitiendo su apropiación progresiva por parte de los estudiantes.

Este proceso no fue homogéneo. Se evidenciaron avances significativos en la verbalización matemática, la precisión en los procedimientos y la participación activa, pero también persistieron dificultades relacionadas con la transferencia y la argumentación en contextos no guiados. Estas tensiones reflejan que la objetivación es un proceso gradual, relacional y situado, que requiere continuidad, diversidad de experiencias y ajustes pedagógicos contantes.

En este sentido, se hace necesario fortalecer estrategias que promuevan la reflexión, la justificación y la transferencia del conocimiento a nuevas situaciones, así como atender la diversidad de ritmos y estilos de aprendizaje presentes en el aula.

En síntesis, la experiencia desarrollada aporta elementos relevantes para repensar la enseñanza de los números enteros desde enfoques que integren la dimensión semiótica, social y contextual del aprendizaje matemático, contribuyendo a la consolidación de prácticas pedagógicas más significativas y coherentes con las necesidades de los estudiantes.

Aporte de la propuesta al Colegio Pablo VI.

El presente trabajo de grado ofrece al Colegio Pablo VI un conjunto de aportes pedagógicos, epistemológicos y organizativos que pueden contribuir a fortalecer la enseñanza de suma y resta entre números enteros.

En primer lugar, la intervención constituye una evidencia empírica y didáctica sobre

la eficacia de las actividades mediadas por artefactos y recursos lúdicos para favorecer la objetivación de conceptos matemáticos.

La incorporación sistemática de mediaciones semióticas como la recta numérica, tableros de juego, gestualidad y rutinas de verbalización demostró su potencial para transformar prácticas de aula, promover la verbalización de razonamientos, aumentar la precisión en la notación y propiciar transferencias significativas hacia situaciones reales, tal como quedó evidenciado en la actividad de “La tienda escolar”. Estos resultados ofrecen al colegio una base concreta para replicar y adaptar secuencias que integren manipulación, representación y diálogo como ejes centrales de la enseñanza matemática.

Epistemológicamente, la propuesta introduce al cuerpo docente del colegio una concepción alternativa del conocimiento matemático desde la teoría de la objetivación, el saber deja de ser visto como un conjunto de reglas a memorizar y se concibe como un objeto social, material y semiótico que se construye en la interacción. Esta reconfiguración tiene implicaciones directas para la planeación curricular y la evaluación sugiere desplazar la prioridad de ejercicios aislados hacia situaciones problema que involucren mediaciones compartidas y justificadas.

En la práctica, esto se traduce en aportes concretos para el diseño curricular del Colegio Pablo VI, tales como la inclusión de actividades que integren gestualidad, artefactos, tareas y la incorporación de criterios de evaluación formativa orientados a evidencias de objetivación (gestos significativos, argumentaciones orales y producciones escritas coherentes).

La propuesta aporta instrumentos y recursos replicables, guías para actividades, (incluyendo la recta numérica y demás actividades), ejemplos de fichas de trabajo y protocolos para la observación y registro audiovisual. Estos materiales constituyen un banco de recursos que facilita la escalabilidad de la intervención en otros grados y áreas, promoviendo la sostenibilidad de la innovación más allá del periodo de investigación. La disponibilidad de tales recursos favorece además la articulación con proyectos interdisciplinarios y con la participación de las familias, puesto que actividades como “La

tienda escolar” facilitan la conexión entre el aprendizaje en la escuela y las prácticas cotidianas del entorno.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

En relación con el primer objetivo específico, orientado a identificar las problemáticas en la comprensión de la suma y la resta entre números enteros, la investigación permitió reconocer que los estudiantes presentaban dificultades persistentes asociadas al uso mecánico de reglas, a la falta de significado del signo negativo (-) y a la ausencia de herramientas semióticas que posibilitarán una comprensión, es ideal y contextualizada de los números enteros.

El diagnóstico inicial evidenció de la mayoría de los errores surgían de interpretación intuitiva heredada del trabajo previo con números naturales, lo que generaba confusiones profundas al enfrentar operaciones con signos diferentes. Este reconocimiento fue fundamental para orientar el diseño de actividades que respondieran a las necesidades reales del grupo y para comprender que la problemática no se limita a la repetición de procedimientos, sino que se enfatiza en la ausencia de una conceptualización sólida del campo numérico extendido.

En lo que respecta al segundo objetivo específico, relacionado con el diseño e implementación de estrategias didácticas basadas fases de actividad y en la teoría de la objetivación, los resultados demostraron que las actividades propuestas “La recta numérica”, “1, 2, 3 brinca la rana”, y “La tienda escolar” promovieron interacciones ricas en gestos, lenguaje, manipulación y diálogo. Estas mediaciones permitieron que los estudiantes avanzarán progresivamente de la acción concreta a la representación gráfica y, posteriormente, a la verbalización reflexiva.

Se observó un aumento significativo en la capacidad de los estudiantes para justificar procedimientos, usar herramientas semióticas de manera consciente y negociar significados con sus pares. Las estrategias diseñadas lograron articular dimensiones corporales simbólicas y discursivas, contribuyendo a una comprensión más profunda y situada de las operaciones con enteros.

Respecto al tercer objetivo específico, centrado en la reflexión sobre el aprendizaje alcanzado a partir del análisis de producciones, registros y evidencias, se concluye que la propuesta permitió avances notorios en la evolución del pensamiento matemático de los estudiantes. Especialmente en la toma de conciencia sobre sus procedimientos y en la transferencia de lo aprendido a situaciones reales. Las grabaciones, fichas de trabajo y observaciones de aula mostraron un tránsito claro hacia formas de razonamiento más articuladas, en las que el gesto, la argumentación y el uso de la recta numérica se integraron como herramientas significativas. No obstante, también se reconoció que el proceso de objetivación no se consolida de manera uniforme. Algunos estudiantes mostraron avances sólidos, mientras que otros continuaron dependiendo de reglas memorizadas.

Esto sugiere que la objetivación es gradual, requiere continuidad y demanda de parte del docente, una atención permanente a la heterogeneidad del grupo y a la necesidad de recontextualizar los aprendizajes en escenarios más abstractos.

Recomendaciones.

A partir de los resultados obtenidos, se recomienda continuar fortaleciendo el trabajo mediaciones semióticas dentro del aula, extendiendo su uso más allá del tema de números enteros. Incorporar de manera sistemática herramientas como la recta numérica, la gestualidad intencional, los artefactos manipulativos y las rutinas de argumentación permitirá que los estudiantes desarrollen una comprensión más profunda de diversos conceptos y matemáticos y que consoliden una relación más reflexiva con el conocimiento.

Asimismo, se sugiere que las instituciones educativas integren espacios formativos para los docentes que permitan profundizar en la teoría de la objetivación y en la didáctica del pensamiento numérico. Este tipo de formación favorecerá la transformación de las prácticas pedagógicas, promoverá la evaluación formativa centrada en proceso y no únicamente en resultados, y ampliará la capacidad de institucional para diseñar actividades contextualizadas, colaborativas y culturalmente significativas que potencien aprendizajes duraderos.

REFERENCIAS

- Arboleda, C., Obando, G., & Vasco, C. (2014). *La teoría de la actividad como fundamento para la comprensión del aprendizaje*. Universidad de Antioquia.
- Bruner, J. (1966). *Toward a theory of instruction*. Harvard University Press.
- Cantoral, R. (2005). *Desarrollo del pensamiento matemático*. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Cid, E. (2016). *Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos* (datos de publicación incompletos en el borrador).
- Collazos, O. (2015). *Estrategias de enseñanza para la suma y la resta de números enteros mediadas por la metodología inmersa en la matemática articulada en la escuela secundaria* (Trabajo de grado, Universidad ICESI).
- Cole, M. (2003). *Cultural psychology: An once and future discipline*. Harvard University Press.
- Cortez, B., et al. (2023). *Gamificación para el aprendizaje de la suma y resta de números enteros* (Trabajo académico, Universidad de Cartagena).
- Davidov, V. (1988). *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico*. Editorial Progreso.
- Freudenthal, H. (1991). *Mathematics as an educational task*. Reidel Publishing Company.
- Gallardo, A., & Hernández, A. (2007). *Emergencia de los números enteros*. Recuperado de [https://docplayer.es/...](https://docplayer.es/)

Leóntiev, A. N. (1984). *Actividad, conciencia y personalidad*. Editorial Pueblo y Educación.

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Pensar matemáticamente*. Fondo de Cultura Económica.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1994). *Ley General de Educación (Ley 115 de 1994)*. Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998). *Matemáticas: Lineamientos curriculares*. Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2003). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2016). *Derechos básicos de aprendizaje: Matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de https://www.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/files_public/2022-06/DBA_Matematicas-min.pdf.

Montealegre, R. (2005). *La teoría de la actividad y el aprendizaje escolar*. Universidad Pedagógica Nacional.

Navia, C., & Orozco, L. (2013). *Obstáculos en la enseñanza y aprendizaje de los números enteros* (Universidad del Valle).

Otero, J. (2015). *Estrategia didáctica para el aprendizaje significativo de las operaciones*

suma y resta en el conjunto de los números enteros con los estudiantes del grado 7° de la Institución Educativa Ana de Castrillón (Trabajo de grado, Universidad de Antioquia).

Ramírez, C. (2024). *Estrategias multimedia para mejorar el manejo de suma y resta de números enteros en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Santa Teresita de Rosas, Cauca* (Trabajo académico, Universidad del Cauca).

Radford, L. (2006). *Elementos de una teoría cultural de la objetivación*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 9(2), 103–129.

Radford, L. (2013). *La enseñanza de las matemáticas como un proceso de objetivación*. Revista Educación Matemática, 25(3), 5–24.

Radford, L. (2014). *Saber y subjetividad en la enseñanza de las matemáticas: hacia una educación solidaria*. Revista Educación Matemática, 26(1), 133–152.

Torres, C. (2013). *La teoría de la objetivación: fundamentos y aplicaciones en educación matemática*. Revista Educación y Pedagogía, Universidad de Antioquia.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.

ANEXOS

Transcripciones videos.

Actividad 1: recta numérica

Video 1: “Acá tenemos en -3, entonces hay que ir a la derecha porque es +, quedaría el 4, MUY BIEN”.

Video 2: “Nos vamos hacia la izquierda y como dice que 2 veces entonces da -6, MUY BIEN”.

Video 3: “Sería -2, entonces nos ubicamos en el -2 y luego nos dice que vamos para el 2 positivo y queda 0, MUY BIEN”.

Videos actividad escalera

Video 1: “Matías, ¿podemos revisar porfa tú que jugador eres? El jugador número 1. ¿Podemos rectificar porfa las operaciones? Si señora. Bueno, estaba en la posición número 0, lancé + 5 y quedé en el 5. Después mi posición era el 5, lancé + 1 y quedé en el 6, entonces me toca devolverme. Entonces mi posición anterior era el 0”.

Video 2: “-6, BUENO, agradezca, -3,-4”.

Video 3: “NO, igual... no, como voy a perder un turno? voy a jugar dos entonces”.

Video 4: “-3, -3 saco un -3, estaban en el 0 ahora está en el menos 3 ¿Si eso es menos 3? Estaba en el 1 saqué +1 y quedé en +2.

Más tres ajajajaj. Entonces -3, saqué un +3, ahora estoy en el 0, Otra vez.

¿Y ahora hágalo otra vez? Por eso no, nooo eeee... ”

Video 5: ¿Ya hubo un ganador? No no. Hasta el momento, ningún. ¿Y por qué no han ganado? ¿Qué pasó? No sé. ¿Porque caemos en las trampas? ¿O porque uno cae al lado del otro y el otro le toca devolver? O, por ejemplo, está en el 8 y ya después siempre le toca devolverse. Vean, entonces, ninguno ha logrado ganar. ¿Sienten que con esta actividad mejoraron las suma y resta de enteros? Sí, ¿Entendieron un poquito mejor? Sí, sí señora. Bueno, gracias.

Video 6: - ¿Ya hubo un ganador Juan Diego y Breiner? No. ¿Qué pasó que no había un ganador? Yo estaba en menos 19 y me devolví porque estaba sacando puros más.

-Bien y Breiner, ¿qué no has ganado? Yo también llegué hasta el -18, pero no, me devolvió hasta la trampa del 2 y ya, pal 0 creo que sí. Bueno, ¿sienten que esta actividad les permitió comprender un poquitico mejor la suma y resta de números enteros a partir de este jueguito? Sí, sí, porque es divertido, es divertido.

-Bien, Juan Diego, ¿qué piensas? ¿Te sirvió para entender? Sí, ya, porque no podía entenderlo casi, pero ahora que jugué este juego ya lo puedo entender bien. Bien, entonces, te queda un poquito más claro. Sí. Bueno, muchas gracias.

Videos actividad tienda las ranas

Video 1: “Hola Emanuel, ¿cómo estás? Muy bien, ¿y usted? Bien Emanuel, cuéntame cómo te fue atendiendo, siendo el vendedor de la tienda Escolar Las Ranas ¿cómo te pareció esa experiencia? Chévere, ahí uno aprendió pues acomodar más la mente para las operaciones, aplicar ahí los descuentos y los números enteros para saber si le mermábamos más plata, si quedaba negativo debiendo o positivo pues que no quedaba debiendo nada. Gracias Emmanuel”

Video 2: No hablan los estudiantes

Video 3: “Gracias hasta luego”

Video 4: “Bueno mire, espere, espere, ¿El señor vendedor no va a aplicar los descuentos? Mire que tenía descuento, no, no tenía descuento”.

Video 5: “Don Emanuel, muchas gracias, Don Emanuel, necesito una cartulina morada, por favor para una tareíta una exposición, Necesito que sea sin arroz Bueno, necesito también unas papitas y un lapicero.

¿En lo que compro algo tiene descuento?

La cartulina tiene un descuento de mil pesos.

las papitas de dos mil y los lapiceritos no tienen descuento también quiero una botellita de agua por favor

y la cartulina? ¿ah no donde Emmanuel no conoce su tienda? ajajajaja muchas gracias”

Video 6: “Hola Celeste, ¿cómo estás? Muy bien, gracias, Dios, ¿y usted? Celeste, cuéntame, ¿con cuánta plata arrancaste la actividad? - Yo empecé la actividad con \$26.000

¿Y qué compraste? Compré unas papitas de limón, una cartulina, un lapicero, una botellita de agua, rosquitas, una galletica gol, una oca loca y una gaseosa-

Y ¿aprovechaste varias promociones?

Si en muchos de los productos que compré me aparecieron descuentos y pss ahí pude obtener mayor cantidad de ahorro en el dinero.

Muy bien con ¿Cuánta plata quedaste finalmente?

Quedé con \$12.000

Muchas gracias, Celeste.

Video 7: “Hola Nicolás, ¿cómo estás? Cuéntame, ¿con cuánto dinero arrancaste hoy la tienda Las Ranas? \$28.000 ¿Y qué compraste Nicolás? Tres papas de 4 mil, pero como tenían 2 mil de descuento cada una, me quedaron en 2 mil, es decir, ahí se llevan 6 mil. Y compré una Coca-Cola de 2 mil, la cual no tenía descuento, así que siguió en el mismo precio y ahí serían en total 8 mil. ¿Y con cuánto dinero quedaste? Con 20 mil pesos”.

Nicolas sientes que utilizaste los números enteros para hacer estas cuentas? Si profe

¿En qué caso utilizaste los números negativos por ejemplo? En los descuentos por ejemplo porque ahí nos mostraban digamos las papas tenían \$2000 de descuento y como valían \$4000, le restábamos \$2000 a \$4000 y ahí quedaban los \$2000 de las papas, muy bien”.

Video 8: “Bueno acá tenemos el grupo que nos colaboraron para la realización de las actividades de la tesis en cuanto a la objetivación de la suma y resta de números enteros. Quiero preguntarles a estos participantes qué aprendieron y cómo se sintieron en la realización de las actividades. Por ejemplo, Juan Diego cuéntanos. Yo me sentí muy bien. Antes no podía entender casi el tema, pero ahora sí puedo entender el tema mejor y gracias a las actividades. Me siento mejor al tema. Gracias Juan Diego.

María Ángel, cuéntanos. Bueno, yo me siento más orientada sobre los números porque ya puedo entender cómo usar los números en mi vida cotidiana de manera más fácil y práctica y me sentí muy bien con mis compañeros. Gracias, María Ángel.

Celeste, cuéntanos. Yo siento que resolví muchas dudas sobre los números enteros ya que, por medio de actividades de la vida cotidiana, pude aprender más sobre ellos y conocer más sobre cómo los puedo implementar día a día Muy bien.

Emanuel. Pues la verdad, estuvo chévere la actividad ya que varios pudimos aprender así no sea para matemáticas pudimos utilizar los números entero muchas gracias, Emmanuel.

Breiner esas actividades a mí me ayudaron mucho porque me ayudaron a orientarme y a conocer mejor los números negativos y positivos gracias Brainer.

Nicolás cuéntanos bueno profe a mí me gustaron mucho esas actividades debido a que daban un buen aprendizaje sobre los números enteros y negativos porque así pude entender más el tema y además lo recordé y reforcé más. Gracias y Matías finalmente. Bueno yo con los números enteros pues pude resolver muchas dudas que tenía en mi vida cotidiana por ejemplo pude aprender a cómo manejar la plata más fácilmente o cuando compro algo. Muchas gracias.”