

DISEÑO DE UNA MÁQUINA PARA CUÁDRICEPS PARA GIMNASIOS AL
AIRE LIBRE

JHEFRY ARTURO LÓPEZ GARZÓN
2210886

PROYECTO DE TRABAJO DE GRADO EN LA MODALIDAD DE SOLUCIÓN DE UN
PROBLEMA DE INGENIERÍA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO
MECÁNICO

DIRECTOR
ING. ANDRÉS GERARDO CLAVIJO V.

UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA
DIVISIÓN DE INGENIERÍAS
BOGOTÁ
2026

Agradecimientos:

Primeramente, que todo a mi familia, por estar siempre a mi lado apoyándome, sobre todo a mi pareja Diana y a mi hermana mayor Paola, por ofrecerme su amor y su apoyo incondicional todo el tiempo, a ellas les debo todo, en esta vida. También debo agradecerme a mí por nunca desistir y esforzarme hasta no poder más, aun hasta el final y por ponerle todo mi corazón a este proyecto.

Con todo el corazón le agradezco a los docentes que han hecho parte de este camino, a todos los que se esmeran por la labor noble de la enseñanza a todos les debo demasiado, espero algún día poderles retribuir un poco de todo lo que me han dado.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	7
1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	8
2. OBJETIVOS	10
2.1 Generales	10
2.2 Específicos	10
3. MARCO REFERENCIAL	11
3.1 MARCO CONCEPTUAL	11
3.2 MARCO TEORICO	14
3.2.1 Formas de lograr sobrecarga progresiva.....	14
3.2.2 Principales ejercicios de cuádriceps	14
3.2.2.1 Sentadilla libre.....	15
3.2.2.2 Prensa de piernas	15
3.2.2.3 Extensión de rodilla	16
3.2.3 Elección de ejercicio.....	17
3.2.4 Máquina de extensión de rodilla.....	17
4. DISEÑO CONCEPTUAL	19
4.1 METODOLOGÍA DEL DISEÑO	19
4.2 ESPECIFICACIONES DE DISEÑO Y REQUERIMIENTOS DE INGENIERÍA... 21	
4.2.1 Requerimientos generales de la maquina	21
4.2.2 Clasificación de requerimientos	22
4.2.3 Matriz QFD	24
4.3 ESTADO DEL ARTE	26
4.4 ALTERNATIVAS DE DISEÑO.....	30
4.4.1 Alternativa No 1	30
4.4.2 Alternativa No 2	31
4.4.3 Alternativa No 3	32
4.5 SELECCIÓN DE ALTERNATIVA MEDIANTE LA MATRIZ DE PUGH.....	34
4.6 PROPUESTAS PARA GENERAR LA RESISTENCIA DEL EJERCICIO	35
4.6.1 Sistema de discos variables	35
4.6.2 Sistema de ajuste mediante tornillo	36
4.6.3 Sistema de resistencia mediante resortes	36
4.6.4 Sistema de freno de rueda.....	37
4.6.5 Sistema de masa con cambio de posición con respecto al pivote.....	37

5. DISEÑO DE DETALLE	38
5.1 COMPONENTES DE LA MÁQUINA DE EXTENSIÓN DE RODILLA	38
5.1.1 Palanca del rodillo de soporte.....	38
5.1.2 Longitud de la palanca del rodillo de soporte.....	38
5.1.3 Dimensionamiento del asiento.....	41
5.1.4 Dimensionamiento general de la máquina.....	42
5.1.4.1 Dimensionamiento de la pieza de conexión de 3 ejes (B-C-D).....	43
5.1.4.2 Dimensionamiento del eje de conexión al asiento (D-H).....	44
5.1.4.3 Dimensionamiento del eje de conexión a la palanca de pivote (D-E).....	45
5.1.4.4 Dimensionamiento de palanca de pivote (E-F-G)	45
5.2 CÁLCULO DE FUERZAS	46
5.2.1 Determinación de la fuerza máxima ejercida por el usuario	46
5.2.2 Diagramas de cuerpo libre del conjunto de la maquina	48
5.3 SELECCIÓN Y CÁLCULOS DE PIEZAS COMERCIALES	56
5.3.1 Cálculos de piezas comerciales	56
5.3.1.1 Barra lisa.....	56
5.3.1.2 Piezas estandarizadas de ajuste.....	58
5.3.1.3 Piezas estandarizadas de soporte	60
5.4 DISEÑO DE EJES Y DE BUJES	63
5.4.1 Selección de materiales	63
5.4.2 Cálculo de bujes y de ejes	66
5.4.2.1 Calculo del eje en el punto C.....	67
5.4.2.2 Calculo del eje en el punto E.....	68
5.4.2.3 Calculo del buje y eje en el punto F	69
5.4.2.4 Analisis de eje D	72
5.4.3 Análisis de elementos finitos del ensamble de la palanca pivote	73
5.4.4 Análisis de resultados	76
5.5 SELECCIÓN DE RECUBRIMIENTOS.....	77
6. EVOLUCIÓN DEL DISEÑO	78
6.1 EVOLUCIÓN DEL DISEÑO FINAL DE LA MÁQUINA DE EXTENSIÓN DE RODILLA.....	78
7. RESULTADOS	84
7.1 Formas de lograr sobrecarga progresiva y elección del ejercicio.....	84
7.2 Análisis del estado del arte	84
7.3 Alternativas de diseño	84

7.4 Propuestas para generar la resistencia del ejercicio.....	84
7.5 Componentes de la máquina de extensión de rodilla	84
7.6 Calculo de fuerzas	85
7.7 cálculos de piezas comerciales, diseño de ejes y bujes	85
7.8 Evolución del diseño	85
7.9 Requerimientos iniciales del diseño	87
7.10 Materiales generales	87
7.11 Recubrimiento	87
8. CONCLUSIONES.....	88
9. RECOMENDACIONES	88
9. BIBLIOGRAFÍA	89

TABLA DE TABLAS

Tabla 1 Prioridad de los requerimientos de la máquina	22
Tabla 2 Matriz de correlación de requerimientos	23
Tabla 3 Requerimientos de la máquina y parámetros de medición	24
Tabla 4 Matriz QFD	25
Tabla 5 Comparativa de mecanismos de maquinas.....	26
Tabla 6 Comparativa de mecanismos de maquinas.....	28
Tabla 7 Comparativa de mecanismos de maquinas.....	29
Tabla 8 Movimiento de cada una de las alternativas de diseño.....	33
Tabla 9 Selección de la alternativa adecuada. Matriz de PUGH.....	35
Tabla 10 Longitud de tibia y longitud de la palanca	39
Tabla 11 Medidas de muestras del asiento	41
Tabla 12 Resultados de mediciones de la fuerza aplicada en extensión de rodilla	47
Tabla 13 Variación de la fuerza en el punto (A) con una distancia de 700 mm.....	55
Tabla 14 Variación de la fuerza en el punto (A) con una distancia de 350 mm.....	55
Tabla 15 Análisis de esfuerzos buje	69
Tabla 16 Análisis de esfuerzos eje	71
Tabla 17 Análisis de elementos finitos del eje D	72
Tabla 18 Materiales del ensamble de la palanca de pivote.....	74
Tabla 19 Proceso de enmallado del ensamble.....	74
Tabla 20 Análisis de elementos finitos de la palanca de pivote	75

TABLA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. A. Extensión activa. B. Flexión activa.	11
Ilustración 2. Relación conceptual no lineal entre la proximidad al fallo y la hipertrofia muscular	12
Ilustración 3. Sentadilla libre.....	15
Ilustración 4 Prensa de piernas	16

Ilustración 5 Extensión de rodilla sentado.....	16
Ilustración 6 Movimiento de la pierna durante la realización de la extensión de rodilla	17
Ilustración 7 Máquina comercial de extensión de rodillas	18
Ilustración 8 Medidas principales de la máquina de extensión de rodilla	19
Ilustración 9 Diagrama de metodología de diseño para la máquina de extensión de rodilla.....	20
Ilustración 10 Alternativa No 1	31
Ilustración 11 Alternativa No 2	32
Ilustración 12 Alternativa No 3	33
Ilustración 13 Grafico de puntos del estudio en Colombia de la medida de la tibia	39
Ilustración 14 Palanca del rodillo de soporte (A-B) distancia mínima y máxima.....	41
Ilustración 15 Dimensiones antropométricas relevantes (sentado)	42
Ilustración 16 Boceto D2 de la máquina de extensión de rodilla	43
Ilustración 17 Pieza de conexión de 3 ejes (B-C-D) posición inicial y final.....	44
Ilustración 18 Dimensionamiento del eje de conexión al asiento (D-H) posición inicial y final.	44
Ilustración 19 Eje de conexión a la palanca de pivote (D-E) posición inicial y final.	45
Ilustración 20 Palanca de pivote (E-F-G) posición inicial y final.	46
Ilustración 21 Diagrama de caja resultados de fuerzas máximas en los cuádriceps.....	48
Ilustración 22 D.C.L Maquina de extensión de rodilla	49
Ilustración 23 D.C.L del elemento (A-B)	51
Ilustración 24 D.C.L del elemento (B-D)	52
Ilustración 25 D.C.L del elemento (D-E)	53
Ilustración 26 D.C.L del elemento (E-G)	53
Ilustración 27 Catalogo de varillas lisas	57
Ilustración 28 Anilla de retención de la máquina de extensión de rodilla.....	59
Ilustración 29 Tornillo de sujeción	59
Ilustración 30 Espárragos de guía para la soldadura	60
Ilustración 31 Catalogo tubería de acero rectangular	61
Ilustración 32 Ubicación de las tuberías rectangulares en la maquina	62
Ilustración 33 Análisis de elementos finitos de la estructura de la maquina	63
Ilustración 34 Gráfica de compatibilidad de pares de metales	64
Ilustración 35 Tabla de propiedades mecánicas de aceros típicos al carbono.....	65
Ilustración 36 Selección de la mejor aleación compatible con el hierro	66
Ilustración 37 Diseño del elemento de 3 ejes y posición del punto C	67
Ilustración 38 D.C.L punto E	68
Ilustración 39 Resultados análisis de esfuerzos buje.....	70
Ilustración 40 Resultados análisis de esfuerzos eje	71
Ilustración 41 Ensamble palanca pivote	73
Ilustración 42 Sistema de protección de pintura según categoría.....	78
Ilustración 43 Versión final de la máquina de extensión de rodilla con usuario.....	83
Ilustración 44 Ancho y alto de la máquina de extensión de rodilla.....	86
Ilustración 45 Profundidad de la máquina de extensión de rodilla.....	86

TABLA DE ECUACIONES

Ecuación 1 Modelo de regresión lineal simple.....	40
Ecuación 2 Esfuerzo axial	57

RESUMEN

El presente proyecto comprende el diseño de una máquina para la realización de ejercicios de extensión de pierna, destinada a ejercitar el grupo muscular de los cuádriceps en el tren inferior del cuerpo humano. El objetivo principal fue generar mayores beneficios físicos y garantizar que el equipo pudiera ser utilizado por toda la población sin restricción alguna. El diseño fue concebido para su instalación en gimnasios al aire libre, tomando como referencia los modelos disponibles en el mercado para este tipo de ejercicio; sin embargo, tanto las dimensiones como el funcionamiento de la máquina son resultado de una búsqueda exhaustiva del modelo óptimo, que se ajusta a todas las restricciones establecidas en el proyecto. Entre los requerimientos se busca la optimización de los recursos disponibles, disminuyendo la magnitud de la carga sin afectar la resistencia del ejercicio.

Se seleccionó la alternativa que mejor cumple con las restricciones propuestas, a partir de la cual se llevó a cabo el diseño detallado de la máquina para verificar su adaptación a la población objetivo. Se realizaron los cálculos pertinentes de fuerzas con el fin de comprobar la eficiencia en el uso de los recursos, y con base en dichos resultados se seleccionaron los componentes y las materias primas necesarias.

Palabras clave: *Extensión de rodilla, cuádriceps, diseño mecánico, máquinas de gimnasio, aire libre.*

1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

El ajetreado ritmo de vida en las ciudades ha contribuido a normalizar la necesidad de mantener un estado físico y mental saludable que tenga como resultado una buena calidad de vida. Por este motivo, el ejercicio y el deporte son elementos importantes en este proceso. En países desarrollados, el sedentarismo se reconoce como uno de los principales factores de riesgo asociado a enfermedades cardiovasculares, hipertensión, diabetes, cáncer y osteoporosis, que se ven reflejados en un aumento en la tasa de mortalidad temprana. Diversos estudios han demostrado que el practicar algún deporte de manera regular puede reducir la mortalidad hasta en un 10% y disminuir significativamente la incidencia de enfermedades crónicas, además de mejorar la salud mental y el bienestar general [1]. Sin embargo, es bien sabido que, para tener una buena salud, la actividad física debe ir acompañada de hábitos saludables como lo es el alimentarse adecuadamente [2].

No obstante, no todas las personas tienen acceso a rutinas de entrenamiento adecuadas a sus condiciones físicas o a equipos de ejercicio que permitan un entreno seguro y efectivo. En el caso del levantamiento de pesas puede resultar muy demandante para determinadas personas. Aunque, aquellos que pueden practicarlo, requieren de la aplicación del principio de sobrecarga progresiva que consiste en el aumento de la intensidad sobre el músculo para llevarlo al fallo muscular. Esto se puede lograr de diferentes maneras: aumentando la resistencia a vencer, aumentando el número de repeticiones del ejercicio, variando la velocidad del ejercicio, bajando el tiempo de recuperación entre serie y/o combinando todas las formas mencionadas [3]. A pesar de su efectividad, este tipo de entrenamiento suele estar limitado a espacios especializados como gimnasios privados, lo que restringe su acceso a una gran parte de la población.

Los músculos más grandes del cuerpo son los de las piernas, conformados por los cuádriceps entre otros, y por una de las articulaciones más importante, la rodilla. Estos músculos desempeñan un papel fundamental para la movilidad y estabilidad del cuerpo humano, por lo cual el fortalecimiento de estos grupos musculares mediante movimientos controlados, como el de extensión de rodilla, no solo mejora el rendimiento físico, sino que también fortalece las articulaciones y evita tener lesiones [4].

En respuesta a la necesidad de promover la actividad física diferentes políticas públicas se han implementado, lo que ha generado la instalación de gimnasios al aire libre en muchas ciudades del país, en específico en Bogotá a través del decreto 308 de 2006 de la Alcaldía de Bogotá. Aproximadamente, solo el 6% de estos espacios están diseñados para tener gimnasios [5]. La mayoría de estos espacios cuentan con máquinas básicas como: elíptica, balancín, discos móviles, brazos altos, espalda, caballito, caminadora, pedales, barras paralelas, hula hula recto, espaldas doble cabina y masajeador de espalda [6], las cuales favorecen al ejercicio cardiovascular. No obstante, estas máquinas presentan limitaciones significativas en términos de diseño mecánico, ya que no permiten aplicar el principio de sobrecarga progresiva ni garantizar un movimiento aislado de grupos musculares específicos, en su mayoría.

Esta situación evidencia una brecha importante entre la disponibilidad de espacios públicos para la actividad física y la calidad del entrenamiento que estos pueden ofrecer. En particular, existe una carencia de dispositivos mecánicos diseñados para uso en exteriores que permitan el fortalecimiento progresivo y controlado de grupos musculares específicos, como los cuádriceps, bajo condiciones seguras, ajustables y accesibles para diferentes tipos de usuarios.

Por este motivo y como parte de un desarrollo macro de diferentes equipos para el aire libre, se plantea el diseño de una máquina que permita el trabajo de piernas aislado, específicamente de los cuádriceps, incorporando principios de ingeniería mecánica como ergonomía y seguridad estructural. De esta manera, se busca desarrollar una máquina complemento de los otros equipos diseñados, ampliar las posibilidades de entrenamiento en espacio público y beneficiar a la población que desea trabajar una sobrecarga progresiva adecuada.

2. OBJETIVOS

2.1 Generales

Diseñar un equipo de ejercicio para trabajar los cuádriceps en gimnasios al aire libre considerando los movimientos de extensión de rodilla.

2.2 Específicos

- Identificar los parámetros básicos del funcionamiento de las máquinas de extensión de rodilla.
- Definir cuáles son los requerimientos de diseño, basándose en un estudio de ergonomía para el mayor impacto en la población.
- Elaborar el modelo CAD que representa la estructura de la máquina teniendo en cuenta los requerimientos de diseño.

3. MARCO REFERENCIAL

3.1 MARCO CONCEPTUAL

- **Máquina:** Hace referencia al conjunto de partes o componentes que están vinculados entre ellos de los cuales una o más tienen movimiento, esto asociado para una determinada función y con un sistema de accionamiento [7]. Las máquinas contienen partes móviles y suelen diseñarse para convertir una fuerza de entrada en una fuerza de salida [8], en este caso se puede hablar de fuerzas proporcionadas por pesos o por mecanismos y fuerzas motoras características de los humanos.
- **Rodilla:** Es la articulación más grande del cuerpo humano, la cual conecta los huesos de la tibia, el fémur y la rótula. Por ende, es la articulación que se encarga de la flexión y extensión de la pierna. Así mismo, esta incluye componentes clave como los ligamentos (cruzados y colaterales), los meniscos (medial y lateral), el cartílago articular y la cápsula sinovial, los cuales proporcionan estabilidad, amortiguación y movilidad [9].
- **Extensión de rodilla:** Movimiento en el cual la cara posterior de la pierna se aleja del muslo, aunque no hay extensión absoluta, hay una extensión activa que no suele rebasar la posición de referencia, todo depende de donde esté ubicada la cadera, la extensión relativa es un movimiento normal de la rodilla en el cual siempre se encuentra antes de hacer contacto con la superficie [10].

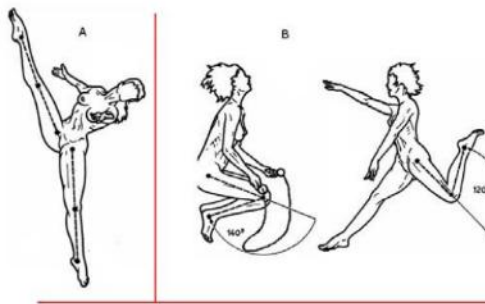


Ilustración 1. A. Extensión activa. B. Flexión activa.

Fuente: [10]

- **Gimnasio al aire libre:** Son espacios públicos para realizar actividad física. Por lo general están en parques o zonas verdes, los cuales cuentan con maquinaria adaptada para el aire libre. Estos lugares están diseñados para que todas las personas puedan realizar ejercicio de manera gratuita, y buscan fomentar la vida saludable, la recreación y socialización [6].

- Entrenamiento de fuerza: Es un método de ejercicio enfocado en el desarrollo y fortalecimiento de los músculos, así como el mejoramiento de la potencia, la resistencia y la masa muscular. Para esto, se realizan ejercicios con carga externa usando máquinas, pesas, peso corporal o bandas de resistencia [11].
- Hipertrofia: Es el aumento de las fibras musculares como respuesta a estímulos generados por la tensión mecánica, el daño muscular controlado y el estrés metabólico. Se ha evidenciado que para la hipertrofia se necesita idealmente una o dos repeticiones antes del fallo muscular, para tener una tensión mecánica y evitar una excesiva fatiga neuromuscular [12].

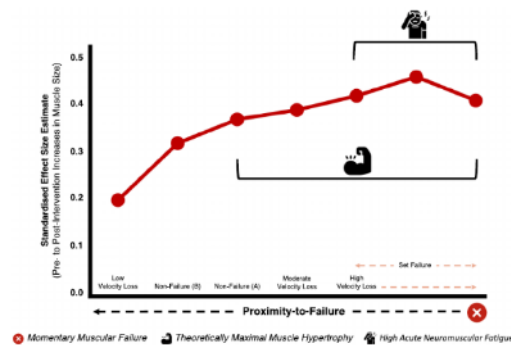


Ilustración 2. Relación conceptual no lineal entre la proximidad al fallo y la hipertrofia muscular

Fuente: [12]

- Fatiga: Se suele cuantificar como la disminución de la fuerza o de la capacidad máxima de la potencia del músculo o del grupo muscular específico ante un estímulo continuo, aunque se suele confundir con llegar al fallo muscular son fenómenos fisiológicos distintos. La fatiga muscular no es un objetivo del entrenamiento orientado en la hipertrofia, ya que la acumulación de la fatiga muscular genera como resultados subproductos metabólicos que en el músculo intervienen con la hipertrofia [13].
- Fallo muscular: Es el momento en donde el músculo ya no logra realizar el ejercicio ya que no logra generar la fuerza suficiente para realizar el movimiento. Existen diversos tipos de fallos musculares y aunque estar cerca al fallo es importante para la hipertrofia muscular, no es requerimiento indispensable para la hipertrofia muscular. En la actualidad se sugiere que el entrenamiento sea moderado y con cierto número de series de reserva [12].
- Sobrecarga progresiva: Es el incremento gradual y sistemático en el esfuerzo general al que el cuerpo es sometido durante el entrenamiento físico, es fundamental para que el cuerpo siga teniendo estímulos para la hipertrofia muscular y para evitar que el músculo genere sobre adaptación a un mismo estímulo, se logra de diversas maneras, por ejemplo: aumentando repeticiones, aumentando pesos, variando el tiempo de tensión mecánica, etc. [14].

- Tensión mecánica: Es la fuerza que siente el musculo cuando hay contraccion o estiramiento de sus fibras durante el ejercicio, es decir cuando durante el tiempo que el musculo esta en trabajo activo. Estas fases de contraccion llamada también fase concentrica y estiramiento, son la base del cualquier ejercicio. Fundamental para la hipertrofia muscular, tambien vista como entrenamiento intenso [15].
- Fuerza muscular máxima en el cuádriceps: Fuerza maxima que el musculo del cuadriceps puede ejercer, obtenida por una valoración de fuerza in vivo. Se determina a partir de la capacidad del musculo para producir torque o tensión, dependiendo del ejercicio evaluado, y para su medición usualmente se emplea un dinamómetro isocinético. La obtención de este valor considera diversos factores que afectan sobre dicha fuerza, tales como: medida del musculo y el estiramiento del musculo, entre otros factores. Se obtiene como resultado de mediciones derivadas de distintas pruebas según sea su necesidad, o mediante el calculo de la repetición máxima en el ejercicio (RM) [16].

3.2 MARCO TEORICO

El mejoramiento de la calidad de vida ha conllevado a más tiempo libre y a su vez, ha permitido que el ser humano se preocupe más por el cuidado de la salud desde el punto de vista de la alimentación, como del ejercicio mejorando la salud mental, desempeño físico y social, entre otros [17].

Al estudiar los ejercicios, se busca una mayor eficiencia del trabajo realizado, concentrando el esfuerzo en una parte específica del cuerpo. En este punto, es donde entran en acción las máquinas, que logran trabajar los músculos del cuerpo de manera aislada. Al fortalecer los músculos de esta manera, se logra mayor seguridad y reducir las afectaciones musculares negativas, como lo son: las contusiones, contractura, distensión, rotura fibrilar y tendinitis; entre otros. Con esto en mente, el trabajo aislado en los músculos que componen las extremidades inferiores se puede llegar a ver menos afectados de manera negativa [18].

3.2.1 Formas de lograr sobrecarga progresiva

Para lograr una sobrecarga progresiva se necesitan elementos externos que ayuden con el aumento de las cargas o de las tensiones, hay muchos grupos de máquinas con los cuales se puede realizar este tipo de trabajos, a continuación, se muestran algunas:

- Máquinas de pesas: En este grupo entran las máquinas de discos y las máquinas de contrapesos.
- Máquinas de resistencia variable: Se encuentran las máquinas de resistencia hidráulicas y neumáticas.
- Máquinas de cable y de poleas: Son aquellas que utilizan poleas y guayas con cargas discretas (placas) que se ven comúnmente en los gimnasios, las cuales incrementan el peso a medida que se añaden más placas. También, equipos más recientes varían la resistencia de manera electrónica.

3.2.2 Principales ejercicios de cuádriceps

Los ejercicios de pierna constituyen una parte fundamental dentro de los programas de entrenamiento de fuerza y acondicionamiento físico, ya que agrupan algunos de los músculos más grandes del cuerpo humano. Dentro de este grupo, los cuádriceps son el principal músculo del tren inferior y destaca debido a su tamaño [19].

En este contexto, hay múltiples ejercicios y variaciones de estos que trabajan los cuádriceps, entre los más importantes están la sentadilla, la prensa de piernas, las zancadas y la extensión de rodillas. Cada uno de estos ejercicios tienen sus propias características debido a la activación muscular que llevan, por lo que cada uno tiene sus ventajas según el enfoque que se le dé, ya sea el aumento de la fuerza, la hipertrofia o la rehabilitación del sistema musculoesquelético.

3.2.2.1 Sentadilla libre

La sentadilla es de los principales ejercicios que se realiza en un entrenamiento, debido a su carácter multiarticular y a su versatilidad, pues esta cuenta con diferentes variantes y técnicas de ejecución que permiten llevar el ejercicio a los diferentes objetivos y niveles de condición física que presenta la persona. La sentadilla involucra un gran número de músculos además de los cuádriceps como el glúteo, abdomen y espalda baja. También involucra en gran medida las articulaciones de la rodilla y de los tobillos para mantener la estabilidad [20].

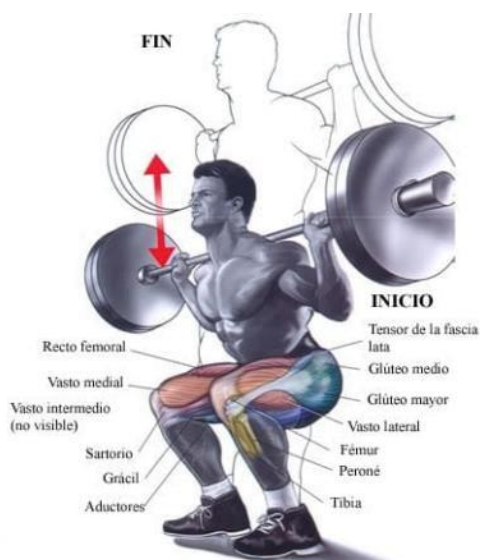


Ilustración 3. Sentadilla libre

Fuente: [21]

3.2.2.2 Prensa de piernas

La prensa de piernas es un ejercicio que se realiza en una máquina por lo que este permite una mayor estabilidad y carga de peso a diferencia de los ejercicios anteriormente mencionados. Esta característica la convierte en una herramienta útil para el desarrollo de la fuerza en el tren inferior, especialmente en poblaciones que requieren un mayor control del movimiento [22]. La ejecución del ejercicio consiste en descender la plataforma del peso flexionando las caderas y las rodillas hasta que las rodillas alcancen una flexión de aproximadamente 90°, regresar a la posición inicial y repetir [23].

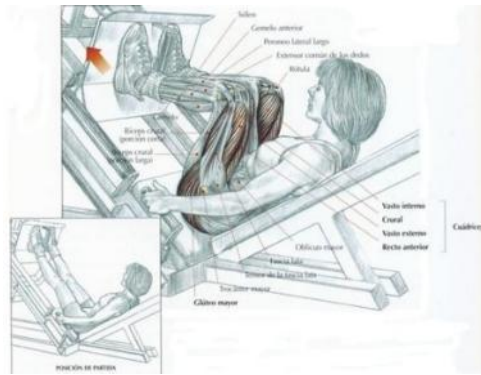


Ilustración 4 Prensa de piernas

Fuente: [24]

3.2.2.3 Extensión de rodilla

La extensión de rodilla es un ejercicio que enfoca su movimiento en la articulación de la rodilla, lo que permite la concentración de la fuerza directamente en el cuádriceps. Así mismo, se realiza en una máquina, lo que brinda un mayor control y estabilidad a la hora de realizar el ejercicio. La ejecución del ejercicio consiste en elevar la parte inferior de las piernas extendiendo las rodillas, hasta que las piernas queden flexionadas y paralelas al asiento y repetir este movimiento. Para una óptima ejecución se debe realizar lentamente el ejercicio y evitar movimientos bruscos o que aprovechen la inercia del movimiento, aunque es la ejecución básica, este ejercicio se puede implementar de distintas maneras y con distintos rangos de extensión de la rodilla mayor a 90° o menor a 180° y con el usuario en distintas posiciones, esto a razón de la comodidad del usuario durante el ejercicio o de la dificultad del ejercicio [23].



Ilustración 5 Extensión de rodilla sentado

Fuente: [23]

3.2.3 Elección de ejercicio

Entre los anteriores ejercicios, el ejercicio de extensión de rodilla presenta ventajas significativas frente a ejercicios multiarticulares como la sentadilla o la prensa, debido a que permiten un mayor aislamiento del músculo cuádriceps, es catalogado como un ejercicio de nivel intermedio-avanzado, una activación muscular más localizada y un control más preciso del movimiento. Adicionalmente, desde un enfoque biomecánico, este ejercicio reproduce directamente la acción de la articulación de la rodilla, lo que lo hace especialmente relevante para el diseño de dispositivos donde la tibia actúa como segmento principal de interacción, como es el caso del rodillo de soporte.

El ejercicio es recomendado realizarlo con un ángulo de flexión de rodilla de 90° a 180° [25] en personas sin algún tipo de condición o con alguna lesión presente, en estos casos el rango de movimiento de la rodilla se limita. Es necesario hacer énfasis en que el ejercicio del cual se está hablando es el ejercicio de extensión de rodilla clásico y que esta recomendación no contempla las distintas variantes del ejercicio.

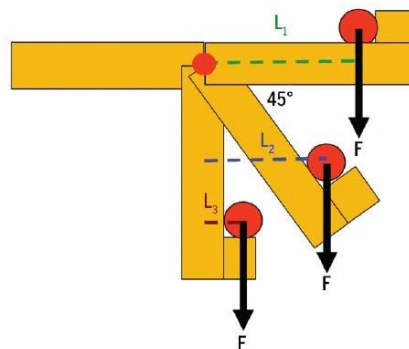


Ilustración 6 Movimiento de la pierna durante la realización de la extensión de rodilla

Fuente: [25]

3.2.4 Máquina de extensión de rodilla

En el país, las máquinas de extensión de rodilla se consiguen normalmente a un costo que está alrededor de los \$5.000.000 COP [26]. Estas constan de varias piezas y suelen presentar un diseño poco compacto. No obstante, permiten implementar de manera eficiente el principio de sobrecarga progresiva, ya que posibilitan el incremento gradual de la resistencia durante el ejercicio. Para su funcionamiento, necesita tabloncillos (o placas) y guaya de diferentes materiales los cuales aumentan la carga y tienen un peso concreto.

El ejercicio de extensión de rodilla realizado en esta máquina se clasifica como mono articular, ya que la única articulación que actúa de manera directa es la rodilla. El movimiento del ejercicio consiste en aumentar la distancia entre el cuádriceps y el gemelo de manera gradual, estirando la pierna, mientras el usuario se encuentra sentado, este movimiento se observa en la *ilustración 5*. Esto permite aislar eficazmente el trabajo del músculo cuádriceps,

el cual está compuesto por cuatro porciones: vasto medial, vasto lateral, recto anterior, vasto intermedio [27]. Así mismo, la máquina se compone principalmente de:

- Asiento.
- Soportes para las manos.
- Pila de pesas.
- Puntos de pivote.
- Soporte de piernas



Ilustración 7 Máquina comercial de extensión de rodillas

Fuente: [28]

A continuación se presentan las medidas principales de la máquina de venta comercial:

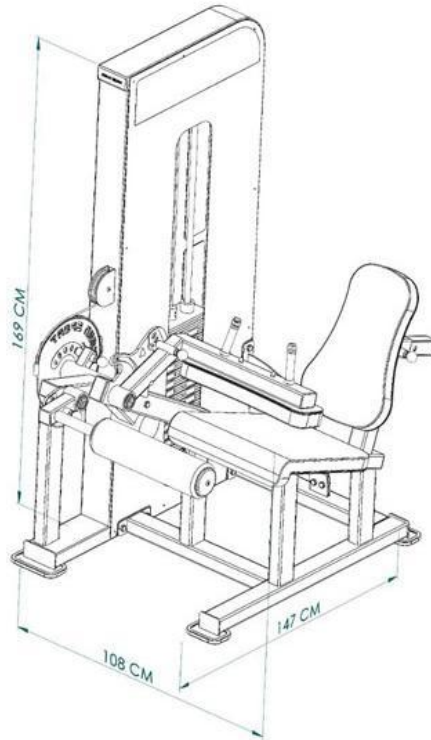


Ilustración 8 Medidas principales de la máquina de extensión de rodilla

Fuente: [29]

4. DISEÑO CONCEPTUAL

4.1 METODOLOGÍA DEL DISEÑO

Para el desarrollo del proceso de diseño de la máquina destinada a la realización de ejercicios de extensión de rodilla, se empleó una metodología estructurada representada mediante un diagrama de flujo, el cual establece de forma secuencial las etapas y decisiones requeridas para alcanzar el diseño final del equipo.

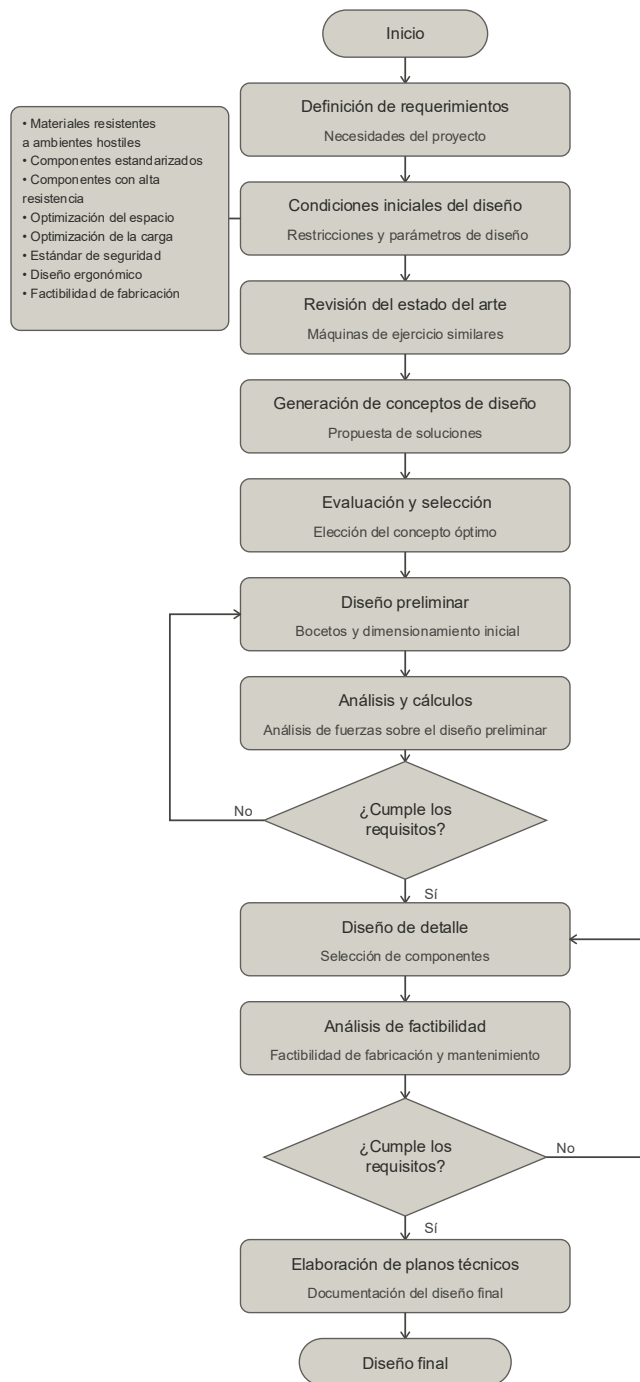


Ilustración 9 Diagrama de metodología de diseño para la máquina de extensión de rodilla

Fuente: Elaboración propia

4.2 ESPECIFICACIONES DE DISEÑO Y REQUERIMIENTOS DE INGENIERÍA

4.2.1 Requerimientos generales de la maquina

El proyecto busca el diseño de una máquina para realizar el ejercicio de extensión de rodilla al aire libre, dado que el proyecto no cuenta con una metodología formal preestablecida ni con un cliente específico, los requerimientos generales de la máquina fueron definidos a partir de los resultados de una encuesta oral realizada a usuarios habituales de máquinas de gimnasios al aire libre, complementados con el criterio propio como usuario de este tipo de elementos junto con usuarios de gimnasios comerciales.

Materiales resistentes a ambientes hostiles: Dado que la máquina está expuesta de forma permanente a condiciones climáticas variables como radiación solar, humedad, lluvia y cambios de temperatura, se deben seleccionar materiales con propiedades adecuadas para soportar la intemperie sin deterioro prematuro de sus propiedades mecánicas ni de su integridad estructural, materiales los cuales la radiación solar o la humedad afecten de manera negativa no son aptos para la implementación en la máquina.

Componentes estandarizados: Se prioriza el uso de componentes normalizados y de amplia disponibilidad comercial, con el fin de facilitar tanto el proceso de ensamblaje como las intervenciones de mantenimiento preventivo y correctivo.

Componentes con alta resistencia: Se evita el uso de elementos mecánicos con vida útil reducida bajo condiciones de uso intensivo y exposición ambiental continua, tales como resortes, poleas y cables (guayas), también se tiene en cuenta que los elementos de la maquina estén diseñados para soportar las cargas a las que debe someterse.

Optimización del espacio: Con el fin de que maquina no ocupe un espacio excesivo que condicione su transporte e instalación. Las dimensiones del equipo deben ser menor que el de una maquina comercial, en su totalidad o en su mayoría, dichas medidas se observan en la *Ilustración 7*.

Optimización de la carga: Determinar la carga requerida para la ejecución de este ejercicio por parte de los usuarios y seleccionar el método más adecuado para generarla, priorizando aquel que optimice el uso de recursos de la manera más eficiente.

Estándar de seguridad: El rango de movimiento de los elementos móviles no debe representar un riesgo para los usuarios adyacentes ni para las personas que circulen en las proximidades de la máquina durante su uso, tampoco deben estar libres es decir sin restricción. Los distintos elementos que componen la máquina no deben tener esquinas o elementos peligrosos, por ejemplo: elementos puntiagudos, ya que pueden presentar un riesgo para la integridad de los usuarios.

Diseño ergonómico: Los elementos en contacto con el usuario deben diseñarse ergonómicamente para garantizar comodidad durante el ejercicio y evitar limitaciones en su ejecución. La máquina debe incluir además sistemas de ajuste que permitan su adaptación a distintas características corporales, maximizando así el rango de usuarios que pueden utilizarla.

Factibilidad de fabricación: El diseño debe garantizar la viabilidad de su fabricación mediante el uso de geometrías y procesos de manufactura convencionales. La complejidad innecesaria en los componentes incrementa los costos de producción y puede comprometer tanto la fabricación del equipo como su posterior mantenimiento.

4.2.2 Clasificación de requerimientos

Los requerimientos generales de la maquina constituyen criterios fundamentales para determinar las necesidades del proyecto de la máquina de extensión de rodilla. En la siguiente tabla, dichos requerimientos generales se traducen en un conjunto de requerimientos de ingeniería, los cuales permiten evaluar el cumplimiento e importancia de cada uno de los requerimientos para el proyecto. Con el fin asignar una medida cuantitativa a cada criterio, se le otorga una prioridad numérica, siendo 1 la más baja y 5 la más alta. Esta prioridad es determinada según la relevancia de cada requerimiento frente a los objetivos y necesidades del proyecto, a criterio propio, ya que para este caso en específico no existe como tal norma o alguna guía general de estas máquinas y en el caso particular de máquinas de extensión de rodilla al aire libre no se cuenta con documentación o antecedente de equipos similares.

Tabla 1 Prioridad de los requerimientos de la máquina

Prioridad	Requerimientos de la maquina	Requerimientos de ingeniería
3	Materiales resistentes a ambientes hostiles	Seleccionar materiales resistentes a la radiación o a la corrosión.
2	Componentes estandarizados	Uso de piezas comerciales.
4	Componentes con alta resistencia	Factor de seguridad mayor a 2.
3	Optimización del espacio	Las medidas deben ser menores en dos o más ejes de coordenadas a maquinas comerciales.
4	Optimización de la carga	La masa usada para generar el trabajo debe ser menor a 110 Kg usada en máquinas comerciales.
3	Estándar de seguridad	El número de piezas creadas para protección de los usuarios.
3	Diseño ergonómico	Las piezas de la maquina tienen en cuenta las longitudes para ser inclusivas.
3	Factibilidad de fabricación	Uso de cuerpos geométricos principalmente para las piezas.

Fuente: Elaboración propia

A continuación, se presenta una matriz de correlación de los requerimientos de la máquina de extensión de rodilla, con el fin de identificar las interdependencias críticas entre ellos y evidenciar de qué manera la modificación de un requerimiento incide sobre los demás.

Tabla 2 Matriz de correlación de requerimientos

[illegible]

Fuente: Elaboración propia

La tabla anterior presenta el análisis de las relaciones entre los requerimientos de diseño de la máquina, permitiendo identificar cuales ejercen mayor influencia sobre los demás. La matriz indica que los componentes con alta resistencia, la optimización del espacio y el diseño ergonómico son las restricciones más influyentes del proyecto y las más

interdependientes entre sí. Con lo anterior, se determina que estos factores son los de mayor prioridad para el desarrollo del proyecto.

Una vez definidos los requerimientos de ingeniería, se procede a traducirlos en parámetros de ingeniería medibles, que permiten establecer las bases cuantificables del proyecto.

Tabla 3 Requerimientos de la máquina y parámetros de medición

Prioridad	Requerimientos de la maquina	Requerimientos de ingeniería	Parámetros de medición
3	Materiales resistentes a ambientes hostiles	Seleccionar materiales resistentes a la radiación o a la corrosión.	# de piezas
2	Componentes estandarizados	Uso de piezas comerciales.	# de piezas
4	Componentes con alta resistencia	Factor de seguridad mayor a 2.	F.S
3	Optimización del espacio	Las medidas deben ser menores en dos o más ejes de coordenadas a maquinas comerciales.	mm
4	Optimización de la carga	La masa usada para generar el trabajo debe ser menor a 110 Kg usada en máquinas comerciales.	Kg
3	Estándar de seguridad	El número de piezas creadas para protección de los usuarios.	# piezas
3	Diseño ergonómico	Las piezas de la maquina tienen en cuenta las longitudes para ser inclusivas.	mm
3	Factibilidad de fabricación	Uso de cuerpos geométricos principalmente para las piezas.	# de piezas

Fuente: Elaboración propia

4.2.3 Matriz QFD

La matriz QFD, o despliegue de la función de calidad, es una metodología diseñada para transformar los requisitos del proyecto en requisitos técnicos específicos y medibles.

Tabla 4 Matriz QFD

CASA DE LA CALIDAD (QFD)													
LEYENDA Matriz de relación 9 = Relación fuerte 3 = Relación media 1 = Relación débil		¿Cómo?		Importancia	Parámetros de medición	Selección de materiales	Piezas comerciales	Factor de seguridad	Optimizar medidas	Optimizar carga	Seguridad	Longitud de piezas	Fabricación simple
						#	#	F.S	mm	Kg	#	mm	#
1. Requisitos del proyecto													
Materiales resistentes a ambientes hostiles	Seleccionar materiales resistentes.	3	9	3	1	1	3	1	1	1			
Componentes estandarizados	Uso de piezas comerciales.	3	1	9	1	1	1	1	1	1			
Componentes con alta resistencia	Factor de seguridad mayor a 2.	4	3	3	9	1	1	1	1	1			
Optimización del espacio	Las medidas deben ser menores en dos o más ejes.	3	1	1	1	9	3	1	3	1			
Optimización de la carga	La masa usada para generar el trabajo debe ser menor a 110 Kg.	4	1	1	1	1	9	1	1	1			
Estándar de seguridad	Piezas de protección.	3	1	1	1	1	1	9	1	1			
Diseño ergonómico	Longitudes inclusivas.	3	1	1	1	1	1	1	9	1			
Factibilidad de fabricación	Piezas geometricas.	2	1	3	3	1	1	3	3	9			
Importancia absoluta			57	67	61	49	69	53	59	41			
Peso Relativo (%)			12.5%	14.7%	13.4%	10.7%	15.1%	11.6%	12.9%	9.0%			
Prioridad (1 = más alta)			5	2	3	7	1	6	4	8			

Fuente: Elaboración propia

La matriz QFD presentada proporciona una evaluación de los requisitos funcionales del proyecto en relación con varios parámetros establecidos, mediante esta evaluación es que se logran identificar las áreas críticas en las cuales el proyecto debe concentrar sus esfuerzos. Del análisis de dicha evaluación se obtiene como el orden de importancia de los parámetros, siendo 1 el más importante y 8 el menos importante a consideración de las necesidades del proyecto.

Los resultados de la evaluación son los siguientes:

1. Optimizar carga
2. Piezas comerciales
3. Factor de seguridad
4. Longitud de piezas
5. Selección de materiales
6. Seguridad
7. Optimizar medidas
8. Fabricación simple

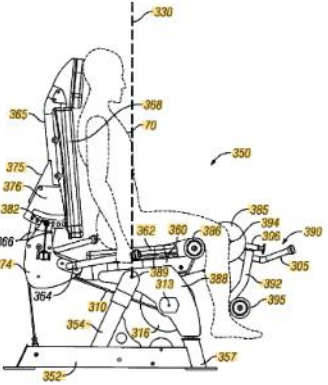
4.3 ESTADO DEL ARTE

Durante los últimos años se ha evidenciado una evolución progresiva y significativa en el diseño de máquinas de ejercicio, tanto en entornos convencionales como en instalaciones al aire libre. Los equipos de nueva generación se distinguen de los modelos tradicionales por incorporar sistemas de mayor complejidad técnica, orientados a optimizar la eficiencia del ejercicio, ampliar los rangos de movimiento funcional y minimizar el riesgo de lesiones o ejecuciones biomecánicamente incorrectas.

En este contexto, a continuación, se realiza un análisis de los mecanismos más comunes identificados en el estado del arte, con el fin de determinar cuáles de ellos podrían implementarse de manera efectiva en el presente diseño para dar respuesta a las condiciones iniciales establecidas.

Este análisis comparativo busca identificar las ventajas y desventajas de los equipos existentes, reconocer sus limitaciones en el contexto del presente proyecto y extraer sus mejores características como referencia para el desarrollo de la solución de diseño.

Tabla 5 Comparativa de mecanismos de maquinas

Empresa: Huadong Entertainment Equipment Co. Ltd	Empresa: Hoist	Patente: US8162807B1
		
Descripción: La máquina incorpora un mecanismo de ajuste de la posición del asiento con el objetivo de orientar la carga de trabajo en un plano perpendicular al plano del pecho del usuario. Dicho mecanismo opera mediante un conjunto de placas ubicadas en la parte superior de la máquina, las cuales, al estar vinculadas a una serie	Descripción: El sistema de transmisión de movimiento de la máquina opera mediante dos conjuntos de placas articuladas: el primero ubicado en la base de empuje de las piernas y el segundo en el soporte del espaldar. Ambos conjuntos están interconectados a través de una barra rígida que transmite la carga entre los dos sistemas, permitiendo que el	Descripción: La característica principal de esta máquina es la inclinación regulable del espaldar y el asiento con respecto al plano central del equipo, lo que permite optimizar el uso del espacio y optimizar el trabajo en un grupo muscular específico. Este ajuste se logra mediante un conjunto de placas ubicadas en la parte inferior del asiento, sobre las cuales este se

de ejes, transmiten el movimiento hacia la parte inferior del equipo.	movimiento de empuje genere simultáneamente un cambio en el ángulo del espaldar, optimizando la ejecución del ejercicio sin requerir un rango de movimiento excesivo.	apoya, y que son las encargadas de transmitir el movimiento generado durante la ejecución del ejercicio de extensión de cuádriceps bajo carga.
Aspectos positivos: Trabajo al aire libre y buenos acabados. Sistema de placas de 3 ejes y sistema de transmisión simple. El sistema implementado optimiza el rango del ejercicio. Ergonómico con materiales resistentes.	Aspectos positivos: Estética general buena, buenos acabados y buena Ergonomía. Sistema de placas muy completo y permite el cambio de ángulo del espaldar. Con posibilidad de generar aumento en la carga inicial mediante discos de peso específico.	Aspectos positivos: Sistema de transmisión innovador y completo, permite el cambio del ángulo en el espaldar del asiento. Sistema de aumento de carga disponible. Permite el trabajo de cuádriceps de manera aislada.
Aspectos negativos: Trabaja un grupo muscular diferente. No posee un sistema que ayude a aumentar la carga con la que se está trabajando.	Aspectos negativos: Trabaja de diferente manera los músculos de los cuádriceps y trabaja más músculos. No recomendable al aire libre los elementos que componen la máquina no soportan ambientes no controlados. La carga se transmite mediante poleas y guayas. Altos costos de fabricación.	Aspectos negativos: El sistema de aumento de carga es mediante guayas y bloques de masa. No recomendable al aire libre los elementos que componen la máquina no soportan ambientes no controlados. La cantidad de piezas en el mecanismo lo hacen complejo y presenta un alto costo de fabricación.
Fuente: [30]	Fuente: [31]	Fuente: [32]

Fuente: Elaboración propia

Tabla 6 Comparativa de mecanismos de maquinas

Empresa: SportFitnees	Empresa: Active Life	Empresa: OMNIGYM
		
Descripción: El usuario realiza el ejercicio sentado, apoyando los pies en la plataforma inferior para trabajar los gemelos. El torque generado sobre el mecanismo depende de la distancia entre la almohadilla de apoyo y el punto de soporte de la carga, de modo que, a mayor distancia, mayor es el momento de fuerza resultante.	Descripción: La máquina permite al usuario ejercitar cada cuádriceps de forma independiente, gracias a que las almohadillas de apoyo operan mediante sistemas desvinculados entre sí, a los cuales es posible aplicar cargas diferenciadas. Esto proporciona mayor comodidad y libertad de movimiento durante la ejecución del ejercicio.	Descripción: La máquina permite trabajar los cuádriceps de manera similar a la mayoría de las prensas comerciales, con el usuario sentado frente a la plataforma de empuje. El mecanismo de ajuste de carga opera aumentando la distancia entre el punto de aplicación de la fuerza y el sistema de soporte de los pies, lo que incrementa el momento de fuerza resultante sin necesidad de bloques de masa, discos o sistemas de transmisión adicionales.
Aspectos positivos: Cómodo para su uso y ergonómico. Si la distancia del punto de apoyo al punto de soporte de la carga aumenta el momento también. Posibilidad de aumentar la carga de trabajo.	Aspectos positivos: Trabajo independiente de cada extremidad. Mayor libertad para realizar ejercicios. Estética general buena, buenos acabados y buena Ergonomía. Con posibilidad de generar aumento en la carga de trabajo.	Aspectos positivos: Trabajo al aire libre y excelentes acabados. Sistema de transmisión innovador y completo. Optimiza la transmisión de la carga con el uso de masas de contra peso y el aumento del momento. Sistema de aumento de carga disponible.
Aspectos negativos: Trabaja un grupo muscular diferente. No recomendable al aire libre los elementos que componen la máquina no soportan ambientes no controlados.	Aspectos negativos: No recomendable al aire libre los elementos que componen la máquina no soportan ambientes no controlados. Altos costos de fabricación por los acabados y los materiales de fabricación. Cambio de cargas mediante discos.	Aspectos negativos: El mecanismo tiene varias piezas como pernos, tuercas y resortes. Estas piezas no son recomendables en muchos casos para gimnasios al aire libre. Trabaja de diferente manera los músculos de los cuádriceps e involucra el trabajo de más músculos.

		El uso de espacio aparenta no estar optimizado, por lo cual esta máquina requiere de más recursos para su transporte e instalación.
Fuente: [33]	Fuente: [34]	Fuente: [35]

Fuente: Elaboración propia

Tabla 7 Comparativa de mecanismos de maquinas

Empresa: Deportes urbanos	Empresa: StreetBarbell Group
	
Descripción: La máquina permite que el usuario trabaje la espalda mediante el movimiento de jalón al pecho. Es una máquina de pesas, que posee un disco de masa fija y que para aumentar la resistencia del ejercicio hay que mover esta masa más lejos del punto de pivote.	Descripción: La máquina permite que el usuario realice sentadilla asistida. Es una máquina de pesas con discos y permite aumentar la carga con un sistema de aumento de discos integrado en la máquina.
Aspectos positivos: Cómodo para su uso y ergonómico. Si la distancia del punto de apoyo al punto de pivote de la carga aumenta el momento también. Posibilidad de aumentar la carga de trabajo desplazando la masa. Para trabajo al aire libre.	Aspectos positivos: Posibilidad de generar aumento en la carga de trabajo. Trabajo de movimiento asistido y seguro. Sistema de aumento resistente. Para trabajo al aire libre.
Aspectos negativos: Trabaja un grupo muscular diferente. El sistema del peso funciona con un pin de ajuste que necesita de resortes. Varias piezas son de materiales sensibles a la radiación solar.	Aspectos negativos: Es un ejercicio diferente al de extensión de rodilla. Ejercicio compuesto, el trabajo influye en más articulaciones y músculos.
Fuente: [36]	Fuente: [37]

Fuente: Elaboración propia

Tras el análisis del estado del arte, se emplea el análisis morfológico como herramienta principal, con el fin de generar diversas alternativas de diseño para la máquina de extensión de rodilla. Dicha herramienta permitió descomponer los subsistemas de la máquina y evaluar las distintas opciones disponibles para cada uno de ellos, con el propósito de refinar y optimizar el diseño del equipo.

ANÁLISIS MORFOLOGICO				
PRODUCTO: MÁQUINA DE EXTENSIÓN DE RODILLA				
SISTEMAS	POSIBLES SOLUCIONES			
ESTRUCTURA	CHASIS RECTANGULAR	BLOQUE GENERAL	CHASIS OVALADO	
SISTEMA DE CARGA	DISCOS	BLOQUE DE MASA	PLACAS	PERSONA
ASIENTO	LAMINA	CHAPA METÁLICA	PLÁSTICO	ACOLCHADO
SISTEMA DE TRANSMISIÓN	POLEAS	CADENAS	TUBERÍA	GUAYA
SISTEMA DE AJUSTE	POP PIN	POP PIN SIN RESORTE	PASADOR	

Fuente: Elaboración propia

Alternativa N° 1 
 Alternativa N° 2 
 Alternativa N° 3 

4.4 ALTERNATIVAS DE DISEÑO

Tras la revisión y análisis del estado del arte, se concluye que múltiples configuraciones de diseño son capaces de cumplir con las características exigidas. En consecuencia, se plantean tres alternativas de diseño, las cuales fueron posteriormente evaluadas y comparadas a partir del análisis de sus restricciones y ventajas particulares. Cada alternativa se desarrolla mediante un software de diseño asistido por computadora (CAD), herramienta que permite examinar en detalle el funcionamiento de cada propuesta y verificar su conformidad con los requerimientos del proyecto. A continuación, se presentan las alternativas generadas.

4.4.1 Alternativa No 1

Está basado en las máquinas de extensión de rodilla disponibles comercialmente, consiste en el levantamiento de una carga preestablecida por el usuario dentro del rango disponible de la pila de pesas, cuya transmisión hacia el usuario se realiza mediante un sistema de poleas y cables directamente conectados al punto de pivote. El usuario mantiene contacto con el rodillo de soporte, a través del cual ejerce la fuerza necesaria para desplazar la carga seleccionada, ejecutando así el movimiento de extensión de rodilla. Esta alternativa permite una amplia variación tanto de la carga, mediante la selección de un peso específico dentro de la pila, como de la longitud de la palanca que une el punto de pivote con el rodillo de soporte,

lo que confiere al equipo un carácter ergonómico y garantiza su accesibilidad para una amplia variedad de usuarios.

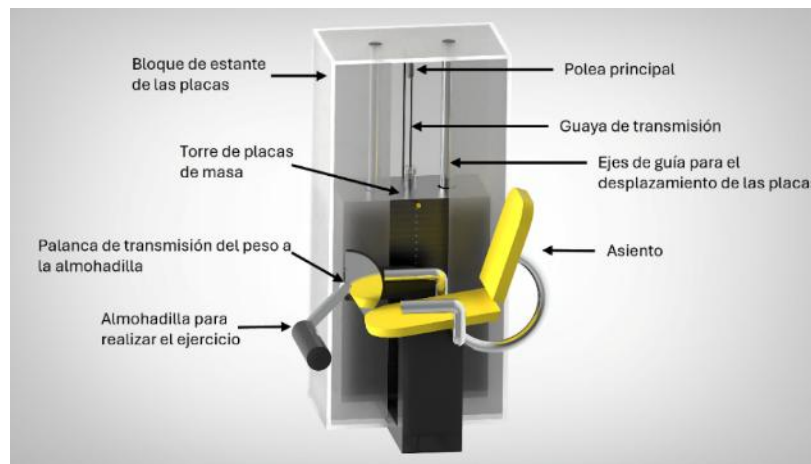


Ilustración 10 Alternativa No 1

Fuente: Elaboración propia

4.4.2 Alternativa No 2

Esta alternativa está basada en máquinas de gimnasio comerciales, pero presenta un diseño más robusto en respuesta a los requerimientos del proyecto. Su funcionamiento consiste en la transmisión de potencia mediante una palanca, la cual conecta la almohadilla con la parte inferior del asiento. El usuario ejerce la fuerza sobre la almohadilla y, al aplicar dicha fuerza el sistema completo experimenta un cambio de posición. Para incrementar la carga del ejercicio la maquina cuenta con un eje de soporte para discos de masa, encargado de mantenerlos fijos en este punto y de aplicar la carga de forma directa sobre la tibia del usuario.

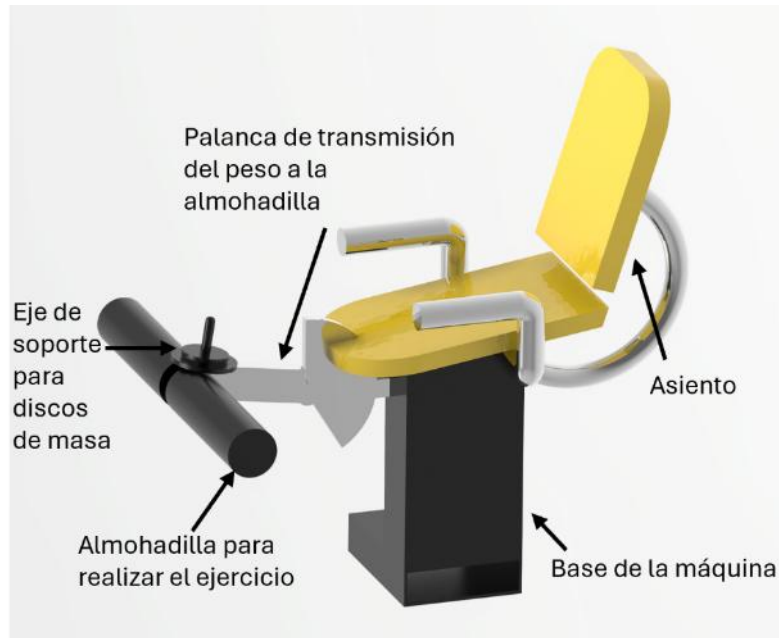


Ilustración 11 Alternativa No 2

Fuente: Elaboración propia

4.4.3 Alternativa No 3

Similar a la alternativa N ° 2 en cómo se busca optimizar la cantidad de masa con el momento en el sistema de palanca del pivote de la carga y a la implementación del sistema de variación del ángulo de inclinación mediante el mecanismo de movimiento del asiento.

Está conformado por dos componentes principales: el primero es el sistema de palanca de soporte de carga, en el cual la longitud de dicha palanca determina la magnitud de la fuerza aplicada sobre el rodillo de soporte y, por consiguiente, sobre el usuario, fenómeno explicado a través del momento de fuerza resultante.

El segundo componente consiste en un par de ejes de transmisión que conectan la palanca con el soporte de la estructura del asiento y la palanca de pivote. A medida que el usuario ejecuta el movimiento de extensión de rodilla, el sistema de transmisión entra en rotación e induce la inclinación progresiva del soporte de la estructura del asiento, con el propósito de optimizar el rango de movimiento del usuario y de generar una variación controlada en el ángulo de inclinación de la palanca de pivote de la carga, evitando así movimientos bruscos de esta durante la ejecución del ejercicio.

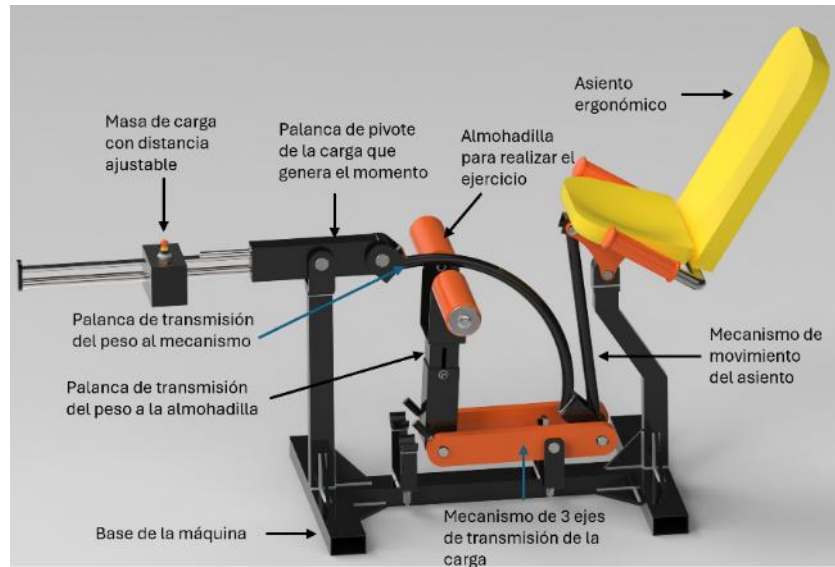
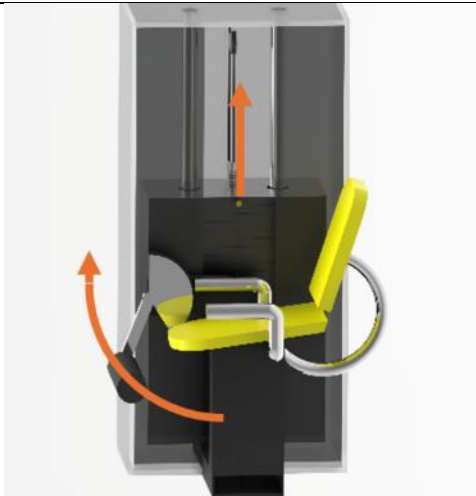
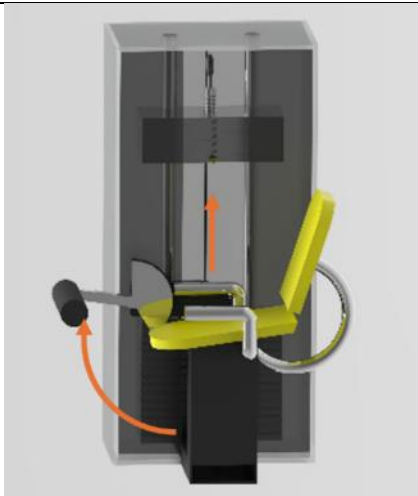


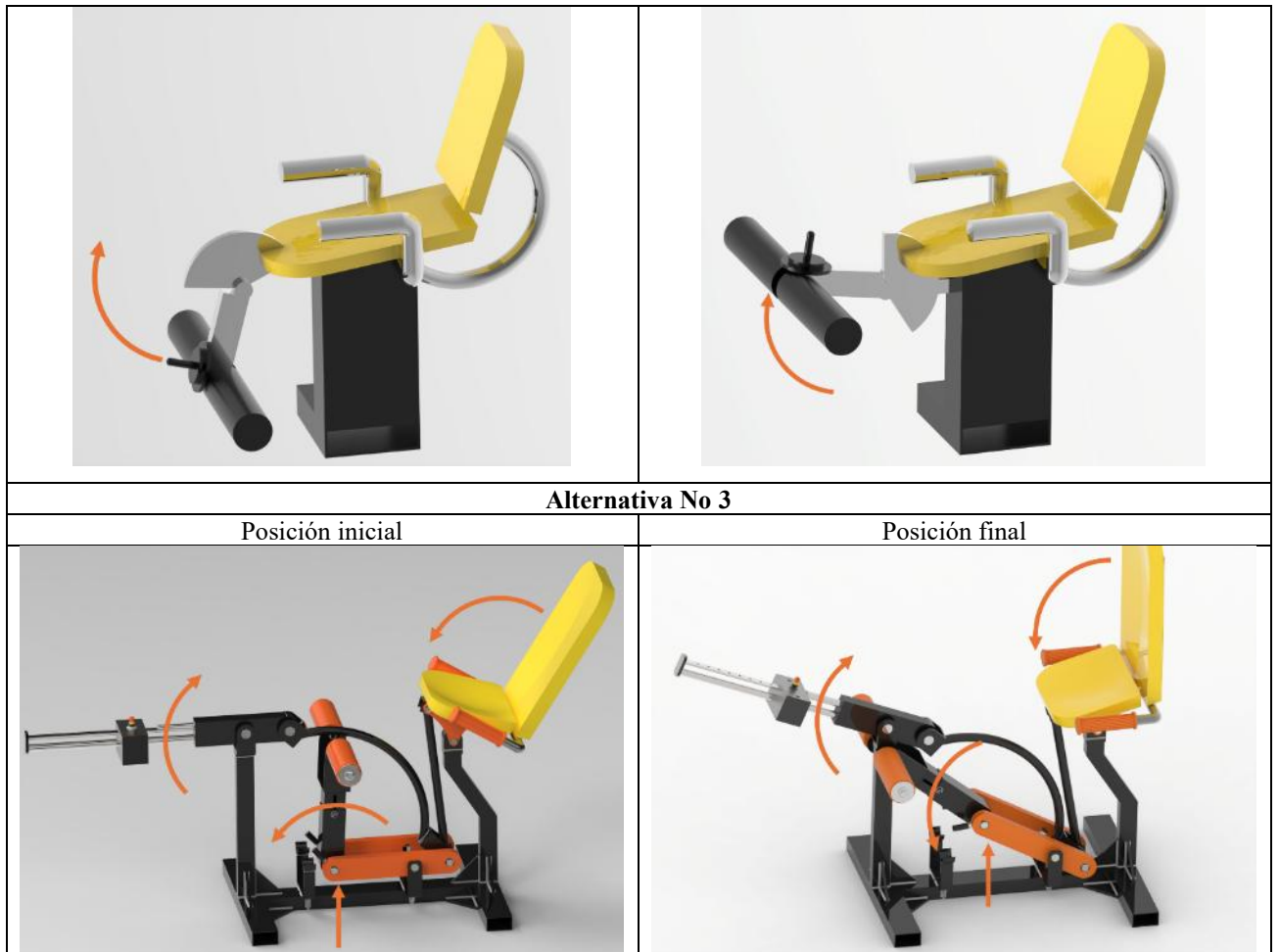
Ilustración 12 Alternativa No 3

Fuente: Elaboración propia

Para demostrar de manera ilustrativa como es el funcionamiento de cada una de las alternativas de diseño se propone en la siguiente tabla las ilustraciones de como son las alternativas en la posición inicial y como son en la posición final del movimiento del ejercicio, también para hacer esto de manera más explícita se implementan figuras de flechas que describen el movimiento.

Tabla 8 Movimiento de cada una de las alternativas de diseño

Movimiento de cada una de las alternativas de diseño			
Alternativa No 1			
Posición inicial		Posición final	
			
Alternativa No 2			
Posición inicial		Posición final	



Fuente: *Elaboración propia*

4.5 SELECCIÓN DE ALTERNATIVA MEDIANTE LA MATRIZ DE PUGH

Para llevar a cabo la selección de la alternativa más factible se implementa la matriz de Pugh, la cual, a partir de las condiciones de diseño preestablecidas, proporciona un resultado cuantitativo en función del grado de cumplimiento de cada criterio de diseño evaluado previamente mediante la matriz QFD. La matriz considera igualmente aquellos casos en los que una alternativa no genera un efecto positivo ni negativo sobre una condición determinada. Los pesos asignados a la totalidad de las condiciones de diseño suman cien puntos, valor que constituye el puntaje máximo alcanzable por cualquiera de las alternativas.

Tabla 9 Selección de la alternativa adecuada. Matriz de PUGH

		ALTERNATIVA Nº 1	ALTERNATIVA Nº 2	ALTERNATIVA Nº 3
CONDICIONES DE DISEÑO / CRITERIOS	PESO			
MATERIALES RESISTENTES A AMBIENTES HOSTILES	13	-1	1	1
COMPONENTES ESTANDARIZADOS	15	1	1	1
COMPONENTES CON ALTA RESISTENCIA	13	-1	-1	1
ÓPTIMIZACIÓN DEL ESPACIO	11	1	1	1
OPTIMIZACIÓN DE LA CARGA	15	-1	-1	1
ESTÁNDAR DE SEGURIDAD	12	1	1	1
DISEÑO ERGONÓMICO	13	1	1	1
FACTIBILIDAD DE FABRICACIÓN	9	1	1	1
PUNTUACIONES PONDERADAS TOTALES		19	45	100

Fuente: *Elaboración propia*

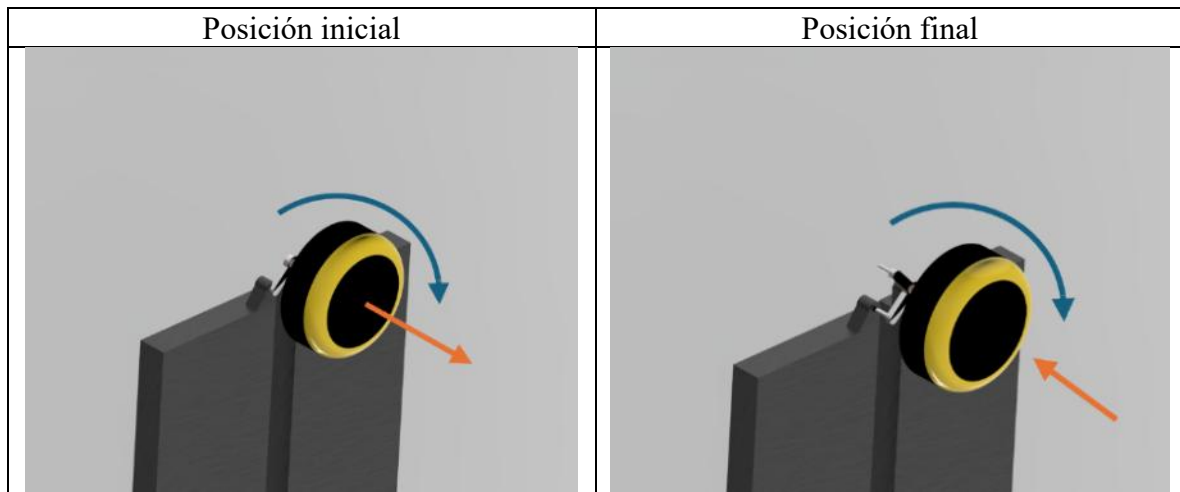
Como resultado del proceso de evaluación, la Alternativa N° 3 es la que mejor se ajusta a la totalidad de las condiciones de diseño establecidas, dando cumplimiento a cada uno de los criterios evaluados y representando la opción más viable para el desarrollo del proyecto de la máquina de extensión de rodilla para gimnasios al aire libre.

4.6 PROPUESTAS PARA GENERAR LA RESISTENCIA DEL EJERCICIO

A continuación, se presentan las distintas opciones analizadas para generar la resistencia durante la ejecución del ejercicio de extensión de rodilla, acompañada de una breve descripción del principio de funcionamiento de cada una.

4.6.1 Sistema de discos variables

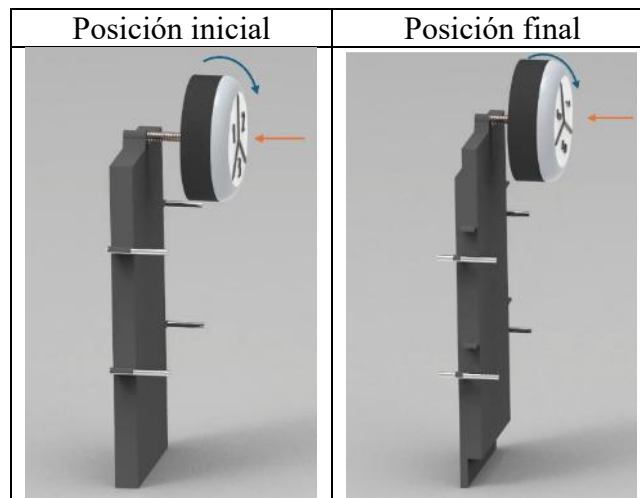
Este sistema se basa en el mecanismo de incremento de peso observado en algunas máquinas de gimnasios comerciales. Consiste en un conjunto de placas de igual masa, cuya selección se realiza mediante un sistema parecido al de un pasador de bola giratoria, el cual al girar, inserta unos pasadores en las placas permitiendo seleccionar una o ambas placas según el nivel de resistencia requerido.



Fuente: *Elaboración propia*

4.6.2 Sistema de ajuste mediante tornillo

Este sistema se fundamenta en generar el trabajo mediante el desplazamiento de unas placas con una masa determinada, de manera similar al mecanismo descrito anteriormente. En este caso, el método para incrementar la masa a desplazar consiste en el uso de una rosca, a mayor profundidad de inserción de la rosca en el orificio de las placas, mayor es el número de placas que se incorporan a la masa total de trabajo durante el ejercicio.

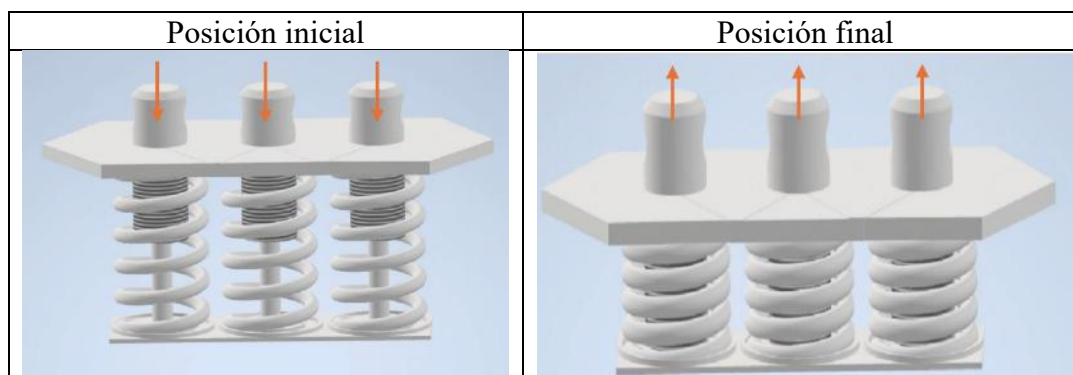


Fuente: *Elaboración propia*

4.6.3 Sistema de resistencia mediante resortes

El sistema consiste en tres resortes de compresión dispuestos en serie, ensamblados entre dos placas metálicas ubicadas en la parte superior e inferior del conjunto, para así mantenerlos en serie y garantizar su posición durante la operación. La resistencia al movimiento se genera a partir de la compresión de los resortes, la cual produce la fuerza necesaria para la ejecución

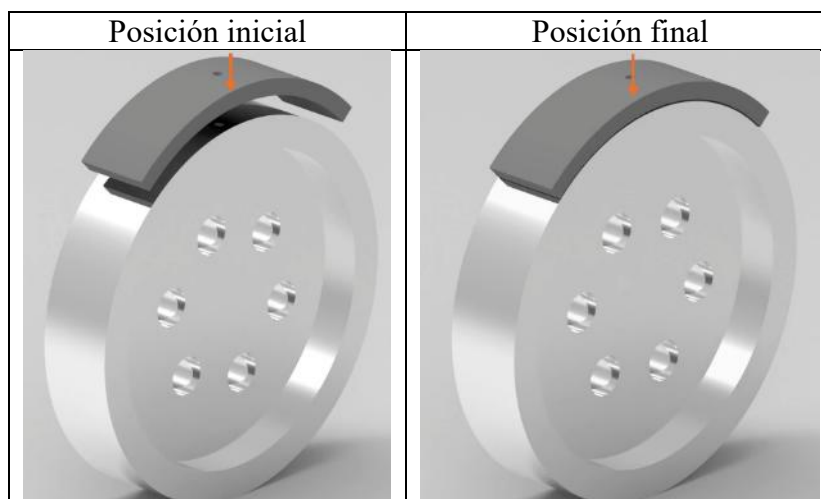
del ejercicio. El cálculo de dicha fuerza puede realizarse mediante la ley de Hooke, que relaciona la fuerza ejercida con la deformación del resorte.



Fuente: *Elaboración propia*

4.6.4 Sistema de freno de rueda

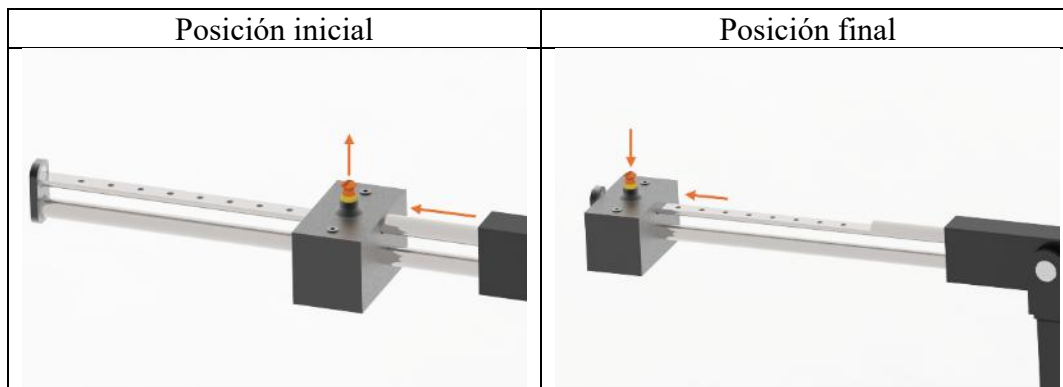
Este sistema se basa en el principio de funcionamiento de las bicicletas estáticas, el cual consiste en hacer girar una rueda que presenta cierta resistencia a girar. Esta resistencia es controlada mediante un freno de tornillo ubicado de forma radial a la rueda. De esta forma, a mayor presión ejercida por el tornillo, mayor es la resistencia generada y, por consiguiente, mayor es el trabajo requerido para hacer girar la rueda.



Fuente: *Elaboración propia*

4.6.5 Sistema de masa con cambio de posición con respecto al pivote

Este sistema consiste en una masa de magnitud fija ubicada sobre una viga con un punto pivote. En donde, a medida que la masa se desplaza hacia una posición más alejada del punto pivote, el momento con respecto a este aumenta y, por ende, se incrementa la resistencia del ejercicio.



Fuente: *Elaboración propia*

5. DISEÑO DE DETALLE

A continuación, se procede a desarrollar el diseño de detalle, con el propósito de definir con precisión aspectos como la funcionalidad del equipo, la compatibilidad entre componentes, la durabilidad en condiciones de intemperie y las dimensiones principales para garantizar la inclusividad del diseño hacia la mayor población posible.

Para ello, se emplea un software especializado en diseño asistido por computadora (CAD), que facilita la creación de modelos bidimensionales y permite verificar que las dimensiones principales del equipo se ajusten adecuadamente a las características de la población objetivo.

5.1 COMPONENTES DE LA MÁQUINA DE EXTENSIÓN DE RODILLA

5.1.1 Palanca del rodillo de soporte

Esta palanca constituye el punto de contacto entre el usuario y la máquina, y representa el componente final a través del cual el equipo transmite el esfuerzo generado por la carga. Por esta razón, debe satisfacer diversos criterios de diseño, entre los cuales se destacan la ergonomía y la posibilidad de ajuste de la longitud de la palanca.

5.1.2 Longitud de la palanca del rodillo de soporte

Para definir correctamente la longitud de la palanca del rodillo de soporte, se tuvo en cuenta principalmente la población objetivo del proyecto, correspondiente a la población latinoamericana y, de manera más específica, a la población colombiana. En consecuencia, se consideraron las medidas antropométricas del hueso de la tibia, por ser este el hueso que

se encuentra en contacto directo con la palanca y que actúa como elemento de conexión entre la articulación de la rodilla y el rodillo de soporte.

Por lo tanto para lograr contar con dichas medidas antropométricas, se tomó como referencia a dos estudios para ser lo más incluyentes posible, el primer estudio es de Colombia en donde se tomó la muestra de 168 personas con edades entre 18 y 50 años sin diferenciar el sexo y el resultado del estudio muestra que la medida media de la tibia es de 38,42 cm con una desviación estándar de 2,37 y el valor máximo fue de 46,1 cm y el valor mínimo fue de 33,5 cm [38]. Por otro lado, se analizó también un estudio de los Estados Unidos, para ser más inclusivos y tener como referencia una mayor muestra que la del estudio de Colombia, en este caso la muestra fue de 753 personas, de los cuales 61% eran hombres, con edades en un rango de 15-83 años, como resultado una media de 39 cm (0.58 cm más que el estudio realizado en Colombia), con una desviación estándar de 2 cm y el valor máximo fue de 46,5 cm y el valor mínimo fue de 30,8 cm [39]. Con el fin de visualizar el comportamiento de los datos del estudio de Colombia se presenta la gráfica de puntos en donde se observan los datos de la medida de la tibia según la estatura.

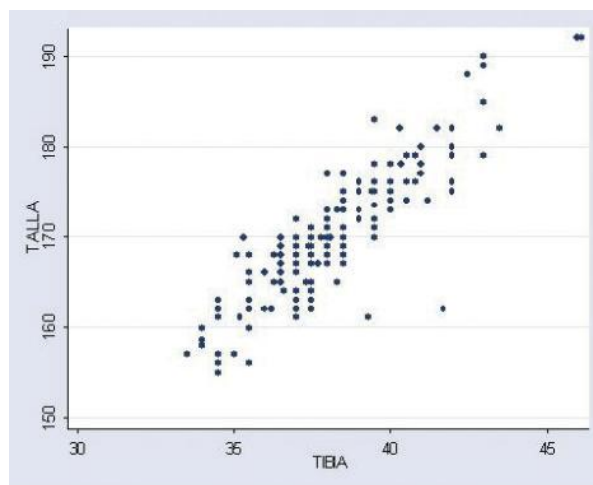


Ilustración 13 Gráfico de puntos del estudio en Colombia de la medida de la tibia

Fuente: [38]

Tabla 10 Longitud de tibia y longitud de la palanca

Estudio	Tibia (cm)	D.E	Longitud de palanca (cm)	Min (cm)	Max (cm)
1	38.42	2.37	47	33.5	46.1
2	39	2	46	30.8	46.5

Fuente: *Elaboración propia*

Para la determinación de la longitud de la palanca del rodillo de soporte, se propone un modelo de regresión lineal simple con el fin de comparar las medidas promedio de la longitud de la tibia provenientes de los estudios analizados [40]. El modelo se expresa como:

Ecuación 1 Modelo de regresión lineal simple.

$$L = \beta_0 + \beta_1 X$$

donde L representa la longitud de la tibia y X es una variable indicadora del estudio considerado, tomando el valor de 0 para el estudio realizado en Colombia y 1 para el estudio realizado en Estados Unidos. A partir de los datos disponibles, se obtiene que $\beta_0 = 38.42\text{cm}$ y $\beta_1 = 0.58\text{cm}$, lo cual indica que la diferencia entre ambas poblaciones es mínima. Este resultado permite asumir que las dos muestras son comparables y, por tanto, susceptibles de ser integradas en un único criterio de diseño.

- Colombia: $X = 0, L = 38.42\text{cm}$
- EE. UU.: $X = 1, L = 39\text{cm}$

Entonces:

- $\beta_0 = 38.42$
- $\beta_1 = 39 - 38.42 = 0.58\text{cm}$

Con el fin de obtener un valor representativo que considere el tamaño de cada muestra, se calculó un promedio ponderado de las medias reportadas en ambos estudios, utilizando como pesos el número de individuos en cada muestra. Este promedio se calcula como:

$$L_{prom} = \frac{(38.42)(168) + (39)(753)}{168 + 753}$$

Lo que da como resultado un valor aproximado de $L_{prom} = 38.89\text{cm}$, el cual se redondea a 39 cm y se adopta como la distancia media entre el centro del eje y el centro del rodillo de soporte.

Adicionalmente, para definir un rango de ajuste que permita abarcar la variabilidad de la población, se emplea la desviación estándar promedio de los estudios, cercana a 2,2 cm. Con base en esto, se estiman los percentiles 25 y 75 mediante la aproximación:

$$P_{25} \approx \mu - 0.67\sigma \text{ y } P_{75} \approx \mu + 0.67\sigma$$

Es de mencionar que el valor de 0.67 sale de la distribución normal y del valor Z asociada para cada uno de los percentiles [40]. Siendo así, se obtiene un rango aproximado entre 37.5 cm y 40.5 cm, sin embargo, con el objetivo de aumentar la inclusividad del diseño y contemplar una mayor variabilidad antropométrica, se amplía este intervalo, definiendo finalmente un rango operativo entre 36 cm y 43 cm.

Posteriormente, se establece una variación discreta de 1 cm entre cada posición de ajuste del mecanismo. Esta decisión se fundamenta en que dicho intervalo corresponde aproximadamente a la mitad de la desviación estándar observada, lo que permite lograr ajustes suficientemente precisos desde el punto de vista ergonómico, sin generar una complejidad excesiva en el diseño mecánico del sistema. De esta manera, se garantiza un equilibrio adecuado entre adaptabilidad, comodidad y viabilidad constructiva.

Finalmente, se tiene como resultado que la distancia media entre el centro del eje y el centro del rodillo del soporte es de 39 cm, la distancia mínima es de 36 cm y la distancia máxima es de 43 cm, para poder estar entre los percentiles 25 y 75 de la población. El cambio en la distancia optima de la variación de medida es de 1 cm entre circunferencias, esto con el fin de ser lo más incluyentes posibles y obtener un ajuste variado para comodidad de la mayor población posible.

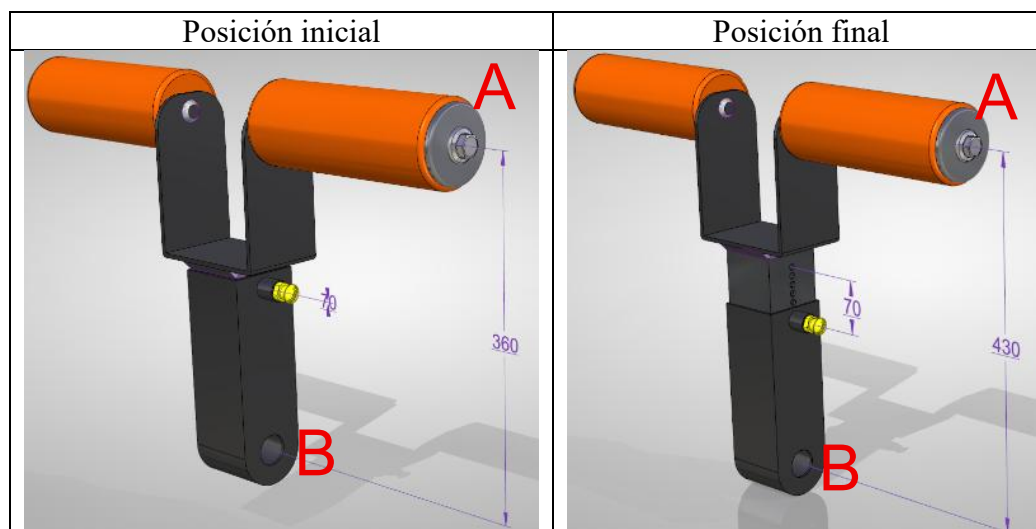


Ilustración 14 Palanca del rodillo de soporte (A-B) distancia mínima y máxima

Fuente: *Elaboración propia*

5.1.3 Dimensionamiento del asiento

En el caso del asiento se toma como referencia las maquinas comerciales disponibles en los gimnasios y las medidas de distintos equipos, las muestras obtenidas de estas mediciones dan como resultado la *tabla 6*.

Tabla 11 Medidas de muestras del asiento

Nombre de máquina	Medida de largo asiento (cm)	Medida de largo espaldar (cm)	Lugar en donde se encuentra
Leg extension	33	60	Gimnasios comerciales
Banco multifuncional	30	70	Gimnasios comerciales
Banca libre	35	75	Internet [41]
Máquina multifuncional	35	81	Internet [41]

Fuente: *Elaboración propia*

Como resultado del proceso de dimensionamiento, la longitud del asiento queda definida en 35 cm, valor determinado con el fin de obtener el mayor margen de inclusión poblacional posible. Por su parte, la longitud del espaldar se estableció en 60 cm, dado que las

dimensiones superiores a este valor no fueron consideradas, partiendo del hecho de que este componente no estará sometido a esfuerzos significativos durante la ejecución del ejercicio.

5.1.4 Dimensionamiento general de la máquina

El boceto principal de la máquina se desarrolla tomando como punto de partida las medidas antropométricas de una persona sentada, específicamente la medida N° 5 apreciada en la siguiente ilustración:

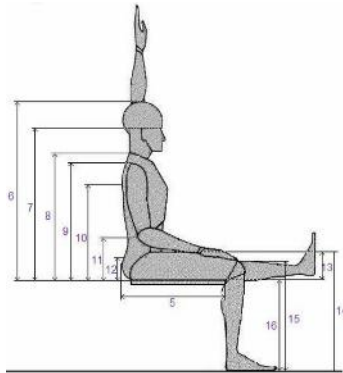


Ilustración 15 Dimensiones antropométricas relevantes (sentado)

Fuente: [42]

Con el propósito de establecer los valores de referencia para esta medida, se toma en cuenta un estudio de medidas ergonómicas realizado en los Estados Unidos, con una muestra de 288 individuos, de los cuales 208 son mujeres y 80 [43]. A partir del análisis del estudio se obtiene como resultado que la media correspondiente para esta medida N° 5 es de 42 cm, este valor se aprecia en el boceto general de la máquina.

Para las medidas del asiento se usa el análisis hecho en el capítulo 5.1.3.

En el caso de las medidas a las que no se le hace referencia específica en el documento como la altura del asiento con respecto al suelo, las distancias de las manijas y sus anchos, no es necesario recurrir a estudios de ergonomía, ya que estos no se encuentran disponibles o no son de fácil acceso y realizar un estudio de ergonomía no es viable ni es el objetivo principal de este proyecto. Si bien estas dimensiones resultan menos críticas para el movimiento de la máquina, son de gran importancia para la ergonomía y el principio de inclusividad del proyecto. En consecuencia, dichas dimensiones fueron obtenidas mediante recolección de datos propia, tomando como referencia máquinas comerciales de extensión de rodilla presentes en gimnasios de cadena como Smart Fit S.A. y gimnasios comerciales. Los valores incorporados en el proyecto corresponden al promedio de las mediciones realizadas sobre estos equipos y se pueden verificar en los planos generales de la máquina, algunas medidas varían con respecto a las comerciales ya que el diseño final de la máquina del proyecto es un diseño de autoría propia y en el mercado actual no se encuentran máquinas con características similares a la presente en el proyecto.

Estos supuestos iniciales constituyen el punto de partida para el desarrollo del boceto en el software CAD. Se usa este boceto para determinar las medidas de la máquina, partiendo de los supuestos, se tiene las medidas A-B que son las medidas de longitud de la palanca del capítulo 5.1.2. La longitud de la tibia y las distancias entre los puntos anatómicos principales de las extremidades inferiores se representan en el boceto mediante líneas discontinuas, las cuales indican la posición del usuario durante la ejecución del ejercicio, así como el recorrido tanto del usuario como de los componentes móviles de la máquina, dichas medidas basadas en los estudios también varían en cercanos a sus valores máximos y mínimos, con el fin de corroborar que las medidas se adaptan a distintos sujetos de las muestras de los estudios.

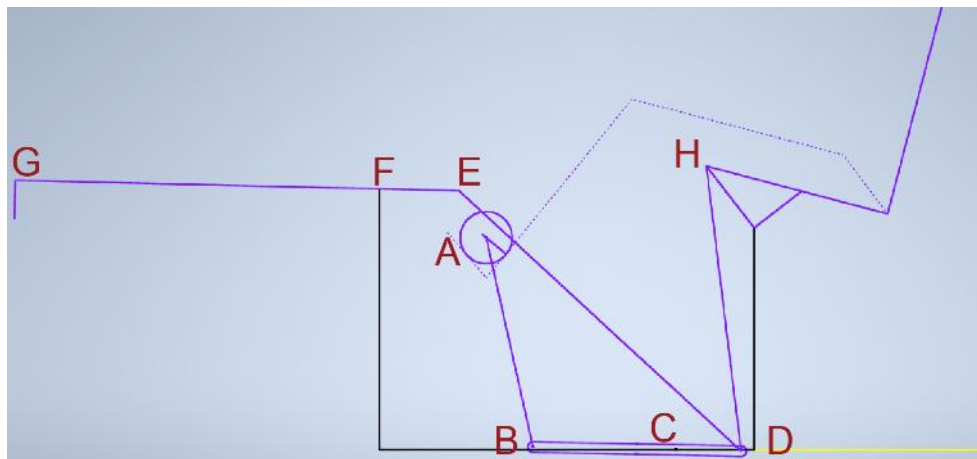


Ilustración 16 Boceto D2 de la máquina de extensión de rodilla

Fuente: Elaboración propia

5.1.4.1 Dimensionamiento de la pieza de conexión de 3 ejes (B-C-D)

La función de esta pieza consiste en conectar los 3 ejes ubicados en los puntos B-C-D, y transmitir la carga proveniente de la palanca de pivote (G-F) por medio del eje (D-E) y a través del movimiento de esta pieza desplazar el eje (D-H) simultáneamente logrando la optimización del ejercicio, al inclinar el asiento a medida que se realiza el movimiento de extensión de rodilla.

En el punto B se aprecia que la pieza tiene una ranura en la parte lateral de la ilustración, esta actúa como soporte en el momento inicial de la máquina y se encarga de mantener en posición perpendicular al suelo la almohadilla de apoyo de la tibia para que esta no quede libre.

- *Distancia entre punto (B-C): 275 mm*
- *Distancia entre punto (C-D): 125 mm*

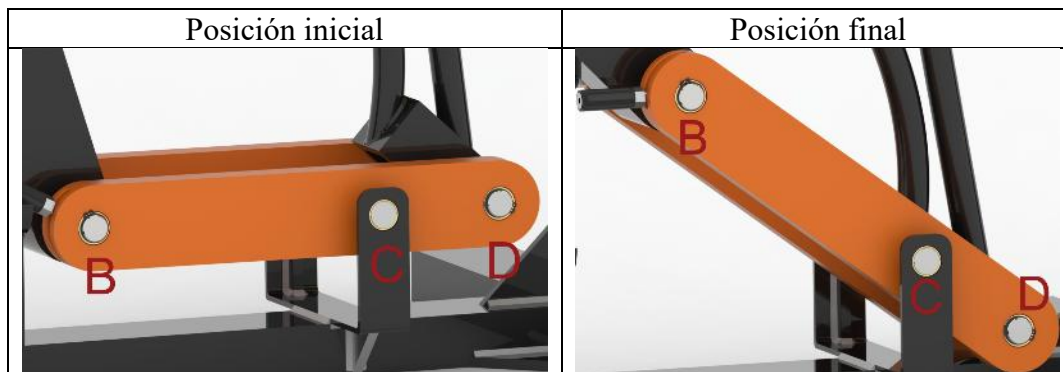


Ilustración 17 Pieza de conexión de 3 ejes (B-C-D) posición inicial y final.

Fuente: Elaboración propia

5.1.4.2 Dimensionamiento del eje de conexión al asiento (D-H)

Se utiliza para modificar el grado de inclinación del asiento mediante el movimiento de la pieza de conexión de 3 ejes. Durante la ejecución del ejercicio la pieza de 3 ejes experimenta un cambio de posición, que produce simultáneamente la variación del ángulo de inclinación del asiento. Con el propósito de optimizar el movimiento del ejercicio de extensión de rodilla, manteniendo la tensión mecánica durante el rango de movimiento del ejercicio.

- *Distancia entre punto (D-H): 550 mm*

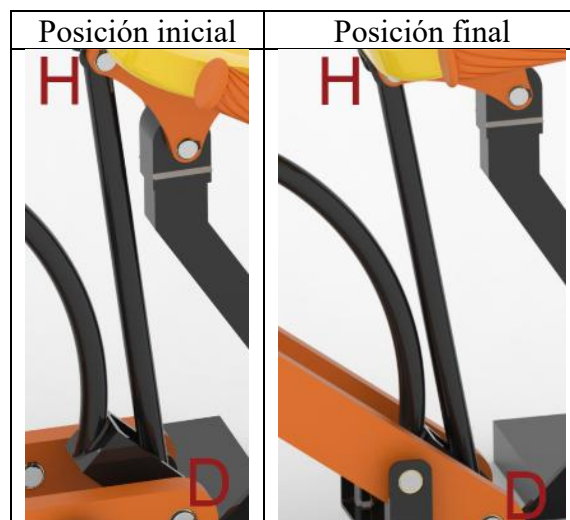


Ilustración 18 Dimensionamiento del eje de conexión al asiento (D-H) posición inicial y final.

Fuente: Elaboración propia

5.1.4.3 Dimensionamiento del eje de conexión a la palanca de pivote (D-E)

El eje (D-E) transmite la carga y conecta el sistema de palanca de pivote con la pieza de conexión de 3 ejes la longitud de esta palanca está relacionada con que tan inclinada esta la palanca de pivote y es curva para evitar alguna colisión con la almohadilla (A-B).

- *Distancia entre punto (D-E): 737 mm*

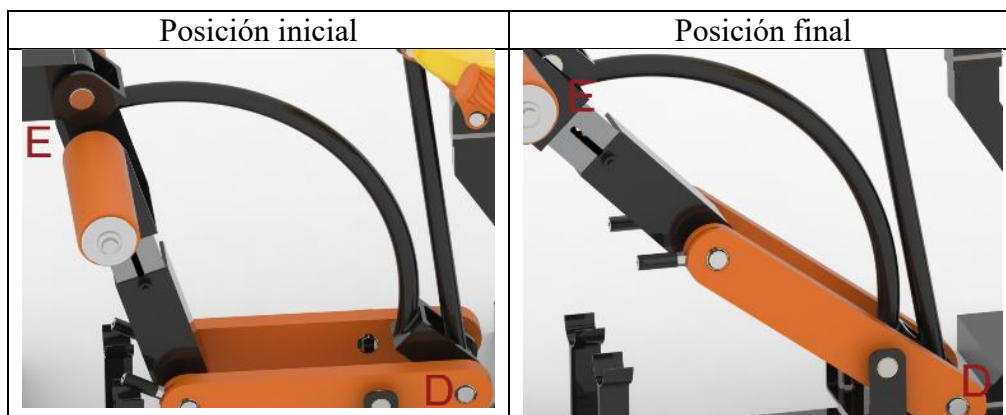


Ilustración 19 Eje de conexión a la palanca de pivote (D-E) posición inicial y final.

Fuente: Elaboración propia

5.1.4.4 Dimensionamiento de palanca de pivote (E-F-G)

Esta es la pieza de mayor relevancia dentro de la máquina, dado que en ella el punto de apoyo F actúa como pivote, generando que la fuerza de la carga se vea amplificada mediante el momento producido entre los puntos (F-G). A mayor distancia entre dichos puntos, mayor es el momento resultante.

- *Distancia entre punto (E-F): 152.5 mm*
- *Distancia entre punto (F-G): 700 mm*

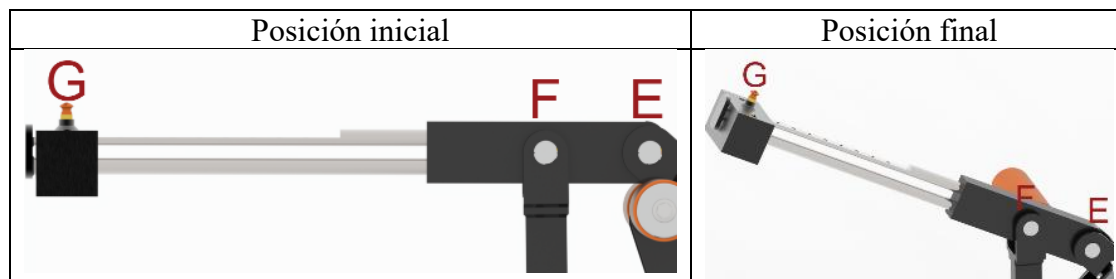


Ilustración 20 Palanca de pivote (E-F-G) posición inicial y final.

Fuente: *Elaboración propia*

5.2 CÁLCULO DE FUERZAS

Para llevar a cabo los cálculos correspondientes a todos los puntos de la máquina, existe un prerequisite fundamental: determinar la magnitud de la fuerza que el usuario es capaz de ejercer. Partiendo del hecho de ser lo más incluyentes posibles y con el propósito de que la magnitud de la masa no sea un impedimento para que el usuario no pueda hacer uso de la máquina. Una vez establecida dicha magnitud, se procede a realizar los cálculos restantes, mediante la elaboración de un diagrama de cuerpo libre de la máquina en su conjunto y de cada uno de los elementos que componen el sistema de transmisión de potencia.

5.2.1 Determinación de la fuerza máxima ejercida por el usuario

Para determinar la fuerza máxima que el usuario es capaz de ejercer y que la máquina de extensión de rodilla puede proporcionar, se analizaron dos fuentes de información. La primera corresponde a una fuente propia, en la cual se examina la carga de una máquina de extensión de rodilla disponible en un gimnasio público y se consultaron las especificaciones de los equipos comerciales disponibles en internet [44]. A partir de dicho análisis, se establece que las cargas máximas de estos equipos rondan los 100 kg, mientras que las cargas mínimas parten desde los 4 kg. Adicionalmente, en aquellos equipos cuyo sistema de transmisión por poleas se encuentra ubicado de manera externa y es por tanto visible, se pudo verificar que dicho sistema no incrementa ni reduce la carga efectiva ejercida por el usuario durante la ejecución del ejercicio.

Como segunda fuente, se toma como referencia un estudio de tesis centrado en la construcción de un dinamómetro fijo, publicado en el año 2023 y realizado en la ciudad de Manizales, el cual contempla la medición de la fuerza ejercida por el cuádriceps de distintos individuos catalogados por el estudio como individuos mayormente jóvenes y en una categorización homogénea en cuanto a actividad física es decir en la muestra del estudio la población no es sedentaria ni atletas de alto rendimiento.

El método empleado en el proyecto para obtener los datos de la fuerza ejercida por el cuádriceps femoral de la población evaluada consistió en someter a los participantes a

diversas pruebas de ejecución física y recolectar los valores resultantes. Dichas pruebas son: la maniobra de Lázaró, la velocidad de la marcha y la prueba de incorporarse en cinco repeticiones. Con el objetivo de generar un estudio descriptivo, el proyecto incorpora un análisis estadístico en el que se describen las metodologías empleadas para verificar la distribución normal de los datos obtenidos, para la comparación entre sexos y para el análisis de variables independientes. Se usan distribuciones T Student, análisis de varianzas ANOVA, entre otras metodologías con la finalidad de garantizar el intervalo de confianza y asegurar que los datos no presenten inconsistencias que comprometan su distribución normal.

El estudio cuenta con una muestra total de $n=138$ personas, de las cuales 72 eran mujeres y 66 eran hombres. Se consideraron tanto el sexo como la edad de los participantes, segmentando esta última en decenios, a partir de esto en el estudio se toman muestras de las fuerzas máximas de cada individuo.

Los resultados obtenidos en relación con la fuerza máxima de los cuádriceps se pueden consultar en la *Tabla 7*, en la cual se reportan: la muestra, el rango, la mediana, la media y el intervalo de confianza.

Tabla 12 Resultados de mediciones de la fuerza aplicada en extensión de rodilla

Muestra		Fuerza (Kg)			
Mujeres	N	Rango	Mediana	Media	IC 95%
20s	25	18–61	47	44	39–48
30s	27	15–55	39	38	34–42
40s	20	20–62	37	38	33–43
Total	72	15–62	40	40	37–43
Hombres	N	Rango	Mediana	Media	IC 95%
20s	25	41–101	67	65	59–72
30s	20	32–87	59	58	51–65
40s	21	40–96	60	61	55–67
Total	66	32–101	62	62	58–66

Fuente: [16]

De esto se concluye que, con el fin de abarcar desde el percentil 15 hasta el 80 de la población del estudio y omitiendo los datos extremos y atípicos identificados en el estudio, la carga de diseño para la máquina de extensión de rodilla se establece con un valor máximo cercano a los 70 kg y un valor mínimo cercano a los 35 kg [16]. Lo anterior considerando que el estudio reporta un intervalo de confianza del 95%, lo que garantiza que el rango definido resulta suficientemente incluyente para la población objetivo.

Con el propósito de facilitar la comprensión de los resultados de este estudio, se presenta un diagrama de caja que permite visualizar el comportamiento de la distribución de los datos obtenidos en el estudio analizado.

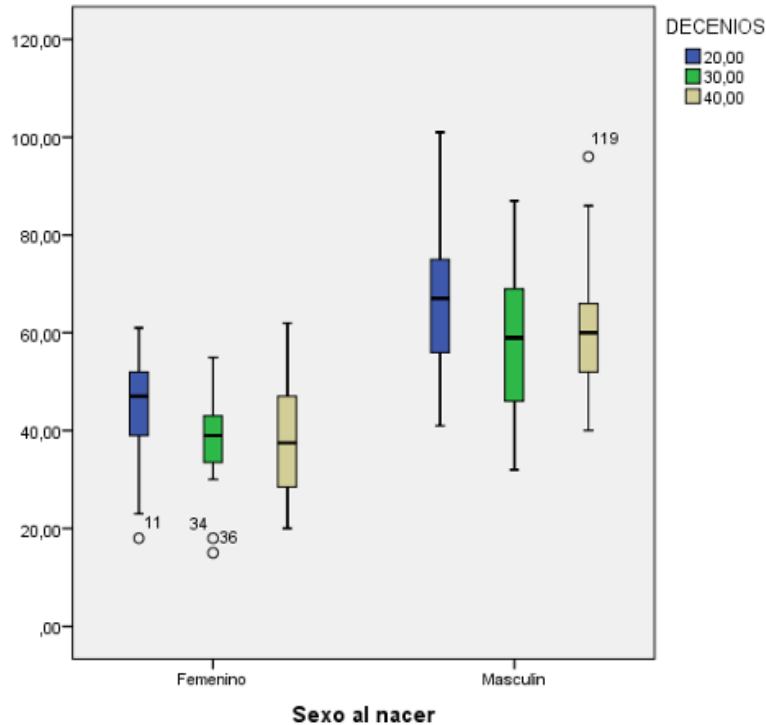


Ilustración 21 Diagrama de caja resultados de fuerzas máximas en los cuádriceps

Fuente: [16]

5.2.2 Diagramas de cuerpo libre del conjunto de la maquina

A través de un diagrama de cuerpo libre (D.C.L), se representa de manera explícita las fuerzas conocidas que actúan en el mecanismo.

En este sentido, se establecen todas las fuerzas y los momentos que se ejercen sobre la máquina, utilizando las ecuaciones de equilibrio, se pueden obtener los valores numéricos, así como los esfuerzos en cada componente [45].

Partiendo de lo anterior se procede a realizar el (D.C.L) y comprobar cuales son los valores de las fuerzas de la maquina en equilibrio. En la siguiente imagen se puede observar el diagrama de fuerzas que actúan sobre la maquina en conjunto.

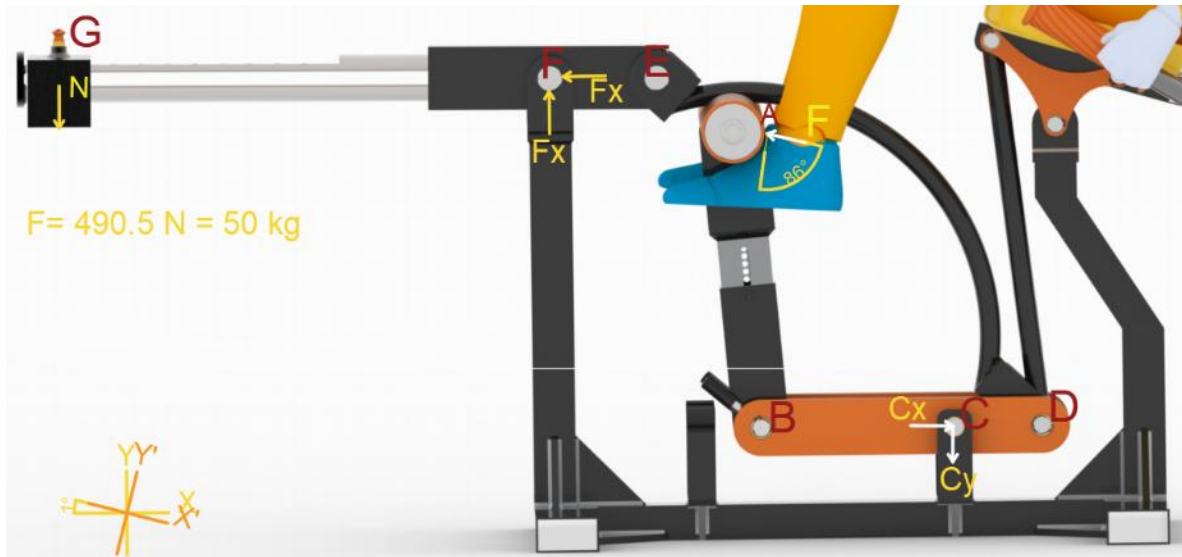


Ilustración 22 D.C.L Máquina de extensión de rodilla

Fuente: Elaboración propia

Partiendo del análisis estático de la anterior ilustración, el usuario parte en este primer momento de un estado en el que el ángulo entre el muslo y la pantorrilla forman un ángulo de 90° o cercano a este, este es el principal estado a analizar, para posteriormente analizar el estado de la máquina cuando el ángulo de la extensión de rodilla se vuelve cada vez mayor.

Al realizar el diagrama de cuerpo libre (D.C.L.) de la máquina, las fuerzas externas que se evidencian son reacciones de pasador, causadas por los ejes en los puntos (F-G). Además, las reacciones en los puntos (G-A) son ocasionadas por las fuerzas que ejercen el peso de la masa ubicada en el punto (G) y por la fuerza que realiza el usuario en el punto (A), esta última es perpendicular a la pantorrilla del usuario y la que se necesita obtener para poder determinar si con el valor del peso en el punto (N), es posible obtener los pesos antes definidos en el *capítulo 5.2.1*.

Para el análisis, se considera una masa de 50 kg que equivale a unos 490.5 N.

$$m = 50 \text{ kg}$$

$$F = m * g$$

$$F = 50 \text{ kg} * 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F = 490.5 \text{ N}$$

Teniendo en cuenta lo anterior, se procede con las ecuaciones de equilibrio para la máquina completa:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_x = -Fx + Cx - F * \cos 4^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_y = -G + Fy - cy + F * \sin 4^\circ = 0$$

$$\sum M = 0$$

De este modo, al realizar el (D.C.L) completo de la maquina se puede concluir que se tienen cinco incógnitas: F_x , F_y , C_x , C_y , N y solo un dato conocido, correspondiente al valor de la fuerza F en kg, el cual representa la fuerza que va a ejercer el usuario.

Lo anterior evidencia que, para lograr determinar el valor de la fuerza N en el punto (G) se debe dividir la maquina en cada uno de sus elementos y determinar las fuerzas internas que actúan sobre los mismos y sus reacciones.

Con base en lo anterior, se procede a realizar el (D.C.L) en el elemento (A-B) de la máquina.

Con el fin de evitar una indeterminación estática y tener que transformar más fuerzas de las necesarias en los planos X y Y , se decide girar los planos 1° CW y de esta manera formar los planos X' y Y' .

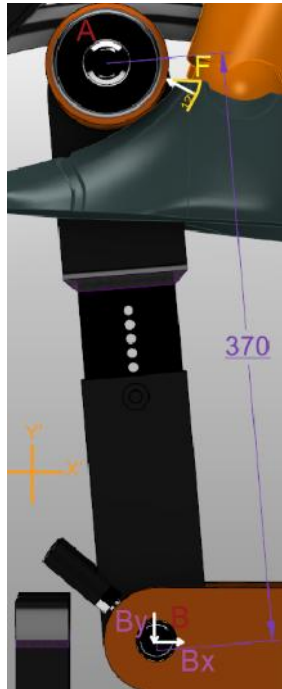


Ilustración 23 D.C.L del elemento (A-B)

Fuente: Elaboración propia

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_x = -F * \cos 12^\circ + Bx = 0$$

$$Bx = 479.78 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_y = F * \sin 12^\circ - By = 0$$

$$By = 101.98 \text{ N}$$

Estos valores se pueden trasladar al elemento (B-D) para conocer el valor de las fuerzas internas que actúan sobre dicho componente.

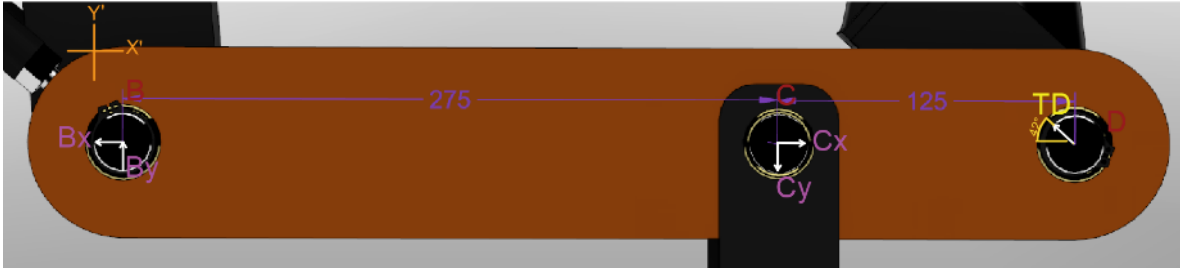


Ilustración 24 D.C.L del elemento (B-D)

Fuente: *Elaboración propia*

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_x = -B_x + C_x - TD * \cos 42^\circ = 0$$

$$C_x = 728.95 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_y = B_y - C_y + TD * \sin 42^\circ = 0$$

$$C_y = 326.34 \text{ N}$$

$$\sum M_c = 0$$

$$\sum M_c = -B_y * (275 \text{ mm}) + TD \sin 42^\circ * (125 \text{ mm}) = 0$$

$$TD = 335.3 \text{ N}$$

Teniendo las fuerzas que actúan sobre el elemento (D), es posible concluir que estas corresponden a fuerzas de tensión.

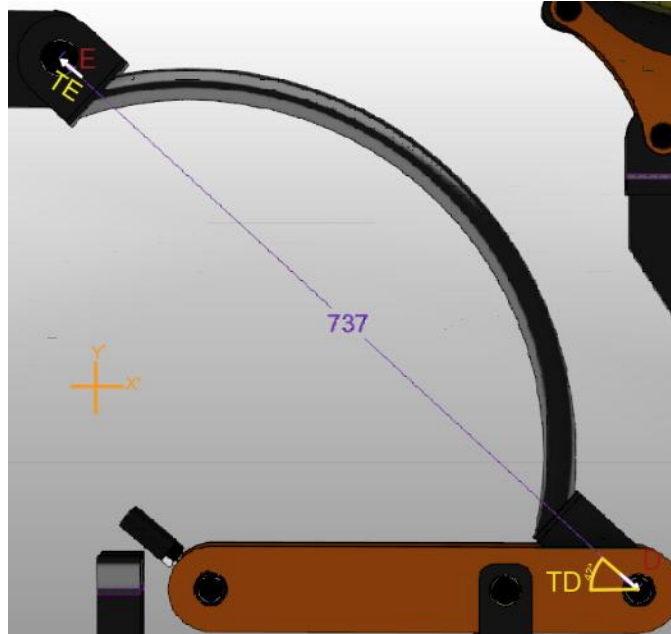


Ilustración 25 D.C.L del elemento (D-E)

Fuente: *Elaboración propia*

$$TD = TE = 335.3 \text{ N}$$

Al partir del principio de que el elemento (D-E) está sometido a fuerzas colineales y opuestas se puede concluir que el valor de ambas tensiones es el mismo.

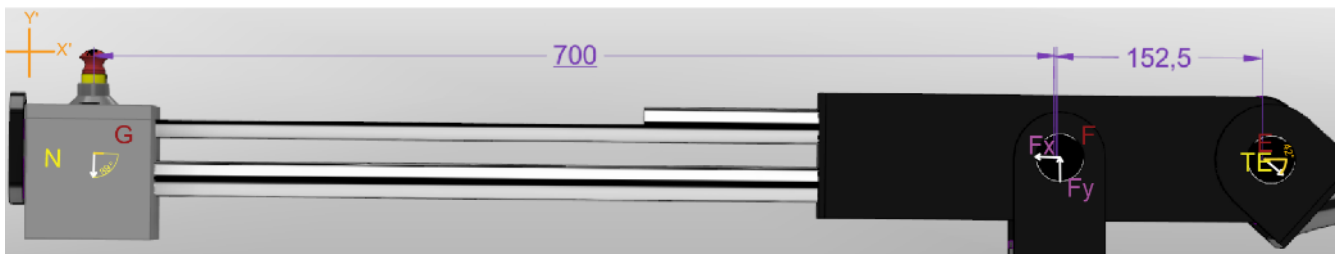


Ilustración 26 D.C.L del elemento (E-G)

Fuente: *Elaboración propia*

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_x = N \cos 89^\circ - Fx + TE * \cos 42^\circ = 0$$

$$Fx = 250.02 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_y = -N \sin 89^\circ + Fy - TE * \sin 42^\circ = 0$$

$$Fy = 273.23N$$

$$\sum M_F = 0$$

$$\sum M_F = N * \sin 89^\circ * (700 \text{ mm}) - TE \sin 42^\circ * (152.5 \text{ mm}) = 0$$

$$N = 48.88 \text{ N}$$

Para determinar cuál es el valor final que debe tener la masa para que la persona inicialmente sienta una carga de 50 kg, se procede a convertir el valor obtenido de N en Kg, aplicando de manera inversa la relación utilizada previamente entre peso y masa:

$$N = 48.88 \text{ N}$$

$$F = m * g$$

$$m = \frac{48.88 \text{ N}}{9.81 \frac{m}{s^2}}$$

$$m = 4.98 \text{ kg}$$

Partiendo de los cálculos realizados, se tiene como resultado que para que el usuario sienta una carga de 50 kg en el punto (A) la maquina debe tener 4.98 kg de masa en el punto (G).

Para comprobar el cambio de las fuerzas internas de la máquina, se procede a automatizar los cálculos en 9 momentos más, aumentando este momento inicial en 10° durante un proceso iterativo, esto hasta lograr 180° de extensión, que es el momento final de la fase concéntrica del ejercicio.

Como resultado de la iteración de cargas en el punto (G), se logra determinar cuál es la magnitud adecuada de esta carga que es de 9 kg. La variación de la fuerza con respecto a los distintos momentos de la maquina se observan en la siguiente tabla.

Tabla 13 Variación de la fuerza en el punto (A) con una distancia de 700 mm

F (kg)	° DE EXTENSIÓN DE RODILLA
72.56	92
54.91	100
46.17	110
39.04	120
35.89	130
32.69	140
29.68	150
27.40	160
21.75	170
16.56	175

Fuente: *Elaboración propia*

Es importante mencionar que el resultado de esta tabla es para una carga de 9 kg de masa con 700 mm de distancia.

A continuación, se presenta una tabla en la cual se muestran los valores de la fuerza cuando se disminuye la distancia a 350 mm del punto de pivote, siendo esta la distancia mínima considerada entre la masa y dicho punto.

Tabla 14 Variación de la fuerza en el punto (A) con una distancia de 350 mm

F (kg)	° DE FLEXION DE RODILLA
36.28	92
27.46	100
23.09	110
19.52	120
17.95	130
16.35	140
14.84	150
13.70	160
10.87	170
8.28	175

Fuente: *Elaboración propia*

Analizando los resultados de las tablas, se concluye que la carga es la adecuada para cumplir con los requerimientos del diseño de la máquina. Se observa que no se presentan cargas que sean extremas en alguno de los dos casos, lo que garantiza que el sistema no representa una limitación para su uso en este aspecto. Asegurando que las cargas se mantengan dentro de rangos óptimos para la población objetivo 36 Kg a una distancia de 350 mm y 72 kg con una distancia de 700 mm, al tiempo que se promueve un uso eficiente de los recursos en el diseño del sistema al usar una masa de 9 kg.

5.3 SELECCIÓN Y CÁLCULOS DE PIEZAS COMERCIALES

A continuación, se presenta la lista con todas las piezas comerciales usadas en el ensamble de la máquina de extensión de rodilla comerciales:

- Anilla de retención externa ANSI B 27.7 M – 3AM1 tamaño No 21
- Anilla de retención externa ANSI B 27.7 M – 3AM1 tamaño No 25
- Anilla de retención externa ANSI B 27.7 M – 3AM1 tamaño No 30
- Barra diámetro 31.75 mm
- Esparrago Allen ISO 4029 M5 x 20
- Perno de brida hexagonal DIN 6921 M16 x 35
- Tornillo avellanado Allen ISO 10642 M8 x 20
- Tubería diámetro 33 mm 1.5 mm de espesor
- Viga estructural de perfil rectangular 60x40 mm
- Viga estructural de perfil rectangular 90x50 mm

5.3.1 Cálculos de piezas comerciales

Se verifican en función de los valores de diseño o máximos de carga que pueden soportar, proporcionados generalmente por el fabricante.

Sin embargo, es importante mencionar que hay muchas piezas de la anterior lista que no necesitan esta verificación. Dichas piezas no están sometidas a cargas de grandes magnitudes o simplemente son componentes cuyo único propósito es asegurar los elementos impidiendo que se muevan en otra dirección. Partiendo de lo anterior se procede a analizar cada una de las piezas de la lista y clasificarlas según sea el caso.

En particular, el análisis se enfoca en las piezas que están sometidas a cargas constantes y de mayor magnitud para las presentes en el equipo. Estas piezas, en algunos casos, cuentan con normas que especifican sus capacidades de carga, mientras que, en otros, esta información es suministrada directamente por los fabricantes.

De la lista la pieza que esta sometida a la mayor fuerza es:

- Barra diámetro 31.75 mm

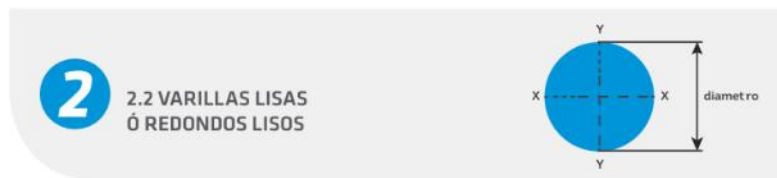
5.3.1.1 Barra lisa

En el caso de las barras lisas de 31.75 mm de diámetro, se considera que estas se encuentran sometidas a esfuerzos de tensión. Para determinar si el área y el material seleccionado son adecuados para soportar la carga aplicada, se procede a realizar un análisis de esfuerzos:

Ecuación 2 Esfuerzo axial

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

Considerando lo anterior, se procede a buscar un proveedor nacional de barras lisas de 31.75 mm de diámetro, con el fin de obtener las especificaciones necesarias para el análisis:



PROPIEDADES MECANICAS	
LIMITE DE FLUENCIA	RESISTENCIA A LA TRACCIÓN
Mínimo 236 MPA 34.1 00 P.S.I.	Mínimo 362 M.P.A 53.000 G36 P.S.I.
Máximo 538 MPA 78.1 00 P.S.I.	Alargamiento Mínimo 18%
	(Distancia entre marcas 200 mm.)

DIMENSIONES					
DIÁMETRO NOMINAL					
PULGADAS		MM.	AREA SECCIÓN MM2	PERÍMETRO MM	MASA KG/M.
No.					
2	1/4	6.35	32	19.9	0.25
3	3/8	9.52	71.2	29.9	0.56
		10.50	86.60	33.00	0.68
		12.00	113.10	37.00	0.89
4	1/2	12.70	126.70	39.90	1.00
		15.00	176.80	47.20	1.39
5	5/8	15.89	197.80	49.80	1.55
6	3/4	19.05	285.00	59.80	2.24
7	7/8	22.22	387.80	69.80	3.05
8	1	25.40	506.70	79.70	3.99
9	1 1/8"	28.57	645	90	5.06
10	1 1/4"	31.75	819	101.3	6.404

Ilustración 27 Catalogo de varillas lisas

Fuente: [37]

Teniendo en cuenta que esta barra lisa representa la barra (D-E) es necesario encontrar el valor más crítico al que va a estar sometida en la máquina. Con la automatización de los cálculos del ejercicio se obtienen los siguientes datos:

$$P = TE_{max} = 1244.96 \text{ N}$$

$$A = \pi * r^2 = 7.92 * 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\sigma_y = 236 \text{ MPa}$$

Teniendo en cuenta los datos anteriores se procede a realizar el cálculo de esfuerzos y a comparar si el esfuerzo al cual está sometida la barra en la maquina es menor al esfuerzo mínimo de fluencia dado por el fabricante:

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

$$\sigma = \frac{1244.96 \text{ N}}{7.92 * 10^{-4} \text{ m}^2}$$

$$\sigma = 1672454.39 \text{ Pa} = 1.67 \text{ MPa}$$

A partir de los resultados del esfuerzo axial al cual está sometida la barra, se determina su factor de seguridad:

$$FS = \frac{\sigma_y}{\sigma}$$

$$FS = \frac{236 \text{ Mpa}}{1.67 \text{ Mpa}} = 141.3$$

Este valor es adimensional, debe ser mayor de 1 para asegurar que el elemento no falla y el resultado es un amplio margen de seguridad para este elemento.

5.3.1.2 Piezas estandarizadas de ajuste

En la siguiente lista están segmentadas las piezas que solo sirven de ajuste, por lo tanto, no es necesario calcular las fuerzas que actúan sobre las mismas, debido a que dichas piezas no deben estar sometidas como tal a cargas constantes debido al funcionamiento de la máquina. Su función principal es garantizar el correcto posicionamiento de otros elementos, evitando que algunos componentes se desvíen o se salgan de su posición.

Las piezas son las siguientes:

- Anilla de retención externa ANSI B 27.7 M – 3AM1 tamaño No 21
- Anilla de retención externa ANSI B 27.7 M – 3AM1 tamaño No 25
- Anilla de retención externa ANSI B 27.7 M – 3AM1 tamaño No 30
- Esparrago Allen ISO 4029 M5 x 20
- Perno de brida hexagonal DIN 6921 M16 x 35
- Tornillo avellanado Allen ISO 10642 M8 x 20

Las anillas de retención son las encargadas de mantener ajustados los ejes de la máquina. Estas no están diseñadas para soportar cargas radiales, sino cargas axiales, por lo tanto, en este caso no están sometidas a cargas constantemente y en su funcionamiento ideal no están sometidas tampoco a cargas importantes.

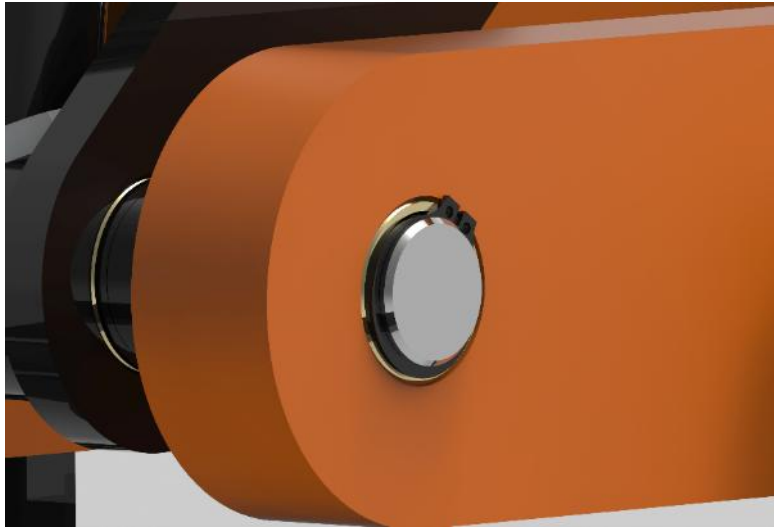


Ilustración 28 Anilla de retención de la máquina de extensión de rodilla

Fuente: Elaboración propia

Por otro lado, los pernos son solo elementos de sujeción, es decir que no están sometidos a cargas axiales o radiales. Su principal función es la de sostener la carga generada por la masa en el pivote y evitar el movimiento relativo de algunos componentes.

Cabe mencionar que, en el caso más extremo, la carga no supera los 9 Kg. Por lo tanto, no es necesario realizar un análisis detallado de resistencia para estos elementos, ya que su capacidad es suficiente para soportar las cargas presentes en el sistema. Según el distribuidor soportan cargas máximas de 10.9 Mpa [46], y la fuerza de la carga es menor a los 100 N, que se divide entre dos tornillos de sujeción, no es necesario realizar cálculos de esfuerzos para estas piezas, aunque estén sometidas a cargas cortantes amplias, al final la fuerza que se ejerce sobre los tornillos es menor de 50N.



Ilustración 29 Tornillo de sujeción

Fuente: *Elaboración propia*

Por otro lado, los espárragos son usados como guía durante la soldadura de algunas piezas, dichas piezas están ubicadas en los puntos (D-E-F). Por lo tanto, después de servir como guías de esta soldadura ya no estarán sometidas a ninguna carga axial ni radial, por ende, tampoco hace falta realizar cálculos de estas.

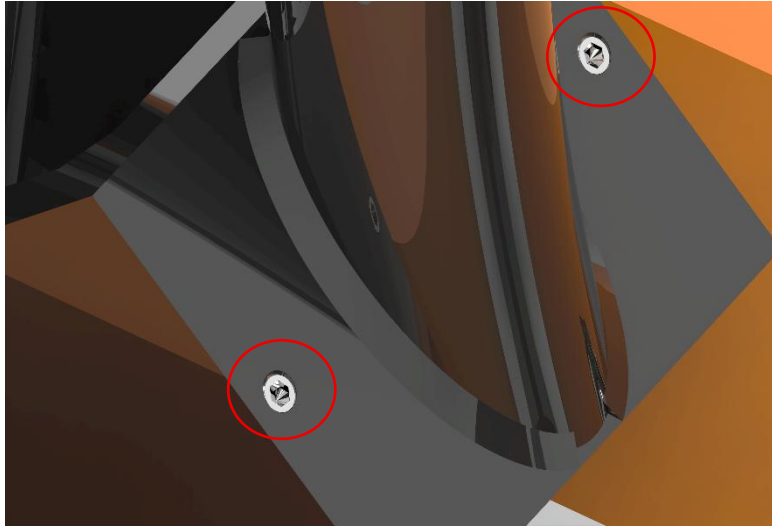


Ilustración 30 Espárragos de guía para la soldadura

Fuente: *Elaboración propia*

5.3.1.3 Piezas estandarizadas de soporte

Dentro de las piezas estandarizadas, hay cierto conjunto que no pertenecen a elementos de ajuste y son componentes que, por sus propiedades mecánicas, no requieren un análisis detallado de esfuerzos para corroborar que son aptas para las cargas del diseño. Esto se comprueba en el apartado anterior, en donde se evidencia que en general, los diferentes componentes están sometidos a cargas inferiores de acuerdo con las propiedades mecánicas de los materiales utilizados.

A continuación, la lista de las piezas con dichas características, de piezas que solo son de soporte para la maquina:

- Tubería diámetro 33 mm 1.5 mm de espesor
- Viga estructural de perfil rectangular 90x50 mm
- Viga estructural de perfil rectangular 60x40 mm

La tubería de 33 mm de diámetro y 1.5 mm de espesor es usada para las manijas de agarre del usuario, por lo tanto, no hace falta realizar ningún cálculo que evidencie que soporta las cargas, dado que las cargas a las que está sometida son mínimas y son solo las generadas para que el usuario tenga estabilidad durante el ejercicio.

Adicionalmente, según el fabricante, la resistencia a la fluencia mínima que maneja la tubería es de 370 MPa [37], valor considerablemente superior a las solicitaciones presentes en este componente. Eso demuestra que no hay necesidad de realizar un análisis adicional de resistencia.

En la siguiente lista se encuentran los perfiles estructurales estandarizados seleccionados:

- Tubería estructural de perfil rectangular 90x50 mm
- Viga estructural de perfil rectangular 60x40 mm

4

4.3 TUBERÍA DE ACERO ESTRUCTURAL RECTANGULAR.

REFERENCIA	REAL	ESPEJOR PARED	PESO TEÓRICO CALCULADO	ÁREA A	EJE X-X				EJE Y-Y				MÓDULO PLÁSTICO		MOMENTO DE INERCIA TORSIONAL	CONSTANTE DE CORTE TORSIONAL	UNIDAD DE MEDIDA
					I_x	S_x	r_x	I_y	S_y	r_y	Z_x	Z_y	J_x	J_y			
Tubería Rectangular	d [mm]	b [mm]	e [mm]	[kg / m]	[mm ⁴]	[mm ³]	[mm]	[mm ⁴]	[mm ³]	[mm]	[mm ³]	[mm ³]	[mm ⁴]	[mm ⁴]	J [mm ⁴]	C [mm ²]	
60 x 40	60	40	1.50	13.43	281.3	131434.7	4381.2	22.38	70855.6	3542.8	16.43	4070.2	5287.7	146909.4	6301.74		100
60 x 40	60	40	2.00	17.60	366.8	166953.4	5565.1	22.08	89797.1	4489.9	16.19	5166.4	6799.8	189984.6	8224.09		100
76 x 38	76	38	1.50	15.41	323.3	226016.4	5947.8	27.38	78036.5	4107.2	16.09	4577.7	7357.0	187101.4	7608.77		72
76 x 38	76	38	2.00	20.24	422.8	288708.9	7597.6	27.05	99256.1	5224.0	15.86	5903.3	9501.4	242174.1	9942.58		72
76 x 38	76	38	2.50	24.91	518.2	345270.3	9084.1	26.71	118216.0	6221.9	15.63	7130.9	11494.0	293766.6	12173.31		72
76 x 38	76	38	3.00	29.43	609.4	395817.1	10416.2	26.36	134999.3	7105.2	15.40	8261.7	13336.1	341977.6	14299.81		72
90 x 50	90	50	2.00	25.14	526.8	528631.3	11747.1	32.80	215021.2	8600.8	20.92	9657.7	14412.5	491438.4	15759.32		60
90 x 50	90	50	2.50	31.03	648.2	658217.6	14182.6	32.49	258896.4	10355.9	20.69	11753.4	17555.2	600243.7	19388.01		60
90 x 50	90	50	3.00	36.78	765.4	739087.5	16423.7	32.16	299026.7	11961.1	20.46	13724.0	20516.2	703673.0	22890.00		60
100 x 50	100	50	2.00	27.02	566.8	685336.8	13706.7	36.01	236584.3	9463.4	21.16	10553.1	16961.6	567626.0	17550.13		50
100 x 50	100	50	2.50	33.39	698.2	829276.3	16585.5	35.68	285339.9	11413.6	20.93	12861.8	20695.3	693723.1	21604.90		50
100 x 50	100	50	3.00	39.60	825.4	962560.7	19251.2	35.35	330154.4	13206.2	20.70	15041.2	24228.9	813760.8	25524.31		50
120 x 60	120	60	2.50	40.45	848.2	1472407.6	24540.1	43.15	508008.2	16933.6	25.35	18916.3	30409.1	1221492.5	31510.56		50
120 x 60	120	60	3.00	48.08	1005.4	1719587.3	28659.8	42.82	591680.8	19722.7	25.12	22225.2	35761.5	1438504.2	37333.27		50
150 x 100	150	100	4.00	89.24	1867.3	5424298.0	72324.0	55.81	2922825.2	58456.5	40.97	66517.1	87500.9	6084092.6	104584.90		12
150 x 100	150	100	6.00	130.15	2701.5	7519256.4	100256.8	54.58	4037361.7	80747.2	40.00	93986.2	123762.2	8688400.0	151508.15		12
200 x 70	200	70	4.00	96.78	2027.3	8815389.5	88153.9	68.29	1711431.2	46898.0	30.09	54394.0	113787.9	4795804.5	96591.37		6
200 x 70	200	70	6.00	141.46	2941.5	12236315.1	122363.2	66.74	2340879.0	66882.3	29.19	76613.8	161285.5	6763260.6	139102.69		6
200 x 100	200	100	4.00	108.08	2267.3	10965388.6	109653.9	72.03	3785349.1	75707.0	42.32	84425.2	135692.7	9082015.7	140401.06		6
200 x 100	200	100	6.00	158.41	3301.5	15400971.5	154009.7	70.69	5282471.0	105649.4	41.40	120329.3	193831.4	13020172.2	204194.51		6
250 x 100	250	100	5.00	157.11	3292.7	23271620.8	186173.0	87.06	5623177.3	112463.5	42.80	125063.3	236503.0	14939096.6	217176.95		6
250 x 150	250	150	5.00	180.66	3792.7	30270316.0	242162.5	92.54	13892040.5	185272.2	62.69	207628.7	293546.8	30272043.2	331264.70		6
300 x 100	300	100	5.00	180.66	3792.7	37112467.2	247416.4	102.46	6680916.3	133618.3	43.47	147232.2	319068.4	18877952.2	261514.70		4
300 x 100	300	100	7.00	248.59	5193.7	49360524.2	329070.2	100.93	8787786.2	175755.7	42.59	197602.1	430241.1	25330245.6	356181.97		4
300 x 100	300	100	9.00	314.03	6528.3	60166226.1	401108.2	99.34	10596296.9	211925.9	41.69	243224.5	532133.9	31189019.9	445062.16		4
300 x 150	300	150	8.00	319.30	6669.3	70865345.0	472435.6	106.72	24357558.3	324767.4	62.56	367269.1	591174.7	59486600.9	619014.59		2
300 x 150	300	150	10.00	392.93	8170.8	84691415.3	564609.4	105.35	28989513.0	386526.8	61.64	443417.7	714801.3	72129191.1	757660.62		2
300 x 150	300	150	12.00 *	464.08	9605.9	97019955.9	646799.7	103.95	33080247.2	441070.0	60.70	513462.3	828924.8	83930368.8	889719.75		2

Ilustración 31 Catalogo tubería de acero rectangular

Fuente: [37]

Cabe señalar que, para estas tuberías, también se tienen en cuenta varios factores por los cuales no es necesario realizar los cálculos de esfuerzos, además del de la carga a la que están sometidas, sino también es importante su ubicación y función dentro del sistema.

De esta manera, estas tuberías estructurales no están solo para transmitir la carga o realizar algún tipo de trabajo mecánico, sino que también están como soportes estructurales de la máquina. En su mayoría, componen la base de la misma y solo se encargan de garantizar la estabilidad de esta. La ubicación de dichas partes se puede observar con claridad en la siguiente ilustración:



Ilustración 32 Ubicación de las tuberías rectangulares en la maquina

Fuente: Elaboración propia

Se puede observar en la ilustración que las tuberías que están con flechas de color negro son las tuberías estructurales de perfil rectangular 90x50 mm y las flechas naranjas corresponden a las tuberías estructurales de perfil rectangular 60x40 mm. También cabe recalcar que según el fabricante las tuberías cumplen con la norma ASTM A500 Grado A. Que garantiza una resistencia a la fluencia mínima de 270 MPa [37].

Con respecto a las fuerzas a las cuales se encuentran sometidas estas piezas, se puede concluir que los tubos de perfil cuadrado están expuestos a diversas fuerzas axiales. En el caso de las tuberías estructurales de perfil cuadrado de 60x40mm están sometidas a fuerzas axiales de compresión, mientras que las tuberías de 90x50mm presentan en su mayoría, fuerzas de flexión.

No obstante, para estas últimas la tubería no tiene soportes convencionales sino soportes uniformemente distribuidos por toda su cara inferior, esto gracias al estar en contacto con el suelo. Sin embargo, al suceder esto ya deja claro que no van a hacer momentos flectores y por lo tanto como se había concluido con anterioridad no es necesario realizar cálculos de esfuerzos de cada una de las piezas. Para dar soporte y claridad del comportamiento de las tuberías cuadradas, se realiza el análisis de elementos finitos (FEA) de las tuberías que van desde el punto F hasta la base inferior de la maquina:

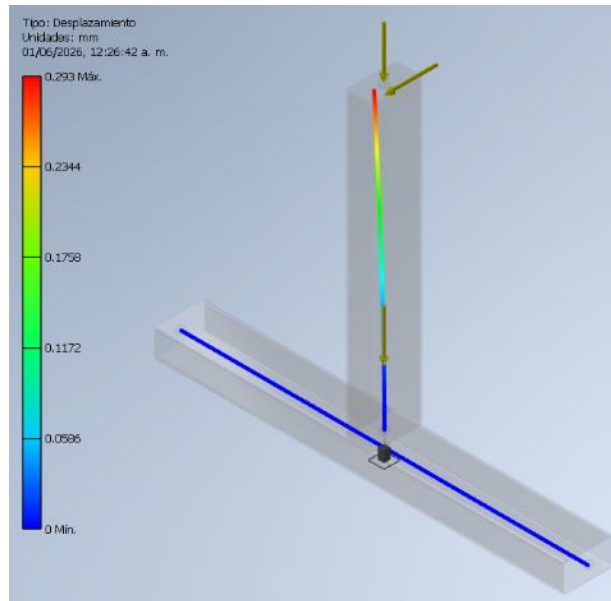


Ilustración 33 Análisis de elementos finitos de la estructura de la maquina

Fuente: *Elaboración propia*

Las fuerzas que actúan sobre la estructura son $F_x = 1249.69 \text{ N}$ y $F_y = 259.93 \text{ N}$. y la deformación que se aprecia en la imagen es de 0.293 mm en su punto crítico y con cargas máximas. El resultado de las tensiones normales máximas es: 32.4 Mpa , siendo más bajo que la resistencia a la fluencia mínima del material: 270 Mpa , dando también como resultado un factor de seguridad $F.S = 8.3$. Los resultados de la simulación permiten corroborar que las tuberías no presentar falla bajo estas condiciones.

5.4 DISEÑO DE EJES Y DE BUJES

Como prerrequisito antes de una fabricación, es necesario cumplir con la verificación de que estas piezas van a poder soportar las cargas para las cuales deben estar diseñadas. Por lo tanto, se necesita realizar un estudio de los esfuerzos a los cuales están sometidas dichas piezas. En este caso, para los cálculos se hace uso de un software (C.A.D), el cual permite optimizar el proceso de los cálculos para poder analizar si el diseño cumple con los requisitos de soportar los esfuerzos a los cuales deberá estar sometido.

El primer paso para el diseño de los bujes y de los ejes es necesario proceder con la selección de los materiales, ya que, desde el punto de vista de la ingeniería, es fundamental elegir materiales que cumplan con ciertas características.

5.4.1 Selección de materiales

En componentes sometidos a fricción, es necesario conocer la compatibilidad metalúrgica de los materiales, con el fin de evitar desgaste. La siguiente ilustración sirve como guía para este análisis:

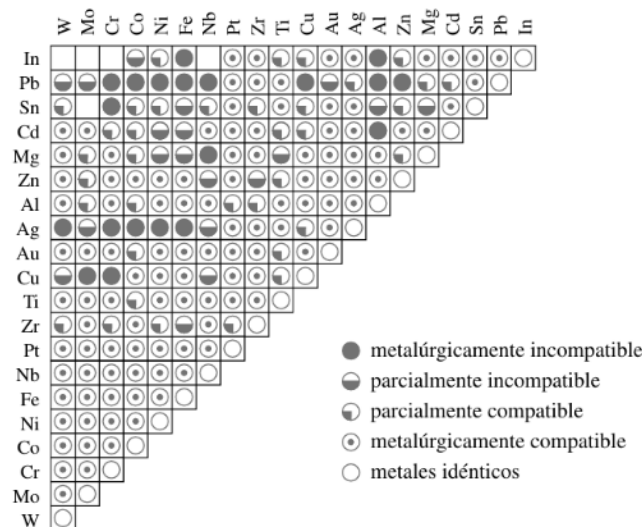


Ilustración 34 Gráfica de compatibilidad de pares de metales

Fuente: [47]

A partir del análisis de la ilustración, se puede llegar a concluir cuales son los metales que pueden estar en contacto y los que no deberían estar en contacto en el diseño. También, se observa que hay metales que, aunque pueden estar en contacto, requieren una adecuada lubricación para prevenir el desgaste, estos son los metales idénticos. Sin embargo, en el caso del diseño no se puede contar con un análisis de lubricación, ya que por la situación de en donde se va a encontrar la maquina en funcionamiento, la lubricación no se puede asegurar, así que solo se selecciona metales metalúrgicamente compatibles o lo más posible.

Adicionalmente, se parte del principio de que lo más probable es que los metales que se seleccionen sean aleaciones, ya que por sus propiedades mecánicas también son los que más se encuentran en el mercado y con los que es más común trabajar en el ámbito de la ingeniería.

Con base en lo anterior, se debe elegir en primer lugar el material de fabricación de los ejes, ya que estos son los elementos encargados de estar en movimiento durante la realización del ejercicio y sobre todo, son los encargados de transmitir la carga mediante toda la máquina. En este contexto, se considera el uso de aceros al carbono, debido a que son materiales ampliamente utilizados en este tipo de aplicaciones por sus adecuadas propiedades mecánicas y su disponibilidad en el mercado.

Para la selección del acero al carbono adecuado, es necesario tener en cuenta sus propiedades mecánicas particularmente la resistencia a la fluencia. Aunque la máquina está diseñada para transmitir cargas pesadas desde el punto de vista del usuario, estas no son lo suficientemente elevadas como para llegar a pensar en un fallo de los materiales. Teniendo esto en cuenta, se

procede a seleccionar un acero al carbono con una resistencia media baja, para no entrar en excesos innecesarios.

La siguiente ilustración presenta una tabla con los aceros típicos al carbono. Con esta información y teniendo en cuenta la resistencia de los materiales a la fluencia, se realiza la selección del acero más adecuado para los ejes:

Propiedades mecánicas

Aceros típicos al carbono

Tabla A.1: Propiedades mecánicas de aceros típicos al carbono

Acero	Condición	Resistencia a la fluencia		Resistencia a la fractura		Dureza Brinell
		Ksi	Kgf/mm ²	Ksi	Kgf/mm ²	
1006	Laminado en caliente	24	17	43	30	86
	Estrado en frío	41	29	48	34	95
1010	Laminado en caliente	26	18	47	33	95
	Estrado en frío	44	31	53	37.5	105
1015	Laminado en caliente	27.5	19	50	35	101
	Estrado en frío	47	33	56	39.5	111
1018	Laminado en caliente	32	22.5	58	41	116
	Estrado en frío y recocido	54	38	64	45	126
1020	Laminado en caliente	30	21	55	38.5	111
	Estrado en frío	51	36	61	43	121
1030	Laminado en caliente	37.5	26	68	48	137
	Estrado en frío	64	45	76	53.5	149
1035	Laminado en caliente	39.5	28	72	50.5	143
	Estrado en frío	67	47	80	56	163
1040	Laminado en caliente	42	29.5	76	53.5	149
	Estrado en frío	71	50	85	60	170
1045	Laminado en caliente	45	31.5	82	57.5	163
	Estrado en frío	77	54	91	64	179
	Estrado en frío y recocido	73	51	85	60	170

Ilustración 35 Tabla de propiedades mecánicas de aceros típicos al carbono

A partir de la ilustración, se observa que el acero seleccionado es el acero 1020 laminado en caliente. Este material es uno de los más comunes en el mercado para ejes, por ende, es muy confiable. Adicionalmente, se selecciona el laminado en caliente para no ser muy conservadores con la selección del material, debido a que este es más que apto para la aplicación y para soportar las cargas a las cuales va a estar sometido. Esta selección fue basada en los criterios vistos anteriormente, su esfuerzo de fluencia, como se está trabajando en el sistema internacional de unidades (S.I) mayormente se debe tener en cuenta que $S_y = 30 \text{ Ksi} = 206.8 \text{ MPa}$.

Una vez definido el material de los ejes, es posible seleccionar el material para fabricar los bujes. En la industria, es común el uso de bujes de bronce dado que este es una aleación compuesta principalmente de cobre (Cu) y estaño (Sn). En cambio, el acero al carbono 1020 está compuesto principalmente de hierro (Fe) y de carbono (C) en cantidades muy bajas, entre otros compuestos.

Sin embargo, al analizar la gráfica de compatibilidad se determina que el bronce por su composición de estaño tiene cierta incompatibilidad con el hierro del acero, aunque el estaño está en menores composiciones que el cobre. Por esto, se determina que es mejor seleccionar otro material ya que el diseño está pensado en funcionar sin lubricación y esto puede ser crítico en este caso.

En este contexto, se selecciona el latón como material para los bujes. El latón es una mezcla principalmente compuesta de cobre (Cu) y de Zinc (Zn), y presenta una mejor compatibilidad metalúrgica con el acero al carbono 1020, según la ilustración. Ambos materiales, son metales metalúrgicamente compatibles con el hierro y para la aplicación de la máquina que estará expuesta a condiciones sin lubricación correcta es la mejor elección.

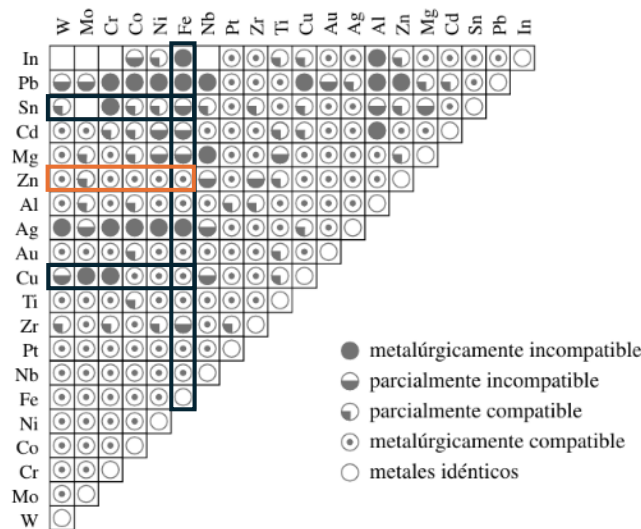


Ilustración 36 Selección de la mejor aleación compatible con el hierro

Fuente: Elaboración propia

5.4.2 Cálculo de bujes y de ejes

Después de haber seleccionado los materiales de los bujes y de los ejes, se procede a realizar el análisis de los esfuerzos que actúan sobre estas piezas, así mediante el uso del software C.A.D se obtienen fácilmente los gráficos de las fuerzas cortantes.

En primera instancia, se identifican los puntos de la maquina en los que las fuerzas tienen la mayor magnitud, esto con el fin de garantizar que se trabaje con la magnitud de fuerza más extrema a la que la maquina va a estar sometida. Estos datos se logran conseguir mediante el uso de los cálculos del D.C.L que ya han sido automatizados para la obtención de todos los datos de las fuerzas y con los que se han venido trabajando durante el proyecto.

De esta manera, los resultados de los valores de las magnitudes determinan que el punto de la maquina en el cual van a estar los valores más críticos están en el punto (C).

5.4.2.1 Cálculo del eje en el punto C

Este eje, se encuentra en medio del mecanismo de tres ejes y es el que es el encargado de conectar la máquina con la base que da estabilidad con el suelo. El valor de estas magnitudes extremas es de: $C_x = 1374.92 \text{ N}$ y $C_y = 252 \text{ N}$.

Estos valores son los más extremos en el cálculo de fuerzas. Por singularidades del diseño, los valores se dividen en dos, esta singularidad se observa más claramente con la siguiente ilustración.



Ilustración 37 Diseño del elemento de 3 ejes y posición del punto C

Fuente: Elaboración propia

En la ilustración se observa como la fuerza calculada se divide entre los dos puntos que conectan el mecanismo de transmisión con la base de la máquina, por esta razón es que las reacciones de C_x y C_y , se dividen a la mitad. Con el fin de cumplir con los requerimientos de diseño se determina en un inicio el diámetro de estos ejes, a partir de un $F.S \Rightarrow 2$.

Se analiza las fuerzas internas a las que está sometido el eje y se evidencia que está sometido a un esfuerzo cortante simple, de esta manera se procede a realizar los cálculos.

$$F.S = \frac{206.8 \text{ MPa}}{\sigma}$$

$$\sigma = 103.04 \text{ Mpa}$$

Ahora se logra determinar el área de sección transversal

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

$$A = \frac{P}{\sigma}$$

$$A = \frac{698.9 \text{ N}}{103.04 \text{ Mpa}} = 6.78 \text{ mm}^2$$

$$\varnothing = 4.15 \text{ mm}$$

Lo anterior indica que, para soportar dichas fuerzas de reacción, el eje debe contar con un diámetro mínimo de 4.15 mm; sin embargo, este valor no permite cumplir con otros requerimientos del proyecto, tales como la utilización de piezas comerciales, la factibilidad de fabricación y la robustez del equipo. Por esta razón, con el fin de satisfacer dichos requerimientos adicionales, se determinó que el eje debe contar con un diámetro mínimo de 25 mm, valor con el cual se da cumplimiento a la totalidad de los requerimientos establecidos.

5.4.2.2 Calculo del eje en el punto E

El eje E, al igual que en el caso anterior, corresponde a un eje que actúa como pasador en este punto y, por lo tanto, se encuentra sometido a esfuerzos cortantes. Sin embargo, debido a la disposición particular del diseño, dicho eje está sometido a esfuerzo cortante doble. La fuerza máxima a la que se encuentra sometido este eje corresponde a $TE = 1244,9 \text{ N}$. A partir de este valor, se procede a replicar el procedimiento empleado para el eje C, considerando en este caso la condición de cortante doble, tal como se observa en la siguiente ilustración.

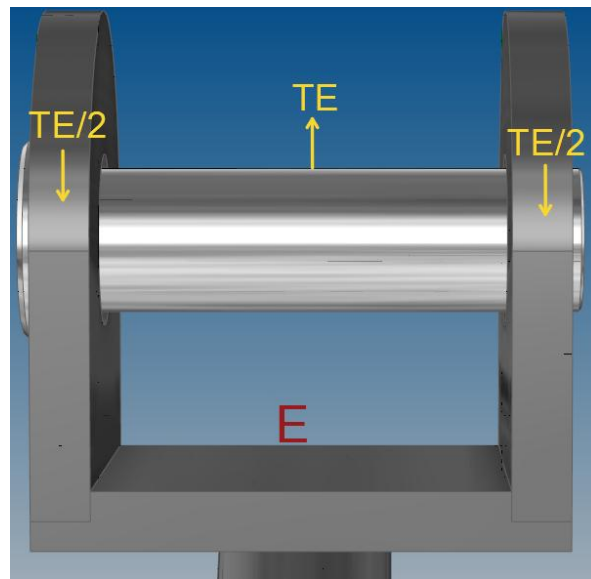


Ilustración 38 D.C.L punto E

Fuente: Elaboración propia

El material al igual que el factor de seguridad mínimo es son los mismos del punto C, partiendo de estos puntos se continua con el ejercicio:

$$\sigma = 103.04 \text{ Mpa}$$

Ahora se logra determinar el área de sección transversal

$$\sigma = \frac{P}{2A}$$

$$A = \frac{P}{2\sigma}$$

$$A = \frac{1244.9 \text{ N}}{2 * 103.04 \text{ Mpa}} = 6.04 \text{ mm}^2$$

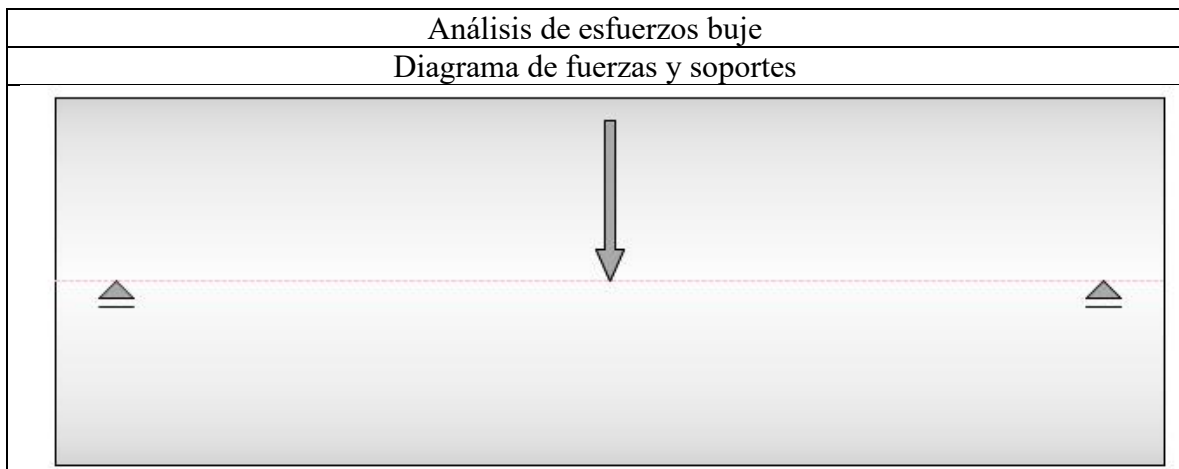
$$\varnothing = 3.92 \text{ mm}$$

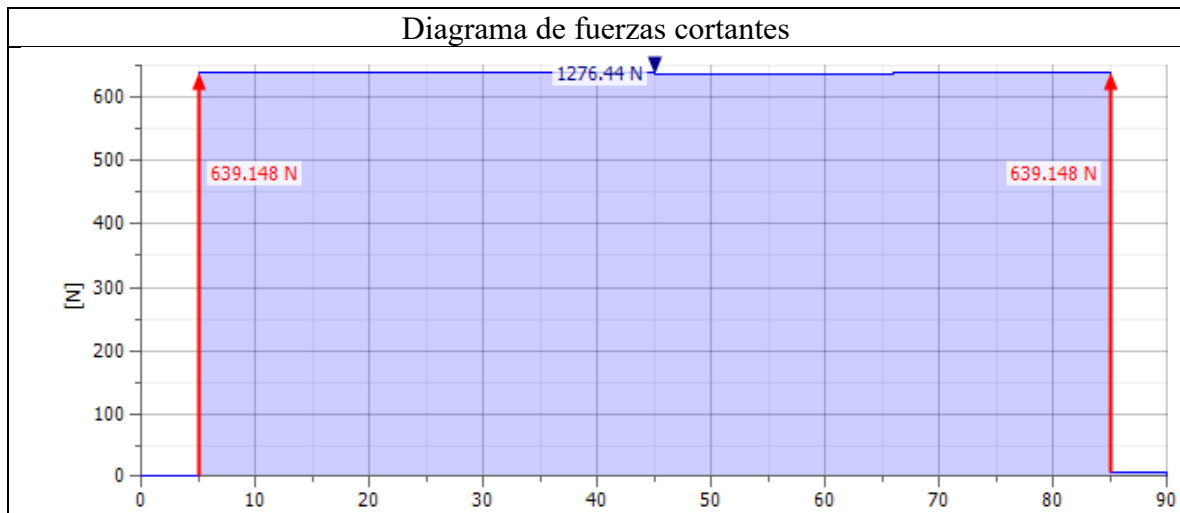
Al igual que en el caso del punto C, con el fin de que este eje cumpla también con los requerimientos del diseño, se decide normalizar los ejes con un diámetro mínimo de 25 mm. Lo anterior con el propósito de optimizar el diseño y, en conjunto, manejar la mayor cantidad posible de piezas estandarizadas.

5.4.2.3 Calculo del buje y eje en el punto F

Con este punto (F) se debe tener en cuenta que es el eje en el cual actúan las fuerzas de mayor magnitud de la maquina dichas fuerzas son de: $F_x = 1249.69 \text{ N}$ y $F_y = 259.93 \text{ N}$. A partir del análisis de como las fuerzas se transmiten, se puede concluir que la primera pieza que está en contacto con las fuerzas del pivote es el buje. Por lo tanto, se inicia el análisis con esta pieza, partiendo de que el buje se encuentra sometido a fuerzas cortantes dobles, y de que tiene apoyos cerca de ambos extremos, como la distancia entre los apoyos es poca, no se analizan los diagramas de momentos flectores en los bujes ni en los ejes.

Tabla 15 Análisis de esfuerzos buje





Fuente: *Elaboración propia*

Partiendo de los resultados del diagrama, se puede observar como son las fuerzas cortantes. En la siguiente ilustración también se muestran los resultados de los esfuerzos máximos dados por el software.

Longitud	L	90.000 mm
Masa	Masa	0.916 kg
Tensión de plegado máxima	σ_B	18.626 MPa
Tensión de corte máxima	τ_S	2.959 MPa
Tensión de torsión máxima	τ	0.000 MPa
Tensión máxima	σ_T	0.000 MPa
Tensión reducida máxima	σ_{red}	19.318 MPa
Flexión máxima	$f_{m\acute{a}x}$	10.422 μm
Ángulo de torsión	φ	0.00 gr

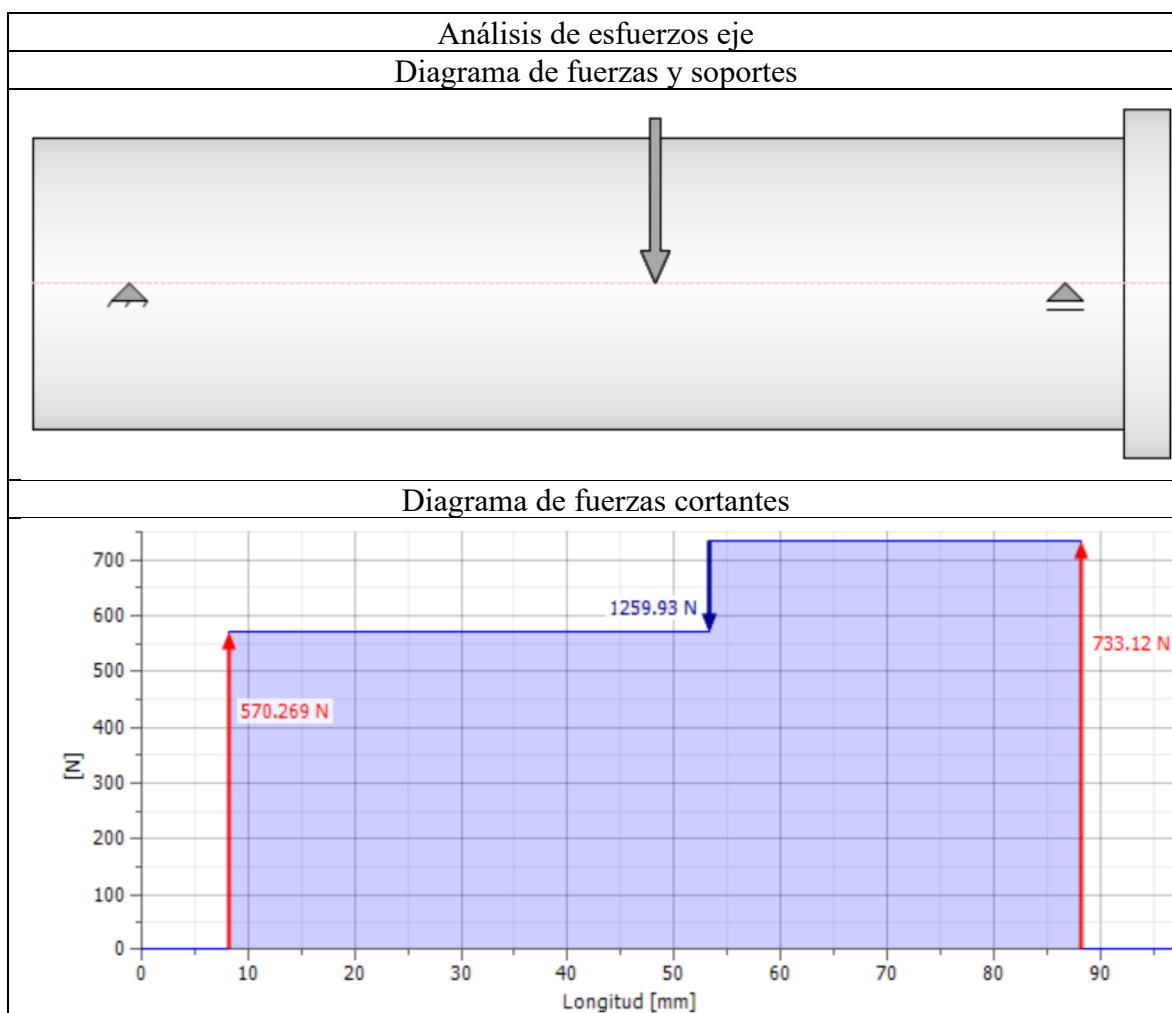
Ilustración 39 Resultados análisis de esfuerzos buje

Fuente: *Elaboración propia*

A partir de los resultados obtenidos, se evidencia que los esfuerzos ocasionados por las fuerzas en este punto crítico son grandes comparados con el ejercicio de la barra analizado con anterioridad, el diámetro de 30 mm del buje es más que suficiente y cumple con los requerimientos del proyecto. de igual manera se procede a analizar el siguiente elemento.

El siguiente elemento es un eje que actúa como pasador, al igual que el buje sobre este eje actúan fuerzas en el eje X y Y, por los soportes de esta pieza y también por las reacciones generadas por la masa del pivote en este punto. A continuación, se muestra como está diseñado este eje y el diagrama de fuerza cortante.

Tabla 16 Análisis de esfuerzos eje



Fuente: *Elaboración propia*

En la anterior tabla quedo evidenciado cómo se comportan las fuerzas cortantes sobre el eje. A continuación, se muestra una ilustración con los resultados de los esfuerzos máximos dados por el software.

Longitud	L	97.250 mm
Masa	Masa	0.384 kg
Tensión de plegado máxima	σ_B	16.722 MPa
Tensión de corte máxima	τ_S	1.493 MPa
Tensión de torsión máxima	τ	0.000 MPa
Tensión máxima	σ_T	0.000 MPa
Tensión reducida máxima	σ_{red}	16.920 MPa
Flexión máxima	$f_{m\acute{a}x}$	4.549 μm
Ángulo de torsión	φ	0.00 gr

Ilustración 40 Resultados análisis de esfuerzos eje

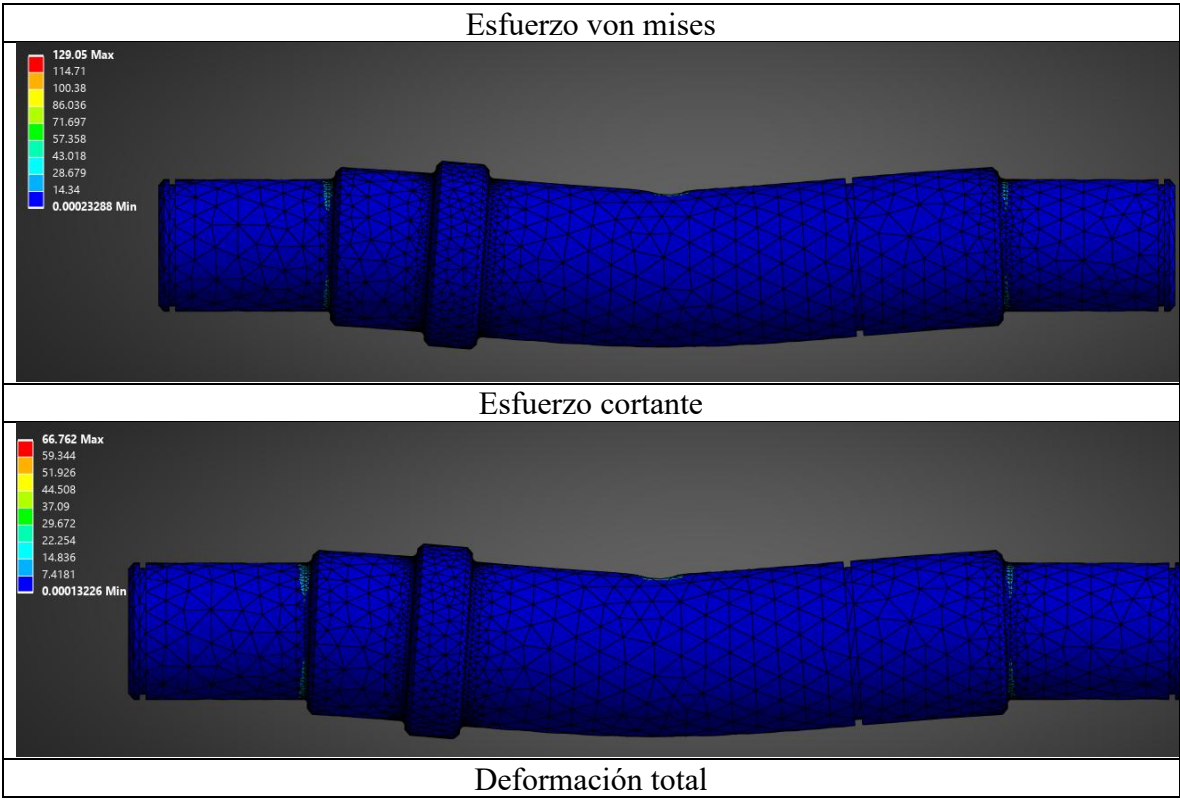
Fuente: *Elaboración propia*

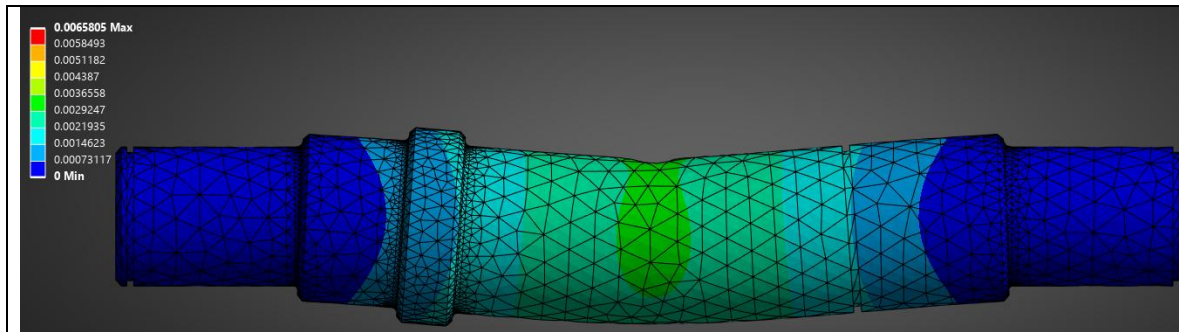
Con base en los resultados, se logra evidenciar que gracias a que el diseño del eje no es hueco y de que el material tiene mejores propiedades mecánicas, los esfuerzos máximos son más bajos que los esfuerzos máximos presentes y en este caso este eje tiene las mismas dimensiones que el eje presente en el punto E de 25mm analizado anteriormente.

5.4.2.4 Analisis de eje D

Al igual que en el caso del punto F, con el fin de determinar si los esfuerzos a los que está sometido el eje D resultan admisibles para el material seleccionado, se opta por emplear un software especializado que permite optimizar los cálculos, en este caso, ANSYS, mediante el cual se llevó a cabo un análisis de elementos finitos. Lo anterior se debe a que este eje presenta dimensiones considerablemente mayores que los analizados previamente y, dado que sus cargas no corresponden a las condiciones más críticas de la máquina, resulta más práctico y eficiente realizar los cálculos por este medio. Para ello, se seleccionó el material del eje y se ingresaron sus propiedades mecánicas en el software, procediendo posteriormente a generar el mallado correspondiente e ingresar los soportes y fuerzas que actúan sobre el eje. A continuación, se presenta la tabla con los resultados obtenidos para el eje B:

Tabla 17 Análisis de elementos finitos del eje D





Fuente: *Elaboración propia*

5.4.3 Análisis de elementos finitos del ensamble de la palanca pivote

Con el fin de analizar los puntos críticos de la máquina de extensión de rodilla, se implementa el análisis de elementos finitos en el punto crítico de la palanca de pivote. Este componente es el encargado de soportar la masa y de generar el momento mediante el cual se produce el trabajo del ejercicio. se considera un punto crítico de la maquina dado que sobre el actúa un momento generado por la distancia entre el punto de pivote y la masa, esta distancia es de 700 mm, siendo este punto donde se genera el momento de mayor magnitud en la máquina y resulta igualmente recomendable analizar el desplazamiento sobre los ejes de guía resulta igualmente recomendable analizar el desplazamiento sobre los ejes de guía. El ensamble descrito puede observarse en detalle en la siguiente ilustración.

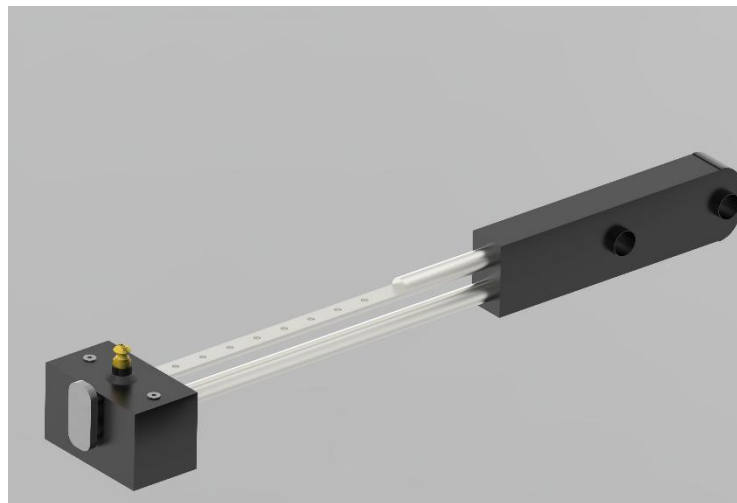


Ilustración 41 Ensamble palanca pivote

Fuente: *Elaboración propia*

El ensamble puede observarse en detalle en la ilustración, mientras que en el capítulo 5.1.4.4 se presenta la denominación de sus respectivos puntos, así como la distancia entre estos.

Antes de continuar con el análisis de elementos finitos, es necesario determinar los materiales de los que están fabricadas las piezas que componen el ensamble, con el fin de establecer sus

propiedades mecánicas. A continuación se presentan los materiales empleados en cada una de las piezas:

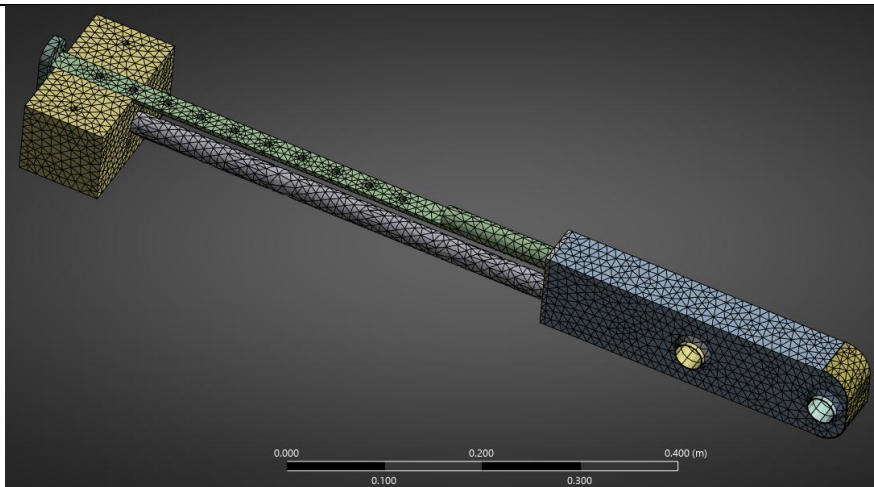
Tabla 18 Materiales del ensamble de la palanca de pivote

Nombre de la pieza	Material de la pieza
Viga de perfil rectangular 90 x 50	Acero ASTM A500 grado A
Tubería de 30 mm	Acero ASTM A500 grado A
Bloque de masa	Hierro de fundición gris
Pin de ajuste	Polímero PTFE
Ejes de guía y de soporte	Acero SAE 1020

Fuente: *Elaboración propia*

Una vez definidos los distintos materiales que componen las piezas del ensamble, se procede, como primer paso, a asignar el material de cada pieza en el software ANSYS. Posteriormente se genera una malla fina en la mayor medida posible, cuyas características se observan en la siguiente tabla.

Tabla 19 Proceso de enmallado del ensamble

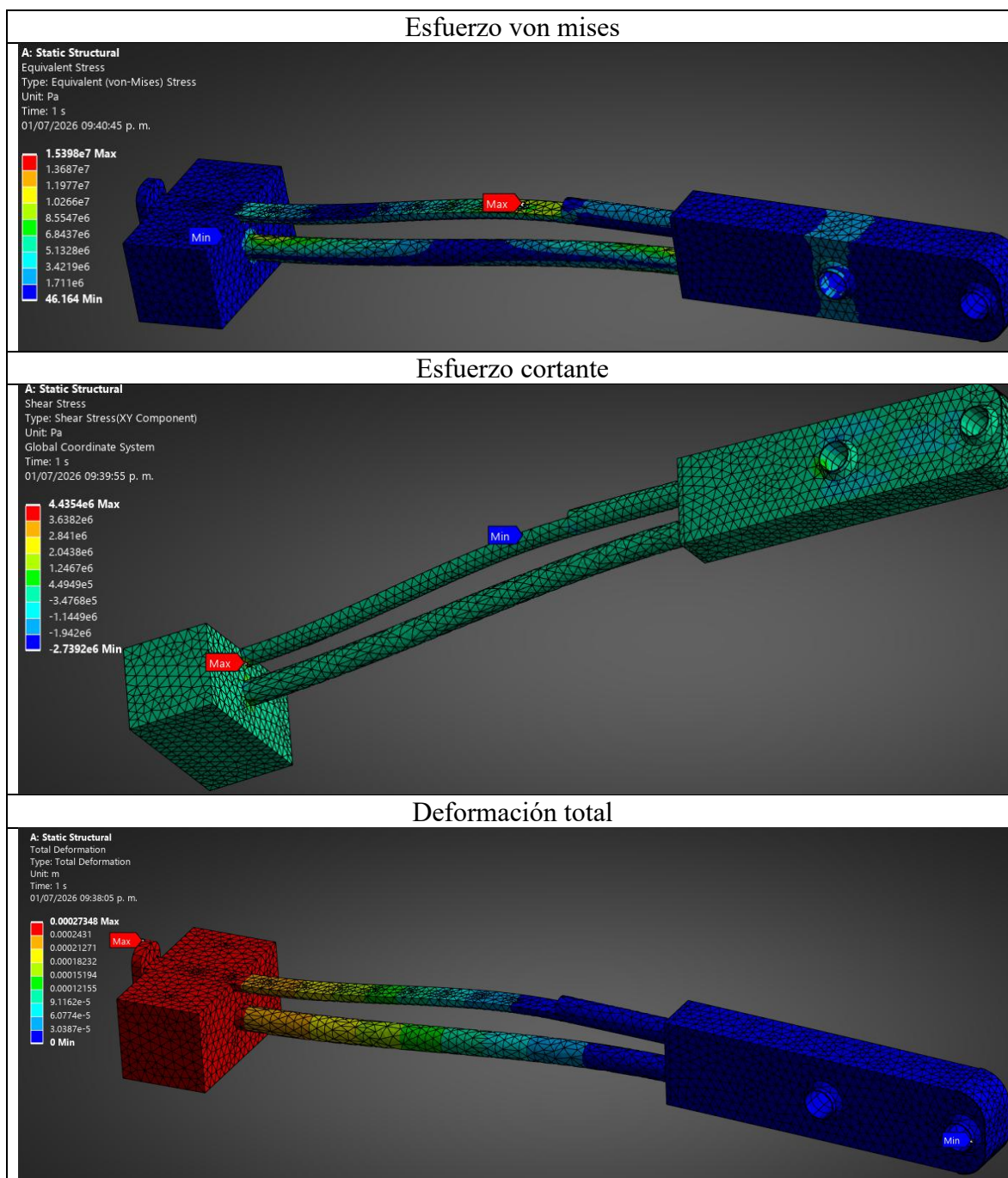
Ensamble	Nº de nodos	Nº de elementos
	51518	28821

Fuente: *Elaboración propia*

Como se observa en la tabla anterior, el ensamble cuenta con un mallado de tamaño de elemento de 1 cm. Si bien el programa puede realizar un mallado más fino, en la práctica se evidencia que dicho refinamiento no modifica los resultados de manera significativa.

Continuando con el análisis de elementos finitos del ensamble a continuación se presenta el análisis correspondiente del ensamble de la palanca de pivote. Dicho análisis debe realizarse en el instante en el cual la masa se encuentra más alejada del punto de pivote de la máquina, este es el momento crítico del ensamble de la palanca de pivote. La masa considerada es de 9 kg y la distancia es de 700 mm. Los resultados se evidencian en la siguiente tabla.

Tabla 20 Análisis de elementos finitos de la palanca de pivote



Fuente: *Elaboración propia*

5.4.4 Análisis de resultados

Teniendo los resultados del análisis de esfuerzo, es necesario dejar en claro varios puntos:

- **Resultados del análisis:** Se presentaron los resultados de los esfuerzos máximos que actúan sobre estos elementos que son considerados los más críticos por las magnitudes de las fuerzas externas, las cuales actúan sobre los mismos. Este análisis se realizó bajo un enfoque práctico y crítico, evaluando cada componente de manera independiente y sometiéndolo directamente a las condiciones de carga más críticas. No obstante, en condiciones reales ambos elementos están técnicamente unidos, y deberían analizarse en este caso como un solo elemento de dos materiales distintos, lo que implicaría una redistribución de esfuerzos, resultando en valores menores en cada componente. Sin embargo, para efectos del presente análisis, esta consideración no resulta conveniente, ya que se busca evaluar el comportamiento bajo condiciones críticas y conservadoras.
- **Análisis de ejes:** Se presentan los resultados del cálculo correspondiente a los ejes que cumplen la función de pasador, es decir, los ejes C, E y F. Dichos ejes presentan un sobredimensionamiento considerable, dado que, de acuerdo con los cálculos realizados, únicamente requieren un diámetro cercano a 4 mm para soportar las cargas correspondientes, mientras que los propuestos en el diseño de la máquina son de 25 mm, con el fin de dar cumplimiento a los demás requerimientos de diseño.
- **Análisis del buje:** Los resultados presentan que los esfuerzos a los que está sometido el buje son mucho menores a la resistencia a la fluencia del material ($S_y = 120 \text{ Mpa}$). De igual manera, en los resultados se da un criterio de falla de $S_{red} = 19.3 \text{ Mpa}$, el cual está muy lejano al valor de resistencia del material. Esto da a interpretar el nivel de sobredimensionamiento que hay en el diseño, garantizando que puede soportar las cargas a las que sea expuesto sin problema.
- **Análisis del eje:** A partir de los resultados, el eje al igual que el buje presenta esfuerzos muy por debajo de la resistencia a la fluencia del material seleccionado ($S_y = 206.8 \text{ Mpa}$). El criterio de falla obtenida da un resultado de $S_{red} = 16.92 \text{ Mpa}$, dando a entender que las cargas no son críticas para el material ni para el diseño del componente.
- **Criterios de falla para ejes con cargas combinadas:** El ejercicio fue realizado considerando un estado crítico, y demostró que los esfuerzos a los que son sometidos los elementos de la máquina no son altos comparados a los esfuerzos que pueden soportar. En los resultados de ambos análisis se encuentra la tensión reducida máxima que es un criterio de falla equivalente al de Von mises, por lo tanto, no es necesario realizar un análisis de criterios de falla más profundizado.
- **Análisis de elementos finitos del desplazamiento y del esfuerzo:** para los ejes B y D, el análisis de elementos finitos permitió determinar que estos resisten sin inconvenientes las cargas a las que serán sometidos, y que los desplazamientos

ocasionados por dichas cargas resultan despreciables, dado que en algunos casos corresponden a valores del orden de 10^{-4} mm, considerablemente bajos. Asimismo, los esfuerzos máximos se concentran en algunos puntos concentradores de esfuerzos; sin embargo, dichos valores no son lo suficientemente altos como para considerar que el material podría llegar a presentar fallas. Dado que, en condiciones de uso ideal, el ejercicio no implica velocidades elevadas ni un número considerable de ciclos de uso, no se contempla de manera directa ningún criterio de fatiga para estos elementos.

En conjunto, el análisis permite concluir que tanto la selección de material como el esfuerzo que puede soportar cada componente son aptos para la aplicación. El diseño se encuentra sobredimensionado, el cual para la aplicación del caso resulta deseable debido a las características del uso de la máquina, en donde la robustez de esta fue una característica buscada y esencial para el diseño.

5.5 SELECCIÓN DE RECUBRIMIENTOS

Dado que la máquina estará expuesta a ambientes hostiles, con el fin de evitar el desgaste abrasivo se consideraron recubrimientos que permitan disminuir este tipo de deterioro y prevenir la aparición de corrosión, proceso químico que consiste en la cesión de electrones desde un ánodo hacia un cátodo. Para determinar la selección adecuada del recubrimiento según las condiciones particulares del proyecto, se toma como referencia la norma ISO 12944, uno de los principales estándares internacionales para la protección del acero mediante recubrimientos.

En primer lugar, se determina la durabilidad del recubrimiento, seleccionándose, con criterio conservador, una durabilidad media, la cual, según la norma, corresponde a un rango de 7 a 15 años. Posteriormente, se clasificó el ambiente al cual estará expuesta la máquina, categorizándolo como C4 – Alta, dado que dicho ambiente presentará habitualmente una humedad absoluta elevada, aunque sin presencia de cloruros, razón por la cual no se consideró como ambiente alto o extremo.

Una vez definidas las características principales del recubrimiento, la norma permite determinar el espesor correspondiente, expresado en micrómetros, así como la cantidad mínima de capas requeridas.

Durabilidad		Baja (l)			Media (m)			Alta (h)			NUEVO Muy alta (vh)		
Tipo de imprimación		Zn (R)		Misc.	Zn (R)		Misc.	Zn (R)		Misc.	Zn (R)		Misc.
Ligante de base de la imprimación		ESI EP PUR	EP PUR ESI	AK AY	ESI EP PUR	EP PUR ESI	AK AY	ESI EP PUR	EP PUR ESI	AK AY	ESI EP PUR	EP PUR ESI	AK AY
Ligante de base de las capas posteriores		EP PUR AY	EP PUR AY	AK AY	EP PUR AY	EP PUR AY	AK AY	EP PUR AY	EP PUR AY	AK AY	EP PUR AY	EP PUR AY	AK AY
C2	Nº mín. capas	*			–	–	1	1	1	1	2	2	2
	EPS nominal				–	–	100	60	120	160	160	180	200
C3	Nº mín. capas	–	–	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
	EPS nominal	–	–	100	60	120	160	160	180	200	200	240	260
C4	Nº mín. capas	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3	2	–
	EPS nominal	60	120	160	160	180	200	200	240	260	260	300	–
C5	Nº mín. capas	2	2	–	2	2	–	3	2	–	3	3	–
	EPS nominal	160	180	–	200	240	–	260	300	–	320	360	–

Ilustración 42 Sistema de protección de pintura según categoría

Fuente: *Normal ISO 12944*

El recubrimiento seleccionado corresponde a un recubrimiento de impregnación de zinc, el cual debe aplicarse en dos capas sobre la totalidad de las piezas que lo requieran, cumpliendo con un espesor mínimo de 160 micrómetros por capa. Las piezas en movimiento, como los ejes, no deben recibir recubrimiento, dado que este no resiste adecuadamente las condiciones de movimiento. Por su parte, los bujes presentan una alta resistencia a la corrosión debido a su composición electrónica, por lo cual tampoco requieren de recubrimiento. Estas piezas móviles constituyen las únicas excepciones; el resto de los componentes de la máquina debe contar con el recubrimiento correspondiente.

6. EVOLUCIÓN DEL DISEÑO

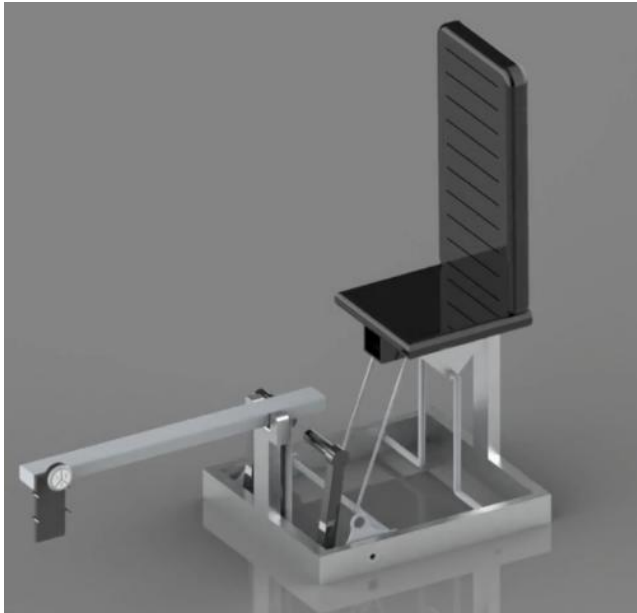
La versión presentada no constituye el único diseño desarrollado a lo largo del proyecto. El diseño final fue el resultado de un proceso iterativo continuo, en el cual se evaluaron sucesivas propuestas en busca de la alternativa más óptima, que diera cumplimiento con los requerimientos y evitando posibles errores que no permitieran el correcto funcionamiento de la máquina o la adecuada ejecución del ejercicio.

En este sentido, a continuación se procede a mostrar las distintas opciones consideradas en las etapas iniciales del proyecto, tanto para la variación de la carga mediante diferentes mecanismos, como para lograr de distintas maneras un cambio en la resistencia del ejercicio. Asimismo, se muestran las diferentes versiones del diseño final de la máquina, con el propósito de evidenciar la evolución del concepto inicial hasta alcanzar el diseño final.

6.1 EVOLUCIÓN DEL DISEÑO FINAL DE LA MÁQUINA DE EXTENSIÓN DE RODILLA

Como se ha mencionado, el diseño final de la máquina de extensión de rodilla es el resultado de un proceso iterativo de varias propuestas. A continuación, se presenta cada uno de los

diseños evaluados, acompañados de una descripción de su funcionamiento y su justificación correspondiente a su descarte o, en el caso del diseño seleccionado, a su elección como versión final.

Evolución del diseño de la máquina de extensión de rodilla		
No	Imagen	Descripción
1		En esta propuesta inicial se implementa una manera de generar resistencia para el ejercicio mediante una palanca. Las piezas están fijas a través del uso de chavetas, mientras que el asiento cambia de inclinación por un mecanismo implementado en la parte inferior con una lámina metálica. Este diseño es muy frágil, de dimensiones pequeñas y poco robusto. Así mismo, el implementar la palanca con una chaveta no es factible.
2		En esta versión se presenta un diseño de mayores dimensiones en comparación con la propuesta inicial. El método de transmisión es mediante una lámina metálica encargada de conectar los tres ejes de la transmisión de potencia de la máquina. Las piezas fijas lo están gracias al uso de chavetas, y el asiento cambia su inclinación. Sin embargo, este diseño es frágil en la transmisión de potencia y las chavetas no son una opción óptima para esta implementación.

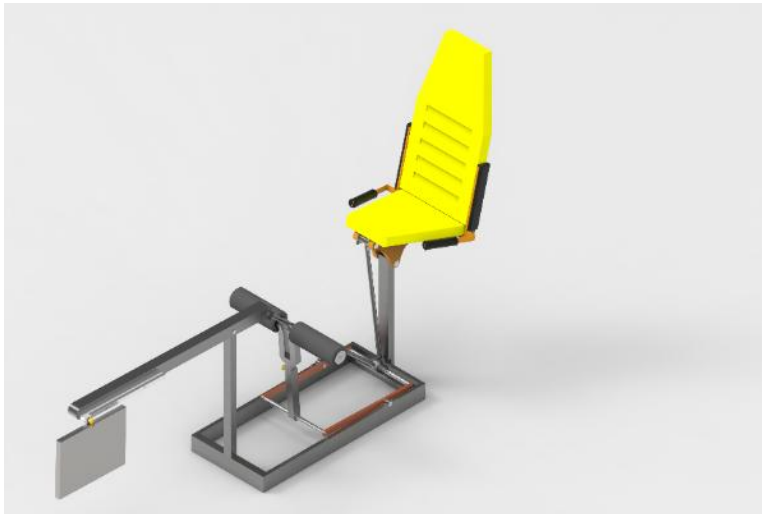
3



La tercera versión fue tenida en cuenta en etapas previas como la posible versión final, debido a que consta de una doble palanca de pivote, permitiendo un funcionamiento independiente para cada pierna. De igual manera, el asiento cambia su inclinación y las piezas se encuentran fijadas mediante el uso de chavetas.

No obstante, el diseño es frágil e inviable ya que para que cada pierna pueda mover el mecanismo independientemente se ha de contemplar un rediseño en todo el mecanismo de transmisión de potencia.

4



En esta versión se incorporan varios cambios con respecto a la versión anterior. El principal ajuste es un rediseño de la palanca de pivote, la cual ahora es solo una. También la transmisión de potencia de la palanca de pivote se realiza mediante barras de acero, y el orden de transmisión en la pieza de 3 ejes es diferente con respecto a la anterior versión.

Asimismo, la almohadilla en donde se apoyan los pies para hacer el ejercicio es rediseñada, el asiento cambia su grado de inclinación, se agregan agarres para el usuario y el asiento no es fijo, ahora es armable, el cual cuenta con una amplia cantidad de piezas y pernos para su instalación.

Sin embargo, el diseño presenta algunas limitaciones. El método de contrapeso es mediante una conexión lateral, el cual al no

		estar centrado puede generar reacciones en una dirección no deseada. Adicionalmente, el asiento tiene muchas piezas que se pueden salir y desajustar debido a la cantidad de elementos. Además, la almohadilla de los pies no tiene rango fijo, está libre.
5		En la quinta versión se realiza un rediseño por completo del asiento, las manijas y el sistema de transmisión de potencia. La máquina presenta una estructura más robusta, especialmente en la base y la transmisión. Además, el rango de movimiento se estableció y la palanca de pivote es más resistente y contempla tener centrada la masa. Aunque esta versión es extremadamente robusta, lo que lo hace poco viable desde el punto de vista práctico. La incorporación de componentes de gran tamaño, como chumaceras sobredimensionadas, incrementa la complejidad y el peso de la máquina.
6		En esta versión se rediseña completamente la base de la máquina, logrando una versión más refinada y cómoda. Aun contempla unos ejes robustos para la transmisión de potencia y se redefine completamente la palanca de pivote con el objetivo de que esta sea más cómoda. Adicionalmente, el asiento cambia de grado de inclinación y toda la transmisión de potencia

		se basa en el sistema de la pieza de 3 ejes. Los ejes tienen un redimensionamiento muy excesivo, al igual que las chumaceras usadas. Además, la palanca de pivote es inviable para fabricar o no es practica para fabricarla.
7		En la penúltima versión se propone un rediseño que contempla principalmente unos ejes menos sobredimensionados, los cuales son más proporcionales a la maquina al igual que las chumaceras. De igual manera, se mejora la palanca de apoyo de los pies y la fabricación de la palanca de pivote es contemplada. También, la distancia de la masa es determinada mediante un eje con distancia variable.
8		En esta versión final se implementa un rediseño de la palanca de pivote y del sistema de transmisión de potencia, el cual es óptimo. Como mejora principal, se elimina el uso de chumaceras, optando en su lugar por un sistema basado en bujes. Adicionalmente, la masa dispuesta en la palanca de pivote cambia de posición mediante el uso de dos ejes, uno para fijar la distancia y otro que sirve de soporte y de guía. Esta configuración permite un ajuste más controlado y estable, mejorando tanto la funcionalidad como la viabilidad de fabricación del sistema.

La siguiente ilustración permite visualizar la interacción de un usuario de 1.65 m de estatura y de contextura ancha con la versión final de la máquina:



Ilustración 43 Versión final de la máquina de extensión de rodilla con usuario

Fuente: Elaboración propia

7. RESULTADOS

7.1 Formas de lograr sobrecarga progresiva y elección del ejercicio

De acuerdo con los estudios más actuales sobre hipertrofia muscular, se determina que la manera más efectiva de lograr hipertrofia y sobrecarga progresiva consiste en someter el músculo a cargas elevadas, evitando la acumulación excesiva de fatiga.

El ejercicio seleccionado para el proyecto es la extensión de rodilla, dado que, según la bibliografía consultada, este ejercicio es uno de los más efectivos para la activación muscular del cuádriceps. Adicionalmente, se trata de un ejercicio de dificultad intermedia que, por su carácter mono articular, presenta un menor riesgo de lesión en comparación con ejercicios de mayor complejidad técnica.

7.2 Análisis del estado del arte

A partir del análisis del estado del arte, se identificaron diversos diseños particulares de máquinas para la realización de ejercicio físico, cada uno con características distintivas que fueron tomadas como referencia para el desarrollo del diseño de la máquina de extensión de rodilla. Asimismo, dicho análisis constituyó la base para llevar a cabo el análisis morfológico de los diferentes sistemas que componen una máquina de este tipo.

7.3 Alternativas de diseño

A partir del análisis del estado del arte, se plantearon tres alternativas de diseño para el proyecto, de las cuales fue seleccionada la alternativa N.º 3, por ser la que mejor cumple con los requerimientos establecidos. Dicha selección se llevó a cabo mediante la aplicación de la matriz de Pugh.

7.4 Propuestas para generar la resistencia del ejercicio

Se evaluaron diversas alternativas para incrementar la resistencia de la máquina, seleccionándose aquella que mejor satisface los criterios principales establecidos para el proyecto.

7.5 Componentes de la máquina de extensión de rodilla

Tomando como base los requerimientos de una máquina de este tipo, se desarrollaron las distintas piezas de los subconjuntos que la componen. Las dimensiones de dichas piezas son producto tanto de investigación propia como de fuentes citadas a lo largo del documento. Asimismo, se realizó un análisis estadístico para determinar la variación dimensional de algunas de las piezas. En los casos en los que no fue posible llevar a cabo un análisis más profundo, la limitación se debió a la falta de información disponible; no obstante, las dimensiones no explicitadas en el documento toman como referencia las máquinas presentes en el mercado y en los gimnasios comerciales.

7.6 Calculo de fuerzas

Los resultados del cálculo de fuerzas permiten observar el comportamiento de la carga a lo largo del sistema de transmisión, así como la magnitud de la fuerza ejercida por el usuario durante el desarrollo del ejercicio.

7.7 cálculos de piezas comerciales, diseño de ejes y bujes

Los resultados obtenidos a partir de los cálculos de esfuerzos permiten confirmar que la máquina de extensión de rodilla es apta para resistir las cargas a las que será sometida, garantizando su correcto funcionamiento. Asimismo, dichos resultados evidencian el amplio factor de seguridad manejado a lo largo del proyecto, con el fin de garantizar la robustez del equipo. Los bujes y ejes, al ser piezas que requieren fabricación, fueron sometidos a un análisis de fuerzas internas para verificar su capacidad de resistir las cargas a las que estarán expuestos. Finalmente, se analizó el factor de seguridad de la base de la máquina, componente que está sujeto a la condición de carga más crítica del sistema, obteniéndose igualmente un factor de seguridad elevado.

La mayoría de los ejes son capaces de resistir la carga con un diámetro de 5 mm; sin embargo, con el fin de dotar a la máquina de mayor robustez y dar cumplimiento a los requerimientos del proyecto, se optó por un diámetro mínimo de 25 mm. Asimismo, se determinó que los desplazamientos de algunos elementos de la máquina son mínimos, como en el caso del eje D, cuyo desplazamiento corresponde a 0.00064 mm.

7.8 Evolución del diseño

Se presenta la evolución del diseño de la máquina a lo largo del proyecto, desde su concepción inicial hasta la versión final depurada, esta versión y sus medidas se presentan a continuación.

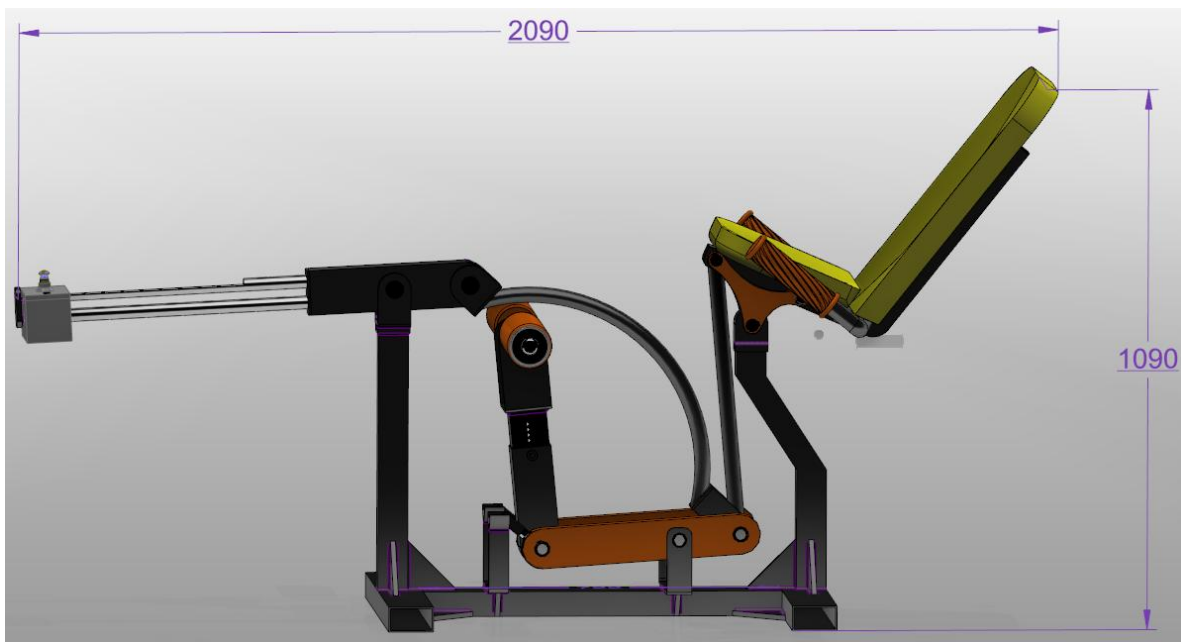


Ilustración 44 Ancho y alto de la máquina de extensión de rodilla

Fuente: *Elaboración propia*

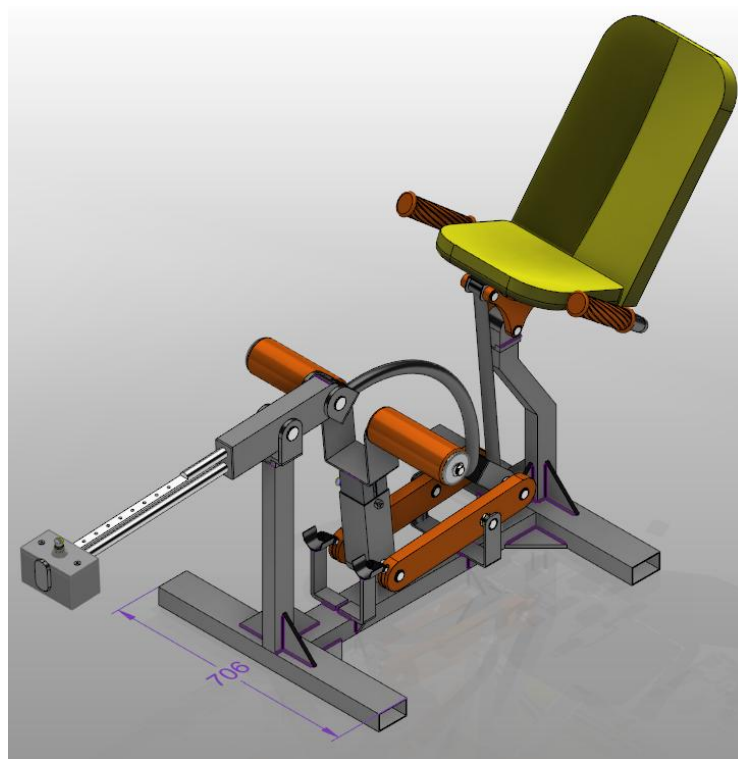


Ilustración 45 Profundidad de la máquina de extensión de rodilla

Fuente: *Elaboración propia*

7.9 Requerimientos iniciales del diseño

Si bien el proyecto no cuenta con un usuario o cliente específico, se establecieron requerimientos de diseño que definen los parámetros a cumplir. A continuación, se presenta la tabla en la que se relacionan dichos requerimientos generales y se indica la sección del documento en la que fue verificado el cumplimiento de cada uno:

Requerimientos de la maquina	Ubicación del resultado
Materiales resistentes a ambientes hostiles	Cap 5.4
Componentes estandarizados	Cap 5.3.1
Componentes con alta resistencia	Cap 5.3 – 5.4
Optimización del espacio	Cap 7
Optimización de la carga	Cap 5.2
Estándar de seguridad	Planos
Diseño ergonómico	Cap 5
Factibilidad de fabricación	Planos

7.10 Materiales generales

Los principales materiales de fabricación de la maquina son los siguientes:

- Acero SAE 1020
- Polímero PTFE
- Hierro de fundición gris
- Acero ASTM A500 grado A
- Latón C27200

7.11 Recubrimiento

En cumplimiento de la norma ISO 12944 se determina que se debe usar un recubrimiento de impregnación de zinc, en dos capas y de un espesor de 160 micrómetros como mínimo.

8. CONCLUSIONES

Con los resultados obtenidos a lo largo del proyecto se concluye lo siguiente:

Se identifica cuales son los parámetros fundamentales para el funcionamiento de las máquinas de extensión de rodilla, mediante el análisis del movimiento propio del ejercicio y de los requerimientos para que un equipo de este tipo opere de manera adecuada.

Con el fin de determinar el impacto del diseño sobre la población objetivo, se realiza el análisis de varios estudios ergonómicos referentes a varias partes del cuerpo relevantes, como la tibia. Dichos estudios, respaldados por muestras amplias, esto permite caracterizar las dimensiones de una gran proporción de la población y, gracias a estos estudios se puede hablar de un amplio intervalo de confianza, garantizando que las dimensiones de la máquina se ajusten a la mayoría de los usuarios. El peso también es un requerimiento de diseño de la máquina relevante, estableciendo un rango de peso del ejercicio que no sea muy grande ni muy pequeño por lo tanto se da un rango de cumplimiento entre 35 kg y 70 kg.

El uso eficiente de los recursos, entendido como minimizar la cantidad de recursos que la máquina necesita para generar el esfuerzo del ejercicio, constituye uno de los requerimientos primordiales y es posible mediante el uso del mecanismo de la palanca pivote la cual ofrece el desarrollo del ejercicio con una carga de 9 kg. Adicionalmente entre otros requerimientos del diseño, se cumple con la selección de materiales, de componentes y la seguridad del uso de la máquina. La totalidad de estos requerimientos son clave a la hora de elegir la mejor alternativa, el proceso de selección de la alternativa más favorable es llevado a cabo mediante la implementación de la matriz de PUGH.

El modelo CAD de la máquina permite corroborar el cumplimiento de la totalidad de los requerimientos de diseño establecidos en el proyecto. Este modelo permite visualizar el movimiento de la máquina, la verificación del cumplimiento de los criterios establecidos y la representación del usuario durante la ejecución del ejercicio. Con el modelo desarrollado, es posible realizar simulaciones de esfuerzos totales, de esfuerzos cortantes, de desplazamientos y generar los planos de fabricación.

9. RECOMENDACIONES

A lo largo del proyecto se refinó la versión final de la máquina en la mayor medida posible; no obstante, el equipo aún presenta diversos aspectos susceptibles de mejora. Entre ellos se destaca el sistema de seguridad que, si bien fue abordado en el documento, requiere un desarrollo más profundo con el fin de garantizar que la máquina no represente un riesgo para los usuarios ni para las personas que se encuentren en sus proximidades.

9. BIBLIOGRAFÍA

- [1] P. S. Peiró, J. J. Gálvez Galve, M. Ortiz Lucas y S. Saz Tejero, «Ejercicio físico,» *Medicina Naturista*, vol. 5, nº 1, pp. 18 - 23, 2011.
- [2] O. Cintra Cala y Y. Balboa Navarro, «La actividad física: un aporte para la salud,» *EFDeportes*, vol. 16, nº 159, pp. 3 - 11, 2011.
- [3] A. Jiménez Gutierrez, J. A. De Paz Fernández y S. Aznar Laín, «Aspectos metodológicos del entrenamiento de la fuerza en el campo de la salud,» *EFDeportes*, vol. 9, nº 61, 2003.
- [4] M. C. Panesso, M. C. Trillos y I. T. Guzmán, «Biomecánica clínica de la rodilla,» *Universidad del Rosario*, nº 39, pp. 2 - 41, 2008.
- [5] D. Alcaldía Mayor de Bogotá, «Decreto 308 de 2006,» 18 08 2006. [En línea]. Available: <https://www.alcaldiabogota.gov.co/sisjur/normas/Normal1.jsp?i=21055>. [Último acceso: 13 08 2025].
- [6] I. D. d. R. y. Deporte, «Gimnasios al aire libre en Bogotá,» [En línea]. Available: <https://www.idrd.gov.co/parques/escenarios-idrd/gimnasios-al-aire-libre-en-bogota>. [Último acceso: 12 08 2025].
- [7] P. Tipler y G. Mosca, Física para la ciencia y la tecnología, Barcelona: Reverté, 2010.
- [8] A. Pytel y J. Kiusalaas, Ingeniería Mecánica Estática, México D.F.: CENCAGE Learning, 2012.
- [9] R. Drake, W. Vogl y A. Mitchell, Anatomía para estudiantes, Cuarta edición, España: Elsevier, 2020.
- [10] R. Sanjuan Cerveró, P. Jiménez Honrado, E. Gil Monzó, R. Sánchez Rodríguez y J. Fenollosa Gómez, «Patología del Aparato Locomotor,» de *Biomecánica de la rodilla*, Valencia, 2005, pp. 189 - 200.
- [11] A. D. Faigenbaum, W. J. Kraemer, C. J. Blimkie, I. Jeffreys, L. Micheli y T. W. Rowland, «Youth resistance training: updated position statement paper from the national strength and conditioning association,» *Journal of strength and conditioning research*, vol. 23, nº 5, pp. 60-79, 2009.
- [12] M. C. Refalo, E. R. Helms, E. T. Trexler, L. Hamilton y J. J. Fyfe, «Influence of Resistance Training Proximity-to-Failure on Skeletal Muscle Hypertrophy,» *Sports Medicine*, vol. 53, nº 3, pp. 649-665, 2023.
- [13] J. Grgic, B. J. S. b, J. Orazem y F. Sabol., «Effects of resistance training performed to repetition failure or non-failure on muscular strength and hypertrophy: A systematic review and meta-analysis,» *Journal of Sport and Health Science*, vol. 11, nº 2, pp. 202-211, 2022.
- [14] W. J. Kraemer, Optimizing strength training : designing nonlinear periodization workouts, Human kinetics, 2007.
- [15] S. A. Verbrugge, S. Gehlert, D. Jacko, T. Aussieker y G. M. d. wit, «PKM2 Determines Myofiber Hypertrophy In Vitro and Increases in Response to Resistance Exercise in Human Skeletal Muscle,» *International Journal of Molecular Sciences*, nº 21, p. 19, 2020.
- [16] L. M. Cano, «Construcción de un dinamómetro fijo para el torque máximo isométrico del cuádriceps femoral y estudio transversal de la fuerza muscular en una población joven. Tesis,» Universidad de Caldas , manizales, 2023.

- [17] C. Luarte Rocha, A. Garrido Méndez, J. Pacheco Carrillo y J. Daolio, «Antecedentes históricos de la actividad física para la salud,» *Ciencias de la actividad física*, vol. 17, nº 1, pp. 67-76, 2016.
- [18] S. M. C. ., T. B. ., P. D. C. Shane R Schwanbeck, «Effects of Training With Free Weights Versus Machines on Muscle Mass, Strength, Free Testosterone, and Free Cortisol Levels,» *Journal of strength and conditioning research*, vol. 7, nº 34, pp. 1851-1859, 2020.
- [19] National Strength and Conditioning Association, Principios Del Entrenamiento de La Fuerza y Acondicionamiento Físico, Médica Panamericana, 2007.
- [20] C. R. L. F., «LA SENTADILLA: UN EJERCICIO FUNDAMENTAL EN LA ACTIVIDAD FÍSICA Y EL DEPORTE,» *Actividad Física y Deporte.*, vol. 1, nº 1, pp. 95-106, 2015.
- [21] R. M., Starting Strenght., Wichita Fa ls: The Aasgaard Company, 2011.
- [22] A. Gonzaga, «Metodología de enseñanza de ejercicios de musculación en los gimnasios de Loja,» *Dominio de las ciencias*, vol. 8, nº 3, pp. 1975-1993, 2022.
- [23] V. Mark, «Extension de piernas sentado,» de *Anatomía y musculación para el entrenamiento de la fuerza y la condición física* , Badalona, Paidotribo, 2006, p. 56.
- [24] G. Gottau, «Guía para principiantes (XXV): prensa de piernas inclinada,» 29 06 2011. [En línea]. Available: <https://www.vitonica.com/musculacion/guia-para-principiantes-xxv-prensa-de-piernas-inclinada>. [Último acceso: 12 04 2026].
- [25] D. M. M. M. H. J. K. K. Steinkamp LA, «Biomechanical considerations in patellofemoral joint rehabilitation.,» *Am J Sports Med.*, vol. 21, nº 3, p. 438, 1993 May-Jun.
- [26] SportFitness, «SportFitness,» SportFitness, [En línea]. Available: <https://sportfitness.co/products/maquina-flexo-extension-de-pierna-dual>. [Último acceso: 8 03 2026].
- [27] B. J. Schoenfeld y R. L. Snarr, Manual NSCA fundamentos del entrenamiento personal, Madrid: Tutor S.A., 2017.
- [28] V. e. S.A.S., «Máquina de musculación extensión de piernas,» Medical expo, 22 04 2026. [En línea]. Available: <https://www.medicalexpo.es/prod/life-fitness/product-113129-755846.html>. [Último acceso: 22 04 2026].
- [29] A. Sport.com, «Leg extension para cuádriceps,» Arsen Sport.com, 05 05 2026. [En línea]. Available: <https://arsensport.com/producto/leg-extension-para-cuadriceps/>. [Último acceso: 05 05 2026].
- [30] Huadong Entertainment Equipment Co. Ltd., «Made in china,» Huadong Entertainment Equipment Co. Ltd., [En línea]. Available: https://es.made-in-china.com/co_zhejianghuadong/product_New-Customized-Outdoor-Fitness-Equipment-Exercise-Machine-Combination-Fitness-Equipment_erunihngg.html. [Último acceso: 8 3 2026].
- [31] Mejor cada día, «Mejorcadadiamx,» 6 9 2024. [En línea]. Available: <https://mejorcadadia.mx/blog/maquinas-para-piernas/>. [Último acceso: 9 3 2026].
- [32] T. W. Randall, B. Hockridge y O. J. Meredith, «Exercise machine with multi-function user engagement device». US Patente US8162807B1, 24 04 2012.
- [33] SportFitness, «Máquina Pantorrilla Sentado,» 18 03 2026. [En línea]. Available: <https://sportfitness.co/products/maquina-pantorrilla->

sentado?srsId=AfmBOormWwlcRhQ8zEpHDg8KSk2Ow9vVXhHQ_A9MmXiRvF9ij2-nk. [Último acceso: 18 03 2026].

- [34] Active life peru, «Active Life leg extension,» 10 03 2026. [En línea]. Available: <https://activelifeperu.com/prod-leg-extension-3>. [Último acceso: 10 03 2026].
- [35] OMNIGYM, «Leg Press for Outdoor Gym,» 2025. [En línea]. Available: <https://omnigym.com/en/outdoor-gym-equipment/leg-press>. [Último acceso: 11 03 2026].
- [36] Deportes Urbanos, «Máquina jalón al pecho para gimnasio exterior,» 2026. [En línea]. Available: <https://deportesurbanos.com/producto/maquina-jalon-al-pecho-para-gimnasio-exterior-lat-pull-down/>. [Último acceso: 03 05 2026].
- [37] Steckerl Aceros S A S, «Catalogo productos,» Steckerl Aceros S A S, 2015. [En línea]. Available: <https://steckerlacieros.com/>. [Último acceso: 20 04 2026].
- [38] J. C. M. Hernández, N. C. Durán y J. M. J. Bohórquez, «Estimación de la Talla a Partir de la Medida de la Tibia en Población Colombiana,» *Scielo*, Vols. %1 de %2305-309, n° 2, p. 6, 2009.
- [39] S. A. Aitken, «Normative Values for Femoral Length, Tibial Length, and the Femorotibial Ratio in Adults Using Standing Full-Length Radiography,» *MDPI*, vol. 1, n° 1, p. 1, 2021.
- [40] D. C. Montgomery y G. C. Runger, Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería, Estados Unidos: Limusa WWiley, 2002.
- [41] Megafoxfit, «BANCA LIBRE BF-1201,» Megafoxfit, [En línea]. Available: <https://megafoxfit.com/producto/banca-libre-bf-1201/>. [Último acceso: 15 03 2026].
- [42] V. M.-L. R. V.-R. S. G. C.-B. Cervantes-Hernández, « Superficie ergonómica de trabajo,» *Revista Portal* , vol. 7, n° 2, p. 240, 2026.
- [43] B. B. B. S. H. C. A. J. E. S. R. M. J. M. Wiggermann N, «Anthropometric Dimensions of Individuals With High Body Mass Index.,» *Hum Factors*, vol. 61, n° 8, pp. 1277-1296, 2019.
- [44] SportFitness, «Máquina Flexo-Extensión de Pierna Dual,» SportFitness, [En línea]. Available: <https://sportfitness.co/products/maquina-flexo-extension-de-pierna-dual>. [Último acceso: 8 03 2026].
- [45] R. Hibbeler, Estatica, Naucalpan de Juarez: Prentice hall INC, 2010.
- [46] Industrias Ugatu S.I, «FICHA TÉCNICA TORNILLO ISO 10642,» Bergara , 2026.
- [47] R. L. Norton, «Gráfica de compatibilidad de pares de metales con base en diagramas de fase binarios,» de *DISEÑO DE MAQUINAS Un enfoque integrado*, Naucalpan de Juárez, Pearson Educación, 2011, p. 358.
- [48] StreetBarbell Group, «SB light line: gimnasio para entrenamientos,» 2026. [En línea]. Available: <https://streetbarbell.com/es/category/productos/sb-light-line-es/>. [Último acceso: 03 05 2026].