

ARTICULO

COMPARACIÓN DE MODELOS CLÁSICOS EN SERIES DE TIEMPO Y MODELOS BAYESIANOS PARA PRONÓSTICAR TRES ACCIONES COLOMBIANAS EN EL ÚLTIMO AÑO

Realizado por : Paula Andrea Mora Adán
Dirigido por: Heivar Yesid Rodriguez tutor
Dagoberto Bermudez tutor¹

¹Universidad Santo Tomás

*paulamora@usantotomas.edu.co

Resumen

En el presente trabajo, se determina que modelo estadístico es mejor para el pronóstico de los rendimientos de las acciones financieras Colombianas (Ecopetrol S.A (ECO), Grupo Nutresa S.A (NCH) y Banco Davivienda Pf (DVI_p)), comprendido en un periodo entre el 02 de agosto de 2019 y el 31 de julio de 2020. Se comparan modelos aplicados a series con un modelo Autor-regresivo Integrado de Media Móvil (ARIMA), unido de un modelo de Autocorrelación Condicional Heterocedástica (ARCH), un modelo Autorregresivo Generalizado Condicional Heterocedastico (GARCH), y un modelo Exponencial Generalizado Autoregresivo Condicionalmente Heterocedastico (EGARCH), frente a un modelo dinámico polinomial de primer orden. Los datos se obtuvieron del portal financiero Grupo Aval, trabajando con 242 datos. Como resultado se obtuvo que los modelos clásicos (GARH, EGARCH) pronosticaron mejor que el modelo polinomial de primer orden, para las tres acciones mencionadas en el periodo de tiempo establecido.

Palabras Clave: Modelos de series de tiempo clásicos (Arima-Arch, Arima-Garch, Arima-Egarch), modelo de series de tiempo Bayesiano (Modelo polinomial de primer orden), pronóstico, acciones, rendimientos.

Abstract

In this work, it is determined that statistical model is best for forecasting the yields of Colombian financial shares (Ecopetrol S.A (ECO), Grupo Nutresa S.A (NCH) and Banco Davivienda Pf (DVI_p)), Models applied to series are compared with an Integrated Self-Regresive Moving Average model (ARIMA), joined from a model of (ARCH), a Heterocedastic Conditional Generalized Self-Regresive Model (GARCH), and a Conditionally Heterocedastic Self-Regulating Generalized Exponential Model (EGARCH), versus a first-order polynomial dynamic model. The data was obtained from the financial portal Grupo Aval, working with 242 data. As a result it was obtained that the classic models (GARH, EGARCH) predicted better than the first-order polynomial model, for the three shares mentioned in the set time period.

Keywords: Classic time series models (Arima-Arch, Arima-Garch, Arima-Egarch), Bayesian time series model (First Order Polynomial Model), forecast, stocks, yields.

Introducción

Muchos tipos de instituciones financieras escogen invertir en bonos y acciones como métodos de hacer crecer el dinero (Cárdenas, 2018). El mercado de las acciones es de gran importancia a nivel nacional debido a que permiten financiar tanto a las empresas como a los gobiernos, proyectos productivos y de desarrollo.

Las acciones son negociadas en la bolsa de valores, por consiguiente, han tratado de disminuir el riesgo recurriendo, al estudio de gráficas, a los estudios contables y en los últimos años a la estadística. (Alvaro Trejos, 2003).

Hoy en día, las acciones financieras requieren conocer el comportamiento futuro de ciertos fenómenos con el fin de planificar, prever o prevenir. (Arellano, 2001). Al mismo tiempo la previsión viene de lo que ha ocurrido anteriormente, es un tipo de inferencia estadística que se hace sobre eventos futuros, acontecimientos que han ocurrido en el pasado. La técnica más importante para hacer inferencias sobre el futuro con base en lo ocurrido, es el análisis de series de tiempo. (Arellano, 2001).

Las series son datos aleatorios recopilados a lo largo del tiempo, permiten estudiar las observaciones y dinámicas en diferentes periodos, por ende, requieren de técnicas que permiten distinguir determinados factores de acuerdo con la variabilidad en el tiempo. Uno de los elementos importantes del análisis de series, es el pronóstico en acontecimientos que generan incertidumbre sobre eventos futuros.

Pronosticar comportamientos, requieren de modelos estadísticos que logren captar la aleatoriedad de los datos históricos en el tiempo. Existen modelos de pronósticos clásicos, donde sus estimaciones se basan en distribuciones probabilísticas e intentan identificar el comportamiento de variables involucradas y pronosticar respuestas. (Marisol Valencia, 2014), los modelos de pronóstico bayesianos constan de una mixtura de probabilidades objetivas con subjetivas.

Según Vera & Bustamante (2007) citado por (Marisol Valencia, 2014) el pronóstico no es una predicción de lo que irremediablemente pasará en el futuro, sino una información que se obtiene con cierto grado de error (dado por una probabilidad) de lo que pudiera pasar.

Los modelos de series de tiempo clásicos con varianza homocedástica no son apropiados para modelar series de tiempo financieras. Por ende, Engle (1982), incluye una nueva clase de procesos estocásticos llamados modelos ARCH, donde la varianza condicionada a la información pasada no es constante, y depende del cuadrado de las innovaciones pasadas. (Marta Casas, 2008). La varianza condicional de los modelos GARCH no depende solo de los residuales al cuadrado, sino también de varianzas condicionales de periodos anteriores. La varianza condicional de los modelos EGARCH no se comportan de manera simétrica para perturbaciones negativas y positivas como ocurre con los modelos GARCH debido a que Nelson en el año 1991, genero estos modelos presentando otro rasgo de volatilidad.

Otros modelos con los que se puede predecir los activos financieros, son los modelos dinámicos lineales, basados en interpretar las series de un sistema dinámico que es perturbado por errores aleatorios. Las series de tiempo no estacionarias con modelo ARIMA,

requieren diferenciación para volverse estacionaria. Los modelos dinámicos se pueden aplicar a series de tiempo no estacionarias sin requerir diferenciar de los datos, esto debido a la forma en que se plantean los modelos dinámicos lineales. (Terán, 2013).

En el grupo de modelos bayesianos, el más sencillo para la predicción de series temporales, es el modelo polinomial de primer orden, utilizado en muchos sistemas de pronóstico a corto plazo. Es trabajado en series sin covariables, que corresponde a una aproximación de primer orden de una serie de Taylor de una función suavizada del tiempo, llamada la tendencia de la serie. (Rubio, 2020).

En este trabajo se propone una comparación entre los modelos estadísticos clásicos ARIMA-ARCH, ARIMA-GARCH, y ARIMA-EGARCH frente a un modelo lineal dinámico Polinomial de Primer Orden. El comparativo parte de tomar los rendimientos de las acciones y estimar los modelos estadísticos seleccionados. El mejor modelo se selecciona al encontrar el menor valor de los criterios de comparación de modelos MAD (Desviación Media Absoluta) y MSE (Error Cuadrático Medio).

Este artículo está dividido en seis secciones. En la primera sección se especifica el retorno de un activo financiero. En la segunda sección se define el modelo ARCH propuesto por Engle (1982). En la tercera parte se detallan los modelos GARCH introducidos por Bollerslev (1986). En el cuarto apartado se definen los modelos EGARCH propuestos por Nelson (1991). En la quinta sección se define el modelo polinomial de primer orden y finalmente, los resultados de las comparaciones y su análisis.

Se llamaran a las acciones por su ticket Ecopetrol S.A (ECO), Grupo Nutresa (NCH) y Banco Davivienda (DVI_p).

Definición del problema

Hace algún tiempo los economistas buscan entender los movimientos de los rendimientos de las acciones, puesto que las inversiones en la bolsa están atadas a muchos riesgos, los rendimientos son variables y su existencia es incierta (Martha García, 2013).

En el artículo se plantea la predicción de series de tiempo financieras, de los rendimientos en las acciones, con modelos ARIMA-ARCH, ARIMA-GARCH, ARIMA-EGARCH, comparándolos con un modelo dinámico polinomial de primer orden. Con el fin de observar cuál de estos se ajusta mejor a las acciones de Ecopetrol S.A (ECO), Grupo Nutresa S.A (NCH) y Banco Davivienda Pf (DVI_p).

Varios estudios han realizado la comparación con diferentes métodos y distintas acciones financieras, observando el comportamiento de cada uno de ellos e identificando el modelo que mejor se ajusta a la predicción de los rendimientos de las acciones.

Inicialmente se manejaban los modelos autorregresivos, conocidos como ARIMA, estos no requerían distintas series de datos, más tarde, se implementaron modelos no lineales y no paramétricos, debido a la gran cantidad de relaciones no lineales entre los datos, obteniendo resultados muy eficaces.

Consecuentemente es importante seguir proponiendo y

ajustando modelos de predicción para alcanzar pronósticos más exactos en las acciones financieras, minimizando el riesgo del inversor.

Objetivo general

Comparar los modelos estadísticos clásicos (ARIMA-ARCH, ARIMA-GARCH, ARIMA-EGARCH) y modelos dinámicos lineales (Polinomial de Primer Orden) para el pronóstico de las acciones Ecopetrol S.A (ECO), Grupo Nutresa S.A (NCH) y Banco Davivienda Pf (DVI_p) en Colombia en el último año.

Objetivos específicos

1. Presentar los alcances y limitaciones de los modelos ARIMA-ARCH, ARIMA-GARCH, ARIMA-EGARCH y modelo polinomial de primer orden para la estimación del pronóstico de tres acciones colombianas.
2. Presentar la predicción y comparar los resultados de las acciones Ecopetrol, Grupo Nutresa y Banco Davivienda con los modelos ARIMA-ARCH, ARIMA-GARCH, ARIMA-EGARCH y modelo polinomial de primer orden.

Marco Metodológico

Enfoque de Investigación

Cuantitativo: Es un estudio sistematizado en el que se busca comparar modelos estadísticos para probar cuál es mejor, utilizando variables cuantitativas continuas.

Tipo y diseño de Investigación

Es una investigación de tipo descriptivo-correlacional, es decir, trabaja sobre realidades de hechos, Así mismo el diseño de investigación que mejor se ajusta es un diseño no experimental, específicamente el longitudinal panel.

Método

Se analizarán los resultados de los modelos especificados, para determinar qué modelo pronostica mejor las acciones seleccionadas.

Muestra

Para obtener los insumos necesarios para la valoración de los activos, se seleccionaron los precios de tres acciones colombianas (ECO, NCH y DVI_p) calculando los rendimientos y trabajando sobre ellos.

Recolección de información

En la plataforma del portal financiero del Grupo Aval, se realiza la descarga de los precios ajustados del 01 de agosto de 2019 hasta el 31 de Julio de 2020. El procedimiento se realiza en el software estadístico R, utilizando las librerías "rugarch" para los modelos Arch, Garch y eGarch, "dln" para el modelo polinomial de primer orden y "Metrics" para el cálculo de los criterios de comparación.

Retorno de un Activo Financiero

Los activos financieros, son recursos con valor económico que se pueden intercambiar y del que se espera un beneficio a futuro. Este valor da derecho a una participación o inversión en el capital de una empresa, en forma de préstamo o de participación en las acciones. (Segovia, 2012).

Se caracterizan por su liquidez, rentabilidad y riesgo. Existe cierta relación entre sus características donde debido a su magnitud una puede afectar a las otras. Es decir, cuando un activo financiero es menos líquido, este tendrá más riesgo y por ende exigirá mayor rentabilidad

El riesgo es la probabilidad de que el emisor no cumpla sus compromisos. Entre mayor sea el riesgo más alto será la rentabilidad. La liquidez, es la capacidad de convertir el activo en dinero sin sufrir pérdidas. (Arias, s.f.).

El retorno es la variación relativa de un activo financiero durante un periodo de tiempo definido. Mide el grado de variación del activo frente a un valor inicial, si se ha producido una ganancia o una pérdida en el transcurso del tiempo que se mantuvo el activo.

Es preferible utilizar los retornos ya que éstos presentan rentabilidad. Entre más intereses se aporte al activo financiero mayor será su rentabilidad.

Sea P_t , con $t = 1, 2, 3, \dots$, el precio de un activo financiero en el tiempo t . La forma de calcular los retornos es la siguiente:

$$R_t = \log(P_t/P_{t-1}) \quad (1)$$

Modelo ARIMA

Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA), deriva de sus componentes, autoregresivo (AR), Integrado (I) y Medias Móviles (MA). Se denomina modelo Autoregresivo Integrado de Medias Móviles de orden (p, d, q) , donde p es el orden del polinomio autoregresivo estacionario, d es el orden de integración de la serie, es decir, el número de diferencias que hay que tomar a la serie para que sea estacionaria, y q es el orden del polinomio de medias móviles invertible.

Un modelo autoregresivo está definido por la variable endógena que es explicada por las observaciones de ella misma, correspondientes a tiempos anteriores añadiéndose, como en los modelos estructurales, un término de error. (Rafael de Arce, 2003). Se sintetizan con la palabra AR que indica el orden del modelo, expresando el número de observaciones retrasadas de la serie. Por ejemplo: La expresión de AR (1) sería:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + a_t \quad (2)$$

La expresión AR (p) tiene la siguiente expresión:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t \quad (3)$$

Un modelo de medias móviles es aquel que expone el valor de una variable en un periodo t en función de un término independiente y una secuencia de errores correspondientes a periodos

anteriores. (Rafael de Arce, 2003). Se sintetizan con la palabra MA que indica el orden de los modelos de medias móviles. La expresión MA (q) tiene la siguiente expresión:

$$Y_t = \mu + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad (4)$$

Modelo ARCH

Modelo propuesto por Engle (1982), (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) ARCH, proveniente de la familia de modelos apropiados para modelar la volatilidad de una serie.

Se define como volatilidad a la varianza condicional, es decir, la varianza de la distribución de los rendimientos de la serie subyacente. (Marta Casas, 2008). Si la serie es estacionaria y tiene varianza constante, esta puede presentar oscilaciones a corto plazo, la varianza condicional es la encargada de recoger estas oscilaciones, para el estudio de la volatilidad. En las series financieras se modela la volatilidad de los retornos debido a que en términos de negocio expresan rentabilidad. Un modelo bueno para la volatilidad de los retornos es que exista aglomeración de la volatilidad, donde tenga tendencia a aparecer agrupada por periodos, es decir, la volatilidad puede ser alta durante un periodo y baja durante otro. Donde exista reversión en la media, en otros términos, donde existe un nivel normal de volatilidad al cual ésta retorna eventualmente y donde la volatilidad sea asimétrica.

Los modelos ARCH surgen en los años 80 con el fin de recoger los sucesos de agrupamiento temporal de volatilidad que se ven en las series de rentabilidad de casi todo el mercado financiero.

La estructura básica de este modelo es:

$$Y_t = \epsilon_t h_t \quad (5)$$

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i y_{t-i}^2, \alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^q \alpha_i \leq 1 \quad (6)$$

Donde ϵ_t es un proceso de ruido blanco, con $E(\epsilon_t) = 0$, $Var(\epsilon_t) = 1$.

Un proceso $\{y_t\}_t \in I$ obedece al modelo de regresión ARCH(p), autoregresivo condicionalmente heterocedástico de orden p, si:

$$Y_t | \psi_{t-1} \sim \mathcal{N}(\mu_t, h_t) \quad (7)$$

$$\mu_t = x_t \beta \quad (8)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \epsilon_{t-p}^2 \quad (9)$$

$$\epsilon_t = y_t - x_t \beta \quad (10)$$

Con $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, p$

Modelo GARCH

Bollerslev (1986) propone los modelos GARCH (Generalized AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity) debido a que permiten ajustar la restricción de los modelos ARCH, que se identifican por requerir grandes números de parámetros autoregresivos para representar el comportamiento dinámico de la varianza e imponer una estructura fija de retardos. (Ortiz, 2017).

Los modelos GARCH capturan las agrupaciones de volatilidad de los retornos a través de la varianza condicional, que dependen del cuadrado de los errores retrasados q periodos, extendiendo la clase de los modelos ARCH.

El modelo GARCH proviene de los años ochenta, encaja en el conjunto de análisis con exceso de kurtosis y agrupamiento de la volatilidad, es generalizado porque tiene presente las observaciones recientes como históricas, así mismo es autoregresivo debido a que la variable dependiente regresa en sí misma, es condicional puesto que su varianza futura depende de la varianza histórica y es heterocedástico porque la varianza varía en función de las observaciones. Este modelo es utilizado por su capacidad de predecir la volatilidad a corto y mediano plazo.

En la mayoría de series financieras se suele utilizar el modelo GARCH (1,1) debido a que es el modelo más sencillo y se expresa de la siguiente manera:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (11)$$

Donde $\alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0, \beta_1 \geq 0$. Con $\alpha_1 + \beta_1 < 1$, la serie r_t tiene varianza finita, y es ruido blanco con media cero y varianza.

$$Var(r_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1} \quad (12)$$

Modelo EGARCH

Nelson (1991) propone los modelos EGARCH (Exponencial de Modelos Generalizados Autoregresivos Condicionalmente Heterocedásticos), debido a que los modelos GARCH no expresan totalmente la naturaleza de la volatilidad de algunos activos financieros. (Marta Casas, 2008), tampoco tienen en cuenta un comportamiento asimétrico propio de la volatilidad ante las subidas y bajadas de los rendimientos de las series financieras y las condiciones para asegurar que σ_t^2 , no sea negativo son violadas en algunas aplicaciones empíricas. (Ortiz, 2017).

Los modelos EGARCH certifican la no negatividad de la varianza condicional en términos del logaritmo de σ_t^2 que se muestra en la siguiente ecuación lineal.

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \varphi_j \ln(\sigma_{t-j}^2) + g(\varepsilon_{t-1}) + \sum_{i=1}^r \psi_i g(\varepsilon_{t-i-1}) \quad (13)$$

$$g(\varepsilon_t) = \lambda_1 \varepsilon_t + \lambda_2 (|\varepsilon_t| - E|\varepsilon_t|) \quad (14)$$

También capturan la asimetría de la volatilidad ante creaciones de distintos signos. Las perturbaciones $g(\varepsilon_t)$ son variables independientes e idénticamente distribuidas con media cero y varianza constante (Ortiz, 2017). Por lo cual el modelo permite que tanto las malas, como las buenas noticias tengan efectos diferentes sobre la volatilidad, lo que el modelo GARCH no hace. (Castaño, 2009).

Modelo Polinomial de Primer Orden

El modelo más simple en series de tiempo univariadas ($Y_t : t = 1, 2, \dots$) es el modelo polinomial de primer orden llamado también random walk plus noise (Terán, 2013). Definido por las ecuaciones:

- Ecuación obseracional $Y_t = \mu_t + v_t, v_t \sim \mathcal{N}(0, v_t)$
- Ecuación del sistema $\mu_t = \mu_{t-1} + w_t, w_t \sim \mathcal{N}(0, w_t)$
- Información a priori $(\mu_0 | D_0) \sim \mathcal{N}(m_0, C_0)$

Donde $F_t = G_t = 1$ y los únicos parámetros del modelo son la observación y la evolución de las varianzas V_t y W_t , prometiéndolo un extenso margen para el modelamiento, debido a que constantemente son estimadas utilizando la información disponible y empleando el método de máxima verosimilitud o técnicas bayesianas.

μ_t es unidimensional, describiendo la tendencia del proceso donde es poco variable a través del tiempo, $r_t = W_t/V_t$, razón pequeña para todo t . Por lo tanto, este modelo se puede usar para pronósticos de corto plazo.

Teorema 1

El pronóstico a un paso para el modelo polinomial de primer orden se pueden obtener consecutivamente como sigue:

- A posteriori para $\mu_{t-1} : (\mu_{t-1} | D_{t-1}) \sim \mathcal{N}(m_{t-1}, C_{t-1})$
- A priori para $\mu_t : (\mu_t | D_{t-1}) \sim \mathcal{N}(m_{t-1}, R_t)$ donde $R_t = C_{t-1} + W_t$
- Pronóstico a un paso: $(Y_t | D_{t-1}) \sim \mathcal{N}(f_t, Q_t)$ donde $f_t = m_{t-1}$ y $Q_t = R_t + V_t$
- A posteriori para $\mu_t : (\mu_t | D_t) \sim \mathcal{N}(m_t, C_t)$ con $m_t = m_{t-1} + A_t e_t$ y $C_t = A_t V_t$ donde $A_t = R_t/Q_t$ y $e_t = Y_t - f_t$

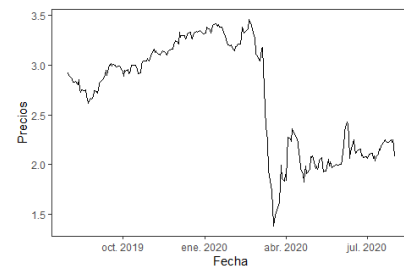
De este teorema se destaca:

- La precisión del modelo $\phi_t = 1/V_t$, mejora al agregar nueva información.
- La precisión a priori: $(\phi_t | D_{t-1}) = \frac{1}{R_t}$
- La precisión a posteriori: $(\phi_t | D_t) = \frac{1}{C_t} \geq \frac{1}{R_t}$

Aplicación Modelo Clásico para la Predicción de los Rendimientos de la Acción de Ecopetrol S.A (ECO)

Para el desarrollo del documento se decidió trabajar con la acción Ecopetrol S.A (ECO), pues es la principal compañía petrolera en Colombia. Se realiza un análisis de los rendimientos en un periodo comprendido entre el 02 de agosto de 2019 y el 31 de Julio del 2020, con frecuencia diaria. Ecopetrol S.A es una empresa de economía mixta dedicada a actividades de exploración y producción de hidrocarburos, transporte de petróleo y gas. El 23 de septiembre de 2007, Ecopetrol S.A presentó la primera oferta pública inicial para la compra de acciones en la Bolsa de Valores de Colombia. En julio de 2011, Ecopetrol lanzó una segunda emisión de acciones por un importe de \$2.500 billones de pesos. Actualmente, Ecopetrol S. A. es la empresa más admirada de Colombia en 2020, por lo que siguió dando ganancias durante el primer semestre del año, puesto a que fue uno de los momentos más difíciles para la economía nacional y mundial.

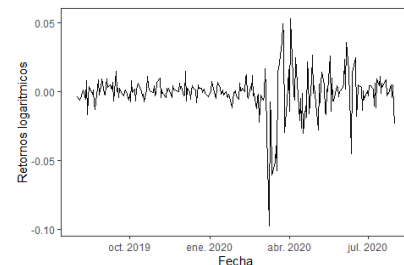
Gráfico1. Serie Original Precio de la Acción (ECO)



Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R con la librería ggplot2.

Se grafica la serie para observar su comportamiento en el periodo analizado. Por lo tanto, se identifica un crecimiento desde el mes de septiembre del 2019, con algunas caídas hasta alcanzar el valor máximo (\$3.460 pesos) a mediados de febrero del año 2020. Luego presenta una prolongada caída desde marzo con un valor de \$1.380 pesos, en este mes se logra el mínimo valor. En los siguientes meses la acción presenta una tendencia de crecimiento positiva con múltiples caídas.

Gráfico2. Serie Retornos Acción ECO.



Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R con la librería ggplot2.

Se aplican los retornos logarítmicos y se grafica la nueva serie.

Se evidencia volatilidad en la varianza de los retornos entre el -0.1 y el 0.05, por ende la varianza es heterocedastica, así

que, se debe aplicar los modelos ARCH para tener un pronóstico adecuado.

Prueba de Raíz Unitaria

Se realiza la prueba de Dickey-Fuller y Phillips-Perron en el programa estadístico R, para verificar si la serie es estacionaria o se debe diferenciar. Se realiza bajo la siguiente hipótesis.

Prueba de hipótesis

H_0 : No es estacionaria, la serie tiene raíz unitaria

H_1 : Es estacionaria, la serie no tiene raíz unitaria

Prueba de Hipótesis 1.Dickey-Fuller

```
Augmented Dickey-Fuller Test
alternative: stationary

Type 1: no drift no trend
lag ADF p.value
[1,] 0 -11.17 0.01
[2,] 1 -8.54 0.01
[3,] 2 -7.06 0.01
[4,] 3 -6.52 0.01
[5,] 4 -6.40 0.01
Type 2: with drift no trend
lag ADF p.value
[1,] 0 -11.16 0.01
[2,] 1 -8.54 0.01
[3,] 2 -7.06 0.01
[4,] 3 -6.52 0.01
[5,] 4 -6.41 0.01
Type 3: with drift and trend
lag ADF p.value
[1,] 0 -11.14 0.01
[2,] 1 -8.53 0.01
[3,] 2 -7.05 0.01
[4,] 3 -6.52 0.01
[5,] 4 -6.40 0.01
Note: in fact, p.value = 0.01 means p.value <= 0.01
```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R con la librería tseries.

Prueba de Hipótesis 2. Phillips-Perron

```
Phillips-Perron Unit Root Test
alternative: stationary

Type 1: no drift no trend
lag Z_rho p.value
4 -174 0.01
-----
Type 2: with drift no trend
lag Z_rho p.value
4 -174 0.01
-----
Type 3: with drift and trend
lag Z_rho p.value
4 -174 0.01
-----
Note: p-value = 0.01 means p.value <= 0.01
```

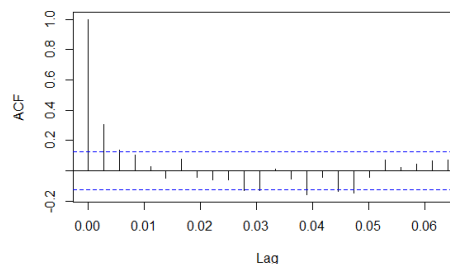
Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R con la librería tseries.

Para las dos pruebas el p-valor es menor al $\alpha = 0.05$, por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula, es decir la serie ECO es estacionaria, posee estabilidad y los valores de la serie se mantienen alrededor de un valor medio. Se procede a la revisión de las funciones de autocorrelación.

Función de Autocorrelación Rendimientos Acción (ECO)

Se utiliza la función de Autocorrelación (ACF) para identificar el modelo ARIMA, se utiliza para describir la presencia o ausencia de correlación en los datos, mostrando si las observaciones ocurridas influyen en las actuales.

Gráfico 3. Correlograma de Autocorrelación Rendimientos (ECO)

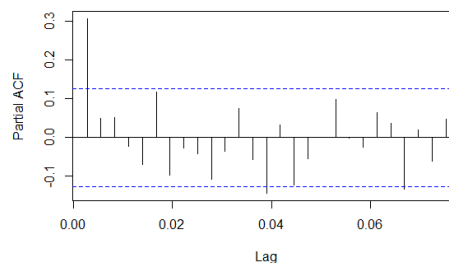


Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R.

Con la función de autocorrelación identificamos el proceso de Media Móvil (MA), en este caso se omite la primera barra, debido a que corresponde a la autocorrelación con la misma observación, lag/retraso = 0, por lo tanto, la segunda, tercera y cuarta barra son significativas con un 95%. Seleccionando un modelo MA(1), MA(2), MA(3)

Función de Autocorrelación Parcial Rendimientos Acción (ECO)

Gráfico 4. Correlograma de Autocorrelación Parcial Rendimientos (ECO).



Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R.

Con la función de autocorrelación parcial identificamos los valores de la parte del proceso autoregresivo (AR). La primera barra corresponde al primer retraso, siendo significativa. Se tomará un modelo AR(1), AR(6).

Elección del Modelo para los Rendimientos Acción (ECO)

Para obtener el modelo de predicción que permita estimar los precios futuros de Ecopetrol, se construyeron varios modelos y se seleccionó el mejor, comparando el criterio AKAIKE (AIC) en cada modelo estimado. Finalmente, el modelo ARMA (3,2) obtuvo el menor AIC con un valor de -1371.91331796.

Tabla 1. Criterio AKAIKE (AIC)

aic 1	-1371.584
aic 3	-1368.26
aic 11	-1371.913

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R con la librería lmtest.

Figura 1. Modelo ARMA(3,2)

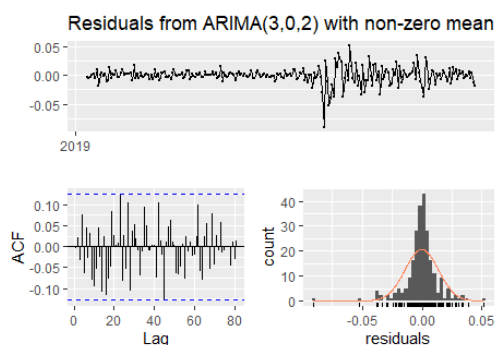
```
z test of coefficients:

Estimate Std. Error z value Pr(>|z|) ***
ar1 -0.410446 0.113359 -3.6207 0.0002938 ***
ar2 -0.617429 0.084764 -7.2841 3.238e-13 ***
ar3 0.354948 0.059929 5.9228 3.165e-09 ***
ma1 0.720995 0.110128 6.5469 5.876e-11 ***
ma2 0.874691 0.076226 11.4749 < 2.2e-16 ***
---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R con la librería lmtest.

Validación del Modelo Rendimientos Acción (ECO).

Gráfico 5. Residuales del Modelo



Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R.

En el gráfico de los residuos del modelo de la serie Ecopetrol se verifica que el modelo ha capturado adecuadamente la información en los datos. En el primer gráfico, la media de los residuos es cercana a cero, no presenta ninguna tendencia. En el segundo gráfico, todas las barras están dentro y en el tercer gráfico el histograma muestra que los residuos son normales, en consecuencia, los pronósticos de este modelo serán buenos.

Prueba Multiplicador de Lagrange (ECO)

Para detectar la presencia de efectos heterocedásticos en los residuos se utiliza la prueba Multiplicador de Lagrange que consiste en probar si es apropiado modelar la varianza de un modelo de media, utilizando un modelo ARCH o GARCH.

Prueba de Hipótesis

H_0 : Los residuos no presentan efectos ARCH

H_1 : Los residuos presentan efectos ARCH

ARCH heteroscedasticity test for residuals
alternative: heteroscedastic

Portmanteau-Q test:

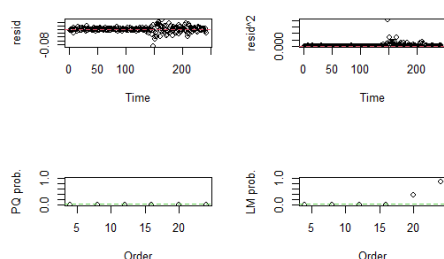
order	PQ	p.value
[1,] 4	49.8	3.92e-10
[2,] 8	70.5	3.98e-12
[3,] 12	88.4	1.00e-13
[4,] 16	105.5	3.22e-15
[5,] 20	107.4	5.92e-14
[6,] 24	109.5	6.97e-13

Lagrange-Multiplier test:

order	LM	p.value
[1,] 4	189.7	0.00e+00
[2,] 8	81.4	7.11e-15
[3,] 12	49.1	9.26e-07
[4,] 16	32.9	4.82e-03
[5,] 20	20.2	3.80e-01
[6,] 24	16.0	8.56e-01

Fuente:Elaboración propia (datos portal financiero Grupo Aval), procesados en el software estadístico R, librería aTSA.

Gráfico 6. Residuales del Modelo.



Fuente:Elaboración propia (datos portal financiero Grupo Aval), procesados en el software estadístico R, librería aTSA.

Modelo ARCH Rendimientos Acción (ECO)

Para modelar la volatilidad de los modelos ARCH, se utiliza el modelo más simple un GARCH(1,1). Para lo cual utilizamos los comandos ugarchspec y ugarchfit, que son rutinas para generar un modelo GARCH(1,1) con una especificación ARMA(1,1) en la media.

Figura 2. Modelo ARCH Rendimientos Acción (ECO)

```

*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : sGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,1)
Distribution      : norm

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.000590  0.000524  1.1250 0.260584
ar1     0.739798  0.187945  3.9362 0.000083
ma1     -0.645716  0.210484 -3.0678 0.002157
omega   0.000006  0.000003  2.5591 0.010493
alpha1  0.396637  0.085598  4.6337 0.000004
beta1   0.602363  0.022601 26.6518 0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.000590  0.000544  1.0840 0.278385
ar1     0.739798  0.134684  5.4928 0.000000
ma1     -0.645716  0.150970 -4.2771 0.000019
omega   0.000006  0.000004  1.8323 0.066900
alpha1  0.396637  0.152625  2.5988 0.009356
beta1   0.602363  0.103348  5.8285 0.000000

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
Lag[1] statistic p-value
Lag[2^(p+q)+(p+q)-1][5] 0.6827 0.4087
Lag[4^(p+q)+(p+q)-1][9] 2.0574 0.9464
Lag[4^(p+q)+(p+q)-1][9] 3.4207 0.8171
d.o.f=2
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
Lag[1] statistic p-value
Lag[2^(p+q)+(p+q)-1][5] 1.148 0.2840
Lag[4^(p+q)+(p+q)-1][9] 1.883 0.6462
Lag[4^(p+q)+(p+q)-1][9] 5.745 0.3286
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
      Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3] 0.7478 0.500 2.000 0.3872
ARCH Lag[5] 1.5367 1.440 1.667 0.5827
ARCH Lag[7] 4.7819 2.315 1.543 0.2475

Nyblom stability test

```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

De los resultados se obtiene que no existe autocorrelación serial para los residuos como para los residuos al cuadrado, la serie no presenta efectos ARCH, debido a que no se rechaza la hipótesis nula. Se procede a realizar el modelo GARCH.

Modelo Garch Rendimientos Acción (ECO)

Para modelar la volatilidad se utiliza el modelo más simple GARCH(1,1). Para lo cual se manejan los comandos ugarchspec y ugarchfit, que son rutinas para generar un modelo GARCH(1,1) con una especificación ARMA(2,2) en la media.

Figura 3. Modelo GARCH Rendimientos Acción (ECO)

```

*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : sGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(2,0,2)
Distribution      : norm

Optimal Parameters
-----
mu      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
ar1     -0.501282  0.028717 -17.4561 0.000000
ar2     -0.874438  0.027784 -31.4730 0.000000
ma1      0.541651  0.004599 117.7667 0.000000
ma2      0.997084  0.004757 209.6130 0.000000
omega    0.000007  0.000003  2.6065 0.009148
alpha1   0.464484  0.090335  5.1418 0.000000
beta1    0.534516  0.046520 11.4900 0.000000

Robust Standard Errors:
-----
mu      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
ar1     -0.501282  0.031501 -15.9130 0.000000
ar2     -0.874438  0.037947 -23.0435 0.000000
ma1      0.541651  0.005589  96.9202 0.000000
ma2      0.997084  0.004164 239.4658 0.000000
omega    0.000007  0.000004  1.5720 0.115951
alpha1   0.464484  0.133695  3.4742 0.000512
beta1    0.534516  0.104513  5.1143 0.000000

Information Criteria
-----
Akaike      -6.5120
Bayes       -6.3967
Shibata     -6.5141
Hannan-Quinn -6.4656

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
Lag[1]      statistic p-value
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][11] 1.695 0.1929
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][19] 4.765 0.9852
d.o.f=4
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
Lag[1]      statistic p-value
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 3.692 0.05469
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 5.069 0.14764
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
Statistic Shape Scale P-value
ARCH Lag[3] 1.051 0.500 2.000 0.3053
ARCH Lag[5] 2.301 1.440 1.667 0.4085
ARCH Lag[7] 5.840 2.315 1.543 0.1524

Nyblom stability test

```

```

*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : eGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(2,0,1)
Distribution      : norm

Optimal Parameters
-----
mu      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
ar1     -0.523616  0.044975 -11.6422 0.000000
ar2     -0.156419  0.040322  3.8792 0.000105
ma1     -0.599284  0.044789 13.3801 0.000000
omega   -0.660167  0.269460 -2.4500 0.014287
alpha1  -0.137153  0.062784 -2.1845 0.028922
beta1    0.924276  0.028948 31.9292 0.000000
gamma1   0.678718  0.116599  5.8209 0.000000

Robust Standard Errors:
-----
mu      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
ar1     -0.523616  0.028410 -18.4306 0.000000
ar2     -0.156419  0.028362  5.5152 0.000000
ma1     -0.599284  0.028852 20.7706 0.000000
omega   -0.660167  0.279290 -2.3637 0.018092
alpha1  -0.137153  0.092276 -1.4863 0.137189
beta1    0.924276  0.031592 29.2565 0.000000
gamma1   0.678718  0.186212  3.6449 0.000268

LogLikelihood : 788.4514

Information Criteria
-----
Akaike      -6.4500
Bayes       -6.3347
Shibata     -6.4521
Hannan-Quinn -6.4035

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
Lag[1]      statistic p-value
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8] 0.7758 0.3784
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14] 2.2523 1.0000
d.o.f=3
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
Lag[1]      statistic p-value
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 0.4089 0.5225
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 1.2005 0.8129
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
Statistic Shape Scale P-value
ARCH Lag[3] 0.0867 0.500 2.000 0.7684
ARCH Lag[5] 0.7424 1.440 1.667 0.8106
ARCH Lag[7] 3.7440 2.315 1.543 0.3850

Nyblom stability test

```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

Se observa que todos los coeficientes del modelo ARMA (2,2) son significativos con un modelo GARCH(1,1), que indica un rezago para los residuales al cuadrado y un rezago para la varianza. En el test de Ljung-Box sobre los residuos estándar, no se rechaza la hipótesis nula, en consecuencia, no hay ausencia de correlación serial. Aplicando el mismo test sobre los residuos al cuadrado, no se rechaza la hipótesis nula, por lo tanto, los residuos se distribuyen de forma independiente. Para el test ARCH LM, la hipótesis nula, no se rechaza. Así que no hay efectos ARCH.

Los coeficiente del modelo ARMA(2,2) + GARCH(1,1) se expresan de la siguiente forma:

$$X_t = 0.027 + 0.000x_{t-1} + 0.000x_{t-2} + 0.000z_{t-1} + 0.000z_{t-2} + z_t \quad (15)$$

Modelo EGARCH Rendimientos Acción (ECO)

Para modelar la volatilidad se utiliza el modelo más simple GARCH(1,1). Se manejan los comandos ugarchspec con una especificación ARMA (2,1) en la media y se estima el modelo con ugarchfit, para generar un modelo EGARCH(1,1).

Figura 4. Modelo EGARCH Rendimientos Acción (ECO)

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

Se observa que todos los coeficientes del modelo ARMA (2,1) son significativos con un modelo EGARCH(1,1), que indica un rezago para los residuales al cuadrado y un rezago para la varianza. En el test de Ljung-Box sobre los residuos estándar, no se rechaza la hipótesis nula, en consecuencia, no hay ausencia de correlación serial. Aplicando el mismo test sobre los residuos al cuadrado, no se rechaza la hipótesis nula, por esa razón, los residuos se distribuyen de forma independiente. Para el test ARCH LM, la hipótesis nula, no se rechaza. Por lo tanto, no hay efectos ARCH.

Los coeficiente del modelo ARMA(2,1) + EGARCH(1,1) se expresan de la siguiente forma:

$$X_t = 0.086 + 0.000x_{t-1} + 0.000x_{t-2} + 0.000z_{t-1} + z_t \quad (16)$$

Pronóstico Modelo Clásico Rendimientos Acción (ECO)

Dado el modelo escogido, ARMA(2,2) + GARCH(1,1), se pasa a la etapa del pronóstico 5 pasos adelante, el cual muestra un ajuste adecuado al comportamiento de la serie (ECO).

Figura 5. Pronóstico Rendimientos Acción (ECO) Modelo GARCH

```

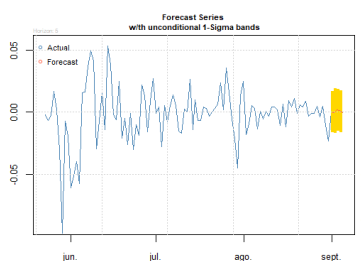
-----*
*      GARCH Model Forecast      *
*-----*
Model: sGARCH
Horizon: 5
Roll Steps: 0
Out of Sample: 0

0-roll forecast [T0=1970-08-30 19:00:00]:
      Series      Sigma
T+1  0.0003390  0.01676
T+2 -0.0001212  0.01696
T+3  0.0017965  0.01715
T+4  0.0012376  0.01734
T+5 -0.0001592  0.01753

```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

Gráfico 7. Pronóstico Rendimientos Acción (ECO) Modelo GARCH



Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

En los próximos 5 días, los valores pronosticados se mantendrán sobre la media, con crecimiento el tercer y cuarto día, luego disminuirá en el quinto día. Se observa el intervalo de confianza a través de las bandas amarillas que muestran los límites inferior y superior del intervalo de confianza.

Para el modelo ARMA(2,1) + EGARCH(1,1), se pasa a la etapa del pronóstico 5 pasos adelante, el cual muestra un ajuste adecuado al comportamiento de la serie (ECO).

Figura 6. Pronóstico Rendimientos Acción (ECO) Modelo EGARCH

```

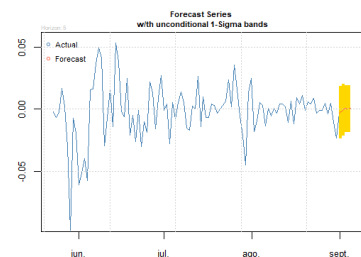
-----*
*      GARCH Model Forecast      *
*-----*
Model: eGARCH
Horizon: 5
Roll Steps: 0
Out of Sample: 0

0-roll forecast [T0=1970-08-30 19:00:00]:
      Series      Sigma
T+1 -0.0031453  0.02078
T+2 -0.0012643  0.02003
T+3  0.0009145  0.01936
T+4  0.0000679  0.01877
T+5  0.0008520  0.01823

```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

Gráfico 8. Pronóstico Rendimientos Acción (ECO) Modelo EGARCH

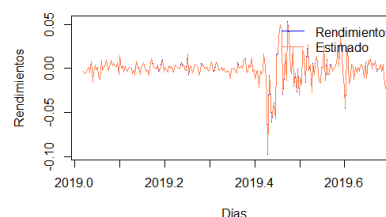


Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

En los próximos 5 días, los rendimientos pronosticados se mantendrán sobre la media, hay crecimiento a partir del tercer día. Se observa el intervalo de confianza a través de las bandas amarillas que muestran los límites inferior y superior del intervalo de confianza.

Aplicación del Modelo Polinomial de Primer Orden para la Predicción de los Rendimientos de la acción Ecopetrol S.A (ECO).

Gráfico 9. Serie Valores Estimados Rendimientos Acción (ECO)



Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R.

En el gráfico se puede observar que la estimación del modelo es buena, debido a que los valores estimados están sobrepuestos.

Pronóstico Modelo Bayesiano Rendimientos Acción (ECO)

Se realiza el pronóstico con un modelo polinomial de primer orden, 5 pasos adelante. Este modelo presenta inconvenientes puesto que los pronósticos no son variables.

Figura 7. Pronóstico Polinomial de Primer Orden Rendimientos Acción (ECO)

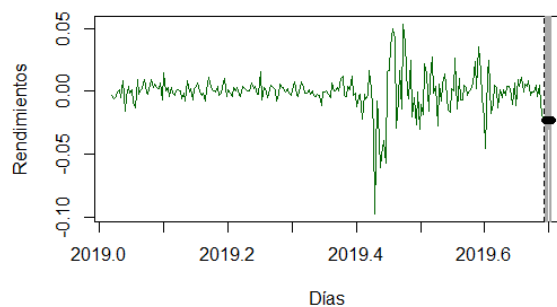
```

Time Series:
Start = c(2019, 250)
End = c(2019, 254)
Frequency = 359

Series 1
[1,] -0.02324593
[2,] -0.02324593
[3,] -0.02324593
[4,] -0.02324593
[5,] -0.02324593

```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería dlm.

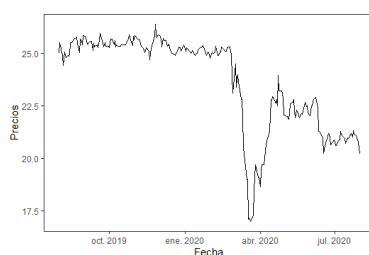
Gráfico 10. Pronóstico Serie Bayesiana Rendimientos (ECO)

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería dlm.

En los próximos 5 días, el modelo presenta decrecimiento inferior a la media para los rendimientos de la acción Ecopetrol con un valor de -0.0232493 .

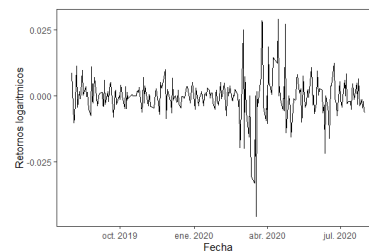
Aplicación de Modelos Clásicos para la Predicción de los Rendimientos de la Acción Grupo Nutresa (NCH)

Se decidió trabajar con la acción Grupo Nutresa S.A, porque es la empresa líder de alimentos procesados en Colombia y uno de los jugadores más relevantes del sector en América Latina. Se realiza el análisis de los rendimientos en un periodo comprendido entre el 02 de agosto de 2019 y el 31 de Julio del 2020, con frecuencia diaria. El Grupo Nutresa S.A ocupa un puesto importante en la Bolsa de Valores de Colombia, a pesar de que no tiene un gran volumen de negociaciones diarias ha llegado a tener variaciones en su precio, otorgando grandes oportunidades para obtener ganancias en el mercado laboral. (Estefanía Rivas, 2020).

Gráfico 11. Serie Original Precio de la Acción (NCH)

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería ggplot2.

Se grafica la serie para observar su comportamiento en el periodo analizado. Donde se observa que, desde el mes de agosto de 2019 hasta el mes de marzo de 2020, los precios oscilaron entre los \$24.000 y \$26.000 pesos. A partir de este mes los precios empezaron a decaer hasta llegar al valor mínimo de \$17.000 pesos. A pesar de la caída que presenta el Grupo Nutresa S.A, debido a la cuarentena que se presentó en el mes de abril, fue una de las acciones más atractivas en el índice del Colcap. En el mes de Mayo la acción ordinaria del Grupo Nutresa S.A se ubicó en el primer lugar del Ranking (Blanco, 2020).

Gráfico 12. Serie Retornos Acción NCH.

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R con la librería ggplot2.

Se aplican los retornos logarítmicos y se grafica la nueva serie.

Se evidencia volatilidad en la varianza de los retornos entre el -0.05 y el 0.03 , por ende la varianza es heterocedástica, así que, se debe aplicar los modelos ARCH para tener un pronóstico adecuado.

Prueba de Raíz Unitaria

Se realiza la prueba de Dickey-Fuller y Phillips-Perron en el programa estadístico R, para verificar si la serie es estacionaria o se debe diferenciar. Se realiza bajo la siguiente hipótesis.

Prueba de Hipótesis

H_0 : No es estacionaria, la serie tiene una raíz unitaria

H_1 : Es estacionaria, la serie no tiene raíz unitaria

Prueba de Hipótesis 3. Dickey-Fuller

```
Augmented Dickey-Fuller Test
alternative: stationary

Type 1: no drift no trend
lag ADF p.value
[1,] 0 -14.05 0.01
[2,] 1 -8.63 0.01
[3,] 2 -6.87 0.01
[4,] 3 -6.79 0.01
[5,] 4 -7.26 0.01
Type 2: with drift no trend
lag ADF p.value
[1,] 0 -14.06 0.01
[2,] 1 -8.63 0.01
[3,] 2 -6.87 0.01
[4,] 3 -6.81 0.01
[5,] 4 -7.28 0.01
Type 3: with drift and trend
lag ADF p.value
[1,] 0 -14.04 0.01
[2,] 1 -8.63 0.01
[3,] 2 -6.88 0.01
[4,] 3 -6.81 0.01
[5,] 4 -7.29 0.01
----
Note: in fact, p.value = 0.01 means p.value <= 0.01
```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R con la librería tseries.

Prueba de Hipótesis 4. Phillips-Perron

```

Phillips-Perron Unit Root Test
alternative: stationary

Type 1: no drift no trend
lag Z_rho p.value
4 -247 0.01
-----
Type 2: with drift no trend
lag Z_rho p.value
4 -248 0.01
-----
Type 3: with drift and trend
lag Z_rho p.value
4 -248 0.01
-----
Note: p-value = 0.01 means p.value <= 0.01

```

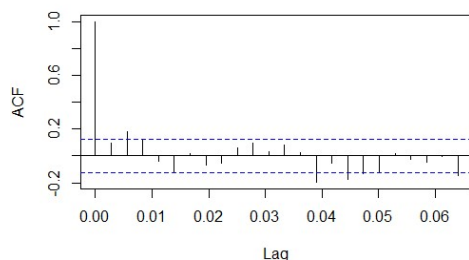
Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R con la librería tseries.

Para las dos pruebas el p-valor es menor al $\alpha = 0.05$, por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula, es decir la serie de la acción NCH es estacionaria, posee estabilidad y los valores de la serie se mantienen alrededor de un valor medio. Se procede a la revisión de las funciones de autocorrelación.

Función de Autocorrelación Rendimientos Acción (NCH)

Se utiliza la función de Autocorrelación (ACF) para identificar el modelo ARIMA, se utiliza para describir la presencia o ausencia de correlación en los datos, mostrando si las observaciones ocurridas influyen en las actuales.

Grafico 13. Correlograma de Autocorrelación Rendimientos (NCH)

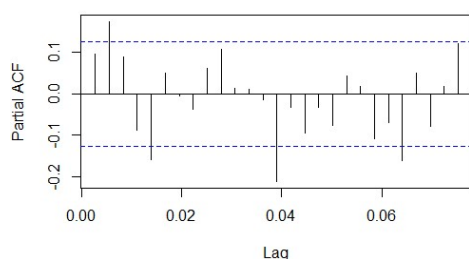


Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R.

En la función de autocorrelación identificamos el proceso de Media Móvil (MA), en este caso se omite la primera barra, debido a que corresponde a la autocorrelación con la misma observación, lag/retraso = 0, por lo tanto, la segunda y tercera barra son significativas con un 95%. Generando un MA(2), MA(3), MA(5).

Función de Autocorrelación Parcial Rendimientos Acción (NCH)

Gráfico 14. Correlograma de Autocorrelación Parcial Rendimientos (NCH).



Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R.

Con la función de autocorrelación parcial identificamos los valores de la parte del proceso autoregresivo (AR). La primera barra corresponde al primer retraso, sin embargo, esta no es significativa. Por lo tanto, se tomará un modelo AR (2) y AR (5) que muestran ser significativas.

Elección del Modelo para los Rendimientos Acción (NCH)

Para obtener el modelo de predicción que permita estimar los precios futuros de la acción (NCH), se construyeron varios modelos y se seleccionó el mejor comparando el criterio AKAIKE (AIC) en cada modelo estimado. Finalmente, el modelo AR(5) obtuvo el menor AIC con un valor de -1660.628070.

Tabla 2. Criterio AKAIKE (AIC)

aic 1	-1655.125
aic 2	-1660.628
aic 4	-1656.381
aic 5	-1659.701
aic 9	-1651.354
aic 10	-1656.211
aic 13	-1658.891
aic 14	-1655.439
aic 18	-1654.148

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R con la librería lmtest.

Figura 8. Modelo Ar(5)

```

z test of coefficients:

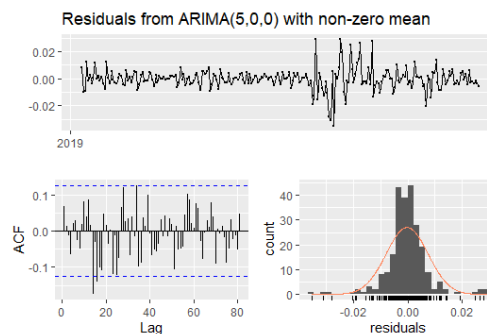
      Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
ar2    0.189496   0.062697   3.0224 0.002508 **
ar3    0.132555   0.063574   2.0850 0.037066 *
ar5   -0.169810   0.063740  -2.6641 0.007720 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R con la librería lmtest.

Validación del Modelo Rendimientos Acción (NCH).

Gráfico 15. Residuales del Modelo



Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R.

En el gráfico de los residuos del modelo de la serie NCH se verifica que el modelo ha capturado adecuadamente la información en los datos. En el primer gráfico, la media de los

residuos es cercana a cero, no presenta ninguna tendencia. En el segundo gráfico, las barras están dentro de las bandas a excepción del rezago 14 y 16, sin embargo, estas no afectan. Para el tercer gráfico el histograma muestra que los residuales son normales, en consecuencia, los pronósticos de este modelo serán bastantes buenos.

Prueba Multiplicador de Lagrange (NCH)

Para detectar la presencia de efectos heterocedásticos en los residuos se utiliza la prueba Multiplicador de Lagrange que consiste en probar si es apropiado modelar la varianza de un modelo de media, utilizando un modelo ARCH o GARCH.

Prueba de Hipótesis

H_0 : Los residuos no presentan efectos ARCH.

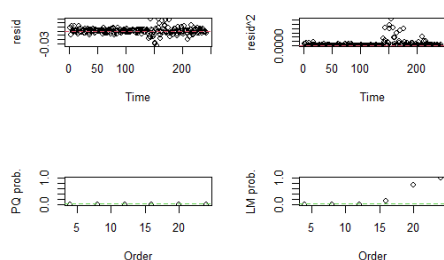
H_1 : Los residuos presentan efectos ARCH.

ARCH heteroscedasticity test for residuals
alternative: heteroscedastic

```
Portmanteau-Q test:
order  PQ  p.value
[1,]   4 42.3 1.43e-08
[2,]   8 92.7 1.11e-16
[3,]  12 138.6 0.00e+00
[4,]  16 158.1 0.00e+00
[5,]  20 169.9 0.00e+00
[6,]  24 174.1 0.00e+00
Lagrange-Multiplier test:
order  LM  p.value
[1,]   4 193.1 0.00e+00
[2,]   8  59.6 1.84e-10
[3,]  12  33.6 4.27e-04
[4,]  16  21.5 1.23e-01
[5,]  20  15.0 7.21e-01
[6,]  24  10.2 9.90e-01
```

Fuente:Elaboración propia (datos portal financiero Grupo Aval), procesados en el software estadístico R, Librería aTSA

Gráfico 16. Residuales del Modelo.



Fuente:Elaboración propia (datos portal financiero Grupo Aval), procesados en el software estadístico R, Librería aTSA

Modelo ARCH Rendimientos Acción (NCH)

Para modelar la volatilidad de los modelos ARCH, se utiliza el modelo más simple un GARCH(1,1). Para lo cual utilizamos los comandos `ugarchspec` y `ugarchfit`, que son rutinas para generar un modelo GARCH(1,1) con una especificación AR(5) en la media.

Figura 9. Modelo ARCH Rendimientos Acción (NCH)

```
-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----*
GARCH Model      : sGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,1)
Distribution      : norm

Optimal Parameters
-----*
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      -0.000116  0.000165  -0.70131 0.483107
ar1      0.898630  0.050350  17.84754 0.000000
ma1     -0.966762  0.026770  -36.11312 0.000000
omega    0.000002  0.000002   0.84456 0.398354
alpha1   0.176196  0.051537   3.41881 0.000629
beta1    0.792887  0.040730  19.46668 0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      -0.000116  0.000237  -0.48798 0.625561
ar1      0.898630  0.062142  14.46082 0.000000
ma1     -0.966762  0.038577  -25.06066 0.000000
omega    0.000002  0.000020   0.08784 0.930004
alpha1   0.176196  0.092358   1.90774 0.056425
beta1    0.792887  0.159622   4.96726 0.000001

Lag[1]                statistic p-value
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  0.509 0.4756
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  2.646 0.6959
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  3.915 0.7107
d.o.f=2
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----*
Lag[1]                statistic p-value
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  0.2834 0.5945
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  1.9696 0.6256
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  3.2460 0.7177
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----*
      Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]  0.4014 0.500 2.000 0.5263
ARCH Lag[5]  1.1633 1.440 1.667 0.6852
ARCH Lag[7]  1.9738 2.315 1.543 0.7229

LogLikelihood : 898.3795
```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería `rugarch`.

De los resultados se obtiene que los residuos no presentan autocorrelación serial y tampoco hay proceso ARCH en los residuos elevados al cuadrado, se procede a realizar el modelo GARCH.

Modelo GARCH Rendimientos Acción (NCH)

Para modelar la volatilidad se utiliza el modelo más simple un GARCH(1,1). Para lo cual se manejan los comandos `ugarchspec` y `ugarchfit`, que son rutinas para generar un modelo ARCH(1,1) con una especificación ARMA(1,1) en la media.

Figura 10. Modelo GARCH Rendimientos Acción (NCH)

```

Information Criteria
-----
Akaike      -7.3750
Bayes       -7.2885
Shibata     -7.3762
Hannan-Quinn -7.3402

```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```

              statistic p-value
Lag[1]         0.509   0.4756
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 2.646   0.6959
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 3.915   0.7107
d.o.f=2
H0 : No serial correlation

```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```

              statistic p-value
Lag[1]         0.2834   0.5945
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 1.9696   0.6256
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 3.2460   0.7177
d.o.f=2

```

Weighted ARCH LM Tests

```

              Statistic Shape Scale P-value
ARCH Lag[3]   0.4014 0.500 2.000 0.5263
ARCH Lag[5]   1.1633 1.440 1.667 0.6852
ARCH Lag[7]   1.9738 2.315 1.543 0.7229

```

```

Information Criteria
-----

```

```

Akaike      -7.3839
Bayes       -7.2974
Shibata     -7.3850
Hannan-Quinn -7.3490

```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```

              statistic p-value
Lag[1]         4.151   0.041602
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 4.257   0.002428
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 5.352   0.080077
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```

              statistic p-value
Lag[1]         0.03634 0.8488
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 0.66695 0.9291
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 1.78804 0.9287
d.o.f=2

```

Weighted ARCH LM Tests

```

              Statistic Shape Scale P-value
ARCH Lag[3]   0.2260 0.500 2.000 0.6345
ARCH Lag[5]   0.9361 1.440 1.667 0.7520
ARCH Lag[7]   1.7736 2.315 1.543 0.7651

```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

Se observa que todos los coeficientes del modelo ARMA (1,1) son significativos con un modelo GARCH(1,1), que indica un rezago para los residuales al cuadrado y un rezago para la varianza. En el test de Ljung-Box sobre los residuos estándar, no rechazamos la hipótesis nula, en consecuencia, no hay ausencia de correlación serial. Aplicando el mismo test sobre los residuos al cuadrado, no se rechaza la hipótesis nula, por lo tanto, los residuos se distribuyen de forma independiente. El test ARCH LM, la hipótesis nula, no se rechaza. Así que no hay efectos ARCH.

Los coeficiente del modelo ARMA(1,1) + GARCH(1,1) se expresan de la siguiente forma:

$$X_t = 0.483 + 0.000X_{t-1} + 0.000Z_{t-1} + Z_t \quad (17)$$

Modelo EGARCH Rendimientos Acción (NCH)

Para modelar la volatilidad se utiliza el modelo más simple GARCH(1,1). Para lo cual utilizamos los comandos ugarchspec con una especificación ARMA (1,0) en la media y estimamos el modelos con ugarchfit, para generar un modelo EGARCH(1,1).

Figura 11. Modelo EGARCH Rendimientos Acción NCH

```

*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : eGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,0)
Distribution      : norm

Optimal Parameters
-----
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      -0.000328      0.000277  -1.1824 0.237037
ar1      -0.155815      0.072666  -2.1443 0.032012
omega    -0.452330      0.220415  -2.0522 0.040153
alpha1    -0.119751      0.050201  -2.3854 0.017059
beta1     0.953444      0.021648  44.0426 0.000000
gamma1    0.396144      0.117689   3.3660 0.000763

Robust Standard Errors:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      -0.000328      0.000272  -1.2084 0.226904
ar1      -0.155815      0.070844  -2.1994 0.027850
omega    -0.452330      0.392869  -1.1514 0.249588
alpha1    -0.119751      0.069153  -1.7317 0.083332
beta1     0.953444      0.040016  23.8264 0.000000
gamma1    0.396144      0.136961   2.8924 0.003823

LogLikelihood : 899.4464

```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

Se observa que todos los coeficientes del modelo ARMA (1,0) son significativos, con un modelo EGARCH(1,1), que indica un rezago para los residuales al cuadrado y un rezago para la varianza. En el test de Ljung-Box sobre los residuos estándar, no rechazamos la hipótesis nula, en consecuencia, no hay ausencia de correlación serial. Aplicando el mismo test sobre los residuos al cuadrado, no se rechaza la hipótesis nula, por esa razón, los residuos se distribuyen de forma independiente. Para el test ARCH LM, la hipótesis nula, no se rechaza. Por lo tanto, no hay efectos ARCH.

Los coeficiente del modelo ARMA(1,0) + EGARCH(1,1) se expresan de la siguiente forma:

$$X_t = 0.237 + 0.032X_{t-1} + Z_t \quad (18)$$

Pronóstico Modelo Clásico Rendimientos Acción (NCH)

Dado el modelo escogido ARMA(1,1) + GARCH(1,1), pasamos a la etapa del pronóstico 5 pasos adelante, el cual muestra un ajuste adecuado al comportamiento de la acción (NCH).

Figura 12. Pronóstico Rendimientos Acción (NCH) Modelo GARCH

```

*-----*
*          GARCH Model Forecast          *
*-----*

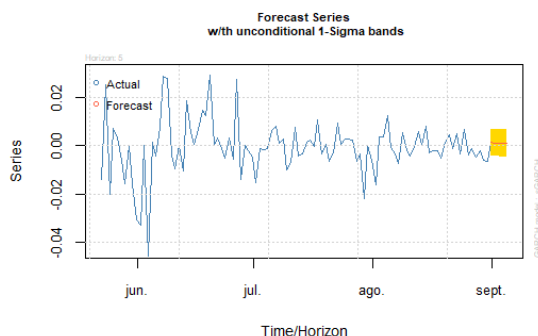
Model: sGARCH
Horizon: 5
Roll Steps: 0
Out of Sample: 0

0-roll forecast [T0=1970-08-30 19:00:00]:
Series sigma
T+1 0.0013329 0.005587
T+2 0.0011861 0.005654
T+3 0.0010541 0.005718
T+4 0.0009355 0.005780
T+5 0.0008289 0.005839

```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

Gráfico 16. Pronóstico Rendimientos Acción (NCH) Modelo GARCH



Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

En los próximos 5 días, los valores pronosticados se mantendrán sobre la media, con crecimiento los siguientes cinco días. Se observa el intervalo de confianza a través de las bandas amarillas que muestran el límite inferior y superior del intervalo de confianza.

Dado el modelo escogido $ARMA(1,0) + EGARCH(1,1)$, pasamos a la etapa del pronóstico 5 pasos adelante, el cual muestra un ajuste adecuado al comportamiento de la acción (NCH).

Figura 13. Pronóstico Rendimientos Acción (NCH) Modelo EGARCH

```

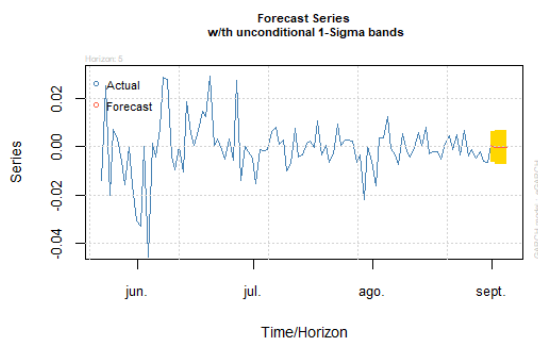
*-----*
*      GARCH Model Forecast      *
*-----*
Model: eGARCH
Horizon: 5
Roll Steps: 0
Out of sample: 0

0-roll forecast [T0=1970-08-30 19:00:00]:
      Series      Sigma
T+1  0.0006184  0.006884
T+2  -0.0004756  0.006923
T+3  -0.0003051  0.006960
T+4  -0.0003317  0.006996
T+5  -0.0003275  0.007030

```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

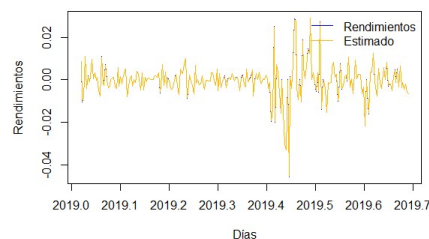
Gráfico 17. Pronóstico Rendimientos Acción (NCH) Modelo EGARCH



superior del intervalo de confianza.

Aplicación del Modelo Bayesiano para la Predicción de los Rendimientos de la acción Grupo Nutresa S.A (NCH).

Gráfico 18. Serie Valores Estimados Rendimientos Acción (NCH)



Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R.

En el gráfico se observa que la estimación del modelo es buena, debido a que los valores estimados están sobrepuestos.

Pronóstico Modelo Polinomial de Primer Orden Rendimientos Acción (NCH)

Se realiza el pronóstico con un modelo polinomial de primer orden, 5 pasos adelante. Este modelo presenta inconvenientes puesto que los pronósticos no son variables.

Figura 14. Pronóstico Rendimientos (NCH) Modelo Polinomial de Primer Orden.

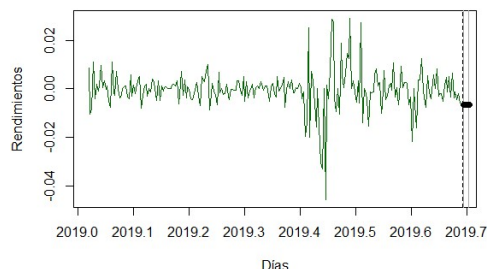
```

Time Series:
Start = c(2019, 250)
End = c(2019, 254)
Frequency = 339
Series 1
[1.] -0.00639712
[2.] -0.00639712
[3.] -0.00639712
[4.] -0.00639712
[5.] -0.00639712

```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería dlm.

Gráfico 19. Pronóstico Rendimientos (NCH) Modelo Polinomial de Primer Orden.



Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería dlm.

En los próximos 5 días, el modelo presenta decrecimiento inferior en la media para los rendimientos de la acción de (NCH) con un valor de -0.00639712 .

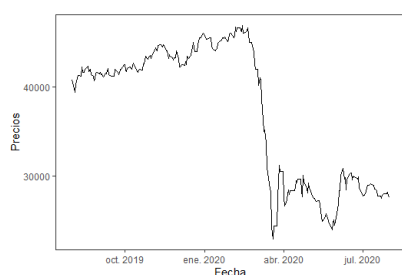
Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

En los próximos 5 días, los valores pronosticados se mantendrán sobre la media, decrecen a partir del segundo día. Se observa el intervalo de confianza a través de las bandas amarillas que muestran el límite inferior y

Aplicación de Modelos Clásicos para la Predicción de los Rendimientos de la Acción Banco Davivienda (DVI_p)

Banco Davivienda, es el tercer banco más grande de Colombia, seguido de Bancolombia y Grupo Aval. Se realiza el análisis de los rendimientos en un periodo comprendido entre el 02 de agosto de 2019 y el 31 de Julio del 2020, con frecuencia diaria. Dentro de todos los servicios que presta, se enfoca en actividades de financiamiento de vivienda. Hoy en día hace parte de uno de los grupos económicos más sólidos de Colombia que es el Grupo Bolívar. Es una entidad bancaria, la cual pesa cerca del 7% del PIB de Colombia. (Davivienda, 2018). Corredores Asociados es una de las firmas de las que nació Davivienda Corredores, comisionista desde 1976, convirtiéndose en el líder de la negociación de títulos de mercados de Renta Fija y Variable. (Bonilla, 2019)

Gráfico 20. Serie Original Precio de la Acción (DVI_p)



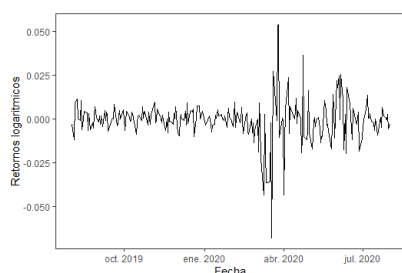
Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería ggplot2.

Se grafica la serie para observar su comportamiento en el periodo analizado. Donde se ve un crecimiento desde el mes de septiembre con algunas caídas hasta alcanzar el valor máximo el 13 de febrero de 2020, con un valor de \$46.900 pesos. Luego presenta una prolongada caída hasta llegar al mínimo valor \$22.960 pesos. En los siguientes meses la acción presenta una tendencia de crecimiento positiva con múltiples caídas.

Debido a la crisis económica generada por el Covid-19 en el mundo, DVI_p, así como otras acciones, presento desaceleración en los indicadores de la cartera del sistema financiero colombiano, el costo de crédito de los bancos fue afectado por esta crisis. Solo hasta el 2019 se estaban recuperando del choque económico que se presentó en el año 2014 por la caída en los precios del petróleo y los escándalos de corrupción en el sector de infraestructura.

A partir de abril, DVI_p se recupera, con fuerte variabilidad en sus precios. En la gráfica se observan distintos cambios de tendencia donde la varianza general cambia en variadas ocasiones.

Gráfico 21. Serie Retornos Acción DVI_p.



Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R con la librería ggplot2.

Se aplican los retornos logarítmicos y se grafica la nueva serie.

Se evidencia volatilidad en la varianza de los retornos entre el -0.07 y el 0.05, por ende la varianza es heterocedástica, así que, se debe aplicar el modelo ARCH para tener un pronóstico adecuado.

Prueba de Raíz Unitaria

Se realiza la prueba de Dickey-Fuller y Phillips-Perron en el programa estadístico R, para verificar si la serie es estacionaria o se debe diferenciar. Se realiza bajo la siguiente hipótesis.

Prueba de hipótesis

H_0 : No es estacionaria, la serie tiene una raíz unitaria

H_1 : Es estacionaria, la serie no tiene raíz unitaria

Prueba de Hipotesis 5. Dickey-Fuller

```
Augmented Dickey-Fuller Test
alternative: stationary

Type 1: no drift no trend
lag ADF p.value
[1,] 0 -12.53 0.01
[2,] 1 -9.69 0.01
[3,] 2 -6.76 0.01
[4,] 3 -7.03 0.01
[5,] 4 -7.88 0.01
Type 2: with drift no trend
lag ADF p.value
[1,] 0 -12.54 0.01
[2,] 1 -9.70 0.01
[3,] 2 -6.78 0.01
[4,] 3 -7.06 0.01
[5,] 4 -7.93 0.01
Type 3: with drift and trend
lag ADF p.value
[1,] 0 -12.54 0.01
[2,] 1 -9.72 0.01
[3,] 2 -6.78 0.01
[4,] 3 -7.06 0.01
[5,] 4 -7.94 0.01
----
Note: in fact, p.value = 0.01 means p.value <= 0.01
```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R con la librería tseries.

Prueba de Hipotesis 6. Phillips-Perron

```
Phillips-Perron Unit Root Test
alternative: stationary

Type 1: no drift no trend
lag Z_rho p.value
4 -203 0.01
----
Type 2: with drift no trend
lag Z_rho p.value
4 -203 0.01
----
Type 3: with drift and trend
lag Z_rho p.value
4 -203 0.01
-----
Note: p-value = 0.01 means p.value <= 0.01
```

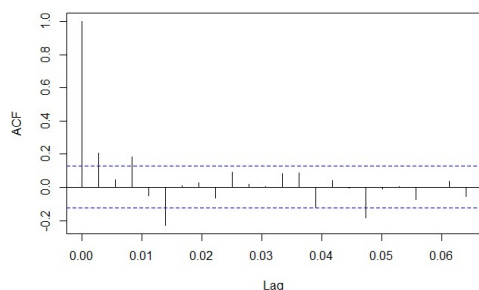
Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R con la librería tseries.

Para las dos pruebas el p-valor es menor al $\alpha = 0.05$, por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula, es decir la serie de la acción (DVI_p) es estacionaria, posee estabilidad y los valores de la serie se mantienen alrededor de un valor medio. Se procede a la revisión de las funciones de autocorrelación.

Función de Autocorrelación Rendimientos Acción (DVI_p)

Se utiliza la función de Autocorrelación (ACF) para identificar el modelo ARIMA, se utiliza para describir la presencia o ausencia de correlación en los datos, mostrando si las observaciones ocurridas influyen en las actuales.

Grafico 22. Correlograma de Autocorrelación Rendimientos (DVI_p)

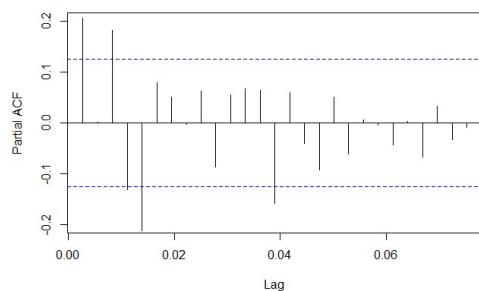


Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R.

En la función de autocorrelación identificamos el proceso de Media Móvil (MA), en este caso se omite la primera barra, debido a que corresponde a la autocorrelación con la misma observación, lag/retraso = 0, por lo tanto, la segunda, la cuarta y la sexta barra son significativas con un 95%. Por ende, se tomara un modelo MA(1), MA(3), MA(5).

Función de Autocorrelación Parcial Rendimientos Acción (DVI_p)

Gráfico 23. Correlograma de Autocorrelación Parcial Rendimientos (DVI_p).



Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R.

Con la función de autocorrelación parcial identificamos los valores de la parte del proceso autoregresivo (AR). La primera barra corresponde al primer retraso, siendo significativa. La tercera, cuarta y quinta barra son significativas, por lo tanto, se tomará un modelo AR (1), AR (3), AR (4) y AR (5).

Elección del Modelo para los Rendimientos Acción (DVI_p)

Para obtener el modelo de predicción que permita estimar los precios futuros de la acción DVI_p se construyeron varios modelos y se seleccionó el mejor comparando el criterio AKAIKE (AIC) en cada modelo estimado. Finalmente, el modelo AR (5) obtuvo el menor AIC con un valor de -1495.99217144.

Tabla 3. Criterio AKAIKE (AIC)

aic 1	-1478.446
aic 2	-1484.408
aic 3	-1486.45
aic 4	-1495.992
aic 5	-1478.795
aic 11	-1486.778
aic 14	-1490.857
aic 18	-1492.369

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R con la librería lmtest.

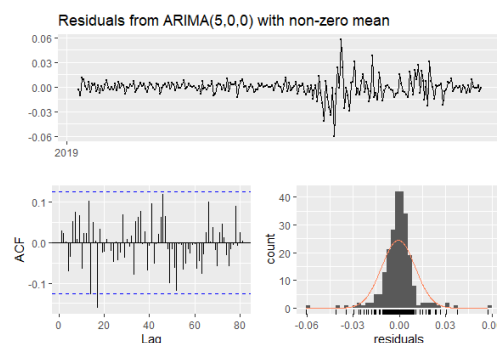
Figura 15. Modelo AR(5)

```
z test of coefficients:
      Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
ar1    0.189373   0.060078   3.1521 0.0016208 **
ar3    0.188307   0.060098   3.1333 0.0017283 **
ar5   -0.224276   0.059912  -3.7434 0.0001815 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R con la librería lmtest.

Validación del Modelo Rendimientos Acción (DVI_p).

Gráfico 24. Residuales del Modelo



Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R.

En el gráfico de los residuos del modelo de la serie DVI_p se verifica que el modelo ha capturado adecuadamente la información en los datos. En el primer gráfico, la media de los residuos es cercana a cero, no presenta ninguna tendencia. En el segundo gráfico, todas las barras están dentro de las bandas a excepción del rezago 17, en el tercer gráfico el histograma muestra que los residuos son normales, en consecuencia, los pronósticos de este modelo serán bastantes buenos.

Prueba Multiplicador de Lagrange (DVI_p)

Para detectar la presencia de efectos heterocedásticos en los residuos se utiliza la prueba Multiplicador de Lagrange que consiste en probar si es apropiado modelar la varianza de un modelo de media, utilizando un modelo ARCH o GARCH.

Prueba de Hipótesis

H_0 : Los residuos no presentan efectos ARCH
 H_1 : Los residuos presentan efectos ARCH

ARCH heteroscedasticity test for residuals
alternative: heteroscedastic

Portmanteau-Q test:

order	PQ	p.value
[1,]	4	81.2 1.11e-16
[2,]	8	128.4 0.00e+00
[3,]	12	144.7 0.00e+00
[4,]	16	146.5 0.00e+00
[5,]	20	151.4 0.00e+00
[6,]	24	156.9 0.00e+00

Lagrange-Multiplier test:

order	LM	p.value
[1,]	4	239.57 0.00e+00
[2,]	8	42.67 3.87e-07
[3,]	12	23.38 1.56e-02
[4,]	16	16.61 3.43e-01
[5,]	20	11.09 9.21e-01
[6,]	24	8.61 9.97e-01

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

Lag	statistic	p-value
Lag[1]	0.06295	0.8019
Lag[2]=(p+q)+(p+q)-1][5]	3.38827	0.2550
Lag[4]=(p+q)+(p+q)-1][9]	6.60809	0.1704

d.o.f=2
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

Lag	statistic	p-value
Lag[1]	0.2509	0.6164
Lag[2]=(p+q)+(p+q)-1][5]	1.9468	0.6311
Lag[4]=(p+q)+(p+q)-1][9]	5.6918	0.3352

d.o.f=2

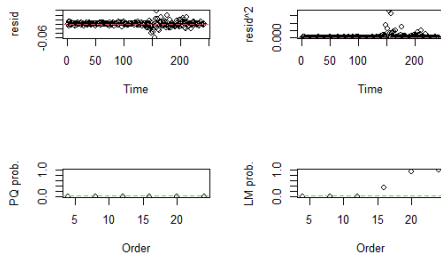
Weighted ARCH LM Tests

ARCH Lag	Statistic	Shape	Scale	P-Value
ARCH Lag[3]	0.3118	0.500	2.000	0.57655
ARCH Lag[5]	3.1906	1.440	1.667	0.26332
ARCH Lag[7]	6.7274	2.315	1.543	0.09934

Nyblom stability test

Fuente:Elaboración propia (datos portal financiero Grupo Aval), procesados en el software estadístico R,librería aTSA.

Gráfico 25. Residuales del Modelo.



Fuente:Elaboración propia (datos portal financiero Grupo Aval), procesados en el software estadístico R, Librería aTSA

Modelo ARCH Rendimientos Acción (DVI_p)

Para modelar la volatilidad de los modelos ARCH, se utiliza el modelo más simple un GARCH(1,1). Para lo cual utilizamos los comandos ugarchspec y ugarchfit, que son rutinas para generar un modelo ARCH(1) con una especificación AR(5) en la media.

Figura 16. Modelo ARCH Rendimientos Acción (DVI_p)

```

*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : sGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,1)
Distribution      : norm

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.000098  0.000352  0.27882 0.780384
ar1     -0.418362  0.548585 -0.76262 0.445690
ma1      0.450666  0.535801  0.84111 0.400288
omega    0.000002  0.000002  0.72810 0.466554
alpha1   0.219848  0.052100  4.21974 0.000024
beta1    0.768811  0.041518 18.51772 0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.000098  0.000297  0.33046 0.741049
ar1     -0.418362  0.171056 -2.44576 0.014455
ma1      0.450666  0.153568  2.93465 0.003339
omega    0.000002  0.000005  0.32212 0.747362
alpha1   0.219848  0.081968  2.68211 0.007316
beta1    0.768811  0.060600 11.63815 0.000000

```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

De los resultados se obtiene que los residuales no presentan autocorrelación serial y tampoco hay proceso ARCH en los residuales elevados al cuadrado, se procede a realizar el modelo GARCH

Modelo GARCH Rendimientos Acción (DVI_p)

Para modelar la volatilidad utilizamos el modelo más simple un GARCH(1,1). Para lo cual se manejan los comandos ugarchspec y ugarchfit, que son rutinas para generar un modelo GARCH(1,1) con una especificación ARMA(2,2) en la media

Figura 17. Modelo GARCH Rendimientos Acción (DVI_p)

```

*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : sGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(2,0,2)
Distribution      : norm

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.000111  0.000340  0.32580 0.744578
ar1     -1.049516  0.073913 -14.19928 0.000000
ar2     -0.930867  0.050222 -18.53511 0.000000
ma1      1.102236  0.070838 15.56006 0.000000
ma2      0.919505  0.068545 13.41465 0.000000
omega    0.000002  0.000002  0.68143 0.495597
alpha1   0.237066  0.062882  3.77000 0.000163
beta1    0.753730  0.052065 14.47667 0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.000111  0.000294  0.37727 0.705974
ar1     -1.049516  0.138804 -7.56115 0.000000
ar2     -0.930867  0.076242 -12.20932 0.000000
ma1      1.102236  0.125545  8.77961 0.000000
ma2      0.919505  0.123368  7.45336 0.000000
omega    0.000002  0.000006  0.27204 0.785590
alpha1   0.237066  0.112489  2.10746 0.035077
beta1    0.753730  0.102198  7.37521 0.000000

LogLikelihood : 847.7451

```

```

Information Criteria
-----
Akaike      -6.9400
Bayes       -6.8247
Shibata     -6.9421
Hannan-Quinn -6.8936

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
              statistic p-value
Lag[1]         0.05779  0.8100
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][11] 4.06145  0.9998
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][19] 7.74170  0.8286
d.o.f=4
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
              statistic p-value
Lag[1]         0.3582  0.5495
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 2.1797  0.5766
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 5.6779  0.3369
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
              Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]   0.01609 0.500 2.000 0.8991
ARCH Lag[5]   3.53229 1.440 1.667 0.2213
ARCH Lag[7]   6.61337 2.315 1.543 0.1050

```

```

Information Criteria
-----
Akaike      -6.9230
Bayes       -6.8221
Shibata     -6.9246
Hannan-Quinn -6.8823

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
              statistic p-value
Lag[1]         0.0008471  0.9768
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 3.2492860  0.3251
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 6.2938251  0.2116
d.o.f=2
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
              statistic p-value
Lag[1]         0.9414  0.3319
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 2.0310  0.6111
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 3.6319  0.6517
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
              Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]   0.5055 0.500 2.000 0.4771
ARCH Lag[5]   1.7712 1.440 1.667 0.5240
ARCH Lag[7]   3.0936 2.315 1.543 0.4961

```

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

Se puede observar que todos los coeficientes del modelo ARMA(2,2) son significativos, con un modelo GARCH(1,1), que indica un rezago para los residuales al cuadrado y un rezago para la varianza. En el test de Ljung-Box sobre los residuos estándar, no rechazamos la hipótesis nula, en consecuencia, no hay ausencia de correlación serial. Aplicando el mismo test sobre los residuos al cuadrado, no se rechaza la hipótesis nula, por lo tanto, los residuos se distribuyen de forma independiente. Para el test ARCH LM, la hipótesis nula, no se rechaza. Así que, no hay efectos ARCH.

Los coeficientes del modelo ARMA(2,2) + GARCH(1,1) se expresan de la siguiente forma:

$$X_t = 0.744 + 0.000x_{t-1} + 0.000x_{t-2} + 0.000z_{t-1} + 0.000z_{t-2} + z_t \quad (19)$$

Modelo EGARCH Rendimientos Acción (DVI_p)

Para modelar la volatilidad utilizamos el modelo más simple GARCH(1,1). Para lo cual utilizamos los comandos `ugarchspec` con una especificación ARMA(1,1) en la media y estimamos el modelo con `ugarchfit`, para generar un modelo EGARCH(1,1).

Figura 18. Modelo EGARCH Rendimientos Acción DVI_p

```

*-----*
*      GARCH Model Fit      *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : eGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,1)
Distribution      : norm

Optimal Parameters
-----
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      -0.000193    0.000082  -2.3489 0.018827
ar1     -0.415924    0.030854  -13.4806 0.000000
ma1      0.452911    0.031683   14.2952 0.000000
omega   -0.302019    0.119849   -2.5200 0.011735
alpha1  -0.137883    0.043650   -3.1589 0.001584
beta1    0.968665    0.012079   80.1960 0.000000
gamma1   0.333586    0.071528    4.6637 0.000003

Robust Standard Errors:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      -0.000193    0.000017  -11.3604 0.000000
ar1     -0.415924    0.010733  -38.7535 0.000000
ma1      0.452911    0.011631   38.9415 0.000000
omega   -0.302019    0.107497   -2.8096 0.004961
alpha1  -0.137883    0.047077   -2.9289 0.003402
beta1    0.968665    0.010138   95.5512 0.000000
gamma1   0.333586    0.066474    5.0183 0.000001

LogLikelihood : 844.6794

```

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

Se observa que todos los coeficientes del modelo ARMA(1,1) son significativos, con un modelo EGARCH(1,1), que indica un rezago para los residuales al cuadrado y un rezago para la varianza. En el test de Ljung-Box sobre los residuos estándar, no rechazamos la hipótesis nula, en consecuencia, no hay ausencia de correlación serial. Aplicando el mismo test sobre los residuos al cuadrado, no se rechaza la hipótesis nula, por esa razón, los residuos se distribuyen de forma independiente. Para el test ARCH LM, la hipótesis nula, no se rechaza. Por lo tanto, no hay efectos ARCH.

Pronóstico Modelo Clásico Rendimientos Acción (DVI_p)

Dado el modelo escogido, pasamos a la etapa del pronóstico 5 pasos adelante, el cual muestra un ajuste adecuado al comportamiento de la acción (DVI_p).

Figura 19. Pronóstico Rendimientos Acción (DVI_p) Modelo GARCH

```

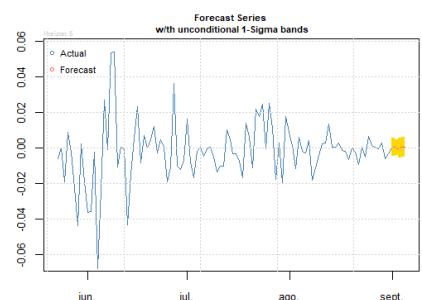
*-----*
*      GARCH Model Forecast      *
*-----*
Model: sgARCH
Horizon: 5
Roll Steps: 0
Out of Sample: 0

0-roll forecast [T0=1970-08-30 19:00:00]:
Series      sigma
T+1  0.0001563  0.004889
T+2  0.0006991  0.005036
T+3  -0.0005490  0.005177
T+4  0.0002557  0.005313
T+5  0.0005730  0.005444

```

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

Gráfico 26. Pronóstico Rendimientos Acción (DVI_p) Modelo GARCH



Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

En los próximos 5 días, los valores pronosticados se mantendrán sobre la media, con crecimiento los primeros y los últimos dos días. Se observa el intervalo de confianza a través de las bandas amarillas que nos muestran los límites inferior y superior del intervalo de confianza.

Figura 20. Pronóstico Rendimientos Acción (DVI_p) Modelo EGARCH

```

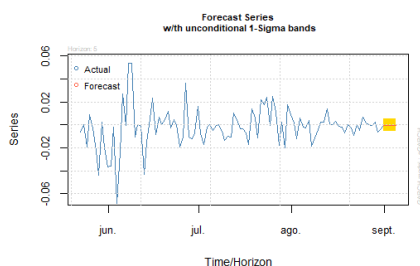
*-----*
*          GARCH Model Forecast          *
*-----*
Model: eGARCH
Horizon: 5
Roll Steps: 0
Out of Sample: 0

0-roll forecast [T0=1970-08-30 19:00:00]:
      Series      Sigma
T+1 -0.0001806 0.005453
T+2 -0.0001981 0.005520
T+3 -0.0001908 0.005587
T+4 -0.0001938 0.005651
T+5 -0.0001926 0.005715

```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

Gráfico 27. Pronóstico Rendimientos Acción (DVI_p) Modelo EGARCH

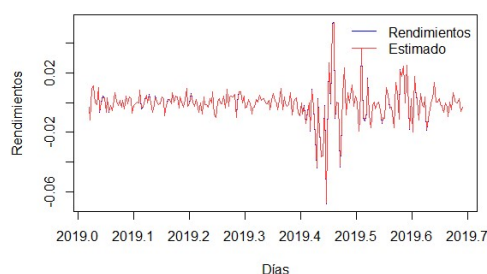


Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería rugarch.

En los próximos 5 días, los valores pronosticados están por debajo de la media, mostrando variabilidad los cinco días. Se observa el intervalo de confianza a través de las bandas amarillas que nos muestran los límites inferior y superior del intervalo de confianza.

Aplicación del Modelo Polinomial de Primer Orden para la Predicción de los Rendimientos de la acción Banco Davivienda (DVI_p).

Gráfico 28. Serie Valores Estimados Rendimientos Acción (DVI_p)



Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal fi-

nanciero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R.

En el gráfico se observa que la estimación del modelo es buena, debido a que los valores estimados están sobrepuestos.

Pronóstico Modelo Polinomial de Primer Orden Rendimientos Acción (DVI_p)

Se realiza el pronóstico con un modelo polinomial de primer orden, 5 pasos adelante. Este modelo presenta inconvenientes puesto que los pronósticos no son variables.

Figura 21. Pronóstico Rendimientos Acción (DVI_p) Modelo Polinomial de Primer Orden.

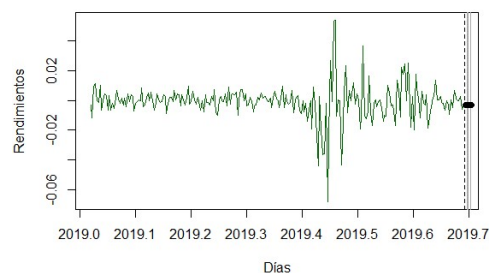
```

Time Series:
Start = c(2019, 250)
End = c(2019, 254)
Frequency = 359
      Series 1
[1,] -0.003161949
[2,] -0.003161949
[3,] -0.003161949
[4,] -0.003161949
[5,] -0.003161949

```

Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería dlm.

Gráfico 29. Pronóstico Rendimientos acción (DVI_p) Modelo Polinomial de Primer Orden.



Fuente:Elaboración propia a partir de los datos del portal financiero Grupo Aval, procesados en el software estadístico R utilizando la librería dlm.

En los próximos 5 días, los rendimientos de la acción (DVI_p) decrecen con un valor de -0.003161949.

Comparación y Resultados

Tabla 2. Comparación Pronóstico Modelos Estadísticos.

Acción/Criterio	Polinomial	GARCH	EGARCH
ECO/MAD	0.017638	0.009242	0.008854
ECO/MSE	0.000422	0.000143	0.000136
NCH/MAD	0.002366	0.004319	0.003991
NCH/MSE	0.000009	0.000023	0.000020
DVI_p/MAD	0.003005	0.002936	0.002887
DVI_p/MSE	0.000012	0.000014	0.000013

Conclusión

- Teniendo en cuenta los resultados y los criterios de comparación, desviación absoluta media (MAD) y el error cuadrático medio (MSE). Se observa en la tabla de comparación que el modelo estadístico clásico (GARCH) para la acción de

Ecopetrol es el que pronóstica mejor, puesto que los valores de los criterios son menores.

- Para la acción Grupo Nutresa, los criterios del modelo polinomial de primer orden son menores a los valores del modelo clásico, es decir, el modelo lineal dinámico representa mejor la serie de la acción Nutresa.
- Para la acción Banco Davivienda, los criterios del modelo EGARCH son menores en comparación con el modelo GARCH y el modelo polinomial de primer orden, es decir, el modelo EGARCH representa mejor la serie de la acción.

Conclusiones

- Los resultados indican que los modelos clásicos tienen mayor capacidad predictiva para las acciones trabajadas en el periodo de tiempo analizado que el modelo dinámico polinomial de primer orden.
- En las acciones elegidas se identificó heterocedasticidad en los datos, en consecuencia, fue necesario ajustar los datos ampliando los modelos ARCH, GARCH y EGARCH.
- Los resultados de los pronósticos para el modelo GARCH y EGARCH se asemejan, mientras que, los valores del modelo Polinomial de Primer Orden son mas lejanos.
- La acción Ecopetrol S.A desde la validación de los residuales capturo adecuadamente la información concluyendo que los pronosticos de este modelo iban a ser buenos.
- El modelo GARCH predice crecimiento para las tres acciones, mientras que, los pronósticos del modelo EGARCH y modelo Polinomial de Primer Orden tienden a decrecer.
- El modelo ARCH no es adecuado para modelar ninguna de las tres acciones debido a la fuerte caída que hubo en el mes de marzo.
- Debido a la caída fuerte que se presento en las tres acciones, los modelos presentaron cambio de nivel, por ende se recomienda trabajar con otros modelos.

References

1. Arellano, M. (2001) *Introducción al Análisis Clásico de Series de Tiempo*, [En línea] Disponible en: <https://ciberconta.unizar.es/leccion/series/100.HTM>
2. Martha Garcia, Aura Jalal, Luis Garzón, Jorge López (2013) *Métodos para predecir índices bursátiles*, Scielo, (37), 51-82. [Fecha de consulta 14 de Agosto de 2020]. ISSN 1657-4206. Disponible en: <http://www.scielo.org.co/pdf/ecos/v17n37/v17n37a3.pdf>
3. Gil-Gómez de Liaño, Beatriz, & Pascual-Ezama, David (2012) *La metodología Delphi como técnica de estudio de la validez de contenido*, Anales de Psicología, 28(3), 1011-1020. [Fecha de consulta 14 de Agosto de 2020]. ISSN: 0212-9728. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=167/16723774041>
4. Marisol Valencia, S. R. (2014) *MÉTODOS DE PRONÓSTICOS - CLÁSICOS Y BAYESIANOS CON APLICACIONES*, ISBN: 978-958-46-4735-1
5. Luis Mariano Rodríguez, & José Simón Fermin (2016) *Mercado eficiente y caminata aleatoria en la bolsa de valores de caracas*, [Linea], Scielo, 31(12). [Fecha de consulta 14 de Agosto de 2020]. ISSN 0378-1844. Disponible en: http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0378-18442006001200012
6. Juan Manuel Gutiérrez Cárdenas (2018) *Predicción de precios de acciones de bolsa de valores utilizando support vector regression*, [Documento], [Fecha de consulta 14 de Agosto de 2020]. Disponible en: https://repositorio.ulima.edu.pe/bitstream/handle/ulima/6973/C%C3%A1ceres_Chian_V%C3%ADctor_Andr%C3%A9s_Edgar_d.pdf?sequence=1&isAllowed=y
7. Serra, Á. C. (2006) *La estadística frecuentista y la estadística inferencial. El teorema de Bayes*. Recuperado de: [https://www.revistasden.org/files/7-CAP 207.pdf](https://www.revistasden.org/files/7-CAP%207.pdf)
8. Moral Enrique (2010) *Econometría: ¿Bayesiano o Frecuentista?*. Recuperado de: <https://www.sintetia.com/econometria-bayesiano-o-frecuentista/>
9. Luis Mariano Rodríguez y José Simón Fermín (2006) *MERCADO EFICIENTE Y CAMINATA ALEATORIA EN LA BOLSA DE VALORES DE CARACAS*, Recuperado de: <http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sciarttext&pid=S0378-18442006001200012> ISSN 0378-1844