

MÓDULO

# VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO

Interés simple e  
interés compuesto  
Aplicaciones



José Antonio Fernández Navarrete



## **Valor del dinero en el tiempo**

**MÓDULO VALOR DEL DINERO  
EN EL TIEMPO**  
**Interés simple e interés compuesto**  
**Aplicaciones**

José Antonio Fernández Navarrete



Fernández Navarrete, José Antonio

Módulo valor del dinero en el tiempo: Interés simple e interés compuesto

/José Antonio Fernández Navarrete Bogotá: Universidad Santo Tomás, 2017.

60 páginas, cuadros, ilustraciones, tablas

Incluye referencias bibliográficas (página 59)

ISBN 978-958-782-055-3

1. Finanzas Internacionales 2. valor (economía) 3. Dinero 4. Intereses futuros. 5. Calendario. 6 Bancos 7. Descuento 8. tasa de cambio 8. Precios.

I. Universidad Santo Tomás (Colombia).

CDD 332.41

CO-BoUST



© José Antonio Fernández Navarrete

© Universidad Santo Tomás, 2017

Ediciones USTA Carrera 9 n.º 51-11

Edificio Luis J. Torres, sótano 1

Bogotá D. C., Colombia

Teléfono: (+571) 5878797, ext. 2991

[editorial@usantotomas.edu.co](mailto:editorial@usantotomas.edu.co)

<http://ediciones.usta.edu.co>

Coordinación de libros: Karen Grisales Velosa

Asistente editorial: Andrés Felipe Andrade Cañón

Diagramación: Kilka Diseño Gráfico

Diseño de cubierta: Kilka Diseño Gráfico

Corrección de estilo: Laura Arjona

Hecho el depósito que establece la ley

e-ISBN: 978-958-782-055-3

Primera edición, 2017

Se prohíbe la reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio, sin la autorización por escrito del titular de los derechos.

# Contenido

|                                                                                |    |
|--------------------------------------------------------------------------------|----|
| Presentación                                                                   | 7  |
| Objetivo general                                                               | 8  |
| Concepto de interés                                                            | 9  |
| Interés simple                                                                 | 10 |
| Operacionalización y aplicaciones                                              | 10 |
| Representación gráfica de una operación                                        | 11 |
| Ejemplos de operaciones comerciales                                            | 14 |
| Descuentos en interés simple                                                   | 21 |
| Ejercicios propuestos                                                          | 28 |
| Interés compuesto                                                              | 32 |
| Objetivos                                                                      | 32 |
| Operacionalización y aplicaciones                                              | 32 |
| Tasa nominal                                                                   | 33 |
| Tasa periódica                                                                 | 34 |
| Tasa efectiva                                                                  | 35 |
| Equivalencias de tasas de interés                                              | 36 |
| Ejercicios propuestos                                                          | 37 |
| Tasas compuestas                                                               | 39 |
| Reglas de tasas compuestas                                                     | 39 |
| Expresiones de tasas compuestas diferentes<br>a las contempladas en las reglas | 40 |

|                                                     |    |
|-----------------------------------------------------|----|
| Tratamiento de las tasas compuestas internacionales | 41 |
| Ejercicios propuestos                               | 42 |
| Tasa real                                           | 43 |
| Ejercicios propuestos                               | 43 |
| Valor del dinero en el tiempo                       | 45 |
| Ejercicios propuestos                               | 54 |
| Resumen de fórmulas y glosario                      | 56 |
| Interés simple                                      | 56 |
| Descuento comercial                                 | 56 |
| Descuento racional                                  | 57 |
| Interés compuesto                                   | 57 |
| Tasa compuesta                                      | 58 |
| Tasa real                                           | 58 |
| Valor del dinero en el tiempo                       | 58 |
| Referencias                                         | 59 |

# Presentación

---

El capital como factor productivo requiere una retribución por su uso. Y ello está necesariamente ligado a que el dinero pierde valor en el tiempo por efecto de la inflación, definida como el alza generalizada de los precios.

En tal sentido, cuando se recibe en préstamo un dinero, como reciprocidad, debe pagarse un precio: este se llama interés.

En el mercado colombiano la tasa de interés simple representa un porcentaje aplicable al monto de capital recibido durante un período de tiempo (una semana, un mes, un trimestre, etc.), y la aplicación de esta clase de interés únicamente se da en el mercado comercial.

El presente módulo fue preparado con el fin de iniciar a los estudiantes universitarios en el mundo de las finanzas, y tiene aplicación para la cátedra de Matemáticas Financieras e Ingeniería Económica en programas como Administración de Empresas, Economía, Contaduría Pública, Negocios Internacionales, Mercadeo e Ingenierías.

# Objetivo general

---

Al finalizar el estudio de este capítulo el lector:

1. Diferenciará los conceptos de interés simple e interés compuesto
2. Comprenderá los usos del interés simple
3. Entenderá los conceptos de descuento comercial y descuento racional y su aplicación en el mercado comercial

# Concepto de interés

---

El uso de los factores productivos tiene su remuneración; así, el uso de la tierra se remunera con la renta, el trabajo se paga con el salario y el uso del capital se retribuye con el interés. Desde esta perspectiva, el interés no es otra cosa que el costo del dinero por su uso. En ese sentido, se busca que el capital tenga un precio, el cual se llama interés, y su cálculo está asociado al tiempo de uso y al costo establecido, el cual se llama tasa de interés.

La tasa de interés se clasifica de dos maneras: tasa de interés simple y tasa de interés compuesto.

# Interés simple

La tasa de interés simple se caracteriza por aplicarse siempre sobre el mismo monto de capital, en tanto que la tasa de interés compuesta se aplica sobre el monto de capital adeudado adicionado en la proporción del interés establecido. Lo anterior se conoce como capitalización de los intereses.

## Operacionalización y aplicaciones

El interés simple tiene aplicaciones comerciales y en el mercado informal, más no financieras. Se usa en préstamos entre personas naturales y en muchos casos se tipifica la usura: en nuestro medio el comúnmente llamado “gota a gota” o “paga diario”; prestamistas se aprovechan de las necesidades de las personas y cobran altas tasas de interés. Es también común desarrollar estas operaciones bajo la figura de negocios de compra-venta, donde se exigen garantías prendarias.

Los intereses que genera una operación comercial se estiman así:

1. Intereses:  $VP * n * i \%$

Y el cálculo del valor del dinero en el tiempo se apoya en las siguientes fórmulas:

2.  $VF = VP * (1 + n * i \%)$ ;      entonces:

3.  $VP = VF / (1 + n * i \%)$

4.  $n = ((VF/VP)-1) / i \%$

5.  $i\% = ((VF/VP)-1) / n$

Donde:

VP = valor presente de dinero

VF = valor futuro de dinero (es equivalente al VP más los interés devengados o cobrados)

$n$  = tiempo de la operación (días, semanas, quincenas, meses, bimestres, trimestres, semestres, otros)

$i\%$  = tasa de interés aplicada (costo del capital); así, 2 % es equivalente a  $2/100 = 0,02$

La tasa de interés aplicada y el período de la operación deben estar alineados. Si la tasa de interés está expresada en meses y la operación en días, se puede convertir los días a meses y usar la tasa de  $i\%$  mensual; o, convertir la tasa de  $i\%$  a días y usar el tiempo ( $n$ ) en días.

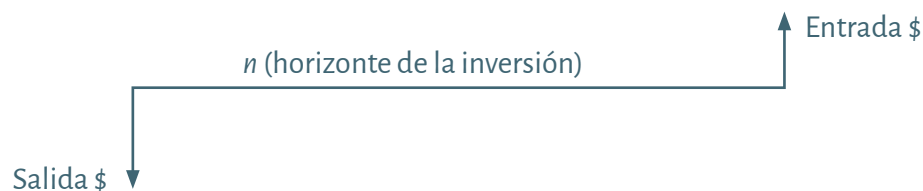
## Representación gráfica de una operación

En finanzas, es de gran utilidad representar en forma gráfica las operaciones que se van a realizar, por cuanto permite entender el planteamiento del problema y visualizar la solución. El diagrama se construye así:

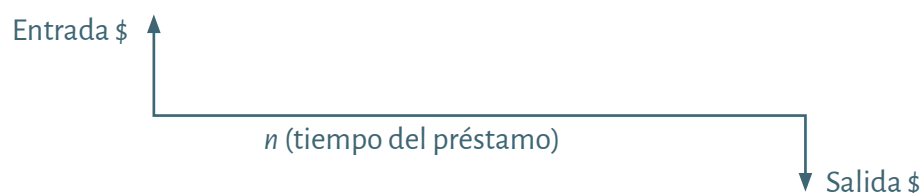
1. Una línea horizontal, la cual representa el tiempo de la operación;
2. Una flecha hacia abajo al comienzo de la línea horizontal que representa la salida de dinero para realizar una inversión.
3. Una flecha hacia arriba al final de la línea horizontal que representa la entrada del dinero invertido junto con los rendimientos recibidos.

Nota: cuando la operación es de un préstamo recibido, el sentido de las flechas es al contrario de la inversión.

Operación de inversión:



Operación de préstamo



## Calendario comercial y calendario exacto

Cuando las operaciones comerciales se plantean entre fechas, el cálculo del tiempo puede estimarse de dos maneras:

1. Calendario comercial, también llamado ordinario o bancario, el cual se basa en años de 360 días y meses de 30 días.
2. Calendario exacto, el cual se basa en años de 365 días (años normales) o 366 días (años bisiestos).

La estimación del tiempo comercial de una operación se efectúa así:

### Ejemplo 1:

Fecha inicial: 24 de enero de 2017

Fecha final: 30 de marzo de 2017

Se separan años, meses y días; luego, se resta de la fecha final, la fecha final, comenzando de derecha a izquierda, es decir, primero los días, luego los meses y luego los años.

| AAAA  | MM | DD |
|-------|----|----|
| 2017  | 03 | 30 |
| 2017  | 01 | 24 |
| <hr/> |    |    |
| 0     | 02 | 06 |

El tiempo total es 2 meses y 6 días. Al unificar en días será  $(2 * 30) + 6 = \mathbf{66 \text{ días comerciales}}$ .

Si la estimación del tiempo se desea hacer en el modo exacto, entonces tendremos:

Del 24 de enero al 31 de enero = 7 días

Del 1.º al 28 de febrero = 28 días

Del 1.º al 30 de marzo = 30 días

Total días:  $7 + 28 + 30 = \mathbf{65 \text{ días exactos}}$

## Ejemplo 2:

Fecha inicial: 17 de octubre de 2016

Fecha final: 21 de marzo de 2017

| AAAA | MM | DD |
|------|----|----|
| 2017 | 03 | 21 |
| 2016 | 10 | 17 |
|      |    | 04 |

Como a tres meses no se le pueden quitar 10 meses, entonces la columna de año le presta uno, es decir 12 meses y queda convertido en 2016, ahora sí se puede realizar la estimación del tiempo.

| AAAA | MM        | DD |
|------|-----------|----|
| 2016 | 15 (12+3) | 21 |
| 2016 | 10        | 17 |
|      |           | 05 |
|      |           | 04 |

El tiempo total es: 5 meses y 4 días. Al unificar en días será  $(5 * 30) + 4 = 154$  días comerciales.

Si la estimación del tiempo se desea hacer en el modo exacto, entonces tendremos:

Del 17 al 31 de octubre = 14 días

Del 1.º al 30 de noviembre = 30 días

Del 1.º al 31 de diciembre = 31 días

Del 1.º al 31 de enero = 31 días

Del 1.º al 28 de febrero = 28 días

Del 1.º al 17 de marzo = 17 días

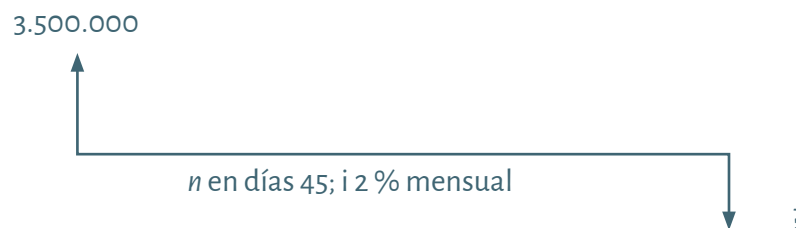
Total días:  $14 + 30 + 31 + 31 + 28 + 17 = 151$  días exactos

# Ejemplos de operaciones comerciales

- Nos hacen un préstamo por valor de \$3.500.000 con plazo de 45 días. Si la tasa de interés simple cobrada es de 2 % mensual, estimar el valor de los intereses que se pagarán.

Representación gráfica de la operación

VP = 3.500.000;



$n$  en días: 45;  $n$  en meses =  $45/30 = 1,5$  meses

$i$  % mensual = 2 %

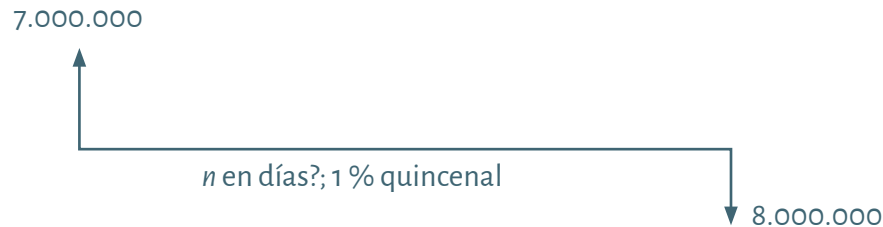
Intereses =  $3.500.000 * 1,5 * 0,02 = 105.000$

En hoja de cálculo de Excel sería:

|    | B | C | D            | E            | F | G | H |
|----|---|---|--------------|--------------|---|---|---|
| 65 |   |   |              |              |   |   |   |
| 66 |   |   | VP           | 3500000      |   |   |   |
| 67 |   |   | % mensual    | 0,02         |   |   |   |
| 68 |   |   | $n$ en días  | 45           |   |   |   |
| 69 |   |   | $n$ en meses | =45/30       |   |   |   |
| 70 |   |   | Intereses    | =E66*E67*E69 |   |   |   |
| 71 |   |   |              | 105000       |   |   |   |
| 72 |   |   |              |              |   |   |   |
| 73 |   |   |              |              |   |   |   |
| 74 |   |   |              |              |   |   |   |
| 75 |   |   |              |              |   |   |   |
| 76 |   |   |              |              |   |   |   |
| 77 |   |   |              |              |   |   |   |
| 78 |   |   |              |              |   |   |   |
| 79 |   |   |              |              |   |   |   |
| 80 |   |   |              |              |   |   |   |

- Por un préstamo de 7.000.000 al 1 % de interés quincenal simple, se pagó en calidad de intereses la suma de 1.000.000. Halle el tiempo de esa operación en días.

Representación gráfica de la operación



$$VP = 7.000.000$$

$$VF = VP + \text{intereses}$$

$$VF = 7.000.000 + 1.000.000 = 8.000.000$$

Convertimos la tasa de  $i\%$  de quincenas a días así:

$$1\% \text{ quincenal} / 15 \text{ días} = 0,067\% \text{ diaria, es decir } 0,00067$$

Hallamos  $n$  en días.

$$n = ((VF/VP) - 1) / i\%, n = ((8.000.000 / 7.000.000) - 1) / 0,00067 = 214,29 \text{ días}$$

En hoja de cálculo de Excel sería:

|    | B | C | D            | E                 | F        | G | H |
|----|---|---|--------------|-------------------|----------|---|---|
| 77 |   |   |              |                   |          |   |   |
| 78 |   |   |              |                   |          |   |   |
| 79 |   |   | Vp           | 7000000           |          |   |   |
| 80 |   |   | Intereses    | 1000000           |          |   |   |
| 81 |   |   | VF           | =+E79+E80         |          |   |   |
| 82 |   |   | i% quincenal | 0,01              |          |   |   |
| 83 |   |   | i% diario    | =+E82/15          | 0,000666 |   |   |
| 84 |   |   | n en días    | =(E81/E79)-1)/E83 | 214,2857 |   |   |
| 85 |   |   |              |                   |          |   |   |
| 86 |   |   |              |                   |          |   |   |
| 87 |   |   |              |                   |          |   |   |
| 88 |   |   |              |                   |          |   |   |
| 89 |   |   |              |                   |          |   |   |
| 90 |   |   |              |                   |          |   |   |
| 91 |   |   |              |                   |          |   |   |
| 92 |   |   |              |                   |          |   |   |

3. Hace seis meses deposité la suma de 15.000.000 en una corporación y el saldo hoy es de 16.620.000. ¿Qué tasa de interés anual simple renta esa inversión?

Representación gráfica de la operación:



$$VP = 15.000.000$$

$$VF = 16.620.000$$

$$n \text{ en meses} = 6; \text{ en años} = 6/12 = 0,5$$

$$i \% = ((VF/VP) - 1) / n$$

$$i \% = ((16.620.000 / 15.000.000) - 1) / 0,5) * 100 = 21,6 \% \text{ anual}$$

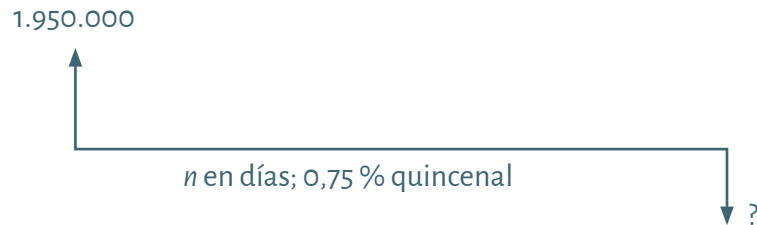
En hoja de cálculo de Excel sería:

|     | A | B | C | D          | E                  | F     | G |
|-----|---|---|---|------------|--------------------|-------|---|
| 89  |   |   |   |            |                    |       |   |
| 90  |   |   |   | Vp         | 15000000           |       |   |
| 91  |   |   |   | VF         | 16620000           |       |   |
| 92  |   |   |   | n en meses | 6                  |       |   |
| 93  |   |   |   | i% anual   | ?                  |       |   |
| 94  |   |   |   | n en años  | =+E92/12           | 0,5   |   |
| 95  |   |   |   | i% anual   | =((E91/E90)-1)/E94 | 0,216 |   |
| 96  |   |   |   |            |                    |       |   |
| 97  |   |   |   |            |                    |       |   |
| 98  |   |   |   |            |                    |       |   |
| 99  |   |   |   |            |                    |       |   |
| 100 |   |   |   |            |                    |       |   |
| 101 |   |   |   |            |                    |       |   |
| 102 |   |   |   |            |                    |       |   |
| 103 |   |   |   |            |                    |       |   |
| 104 |   |   |   |            |                    |       |   |

4. Recibimos el 27 marzo de 2017 un préstamo por la suma de 1.950.000, con garantía prendaria de un televisor, y nos comprometimos a pagarlo junto con sus intereses, el día 18 de abril de 2017. El costo financiero es de 0,75 % quincenal.

¿Cuál es el monto total que debemos cancelar?

Representación gráfica de la operación:



Estimamos el tiempo en días:

| AAAA | MM | DD |
|------|----|----|
| 2017 | 04 | 18 |
| 2017 | 03 | 27 |

Para efectuar la resta de los días, debe prestarse 1 mes (30 días) y la columna meses queda en 3 meses.

| AAAA | MM | DD         |
|------|----|------------|
| 2017 | 03 | 48 (18+30) |
| 2017 | 03 | 27         |
| 0    | 0  | 21 días    |

El tiempo total es 21 días comerciales.

$$VP = 1.950.000$$

$$n \text{ en días} = 21$$

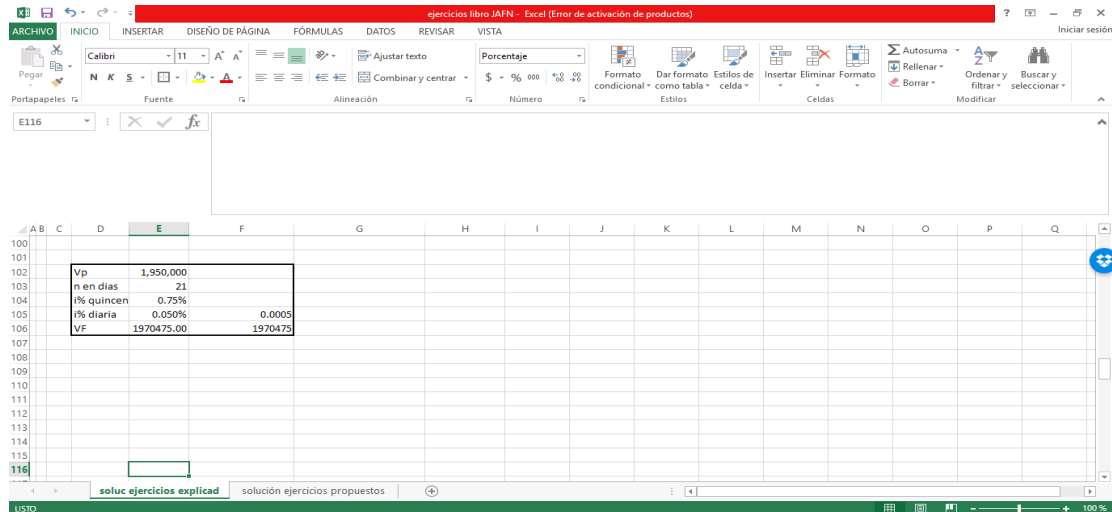
$$i \% 0,75 \% \text{ quincenal}$$

$$i \% 0,75 \% \text{ diaria} = 0,75 \% / 15 = 0,05 \%$$

VF = ?

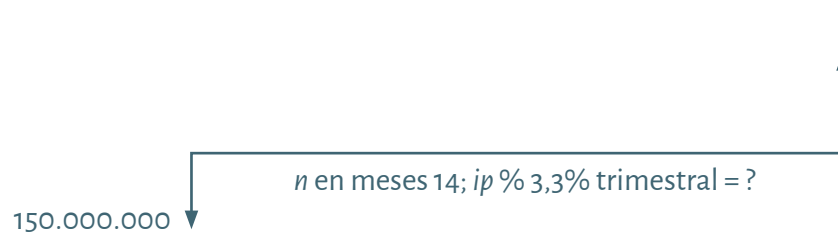
$$VF = VP * (1 + n * i \%) \quad VP = 1.950.000 * (1 + (21 * 0,0005)) = 1.970.475$$

En hoja de cálculo de Excel sería:



5. ¿Cuál es el valor acumulado en una inversión de 150.000.000 por 14 meses, si la rentabilidad trimestral simple es de 3,3 %?

Representación gráfica de la operación:



$$VP = 150.000.000$$

VF = ?

$$n \text{ en meses} = 14$$

$$i \% \text{ trimestral} = 3,3 \% \quad n \text{ en trimestres} = 14/3 = 4,67 \text{ trimestres}$$

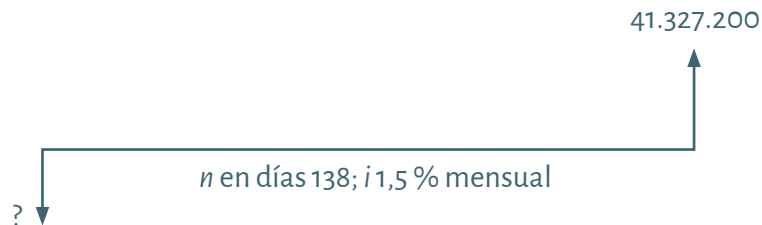
$$VF = VP * (1 + n * i \%) \quad VP = 150.000.000 * (1 + (4,67 * 0,033)) = 173.100.000$$

En hoja de cálculo de Excel sería:

|     | A | B | C | D               | E                     | F          | G |
|-----|---|---|---|-----------------|-----------------------|------------|---|
| 100 |   |   |   |                 |                       |            |   |
| 101 |   |   |   | Vp              | 150000000             |            |   |
| 102 |   |   |   | VF              | ?                     |            |   |
| 103 |   |   |   | VF              | =E101*(1+(E106*E105)) | 173100000  |   |
| 104 |   |   |   | n en meses      | 14                    |            |   |
| 105 |   |   |   | i% trimestral   | 0,033                 |            |   |
| 106 |   |   |   | n en trimestres | =E104/3               | 4,66666666 |   |
| 107 |   |   |   |                 |                       |            |   |
| 108 |   |   |   |                 |                       |            |   |
| 109 |   |   |   |                 |                       |            |   |
| 110 |   |   |   |                 |                       |            |   |
| 111 |   |   |   |                 |                       |            |   |
| 112 |   |   |   |                 |                       |            |   |
| 113 |   |   |   |                 |                       |            |   |
| 114 |   |   |   |                 |                       |            |   |
| 115 |   |   |   |                 |                       |            |   |

6. Recibimos 41.327.200 por una inversión efectuada hace 138 días. Si la tasa de interés reconocida fue del 1,5 % mensual, ¿cuál fue el valor invertido?

Representación gráfica de la operación:



$$VF = 41.327.200$$

$$n \text{ en días} = 138; n \text{ en meses} = 138/30 = 4,6$$

$$i\% \text{ mensual} = 1,5 \%$$

$$VP = ?$$

$$VP = VF / (1 + n * i\%) \quad VP = 41.327.200 / (1 + (4,6 * 0,015)) = \$38.659.681.95$$

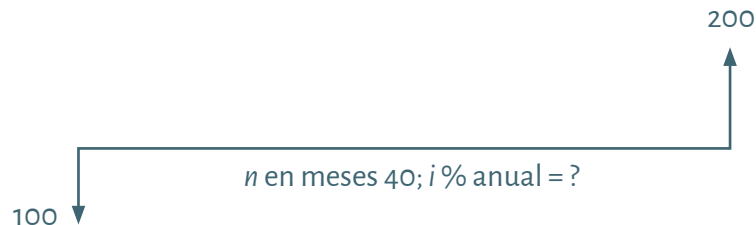
En hoja de cálculo de Excel sería:

|     | A | B | C | D          | E                     | F           | G |
|-----|---|---|---|------------|-----------------------|-------------|---|
| 118 |   |   |   |            |                       |             |   |
| 119 |   |   |   | Vp         | ?                     |             |   |
| 120 |   |   |   | VF         | 41327200              |             |   |
| 121 |   |   |   | i% mes     | 0,015                 |             |   |
| 122 |   |   |   | n en dias  | 138                   |             |   |
| 123 |   |   |   | n en meses | =E122/30              | 4,6         |   |
| 124 |   |   |   | Vp         | =E120/(1+(E123*E121)) | 38659681,94 |   |
| 125 |   |   |   |            |                       |             |   |
| 126 |   |   |   |            |                       |             |   |
| 127 |   |   |   |            |                       |             |   |
| 128 |   |   |   |            |                       |             |   |
| 129 |   |   |   |            |                       |             |   |
| 130 |   |   |   |            |                       |             |   |
| 131 |   |   |   |            |                       |             |   |
| 132 |   |   |   |            |                       |             |   |
| 133 |   |   |   |            |                       |             |   |

7. Un proyecto de exploración petrolera ofrece duplicar la inversión en 40 meses. ¿Qué rentabilidad anual simple genera?

Asumimos cualquier monto de inversión.

Representación gráfica de la operación:



$$VP = 100$$

$$VF = 200$$

$$n \text{ en meses} = 40; n \text{ en años} = 40 / 12 = 3,33 \text{ años}$$

$$i \% = ?$$

$$i \% = ((VF/VP) - 1) / n$$

$$i \% = ((200/100) - 1) / 3,33 * 100 = 30 \% \text{ anual}$$

En hoja de cálculo de Excel sería:

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data in a table starting at cell D132:

|            |                       |          |
|------------|-----------------------|----------|
| Vp         | 100                   |          |
| VF         | 200                   |          |
| n en meses | 40                    |          |
| n en años  | =E134/12              | 3,333333 |
| i% anual   | =((E133/E132)-1)/E135 | 0,3      |

Below the table, cell E138 is highlighted with a black border.

## Descuentos en interés simple

Las operaciones comerciales contemplan la aplicación de descuentos, los cuales, bajo el principio del interés simple, se calculan sobre el mismo monto de capital. Hay dos clases de descuentos:

- Descuento comercial
- Descuento racional

### Descuento comercial

Se aplica para estimar el descuento anticipado de intereses sobre un préstamo y para calcular el monto a descontar sobre facturas comerciales por pago anticipado; se apoya en las siguientes fórmulas:

$$D = VF * n * d \%$$

$$VP = VF * (1 - n * d \%)$$

$$VP = VF - D$$

En donde:

D = Descuento

VP = Valor neto recibido; también se conoce como valor líquido

VF = Valor futuro: es equivalente al monto de préstamo solicitado y que se debe devolver al final del plazo; también se conoce como valor nominal.

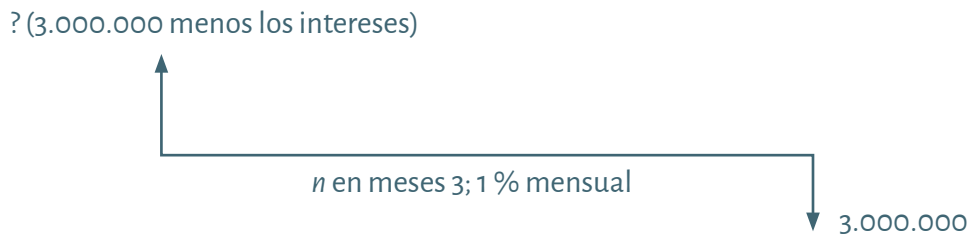
$n$  = tiempo de la operación

$d$  % tasa de descuento aplicada

### Ejemplos:

1. Recibimos de un familiar un préstamo por valor de 3.000.000 para ser cancelado dentro de tres meses; nos cobra una tasa de interés del 1 % mensual y nos descuenta por anticipado el valor total de los intereses. Establecer el valor de los intereses descontados y el monto líquido a recibir.

Representación gráfica de la operación



$$VF = 3.000.000$$

$$n \text{ en meses} = 3$$

$$d \% = 1 \%$$

$$D = 3.000.000 * 3 * 0,01 = 90.000 \text{ (valor de intereses descontados)}$$

$$VP \text{ (valor líquido)} = 3.000.000 - 90.000 = 2.910.000$$

También se puede resolver así:

$$VP \text{ (valor líquido)} = 3.000.000 * (1 - 3 * 0,01) = 2.910.000$$

En hoja de cálculo de Excel sería:

|     | D                  | E                     | F       |
|-----|--------------------|-----------------------|---------|
| 132 |                    |                       |         |
| 133 | VF (valor nominal) | 3000000               |         |
| 134 | n en meses         | 3                     |         |
| 135 | d%                 | 0,01                  |         |
| 136 | Descuento          | =E133*E134*E135       | 90000   |
| 137 | VP (valor líquido) | =E133-E136            | 2910000 |
| 138 | VP (valor líquido) | =E133*(1-(E134*E135)) | 2910000 |
| 139 |                    |                       |         |
| 140 |                    |                       |         |
| 141 |                    |                       |         |
| 142 |                    |                       |         |
| 143 |                    |                       |         |
| 144 |                    |                       |         |
| 145 |                    |                       |         |
| 146 |                    |                       |         |
| 147 |                    |                       |         |

2. Librería Panamericana vende útiles de papelería a nuestra empresa por valor de 15.000.000 con pago a 30 días (contado comercial). Disponemos de saldo para pagar de forma inmediata la factura y en conversaciones con el proveedor nos otorga un descuento comercial de 0,5 % mensual por pago inmediato. Establezca el valor de descuento y el monto neto por pagar por esa factura.

Representación gráfica de la operación:

15.000.000 (representados en papelería y útiles de oficina)



$$VF = 15.000.000$$

$$n \text{ en días} = 30; n \text{ en meses} = 1$$

$$d \% \text{ anticipado} = 0.5 \%$$

$$\text{Descuento} = 15.000.000 * 1 * 0,005 = 75.000$$

$$VP (\text{valor líquido}) = 15.000.000 - 75.000 = 14.925.000$$

También se puede resolver así:

$$VP (\text{valor líquido}) = 15.000.000 * (1 - 1 * 0,005) = 14.925.000$$

El monto a pagar a Panamericana es de 14.925.000.

En hoja de cálculo de Excel sería:

|     | VF       | n en meses | d% anticipado | Descuento             | VP (valor líquido) | VP (valor líquido) |
|-----|----------|------------|---------------|-----------------------|--------------------|--------------------|
| 166 | 15000000 | 1          | 0.005         |                       |                    |                    |
| 167 |          |            |               | =E166-E167*E168       | 75000              |                    |
| 168 |          |            |               | =E166-E169            | 14925000           |                    |
| 169 |          |            |               | =E166*(1-(E167*E168)) | 14925000           |                    |
| 170 |          |            |               |                       |                    |                    |
| 171 |          |            |               |                       |                    |                    |
| 172 |          |            |               |                       |                    |                    |
| 173 |          |            |               |                       |                    |                    |
| 174 |          |            |               |                       |                    |                    |
| 175 |          |            |               |                       |                    |                    |
| 176 |          |            |               |                       |                    |                    |
| 177 |          |            |               |                       |                    |                    |
| 178 |          |            |               |                       |                    |                    |

## Descuento racional

Se aplica principalmente en operaciones de compra de cartera y en préstamos sobre un título valor con redención en el futuro (letra de cambio, cheques posfechados, etc.).

Las fórmulas para su cálculo son:

$$D = VP * n * d \%$$

$$D = VF - VP$$

$$VP = VF / (1 + N * d \%)$$

En donde:

D = Descuento racional que se aplicará

VP = Valor neto recibido o valor líquido

VF = Valor futuro: es equivalente al monto de la cartera o del cheque que se va a recibir al final del plazo.

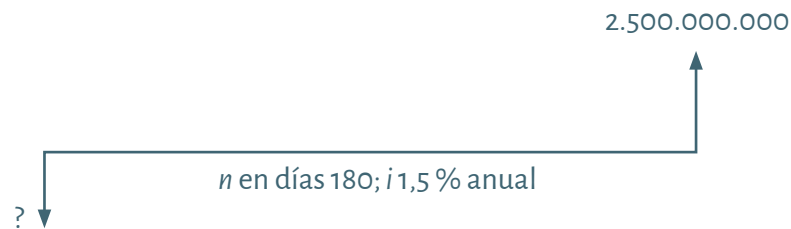
n = tiempo de la operación

d % tasa de descuento aplicada

## Ejemplos:

1. Compramos una cartera comercial de una empresa por valor de 2.500 millones de pesos, la cual se recibirá dentro de 180 días. Si deseamos obtener una rentabilidad equivalente al 1,5 % mensual, ¿cuál será el valor de compra que ofreceremos y cuál será el valor del descuento?

Representación gráfica de la operación:



VF (valor nominal) = 2.500,000.000

$n$  en días = 180

$d$  % = 1,5% mensual

VP (valor líquido) =  $2.500,000.000 / (1 + (0,015 * 6)) = 2.293.577.982$  (precio que se ofertará)

Descuento racional =  $VF - VP = 2.500,000.000 - 2.293.577.982 = 206.422.018$

Otra manera de hallar el descuento racional:

$D = VP * n * d \% = 2.293.577.982 * 6 * 0,015 = 206.422.018$

En hoja de cálculo de Excel sería:

|  | VF         | n en días | n en meses | i% mensual | i% diaria | Valor líquido    | Descuento        | Descuento        |
|--|------------|-----------|------------|------------|-----------|------------------|------------------|------------------|
|  | 2500000000 | 180       | 6          | 0,015      | 0,0005    | 2293577981,65138 | 206422018,348624 | 206422018,348624 |

Si el vendedor de la cartera estuviera dispuesto a aceptar mínimo 2.350.000.000, ¿cuál sería la rentabilidad del inversionista de cerrarse esa operación?

Para resolverlo, contamos con VP, VF y  $n$ ; debemos hallar  $d$  %.

De la fórmula de VP (Valor líquido) despejamos  $d$  %, tendremos entonces:

$d \% = ((VF/VP)-1) / n$  donde VP es 2.500.000.000; VF es 2.350.000.000;  $n$  es 6 meses

$d \% \text{ mensual} = ((2.500.000/2.350.000)-1) / 6 = 0,01064$ ; es decir: 1,064 % mensual será la rentabilidad del inversionista.

En hoja de cálculo de Excel sería:

|  | VF         | VP         | n en días | n en meses | % mensual          |
|--|------------|------------|-----------|------------|--------------------|
|  | 2500000000 | 2350000000 | 180       | 30         | 0.0106382978723404 |

- Para mejorar su señal de telefonía móvil e internet, Claro Comunicaciones requiere inversiones la suma de 500.000 dólares; para ello, decide hoy, 28 de marzo de 2017, vender parte de su cartera comercial, la cual recuperará el 31 de diciembre de 2017. Si el comprador espera una rentabilidad simple del 13 % anual simple, ¿cuál será el monto de esa negociación?



Estimamos el tiempo en días:

| AAAA  | MM | DD |
|-------|----|----|
| 2017  | 12 | 31 |
| 2017  | 03 | 28 |
| <hr/> |    |    |
| 0     | 09 | 03 |

Son 9 meses y 3 días. En días totales:  $9 * 30 + 3 = 273$  días

VF (valor nominal) = 500,000 USD

$n$  en días = 273

$d\%$  = 13 % anual

Como la tasa de descuento es anual, pasamos los días a años:  $270/360 = 0,7583$

VP (valor líquido) =  $500,000 / (1 + (0,13 * 0,7583)) = 455.131,61$  (precio que se ofertará)

Descuento racional =  $VF - VP = 500.000 - 455.131,61 = 44.868,39$

Otra manera de hallar el descuento racional:

$D = VP * n * d\% = 455.131,61 * 0,7583 * 0,13 = 44.868,39$

En hoja de cálculo de Excel sería:

|     | A | B | C                  | D | E                     | F | G | H |
|-----|---|---|--------------------|---|-----------------------|---|---|---|
| 224 |   |   | VF                 |   | 500000                |   |   |   |
| 225 |   |   | n en días          |   | 273                   |   |   |   |
| 226 |   |   | n en años          |   | =E226/360             |   |   |   |
| 227 |   |   | % anual            |   | 0.13                  |   |   |   |
| 228 |   |   | Valor líquido (VP) |   | =E225/(1+(E227*E228)) |   |   |   |
| 229 |   |   | Descuento          |   | =E225-E229            |   |   |   |
| 230 |   |   | Descuento          |   | =E229*E227*E228       |   |   |   |
| 231 |   |   |                    |   |                       |   |   |   |
| 232 |   |   |                    |   |                       |   |   |   |
| 233 |   |   |                    |   |                       |   |   |   |
| 234 |   |   |                    |   |                       |   |   |   |
| 235 |   |   |                    |   |                       |   |   |   |
| 236 |   |   |                    |   |                       |   |   |   |
| 237 |   |   |                    |   |                       |   |   |   |
| 238 |   |   |                    |   |                       |   |   |   |
| 239 |   |   |                    |   |                       |   |   |   |
| 240 |   |   |                    |   |                       |   |   |   |

## Ejercicios propuestos

1. ¿Cuál es el valor que se debe pagar hoy entre capital e intereses sobre un préstamo de \$31.200.000 recibido hace 69 días, si la tasa cobrada es de 2,2 % mensual?

Respuesta: 32.778.720

2. Para financiar el ensanche de su planta de producción, PAVCO ofrece en venta una parte de su cartera comercial por valor de 1.950 millones la cual vence dentro 169 días. Usted como inversionista espera que su dinero rente el 0,5 % bimensual simple, ¿cuál sería el precio que ofertaría?

Respuesta: 1.846.008.204.48

3. ¿En cuántos meses se triplica un capital, si la tasa ofrecida es del 1,5 % bimestral?

Respuesta: 266,66 meses

4. Estime los intereses pagados en un préstamo de \$9.700.000 efectuado durante 159 días, si la tasa de interés cobrada es del 29,5 % anual.

Respuesta: 1.263.829,16

5. NUTRESA desea pagar al día una factura comercial de \$37.000.000 con vencimiento dentro de 40 días a un proveedor de empaques, quien le ofrece un descuento equivalente al 3 % trimestral proporcional al número de días de pago anticipado. ¿Cuál es el valor líquido por pagar y el valor de descuento que recibirá (el trámite administrativo de pagos en NUTRESA tarda 4 días)?

Respuesta: Valor por pagar: 36.556.000 Valor Descuento: 444.000

6. Nos conceden un préstamo en una compraventa por valor de \$2 millones de pesos con garantía prendaria de un piano; nos cobran una tasa de interés de 1,75 % semanal anticipado. El plazo de pago es de 34 días. ¿Cuánto dinero recibiremos y cuánto el valor de los intereses descontados?

Respuesta: Monto recibido: 1.841.333,33; Intereses: 158.666.67

7. ¿Cuánto debe depositarse hoy, en una corporación que reconoce 2 % mensual simple, para poder retirar dentro de 1,5 años la suma de \$5.000.000.00?

a. \$4.000.537,80

b. \$3.578.410.10

c. \$3.676.470.59

d. \$4.124.980,15

e. \$3.710.671.22

Respuesta: Opción C

8. Hace seis meses deposité la suma de \$15.000.000 en una corporación y el saldo hoy es de \$16.620.000. ¿Qué tasa de interés anual simple renta esa inversión?

a. 18 %

b. 21,60 %

c. 22 %

d. 20 %

e. 16,8 %

Respuesta: Opción B

9. Una pirámide ofrece crecer mi inversión en 85 % en un plazo de 10 meses; ¿qué tasa semestral simple reconoce?

a. 8,5 %

b. 48 %

c. 74 %

d. 51 %

e. 73,5 %

Respuesta: Opción D

10. Un préstamo efectuado por una compraventa durante 120 días demandó reconocer intereses por la suma de \$837.500 sobre un capital de \$5.600.000. ¿Qué costo financiero quincenal simple representa?

a. 1,87 %

b. 2,50 %

c. 3,00 %

d. 1,78 %

e. 2,00 %

Respuesta: Opción A

11. Por un préstamo de \$7.000.000 al 3,5 % de interés decadal (períodos de 10 días) simple, se pagó en calidad de intereses la suma de \$1.000.000. Halle el tiempo de esa operación en días.
- a. 33,10 días
  - b. 40,82 días
  - c. 10 días
  - d. 19,5 días
  - e. 37 días

Respuesta: Opción B

12. ¿Cuál es el valor acumulado en una inversión de \$350.000.000 por 9,5 meses, si la rentabilidad trimestral simple es de 3,3 %?
- a. \$364.000.000
  - b. \$375.000.000
  - c. \$386.575.000
  - d. \$391.300.000
  - e. \$382.670.000

Respuesta: Opción C

13. Jaime García prestó a su hermana la suma de \$7.000.000; si ella le canceló la suma de \$10.500.000 y la tasa de interés acordada fue del 2 % mensual simple, ¿cuál fue el plazo en bimestres?
- a. 12 bimestres
  - b. 10 bimestres
  - c. 12,5 bimestres
  - d. 15 bimestres
  - e. 13 bimestres

Respuesta: Opción C

14. Stella Martínez obtuvo un préstamo de \$3.750.000, comprometiéndose a pagar un 2,5 % mensual simple de interés; ¿cuánto paga al final de 7 meses y medio para estar a paz y salvo con el acreedor?
- a. \$4.205.000
  - b. \$4.988.400
  - c. \$4.500.000
  - d. \$4.453.125
  - e. \$4.603.500

Respuesta: Opción D

15. ¿En cuánto tiempo una obligación financiera de \$15.000.000 se convierte en \$20.400.000 al 3 % de interés mensual simple?
- a. 5 meses
  - b. 2,5 trimestres
  - c. 3 bimestres
  - d. 2 semestres
  - e. 22 quincenas

Respuesta: Opción D

# Interés compuesto

## Objetivos

Al finalizar el estudio de este capítulo el lector:

1. Comprenderá el concepto de interés compuesto
2. Entenderá los conceptos de modalidad y período de capitalización
3. Diferenciará los conceptos de las diferentes tasas de interés existentes y su aplicación
4. Entenderá los conceptos de equivalencias de las tasas de interés
5. Apreciará las aplicaciones de las tasas de interés en el mercado financiero

## Operacionalización y aplicaciones

La tasa de interés compuesta se aplica sobre el monto de capital adeudado adicionado en la proporción del interés establecido, es decir que los intereses se capitalizan (suman al capital). En el sector financiero es de uso permanente tanto para las inversiones como para los préstamos.

Así, para un préstamo de \$100 otorgado a un plazo de un año, con una tasa de interés del 2 % mensual, la capitalización de intereses se aprecia en el siguiente cuadro:

| N | INTERÉS  | CAPITAL |
|---|----------|---------|
| 0 |          | 100,00  |
| 1 | 2        | 102,00  |
| 2 | 2,04     | 104,04  |
| 3 | 2,0808   | 106,12  |
| 4 | 2,122416 | 108,24  |

| N  | INTERÉS                   | CAPITAL |
|----|---------------------------|---------|
| 5  | 2,16486432                | 110,41  |
| 6  | 2,208161606               | 112,62  |
| 7  | 2,252324839               | 114,87  |
| 8  | 2,297371335               | 117,17  |
| 9  | 2,343318762               | 119,51  |
| 10 | 2,390185137               | 121,90  |
| 11 | 2,43798884                | 124,34  |
| 12 | 2,486748617               | 126,82  |
|    | Total de intereses: 26,82 |         |

Para el primer mes, el cálculo de los intereses se hace sobre el monto de capital del período cero (\$100); para el segundo mes, los intereses se calculan sobre el nuevo monto de capital (102) y así sucesivamente. Al final del año, los intereses acumulados son \$26,82. En el caso del interés simple, el mismo ejercicio arrojaría un total de \$24 de intereses (2 % sobre \$100 de capital en todos los meses).

## Tasa nominal

Se caracteriza por tener un período y una modalidad de capitalización, y se expresa en forma anual. El concepto de nominal viene de nominativo es decir lo acordado y expresado en un título que respalda una inversión o un préstamo.

Los períodos de capitalización representan la frecuencia con que se capitalizan los intereses. Los más comunes son: diario, semanal, quincenal, mensual, bimestral, trimestral, cuatrimestral, semestral, anual; sin embargo, pueden estimarse períodos diferentes aunque con mínima utilización en la actualidad.

La modalidad de capitalización puede ser vencida y anticipada: se refiere al momento en el cual los intereses serán capitalizados.

Vencida: la capitalización se hace al final del período.

Anticipada: la capitalización se hace al inicio del período.

### Ejemplos:

1. 24 % NMV: se entiende como tasa del 24 % anual capitalizable mes vencido.
2. 18 % NTA: se entiende como tasa del 18 % anual capitalizable trimestre anticipado.
3. 26,5 % NBV: se entiende como tasa del 26,5 % anual capitalizable bimestre vencido.

## Tasa periódica

Corresponde a un periodo específico dentro de un año. Es la tasa que se usa para operacionalizar una inversión o un préstamo, es decir, es la que se aplica para calcular los intereses, el valor presente o el valor futuro de un capital.

### Ejemplos:

1. 0,8 % MV (mensual vencido): se entiende como la tasa que aplicará cada mes y que capitalizará al final de cada mes.
2. 3,3 % TA (trimestre anticipado): se entiende como la tasa que aplicará cada trimestre y que capitalizará al comienzo de cada trimestre.

La tasa periódica se halla a partir de la tasa nominal, dividiéndola en el número de periodos que se encuentren en un año (ya que es nominal anual).

Así, de la tasa nominal del 24 % NMV hallamos la tasa periódica mensual.

$24 \% / 12$  (meses del año) = 2 % mensual (MV). Esta tasa es la que se usará para realizar todos los cálculos.

Y de la tasa nominal 18 % NTA hallamos la tasa periódica trimestral anticipada así:

$18 \% / 4$  (trimestres del año) = 4,5 % trimestre anticipada.

**Nota 1:** Cuando la tasa de interés en su expresión no menciona la modalidad de capitalización, debe entenderse que se trata de una tasa vencida. Esta práctica es muy común en el sistema financiero.

Ejemplo: 1 % mensual, debe entenderse como 1 % MV.

**Nota 2:** Algunos autores utilizan la expresión efectiva del período (p. ej., 1 % efectiva mensual); en este caso, debe entenderse como una tasa periódica mensual.

## Tasa efectiva

Es una tasa anual que resulta de capitalizar una tasa periódica el número de veces cuantos períodos haya en un año. Como su nombre lo indica es la que efectivamente cuesta un préstamo o renta una inversión. Para obtenerla se aplican las siguientes fórmulas:

Si tengo una tasa nominal vencida:  $\% EF = ((1 + \% ip)^n - 1) * 100$

Si tengo una tasa nominal anticipada:  $\% EF = ((1 - \% ip)^{-n} - 1) * 100$

Donde:

$\% EF$  = Tasa Efectiva

$\% ip$  = Tasa periódica

$n$  = número de períodos que hay en un año.

Podemos observar que es la misma fórmula cambiando el signo positivo (+) por el signo negativo (-).

### Ejemplos:

Tenemos una tasa del 2 % mensual (MV), la Efectiva es:

$$EF = (((1 + 0,02)^{12} - 1) * 100 = 26,82 \% \text{ Efectiva}$$

Del resultado obtenido, debemos entender que una tasa de 2 % mensual es equivalente a una tasa del 26,82 % Efectiva anual; para efectos de cualquier operación de crédito o de inversión, resultan financieramente iguales.

Tenemos una tasa del 2,5 % TA (trimestre anticipado), la Efectiva es:

$$EF = (((1 - 0,025)^{-4} - 1) * 100 = 10,66 \% \text{ Efectiva}$$

Del resultado obtenido, debemos entender que una tasa de 2,5 % TA es equivalente a una tasa del 10,66 % Efectiva; para efectos de cualquier operación de crédito o de inversión, resultan financieramente iguales.

# Equivalencias de tasas de interés

El concepto de tasas equivalentes significa expresar una tasa que se encuentra en una condición, en otra condición. Así, el paso de una tasa nominal, sea anticipada o vencida, a una efectiva o viceversa, significa hacer una equivalencia.

**Nota:** una tasa anticipada no se puede usar para efectuar los cálculos, por tanto debe convertirse en una tasa vencida. Esto significa que debe hacerse una equivalencia.

Entonces podemos hacer equivalencia entre: una tasa periódica y otra tasa periódica (vencida a vencida, vencida a anticipada, anticipada a vencida, anticipada a anticipada).

## Fórmulas:

Además de las dos fórmulas anteriores, se utilizan:

- Si tengo una Efectiva y necesito convertirla en una tasa periódica vencida:

$$\text{Periódica Vencida} = (((1 + \% EF) ^ (1/n)) - 1) * 100$$

- Si tengo una Efectiva y necesito transformarla en una tasa periódica anticipada:

$$\text{Periódica Anticipada} = (1 - (1 + \% EF) ^ (-1/n)) * 100$$

## Ejemplos:

1. Hacer equivalencia de una tasa efectiva del 32.01 % y una tasa mensual:

Tasa mes (vencida)

$$\text{Tasa Mensual} = ((1 + 0,3201) ^ (1/12)) - 1 * 100 = 2,34 \% MB$$

2. Hacer equivalencia de una tasa efectiva del 24 % y una tasa BA (bimestre anticipada):

$$\text{Tasa \% BA} = (1 - (1 + 0,24) ^ (-1/6)) * 100 = 3,52 \%$$

## Ejercicios propuestos

**Nota:** para la solución de los ejercicios deben usarse años comerciales (360 días/año, 12 meses, 30 días/mes; 4 semanas/mes).

1. Efectúe la comparación de tasas y seleccione la mejor para obtener efectuar una inversión por valor de \$145.000.000 a 6 meses:
  - a. Bancolombia 0,245 % quincenal
  - b. Banco Popular 6,16 % NTA (Nominal trimestre anticipado)
  - c. Banco de Bogotá 6,19 % NDV (Nominal diario vencido)

Respuesta:

Bancolombia 6,05 % EF

Banco Popular 6,40 % EF

Banco de Bogotá 6,39 % EF

(mejor opción: b)

2. Una TASA 10,5 % NSA (Nominal Semestre Anticipado) es equivalente a una tasa \_\_\_\_\_ TA (Trimestre Anticipada).

Respuesta: 2,66 %

3. 3,5 % trimestral, expresada como SV (Semestre Vencido) es \_\_\_\_%

Respuesta: 7,12 %

4. 2,2 % trimestral es equivalente a \_\_\_\_\_% SA (Semestre Anticipado)

Respuesta 4,26 %

5. 0,55 % QA (Quincena Anticipada) expresada como NMV (Nominal Mes Vencido) es \_\_\_\_%

Respuesta: 13,31 %

6. 18 % NTA (Nominal Trimestre Anticipado) es equivalente a \_\_\_\_\_% NBA (Nominal Bimestre Anticipado)

Respuesta: 18,14 %

7. 13 % anual es equivalente a \_\_\_\_\_% semestral

Respuesta: 6,30 %

8. 16 % efectiva equivale a una tasa \_\_\_\_\_% MA (Mes Anticipada)

Respuesta: 1,23 %

9. 1 % MA (Mes Anticipado) equivale a una tasa \_\_\_\_% Mensual  
Respuesta: 1,01 %
10. 3,22 % CA (Cuatrimestre Anticipada) es equivalente a una tasa \_\_\_\_  
NMA (Nominal Mes Anticipada)  
Respuesta: 9,78 %
11. 2,5 % bimestral es equivalente a una tasa efectiva de \_\_\_\_%  
Respuesta: 15,97 %
12. 9,5 % NSV (Nominal Semestre Vencido) equivale a una tasa \_\_\_\_%  
NMV (Nominal Mes Vencido)  
Respuesta: 9,32 %

# Tasas compuestas

Se refiere al costo financiero o rentabilidad de una inversión, expresado mediante la combinación de dos tasas de interés: una tasa principal (generalmente es un indicador financiero o macroeconómico), por ejemplo IPC, UVR, DTF, PRIME, LIBOR) y la segunda, una tasa margen o *spread* (puntos adicionales). La tasa principal es aquella variable a la cual se indexa el costo financiero o rentabilidad de la operación.

Se les conoce también como tasas combinadas. Así, por ejemplo, encontramos expresiones como  $DTF + 2\%$ ;  $UVR + 5\%$ ;  $IPC + 8\%$ ;  $Prime + 200\text{ pbs}$ ;  $LIBOR + 150\text{ pbs}$ .

La DTF es una tasa de interés de Depósito a Término Fijo de dinero, mediante inversiones en CDT en bancos comerciales, a un plazo de 90 días. La UVR es una tasa de la Unidad de Valor Real aplicada para préstamos de Vivienda. El IPC, indicador del índice precios al Consumidor, es la tasa a la cual se indexan préstamos de vivienda de interés social. La tasa PRIME es la tasa de interés promedio de captación de los bancos estadounidenses y la tasa LIBOR es la tasa de captación de los bancos europeos. En los dos últimos casos, la tasa margen o *spread* se expresa como puntos básicos (pbs) y su equivalencia es  $100\text{ pbs} = 1\%$ .

Las tasas compuestas o combinadas tienen una gran aplicación en el mercado financiero.

## Reglas de tasas compuestas

Para su operacionalización, las tasas compuestas deben convertirse en una sola. Para ello, deben seguirse dos reglas:

**Regla N.º 1:** Cuando la tasa principal es efectiva, se asume que la tasa *spread* también es efectiva. Ahora bien, como las tasas efectivas son resultados, no se pueden sumar directamente, entonces debe emplearse la siguiente fórmula:

$TC = (((1 + \text{tasa principal}) * (1 + \text{tasa spread})) - 1) * 100$ ; el resultado es **una única tasa efectiva**, la cual puede hacerse equivalente a otra tasa según sea la necesidad.

### Ejemplo:

BANCOLDEX otorga un crédito de fomento a una tasa DTF 6,83 % EF + 0.5 %. El resultado de esa tasa compuesta será una tasa efectiva.

$$TC = (((1 + 0,0683) * (1 + 0,005)) - 1) * 100 = 7,36 \% \text{ efectiva}$$

**Regla N.º 2:** Cuando la tasa principal es nominal, se asume que la tasa spread también es nominal, con el mismo período y modalidad de capitalización. En este caso, las tasas nominales sí se pueden sumar.

### Ejemplo:

FINDETER financia proyectos de bienestar social a una tasa DTF 7,04 % NTA + 2 %. El resultado de esa tasa compuesta será una tasa Nominal Trimestre Anticipada y se obtiene de sumar las dos tasas (9,04 % NTA).

## Expresiones de tasas compuestas diferentes a las contempladas en las reglas

Aunque no es muy usual, se pueden encontrar expresiones de tasa compuesta como:

DTF 6,83 % EF + 1,5 % SV o DTF 7,04 % NTA + 5 % NMV. Se debe observar, en ambos casos, que la tasa margen o *spread* esta expresada de manera diferente a la tasa principal. En esos casos, se debe procurar que ambas tasas se expresen como efectivas y luego se aplica la fórmula de la regla número uno.

Así: en el primer caso, tendremos que convertir la tasa Semestral Vencida en efectiva por la fórmula ya vista anteriormente:

$$EF = (((1 + 0,015) ^ 2) - 1) * 100 = 3,02 \% \text{ EF}$$

Ahora la tasa compuesta queda expresada como:

DTF 6,83 % EF + 3,02 % EF; y de ahí obtendremos una única tasa así:

$$TC = (((1+0,0683) * (1+0,0302)) - 1) * 100 = 10,05 \% EF$$

En el segundo caso, debemos convertir las dos tasas nominales a efectivas y aplicar la regla N.º 1 así:

Convertimos la tasa 7,04 % NTA (Nominal Trimestre Anticipada) en efectiva:

$$\text{Nos queda: } EF = (((1 - (0,0704/4)) ^ (-4)) - 1) * 100 = 7,36 \% EF$$

Luego convertimos la tasa del 5 % NMV en efectiva:

$$\text{Nos queda: } EF = (((1 + (0,05/12)) ^ (12)) - 1) * 100 = 5,11 \% EF$$

Y la nueva expresión de la tasa compuesta es 7,36 % EF + 5,11 % EF; de ahí obtendremos una única tasa así:

$$TC = (((1+0,0736) * (1+0,0511)) - 1) * 100 = 12,85 \% EF$$

## Tratamiento de las tasas compuestas internacionales

Tanto la tasa PRIME (PRIME RATE) como la tasa LIBOR se consideran tasas anuales. El concepto de tasa nominal y efectiva en el exterior no se aplica. Para operacionalizar estas tasas se debe sumar la tasa principal con la tasa *spread* y aplicarse proporcionalmente al periodo de la inversión o del préstamo.

Así, una inversión en un banco estadounidense reconoce una tasa de interés PRIME + 50 pbs.

En este caso la rentabilidad se estima así:

$$TC = \text{PRIME } 3,5 \% + 50 \text{ pbs: los 50 pbs son equivalentes a } 50/100 = 0,5 \%$$

$$TC = \text{PRIME } 3,5 \% + 0,5 \% = 3,55 \% \text{ anual}$$

Igual ocurre con la tasa LIBOR, la cual se emplea en Europa.

## Ejercicios propuestos

1. Banco de Occidente ofrece pagarnos por una inversión de \$100 millones en un año una tasa DTF 7,07 % EF + 2,45 % NTV; ¿cuál será la tasa efectiva que ganaremos?

Respuesta: 9.72 %

2. El Fondo Nacional del Ahorro nos otorga un préstamo de vivienda a una tasa de IPC 5,60 % + 3,5 % (el IPC es una tasa efectiva). Estime el costo anual del crédito.

Respuesta: 9,30 %

3. Un rendimiento del DTF 6,94 % NSV + 3,5% TA (Trimestre Anticipado), ofrecido por una entidad financiera para nuestra inversión, es equivalente a una tasa mensual de \_\_\_\_\_

Respuesta: 1,77 %

4. El Banco Popular nos ofrece un préstamo de consumo a una DTF es 7,07 % EF + 1,5 % mensual, estime la tasa anual.

Respuesta: 28.01 %

5. Por una inversión nominada en dólares americanos, nos ofrecen una rentabilidad equivalente a tasa PRIME 3.12 % + 40 pbs. Estime la tasa anual.

Respuesta: 3.52 %

# Tasa real

Es aquella que descuenta a la tasa de rentabilidad ofrecida en una inversión, el valor de la inflación. Es decir que mantiene el poder de compra del dinero invertido y refleja la tasa de interés realmente ganada.

Se obtiene a partir de la siguiente fórmula:

$$\% \text{ IR} = ((1 + \% \text{ EF}) / (1 + \% \text{ INFLAC})) - 1 * 100$$

Es preciso mencionar que, para efectuar el cálculo, la tasa anual ganada debe estar expresada en términos efectivos.

## Ejemplo:

Una inversión efectuada nos reconoció una tasa mensual del 0,8 % mensual. Si la inflación anual se estima en 8,20 %, ¿cuál será la tasa real que ganamos?

En primer lugar, debemos convertir la tasa mensual en efectiva, así:

$$\% \text{ EF} = (((1 + 0,008)^{12}) - 1) * 100 = 10,03 \% \text{ Efectiva}$$

Ahora aplicamos la fórmula de tasa de interés real:

$$\% \text{ IR} = ((1 + 0,1003) / (1 + 0,082)) - 1 * 100 = 1,69 \% \text{ anual. Debe entenderse que esta es la tasa que realmente ganamos en esa inversión.}$$

## Ejercicios propuestos

1. Halle la tasa real ganada en una inversión que renta DTF NTA 6,24 %, si la inflación se situó en 5,25 %.

Respuesta: 1,18 %

2. Nos ofrecen pagar por un dinero que entregamos en préstamo, una tasa del 0,45 % mes anticipado. Si estimamos que la inflación anual se situará en un 4,69 %, ¿cuál será la rentabilidad real que obtendremos?

Respuesta: 0,83 %

3. Si obtuvimos una tasa real de 2,5 % en una inversión, y la inflación fue del 4,69 % anual, ¿qué tasa de interés bimestral rentó nuestra inversión?

Respuesta: 7,31 %

4. ¿Qué tasa de inflación afectó una inversión que generó una rentabilidad real de 0,5 %, si la tasa ofrecida fue del 0,33 % quincenal?

Respuesta: 7,69 %

# Valor del dinero en el tiempo

El interés compuesto supone la reinversión de los rendimientos. Si un préstamo que otorga un banco a un cliente exigiera el pago de los intereses en forma periódica, la entidad financiera tiene la posibilidad de reinvertirlos a la misma tasa de interés. Esa es la razón por la cual los intereses se acumulan al capital adeudado. La fórmula es la siguiente.

$$VF = VP * (1 + ip \%) ^ n$$

Donde:

VF: el valor del dinero en el futuro

VP: el valor del dinero hoy (en el momento de realizar la operación financiera)

$n$ : tiempo de la operación

$ip \%$ : tasa de interés periódica aplicable a esa operación

## Ejemplos

Ejemplo 1:

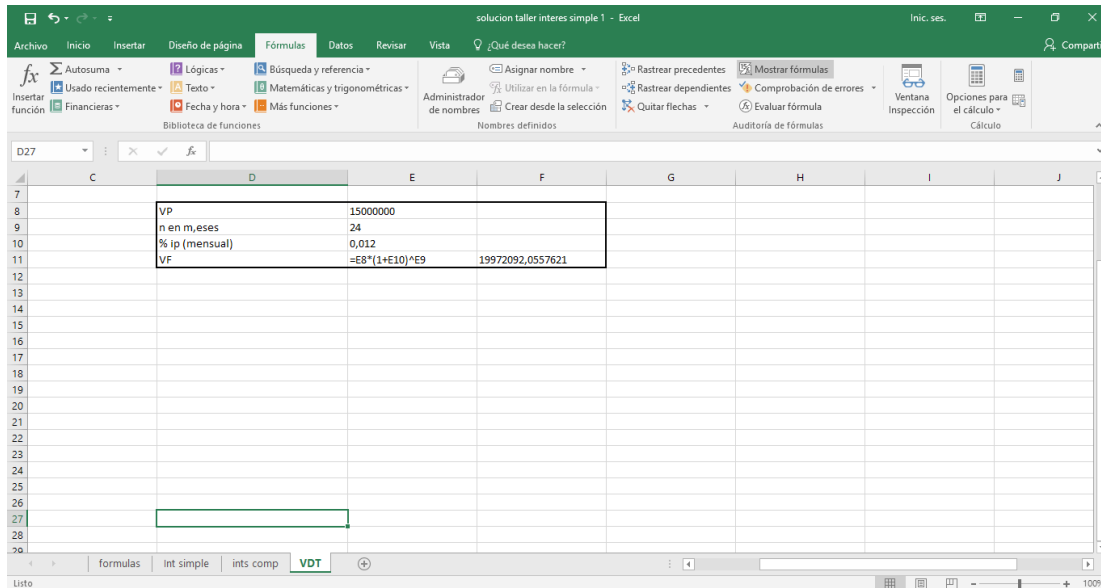
1. Nos otorgan un préstamo de \$15.000.000 a una tasa de interés de 1,2 % mensual con plazo de 24 meses. ¿Cuánto dinero debemos cancelar al vencimiento de la obligación?

La representación gráfica es la siguiente:



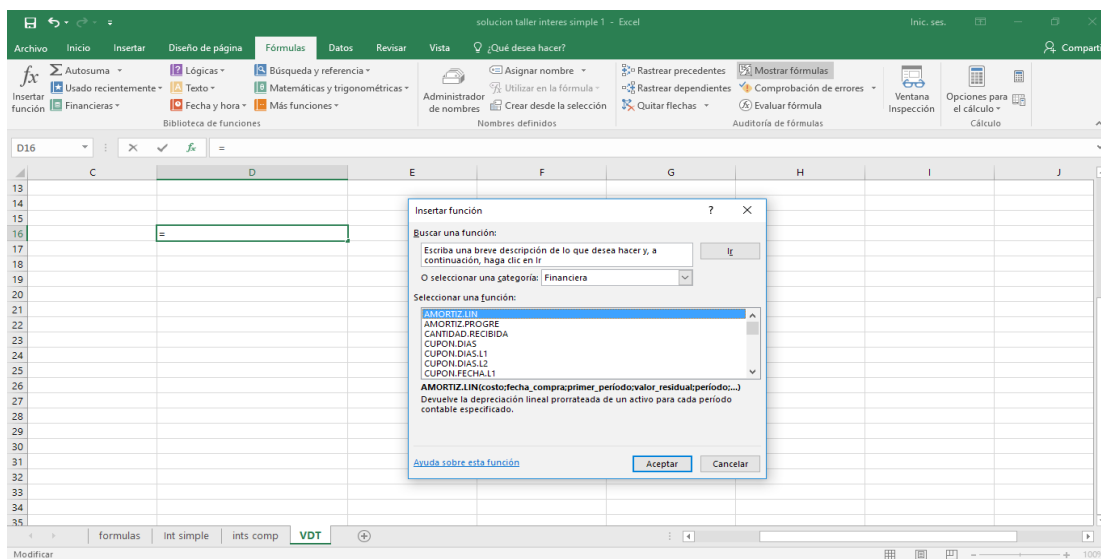
$$VF = \$15.000.000 + (1 + 0,012)^{24} = \$19.972.092$$

En hoja de cálculo de Excel sería:

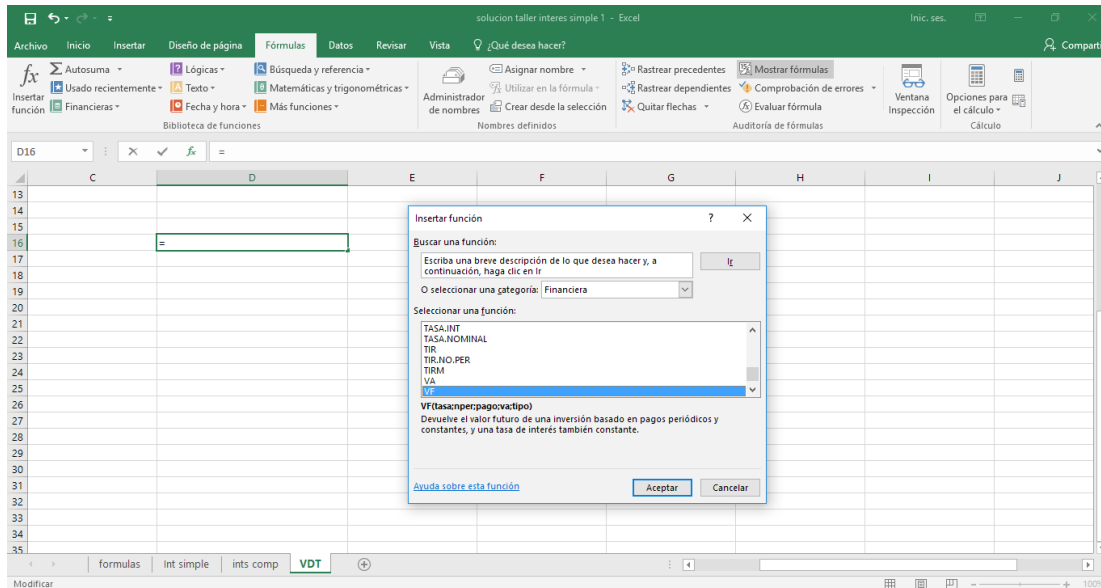


La hoja de cálculo de Excel tiene desarrolladas funciones financieras entre ellas la del valor del dinero en el tiempo. Veamos la solución del ejercicio:

1. Seleccionamos insertar función y escogemos “financiera” en el campo de categoría.



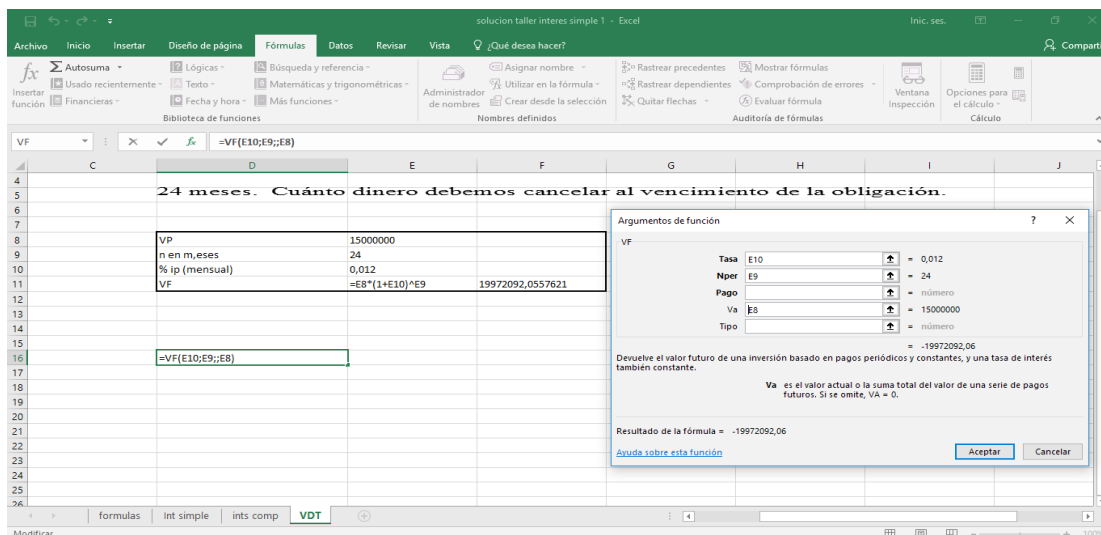
## 2. Digitamos “VF” dentro del campo “seleccionar una función”.



## 3. Hacemos clic en “aceptar” y empezamos a digitar la información en el cuadro “argumentos de función” así:

En campo tasa: 1,5 %; en campo NPER: 24; en campo Va: 15000000 y hacemos clic en aceptar. También es posible, a cambio de digitar la información de cada campo, referenciar las celdas en donde se encuentra.

Debe tenerse en cuenta que Excel, como las calculadoras financieras, fue diseñado para tener una entrada y una salida en toda operación financiera. En este caso, como recibimos el préstamo es una entrada y en campo “Va” la cifra es positiva; el resultado que nos entrega como valor futuro (-1997209) es negativo porque representa el monto que debemos desembolsar al final.



## Ejemplo 2:

Recibimos la suma de \$53.482.700 resultado de una inversión efectuada hace 97 días; si la rentabilidad ofrecida fue del 12,5 % Efectiva, ¿cuál fue el valor invertido?

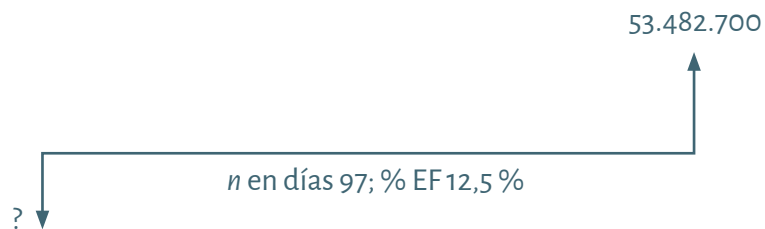
VP: ?

VF: \$53.482.700

$n$  en días: 97

% EF: 12,5 %

La representación gráfica es la siguiente:



Para resolver el ejercicio debemos disponer de una tasa de interés diaria; como está expresada en términos efectivos debemos hacer la equivalencia:

$$\% ip: ((1+EF) ^{(1/n)}) - 1$$

$$\% \text{ diaria: } ((1+0,125) ^{(360)}) - 1 = 0,033 \%$$

Ahora despejamos el Valor Presente de la fórmula de VF:

$$VP = VF / (1+\% ip) ^ n$$

$$VP: 53.482.700 / (1+0.00033) ^ 97 = 51.812.024,34 \text{ (valor invertido)}$$

En la hoja de cálculo de Excel sería:

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data in cells D26 through D31:

|            | D26                    | D27 | D28 | D29 | D30                  | D31 |
|------------|------------------------|-----|-----|-----|----------------------|-----|
| Vp         | ?                      |     |     |     |                      |     |
| VF         | 53482700               |     |     |     |                      |     |
| n en días  | 97                     |     |     |     |                      |     |
| % Efectiva | 0,125                  |     |     |     |                      |     |
| % diaria   | $=((1+E29)^(1/360))-1$ |     |     |     | 0,000327228626655796 |     |
| Vp         | $=E27/(1+F30)^E28$     |     |     |     | 51812024,3437176     |     |

Desde la función financiera de Excel también lo podemos resolver. Veamos la solución del ejercicio:

1. Seleccionamos insertar función y escogemos “financiera” en el campo de categoría.
2. Digitamos “VA” dentro del campo seleccionar una función.
3. Hacemos clic en aceptar y empezamos a digitar la información en el cuadro argumentos de función así:

En campo tasa: 0,33 %; en campo NPER: 97; en campo VP: 53.482.700 y hacemos clic en aceptar. También es posible, a cambio de digitar la información de cada campo, referenciar las celdas en donde se encuentra.

The screenshot shows the same Excel spreadsheet as before, but with the 'Argumentos de función' (Function Arguments) dialog box open for the VA function. The dialog box contains the following information:

| Argumento | Valor | Comentario     |
|-----------|-------|----------------|
| Tasa      | F30   | = 0,000327229  |
| Nper      | E28   | = 97           |
| Pago      |       | = número       |
| VF        | E27   | = 53482700     |
| Tipo      |       | = -51812024,34 |

Devuelve el valor presente de una inversión: la suma total del valor actual de una serie de pagos futuros.  
 VF es el valor futuro o saldo en efectivo que se desea lograr después de efectuar el último pago.

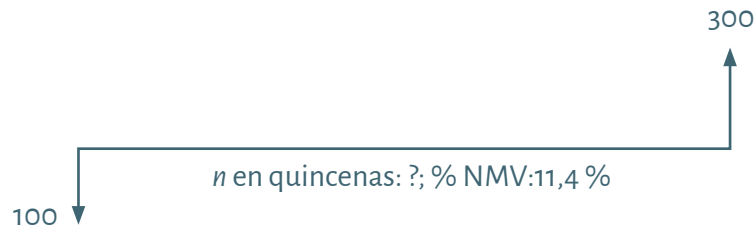
Resultado de la fórmula = -51812024,34

Buttons: [Ayuda sobre esta función](#), [Aceptar](#), [Cancelar](#)

Ejemplo 3:

¿En cuántas quincenas se triplica un capital, si la tasa ofrecida es del 11,4 % NMV? Halle la tasa real ganada, si la inflación anual se sitúa en 5 %.

La representación gráfica es la siguiente:



Para hallar la tasa real ganada necesitamos la tasa efectiva; a partir de la tasa nominal la calculamos así:

$$\% EF = (1 + \% ip) ^ n$$

La tasa periódica corresponde a la nominal dividida en el número de períodos:

$$\% \text{ mensual} = 11,4 \% / 12 = 0,95 \%$$

Ahora calculamos la tasa efectiva:

$$\% EF = ((1 + 0,0095) ^ 12) - 1 = 12,01 \%$$

Ya podemos calcular la tasa real ganada:

$$\% \text{ Real} = ((1 + \% EF) / (1 + \% \text{ Inflación})) - 1$$

$$\% \text{ Real} = ((1 + 0,1201) / (1 + 0,05)) - 1 = \mathbf{6,68 \%}$$

Para hallar el número de períodos, en este caso n en quincenas, de la fórmula del valor futuro despejamos el n; nos queda:

$$n = \text{Log} (VF / VP) / \text{Log} (1 + \% ip)$$

Hay 2 opciones para resolverlo:

**1.ª Opción:** Tomar la tasa mensual hallada, despejar de la fórmula el n, el cual nos dará en meses así:

$$n = \text{Log} (300/100) / \text{Log} (1 + 0,0095) = 116,19 \text{ meses}$$

Como un mes tiene 2 quincenas, entonces multiplicamos los meses hallados por 2 y obtenemos las quincenas.

$$n \text{ en quincenas} = 116,19 * 2 = \mathbf{232,38 \text{ quincenas}}$$

En la hoja de cálculo de Excel sería:

ejercicios libro IAFN - Excel (Error de activación de productos)

|    | D               | E                        | F                  |
|----|-----------------|--------------------------|--------------------|
| 43 | <b>Opción 1</b> |                          |                    |
| 44 | vp              | 100                      |                    |
| 45 | vf              | 300                      |                    |
| 46 | % NAMV          | 0.114                    |                    |
| 47 | %MENSUAL        | =+E46/12                 | 0.0095             |
| 48 | % EF            | =((1+E47)^12)-1          | 0.120149216274177  |
| 49 | % INFLAC        | 0.05                     |                    |
| 50 | % REAL          | =((1+E48)/(1+E49))-1     | 0.0668087774039778 |
| 51 | n en meses      | =LOG(E45/E44)/LOG(1+F47) | 116.191839323324   |
| 52 | n en quincenas  | =E51*2                   | 232.383678646649   |

**2.ª Opción:** hallar la tasa quincenal a partir de la tasa efectiva y despejar  $n$  de la fórmula ya dada. El resultado nos entrega en forma directa el número de quincenas, así:

$$\% \text{ Quincenal} = ((1 + \% \text{ EF}) ^ (1/n)) - 1$$

$$\% \text{ Quincenal} = ((1 + 0,1201) ^ (1/24)) - 1 \text{ (n es 24 quincenas por año)} = 0,47 \%$$

Ahora despejamos  $n$ :

$$n = \text{Log} (300/100) / \text{Log} (1 + 0,0047) = 232,38 \text{ quincenas}$$

En la hoja de cálculo de Excel sería:

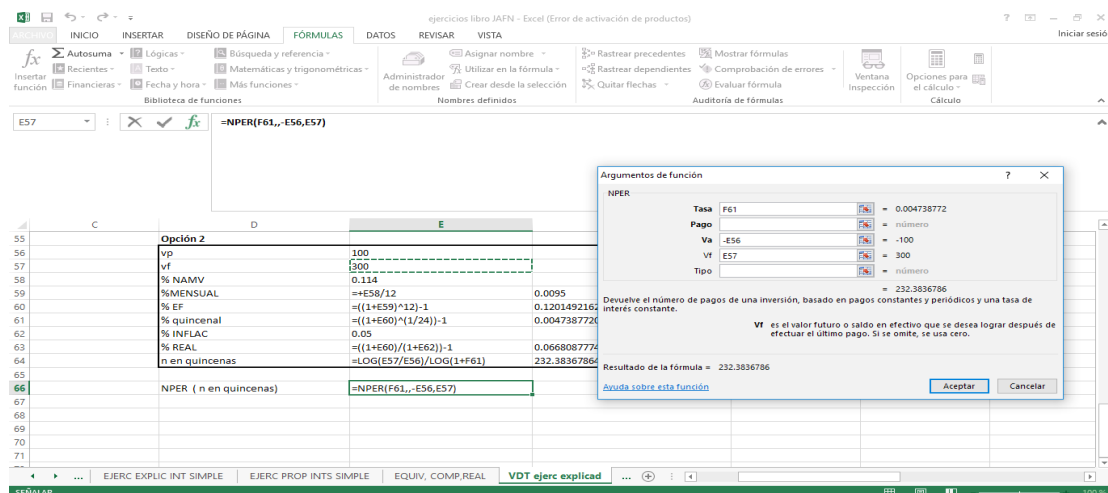
ejercicios libro IAFN - Excel (Error de activación de productos)

|    | D               | E                        | F                   |
|----|-----------------|--------------------------|---------------------|
| 55 | <b>Opción 2</b> |                          |                     |
| 56 | vp              | 100                      |                     |
| 57 | vf              | 300                      |                     |
| 58 | % NAMV          | 0.114                    |                     |
| 59 | %MENSUAL        | =+E58/12                 | 0.0095              |
| 60 | % EF            | =((1+E59)^12)-1          | 0.120149216274177   |
| 61 | % quincenal     | =((1+E60)^(1/24))-1      | 0.00473877201987194 |
| 62 | % INFLAC        | 0.05                     |                     |
| 63 | % REAL          | =((1+E60)/(1+E62))-1     | 0.0668087774039778  |
| 64 | n en quincenas  | =LOG(E57/E56)/LOG(1+F61) | 232.383678646646    |

Desde la función financiera de Excel, también podemos resolver la incógnita de la variable  $n$ ; veamos la solución del ejercicio:

1. Seleccionamos insertar función y escogemos “financiera” en el campo de categoría.
2. Digitamos “NPER” dentro del campo seleccionar una función.
3. Hacemos clic en aceptar y empezamos a digitar la información en el cuadro argumentos de función, así:

En campo tasa: 0,47 %; en campo Va: -100; en campo Vf: 300 y hacemos clic en aceptar. También es posible, a cambio de digitar la información de cada campo, referenciar las celdas en donde se encuentra.

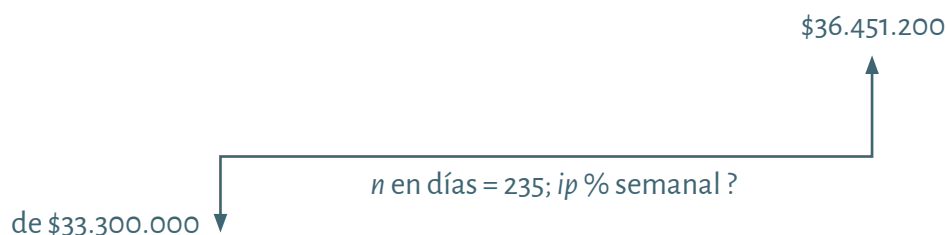


#### Ejemplo 4:

Recibimos la suma de \$36.451.200 resultado de una inversión efectuada hace 235 días, por valor \$33.300.000. Calcule:

- a. La tasa semanal ganada
- b. La tasa real ganada si la inflación se estima en 4,87 %

La representación gráfica es la siguiente:



Para hallar la tasa semanal ganada, de la fórmula del valor futuro despejamos y queda así:

$$ip \% = ((VF / VP) ^ (1/n)) - 1$$

Como necesitamos hallar la tasa de rentabilidad semanal, debemos pasar los días de la operación a semanas. El calendario comercial considera meses de 30 días y 4 semanas, es decir, 7,5 días por semana.

Entonces dividimos los 235 días en 7,5 para obtener el número de semanas:

$$235 \text{ días} / 7,5 \text{ días} = 31,33 \text{ semanas}$$

Despejamos la tasa semanal así:

$$\% \text{ semanal} = ((36.451.200 / 33.300.000) ^ (1/ 31,33)) - 1 = 0,289 \%$$

Ahora hallamos la tasa real ganada: para ello debemos obtener la tasa efectiva ganada, a partir de la tasa semanal, así:

$$\% EF = ((1 + \% ip) ^ n) - 1$$

$$\% EF = ((1 + 0,00289) ^ 48) - 1 = 14,86 \%$$

$$\text{Tasa real} = ((1 + 0,1486) / (1 + 0,0487)) - 1 = 9,52 \%$$

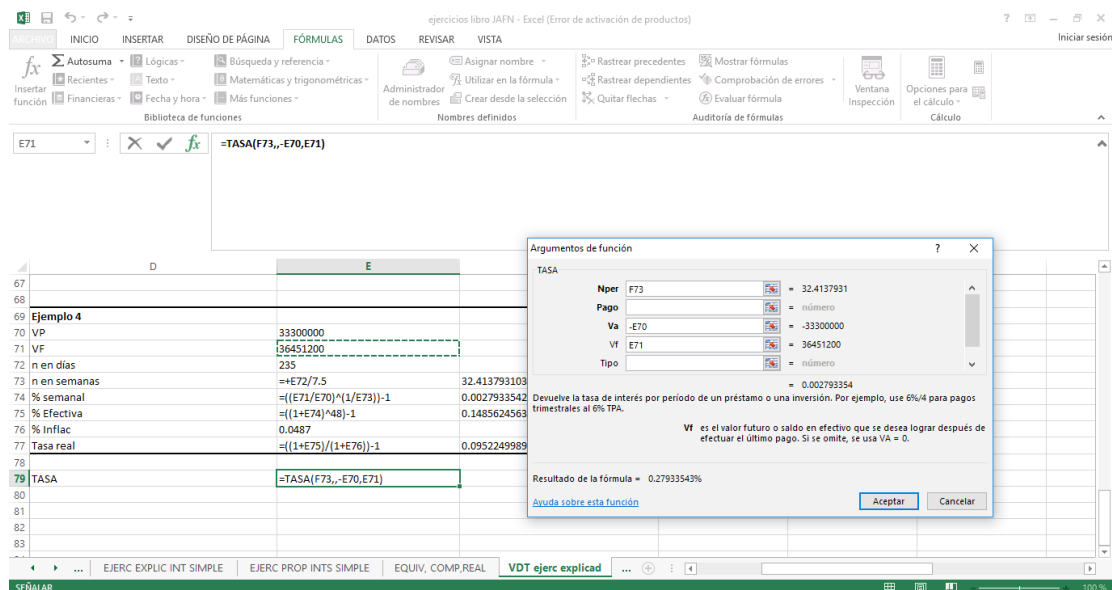
En la hoja de cálculo de Excel sería:

|              | D | E                      | F                   | G | H |
|--------------|---|------------------------|---------------------|---|---|
| Ejemplo 4    |   |                        |                     |   |   |
| VP           |   | 33300000               |                     |   |   |
| VF           |   | 36451200               |                     |   |   |
| n en días    |   | 235                    |                     |   |   |
| n en semanas |   | =E72/7,5               | 32.4137931034483    |   |   |
| % semanal    |   | =((E71/E70)^(1/E73))-1 | 0.00279335426958816 |   |   |
| % Efectiva   |   | =((1+E74)^48)-1        | 0.148562456374504   |   |   |
| % Inflac     |   | 0.0487                 |                     |   |   |
| Tasa real    |   | =((1+E75)/(1+E76))-1   | 0.0952249989267699  |   |   |

Desde la función financiera de Excel, también podemos resolver la incógnita de la variable “TASA”; veamos la solución del ejercicio:

1. Seleccionamos insertar función y escogemos “financiera” en el campo de categoría.
2. Digitamos “TASA” dentro del campo seleccionar una función.
3. Hacemos clic en aceptar y empezamos a digitar la información en el cuadro argumentos de función así:

En campo “Nper”: 32,41; en campo Va: 33300000; en campo Vf: 36451200 y hacemos clic en aceptar. También es posible, a cambio de digitar la información de cada campo, referenciar las celdas en donde se encuentra.



## Ejercicios propuestos

1. ¿En cuántas quincenas se dobla un capital, si la tasa de rendimiento es del 1,5 % mensual?

Respuesta: 93,11 quincenas

2. Nos ofrecen crecer nuestra inversión en 75 % en 30 meses; halle la tasa bimestral anticipada que rentará.

Respuesta: 3,66 % BA

3. ¿Cuánto dinero recibiremos dentro de 169 días si invertimos \$10 millones de pesos y nos reconocen una tasa de interés del DTF 6,17 % efectivo + 0,5% semestral?

Respuesta: \$10.333.325,26

4. El 17 de diciembre de 2017 recibiremos \$15.600.000 resultado de una inversión efectuada el 15 de marzo de 2017; si la tasa de interés es del 8,5 % NBA (nominal bimestre anticipado), ¿cuánto fue el monto de la inversión?

Respuesta: \$ 14.615.956,50

5. ¿En cuántos meses un capital prestado a una tasa del DTF EF (6,17 %) + 14 % NSV crece un 25 %?

Respuesta: 13,71 meses

6. ¿Qué tasa de interés quincenal renta una inversión de \$6.300.000 que durante 8 bimestres generó unos intereses de \$598.000?; ¿cuál fue la tasa real ganada si la inflación se estima en 3,8 %?

Respuesta: Tasa quincenal 0,28 %; tasa real ganada: 3,12 %

7. ¿Cuál es el valor que se debe pagar HOY entre capital e intereses sobre un préstamo de \$33.741.000 recibido hace 138 días, si la tasa cobrada es de 18 % NTA?

Respuesta: \$36.209.243,11

# Resumen de fórmulas y glosario

---

## Interés simple

1. Intereses:  $VP * n * i \%$
2.  $VF = VP * (1 + n * i \%)$ ;
3.  $VP = VF / (1 + n * i \%)$
4.  $n = ((VF/VP)-1) / i \%$
5.  $i \% = ((VF/VP)-1) / n$

Donde:

VF: Valor futuro del dinero

VP: Valor presente del dinero

$n$ : período de tiempo de la operación comercial

$i \%$ : tasa de interés simple aplicable a un capital en un período de tiempo.

## Descuento comercial

$$D = VF * n * d \%$$

$$VP = VF * (1 - n * d \%)$$

$$VP = VF - D$$

Donde:

D = Descuento

VP = Valor neto recibido o valor líquido

VF = Valor futuro, es equivalente al monto de préstamo solicitado y a devolver al final del plazo.

$n$  = tiempo de la operación

$d$  % tasa de descuento aplicada.

## Descuento racional

$$D = VP * n * d \%$$

$$D = VF - VP$$

$$VP = VF / (1 + N * d \%)$$

Donde:

$D$  = Descuento racional que se aplicará

$VP$  = Valor neto recibido o valor líquido

$VF$  = Valor futuro, es equivalente al monto de la cartera o del cheque a recibir al final del plazo.

$n$  = tiempo de la operación

$d$  % tasa de descuento aplicada.

## Interés compuesto

Tasa efectiva (a partir de una tasa nominal vencida)  $i$  % EF =  $((1 + \% ip)^n - 1) * 100$

Tasa efectiva (a partir de una tasa nominal anticipada): % EF =  $((1 - \% ip)^{-n} - 1) * 100$

Donde:

% EF = Tasa efectiva

%  $ip$  = Tasa periódica

$n$  = número de períodos que hay en un año.

· Tasa Nominal vencida (a partir de una tasa efectiva)

$$\text{Nominal Vencida} = ((1 + EF)^{1/n} - 1) * 100 * n$$

· Tasa Nominal Anticipada (a partir de una tasa efectiva)

$$\text{Nominal Anticipada} = (1 - (1 + \%EF)^{-1/n}) * 100 * n$$

## Tasa compuesta

$$TC = (((1 + \% \text{ tasa principal}) * (1 + \% \text{ tasa spread})) - 1) * 100;$$

Tanto el % tasa principal como el % de tasa *spread* deben estar expresadas como tasas efectivas anuales.

## Tasa real

$$\% IR = ((1 + \% EF) / (1 + \% INFLACIÓN)) - 1 * 100$$

Donde:

% IR = Tasa real ganada

% EF = Tasa efectiva anual ganada

% INFLAC = tasa de inflación anual

## Valor del dinero en el tiempo

$$VF = VP * (1 + ip \%) ^ n$$

$$VP = VF / (1 + ip \%) ^ n$$

$$n = \text{Log} (VF/VP) / \text{Log} (1 + ip \%)$$

$$ip \% = ((VF / VP) ^ (1/n)) - 1$$

Donde:

VF: el valor del dinero en el futuro

VP: el valor del dinero hoy (en el momento de realizar la operación financiera)

*n*: tiempo de la operación

*ip* %: tasa de interés periódica aplicable a esa operación.

# Referencias

---

- Álvarez, A. (2005). *Matemáticas financieras*. Bogotá: Mc Graw Hill.
- Baca, G. (1998). *Matemáticas financieras*. Bogotá: Politécnico Grancolombiano.
- García, J. (2000). *Matemáticas financieras con ecuaciones de diferencia finita*. Bogotá: Pearson.
- Lincoyán Portus, G. (1997). *Matemáticas financieras* (4.<sup>a</sup> ed.). Bogotá: McGraw Hill.
- Mesa Orozco, J. de J. (2013). *Matemáticas financieras aplicadas* (5.<sup>a</sup> ed.). Bogotá: Ecoe Ediciones Ltda.
- Rosillo, J. (2009). *Matemáticas financieras para decisiones de inversión y financiación*. Bogotá: Cengage Learning.
- Vidaurri, H. M. (2004). *Matemáticas financieras*. Bogotá: Thomson.
- Villalobos, J. (1993). *Matemáticas financieras*. México: Grupo Editorial Iberoamericana.

Esta obra se editó en Ediciones USTA,  
Departamento Editorial de la Universidad  
Santo Tomás. Tipografía: Alegreya Sans.

2017



UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS  
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA  
FACULTAD DE ESTADÍSTICA

