
**AUTOMATIZACIÓN EN LA TOMA DE DECISIONES
PARA PROCESOS DE INVERSIÓN EN LA BOLSA DE
VALORES DE COLOMBIA. UNA APLICACIÓN DE
MODELOS AVANZADOS DE PREDICCIÓN,
MODELOS DE OPTIMIZACIÓN DE
PORTAFOLIO Y TEORÍA
DE JUEGOS**

Carlos Mario Arévalo Herrera
Wilmer Darío Pineda Ríos

Automatización en la toma de decisiones para procesos de inversión en la bolsa de valores de Colombia. una aplicación de modelos avanzados de predicción, modelos de optimización de portafolio y teoría de juegos.

Resumen. El mercado accionario es un motor clave para la economía. En este documento, investigamos el comportamiento de las acciones en la Bolsa de Valores de Colombia utilizando modelos dinámicos lineales, bosques aleatorios y redes neuronales para identificar momentos de crecimiento significativo de su utilidad. Posteriormente, aplicamos los modelos de Sharpe y Markowitz a las acciones proyectadas para crecer, con el fin de determinar el porcentaje óptimo de inversión en cada una. Los resultados muestran que el modelo de optimización de Sharpe, aplicado a las acciones pronosticadas por bosques aleatorios, ofrece la mayor rentabilidad (24.4% mensual), seguido por el modelo de Markowitz aplicado a las acciones pronosticadas por bosques aleatorios (22.7%) y el modelo de Sharpe tradicional (9.9%). Esto subraya la importancia de integrar modelos de predicción avanzados y considerar tanto el rendimiento histórico como las proyecciones futuras para lograr una inversión más efectiva.

Palabras clave: modelos dinámicos lineales, teoría de juegos, mercado accionario, teoría de la decisión, matriz de rendimientos y función de utilidad.

Automation in decision making for investment processes in the Colombian stock market. an application of advanced prediction models, portfolio optimization models and game theory.

Abstract. The stock market is a key driver for the economy. In this paper, we investigate the behavior of stocks on the Colombian Stock Exchange using linear dynamic models, random forests, and neural networks to identify moments of significant growth. Subsequently, we apply

the Sharpe and Markowitz models to the stocks projected to grow, to determine the optimal investment percentage in each one. The results show that the Sharpe optimization model, applied to actions predicted by random forests, offers the highest profitability (24.4% monthly), followed by the Markowitz model (22.7%) and the traditional Sharpe model (9.9%). This underscores the importance of integrating advanced forecasting models and considering both historical performance and future projections for more effective investment.

Keywords: dynamic models, game theory, stock market, decision theory, and utility function.

INTRODUCCIÓN

La Bolsa de Valores de un país desempeña un papel fundamental en el desarrollo económico nacional, según la investigación académica existente. Ortiz y Brugger (2012) concluyen que existe una relación de equilibrio entre los rendimientos de los mercados accionarios y el crecimiento de la producción agregada en países como Argentina, Brasil, Chile y México. Por otro lado, Benavidez Muñoz (2021) demuestra que el desarrollo del mercado accionario guarda una relación significativa con la tasa de desigualdad a corto plazo en un país. Su investigación revela un comportamiento cóncavo entre el desarrollo del mercado de valores y la desigualdad medida con el índice Gini, indicando un aumento inicial seguido de una reducción significativa a corto plazo. Este fenómeno podría atribuirse a dos efectos opuestos: el beneficio inicial de poder invertir para personas de altos ingresos y la posterior reducción de la tasa de desempleo a medida que las empresas obtienen financiación para contratar más trabajadores.

Es crucial destacar que estas investigaciones no consideraron los desarrollos tecnológicos emergentes que están democratizando el acceso a la inversión en bolsa y el impacto positivo que esto podría generar en la economía. En este contexto, es importante avanzar en el conocimiento para promover el crecimiento del mercado accionario. En el ámbito de la investigación sobre mercados accionarios a nivel global, se han propuesto diversas aproximaciones teóricas para comprender y prever su comportamiento. Este estudio se enfoca específicamente en la aplicación de tres modelos: bosques aleatorios, redes neuronales y modelos dinámicos lineales. Estos últimos son especialmente adecuados para capturar comportamientos volátiles en los mercados. Por ejemplo, Fernández et al.

(2017) desarrollaron un modelo dinámico de predicción para las acciones de Rio Tinto, logrando un porcentaje de predicción de signo del 67.7% y una rentabilidad del 301.43% al implementar los resultados del modelo en una estrategia de inversión de comprar y mantener.

Además, en este estudio se emplean las proyecciones de crecimiento de cada acción en cada momento como variables en la composición de diversos portafolios. Se formó un portafolio con las acciones que cada modelo predijo que tendrían un crecimiento en cada momento y luego se aplicaron los modelos de optimización de portafolios de Markowitz y Sharpe a cada uno de estos portafolios para mejorar el rendimiento de un capital inicial. Esta metodología sigue una línea similar a la propuesta por Mercado Mendoza (2005), quien desarrolló un enfoque matemático para determinar la decisión más acertada en un proceso de trading, considerando el valor esperado de cada decisión tomada en relación con el comportamiento estimado del mercado bursátil.

En resumen, este documento presenta un modelo automatizado para la toma de decisiones en operaciones de trading en el mercado accionario ordinario de Colombia. Utilizando modelos de predicción avanzada, optimización de portafolios y teoría de juegos, el estudio se centra en identificar las covariables que influyen en cada acción del portafolio seleccionado, estimar momentos de crecimiento significativo mediante modelos de predicción avanzada y proponer estrategias de inversión según la utilidad esperada junto con estrategias de optimización de portafolio.

OBJETIVOS

1.1 Objetivo(s) general(es):

Proponer por medio de modelos de predicción avanzada, modelos de optimización de portafolio y la teoría de juegos un modelo de automatización para la toma de decisiones en operaciones de trading dentro del mercado accionario ordinario de Colombia.

1.2 Objetivos específicos

- Identificar las covariables que permitan explicar las acciones del sistema accionario colombiano.
- Realizar predicciones de momentos de crecimiento significativo para las acciones de interés de la investigación, a través de modelos de predicción avanzada.
- Proponer estrategias y el valor esperado de las mismas de acuerdo con las estimaciones de crecimiento de utilidad de las acciones y diferentes estrategias de optimización de portafolios de inversión.

2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La Bolsa de Valores de Colombia desempeña un papel fundamental en el desarrollo económico del país, actuando como un motor clave para la inversión y el crecimiento. Sin embargo, a pesar de su importancia estratégica, el proceso de toma de decisiones en el mercado accionario colombiano sigue estando profundamente influenciado por la intervención humana. Esta dependencia introduce una considerable exposición a la subjetividad, la incertidumbre y el riesgo, lo que se convierte en un desafío significativo en un mercado que se caracteriza por su alta volatilidad. Los inversionistas necesitan acceder a información confiable y tomar decisiones rápidas para maximizar sus retornos. No obstante, la falta de modelos automatizados eficientes que asistan en la toma de decisiones en tiempo real limita la capacidad de los inversionistas para aprovechar las oportunidades que ofrece el mercado. Esta carencia impacta directamente en la eficiencia de las inversiones y en el crecimiento del mercado, lo que, a su vez, afecta la contribución de la Bolsa al desarrollo económico nacional.

En la última década, el desarrollo de herramientas tecnológicas para la automatización de decisiones en los mercados financieros ha experimentado un notable incremento. Diversos estudios han explorado modelos de predicción y optimización basados en inteligencia artificial (IA) y machine learning, con el objetivo de mejorar la precisión de las inversiones y reducir los riesgos asociados a la volatilidad de los mercados. Un ejemplo de este avance es el uso de redes neuronales recurrentes, específicamente las Long Short-Term Memory (LSTM), para predecir los precios de las acciones. (Amorim, Callou, Pereira, & Santos, 2023) han demostrado que este modelo es eficaz para identificar

patrones de comportamiento en los precios de las acciones, permitiendo realizar predicciones a corto plazo con alta precisión. Los autores aplicaron este modelo en el análisis de acciones de diferentes sectores económicos en la Bolsa de Valores de Brasil (B3) y en la NASDAQ, mostrando cómo la tecnología puede ser una herramienta poderosa para mejorar la toma de decisiones en tiempo real. Además, desarrollaron un prototipo de aplicación que muestra cómo la información de las acciones monitoreadas puede facilitar el análisis y la predicción de movimientos de precios, subrayando el potencial de las redes neuronales en el ámbito del trading automatizado.

Por otro lado, (Noroozi & Sarfi, 2022) han trabajado en el ámbito de la optimización de decisiones mediante el uso de técnicas de Análisis Envolvente de Datos (DEA). En su estudio, aplicaron DEA para maximizar la eficiencia total de unidades de decisión en la Bolsa de Valores de Teherán. El modelo propuesto por estos autores se centra en la redistribución de recursos entre estas unidades, sin la necesidad de añadir nuevos recursos, con el objetivo de mejorar la eficiencia global del sistema. Aunque este enfoque no está directamente enfocado en la predicción de precios de acciones, su metodología de optimización de recursos es aplicable al contexto del trading automatizado. La reconfiguración de los recursos de las unidades de decisión para maximizar la eficiencia podría inspirar la creación de modelos similares en el mercado colombiano, contribuyendo a la mejora de estrategias de trading en este mercado emergente (Noroozi & Sarfi, 2022).

Otro enfoque innovador en el campo de la automatización de decisiones es el propuesto por (Emami, 2021), quien introdujo el algoritmo Stock Exchange Trading Optimization (SETO). Este algoritmo, inspirado en el comportamiento de los traders en los mercados financieros, modela las estrategias técnicas de trading para encontrar soluciones

óptimas. SETO utiliza tres operadores principales: ascenso, descenso e intercambio, los cuales guían a los agentes de búsqueda hacia el óptimo global. El estudio de Emami demuestra que este algoritmo no solo es efectivo en la resolución de problemas de optimización numérica y de ingeniería, sino que también muestra un gran potencial en la automatización de las decisiones de trading en mercados financieros. Emami comparó su algoritmo con otros optimizadores metaheurísticos, obteniendo resultados competitivos en problemas de optimización, lo que sugiere su aplicabilidad en mercados emergentes como el colombiano (Emami, 2021).

En este contexto, surge la pregunta clave de esta investigación: ¿Cómo automatizar un modelo que permita seleccionar automáticamente las acciones en las cuales invertir en cada iteración de operaciones de trading en el mercado accionario colombiano? La automatización de la toma de decisiones no solo busca mejorar la precisión en la predicción del comportamiento futuro de las acciones, sino también optimizar la composición de los portafolios y la gestión del riesgo. Actualmente, la falta de herramientas automatizadas limita la capacidad de los inversionistas para seleccionar las acciones más adecuadas en tiempo real, lo que puede generar pérdidas o ineficiencia en el uso del capital. Automatizar este proceso permitiría reducir la exposición al riesgo y aumentar la rentabilidad al facilitar una reacción más ágil ante los movimientos del mercado.

El objetivo de esta investigación es desarrollar un modelo automatizado que combine técnicas avanzadas de predicción, como bosques aleatorios y redes neuronales, con modelos de optimización de portafolios basados en la teoría de juegos. Los modelos de predicción se utilizarán para identificar aquellas acciones con un alto potencial de aumento en su valor, permitiendo que solo estas sean incluidas en los modelos de

optimización de portafolios en cada iteración. Esto garantizará que los portafolios se compongan de activos con mayor probabilidad de crecimiento, optimizando las decisiones de inversión. Esta combinación de técnicas tiene el potencial de no solo predecir con mayor exactitud los momentos de crecimiento significativo de las acciones, sino también aplicar estrategias de optimización que permitan maximizar el rendimiento de las inversiones y minimizar los riesgos asociados. A través de la automatización, se busca ofrecer una solución práctica que pueda ser utilizada tanto por inversionistas institucionales como por pequeños inversionistas, democratizando el acceso a herramientas avanzadas y contribuyendo a la expansión y estabilidad del mercado accionario colombiano.

3 MARCO TEÓRICO Y REVISIÓN DE LITERATURA

3.1 Mercados Financieros:

En la economía de un país se concibe el mercado financiero como el conjunto de entidades que permiten asignar recursos a empresas que lo requieren por parte de personas que tienen excedentes de dinero y desean invertirlo, estableciendo acuerdos sobre el monto de inversión, el plazo del acuerdo y el valor económico esperado. (Agudelo, 2014)

Estos recursos son intercambiados a través de dos canales: los intermediarios financieros, los cuales son entidades especializadas en captar recursos pagando una tasa de captación y orientando los mismos a empresas o personas a través de créditos generando rentabilidad a partir del cobro de una tasa de colocación; por otra parte están los mercados de valores, los cuales canalizan recursos de actores conocidos como inversionistas y los dirigen a las unidades deficitarias, denominadas emisoras, en transacciones que se establecen a través de los activos financieros. (Agudelo, 2014)

3.1.1 Activos financieros: los activos financieros son valores representativos de derechos que corresponden a un denominado ente económico, los cuales suelen ser empresas, instituciones financieras y gubernamentales. Estos activos se pueden categorizar según su naturaleza contable y por su tipo de rentabilidad. Según la naturaleza contable podemos encontrar los activos financieros de contenido crediticio o deuda y los de contenido participativo o de propiedad, por otra parte, según su tipo de rentabilidad encontramos los de renta fija y los de renta variable. (Agudelo, 2014)

- Activos financieros según la naturaleza contable: esta clase de activos financieros es caracterizada por el rol que desempeñan en el balance general de la entidad emisora, por una parte, se encuentran los activos de contenido crediticio o deuda, estos representan una deuda adquirida por el ente emisor, por lo cual se ubican como un pasivo en su balance general. Un ejemplo de ellos son los bonos y los certificados de depósito a término. (Agudelo, 2014)

Por otra parte, se encuentran los activos de participación o propiedad los cuales equivalen para el tenedor un parte en la propiedad del ente emisor y se ubican en el patrimonio del balance general del emisor. (Agudelo, 2014)

- Activos financieros según el tipo de rentabilidad: estos activos se agrupan según el funcionamiento de su rentabilidad, por un lado, tenemos los activos de renta fija, en los cuales la rentabilidad es definida en el momento en el que se adquiere el título, por otra parte, se encuentran los de renta variable, sobre los cuales el rendimiento no es fácilmente estimable. (Agudelo, 2014)

3.1.2 Mercado de valores: los mercados de valores se caracterizan por ser aquellos donde se emiten y adquieren activos financieros, lo cual lo diferencia de los mercados de bienes y servicios. Los mercados de valores se pueden caracterizar según el activo que se comercia, en este sentido existen las siguientes categorías de mercados de valores (Agudelo, 2014).

- Mercado de dineros: en este mercado se transan activos financieros emitidos con un plazo menor a un año, principalmente se ve compuesto por los CDT, certificados de depósito, entre otros. (Agudelo, 2014)
- Mercado de derivados: en el mercado de derivados se comercian activos financieros cuyo valor depende de otros activos o índices subyacentes bajo unos parámetros ya establecidos. Los derivados principales son los contratos forward, las opciones, los futuros y los swaps. (Agudelo, 2014)
- Mercado de capitales: el mercado de capitales enmarca las transacciones realizadas con activos financieros cuyo plazo es mayor a un año, su propósito esencial es brindar financiación a los proyectos de largo plazo llevados por las empresas, entidades financieras o el gobierno; los activos más representativos de este mercado son los bonos y las acciones. Dentro de esta categoría se encuentra el mercado accionario, el cual se refiere al conjunto de transacciones que se realizan con las acciones que están disponibles en el mercado financiero. (Agudelo, 2014)

3.2 Inversiones en el Mercado Accionario Ordinario:

El mercado accionario genera utilidades a través de los dividendos recibidos por parte de la entidad emisora y por la ganancia de vender un activo en comparación con el precio de adquisición de este. En general existe una gran oportunidad de rendimiento al operar en este mercado, particularmente en estrategias de inversión a largo plazo, y resulta atractivo operar en el pues los procesos de adquisición y venta son muy ágiles, en comparación con diferentes operaciones que se realizan con otros activos financieros. (Gitman & Joehnk, 2009)

No obstante, operar en el mercado accionario también presenta algunos retos, principalmente en el control del riesgo, ya que el comportamiento de las acciones está sujeto a diferentes tipos de riesgo, lo cual incide en los dividendos de las entidades y el valor de sus acciones; por otra parte, también resulta importante considerar que operar en el mercado accionario usualmente no permite la generación de ingresos corrientes, es decir que las utilidades se generan en su mayoría de manera ocasional. (Gitman & Joehnk, 2009)

3.2.1 Estrategias de inversión en el mercado accionario ordinario: cada inversionista puede apelar a diversas estrategias de operación en el mercado accionario para alcanzar sus metas personales, las principales son:

- Comprar y mantener: este caso es la estrategia más conservadora y sencilla, su objetivo es invertir una cantidad de dinero en una acción con bajo riesgo y observar su comportamiento en el tiempo, por lo general esto contempla largos plazos de operación, los cuales pueden ser de 10 hasta 15 años. Por lo general esta estrategia se acompaña de planes de reinversión, en los cuales se utilizan los rendimientos del activo adquirido para adquirir nuevos. (Gitman & Joehnk, 2009)

- Crecimiento a largo plazo de calidad: la estrategia de crecimiento a largo plazo de calidad es similar a la anterior, sin embargo, su naturaleza es menos conservadora, pues su objetivo es apuntar al rendimiento de capital, el cual se refiere a la rentabilidad generada entre el valor de compra de un activo y el de su venta; en este sentido se buscan acciones de alta calidad que presenten una gran posibilidad de valorización en el futuro, además para disminuir el riesgo de esta inversión se suele utilizar con estrategias de diversificación. (Gitman & Joehnk, 2009)

- Administración agresiva de acciones: esta estrategia también apunta al rendimiento de capital, sin embargo, las operaciones se realizan de manera recurrente y de forma más agresiva, además en esta estrategia se consideran todos los activos disponibles, sin considerar la escala de la capitalización. En general este tipo de estrategia es funcional en un mercado alcista, por lo cual está sujeta a un alto riesgo y exige al inversionista tiempo y habilidad en la inversión. (Gitman & Joehnk, 2009)

- Especulación y negociación a corto plazo: la especulación y negociación al corto plazo es similar a la administración agresiva de acciones, con la diferencia que las operaciones en ella solo se realizan al corto plazo y el único objetivo es generar rendimiento de capital. En conclusión, esta es la estrategia menos conservadora de todas, además se ve expuesta a diferentes riesgos y quien opera con esta táctica suele tener un amplio conocimiento del mercado accionario. (Gitman & Joehnk, 2009)

3.3 Inferencia Bayesiana:

La perspectiva Bayesiana es una herramienta que está tomando gran relevancia, esto debido a que permite resolver problemas que no responden a otras metodologías y porque logra incluir información relevante a los modelos. Desde este paradigma la incertidumbre se concibe como una distribución de probabilidad y el mayor reto es cuantificar esta información sin generar contradicciones con el conocimiento previo que se tiene. (Correa & Barrera, 2018)

La inferencia Bayesiana parte de la información obtenida acerca de un parámetro sobre el fenómeno de interés, el cual se modela a través de una función de probabilidad que

se denominara distribución a priori, los parámetros desconocidos se consideran variables aleatorias también susceptibles de ser modeladas por distribuciones de probabilidad. La información para modelar las distribuciones puede partir de dos fuentes: el criterio de expertos o estudios previos. (Correa & Barrera, 2018)

3.1.2 Distribución subjetiva a priori: las distribuciones a priori tienen diferentes características y a través de ellas se pueden clasificar en tres grandes grupos:

Distribuciones propias e impropias: las distribuciones impropias son aquellas que al ser sumadas o integradas no se obtiene 1, por ejemplo, aquellas distribuciones que al ser integradas se obtiene un valor de infinito son reconocidas como impropias; por el contrario, aquellas funciones que al ser integradas se obtiene 1 se conocen como distribuciones propias. (Correa & Barrera, 2018)

Distribuciones informativas y no informativas: las distribuciones informativas, como su nombre lo indica, corresponden a aquellas donde existe información significativa acerca del fenómeno de interés, mientras que las no informativas son en las cuales existe un gran o total nivel de desconocimiento sobre él. (Correa & Barrera, 2018)

Distribuciones informativas y no informativas: cuando al actualizar una distribución a priori con la información muestral se obtiene la misma distribución a priori, entonces se dice que esta es una distribución conjugada. En los casos diferentes se señala que la distribución es no conjugada. (Correa & Barrera, 2018)

3.1.3 Teorema de Bayes y distribución posterior: para entender la inferencia Bayesiana es necesario recordar el Teorema de Bayes, el cual afirma que sean $B_1, B_2, \dots, B_K$ eventos mutuamente excluyentes y exhaustivos. Para cualquier evento nuevo A ,

tenemos que (Gelman, y otros, 2003):

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A|B_i)P(B_i)}{\sum_{i=1}^k P(A|B_i)P(B_i)}$$

Si $P(A) \neq 0, P(B_i) \neq 0, i = 1, 2, \dots, k$

Ahora bien, al emplear este teorema en variables aleatorias se encuentra que:

$$\varepsilon(\theta|x) = \frac{P(x|\theta)\varepsilon(\theta)}{\int P(x|\theta)\varepsilon(\theta)d\theta}$$

Donde:

x = datos disponibles (puede ser un vector, un escalar o una matriz)

θ = parámetro(s) desconocido(s) (puede ser un vector, un escalar o una matriz)

$f(x_1, \dots, x_n|\theta)$ = función de verosimilitud de los datos dado el parámetro desconocido (θ)

$\varepsilon(\theta)$ = distribución a priori de θ

Según el teorema anterior podemos obtener que:

$$\varepsilon(\theta|x_1, \dots, x_n) = \frac{\varepsilon(x_1, \dots, x_n)\varepsilon(\theta)}{\int \varepsilon(x_1, \dots, x_n)\varepsilon(\theta)d\theta} \quad (1)$$

Así, esta función (1) representa lo que se conoce como la distribución posterior, esta es la base de la inferencia Bayesiana y lo que nos permite es actualizar la información que tenemos acerca del comportamiento de θ con los nuevos datos que vamos recolectando. (Gelman, y otros, 2003)

3.2 Modelos Dinámicos Lineales:

Un modelo DLM, o Modelo Dinámico Lineal (por sus siglas en inglés), es un enfoque estadístico utilizado para modelar y analizar series temporales. Este tipo de modelo se caracteriza por su capacidad para capturar patrones temporales y tendencias en los datos a lo largo del tiempo. En un DLM, la serie temporal se representa como la suma de componentes sistemáticas y estocásticas, lo que permite modelar tanto la estructura subyacente como la variabilidad inherente en los datos. Los modelos DLM son particularmente útiles para prever el comportamiento futuro de una serie temporal, ya que incorporan información pasada y ajustan sus predicciones en función de la evolución de los datos a medida que se disponen de nuevas observaciones. (Terán, 2013)

Los modelos dinámicos lineales contemplan una serie de tiempo como el resultado de un sistema dinámico perturbado por variables como la tendencia, la interacción de varios componentes, la estacionalidad y otros componentes regresivos. Se diferencian de los modelos de regresión lineales porque los coeficientes de regresión son variantes en el tiempo; al agregar estas particularidades le brinda capacidad al modelo de ajustarse a comportamientos significativamente volátiles. (Petrís, 2010)

En general los modelos dinámicos lineales se definen a través de dos ecuaciones:

$$y_t = H_t \theta_t + v_t \quad v_t \sim N(0, v_t) \quad (2)$$

$$\theta_t = F_t \theta_{t-1} + G_t w_t \quad w_t \sim N(0, w_t) \quad (3)$$

Su estructura matemática se fundamenta en la descomposición de la serie temporal en dos componentes esenciales: la componente sistemática (2) y la componente estocástica (3). (Petrís, 2010)

La componente sistemática (2), que refleja los patrones temporales y tendencias subyacentes en los datos, se representa mediante un modelo lineal que integra términos como tendencias lineales o estacionales, así como efectos de covariables relevantes. Esta componente se expresa matemáticamente a través de la ecuación de estado (Petrís, 2010)

Por otro lado, la componente estocástica (3), que captura la variabilidad no explicada por la componente sistemática, se modela mediante un proceso estocástico, representado por la ecuación de evolución (Petrís, 2010)

La integración de estas dos componentes permite al modelo DLM adaptarse a la serie temporal, utilizando información pasada para estimar la componente sistemática y ajustando sus predicciones en función de las nuevas observaciones disponibles. (Petrís, 2010)

Estado de estimación de parámetros y previsión de futuras observaciones: para la estimación de los parámetros del modelo G_t, F_t, W_t, H_t y V_t , se utilizan métodos como máxima verosimilitud (MLE) donde se busca maximizar la probabilidad de observar los datos dados los parámetros del modelo, y/o métodos bayesianos donde se emplean técnicas como MCMC (Markov Chain Monte Carlo) para obtener distribuciones a posteriori de los parámetros. (Petrís, 2010)

Al agregar nuevas observaciones podemos construir el modelo hasta el tiempo t , sin embargo, es de gran interés generar predicciones para el estado del sistema en tiempos $t + 1$ hasta $t + n$, para lo cual se calcula la densidad predictiva de los estados en cada paso del tiempo futuro, el algoritmo de Kalman se utiliza para la estimación recursiva de los estados del modelo y la previsión de futuras observaciones. Este proceso incluye dos etapas principales en cada momento del tiempo t , predicción y actualización. (Petrís, 2010)

La predicción es el proceso mediante el cual el modelo estima el estado futuro del sistema y la observación correspondiente antes de que se disponga de nuevos datos y se realiza a través de las siguientes expresiones (Petrís, 2010):

$$\hat{\theta}_{t|t-1} = F_t \hat{\theta}_{t-1|t-1}$$

Aquí, $\hat{\theta}_{t|t-1}$ es la predicción del estado en el tiempo t basada en la información disponible hasta el tiempo $t-1$. F_t es la matriz de transición que describe cómo evoluciona el estado. (Petrís, 2010)

$$P_{t|t-1} = F_t P_{t-1|t-1} F_t' + G_t W_t G_t'$$

$P_{t|t-1}$ Es la predicción de la covarianza del estado, que indica la incertidumbre en la predicción del estado. G_t es la matriz de perturbación y W_t es la varianza del ruido del proceso. (Petrís, 2010)

La actualización es el proceso mediante el cual el modelo ajusta sus predicciones basadas en nuevas observaciones y este proceso se realiza a través de las siguientes expresiones (Petrís, 2010):

$$e_t = y_t - H_t \hat{\theta}_{t|t-1}$$

e_t Es la diferencia entre la observación real y_t y la predicción de la observación basada en el estado predicho $H_t \hat{\theta}_{t|t-1}$. H_t es la matriz de diseño que relaciona el estado con la observación. (Petrís, 2010)

$$S_t = H_t P_{t|t-1} H_t' + V_t$$

S_t Es la varianza de la innovación, que mide la incertidumbre en la predicción de la observación. V_t Es la varianza del ruido de observación. (Petrís, 2010)

$$\hat{\theta}_{t|t} = \hat{\theta}_{t|t-1} + K_t e_t$$

$\hat{\theta}_{t|t}$ Es el estado actualizado que incorpora la nueva observación. (Petrís, 2010)

Pruebas de convergencia: Dentro del análisis de modelos estadísticos, especialmente en el contexto de cadenas de Markov Monte Carlo (MCMC), se emplean pruebas específicas como Gelman-Rubin, Heidelberger, Raftery y Lewis para evaluar la convergencia y el rendimiento de dichos modelos. Estas pruebas son fundamentales para asegurar la validez y precisión de los resultados obtenidos mediante técnicas de muestreo. (Petrís, 2010)

La prueba Gelman-Rubin, por ejemplo, compara la varianza dentro de las cadenas con la varianza entre las cadenas, buscando señales de convergencia en los parámetros del modelo. Si los valores de convergencia se acercan a 1, indica que las cadenas han convergido. La prueba de Heidelberger evalúa si las cadenas MCMC están explorando eficazmente el espacio de parámetros, mientras que las pruebas de Raftery y Lewis analizan la dependencia y el tamaño efectivo de la muestra de las cadenas, respectivamente.

Incorporar estas pruebas en el análisis fortalece la confianza en la robustez de los resultados. (Petrís, 2010)

3.3 Modelos De Árboles Aleatorios (Random Forest):

Los modelos de bosques aleatorios son una técnica avanzada en el ámbito del machine learning que se basa en la construcción de múltiples árboles de decisión durante el proceso de entrenamiento. Cada árbol en el bosque se entrena de forma independiente utilizando diferentes subconjuntos aleatorios tanto de datos como de características del conjunto de entrenamiento, lo que aumenta significativamente la diversidad del modelo. (Breiman, 2001)

Un árbol de decisión es una estructura de datos que se asemeja a un árbol y se utiliza para tomar decisiones basadas en las características de los datos. La creación de un árbol de decisión implica dividir el conjunto de datos en subconjuntos más pequeños y homogéneos en términos de la variable que queremos predecir. (Breiman, 2001)

Este proceso se lleva a cabo de manera iterativa, en cada paso, se selecciona la mejor característica que permita dividir los datos de la manera más efectiva. Para decidir cuál es la mejor característica, se utiliza una métrica de pureza, que evalúa la calidad de las divisiones. La métrica de pureza ayuda a determinar qué característica separa mejor los datos en función de la variable objetivo, permitiendo así construir un árbol que facilite la toma de decisiones precisas. Las métricas más comunes son: (Breiman, 2001)

- Índice de Gini (Gini Impurity): Mide la probabilidad de que un elemento sea clasificado incorrectamente si se selecciona al azar según la distribución de clases en el nodo. (Breiman, 2001)

$$Gini = 1 - \sum_{i=1}^c p_i^2$$

donde p_i es la proporción de elementos de la clase i en el nodo.

- Entropía: Mide la cantidad de incertidumbre o impureza en un nodo. (Breiman, 2001)

$$Entropy = - \sum_{i=1}^c p_i \log(p_i)$$

El proceso de construcción de un Random Forest involucra la creación de múltiples árboles de decisión independientes mediante la selección de un subconjunto aleatorio de observaciones del conjunto de datos con reemplazo (muestreo Bootstrap). Posteriormente en cada nodo de decisión, se selecciona aleatoriamente un subconjunto de características del conjunto completo de características, este muestreo aleatorio introduce variabilidad y reduce la correlación entre los árboles individuales, mejorando así la capacidad de generalización del modelo. (Breiman, 2001)

La agregación de las predicciones de los árboles individuales se realiza en dos vías, para clasificación cada árbol emite una predicción (una clase), y el Random Forest selecciona la clase que recibe la mayoría de los votos (moda). Para un proceso de regresión se toma el promedio de las predicciones de todos los árboles. (Breiman, 2001)

Los modelos Random Forest mitigan el riesgo de sobreajuste al promediar los resultados de múltiples árboles de decisión que, individualmente, pueden tener alta

varianza, pero baja correlación entre ellos. Aunque cada árbol puede sobre ajustarse a los datos de entrenamiento, la combinación de muchos árboles diversos reduce la varianza total del modelo, resultando en una mejor generalización a nuevos datos. (Breiman, 2001)

Por otra parte, existen diferentes parámetros que se pueden ajustar al problema en contexto para obtener una predicción o una clasificación más precisa, algunos de ellos son:

Node Size (Tamaño del nodo): este parámetro determina el número mínimo de observaciones requeridas para dividir un nodo durante la construcción de un árbol. Es decir, si el número de observaciones en un nodo es menor que el tamaño especificado, entonces el nodo no se divide más y se convierte en un nodo terminal (hoja). Ajustar este parámetro puede influir en la complejidad y la generalización del modelo. (Hastie, Tibshirani, & Friedman, 2008)

Ntree (Número de árboles): indica la cantidad de árboles que se construirán en el bosque. Un mayor número de árboles generalmente conlleva a una mayor robustez del modelo, pero también aumenta el costo computacional del entrenamiento y la predicción. (Hastie, Tibshirani, & Friedman, 2008)

Mtry (Número de características): especifica el número máximo de características que se consideran para cada división de nodo en un árbol individual. Durante el entrenamiento de cada árbol, se eligen aleatoriamente mtry características del conjunto total de características. Este enfoque de selección aleatoria de características contribuye a la diversidad del modelo y ayuda a prevenir el sobreajuste. (Hastie, Tibshirani, & Friedman, 2008)

Técnica de Early Stopping (Detención temprana): consiste en detener el proceso de entrenamiento antes de que el modelo alcance su máximo potencial, lo que ayuda a evitar el sobreajuste y a mejorar la eficiencia computacional. Se puede implementar monitoreando el rendimiento del modelo en un conjunto de validación separado y deteniendo el entrenamiento cuando el rendimiento deja de mejorar. (Hastie, Tibshirani, & Friedman, 2008)

Error OOB (Out-of-Bag): durante el proceso de entrenamiento de cada árbol en el bosque, se utiliza un subconjunto aleatorio de datos de entrenamiento. Los datos que no se seleccionan en este subconjunto se denominan datos fuera de bolsa (OOB). El error OOB se calcula como el error de predicción del modelo utilizando únicamente los datos OOB. Este error proporciona una estimación imparcial del rendimiento del modelo sin necesidad de un conjunto de validación separado. (Hastie, Tibshirani, & Friedman, 2008)

Otros aspectos relevantes: además de los parámetros mencionados, hay otras consideraciones importantes al trabajar con bosques aleatorios, como la profundidad máxima del árbol, la función de pérdida utilizada (en el caso de regresión), y la importancia de las características, que indica cuánto contribuye cada característica a la precisión del modelo. (Hastie, Tibshirani, & Friedman, 2008)

3.4 Modelos De Redes Neuronales:

Los modelos de redes neuronales, inspirados en el funcionamiento del cerebro humano, son una herramienta poderosa en el ámbito del machine learning e inteligencia artificial. Estos modelos consisten en una red de nodos interconectados, donde cada nodo,

denominado neurona artificial, desempeña el papel de una unidad de procesamiento. Cada neurona recibe información, la procesa mediante una función de activación y transmite señales ponderadas a través de conexiones hacia nodos posteriores. Esta red está organizada en capas: la capa de entrada recibe los datos iniciales, la capa de salida produce las predicciones finales y las capas intermedias, llamadas capas ocultas, realizan transformaciones no lineales para aprender representaciones más abstractas de los datos. (Caicedo, Eduardo, López, & Jesús, 2009)

Para mejorar el rendimiento y prevenir el sobreajuste, se emplean técnicas como el dropout, que consiste en desactivar aleatoriamente neuronas durante el entrenamiento para evitar la coadaptación y promover una generalización efectiva. Además, las funciones de activación son esenciales en el proceso de aprendizaje, introduciendo no linealidad en la red. Ejemplos de estas funciones incluyen la función sigmoide, la función ReLU (Rectified Linear Unit) y la función Tanh, cada una con sus propias características y aplicaciones. (Caicedo, Eduardo, López, & Jesús, 2009)

Este enfoque iterativo de aprendizaje permite a las redes neuronales modelar patrones complejos y realizar una amplia gama de tareas, como clasificación, regresión y reconocimiento de patrones en datos complejos como imágenes, texto y secuencias temporales. La capacidad de las redes neuronales para aprender de manera automática a partir de datos brutos y realizar inferencias sofisticadas las convierte en una herramienta fundamental en el campo del aprendizaje automático. (Caicedo, Eduardo, López, & Jesús, 2009)

Una red neuronal típica consta de varias capas: una capa de entrada, una o más capas ocultas, y una capa de salida. Cada capa está compuesta por unidades llamadas neuronas. (Caicedo, Eduardo, López, & Jesús, 2009)

1. Capa de entrada: recibe el vector de características $x = [x_1 + x_2, \dots, x_n]$
2. Capas ocultas: cada capa oculta realiza dos operaciones principales, transformación lineal donde cada neurona en una capa calcula una combinación lineal de las entradas recibidas de la capa anterior, o una función de activación, donde una función no lineal es aplicada a la combinación lineal para introducir no linealidades en el modelo.
3. Capa de salida: Produce la salida final del modelo, que puede ser una clasificación, una regresión, etc.

En este sentido para una capa l con m neuronas, la salida de cada neurona j se calcula como:

$$z_j^{(l)} = \sum_{i=1}^n w_{ij}^{(l)} a_i^{(l-1)} + b_j^{(l)}$$

Donde:

- $w_{ij}^{(l)}$ son los pesos que conectan la neurona i de la capa $l - 1$ con la neurona j de la capa l .
- $a_i^{(l-1)}$ es la activación de la neurona i de la capa $l - 1$.
- $b_j^{(l)}$ es el sesgo de la neurona j de la capa l .

La salida de la neurona j después de aplicar la función de activación σ es:

$$a_j^{(l)} = \sigma(z_j^{(l)})$$

Las funciones de activación más comunes son:

- ReLU (Rectified Linear Unit): $\sigma(z) = \max(0, z)$
- Sigmoid: $\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$
- Tanh: $\sigma(z) = \tanh(z)$

La propagación hacia adelante es el proceso de calcular las activaciones de todas las capas desde la entrada hasta la salida y se realiza de la siguiente manera, inicialmente la entrada x es la activación de la capa de entrada, posteriormente para cada capa l calcula $z_j^{(l)}$ usando la combinación lineal de las activaciones de la capa anterior y aplica la función de activación para obtener $a_j^{(l)}$ (Caicedo, Eduardo, López, & Jesús, 2009).

La función de pérdida cuantifica la discrepancia entre las predicciones de la red y los valores reales. Para problemas de clasificación binaria, una función de pérdida común es la entropía cruzada binaria (Caicedo, Eduardo, López, & Jesús, 2009):

$$L(y, \hat{y}) = -(y \log(\hat{y}) + (1 - y) \log(1 - \hat{y}))$$

Donde:

- y es el valor real.
- $\hat{y}$ es la predicción de la red.

La propagación hacia atrás es el proceso de ajustar los pesos para minimizar la función de pérdida. Se calcula el gradiente de la pérdida con respecto a cada peso utilizando

el algoritmo de retro propagación, y luego se actualizan los pesos usando un método de optimización como el gradiente descendente. Para un peso $w_{ij}^{(l)}$, la actualización se realiza como:

$$w_{ij}^{(l)} \leftarrow w_{ij}^{(l)} - \eta \frac{\partial L}{\partial w_{ij}}$$

Donde η es la tasa de aprendizaje.

Según (Caicedo, Eduardo, López, & Jesús, 2009) existen varios tipos de redes neuronales, cada una diseñada para resolver diferentes tipos de problemas y adaptarse a distintos tipos de datos. Algunos de los tipos más comunes incluyen:

- Redes Neuronales Feedforward (FFNN): También conocidas como redes neuronales de propagación hacia adelante, estas redes constan de una serie de capas de nodos donde la información fluye en una sola dirección, desde la capa de entrada hasta la capa de salida. No tienen conexiones retroalimentadas, lo que las hace adecuadas para tareas de clasificación y regresión. (Caicedo, Eduardo, López, & Jesús, 2009)
- Redes Neuronales Convolucionales (CNN): Diseñadas específicamente para el procesamiento de imágenes, las CNN son capaces de capturar patrones espaciales locales mediante la aplicación de filtros convolucionales. Estas redes son altamente efectivas en tareas de reconocimiento y clasificación de imágenes. (Caicedo, Eduardo, López, & Jesús, 2009)
- Redes Neuronales Recurrentes (RNN): Ideales para modelar secuencias temporales, las RNN tienen conexiones retroalimentadas que les permiten recordar

información de estados anteriores. Esto las hace útiles en aplicaciones como el procesamiento de lenguaje natural, la traducción automática y la generación de texto. (Caicedo, Eduardo, López, & Jesús, 2009)

- Redes Neuronales LSTM (Long Short-Term Memory): Una variante de las RNN, las LSTM están diseñadas para manejar problemas de desvanecimiento y explosión de gradientes. Son especialmente efectivas en la modelización de secuencias largas y en la captura de dependencias a largo plazo en los datos. (Caicedo, Eduardo, López, & Jesús, 2009)
- Redes Neuronales Generativas Adversariales (GAN): Consisten en dos redes neuronales, un generador y un discriminador, que compiten entre sí en un juego adversarial. El generador crea muestras sintéticas que intentan pasar como reales, mientras que el discriminador intenta distinguir entre las muestras reales y sintéticas. Las GAN se utilizan en la generación de imágenes, la síntesis de voz y la creación de datos sintéticos. (Caicedo, Eduardo, López, & Jesús, 2009)
- Redes Neuronales Profundas: también conocidas como Deep Learning, están compuestas por múltiples capas de nodos interconectados, lo que les permite aprender representaciones jerárquicas de los datos. A diferencia de las redes neuronales tradicionales, las redes neuronales profundas tienen capas ocultas adicionales que les permiten capturar patrones complejos en conjuntos de datos de alta dimensionalidad. Gracias a su capacidad para aprender características abstractas y realizar tareas sofisticadas como reconocimiento de imágenes, procesamiento de lenguaje natural y control de robótica, las redes neuronales

profundas han demostrado ser extremadamente efectivas en una amplia gama de aplicaciones de inteligencia artificial. (Caicedo, Eduardo, López, & Jesús, 2009)

3.5 Teoría De Juegos:

La teoría de juegos, a menudo considerada como la teoría de la decisión interactiva, representa un enfoque analítico sistemático para entender y modelar situaciones donde múltiples agentes toman decisiones estratégicas bajo condiciones de interdependencia. Esta disciplina no solo abarca el ámbito de la economía, sino que también se extiende a campos como la biología, la política y la ingeniería, entre otros. En el contexto económico, la teoría de juegos proporciona herramientas para analizar y predecir comportamientos en mercados competitivos, oligopolios, subastas y negociaciones, entre otros escenarios. (Pérez, Jimeno, & Cerdá, 2004)

3.5.2 Matriz de pagos: en el contexto de la teoría de juegos, es una representación tabular que cuantifica las ganancias o pérdidas asociadas con cada combinación de estrategias en un juego. En juegos de un solo jugador, donde un individuo toma decisiones sin la interacción directa de otros jugadores, la matriz de pagos se convierte en una herramienta esencial para modelar las preferencias y la toma de decisiones estratégicas. Cada fila de la matriz corresponde a una estrategia del jugador, y cada columna representa un posible resultado o estado de la naturaleza. Los elementos de la matriz indican las recompensas o costos asociados con la elección de una estrategia específica en función del resultado observado. En este contexto, la matriz de pagos proporciona un marco matemático para evaluar y comparar las alternativas disponibles, permitiendo al jugador

identificar estrategias óptimas que maximicen su utilidad esperada. Las aplicaciones en juegos de un solo jugador se extienden a diversos campos, desde la economía hasta la inteligencia artificial, proporcionando un marco analítico sólido para entender y modelar la toma de decisiones bajo incertidumbre y competencia estratégica. (Quirós, 2014)

3.5.3 Función de utilidad: Sean x un conjunto de alternativas de decisión posibles, mutuamente excluyentes, entre las cuales se debe tomar una, podemos suponer una relación binaria, llamada relación de preferencia, en la cual dicha elección puede ser preferida o indiferente a otra elección y . En este sentido dicha relación se puede resumir en dos axiomas: x es preferido a y o x es indiferente a y . (Pérez, Jimeno, & Cerdá, 2004)

La función de utilidad desempeña un papel fundamental en la teoría de juegos al proporcionar una medida de la satisfacción o preferencia de un jugador por los diferentes resultados o estrategias en un juego. En esencia, representa cómo un jugador valora los posibles resultados de un juego en función de sus propias preferencias y objetivos. La función de utilidad puede ser tanto cuantitativa como cualitativa, y puede reflejar diversos aspectos, como la maximización de ganancias, la minimización de pérdidas, la aversión al riesgo o incluso consideraciones sociales y éticas. (Pérez, Jimeno, & Cerdá, 2004)

En un contexto de teoría de juegos, la función de utilidad se utiliza para modelar la racionalidad de los jugadores al tomar decisiones estratégicas. Cada jugador intenta maximizar su propia utilidad, teniendo en cuenta las acciones y reacciones de los demás jugadores. La función de utilidad puede variar según el tipo de juego y las preferencias individuales de los jugadores, lo que puede influir en las estrategias elegidas y en los equilibrios resultantes. (Pérez, Jimeno, & Cerdá, 2004)

Por ejemplo, en un juego de competencia pura, donde el objetivo es maximizar las ganancias monetarias, la función de utilidad puede estar directamente relacionada con el beneficio financiero obtenido por cada jugador. Sin embargo, en juegos más complejos que involucran consideraciones estratégicas, como la cooperación, la negociación o la competencia imperfecta, la función de utilidad puede incorporar elementos adicionales, como la confianza, el riesgo percibido o las preferencias sociales. (Pérez, Jimeno, & Cerdá, 2004)

3.6 Modelos De Optimización De Portafolio:

Los modelos de optimización de portafolio son herramientas fundamentales en el ámbito de la inversión y la gestión de activos financieros. Estos modelos se utilizan para determinar la combinación óptima de activos en un portafolio, con el objetivo de maximizar el rendimiento esperado del portafolio dado un nivel de riesgo aceptable o minimizar el riesgo dado un nivel de rendimiento deseado. En esencia, los modelos de optimización de portafolio ayudan a los inversores a tomar decisiones informadas sobre cómo distribuir sus recursos entre diferentes clases de activos, como acciones, bonos, bienes raíces y materias primas, con el fin de alcanzar sus objetivos financieros y gestionar el riesgo de manera efectiva. (Elton, Gruber, Brown, & Brown, 2014)

Estos modelos suelen tener en cuenta varios factores, como la rentabilidad histórica de los activos, la volatilidad, la correlación entre los activos, las restricciones de inversión (como límites de asignación de activos o restricciones regulatorias) y las preferencias individuales del inversor en términos de aversión al riesgo y horizonte temporal de inversión. Existen diferentes enfoques para la optimización de portafolios, incluyendo modelos de optimización

media-varianza como el propuesto por Harry Markowitz. (Elton, Gruber, Brown, & Brown, 2014)

3.6.2 Modelo de Markowitz: el modelo de Markowitz, concebido por el economista Harry Markowitz en la década de 1950, marcó un hito en la teoría moderna de carteras al incorporar conceptos innovadores como la diversificación y el cálculo del riesgo en la selección de activos financieros. Este enfoque pionero permite a los inversionistas construir carteras eficientes que buscan maximizar el rendimiento esperado para un nivel de riesgo determinado, o viceversa, minimizar el riesgo para alcanzar un rendimiento objetivo. La base del modelo de Markowitz radica en la consideración simultánea del rendimiento esperado y el riesgo de una inversión, evaluando cómo diferentes combinaciones de activos pueden afectar la variabilidad del rendimiento de la cartera en su conjunto. (Alaitz, Luis, & Marian, 2022)

El modelo se fundamenta en la premisa esencial de diversificar la inversión en una variedad de activos financieros con correlaciones diversas. Markowitz demostró que, al combinar activos con correlaciones negativas o bajas, es posible reducir el riesgo total de la cartera sin necesariamente sacrificar los rendimientos potenciales. Esta idea es la esencia de la denominada "frontera de carteras eficientes", que representa todas las combinaciones posibles de activos que ofrecen el mejor rendimiento esperado para un determinado nivel de riesgo. Esta metodología, también conocida como teoría moderna de carteras, ha sido ampliamente adoptada en la práctica financiera y sigue siendo esencial para la gestión de carteras en la actualidad. (Alaitz, Luis, & Marian, 2022)

El teorema de Markowitz se origina a partir de n activos financieros, cada uno con un rendimiento esperado μ_i y una varianza σ^2_i . Denotemos por x_i la proporción de la inversión total asignada al activo i , donde $i = 1, 2, 3, \dots, n$. El rendimiento esperado del portafolio μ_p y la varianza del portafolio σ^2_p se definen como (Alaitz, Luis, & Marian, 2022):

$$\mu_p = \sum_{i=1}^n x_i \mu_i$$

$$\sigma^2_p = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}$$

Donde σ_{ij} es la covarianza entre los rendimientos de los activos i y j .

El objetivo del modelo es encontrar las proporciones x_i que minimicen la varianza del portafolio para un nivel dado de rendimiento esperado. Esto se formula matemáticamente como un problema de programación cuadrática (Alaitz, Luis, & Marian, 2022):

$$\text{Min } \sigma^2_p = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

1. La suma de las proporciones debe ser igual a uno (completitud del portafolio):

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

2. El rendimiento esperado del portafolio debe ser igual a un valor objetivo μ^* :

$$\sum_{i=1}^n x_i \mu_i = \mu^*$$

3. Las proporciones x_i deben ser no negativas (suposición de no ventas en corto, opcional)

$$x_i \geq 0 \quad \forall_i$$

Para resolver este problema de optimización, se puede utilizar el método de los multiplicadores de Lagrange. El lagrangiano para este problema se define como (Alaitz, Luis, & Marian, 2022):

$$L(x, \lambda, v) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} + \lambda \left(\sum_{i=1}^n x_i - 1 \right) + v \left(\sum_{i=1}^n x_i \mu_i - \mu^* \right)$$

Donde v y λ son los multiplicadores de Lagrange asociados a las restricciones.

Al tomar las derivadas parciales del lagrangiano respecto a x_i , λ y v , y resolver el sistema de ecuaciones resultante, se pueden determinar las proporciones óptimas x_i^* que minimizan el riesgo del portafolio para el rendimiento esperado deseado (Alaitz, Luis, & Marian, 2022).

La solución de este problema para diferentes valores de μ^* produce la denominada "frontera eficiente", que es el conjunto de todos los portafolios óptimos que ofrecen el máximo rendimiento esperado para cada nivel de riesgo. La frontera eficiente es un concepto clave en la teoría moderna de carteras, ya que permite a los inversores elegir un portafolio según su preferencia de riesgo y retorno (Alaitz, Luis, & Marian, 2022).

3.6.3 Modelo Sharpe: El modelo de Sharpe, propuesto por William F. Sharpe en la década de 1960, representa otra faceta importante en la gestión de carteras y la teoría

financiera. A diferencia del enfoque de Markowitz, que se centra en la optimización de la relación entre riesgo y rendimiento, el modelo de Sharpe se enfoca específicamente en maximizar la relación riesgo-rendimiento de una cartera. Esta relación se mide mediante el Índice de Sharpe, que calcula la rentabilidad excedente de una inversión por unidad de riesgo asumido. En esencia, el modelo de Sharpe busca identificar la cartera óptima que ofrece la mejor combinación de rendimiento esperado y riesgo, priorizando aquellos activos que generan mayores retornos ajustados por riesgo. (Alaitz, Luis, & Marian, 2022)

El modelo de optimización de Sharpe es una herramienta esencial en la gestión de carteras que busca maximizar la relación riesgo-rendimiento. Esta relación se calcula dividiendo el exceso de rendimiento de una cartera sobre el rendimiento libre de riesgo por su volatilidad, medida como la desviación estándar de los rendimientos de la cartera. (Izquierdo, 2022)

Matemáticamente, el modelo de optimización de Sharpe se formula como un problema de maximización de la proporción de Sharpe, dada por la siguiente ecuación (Izquierdo, 2022):

$$\text{Ratio de Sharpe} = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$$

Donde:

R_p = rendimiento de la cartera

R_f = rendimiento libre de riesgo

σ_p = volatilidad de la cartera

El objetivo del modelo de Sharpe es maximizar el Índice de Sharpe, es decir, maximizar el rendimiento ajustado al riesgo. Esto se puede formular como:

$$\text{Max } s_p = \text{Max } \frac{\sum_{i=1}^n x_i \mu_i - R_f}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}}}$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

1. La suma de las proporciones debe ser igual a uno (completitud del portafolio):

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

2. Las proporciones x_i deben ser no negativas (suposición de no ventas en corto, opcional)

$$x_i \geq 0 \quad \forall_i$$

Para resolver este problema de optimización, se puede utilizar métodos numéricos y algoritmos de optimización. La función objetivo no es lineal debido a la presencia de la desviación estándar en el denominador, lo que hace que este problema sea más complejo que el modelo de Markowitz. Sin embargo, las herramientas modernas de optimización y software financiero pueden manejar esta complejidad y encontrar las proporciones óptimas x_i^* que maximizan el Índice de Sharpe.

4 METODOLOGIA

Este estudio se clasifica como una investigación cuantitativa aplicada, con un enfoque en la modelización predictiva y la optimización financiera. La investigación es cuantitativa porque utiliza datos numéricos y técnicas matemáticas para analizar el comportamiento de las acciones en el mercado bursátil y evaluar la eficiencia de distintos modelos predictivos y de optimización de portafolios. El objetivo es generar conclusiones precisas y basadas en datos sobre la toma de decisiones de inversión automatizada.

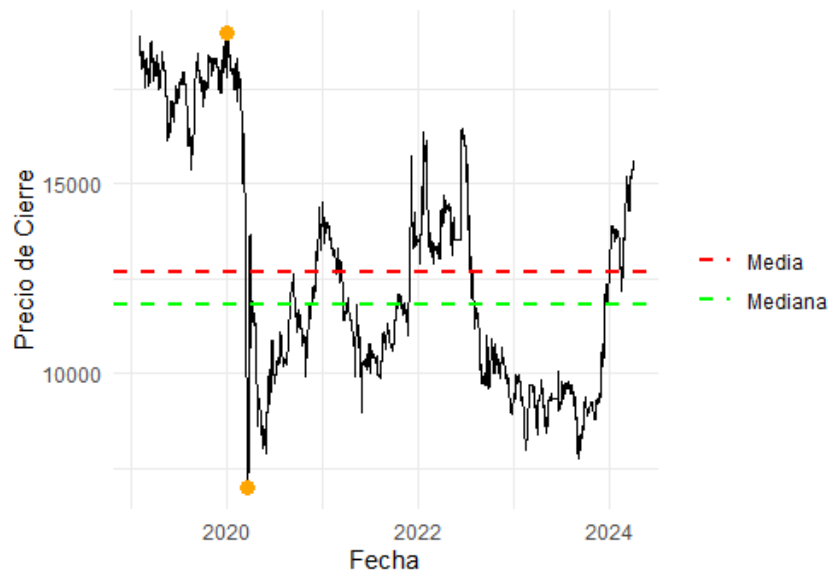
Es un estudio aplicado porque busca resolver un problema práctico en el contexto del mercado accionario colombiano: la automatización en la toma de decisiones de inversión. Este enfoque permite no solo mejorar la eficiencia de los modelos financieros, sino también generar herramientas que puedan ser implementadas directamente por inversionistas o instituciones financieras. La metodología utilizada, que combina técnicas estadísticas tradicionales y modelos avanzados de machine learning, se orienta a generar soluciones útiles para optimizar la gestión de portafolios y reducir el riesgo, lo que destaca la naturaleza aplicada de la investigación.

4.1 Entendimiento Del Negocio:

En las plataformas de trading de la bolsa, los inversores obtienen beneficios mediante la compra y venta de acciones, aprovechando las fluctuaciones en los precios del mercado. Este proceso requiere la identificación de oportunidades de inversión basadas en el análisis técnico y fundamental, así como en la comprensión de los factores que influyen en las empresas y los mercados en general. Los traders buscan adquirir acciones a precios bajos para luego venderlas a precios más altos, generando así ganancias. La capacidad para

prever con precisión las tendencias del mercado y ejecutar estrategias efectivas son fundamentales para el éxito en este tipo de operaciones. (Amat, 2010)

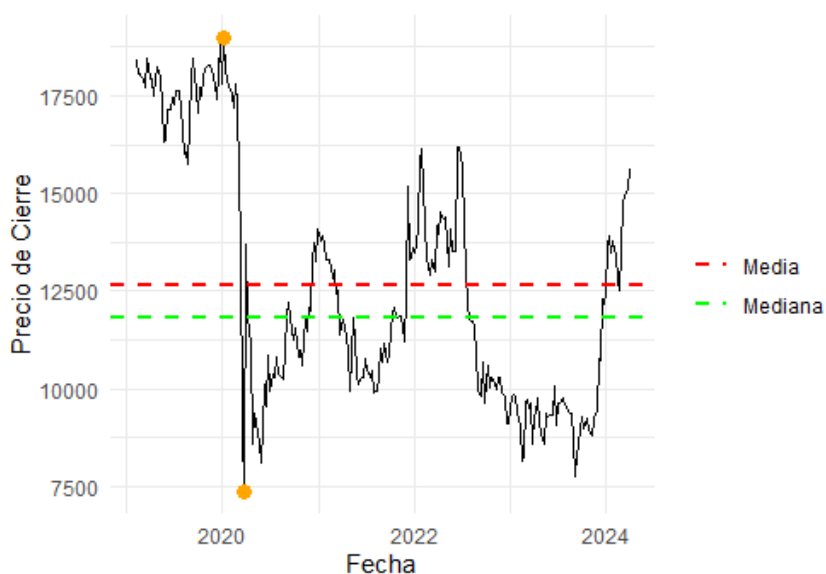
Uno de los principales desafíos que enfrentan los traders en estas plataformas es la variabilidad de los costos de compra y venta de acciones en cuestión de segundos. Esta fluctuación puede dificultar la ejecución rápida de operaciones, ya que está sujeta a las condiciones impredecibles del mercado. Este obstáculo es especialmente significativo para las operaciones a muy corto plazo, como las diarias. A continuación, se presenta como ejemplo el precio de cierre de la acción de Grupo Argos: (Gitman & Joehnk, 2009)



La serie de tiempo presenta una media de \$12.658, lo que indica que, en promedio, el valor de la acción se sitúa en ese nivel durante el periodo analizado. La mediana de \$11.800, ligeramente inferior a la media, sugiere una distribución de valores con algunos picos más altos que elevan el promedio general. La desviación estándar de 3.152 refleja una considerable variabilidad en los precios de la acción, lo que implica fluctuaciones

significativas alrededor de la media. El valor máximo histórico de \$18.980 indica el pico más alto alcanzado por la acción, mientras que el mínimo histórico de \$7.010 muestra el punto más bajo registrado. Esta amplia diferencia entre el máximo y el mínimo refuerza la conclusión de que la acción ha experimentado periodos de alta volatilidad. En resumen, estas estadísticas descriptivas sugieren que la acción tiene un comportamiento bastante variable, con potenciales oportunidades y riesgos significativos para los traders.

En consideración de lo anterior, la presente investigación propone modelos de predicción semanales que buscan estimar si una acción experimentará un crecimiento cada semana. Este enfoque semanal se elige para proporcionar suficiente tiempo para ejecutar las operaciones adecuadamente y mitigar, en cierta medida, los efectos de la volatilidad del mercado. La serie de tiempo se divide seleccionando un día de cada semana para el análisis. A continuación, se muestra cómo la distribución de la serie de tiempo varía muy poco después de aplicar este filtro: (Gitman & Joehnk, 2009)



Además, al evaluar la rentabilidad de cada operación, es esencial considerar los costos transaccionales asociados. Estos costos comprenden comisiones por la ejecución de operaciones, spreads entre los precios de compra y venta, así como posibles tarifas adicionales dependiendo del tipo de instrumento financiero y la plataforma utilizada. Dichos costos pueden disminuir considerablemente la ganancia esperada de una operación y, por lo tanto, deben ser minuciosamente contemplados al calcular la posible utilidad de cada transacción. Consecuentemente los costos serán parte fundamental de la función de utilidad definida. (Gitman & Joehnk, 2009)

En el contexto de esta investigación, el Habeas Data es especialmente relevante dado que regula el tratamiento de los datos personales, protegiendo la privacidad y la autodeterminación informativa de los individuos. A nivel legal, en Colombia, esta normativa está respaldada por la Ley 1581 de 2012, conocida como la Ley de Protección de Datos Personales, y por la Sentencia C-748 de 2011 de la Corte Constitucional, que garantiza los derechos de los ciudadanos sobre el manejo de sus datos personales.

Al ser una investigación que utiliza datos financieros públicos, como los de la Bolsa de Valores de Colombia, el proyecto se mantiene dentro de un marco ético que no vulnera la privacidad de los individuos, pues la información utilizada no incluye datos personales de carácter privado, sino datos agregados o anonimizados de las operaciones en los mercados bursátiles. Estos datos financieros, que son de dominio público y accesibles sin restricciones, no se consideran datos personales según la Ley 1581.

Por otro lado, el Decreto 1377 de 2013, que reglamenta parcialmente la Ley 1581, establece las obligaciones de las entidades que recolectan y procesan datos personales, y aclara que estos deben ser utilizados únicamente para los fines para los que fueron recolectados. Dado que en este proyecto no se recolectan ni se procesan datos personales, sino que se analizan series históricas del mercado financiero, no existe afectación directa al derecho al Habeas Data.

En caso de que en el futuro la investigación implique el uso de datos que puedan estar vinculados a la identidad de individuos, será necesario obtener el consentimiento expreso de los titulares, según lo estipula la ley, y adoptar medidas adicionales para proteger su privacidad. Sin embargo, el marco actual del estudio se ciñe a la normativa vigente, y no afecta los derechos de los individuos ni requiere el manejo de información privada. Esto asegura que el proyecto cumple con los criterios éticos y legales de protección de datos en Colombia.

4.2 Preparación De Los Datos:

Para nuestra investigación, nos basaremos en los datos proporcionados por Bvc.com.co y Yahoo Finance, plataformas líderes en inversión en línea que ofrecen una amplia gama de información sobre el comportamiento de las acciones en la Bolsa de Valores de Colombia (BVC). Estos datos, recopilados desde el 29 de enero de 2019 hasta el 2 de abril de 2024, constituyen la base fundamental de nuestro estudio e incluyen cotizaciones en tiempo real con detalles sobre apertura, cierre, máximo y mínimo diarios. Además, la plataforma ofrece indicadores técnicos que facilitan el análisis del rendimiento

de las acciones, así como estadísticas financieras clave como ingresos, beneficios y márgenes de ganancia.

Para enriquecer nuestro análisis, hemos generado variables artificiales que complementan la información disponible sobre el comportamiento de las acciones en la Bolsa de Valores. Entre estas variables se encuentra la media del precio de cierre de las últimas veinte semanas, así como de los valores máximo y mínimo de cada una de las acciones en la bolsa. Estos datos nos proporcionan una medida agregada del desempeño financiero reciente del mercado en su conjunto en un intervalo de tiempo más corto. Además, hemos incluido la desviación estándar del precio de cierre de las últimas veinte semanas de todas las acciones como medida de variabilidad, lo que nos permite entender la dispersión de los datos en torno a la media de la utilidad semanal del mercado. Esta medida nos proporciona información sobre la volatilidad de los rendimientos en un período de tiempo más corto y nos ayuda a evaluar el nivel de riesgo asociado con el mercado en consideración en una base semanal. Estas variables artificiales enriquecen nuestra comprensión del comportamiento de las acciones en la bolsa y nos brindan una perspectiva más completa para la toma de decisiones en el mercado financiero.

Con el propósito de mejorar la captura de correlaciones y hacer que los datos sean más comparables, se llevó a cabo un proceso de estandarización en la tabla de datos. Este procedimiento implicó ajustar los valores de las variables para que estén en una escala uniforme, lo que es esencial para mitigar posibles sesgos derivados de las disparidades en las magnitudes de las unidades. Al estandarizar los datos, no solo se facilita la comparación entre diferentes variables, sino que también se mejora la capacidad de los modelos analíticos para identificar patrones y relaciones significativas. Este paso será fundamental

para asegurar que las correlaciones extraídas sean representativas y que el análisis resulte más preciso y robusto en el estudio de las interrelaciones entre las diversas variables asociadas con el comportamiento de las acciones. (Arroyave, 2019)

Además, para poder operar de manera adecuada, utilizaremos datos de covariables rezagadas en el tiempo, es decir datos de periodos de tiempo pasados de las variables explicativas seleccionadas para el modelo. Esto para obtener el valor de la predicción una semana antes, lo que brinda el beneficio de actuar anticipadamente en el mercado.

Uno de los principales retos en la gestión de portafolios es identificar con precisión las acciones que tienen un alto potencial de crecimiento futuro. Para enfrentar este desafío, en esta investigación se emplean modelos de predicción avanzados como herramienta central para la toma de decisiones en inversiones. Estos modelos permiten proyectar el comportamiento de las acciones en el mercado accionario mediante el análisis de datos históricos y variables económicas relevantes.

La capacidad predictiva de estos modelos radica en su uso de grandes volúmenes de datos para detectar patrones que, de otro modo, pasarían desapercibidos en un análisis tradicional. En particular, este enfoque predictivo se centra en identificar los momentos clave en que una acción puede experimentar un aumento significativo en su valor. Una vez proyectadas estas oportunidades, se procede a optimizar el portafolio mediante la asignación adecuada de recursos, basándose en las acciones con mayor probabilidad de apreciación.

El uso de técnicas avanzadas de machine learning, como bosques aleatorios y redes neuronales, junto con enfoques más tradicionales como los modelos dinámicos lineales, permite a los inversionistas no solo prever el crecimiento potencial de las acciones, sino también reducir el riesgo mediante una diversificación inteligente. Al integrar estas proyecciones en un modelo automatizado de optimización de portafolio, el proceso de inversión se vuelve más eficiente y preciso, eliminando la subjetividad y mejorando la rentabilidad esperada.

A continuación, se detallan los modelos de predicción utilizados en este estudio, así como los procedimientos para su implementación y evaluación.

4.3 Modelo Dinámico Lineal:

En nuestro análisis, empleamos un Modelo Dinámico Lineal (DLM) para modelar la rentabilidad de la acción del Grupo Argos calculada sobre su valor de cierre y para el resto de las acciones de la Bolsa de Valores de Colombia, este enfoque nos permitió capturar tanto la dinámica temporal como posibles tendencias en el comportamiento de la rentabilidad de la acción a lo largo del tiempo. Dada la diversidad de variables recopiladas, provenientes de diferentes fuentes como la Bolsa de Valores Colombiana, el índice S&P 100 y las materias primas del mercado de valores de Estados Unidos, llevamos a cabo un proceso de selección de variables en dos etapas. En la primera fase, excluimos aquellas variables cuya autocorrelación cruzada con la variable objetivo en los primeros diez rezagos sea inferior a 0.25, como medida inicial para reducir la complejidad del conjunto de datos. En la segunda fase, empleamos la regresión Lasso sobre el conjunto de rezagos

de las covariables con una autocorrelación mayor a 0.25, utilizando la restricción L1 para obtener un modelo más simplificado y evitar el sobreajuste. Este enfoque se adoptó con el propósito de mejorar la precisión del modelo y potenciar su capacidad predictiva. (González, 2022)

Por ejemplo, para el modelo del Grupo Argos se define por la siguiente ecuación de observación:

$$\begin{aligned}\mu[t] = & \beta_1[t] \cdot A[t - 1] + \beta_2[t] \cdot B[t - 1] + \beta_3[t] \cdot C[t - 1] + \beta_4[t] \cdot D[t - 1] \\ & + \beta_5[t] \cdot E[t - 1] + \beta_6[t] \cdot F[t - 1] + \beta_7[t] \cdot G[t - 1] \\ Y_{obj}[t] \sim & N(\mu[t], 1/inv.m)\end{aligned}$$

Esta ecuación establece que la variable objetivo $Y_{obj}[t]$ en el tiempo t sigue una distribución normal con media $\mu[t]$ y varianza $1/inv.m$.

Por otra parte, la ecuación de estado se define bajo la siguiente expresión para el modelo de Grupo Argos:

$$\beta_i[j] \sim N(\beta_i[j - 1], 1/inv.b_i)$$

Esto implica que cada parámetro β_i en el tiempo j sigue una distribución normal centrada en el valor del parámetro en el tiempo $j-1$ y con varianza $1/inv.b_i$.

El proceso de predicción en el modelo se realiza en dos etapas:

$$\hat{\beta}_i[j | j - 1] = \beta_i[j - 1]$$

Donde $\hat{\beta}_i[j | j - 1]$ es la predicción del parámetro β_i en el tiempo j basada en la información disponible hasta el tiempo $j-1$.

$$\mu[N + 1] = \beta_1[N + 1] \cdot A[N] + \beta_2[N + 1] \cdot B[N] + \beta_3[N + 1] \cdot C[N] + \beta_4[N + 1] \cdot D[N] + \beta_5[N + 1] \cdot E[N] + \beta_6[N + 1] \cdot F[N] + \beta_7[N + 1] \cdot G[N]$$

$$Y_{obj}[\mathbf{t} + \mathbf{1}] \sim N(\mu[N + 1], 1/inv.m)$$

El proceso de actualización ajusta las predicciones basadas en las nuevas observaciones:

$$\beta_i[j] \sim N(\beta_i[j - 1], 1/inv.b_i)$$

Donde cada parámetro $\beta_i[j]$ se actualiza utilizando la observación actual y la distribución a priori del parámetro.

Formulamos y desarrollamos el modelo en el entorno de RStudio utilizando el software JAGS (Just Another Gibbs Sampler), que permite la inferencia bayesiana mediante el muestreo de Markov Chain Monte Carlo (MCMC). La formulación del modelo incluye la especificación detallada de la ecuación de evolución y la ecuación de estado, integrando las variables predictoras y la distribución gamma para modelar la precisión. Se realizaron pruebas específicas, como Gelman-Rubin, Heidelberger, Raftery y Lewis, para validar la convergencia de las cadenas de Markov, garantizando la estabilidad de las estimaciones. (Gelman, y otros, 2003)

Para evaluar el rendimiento del modelo dinámico lineal, se utilizó el error cuadrático medio para el conjunto de entrenamiento y de prueba, además de la función de utilidad generada por el modelo como una métrica. Esta función suma las utilidades positivas y negativas que resultarían de invertir cuando el modelo predice un valor mayor a cero. Este enfoque permitió evaluar la efectividad del modelo no solo en términos de

predicción, sino también en su capacidad para generar beneficios económicos al basar decisiones de inversión en sus predicciones.

Posteriormente, construimos una función que ajusta automáticamente un modelo Dinámico Lineal a cualquier acción, identificando automáticamente las variables predictoras y los rezagos relevantes, ajustando la ecuación de estado y la ecuación de evolución, y realizando las pruebas de convergencia necesarias. Esto simplificará la creación de modelos para cada una de las veintidós acciones en el portafolio.

Una de las principales limitaciones del modelo dinámico lineal (DLM) aplicado en este análisis es su sensibilidad a la volatilidad del mercado accionario. Los modelos financieros, particularmente aquellos basados en series temporales como los DLM, pueden verse fuertemente afectados por períodos de alta volatilidad o cambios bruscos en las condiciones del mercado. Dado que estos modelos asumen que los datos siguen un comportamiento estructurado y relativamente predecible a lo largo del tiempo, los picos de volatilidad y las crisis financieras pueden provocar que las predicciones sean menos precisas. En contextos de alta incertidumbre, los parámetros del modelo pueden no ajustarse adecuadamente a las nuevas condiciones del mercado, lo que limita la efectividad del modelo para anticipar caídas o aumentos abruptos en los precios de las acciones.

Otra limitación importante es la complejidad computacional que conlleva la implementación de modelos dinámicos lineales. Estos modelos requieren el ajuste de múltiples parámetros y el uso de técnicas avanzadas de inferencia estadística como el muestreo de Markov Chain Monte Carlo (MCMC) a través del software JAGS. Si bien estas técnicas permiten estimaciones precisas en teoría, en la práctica pueden ser computacionalmente intensivas, especialmente cuando se aplican a grandes volúmenes de datos o a modelos con

muchos parámetros. Esto puede implicar tiempos de procesamiento largos, lo que limita la rapidez con la que se pueden obtener resultados, y puede presentar desafíos en la escalabilidad del modelo para analizar un número mayor de acciones o datos en tiempo real.

Adicionalmente, el enfoque de selección de variables basado en la autocorrelación y la regresión Lasso, aunque efectivo para reducir la complejidad del modelo y evitar el sobreajuste, también puede descartar variables relevantes que no muestran una relación directa con la variable objetivo en los primeros rezagos. Esto podría resultar en un modelo menos robusto cuando se enfrentan a cambios en las dinámicas del mercado que no están reflejados en los rezagos seleccionados.

Por último, el modelo asume que los parámetros evolucionan de acuerdo con distribuciones normales y que los errores de predicción siguen una distribución normal, lo que puede no ser siempre el caso en mercados financieros donde los comportamientos extremos son frecuentes. La falta de flexibilidad para capturar estos comportamientos puede limitar la precisión de las predicciones en mercados con colas pesadas o distribuciones no normales.

4.4 Modelo De Bosques Aleatorios:

Se utilizó un modelo de Bosques Aleatorios para predecir los momentos en que la rentabilidad de una acción superaría un determinado percentil, utilizando el mismo proceso de selección de covariables que se empleó para el modelo dinámico lineal. Para ello, se creó una variable de respuesta binaria y se realizó un ciclo for que recorría los percentiles desde 0.6 hasta 0.9 en incrementos de 0.05. Durante este ciclo, se ajustó el modelo para cada percentil y se seleccionó el modelo que generaba la mayor rentabilidad. En otras

palabras, se eligió el modelo construido con una variable de respuesta que indicaba si la rentabilidad superaba o no el percentil específico, y que resultaba en la mayor utilidad. Este enfoque permitió identificar los momentos clave de crecimiento de la rentabilidad que ofrecían las mejores oportunidades para tomar decisiones de inversión.

$$Y_t = \begin{cases} 1, & \text{si } R_t > P_\alpha \\ 0, & \text{si } R_t \leq P_\alpha \end{cases}$$

Para abordar el desequilibrio de clases en el proceso de clasificación, donde se determina si la rentabilidad de una acción supera un percentil específico, se implementó un método de balanceo de datos conocido como sobre muestreo (over sampling). Este método implica aumentar la cantidad de muestras de la clase minoritaria (las muestras que superan el percentil) para igualarla con la cantidad de muestras de la clase mayoritaria (las que no superan el percentil). El sobre muestreo busca mejorar el rendimiento del modelo al proporcionar un conjunto de datos más equilibrado, lo que puede ayudar a prevenir el sesgo hacia la clase mayoritaria y mejorar la capacidad del modelo para generalizar correctamente ambas clases en el proceso de clasificación. (Torres, Hernández, Hernández, & Chávez, 2021)

Además, se optimizaron los hiperparámetros del modelo de Bosques Aleatorios. Primero, se varió el número de árboles en el bosque y se seleccionó el que minimizaba el error Out-Of-Bag (OOB). Este parámetro indica cuántos árboles se incluirán en el modelo y el error OOB es una medida de error basada en la muestra de datos no utilizada durante la construcción de cada árbol.

$$OOB\ Error = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L(y_i, \hat{y}_i^{OOB})$$

Donde L es una función de pérdida (por ejemplo, error cuadrático medio), y_i es la observación real, y $\hat{y}_i^{OOB}$ es la predicción OOB para la i -ésima observación.

Luego, se ajustó el parámetro ``nodesize``, que define el número mínimo de observaciones que debe tener un nodo para que se pueda dividir, utilizando validación cruzada para mejorar la capacidad predictiva del modelo. Finalmente, se optimizó el parámetro ``mtry``, que determina el número de variables predictoras seleccionadas aleatoriamente en cada división del árbol, también utilizando validación cruzada. Se analizó la curva ROC para determinar el punto de corte óptimo del modelo.

Para evaluar el rendimiento del modelo, se utilizaron diversas métricas tanto en el conjunto de datos de entrenamiento como en el de prueba. Además de métricas convencionales como accuracy (exactitud), sensibilidad y especificidad, se consideró la función de utilidad generada por el modelo como medida de rendimiento económico. Esto permitió evaluar la efectividad del modelo no solo en términos de clasificación, sino también en su capacidad para generar beneficios económicos al tomar decisiones de inversión basadas en sus predicciones. (Torres, Hernández, Hernández, & Chávez, 2021)

Por último, se desarrolló una función que ajusta automáticamente un modelo Bosques aleatorios para cualquier acción, identificando automáticamente las variables predictoras y los rezagos relevantes, balanceando el conjunto de datos, optimizando los hiperparámetros y midiendo el rendimiento del modelo en ambos conjuntos de datos.

Una de las principales restricciones del Modelo de Bosques Aleatorios es su tendencia a sobreajustar (overfitting) en casos de datos desequilibrados. Aunque se implementó un método de sobre muestreo para abordar el desequilibrio de clases en la

variable de respuesta binaria (si la rentabilidad supera o no un percentil), este enfoque puede no ser completamente efectivo en todos los escenarios. El sobreajuste puede ocurrir cuando el modelo ajusta demasiado bien los datos de entrenamiento, incluyendo el ruido presente, lo que deteriora la capacidad de generalización en nuevos datos o en el conjunto de prueba. A pesar de que se optimizaron los hiperparámetros y se utilizó validación cruzada para mejorar la capacidad predictiva, el modelo puede ser sensible a los cambios en la distribución de los datos y, en ocasiones, no generalizar bien a datos fuera de la muestra utilizada para el entrenamiento.

Otra limitación del modelo es la complejidad computacional. Los Bosques Aleatorios requieren la construcción de múltiples árboles de decisión, lo que puede resultar en un proceso intensivo en cuanto a tiempo y recursos computacionales, especialmente cuando se incrementa el número de árboles o se aumenta el tamaño del conjunto de datos. Además, la optimización de los hiperparámetros, como el número de árboles (`ntree`), el tamaño de los nodos (`nodesize`), y el número de variables seleccionadas aleatoriamente en cada división (`mtry`), también añade un nivel de complejidad adicional que puede aumentar los tiempos de ejecución y la carga computacional.

El modelo también enfrenta limitaciones en cuanto a la interpretación. Aunque los Bosques Aleatorios son potentes en términos de predicción, los modelos resultantes no son fácilmente interpretables. A diferencia de otros métodos como los modelos de regresión o incluso los modelos dinámicos lineales, donde los coeficientes tienen un significado claro, los Bosques Aleatorios generan un conjunto de árboles que dificulta la comprensión directa de las relaciones entre las variables predictoras y la variable objetivo. Esta "caja negra" es

un desafío cuando se necesita explicar el comportamiento del modelo o justificar las decisiones basadas en el modelo.

Finalmente, a pesar de que el error Out-Of-Bag (OOB) es una medida útil para estimar la precisión del modelo y reducir el riesgo de sobreajuste, no siempre es un reflejo exacto de la precisión del modelo en un contexto más amplio, como el rendimiento de inversión real. La función de utilidad, aunque proporciona una métrica económica útil, podría no capturar toda la complejidad del mercado financiero, especialmente en escenarios de alta volatilidad o cambios inesperados en el comportamiento de las acciones. Esto limita la capacidad del modelo para anticipar eventos extremos que puedan impactar significativamente en los resultados de inversión.

4.5 Modelo De Redes Neuronales:

En este estudio, se empleó un modelo de redes neuronales con el mismo propósito que el modelo Bosques aleatorios: prever los momentos en que se anticipaba que la rentabilidad de una acción superara un cierto percentil entre 0.6 y 0.9. De igual manera para abordar el desbalanceo de datos, se aplicó una técnica de balanceo mediante over sampling, mitigando así el impacto de esta disparidad en el rendimiento del modelo. Al igual que en el enfoque con Bosques aleatorios, se utilizó el análisis de autocorrelación cruzada y la regresión Lasso para seleccionar covariables relevantes.

El modelo propuesto es una red neuronal profunda desarrollada con la biblioteca H2O, diseñada para predecir aumentos significativos en el valor de una acción específica en el contexto de la investigación financiera. Esta red consta de tres capas densas. La

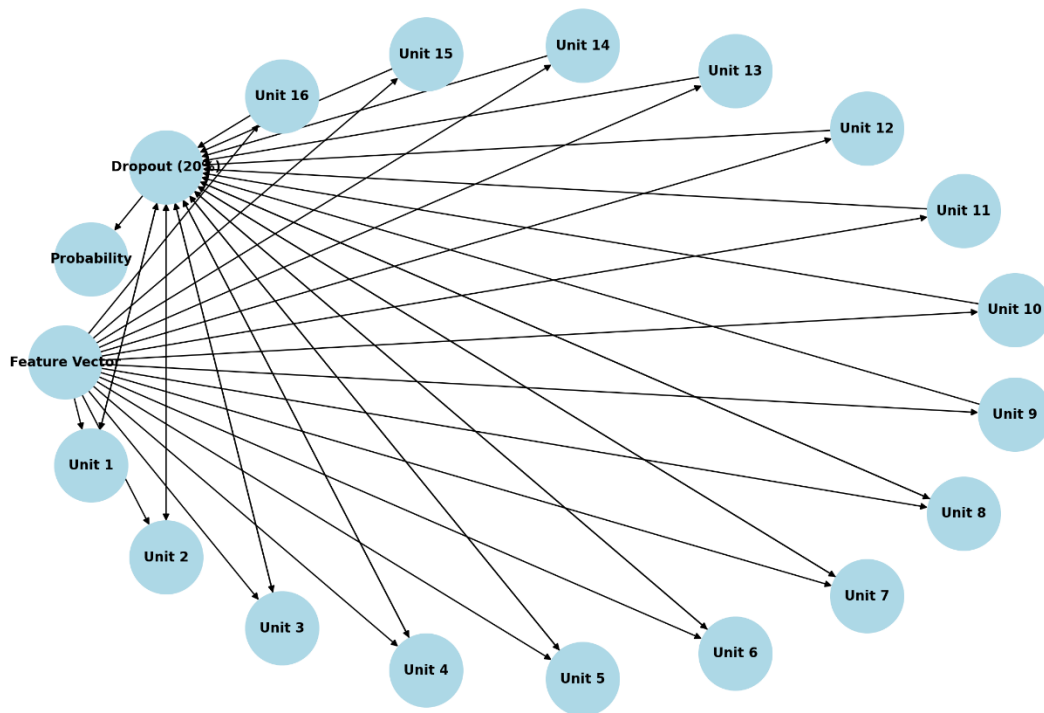
primera capa, con 16 unidades, utiliza la función de activación ReLU y toma como entrada un vector de características determinado por las covariables seleccionadas. Después de esta capa, se implementa una capa de dropout con una tasa del 20%, que ayuda a prevenir el sobreajuste desactivando aleatoriamente conexiones entre las neuronas durante el entrenamiento. Luego sigue otra capa densa con 8 unidades y función de activación ReLU, seguida de una segunda capa de dropout con una tasa del 20%. Finalmente, la última capa densa tiene una sola unidad con función de activación sigmoide, produciendo una salida en el rango de 0 a 1, que indica la probabilidad estimada de que ocurra el aumento significativo en el valor de la acción objetivo.

En el ámbito de la investigación financiera, el modelo se compila utilizando el optimizador SGD (Gradiente Descendente Estocástico) con una tasa de aprendizaje de 0.01 y un momento de 0.9. Esta configuración del optimizador busca mejorar la eficiencia del entrenamiento ajustando los pesos de la red para minimizar la función de pérdida. Luego, se utiliza la función de pérdida 'binary_crossentropy', adecuada para problemas de clasificación binaria, y se define la métrica de 'accuracy' para evaluar el rendimiento del modelo en términos de precisión de clasificación. Este proceso de compilación es esencial para preparar el modelo para el entrenamiento y la evaluación, asegurando que esté configurado adecuadamente para aprender de los datos y hacer predicciones precisas sobre los aumentos significativos en el valor de la acción objetivo. (Caicedo & López, 2009)

Además de la configuración estándar del modelo, se implementa una técnica llamada "early stopping" para mejorar aún más la eficiencia del entrenamiento y evitar el sobreajuste. Esta técnica monitorea la métrica de evaluación, en este caso, la pérdida de validación, durante el entrenamiento y detiene el proceso si no mejora después de un

número predefinido de épocas consecutivas. En este modelo, se establece que el entrenamiento se detendrá si no hay mejoras en la métrica de pérdida de validación después de cinco épocas consecutivas. El uso de "early stopping" ayuda a evitar el sobreajuste al detener el entrenamiento en el punto óptimo, evitando que el modelo memorice los datos de entrenamiento y asegurando que generalice bien a datos no vistos. Esta técnica es fundamental para garantizar que el modelo tenga un rendimiento óptimo y pueda realizar predicciones precisas sobre los aumentos significativos en el valor de la acción objetivo. (Caicedo & López, 2009)

A continuación, se detalla la arquitectura de la red neuronal implementada para el modelo de Grupo Argos:



En nuestra investigación financiera, evaluamos el rendimiento del modelo de redes neuronales utilizando diversas métricas tanto en los datos de entrenamiento como en los de prueba. Estas métricas, que incluyen accuracy, especificidad y sensibilidad, nos

permitieron valorar la capacidad del modelo para identificar correctamente eventos significativos, como los momentos en que se espera un aumento considerable en el valor de la acción objetivo. Este análisis integral proporcionará una visión completa de la capacidad predictiva y precisión del modelo en la clasificación binaria. Además de estas métricas, calculamos la función de utilidad del modelo para estimar la rentabilidad esperada al tomar decisiones de inversión, lo que nos permitirá evaluar su eficacia en la toma de decisiones de trading y su rendimiento económico.

El modelo de redes neuronales presenta varias limitaciones en su aplicación para la predicción de rentabilidad de acciones. Requiere grandes volúmenes de datos para entrenarse adecuadamente, lo que puede ser un desafío si los datos son limitados o ruidosos. Además, su complejidad computacional es considerable, lo que puede extender los tiempos de entrenamiento y requerir hardware especializado. Las redes neuronales son modelos de "caja negra", lo que dificulta la interpretación de sus decisiones, lo que es especialmente relevante en el ámbito financiero. A pesar de técnicas como el dropout y early stopping para evitar el sobreajuste, este sigue siendo un riesgo, especialmente si los datos son limitados o no representativos. También son sensibles a la configuración de hiperparámetros, lo que implica que el ajuste adecuado es crucial para obtener buenos resultados, pero puede ser un proceso largo y tedioso. Aunque se implementó over sampling para mitigar el desbalanceo de clases, este puede persistir, afectando la precisión del modelo en la identificación de eventos importantes. Finalmente, aunque la función de utilidad es útil para evaluar la rentabilidad, el modelo puede verse afectado por la volatilidad y la incertidumbre inherentes al mercado financiero, limitando su aplicación directa en decisiones de trading.

4.6 Matriz De Pagos:

La matriz de pagos será instrumental para comprender la utilidad esperada al invertir en acciones. En este análisis, se utilizará la matriz de pagos para modelar las ganancias o pérdidas potenciales asociadas con la inversión en n acciones o la decisión de no invertir, basándonos en las estimaciones proporcionadas por el modelo de predicción. Cada estrategia se puede representar como una fila en la matriz, donde las columnas reflejarán los posibles resultados del mercado. Los elementos de la matriz indicarán las utilidades esperadas para cada combinación de estrategia y resultado. Este enfoque permitirá evaluar y comparar las distintas decisiones de inversión en función de su impacto potencial en la utilidad financiera, contribuyendo así a la toma de decisiones informada en el ámbito de la inversión.

A continuación, se presenta la matriz de pagos formulada para medir la rentabilidad esperada en procesos de trading:

Tabla 1

Definición tabla de pagos en las operaciones

ACCIÓN	ALTERNATIVAS DE DECISIÓN	
	INVIERTE	NO INVIERTE
X1	U1	0
X2	U2	0
.	.	.

.	.	.
.	.	.
XN	UN	0

La matriz de decisión presentada ilustra un escenario en el cual, para cada alternativa de acción, existen dos posibles resultados: si no se realiza la inversión, la utilidad es igual a cero, lo que implica que no se genera ningún beneficio económico. Por el contrario, si se decide invertir, la utilidad obtenida es igual a una "U", donde cada "U" representa la utilidad específica asociada a una acción en particular. Esta estructura refleja que el retorno económico solo ocurre cuando se toma la decisión de invertir. La utilidad total, por lo tanto, se calcula como la sumatoria de las utilidades individuales "U" generadas por cada acción en la que se ha decidido invertir. En resumen, la matriz destaca que la rentabilidad solo se alcanza mediante la inversión, mientras que la inacción resulta en una utilidad nula.

4.7 Función De Utilidad:

La función de utilidad es un elemento central en la teoría de juegos, incluso en el contexto de juegos de un solo jugador. En este escenario, la función de utilidad asigna valores numéricos a los distintos resultados o acciones posibles, reflejando las preferencias del jugador en términos de satisfacción o beneficio. En juegos de un solo jugador, la toma de decisiones implica elegir entre diferentes alternativas con el objetivo de maximizar la utilidad esperada. Esta función proporciona una herramienta matemática para modelar cómo las preferencias personales influyen en las elecciones individuales y cómo el jugador

evalúa subjetivamente los resultados potenciales. En este contexto, la función de utilidad facilita la formalización matemática de la optimización de decisiones y la comparación cuantitativa de las alternativas disponibles, contribuyendo así a la comprensión de la toma de decisiones estratégicas y racionales en juegos de un solo jugador. (Quirós, 2014)

Las matrices de pago, fundamentales en la teoría de juegos, desempeñan un papel esencial al definir las funciones de utilidad asociadas cada uno de nuestros modelos de predicción en este análisis. Cada modelo de predicción está asociado a una matriz de pago única que cuantifica las ganancias o pérdidas esperadas para el jugador, representando la relación entre las acciones y los resultados. Con base en esta matriz de pago, se formulará la función de utilidad específica para este modelo. Esta función reflejará las preferencias del jugador respecto a las diferentes elecciones estratégicas, invertir o no invertir en determinada acción, permitiendo así la evaluación cuantitativa de la utilidad asociada a cada una. A continuación, se presentará la función de utilidad formulada, destacando cómo contribuye a modelar la toma de decisiones y a comprender las estrategias óptimas en el contexto de la teoría de juegos:

$$U_n = D_n * K_n(Vi_n + Up_n) - (K_n * Vi_n) - Ct$$

Donde:

n = índice de la acción

D_n = decisión de inversión o no inversión

K_n = número de acciones a comprar

Vi_n = valor de la acción

Up_n = utilidad

$$Ct = \text{costo transaccional}$$

En la ecuación propuesta, se distinguen tres componentes fundamentales que capturan distintos aspectos del proceso de toma de decisiones. La primera parte incorpora el valor de la inversión inicial junto con la utilidad porcentual derivada de las predicciones del modelo. Este término refleja la contribución positiva a la utilidad proveniente de la inversión y las ganancias esperadas.

La segunda parte de la ecuación está representada por la resta del valor de la inversión inicial. Este componente captura la disminución potencial en la utilidad asociada con la pérdida del valor de la inversión original, destacando la relevancia de proteger y maximizar la inversión inicial.

Por último, la tercera parte de la ecuación refleja la resta del costo transaccional. Este término incorpora los posibles costos asociados con las transacciones financieras, subrayando la importancia de considerar los gastos adicionales que podrían afectar la rentabilidad neta de la inversión. En conjunto, esta estructura tridimensional de la ecuación proporciona una representación completa y detallada de los diferentes factores que influyen en la utilidad esperada en el contexto de la toma de decisiones financieras, facilitando así la evaluación integral de las estrategias de inversión propuestas.

La función que se utilizará para calcular la utilidad de inversiones simultáneas en diferentes acciones corresponde a una sumatoria de las funciones de utilidad individual de cada acción. Esto significa que, al evaluar la rentabilidad total de una cartera de inversiones, se suma la utilidad obtenida de cada acción individual. De esta manera, se tiene en cuenta

el rendimiento combinado de todas las inversiones para determinar la utilidad total de la cartera, permitiendo una evaluación integral y optimizada de las decisiones de inversión.

$$U_c = \sum_0^n U_n$$

Una vez identificadas las acciones con mayor potencial de crecimiento mediante los modelos de predicción, el siguiente paso en la metodología es la optimización del portafolio de inversión. Este portafolio se construye exclusivamente con las acciones que han sido proyectadas como crecientes por los modelos predictivos, lo que asegura una selección de activos con alta probabilidad de apreciación. A partir de este conjunto de acciones, los modelos de optimización de portafolio permiten determinar la combinación óptima de activos que maximice la rentabilidad esperada y minimice el riesgo inherente a cada decisión de inversión.

Estos modelos utilizan la función de utilidad, derivada de la matriz de pagos, para evaluar el valor esperado de cada decisión en términos de beneficios y riesgos. Esto permite identificar las combinaciones más eficientes, priorizando aquellas inversiones con un mayor retorno ajustado al nivel de riesgo asumido.

En particular, los modelos utilizados son el modelo de Markowitz y el modelo de Sharpe, que permiten ajustar el portafolio de forma tal que se logre un equilibrio óptimo entre el retorno esperado y el riesgo. Estos modelos no solo consideran la volatilidad individual de cada acción seleccionada, sino también la covarianza entre ellas, lo que asegura una diversificación eficiente. Esta diversificación es clave para minimizar el

impacto de caídas en el valor de una acción específica y controlar el riesgo global del portafolio.

El uso de estos modelos permite gestionar de manera efectiva tanto la diversificación como el riesgo, seleccionando las acciones que no solo ofrezcan altos retornos esperados, sino que también presenten correlaciones bajas o negativas entre sí. Al aplicar la función de utilidad a las proyecciones de cada acción, los modelos de optimización determinan la proporción ideal de inversión en cada una, maximizando el beneficio esperado bajo un nivel de riesgo controlado.

Finalmente, al integrar las predicciones de crecimiento con los modelos de optimización de portafolio, se automatiza la toma de decisiones de inversión, seleccionando las acciones más prometedoras y distribuyendo los recursos de forma óptima. Este enfoque no solo garantiza una gestión más precisa del riesgo, sino que también optimiza la rentabilidad a largo plazo.

A continuación, se describen los modelos de optimización utilizados y los resultados derivados de su aplicación:

4.8 Modelo De Markowitz:

En este estudio, se empleó la optimización de Markowitz como una herramienta clave para determinar la asignación óptima del capital de inversión en cada acción que presentaba una predicción de crecimiento en la semana siguiente. El objetivo era minimizar la variabilidad de los resultados esperados, basándose en la utilidad que presentaba cada acción las últimas veinte semanas calculadas a partir de los precios de cierre de esta.

La meta era seleccionar acciones con pronósticos de crecimiento significativos y baja variabilidad en sus utilidades históricas, evaluadas sobre el conjunto de prueba. Esto permitiría generar una utilidad más consistente y predecible a lo largo del tiempo. La metodología de Markowitz se aplicó con el fin de construir carteras de acciones que maximizaran el rendimiento esperado para un nivel de riesgo dado. De esta manera, proporcionó una guía estratégica sólida para la toma de decisiones de inversión.

En el marco de nuestra investigación, se llevará a cabo una revisión exhaustiva de los resultados obtenidos mediante el sistema de optimización de Markowitz. Este análisis se centrará en evaluar la rentabilidad esperada y el riesgo asociado a cada acción, así como en examinar la rentabilidad esperada y el riesgo de cada modelo individual incluido en el proceso de selección.

Se explorarán las distintas combinaciones de acciones y ponderaciones propuestas por el sistema de optimización de Markowitz para determinar aquellas que maximicen la rentabilidad esperada para un nivel de riesgo mínimo. Además, como parte del análisis, se empleará la herramienta Solver de Excel para encontrar la solución óptima que minimice el riesgo de la cartera. Esta herramienta permitirá ajustar las ponderaciones de los activos de manera que se logre el equilibrio adecuado entre riesgo y rendimiento, de acuerdo con los objetivos establecidos.

Este enfoque integral, que combina el sistema de optimización de Markowitz con la herramienta Solver de Excel, nos permitirá identificar las estrategias de inversión más eficientes y adecuadas para la gestión de carteras en el contexto financiero actual. Los resultados obtenidos serán fundamentales para la toma de decisiones de inversión informadas y respaldadas por un análisis riguroso y completo.

4.9 Modelo De Sharpe:

En el contexto de nuestra investigación financiera, el objetivo sigue siendo el mismo: seleccionar el porcentaje óptimo a invertir en cada una de las acciones incluidas en la cartera en función de las predicciones de los modelos. Sin embargo, en este caso, implementaremos el modelo de Sharpe en lugar del modelo de Markowitz. La principal diferencia radica en la forma en que se aborda la optimización de la cartera. Mientras que el modelo de Markowitz busca construir carteras eficientes que maximicen el rendimiento esperado para un nivel de riesgo dado, el modelo de Sharpe se enfoca en maximizar la relación riesgo-rendimiento de la cartera, priorizando la obtención de retornos ajustados por riesgo.

En este estudio, utilizaremos el modelo de implementación de Sharpe como una herramienta fundamental para identificar los modelos de predicción que permiten maximizar la relación riesgo-rendimiento de la cartera. El objetivo es seleccionar aquellas acciones que no solo muestren un pronóstico de crecimiento significativo, sino que también ofrezcan una relación riesgo-rendimiento favorable. Para lograr esto, evaluaremos los resultados del sistema de optimización de Sharpe, revisando la rentabilidad esperada y el riesgo asociado a cada modelo seleccionado, así como la rentabilidad esperada y el riesgo de cada modelo individual incluido en el proceso de selección.

Se explorarán las distintas combinaciones de activos y ponderaciones propuestas por el modelo de Sharpe para determinar aquellas que maximicen la relación riesgo-rendimiento de la cartera. Además, como parte del análisis, emplearemos la herramienta

Solver de Excel para encontrar la solución óptima que maximice esta relación. Esta herramienta nos permitirá ajustar las ponderaciones de los activos de manera que se logre el equilibrio adecuado entre riesgo y rendimiento, de acuerdo con los objetivos establecidos.

5 RESULTADOS

5.1 Aplicación De Depuración Y Preparación De Los Datos:

Inicialmente encontramos que la aplicación de técnicas de diferenciación permitió transformar las series temporales asociadas a variables clave, logrando que estas fueran estacionarias alrededor de un valor medio de 0. Esta estacionarización facilita la interpretación de patrones y tendencias a lo largo del tiempo, mejorando la robustez de los resultados.

Por otro lado, el proceso de estandarización desempeñó un papel significativo al contribuir a la identificación de autocorrelaciones cruzadas significativas entre las variables. Esta estandarización permitió una comprensión más profunda de las relaciones interdependientes en los datos, aspecto crucial para el análisis y la toma de decisiones informadas.

En conjunto, estos procedimientos fortalecieron la robustez y la calidad de los datos utilizados en el estudio, proporcionando una base sólida para el análisis estadístico y la generación de conclusiones significativas.

5.2 Aplicación Del Modelo Dinámico Lineal:

Al aplicar el proceso descrito en la metodología, se ajustó un modelo para evaluar la rentabilidad de las acciones del Grupo Argos, usando inicialmente su precio de cierre. Tras aplicar un primer filtro a las variables, se identificaron 7 variables que mostraron una relación significativa con el comportamiento de las acciones en el primer periodo de

tiempo, y que también pasaron la prueba de regularización Lasso, un método que ayuda a seleccionar las variables más importantes.

Tabla 2

Resumen de análisis ACF para Grupo Argos

Nombre variable	Rezago	Correlación
Precio de inicio - acción Celsia	-1	0.25
Promedio de los últimos 20 días del último precio - acción Terpel	-1	0.26
Promedio de los últimos 20 días del máximo precio - acción Terpel	-1	0.27
Promedio de los últimos 20 días del precio inicio - acción Corficolombiana	-1	0.26
Desviación estándar de los últimos 20 días del último precio - acción Terpel	-1	0.26
Desviación estándar de los últimos 20 días del máximo precio - acción Terpel	-1	0.27
Promedio de los últimos 20 días del precio inicio - acción Corficolombiana	-1	0.26

Con estas variables seleccionadas, se creó un modelo dinámico lineal que incluye los efectos pasados de las variables que mostraron correlación. Este modelo sigue la estructura descrita en la sección de metodología. A continuación, se presenta la fórmula matemática del modelo:

$$Y = F_t \theta_t + v_t$$

$$\begin{aligned} \theta_t = & \beta_{1_t} * A_{t-1} + \beta_{2_t} * B_{t-1} + \beta_{3_t} * C_{t-1} + \beta_{4_t} * D_{t-1} + \beta_{5_t} * E_{t-1} \\ & + \beta_{6_t} * F_{t-1} + \beta_{7_t} * G_{t-1} \end{aligned}$$

$$\theta_t \sim N_p(m_0, C_0)$$

Donde:

Tabla 3

Covariables para el modelo DLM de Grupo Argos

Nombre variable	Variable
Precio de inicio - acción Celsia:	A
Promedio de los últimos 20 días del último precio - acción Terpel:	B
Promedio de los últimos 20 días del máximo precio - acción Terpel:	C
Promedio de los últimos 20 días del precio inicio - acción Corficolombiana:	D
Desviación estándar de los últimos 20 días del último precio - acción Terpel:	E
Desviación estándar de los últimos 20 días del máximo precio - acción Terpel:	F
Promedio de los últimos 20 días del precio inicio - acción Corficolombiana:	G
Utilidad generada por la acción Grupo Argos	Y

Después de compilar el modelo, evaluamos la convergencia de sus parámetros mediante las pruebas Gelman-Rubin, Raftery-Lewis y Heidelberger. La prueba de Gelman-Rubin compara la variabilidad de los parámetros dentro de cada "cadena" de Markov con

la variabilidad entre diferentes cadenas. En el contexto de MCMC, una "cadena" es una secuencia de valores generados durante el proceso de estimación de los parámetros del modelo. Si múltiples cadenas convergen hacia valores similares para los parámetros, esto sugiere que el modelo ha explorado adecuadamente el espacio de parámetros y que las estimaciones son confiables.

El índice de Gelman-Rubin (rhat) se utiliza para evaluar esta convergencia. Si el valor de rhat es cercano a 1 (por debajo de 1.1), indica que las cadenas han convergido y los parámetros han sido estimados de manera confiable. Al revisar los resultados promedio de rhat correspondientes a la prueba de Gelman-Rubin, observamos que solo los parámetros beta 1 y μ convergen adecuadamente, lo que significa que sus estimaciones son estables y representan correctamente el comportamiento del modelo. Sin embargo, los demás parámetros aún no han alcanzado una convergencia completa, lo que indica que sus estimaciones son inestables o que el proceso de muestreo no ha explorado suficientemente el espacio de parámetros.

Tabla 4

Resultados prueba Gelman-Rubin

Parámetro	Resultado
Rhat beta1	1,03
Rhat beta2	1,98
Rhat beta3	1,51
Rhat beta4	1,92
Rhat beta5	1,54

Rhat beta6	1,65
Rhat beta7	1,32
Rhat mu	1

Después, se examinaron los resultados de la prueba de Raftery-Lewis, revelando que ningún parámetro exhibe un factor de dependencia considerable, ni siquiera cercano a 5. La prueba de Raftery-Lewis se utiliza para verificar si un modelo de estimación ha explorado correctamente todas las posibles soluciones. En términos simples, las "cadenas" en este contexto son secuencias de pasos en los que el modelo genera estimaciones. Si las cadenas son demasiado dependientes entre sí, esto indicaría que el modelo no está explorando todas las posibilidades de manera independiente, lo que podría generar resultados no confiables. Sin embargo, los resultados de esta prueba sugieren que los parámetros del modelo están explorando de manera adecuada el espacio de posibles soluciones, lo que se traduce en una convergencia adecuada.

Además, al analizar la prueba estadística de Heidelberg, se confirmó que no hay indicios claros de problemas de convergencia en los parámetros. La prueba Heidelberg también evalúa la convergencia del modelo, asegurándose de que los parámetros se comporten de manera estable y confiable durante el proceso de estimación. En este caso, la ausencia de "saltos repentinos" o comportamientos irregulares en los parámetros sugiere que el modelo ha encontrado una solución estable. En otras palabras, la prueba Heidelberg actuó como un "semáforo" que no detectó señales de advertencia importantes, confirmando que los resultados del modelo son fiables.

La discrepancia entre los resultados de las pruebas de Gelman-Rubin y las pruebas de Raftery-Lewis y Heidelberger sugiere una situación interesante en la evaluación de la convergencia del modelo. Aunque la prueba de Gelman-Rubin identificó que algunos parámetros, como β_1 y μ , convergieron adecuadamente, otros no lo hicieron completamente, lo que podría indicar que el modelo aún está en proceso de explorar el espacio de parámetros de manera efectiva. Esto puede suceder porque Gelman-Rubin se basa en la comparación de múltiples cadenas de Markov Monte Carlo (MCMC), mientras que las pruebas de Raftery-Lewis y Heidelberger se centran más en aspectos específicos de la convergencia, como la dependencia entre las cadenas y la estabilidad de los parámetros.

Por otro lado, las pruebas de Raftery-Lewis y Heidelberger ofrecieron una perspectiva diferente. La ausencia de un factor de dependencia significativo en los resultados de Raftery-Lewis y la falta de un claro problema de convergencia en la prueba de Heidelberger sugieren que, a pesar de que algunos parámetros pueden no haber alcanzado la convergencia completa, en general, el modelo muestra signos de convergencia adecuada, respaldando así su validez para análisis posteriores.

Esta discrepancia puede deberse a las diferencias en las métricas y enfoques utilizados por cada prueba para evaluar la convergencia. Mientras que Gelman-Rubin se enfoca en comparar múltiples cadenas de estimaciones generadas por el proceso MCMC, Raftery-Lewis evalúa la independencia entre estas cadenas, y Heidelberger revisa la estabilidad de los parámetros a lo largo del tiempo.

En conclusión, aunque la prueba de Gelman-Rubin señaló áreas de mejora en la convergencia del modelo, las pruebas de Raftery-Lewis y Heidelberger proporcionaron un

panorama más alentador al sugerir que, en general, el modelo muestra signos de convergencia adecuada, lo que respalda su validez para análisis posteriores.

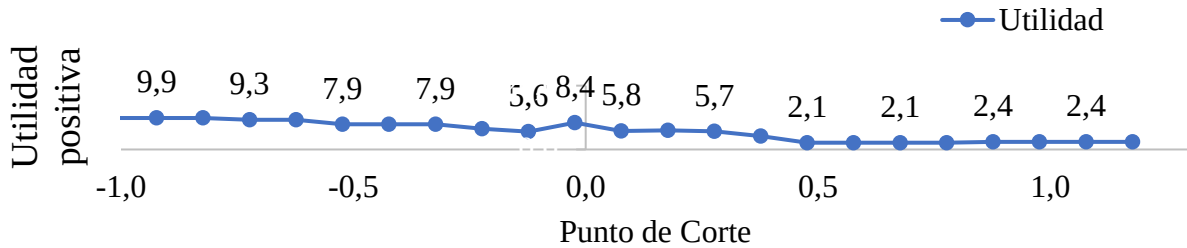
Por otra parte, se destaca que el modelo exhibe un error notablemente elevado. En la muestra de entrenamiento, el error cuadrático medio alcanza 0,47, mientras que en la muestra de prueba asciende a 1,09. Estas cifras revelan discrepancias significativas entre las predicciones del modelo y los valores observados en ambos conjuntos de datos.

Esta disparidad entre el rendimiento del modelo en los datos de entrenamiento y prueba sugiere que el modelo puede estar sufriendo de sobreajuste, lo que implica que se está adaptando demasiado a los datos de entrenamiento y, por lo tanto, no generaliza bien a nuevos datos. Sin embargo, a pesar de haber aplicado la regresión Lasso en la selección de variables predictoras para prevenir este inconveniente, aún persisten discrepancias significativas. Esto podría deberse a varios factores. Por ejemplo, aunque la regresión Lasso puede ayudar a seleccionar variables relevantes, puede no capturar interacciones no lineales entre las variables predictoras, lo que podría afectar la capacidad del modelo para generalizar a datos no vistos.

Ahora, es fundamental establecer un umbral de predicción que, al ser superado, indique claramente un alza en la acción, justificando una posible inversión en ella. Para ello, evaluamos la utilidad potencial ajustando el punto de corte a lo largo del espectro de predicciones. En el caso específico de Grupo Argos, observamos que este umbral varía entre -1,02 y 1,17. Sorprendentemente, encontramos que la máxima utilidad se alcanza al invertir incluso cuando la predicción es mínima. Este fenómeno se explica por el buen desempeño de la acción en las últimas 20 semanas, lo que indica un crecimiento notable a lo largo del tiempo, a pesar de algunas caídas ocasionales.

Gráfica 1

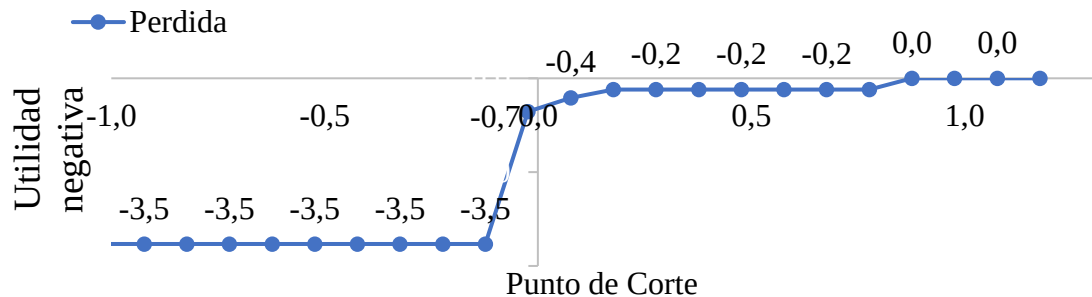
Resumen de análisis utilidad variando el punto de corte sobre las predicciones



Además, al cambiar el punto de corte, se crean diferentes niveles de pérdida, lo que refleja situaciones en las que la inversión podría generar una pérdida en lugar de una ganancia. Por eso, también analizamos cómo cambia esta pérdida cuando ajustamos el punto de corte. Encontramos que, al invertir solo cuando la predicción es mayor a 0, la pérdida se reduce de manera significativa.

Gráfica 2

Resumen de análisis perdida variando el punto de corte sobre las predicciones



Nuestro análisis del Grupo Argos muestra que se puede alcanzar la máxima utilidad incluso con predicciones muy bajas. Esto destaca la importancia de tener en cuenta el

desempeño reciente de la acción al tomar decisiones de inversión. Además, ajustar el punto de corte de las predicciones ayuda a gestionar mejor los riesgos de pérdida. Observamos que, al establecer un umbral superior a 0, se consigue reducir significativamente las pérdidas potenciales. Esto demuestra que una estrategia de inversión basada en predicciones ajustadas no solo aumenta las ganancias, sino que también ayuda a minimizar los riesgos, convirtiéndose en una herramienta útil para tomar decisiones en el mercado de acciones.

La variabilidad en la utilidad observada al ajustar el punto de corte se debe a la relación entre el umbral de decisión y las oportunidades de inversión que se descartan. Al aumentar el umbral, es decir, al establecer un punto de corte más alto para decidir si invertir o no, se excluyen oportunidades de tanto crecimiento como pérdida en la acción. Teóricamente, si se baja el umbral, se deberían aumentar las pérdidas, ya que se incluirían más inversiones en momentos menos favorables. Sin embargo, al aumentar el umbral, se espera que la utilidad aumente al concentrarse solo en las predicciones más confiables.

En la práctica, encontramos que reducir el umbral ciertamente incrementa las pérdidas, pero aumentar el umbral no siempre significa una mayor utilidad. Este comportamiento puede explicarse por la naturaleza impredecible de los mercados y la volatilidad de las acciones, donde incluso las predicciones más conservadoras pueden no captar las fluctuaciones reales del mercado.

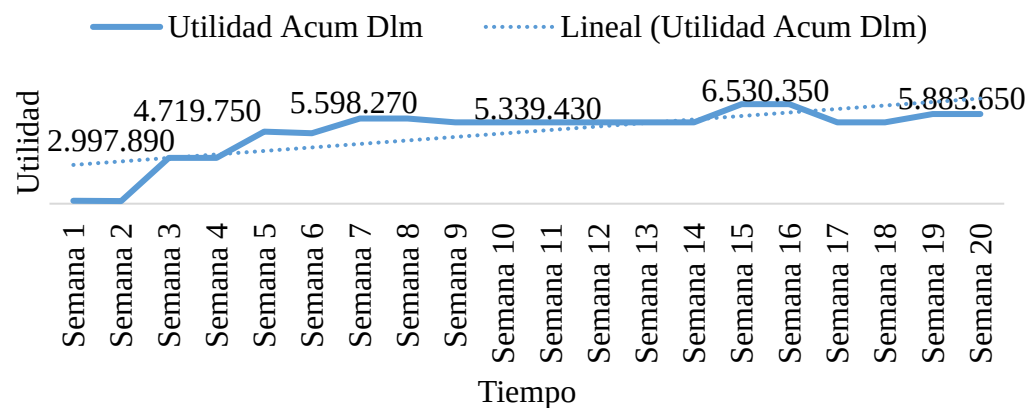
En resumen, escoger el punto de corte adecuado no solo puede maximizar las ganancias, sino también reducir las pérdidas asociadas con la inversión. En el caso de la acción de Grupo Argos, el modelo ayuda a minimizar las pérdidas, pero al hacerlo, también

reduce la utilidad total, porque evita invertir en días de gran crecimiento debido a predicciones incorrectas.

Si usamos cualquier predicción mayor a 0 como señal para invertir en la acción de Grupo Argos, basándonos en la minimización de la utilidad negativa en ese umbral, obtenemos la siguiente rentabilidad, considerando un costo transaccional de treinta mil pesos por cada operación completa (compra y venta):

Gráfica 3

Resumen de utilidad del modelo dinámico lineal para la utilidad de Grupo Argos



La serie de utilidad acumulada nos ofrece una visión clara de cómo han evolucionado las inversiones con el tiempo. En general, podemos ver que la utilidad acumulada ha mostrado una tendencia ascendente, lo que indica que las decisiones de inversión están generando ganancias de manera constante. Aunque hay algunos altibajos, la tendencia general es positiva, lo que sugiere que las ganancias son relativamente estables. También se observan momentos en los que la utilidad acumulada experimenta aumentos

significativos, lo que indica decisiones de inversión acertadas o cambios positivos en el mercado.

Por otro lado, hay periodos donde la utilidad acumulada se mantiene estable, lo que podría reflejar una fase de calma en el rendimiento de las inversiones. En conjunto, estos resultados demuestran que las estrategias de inversión empleadas durante el periodo analizado han sido efectivas, lo que proporciona una base sólida para tomar decisiones financieras en el futuro.

Es importante tener en cuenta que, al evaluar el desempeño de los modelos dinámicos lineales utilizados para predecir semanas con alto crecimiento, surgen dos problemas principales. Primero, está el tiempo que tarda el modelo en procesar los datos. En el caso de Grupo Argos, por ejemplo, cada nuevo período requiere aproximadamente media hora para su compilación. Este tiempo extenso significa que usar este tipo de modelos para todas las acciones en la Bolsa de Valores de Colombia demandaría mucho tiempo y también necesitaría actualizaciones frecuentes.

En segundo lugar, al comparar el error en los conjuntos de datos de entrenamiento y prueba, se observa que podría ser útil explorar métodos de predicción que capturen relaciones no lineales. Este tipo de enfoques podrían ayudar a mejorar la precisión del modelo y, por ende, aumentar la efectividad de las decisiones financieras al identificar mejor las oportunidades de inversión.

5.3 Aplicación Del Modelo Bosques Aleatorios:

Para la acción de Grupo Argos, el modelo más rentable se logró al establecer el umbral en el percentil 0.6. Esto significa que las predicciones que superaban el 60% de los valores más altos (percentil 0.6) se clasificaban como "1", lo que indica un alza en el valor de la acción, mientras que las predicciones por debajo de este umbral se clasificaban como "0". Este enfoque sugiere que los crecimientos que están por encima del percentil 0.6 tienen características que permiten anticipar cambios significativos en el comportamiento de la acción a lo largo del tiempo.

Además, el modelo óptimo se alcanzó utilizando 101 árboles, con un tamaño de nodo de 1 y un parámetro mtry de 10. Estos ajustes ayudan a mejorar la precisión del modelo al analizar los datos.

Para optimizar la exactitud del modelo, se utilizó la curva ROC, que ayuda a determinar el punto de corte más adecuado para clasificar las predicciones. Con este punto de corte, se generaron predicciones binarias (es decir, "1" o "0"). Con estas predicciones, se construyó la tabla de confusión que se presenta a continuación.

Tabla 5

Tabla de confusión modelo de bosques aleatorios

	Predicción	
	0	1
Real 0	40	5
Real 1	17	40

A partir de esta tabla, se calcularon las siguientes métricas de rendimiento para un modelo Bosques aleatorios que predice crecimientos mayores al percentil 0.6 de los

rendimientos históricos de la acción Grupo Argos:

Tabla 6

Resultados métricas de rendimiento modelo de Bosques Aleatorios

Métrica	Resultado
Exactitud	78%
Especificidad	89%
Sensibilidad	70%

Estas métricas nos muestran de manera clara cuán bien el modelo de Bosques Aleatorios puede clasificar las observaciones correctamente. Una exactitud del 78% indica que el modelo es bastante bueno en general para hacer predicciones, ya que acierta la mayoría de las veces. Sin embargo, al profundizar en los detalles, encontramos que la sensibilidad del 70% muestra que el modelo tiene una capacidad moderada para identificar correctamente los casos positivos, es decir, los momentos en los que la acción crece. Esto significa que el modelo no está captando el 30% de esos casos positivos, lo que nos señala un área en la que se puede mejorar.

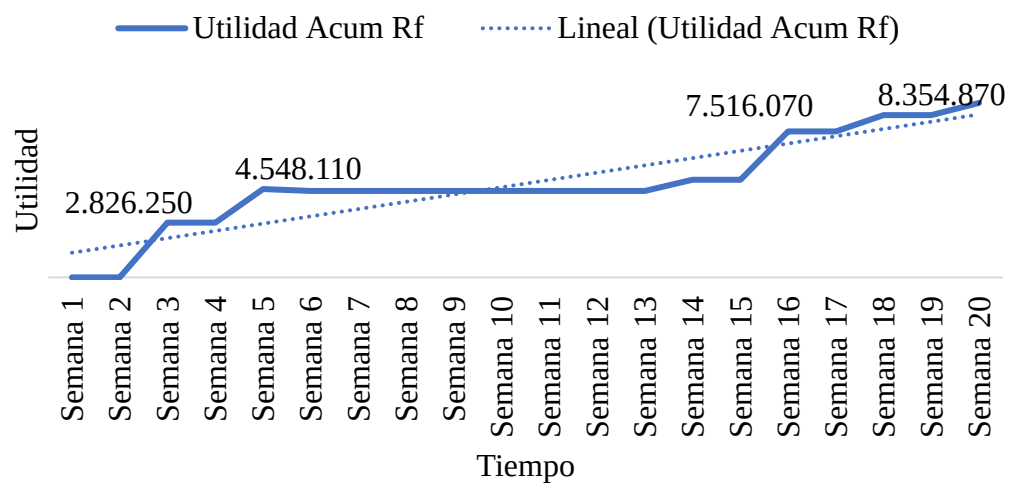
Por otro lado, la especificidad del 89% muestra que el modelo es muy bueno para identificar correctamente los casos negativos, es decir, cuando la acción no crece. Esto es importante para reducir los falsos positivos, es decir, cuando el modelo predice que la

acción crece, pero en realidad no lo hace. Una especificidad tan alta indica que el modelo es eficiente en esta parte.

A continuación, se presenta la rentabilidad calculada al invertir según las predicciones de crecimiento del modelo, teniendo en cuenta un costo de treinta mil pesos por cada operación (compra y venta):

Gráfica 4

Resumen de utilidad del modelo bosques aleatorios para la utilidad de Grupo Argos



La serie de rentabilidad acumulada ofrece una perspectiva del rendimiento de las inversiones con el paso del tiempo. Al principio, se observa un período de estabilidad sin inversiones. Sin embargo, a partir de la semana número 15, la serie experimenta un crecimiento repentino, indicando una tendencia positiva para tomar decisiones de inversión basadas en la predicción. Posteriormente, la rentabilidad acumulada se mantiene constante

en valores positivos, lo que sugiere que las inversiones seguirán generando ganancias consistentes en el período subsiguiente.

5.4 Aplicación Del Modelo De Red Neuronal Profunda:

Para la acción de Grupo Argos, se identificó que el modelo más efectivo para maximizar las ganancias durante el análisis se basaba en predecir valores que superaban el 90% de las utilidades históricas. A continuación, se muestra una tabla de confusión que detalla los resultados de las predicciones realizadas:

Tabla 7
Tabla de confusión modelo de red neuronal profunda

Real	Predicción	
	0	1
0	54	5
1	23	59

A partir de esta tabla, se calcularon las siguientes métricas de rendimiento para un modelo de Red Neuronal Profunda que predice crecimientos mayores al percentil 0.9 de los rendimientos históricos de la acción Grupo Argos:

Tabla 8
Resultados métricas de rendimiento modelo de Red Neuronal Profunda

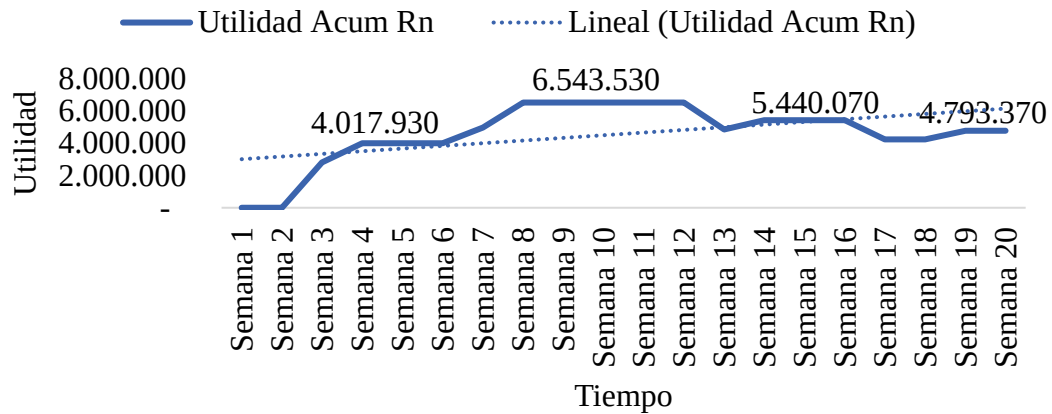
Métrica	Resultado
Exactitud	80%
Especificidad	92%
Sensibilidad	72%

Con una exactitud del 80%, el modelo muestra una buena capacidad para clasificar correctamente el 80% de las observaciones, lo que indica que, en general, es bastante efectivo en la predicción. La especificidad del 92% resalta su habilidad para identificar correctamente los casos negativos, es decir, el modelo es muy preciso al predecir cuándo una observación no pertenece a la clase positiva. Sin embargo, la sensibilidad del 72% muestra que el modelo tiene una capacidad moderada para detectar correctamente los casos positivos. Esto sugiere que todavía hay espacio para mejorar en la identificación de estos casos.

A continuación, se presenta el rendimiento obtenido al invertir basándose en las predicciones de crecimiento del modelo, teniendo en cuenta un costo de transacción de treinta mil pesos por cada operación completa, que incluye tanto la compra como la venta de acciones:

Gráfica 5

Resumen de utilidad del modelo red neuronal para la utilidad de Grupo Argos



La serie de utilidad acumulada al invertir según las predicciones del modelo muestra patrones interesantes que merecen ser analizados. Al principio, se observa una fase de crecimiento en los retornos, lo que indica que las primeras semanas de inversión basadas en el modelo son prometedoras. Sin embargo, esta fase de crecimiento es seguida por un pequeño descenso repentino en la semana cinco, lo cual podría ser una señal de fluctuaciones en el mercado o una posible limitación temporal del modelo.

Lo más destacable es que, a partir de la semana doce, la rentabilidad comienza a aumentar de manera constante y sostenida. Este incremento progresivo sugiere que, con el tiempo, las predicciones del modelo no solo se estabilizan, sino que también empiezan a generar retornos positivos de forma consistente. Este crecimiento sostenido a partir de la semana doce es un indicador clave del potencial del modelo para generar beneficios a largo plazo.

5.5 Aplicación De Modelos De Optimización Markowitz Y Sharpe:

La investigación se centró en evaluar tres modelos diferentes para predecir el rendimiento de cada acción: un modelo dinámico lineal, un modelo de Bosques Aleatorios y un modelo de Red Neuronal Profunda. En total, se analizaron 66 modelos, cada uno ofreciendo una perspectiva distinta sobre la viabilidad de invertir en cada acción. Dada la variedad de modelos, fue necesario utilizar un método de selección de activos para decidir cuánto del capital se debería invertir en cada acción, basándose en las predicciones de cada tipo de modelo.

Para resolver este problema, se utilizaron dos enfoques conocidos de optimización de portafolio: los modelos de Markowitz y de Sharpe. En un primer paso, se aplicaron estos modelos de manera estándar para calcular la utilidad promedio de las acciones, usando los datos de los últimos 20 días de cada una de las 22 acciones del portafolio. Esto ayudó a determinar cómo asignar los fondos en cada acción durante las semanas de un mes.

Luego, se adoptó un enfoque más selectivo, aplicando los modelos de Sharpe y Markowitz solo a las acciones que mostraban un mayor potencial de crecimiento según cada uno de los modelos evaluados. Esto permitió ver qué modelo generaba la mayor utilidad cuando se enfocaban en las acciones con mayor potencial.

Con este enfoque estratégico, el objetivo fue no solo maximizar los rendimientos, sino también encontrar el equilibrio adecuado entre el riesgo y el rendimiento de la cartera. Al usar los modelos de predicción para identificar oportunidades de inversión prometedoras, se buscó hacer más eficiente el proceso de toma de decisiones.

Como resultado de este enfoque, se obtuvieron los porcentajes de asignación del presupuesto y la rentabilidad, que se muestran a continuación:

5.5.2 Modelo Markowitz tradicional: a continuación, se presentarán los resultados obtenidos al aplicar el modelo de Markowitz tradicional utilizando los datos de los últimos veinte días.

Tabla 9

Distribución de capital y utilidad obtenida con Markowitz tradicional

Acción	% Capital	Utilidad	Semana
Nutresa	28%	-\$ 59.906	Semana 1
Sura	15%	\$ 72.289	
Ecopetrol	14%	-\$ 26.730	
Grupo Bolívar	10%	\$ -	
Concreto	5%	\$ -	
Cementos Argos	11%	-\$ 85.714	
Bancolombia Pf	2%	-\$ 5.686	
Grupo de Energía Bogotá	2%	-\$ 6.838	
Banco Bogotá	13%	-\$ 106.740	
Cementos Argos Pf	59%	\$ 863.863	Semana 2
Grupo de Energía Bogotá	16%	-\$ 111.304	
Grupo Argos	13%	\$ 109.091	
Celsia	12%	-\$ 49.231	
Sura	22%	-\$ 14.388	Semana 3

Nutresa	21%	-\$ 23.657	
Ecopetrol	19%	-\$ 224.057	
Cementos Argos	12%	\$ 138.405	
Grupo Bolívar	9%	\$ 286.911	
Celsia	6%	\$ 12.565	
Banco de Bogotá	6%	-\$ 26.182	
Grupo de Energía Bogotá	2%	\$ 18.018	
Concreto	3%	\$ -	
Nutresa	28%	\$ 85.403	Semana 4
Sura	15%	\$ 92.520	
Ecopetrol	15%	\$ 375.940	
Cementos Argos	12%	\$ 58.469	
Grupo Bolívar	8%	\$ 63.126	
Davivienda Pf	8%	\$ 67.538	
Banco de Bogotá	6%	\$ -	
Celsia	3%	\$ 24.870	
Terpel	3%	\$ 2.548	
Concreto	2%	-\$ 7.092	

Tabla 10

Resumen general de utilidad generada al utilizar el modelo Markowitz tradicional

Total Semana 1	-\$ 219.325	Utilidad total	\$ 1.524.030
Total Semana 2	\$ 812.419	% Utilidad total	7,1%
Total Semana 3	\$ 167.615		
Total Semana 4	\$ 763.321		

Durante la primera semana, la acción de Nutresa registró una pérdida de \$59.906 con un 28% del capital invertido, mientras que Sura obtuvo una ganancia de \$72.289, representando el mejor rendimiento entre las acciones analizadas en esa semana. Ecopetrol experimentó una pequeña pérdida de \$26.730, mientras que Cementos Argos y Banco de Bogotá registraron pérdidas más significativas de \$85.714 y \$106.740, respectivamente.

En la segunda semana, Cementos Argos Pf destacó con una ganancia de \$863.863, representando un 59% del capital invertido. Esto marcó un rendimiento sobresaliente, que contribuyó considerablemente al rendimiento general de la cartera. Grupo de Energía Bogotá sufrió una pérdida de \$111.304, mientras que Grupo Argos logró una ganancia de \$109.091.

En la tercera semana, Sura y Nutresa presentaron pérdidas de \$14.388 y \$23.657, respectivamente, a pesar de tener un capital importante invertido en ellas. Por otro lado, Cementos Argos generó una ganancia de \$138.405, destacándose como una de las mejores inversiones, y Grupo Bolívar logró una significativa ganancia de \$286.911.

En la cuarta semana, Nutresa, Sura y Ecopetrol mostraron rendimientos positivos de \$85.403, \$92.520 y \$375.940, respectivamente. Cementos Argos y Grupo Bolívar continuaron generando buenos resultados con ganancias de \$58.469 y \$63.126. Banco de Bogotá no presentó variaciones significativas en esta semana.

En resumen, Cementos Argos Pf fue la acción más destacada en términos de rendimiento en la segunda semana, con una notable ganancia. Ecopetrol sobresalió en la cuarta semana, y Grupo Bolívar mostró un rendimiento positivo en las semanas 3 y 4. Sin embargo, Grupo de Energía Bogotá y Banco de Bogotá presentaron rendimientos negativos en varias semanas, lo que sugiere que estas acciones no fueron las más rentables en el periodo analizado.

Estos resultados reflejan un comportamiento mixto en el portafolio, con algunas acciones generando rendimientos positivos significativos, mientras que otras presentaron pérdidas. Esto resalta la importancia de diversificar las inversiones y de evaluar continuamente el rendimiento de cada activo en función de su comportamiento en el mercado.

5.5.3 Modelo Markowitz en acciones predichas con crecimiento en $t+1$ por Modelos Lineales Dinámicos: a continuación, se mostrarán los resultados obtenidos al aplicar el modelo de Markowitz tradicional utilizando los datos de los últimos veinte días, sobre las acciones identificadas por el modelo dinámico lineal como candidatas a crecer.

Tabla 12

Distribución de capital y utilidad obtenida con Markowitz filtrado por modelos Lineales Dinámicos

Acción	% Capital	Utilidad	Semana
--------	-----------	----------	--------

Nutresa	38%	-\$ 81.301	Semana 1
Bancolombia Pf	16%	-\$ 45.488	
Cementos Argos Pf	14%	-\$ 25.926	
Grupo Bolívar	11%	\$ -	
Concreto	9%	\$ -	
Ecopetrol	9%	-\$ 17.184	
Aval Pf	3%	-\$ 36.735	
Nutresa	41%	-\$ 14.187	Semana 2
Banco de Bogotá	12%	-\$ 291.374	
Grupo Bolívar	10%	-\$ 79.730	
Cementos Argos Pf	9%	\$ 131.776	
Ecopetrol	8%	\$ 34.699	
Davivienda Pf	7%	\$ 13.725	
Concreto	5%	-\$ 30.928	
Nutresa	39%	-\$ 14.187	Semana 3
Banco de Bogotá	13%	-\$ 291.374	
Cementos Argos Pf	12%	-\$ 79.730	
Isa	12%	\$ 131.776	
Grupo Bolívar	9%	\$ 34.699	
Nutresa	30%	\$ 91.503	Semana 4
Sura	14%	\$ 86.352	
Ecopetrol	13%	\$ 325.815	

Cementos Argos	11%	\$ 53.596
Davivienda Pf	10%	\$ 112.563
Grupo Bolívar	8%	\$ 63.126
Banco de Bogotá	6%	\$ -
Terpel	4%	\$ 5.096
Concreto	2%	-\$ 7.092
Cementos Argos Pf	2%	\$ 5.479

Tabla 13

Resumen general de utilidad generada al utilizar el modelo Markowitz filtrado por Modelos Lineales Dinámicos

Total Semana 1	-\$ 206.633	Utilidad Total	\$ 588.590
Total Semana 2	-\$ 240.035	% Utilidad total	2,9%
Total Semana 3	\$ 298.821		
Total Semana 4	\$ 736.437		

Los resultados obtenidos de las inversiones en distintas acciones a lo largo de cuatro semanas muestran un comportamiento mixto en el portafolio. En la primera semana, Nutresa registró una pérdida de \$81.301, representando el 38% del capital invertido, mientras que Bancolombia Pf y Cementos Argos Pf también presentaron pérdidas de \$45.488 y \$25.926, respectivamente. Por otro lado, Grupo Bolívar y Concreto no

registraron variaciones significativas, pero Ecopetrol también experimentó una pérdida de \$17.184.

Durante la segunda semana, Nutresa continuó con un rendimiento negativo, con una pérdida adicional de \$14.187, manteniendo una parte considerable del capital invertido en esta acción. Banco de Bogotá experimentó una pérdida significativa de \$291.374, lo que impactó negativamente el portafolio. Sin embargo, Cementos Argos Pf se destacó con una ganancia de \$131.776, y Ecopetrol también registró una ganancia de \$34.699, lo que permitió mejorar ligeramente el rendimiento de la cartera.

En la tercera semana, Nutresa y Banco de Bogotá continuaron con pérdidas, mientras que Cementos Argos Pf volvió a presentar resultados negativos de \$79.730. No obstante, Isa y Grupo Bolívar lograron buenos rendimientos con ganancias de \$131.776 y \$34.699, respectivamente, lo que ayudó a mitigar las pérdidas acumuladas en el portafolio.

En la cuarta semana, las acciones de Nutresa, Sura, Ecopetrol y Davivienda Pf destacaron por sus rendimientos positivos. Ecopetrol tuvo un rendimiento sobresaliente con una ganancia de \$325.815, mientras que Nutresa y Sura lograron ganancias de \$91.503 y \$86.352, respectivamente. Además, Cementos Argos y Davivienda Pf continuaron con rendimientos positivos. Sin embargo, Concreto presentó una pequeña pérdida de \$7.092.

En resumen, el portafolio experimentó pérdidas significativas en las primeras semanas debido a acciones como Nutresa y Banco de Bogotá. Sin embargo, en la cuarta semana, el portafolio mostró una mejora considerable, principalmente gracias a la destacada actuación de Ecopetrol.

5.5.4 Modelo Markowitz en acciones predichas con crecimiento en $t+1$ por

Bosques Aleatorios: a continuación, se mostrarán los resultados obtenidos al aplicar el modelo de Markowitz tradicional utilizando los datos de los últimos veinte días, sobre las acciones identificadas por bosques aleatorios como candidatas a crecer.

Tabla 14

Distribución de capital y utilidad obtenida con Markowitz filtrado por Bosques Aleatorios

Acciones	% Capital	Utilidad	Semana
Bancolombia	65%	-\$ 120.370	Semana 1
Grupo Bolívar	35%	\$ -	
Grupo Bolívar	44%	\$ 644.237	Semana 2
Isa	56%	\$ 1.053.968	
Bancolombia Pf	92%	\$ 447.382	Semana 3
Bancolombia	8%	\$ 16.754	
Ecopetrol	100%	\$ 2.506.266	Semana 4

Tabla 15

Resumen general de utilidad generada al utilizar el modelo Markowitz filtrado por Bosques Aleatorios

Total Semana 1	-\$ 120.370	Utilidad Total	\$ 4.548.236
-----------------------	-------------	-----------------------	--------------

Total Semana 2	\$ 1.698.205	% Utilidad total	22,7%
Total Semana 3	\$ 464.135		
Total Semana 4	\$ 2.506.266		

Los resultados obtenidos en esta tabla muestran un comportamiento distinto en comparación con los modelos anteriores, especialmente en la concentración del capital y los rendimientos de las acciones seleccionadas. En la Semana 1, la inversión en Bancolombia representó el 65% del capital, pero la acción registró una pérdida significativa de \$120.370. Grupo Bolívar, por su parte, no presentó variaciones, ya que no se reportaron ni ganancias ni pérdidas en su rendimiento.

En la Semana 2, se observó un cambio notable en los resultados. Grupo Bolívar experimentó una ganancia de \$644.237, con una participación del 44% en el capital invertido. Esta ganancia fue clave para mejorar el rendimiento general del portafolio. Isa también reportó un rendimiento positivo con una ganancia de \$1.053.968, lo que indica que, a pesar de la pérdida en la semana anterior, las inversiones empezaron a mostrar resultados favorables.

Para la Semana 3, Bancolombia Pf se destacó con una ganancia de \$447.382, lo que representó una parte significativa del capital invertido (92%). Además, Bancolombia volvió a generar ganancias, con un rendimiento de \$16.754. Este incremento fue importante para continuar mejorando el portafolio.

Finalmente, en la Semana 4, Ecopetrol se convirtió en el principal motor de las ganancias del portafolio, con un rendimiento destacado de \$2.506.266, lo que representó el 100% del capital invertido. Esta ganancia permitió no solo recuperar las pérdidas de las

semanas anteriores, sino también generar un rendimiento total considerable para el portafolio.

A diferencia de los modelos anteriores, donde las pérdidas se distribuyeron entre varias acciones y los rendimientos positivos se dieron en menor medida, este portafolio presenta un patrón de recuperación agresiva en las últimas semanas, especialmente con Ecopetrol en la cuarta semana. El capital está mucho más concentrado en un número menor de acciones, lo que genera tanto mayores riesgos como mayores recompensas.

En resumen, este modelo se destaca por una alta concentración en acciones clave, lo que genera una mayor volatilidad, pero con rendimientos extraordinarios en las últimas semanas, particularmente con Ecopetrol. Esto contrasta con los modelos anteriores, que se caracterizaron por una mayor diversificación, donde las pérdidas y ganancias estaban más equilibradas entre varias acciones.

5.5.5 Modelo Markowitz en acciones predichas con crecimiento en $t+1$ por Redes Neuronales Profundas: a continuación, se mostrarán los resultados obtenidos al aplicar el modelo de Markowitz tradicional utilizando los datos de los últimos veinte días, sobre las acciones identificadas por bosques aleatorios como candidatas a crecer.

Tabla 18

Distribución de capital y utilidad obtenida con Redes Neuronales Profundas

Acciones	% Capital	Utilidad	Semana
Nutresa	36%	-\$ 77.022	Semana 1

Banco de Bogotá	20%	-\$ 164.216	
Sura	10%	\$ 48.193	
Cementos Argos	10%	-\$ 77.922	
Bancolombia Pf	9%	-\$ 25.587	
Banco Davivienda Pf	9%	\$ 36.000	
Grupo Bolívar	6%	\$ -	
Bancolombia	92%	-\$ 377.436	Semana 2
Grupo de Energía Bogotá	8%	-\$ 55.652	
Bancolombia	45%	\$ 94.241	Semana 3
Cementos Argos Pf	26%	\$ 309.434	
Davivienda Pf	18%	-\$ 122.330	
Aval Pf	11%	\$ 36.235	
Ecopetrol	37%	\$ 927.318	Semana 4
Sura	36%	\$ 222.047	
Sura Pf	15%	\$ 108.511	
Cementos Argos Pf	9%	\$ 24.658	
Promigas	3%	\$ 15.205	

Tabla 19

Resumen de utilidad generada al utilizar el modelo Markowitz filtrado por
Bosques Aleatorios

Total Semana 1	-\$ 260.554	Utilidad Total	\$ 637.351
Total Semana 2	-\$ 433.088	% Utilidad total	3,2%
Total Semana 3	\$ 403.675		
Total Semana 4	\$ 927.318		

En la Semana 1, el portafolio presentó pérdidas en varias de sus inversiones. Nutresa y Banco de Bogotá fueron las acciones con mayores pérdidas, con \$77.022 y \$164.216 respectivamente. A pesar de esto, Sura generó una ganancia de \$48.193, y Banco Davivienda Pf también contribuyó positivamente al portafolio con una utilidad de \$36.000. Sin embargo, la pérdida generalizada en la mayoría de las acciones resultó en un balance negativo para la semana.

Para la Semana 2, la situación empeoró con una fuerte caída en Bancolombia, que representó el 92% del capital invertido y generó una pérdida de \$377.436. Además, Grupo de Energía Bogotá registró una pérdida adicional de \$55.652. Esta semana se destacó por la concentración de pérdidas en pocas acciones, lo que profundizó el impacto negativo en el portafolio.

En la Semana 3, el rendimiento comenzó a mejorar significativamente. Bancolombia logró una ganancia de \$94.241, mientras que Cementos Argos Pf registró una ganancia notable de \$309.434. Sin embargo, algunas acciones como Davivienda Pf todavía experimentaron pérdidas, con \$122.330. A pesar de esto, las ganancias generadas por Cementos Argos Pf y otras acciones positivas permitieron mitigar las pérdidas anteriores.

Finalmente, en la Semana 4, el portafolio tuvo un rendimiento excepcional gracias

a Ecopetrol, que generó una ganancia destacada de \$927.318, representando el 37% del capital invertido. También, Sura y Sura Pf reportaron ganancias importantes de \$222.047 y \$108.511, respectivamente. Estas ganancias permitieron una recuperación total de las pérdidas previas y contribuyeron a un balance positivo para la semana.

5.5.6 Modelo Sharpe tradicional: a continuación, se presentarán los resultados obtenidos al aplicar el modelo de Sharpe tradicional utilizando los datos de los últimos veinte días.

Tabla 20

Distribución de capital y utilidad obtenida con optimización Sharpe tradicional

Acciones	% Capital	Utilidad	Semana
Cementos argos Pf	60%	-\$ 111.111	Semana 1
Celsia	12%	\$ 31.169	
Grupo de Energía Bogotá	15%	-\$ 51.282	
Grupo argos	13%	-\$ 153.947	
Cementos argos Pf	68%	\$ 678.374	Semana 2
Grupo de Energía Bogotá	18%	\$ 41.885	
Celsia	14%	\$ 32.215	
Cementos argos Pf	57%	\$ 17.617	Semana 3

Celsia	20%	\$ 156.164	
Grupo argos	6%	\$ 124.352	
Isa	17%	\$ 182.304	
Cementos argos Pf	57%	\$ 156.164	Semana 4
Celsia	15%	\$ 124.352	
Mineros	14%	\$ 182.304	
Cementos argos	7%	\$ 34.107	
Isa	3%	\$ 9.897	
Bancolombia Pf	4%	\$ 16.555	

Tabla 21

Resumen de utilidad generada al utilizar el modelo Sharpe tradicional

Total Semana 1	-\$ 131.224	Utilidad total	\$ 1.975.231
Total Semana 2	\$ 812.985	% Utilidad total	9,9%
Total Semana 3	\$ 770.091		
Total Semana 4	\$ 523.379		

Durante el análisis de este portafolio, se observan variaciones significativas en la rentabilidad a lo largo de las semanas, con una notable recuperación hacia el final del período.

En la Semana 1, el portafolio comenzó con pérdidas, principalmente impulsadas

por Cementos Argos Pf, que representó el 60% del capital invertido y experimentó una pérdida de \$111.111. Además, Grupo Argos también presentó pérdidas importantes de \$153.947, lo que reflejó un comportamiento negativo en las acciones más ponderadas del portafolio. Por otro lado, Celsia generó una ganancia de \$31.169, pero su impacto fue menor en comparación con las pérdidas de otras acciones.

En la Semana 2, la situación mejoró notablemente gracias a Cementos Argos Pf, que obtuvo una ganancia de \$678.374, representando el 68% del capital invertido. Esta acción fue clave para la recuperación del portafolio, compensando con creces las pérdidas de la semana anterior. Además, Grupo de Energía Bogotá y Celsia también contribuyeron positivamente con ganancias de \$41.885 y \$32.215, respectivamente, lo que fortaleció aún más el rendimiento positivo del portafolio.

Para la Semana 3, el comportamiento positivo continuó. Celsia registró una importante ganancia de \$156.164, consolidándose como una de las principales acciones en el portafolio. También Isa obtuvo una ganancia destacada de \$182.304, mientras que Grupo Argos reportó una ganancia más modesta de \$124.352. Sin embargo, Cementos Argos Pf presentó una ligera desaceleración en su rendimiento, obteniendo una ganancia de \$17.617, aunque aún en positivo.

Finalmente, en la Semana 4, el portafolio experimentó un fuerte desempeño. Cementos Argos Pf mantuvo su rol protagónico con una ganancia de \$156.164. Celsia y Mineros también tuvieron un rendimiento destacado, con ganancias de \$124.352 y \$182.304, respectivamente. Otras acciones como Isa y Bancolombia Pf contribuyeron de forma más modesta, con \$9.897 y \$16.555 en ganancias.

A lo largo de las semanas, el portafolio mostró un desempeño volátil al inicio, con

importantes pérdidas en la Semana 1, pero con una recuperación destacada en las semanas posteriores. Cementos Argos Pf y Celsia fueron las acciones clave que permitieron la recuperación de las pérdidas iniciales y consolidaron las ganancias del portafolio en las semanas 2 a 4. Las acciones como Isa y Mineros también jugaron un papel relevante en la consolidación de ganancias hacia el final del análisis. En conjunto, el portafolio demostró un comportamiento positivo en el largo plazo, a pesar de las fluctuaciones iniciales.

5.5.7 Modelo Markowitz en acciones predichas con crecimiento en $t+1$ por los modelos Dinámicos Lineales: a continuación, se mostrarán los resultados obtenidos al aplicar el modelo de Markowitz tradicional utilizando los datos de los últimos veinte días, sobre las acciones identificadas por los modelos dinámicos lineales como candidatas a crecer.

Tabla 22

Distribución de capital y utilidad obtenida con Sharpe filtrado por los Modelos Dinámicos Lineales

Acción	% Capital	Utilidad	Semana
Cementos Argos Pf	65%	-\$ 120.370	Semana 1
Grupo Argos	25%	-\$ 296.053	
Bancolombia Pf	6%	-\$ 17.058	
Concreto	4%	\$ -	
Cementos Argos Pf	71%	\$ 1.039.564	Semana 2

Celsia	16%	-\$ 65.641	
Grupo Argos	7%	\$ 58.741	
Mineros	3%	\$ 7.059	
Terpel	3%	-\$ 6.398	
Cementos Argos Pf	57%	\$ 678.374	Semana 3
Celsia	20%	\$ 41.885	
Isa	17%	\$ 17.617	
Bancolombia Pf	6%	\$ 29.177	
Cementos argos Pf	70%	\$ 191.781	Semana 4
Bancolombia Pf	30%	\$ 124.163	

Tabla 23

Resumen general de utilidad generada al utilizar el modelo Sharpe aplicado en acciones seleccionadas por modelos Dinámicos Lineales

Total Semana 1	-\$ 433.481	Utilidad total	\$ 1.452.482
Total Semana 2	\$ 973.923	% Utilidad total	7,3%
Total Semana 3	\$ 720.259		
Total Semana 4	\$ 191.781		

En el análisis de este portafolio, se puede observar una evolución significativa en la rentabilidad de las acciones a lo largo de las semanas, con un comportamiento mixto, pero con un claro enfoque en la acción de Cementos Argos Pf, la cual desempeñó un papel

destacado.

En la Semana 1, el portafolio experimentó pérdidas debido a la combinación de acciones que presentaron resultados negativos. Cementos Argos Pf, que representaba el 65% del capital invertido, mostró una pérdida de \$120.370. Grupo Argos también contribuyó negativamente con una pérdida de \$296.053, mientras que Bancolombia Pf reportó una pérdida de \$17.058. Aunque Concreto no registró ganancias o pérdidas, su impacto en el portafolio fue mínimo debido a su pequeña ponderación.

En la Semana 2, el portafolio mostró una recuperación notable, impulsada principalmente por Cementos Argos Pf, que obtuvo una ganancia de \$1.039.564, representando el 71% del capital. Este fuerte desempeño positivo contrarrestó las pérdidas anteriores y ayudó a mejorar significativamente el rendimiento global del portafolio. Sin embargo, algunas acciones como Celsia y Terpel siguieron presentando pérdidas, con valores de -\$65.641 y -\$6.398, respectivamente. Por otro lado, Grupo Argos y Mineros aportaron ganancias modestas de \$58.741 y \$7.059, respectivamente.

En la Semana 3, el comportamiento positivo continuó con Cementos Argos Pf registrando una ganancia de \$678.374. Las acciones Celsia e Isa también destacaron, con ganancias de \$41.885 y \$17.617, respectivamente. Bancolombia Pf experimentó una ganancia de \$29.177, lo que reforzó el rendimiento positivo del portafolio en esta semana. A pesar de la volatilidad en las semanas anteriores, el portafolio mostró un crecimiento general gracias a la fortaleza de Cementos Argos Pf.

Finalmente, en la Semana 4, Cementos Argos Pf mantuvo su papel clave con una ganancia de \$191.781, representando el 70% del capital invertido. Bancolombia Pf también registró una ganancia significativa de \$124.163. Estas dos acciones fueron fundamentales

para consolidar el rendimiento positivo del portafolio, a pesar de que el resto de las acciones no tuvo un impacto destacado.

En general, el portafolio mostró un comportamiento mixto pero favorable, con Cementos Argos Pf como la acción más destacada, que en gran medida contrarrestó las pérdidas de las primeras semanas y consolidó las ganancias hacia el final. A pesar de las pérdidas iniciales en Semana 1 y algunos resultados negativos en Semana 2, el portafolio logró una recuperación exitosa a lo largo del tiempo, especialmente impulsada por el desempeño de Cementos Argos Pf y el apoyo de otras acciones como Celsia, Isa, y Bancolombia Pf. En conjunto, el portafolio muestra un rendimiento positivo al final del análisis, evidenciado por las ganancias obtenidas en las últimas semanas.

5.5.8 Modelo Sharpe en acciones predichas con crecimiento en $t+1$ por Bosques

Aleatorios: a continuación, se mostrarán los resultados obtenidos al aplicar el modelo de Sharpe utilizando los datos de los últimos veinte días, sobre las acciones identificadas por los bosques aleatorios como candidatas a crecer.

Tabla 24

Distribución de capital y utilidad obtenida con Sharpe filtrado por Bosques

Aleatorios

Acción	% Capital	Utilidad	Semana
Bancolombia	0%	\$ -	Semana 1
Grupo Bolívar	100%	\$ -	

Grupo Bolívar	0%	\$ -	Semana 2
Isa	100%	\$ 1.882.086	
Bancolombia Pf	100%	\$ 486.284	Semana 3
Bancolombia	0	\$ -	
Ecopetrol	100%	\$ 2.506.266	Semana 4

Tabla 25

Resumen general de utilidad generada al utilizar el modelo Sharpe aplicado en acciones seleccionadas por Bosques Aleatorios

Total Semana 1	\$ -	Utilidad total	\$ 4.874.636
Total Semana 2	\$ 1.882.086	% Utilidad total	24,4%
Total Semana 3	\$ 486.284		
Total Semana 4	\$ 2.506.266		

En este análisis de resultados, se observa un comportamiento diferente en comparación con los modelos anteriores, reflejando una mayor concentración en la asignación de capital en una única acción por semana, lo que lleva a variaciones significativas en las utilidades.

En la Semana 1, el portafolio se muestra completamente enfocado en Grupo Bolívar, representando el 100% del capital invertido, pero sin registrar utilidad alguna, lo que indica que no hubo rendimiento positivo o negativo en ese periodo.

Durante la Semana 2, el capital se volcó completamente en Isa, la cual mostró un rendimiento sobresaliente con una utilidad de \$1.882.086. Esto indica que la acción seleccionada fue muy rentable esa semana, destacándose claramente frente a los resultados nulos en las semanas anteriores y siguientes.

En la Semana 3, la estrategia cambió nuevamente, con todo el capital invertido en Bancolombia Pf, que generó una utilidad de \$486.284. Aunque no es tan alta como la utilidad de la semana anterior con Isa, la acción tuvo un rendimiento positivo, lo que indica una rotación de capital hacia una acción con un rendimiento más estable.

Finalmente, en la Semana 4, el capital se dirigió completamente a Ecopetrol, que presentó la mayor utilidad de todas las semanas con un impresionante resultado de \$2.506.266. Esta acción sobresale considerablemente en términos de rentabilidad y muestra cómo una concentración en una sola acción puede generar grandes rendimientos en un solo periodo.

Comparando este modelo con los anteriores, la diferencia clave radica en la estrategia de inversión. Mientras que en los modelos anteriores se observaban portafolios más diversificados y con múltiples acciones en cada semana, en este modelo el capital se concentra en una sola acción cada semana. Esta estrategia permite mayores fluctuaciones en las utilidades semanales, con resultados significativamente positivos en las semanas en que se elige una acción de alto rendimiento, como en la Semana 2 con Isa y en la Semana 4 con Ecopetrol.

5.5.9 Modelo Sharpe en acciones predichas con crecimiento en $t+1$ por Redes Neuronales Profundas: a continuación, se mostrarán los resultados obtenidos al aplicar el

modelo de Sharpe utilizando los datos de los últimos veinte días, sobre las acciones identificadas por las redes neuronales profundas como candidatas a crecer.

Tabla 26

Distribución de capital y utilidad obtenida con Sharpe filtrado por Redes Neuronales Profundas

Acción	% Capital	Utilidad	Semana
Cementos Argos	57%	-\$ 444.156	Semana 1
Banco Bogotá	31%	-\$ 254.534	
Sura Pf	12%	-\$ 57.801	
Grupo de Energía Bogotá	100%	-\$ 695.652	Semana 2
Cementos Argos Pf	100%	\$ 1.190.131	Semana 3
Cementos Argos Pf	100%	\$ 273.973	Semana 4

Tabla 27

Resumen general de utilidad generada al utilizar el modelo Sharpe aplicado en acciones seleccionadas por Redes Neuronales Profundas

Total Semana 1	-\$ 698.690
Total Semana 2	-\$ 695.652
Total Semana 3	\$ 1.190.131
Total Semana 4	\$ 273.973

Utilidad total	\$ 69.761
% Utilidad total	0,3%

En este análisis de los resultados obtenidos, se observa un patrón de rentabilidad y concentración de capital que varía considerablemente entre las semanas. En la Semana 1, el capital se distribuyó en tres acciones, con Cementos Argos liderando con un 57% del capital, seguido por Banco Bogotá con el 31% y Sura Pf con el 12%. Sin embargo, esta distribución no resultó favorable, ya que todas las acciones reportaron pérdidas, siendo Cementos Argos la que registró la mayor pérdida, con -\$444.156. Esto refleja un desempeño negativo generalizado en el portafolio para esa semana.

Para la Semana 2, la estrategia de inversión cambió, ya que el capital se concentró en su totalidad en Grupo de Energía Bogotá, con el 100% del capital invertido. Sin embargo, esta inversión también resultó en una pérdida considerable de -\$695.652, que es incluso mayor que las pérdidas de la semana anterior. Este resultado muestra que, aunque se optó por concentrar el capital en una sola acción, el rendimiento no fue favorable.

En la Semana 3, se observó una estrategia de concentración similar, pero esta vez en Cementos Argos Pf, que absorbió el 100% del capital. Esta vez, el resultado fue mucho más positivo, con una utilidad de \$1.190.131. Este rendimiento sobresaliente indica que la decisión de invertir completamente en Cementos Argos Pf resultó en una excelente rentabilidad, contrarrestando las pérdidas de las semanas anteriores.

Finalmente, en la Semana 4, el capital volvió a concentrarse en Cementos Argos Pf, que nuevamente obtuvo una utilidad positiva, aunque más moderada, con \$273.973. Esta semana reafirma la capacidad de Cementos Argos Pf para generar rendimientos positivos, pero con una menor magnitud comparada con la semana anterior.

En resumen, los resultados de este modelo destacan una estrategia de concentración

de capital en pocas acciones, con rendimientos variables. Las primeras semanas muestran pérdidas significativas, pero la elección de Cementos Argos Pf en las semanas 3 y 4 permite generar utilidades importantes, lo que sugiere que una estrategia de selección acertada puede revertir las pérdidas anteriores y generar resultados positivos.

Las conclusiones derivadas de la aplicación de modelos de optimización de cartera en acciones previamente seleccionadas por su potencial de crecimiento resaltan la necesidad de integrar tanto modelos predictivos avanzados como estrategias de optimización de cartera para tomar decisiones de inversión informadas. Específicamente, la aplicación del modelo de optimización de Sharpe a las acciones identificadas por el modelo Bosques aleatorios como propensas a crecer en el próximo período, demostró ser altamente eficaz. Esta sinergia destaca la utilidad de la precisión predictiva del Bosques aleatorios en la selección de acciones para la inversión.

Además, el análisis del modelo de Sharpe tradicional basado en datos históricos reveló resultados significativos en términos de generación de utilidades. Esto subraya la importancia de tener en cuenta el rendimiento pasado al tomar decisiones de inversión, aunque este enfoque puede no tener la capacidad predictiva de los modelos más avanzados. Por otra parte, el modelo de Sharpe aplicado al modelo dinámico lineal también arrojó resultados favorables, sin embargo, no fue tan efectivo como el modelo Bosques aleatorios. Esto sugiere que, aunque el modelo dinámico lineal puede proporcionar información útil, no supera la precisión predictiva de otros enfoques más avanzados.

En conclusión, se destaca la importancia de emplear modelos avanzados y considerar tanto el rendimiento histórico como las predicciones futuras al tomar decisiones de inversión. Esta combinación puede conducir a una mejor selección de acciones y una

optimización de la cartera más efectiva. Sin embargo, es crucial reconocer las limitaciones inherentes a estos enfoques.

En primer lugar, el sobreajuste es una preocupación central. Los modelos de bosques aleatorios y redes neuronales, aunque poderosos para identificar patrones en los datos históricos, pueden volverse demasiado complejos, ajustándose en exceso a las particularidades de los datos de entrenamiento. Esto significa que, en lugar de capturar las relaciones subyacentes entre las variables y las tendencias reales del mercado, los modelos pueden aprender a "memorizar" ruidos o fluctuaciones aleatorias que no se reproducirán en datos futuros. Como resultado, las predicciones pueden ser precisas para los datos históricos, pero carecen de capacidad para generalizar en condiciones de mercado cambiantes, lo que limita su utilidad para la toma de decisiones en el mundo real.

La volatilidad del mercado es otro desafío significativo que afecta la efectividad de los modelos. Aunque los modelos basados en datos históricos, como el de Sharpe tradicional, proporcionan predicciones útiles en momentos de estabilidad, pueden ser ineficaces cuando el mercado experimenta fluctuaciones inesperadas o eventos disruptivos, como crisis económicas o cambios repentinos en la política. La volatilidad introduce incertidumbre en las proyecciones de rendimiento, haciendo que los modelos tengan dificultades para captar la complejidad de las dinámicas del mercado en condiciones de alta variabilidad. Esto puede llevar a que las decisiones de inversión basadas en estos modelos resulten en pérdidas significativas, ya que las estrategias derivadas de predicciones incorrectas no pueden anticipar correctamente los cambios drásticos en los precios de las acciones.

En conjunto, estas limitaciones destacan la necesidad de adoptar un enfoque más cauteloso. Aunque los modelos aplicados han demostrado ser útiles en ciertos contextos, su desempeño puede verse afectado por la incapacidad de capturar la verdadera complejidad del mercado. Para mejorar la robustez del análisis y la confiabilidad de las predicciones, es fundamental incorporar mecanismos de validación cruzada, ajustar los modelos regularmente para evitar el sobreajuste y tener en cuenta la volatilidad del mercado mediante el uso de estrategias de mitigación de riesgo. Así, el estudio puede ofrecer una visión más completa y equilibrada, en la que los resultados obtenidos no solo se basen en los datos históricos, sino que también consideren las condiciones futuras inciertas del mercado.

6 CONCLUSIONES

En resumen, la aplicación de procedimientos de diferenciación y estandarización fue fundamental para mejorar la calidad de los datos utilizados en el estudio. Estos procesos permitieron transformar las series temporales mediante técnicas de diferenciación, garantizando la estacionarización de las variables clave. Al mismo tiempo, la estandarización contribuyó a revelar autocorrelaciones cruzadas significativas entre las variables, lo que facilitó una comprensión más profunda de sus relaciones interdependientes. Estos pasos fueron cruciales para fortalecer la robustez y la calidad de los datos, proporcionando una base sólida para el análisis estadístico y la generación de conclusiones significativas.

La metodología aplicada permitió identificar variables clave y desarrollar un modelo dinámico lineal para pronosticar el crecimiento de acciones en la Bolsa de Valores de Colombia. A pesar de algunas discrepancias en las pruebas de convergencia, el modelo demostró una convergencia adecuada en diferentes pruebas. Sin embargo, se observó un alto error en el modelo, lo que sugiere posible sobreajuste y la necesidad de supervisar el umbral de predicción tomado para decidir si invertir o no para maximizar la utilidad y mitigar las pérdidas. A pesar de los desafíos identificados, como el tiempo de compilación y la necesidad de considerar enfoques no lineales, los hallazgos proporcionan una base para futuras decisiones financieras.

En cuanto a la predicción del crecimiento de la acción de Grupo Argos, se determinó que el modelo más eficaz se basó en el uso del modelo Bosques aleatorios, con un umbral establecido en el percentil 0.6. Este enfoque mostró una precisión aceptable en la

clasificación de observaciones, aunque aún hay margen para mejorar la detección de casos positivos. Sin embargo, la rentabilidad calculada al invertir según las predicciones del modelo mostró un crecimiento consistente en la utilidad acumulada, respaldando la efectividad del modelo en la toma de decisiones de inversión.

Además, la evaluación de 66 modelos para la selección de acciones destacó la eficacia del modelo de optimización de Sharpe aplicado a las acciones identificadas por el modelo Bosques aleatorios como propensas a crecer. También se encontró que el modelo de Sharpe tradicional, basado en los últimos 20 datos históricos, generó utilidades significativas. En resumen, la combinación de modelos avanzados y la consideración del rendimiento histórico junto con las predicciones futuras son cruciales para la toma de decisiones de inversión, conduciendo a una mejor selección de acciones y optimización de la cartera.

La combinación de modelos de predicción avanzados con técnicas de optimización de portafolio, como los propuestos por Markowitz y Sharpe, ofrece un enfoque altamente automatizado para la toma de decisiones de inversión. Al utilizar modelos predictivos para identificar acciones con un potencial de crecimiento sólido, y luego incorporar estas predicciones dentro de un marco de optimización de portafolio, se establece un proceso que elimina gran parte del sesgo humano y la subjetividad en la selección de activos. Este enfoque automatizado permite que todas las decisiones de inversión se basen en datos y análisis cuantitativos, lo que puede conducir a una gestión de cartera más eficiente y rentable en el largo plazo.

Lo anterior señala que utilizar modelos de optimización de portafolio que se centran en acciones con predicciones de crecimiento genera resultados significativamente mejores.

Esto se debe, en gran parte, a la reducción de la variabilidad en el crecimiento del portafolio. Al enfocarse en acciones que tienen una alta probabilidad de crecer, estos modelos limitan las pérdidas asociadas a las operaciones, proporcionando una estrategia más robusta y fiable para los inversores. Esta metodología permite maximizar las ganancias potenciales al tiempo que mitiga los riesgos inherentes a la volatilidad del mercado.

Para maximizar la utilidad de la metodología, se podría considerar el emplear solo modelos de predicción que superen ciertos niveles de precisión. Al alcanzar y superar estos umbrales de exactitud, se fortalece la confianza en las predicciones generadas por los modelos, lo que a su vez aumenta la eficacia de las decisiones de inversión. Esta mejora en la fiabilidad de los modelos permite una asignación de activos más precisa y una gestión de riesgos más sólida. Por otra parte, esta metodología no se limita únicamente al mercado de valores, sino que puede aplicarse a una amplia gama de clases de activos, incluyendo materias primas, divisas y monedas digitales. Al abarcar todo el espectro del mercado financiero, esta estrategia proporciona una visión holística que permite aprovechar oportunidades de inversión en diversos sectores y mercados, maximizando así el potencial de rendimiento de la cartera.

La utilización de la función de utilidad como métrica para evaluar cómo las predicciones influyen en los resultados obtenidos en la realidad proporciona un marco de decisión lógico y estructurado. Esta aproximación resulta especialmente beneficiosa en situaciones donde el tipo de error tiene un impacto asimétrico. Por ejemplo, en el ámbito de la identificación de enfermedades, puede ser menos grave generar alertas falsas que pueden ser posteriormente descartadas mediante exámenes adicionales, en comparación con desestimar una enfermedad que podría conducir a consecuencias graves, incluida la

muerte. Al incorporar la función de utilidad en la evaluación de las predicciones, se pueden ponderar adecuadamente los costos y beneficios asociados con diferentes tipos de errores, lo que permite una toma de decisiones más informada y sensible al contexto específico de cada situación.

7 DISCUSIÓN Y DIFUSIÓN

Los hallazgos de este estudio proporcionan una base robusta para futuras investigaciones en los campos financiero y académico, con la posibilidad de adaptarse a diversos contextos. Los modelos predictivos y de optimización utilizados en la Bolsa de Valores de Colombia pueden ajustarse para ser aplicados en mercados internacionales, así como en otros tipos de activos financieros como materias primas, divisas y criptomonedas. Para mejorar la precisión en estos entornos, es fundamental ajustar los parámetros de los modelos a las dinámicas específicas de cada mercado. En mercados emergentes, por ejemplo, la volatilidad puede tener un papel crucial, mientras que, en el caso de las criptomonedas, la alta frecuencia de los datos exige ajustes adicionales en técnicas de diferenciación y estandarización.

Aunque los modelos lineales, como la ratio de Sharpe, han demostrado ser efectivos en este estudio, se recomienda explorar métodos más avanzados, tales como redes neuronales recurrentes (RNN) o modelos de atención, que son particularmente eficaces para el manejo de series temporales y datos secuenciales. Estos enfoques podrían mejorar la predicción de tendencias a largo plazo y reducir los errores en mercados volátiles o con patrones no lineales. Además, el uso de técnicas como los ensembles, que combinan múltiples modelos, podría aumentar la robustez y precisión de las predicciones.

La función de utilidad empleada en este análisis, que evalúa la calidad de las predicciones, puede ser adaptada a otros sectores financieros como la banca, los seguros o la gestión de riesgos corporativos. En el sector asegurador, por ejemplo, donde los riesgos son frecuentemente asimétricos, esta función puede ayudar a priorizar la identificación de

riesgos críticos, facilitando una gestión más eficiente y reduciendo potenciales pérdidas. La incorporación de métricas como la pérdida esperada o la utilidad ajustada al riesgo podría optimizar la toma de decisiones basadas en datos en estos sectores.

Una recomendación clave sería desarrollar modelos que puedan ajustarse automáticamente a las características del activo o mercado analizado. Por ejemplo, en activos con alta volatilidad, los modelos podrían incluir umbrales dinámicos de alerta que ajusten las decisiones de compra o venta en tiempo real. El desarrollo de arquitecturas ajustables, como las redes neuronales convolucionales (CNN), especializadas en datos financieros, podría aumentar la precisión de las predicciones sin requerir intervención manual.

Para ampliar la aplicabilidad de los modelos en otros contextos, se sugiere integrar covariables exógenas que capturen factores económicos, sociales y geopolíticos relevantes. Variables como la inflación, tasas de interés, indicadores de confianza del consumidor y eventos geopolíticos influyen directamente en los mercados financieros y podrían ser incorporadas en los modelos para obtener predicciones más precisas en mercados afectados por factores externos.

Desde el punto de vista académico, los resultados y metodologías de este estudio pueden ser aplicados en el análisis de políticas financieras o la evaluación de sistemas financieros complejos. La combinación de técnicas de optimización con modelos predictivos avanzados puede ayudar a desarrollar herramientas automatizadas que respalden la toma de decisiones en políticas macroeconómicas, análisis de riesgos financieros nacionales y la evaluación de intervenciones regulatorias en los mercados.

Además, el estudio de modelos de predicción que consideren interacciones no lineales entre variables puede abrir nuevas líneas de investigación en el campo de la econometría.

Por último, la optimización de carteras no se limita a las acciones, sino que también puede aplicarse a otros activos financieros, como bonos, materias primas, bienes raíces y capital privado. Los modelos empleados en este estudio, ajustados para estos activos, permitirían a los inversionistas desarrollar estrategias diversificadas y automatizadas que maximicen la rentabilidad en diferentes clases de activos, adaptando los métodos de selección de variables y optimización a las particularidades de cada sector. Estas recomendaciones no solo refuerzan la aplicabilidad y efectividad de los modelos en diversos contextos financieros y académicos, sino que también ofrecen una guía clara para futuras investigaciones orientadas a optimizar la toma de decisiones en los mercados financieros y gestionar riesgos de manera más eficiente, aumentando la relevancia de las herramientas automatizadas en la gestión de portafolios.

En relación con los antecedentes previos sobre el mercado accionario colombiano, este estudio representa una evolución significativa al aplicar técnicas avanzadas de predicción y optimización automatizadas. Mientras que investigaciones anteriores han identificado la importancia de la Bolsa de Valores de Colombia y la dependencia de la intervención humana en la toma de decisiones, lo que incrementa el riesgo y la subjetividad, este estudio propone una solución más avanzada mediante la automatización de estos procesos.

A diferencia de estudios como el de (Amorim, Callou, Pereira, & Santos, 2023), que aplicaron redes neuronales recurrentes (LSTM) para predecir precios de acciones en mercados como Brasil y NASDAQ, el enfoque de este trabajo no solo se centra en la

predicción de precios, sino que también aborda la optimización de portafolios utilizando técnicas como la ratio de Sharpe, integrando variables específicas para el contexto colombiano. Esto no solo mejora la precisión en la selección de acciones, sino que también busca optimizar la gestión del riesgo y la rentabilidad.

El estudio de (Noroozi & Sarfi, 2022), que utilizó el Análisis Envolvente de Datos (DEA) para optimizar la distribución de recursos en la Bolsa de Teherán, se distancia de esta investigación al enfocarse en la optimización de recursos, mientras que este trabajo prioriza la automatización de la selección de acciones y la gestión de portafolios, adaptándose mejor a las necesidades del mercado colombiano. El DEA, aunque útil en la optimización de recursos, no aborda directamente la predicción de comportamientos de acciones ni la integración de estas predicciones en la toma de decisiones.

Por otro lado, el algoritmo Stock Exchange Trading Optimization (SETO) de (Emami, 2021) busca optimizar decisiones en los mercados financieros a través de operadores inspirados en el comportamiento humano. Aunque promete mejorar la toma de decisiones, su aplicación en mercados emergentes como el colombiano aún está en fases experimentales. Este estudio, por su parte, combina técnicas de inteligencia artificial y optimización en un modelo integral que predice y selecciona automáticamente las mejores acciones en cada ciclo de trading, contribuyendo a una mayor eficiencia y reduciendo el riesgo inherente a la intervención manual.

En resumen, el objetivo principal de esta investigación es desarrollar un modelo automatizado que combine técnicas avanzadas de predicción y optimización para seleccionar automáticamente las acciones más prometedoras en cada ciclo de operaciones. Esta propuesta mejora las soluciones previas, ya que aborda directamente la falta de

herramientas automatizadas en el mercado colombiano, optimizando tanto la precisión de las predicciones como la estructura de los portafolios, lo que permite una mejor gestión del riesgo y una mayor rentabilidad. El enfoque integral que combina predicción de precios y optimización de portafolios de manera automatizada convierte a este estudio en una herramienta más avanzada y específica para el contexto colombiano, caracterizado por su volatilidad y la falta de herramientas automatizadas eficientes.

Los resultados obtenidos en esta investigación serán presentados en un artículo científico que se planea publicar en una revista indexada de renombre en el ámbito financiero y académico. El enfoque de la investigación, que integra técnicas avanzadas de predicción y optimización automatizada para el mercado accionario colombiano, permitirá aportar nuevos conocimientos y perspectivas en el estudio de la gestión de portafolios y la predicción de precios de acciones. La publicación en una revista indexada contribuirá a la validación académica de la metodología utilizada y facilitará su difusión entre investigadores, profesionales y entidades interesadas en el área.

Además, se tiene la intención de presentar la metodología y los hallazgos en diversos concursos de innovación enfocados en el sector financiero y tecnológico en Colombia. Estos concursos proporcionan una plataforma ideal para poner en práctica y ajustar la metodología en escenarios reales y competitivos, favoreciendo el intercambio de ideas y colaboraciones con otros actores del ecosistema.

Un ejemplo de un concurso de innovación relevante en este contexto es los “Retos de Innovación Pública”, que promueve el desarrollo de soluciones innovadoras para la modernización del sistema financiero colombiano. Este tipo de iniciativas abren la posibilidad de aplicar soluciones tecnológicas avanzadas, como las desarrolladas en esta

investigación, a la mejora de la eficiencia y transparencia en los mercados financieros colombianos.

La participación en estos concursos no solo brindará visibilidad a la investigación, sino que también permitirá su integración en el contexto práctico del mercado colombiano, facilitando su adopción por parte de entidades financieras y reguladoras.

.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Agudelo, D. (2014). *Fundamentos y aplicaciones al mercadeo accionario colombiano*. Universidad EAFIT.
- Alaitz, M., Luis, M., & Marian, Z. (2022). *El modelo Markowitz en la gestión de carteras*. Vizcaya: Universidad del País Vasco.
- Amat, O. (2010). *La Bolsa: funcionamiento y técnicas para invertir* (8 ed.). Barcelona: Grupo Planeta.
- Amorim, T. L., Callou, G., Pereira, S., & Santos, A. S. (2023). *Utilizando rede LSTM para Predição de Ações de Vários Setores Econômicos da Bolsa de Valores*. Recife: Universidade Federal Rural de Pernambuco.
- Arroyave, D. L. (2019). *Estandarización de datos y priorización de algoritmos para un sistema de recomendación*. Universidad EAFIT.
- Breiman, L. (2001). Random Forests. *Machine Learning* , 45, 5-32.
- Caicedo, E., & López, J. (2009). *Una aproximación práctica a las redes neuronales artificiales* (1 ed.). Cali: Universidad del Valle.
- Correa, J. C., & Barrera, C. (2018). *Introducción a la estadística bayesiana: notas de clase*. Instituto Tecnológico Metropolitano.
- Elton, E., Gruber, M., Brown, S., & Brown, W. (2014). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. Wiley.
- Emami, H. (2021). *Stock exchange trading optimization algorithm: a human-inspired method for global optimization*. Bonab: University of Bonab.
- Fernández, P., Rivas, A., & Lobos Robles, F. (2017). Modelos multivariados dinámicos para la

- acción Rio Tinto Limited. Optimización utilizando fuerza bruta computacional / Dynamic multi-variable models for Rio Tinto Limited shares. Optimization through computational brute force. *Revista Chilena de Economía y Sociedad*, 11(2).
- Gelman, A., Carlin, J., Stern, H., Dunson, D., Vehtari, A., & Rubin, D. (2003). *Bayesian Data Analysis* (2 ed.). Florida: Chapman & Hall/CRC.
- Gitman, L., & Joehnk, M. (2009). *Fundamentos de Inversiones* (10 ed.). Naucalpan de Juárez: Pearson.
- González, F. V. (2022). *Métodos de Selección de Variables en Modelos de Regresión*. Universidad de Santiago de Compostela.
- Hastie, T., Tibshirani, R., & Friedman, J. (2008). *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference and Prediction*. Springer.
- Izquierdo, S. (2022). *Modelos matemáticos para las carteras de inversión*. Universidad de Cantabria.
- Mendoza, A. (2005). *Teoría de juegos y toma de decisiones en portafolios de inversión*.
- Muñoz, B., & Osvaldo, I. (01 de 01 de 2021). *Efecto del desarrollo del mercado accionario en la desigualdad en los países*. Santiago de Chile: Universidad de Chile.
- Noroozi, E., & Sarfi, E. (2022). *Maximizing total efficiency by resource reallocation in DEA: A case study on Tehran Stock Exchange*. Teherán: International Journal of Industrial Mathematics.
- Ortiz, E., & Brugger, S. (2012). Mercados accionarios y su relación con la economía real en América Latina. *Problemas del desarrollo*, 43(168), 63-93.
- Pérez, J., Jimeno, J., & Cerdá, E. (2004). *Teoría de Juegos*. Madrid: Pearson.
- Petris, G. (2010). An R Package for Dynamic Linear Models. *Journal of Statistical Software*, 1-

16.

Quirós, C. Z. (2014). *La teoria de juegos y sus aplicaciones en la economía actual*. Madrid:

Universidad Potificia Comillas.

Santamaría, D. (2000). *Modelos multicriterio para la selección de portafolios en la Bolsa de*

Madrid. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia.

Terán, A. M. (2013). *Modelo Dinámicos Lineales Aplicados a Series de Tiempo*. Ciudad de

México: Universidad Nacional Autónoma de México.

Torres, M., Hernández, J., Hernández, B., & Chávez, O. (2021). Impacto de los algoritmos de
sobremuestreo en la clasificación de subtipos principales del síndrome de guillain-barré.

Ingenius(25), 20-31.