



UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA

Una Alternativa No Paramétrica en la detección de bordes en Imágenes SAR (Synthetic Aperture Radar).

JESSICA PAOLA AMAYA TOVAR

Tutor: Edwin Giovanni Girón

Universidad Santo Tomás
Estadística, Bogotá
Ciudad, Colombia
2019

A mi madre, por se el gran pilar en mi vida, mi ángel, mi gran amiga y compañera.

A mi hermano, a ese hombre que admiro infinitamente, el cual es como un padre para mí, donde siempre me apoya incondicionalmente y me brinda su mano amiga cada vez que lo necesito. La mujer que soy hoy en día es gracias a él.

A mis compañeros, gracias a ellos por sus consejos, enseñanzas, juegos y risas, sin ellos no habría sido posible este nuevo triunfo en mi vida, especialmente a Carolina Franco y a Laura Ramírez en donde aprendí que los amigos son la familia que uno escoge a lo largo de la vida.

A mis maestros de facultad gracias por sus enseñanzas y por inspirarme a ser mejor cada día, especialmente a Orlando Moscote, Dago-berto Bermudez y Edwin Girón. También a los maestros de ciencias básicas Yanet Mejía y José Martínez. Gracias por confiar en mí.

Resumen

Este trabajo propone una nueva alternativa no paramétrica para la detección de bordes en imágenes SAR (“Synthetic Aperture Radar”). Las imágenes Sonar, B-Ultrasound, laser y SAR poseen un ruido llamado Speckle, el cual tiene una baja relación entre la señal y la atmosfera terrestre. Varios modelos estadísticos fueron propuestos para describir este ruido, llevando al desarrollo de nuevas técnicas que mejoran el análisis de estas imágenes. Una de ellas es la distribución $\mathcal{G}^0$ el cual es un modelo estadístico que permite describir una amplia gama de áreas, como, por ejemplo, en imágenes SAR, pastos (suaves), bosques (rugosidad) y zonas urbanas (Mucha rugosidad). El objetivo de este trabajo es estudiar una alternativa no paramétrica en la detección de bordes en imágenes speckled. Un nuevo detector no paramétrico desarrollado empíricamente es propuesto en este trabajo. Los resultados numéricos muestran que el nuevo detector es una alternativa al detector de Kruskal Wallis, la ganancia consiste en tener un algoritmo igual de rápido pero mejorando la precisión en la detección del borde.

Palabras clave: Estadística no paramétrica, detección de bordes, imagenes SAR, ruido Speckle.

Abstract

This work proposes a new non-parametric alternative for the detection of borders in SAR images (“Synthetic Aperture Radar”). The images Sonar, B-Ultrasound, laser and SAR have a noise called Speckle, and which exhibits a low signal to noise ratio. Several statistical models were proposed to describe this noise, leading to the development of special techniques for the improvement and analysis of these images. One of them is the distribution $\mathcal{G}^0$ which is a statistical model that allows describing a wide range of areas, such as SAR images, pastures (soft), forests (roughness) and urban areas (lots of roughness). The objective of this work is to study a non-parametric alternative in the detection of edges in speckled images. A new empirically developed edge non-parametric detector is proposed. The numerical results show that the new detector is an alternative to the Kruskal Wallis detector, the gain consists in having an equal fast algorithm improving the precision in the edge detection

Keywords: non-parametrics statistics, edges detection, SAR imagery, speckled, speckle noise

Contenido

Resumen	III
0.1 Introducción	1
1 Capítulo 1	4
1.1 SAR - Synthetic Aperture Radar	4
1.2 Modelo multiplicativo $Z = XY$	6
1.3 Distribución del Speckle	7
1.4 Distribución para el Backscatter y el retorno	7
1.5 Distribución $\mathcal{G}^0$	9
1.6 Detección de bordes en imágenes SAR	10
2 Capítulo 2	12
2.1 El algoritmo de Gambini para detección de bordes.	12
2.2 Detección de bordes No Paramétricos	14
2.3 La prueba de Kruskal-Wallis	15
2.4 Test Amaya-Girón	18
3 Resultados	19
3.1 Zonas extremadamente heterogéneas, $n = 1$ and $\alpha_\ell = -3$	20
3.2 Zonas extremadamente heterogéneas, $n = 1$ and $\alpha_\ell = -6$	22
3.3 Zonas extremadamente heterogéneas, $n = 1$ and $\alpha_\ell = -12$	24
3.4 Zonas extremadamente heterogéneas, $n = 1$ and $\alpha_\ell = -18$	26
3.5 Zonas extremadamente heterogéneas, $n = 3$ y $\alpha_\ell = -3$	28
3.6 Zonas extremadamente heterogéneas, $n = 3$ y $\alpha_\ell = -6$	30
3.7 Zonas extremadamente heterogéneas, $n = 3$ y $\alpha_\ell = -12$	30
3.8 Zonas extremadamente heterogéneas, $n = 3$ y $\alpha_\ell = -18$	32
3.9 Zonas extremadamente heterogéneas, $n = 8$ y $\alpha_\ell = -3$	33
3.10 Zonas extremadamente heterogéneas, $n = 8$ y $\alpha_\ell = -6$	35
3.11 Zonas extremadamente heterogéneas, $n = 8$ y $\alpha_\ell = -12$	35
3.12 Zonas extremadamente heterogéneas, $n = 8$ y $\alpha_\ell = -18$	37
4 Conclusiones	40
Bibliografía	41

0.1. Introducción

En los últimos años el desarrollo de nuevas tecnologías ha permitido que los seres humanos continúen con la observación de la tierra desde el espacio, logrando estimular el interés de la sociedad en sus aplicaciones. Estas nuevas tecnologías permitieron que algunos de los países desarrollados comenzaran la carrera espacial, logrando el desarrollo de nuevas técnicas que con el tiempo fueron denominadas "Percepción remota del espacio".

Las imágenes de radar SAR ("Synthetic Aperture Radar") ofrecen una perspectiva única de la tierra, sus recursos y el impacto que ejercen sobre ella los seres humanos. Las Imágenes SAR han demostrado ser una fuente de información importante en muchas aplicaciones, como la planificación urbana, la vigilancia ambiental, el manejo del cultivo, la explotación minera, detección del viento, la producción petrolera, la detección de vida animal entre otros.

SAR es un radar de iluminación coherente de alta resolución que funciona utilizando una antena sintética que va a bordo de una plataforma aérea móvil, tal como un avión o un satélite, permitiendo cubrir grandes superficies logrando producir imágenes de alta calidad. Al contrario de un radar convencional, SAR utiliza el movimiento de la plataforma para obtener una antena sintética de mayor densidad y por consiguiente mayor resolución.

Un sensor SAR emite y recibe señales electromagnéticas de naturaleza compleja, la señal recibida se puede almacenar en diferentes formatos: Complejo, intensidad y fase [10]. El radar ilumina una escena con una sucesión de pulsos y una determinada frecuencia. La energía es propagada en todas las direcciones y una parte regresa a la antena. El sensor mide la intensidad y el retraso de las señales emitidas a la antena. La interpretación de esos ecos permita la formación de imágenes en términos de distancias al radar, o sea, la imagen es formada en función de la energía devuelta por cualquier punto de la superficie.

Algunas características que el sensor SAR presenta son:

- El carácter activo del instrumento lo hace independiente de la luz solar, siendo capaz de recoger imágenes en cualquier momento.
- Las microondas son poco afectadas por la presencia de nubes, lo que hace posible la adquisición de imágenes independientemente de las condiciones meteorológicas.
- El sensor SAR permite obtener imágenes con resoluciones de decenas de centímetros a kilómetros de altura.

En una imagen SAR es posible distinguir varios tipos de rigurosidades o texturas:

Áreas Homogéneas: Superficies de poca textura, por ejemplo, zonas de cultivos, zonas con deforestación, nieve agua o hielo, etc.

Áreas heterogéneas: Superficie que presentan cierto grado de textura, por ejemplo bosques.

Áreas extremadamente heterogéneas: Superficies en donde la textura es intensa, por ejemplo, zonas urbanas, industriales, entre otros.

Un factor importante que degrada la calidad de la imagen SAR es el ruido speckle, que aparece cuando se usa iluminación coherente como es el caso de todas las tecnologías que utilizan microondas, sonar, laser y ultra-sonido, el cual le da a la imagen una apariencia granulada, como puede verse en la figura 1.1.

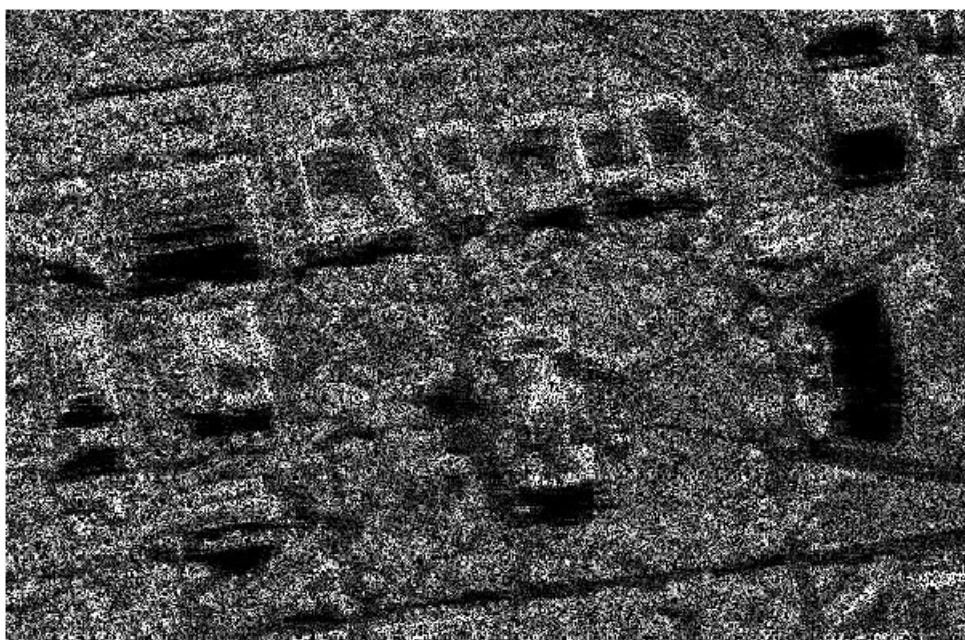


Figura 0-1: Imagen SAR, Capitolio y la Biblioteca del Congreso, Washington D.C. Se observar el granulado de la imagen debido al ruido speckle.

En el caso de detección de bordes de objetos en imágenes con ruido speckel, en general no es posible utilizar información puntual; es necesario para analizar la imagen utilizar conjuntos de píxeles que proporcionan información local [6].

Para modelar el ruido en otras imágenes ópticas se utiliza la distribución Gaussiana, pero en el ruido speckel es diferente; en donde no es Gaussiana, ni aditivo si no que es multiplicativo.

Entonces para reducir el nivel de ruido speckel en imágenes SAR, puede ser usada una técnica llamada "multilook". Esta técnica consiste en subdividir el pulso emitido por la antena en varios sectores independientes y combinar los datos obtenidos en una imagen final, de modo que esta imagen sea menos afectada por el speckle.

Para encontrar los puntos de borde entre las diferentes regiones de la imagen, los datos SAR son modelados como una distribución $\mathcal{G}^0$ bajo el modelo multiplicativo. Las regiones de la imagen con diferentes grados de homogeneidad se caracterizan por los parámetros de la distribución. Si un punto pertenece al borde, entonces una vecindad de ese punto hay un cambio brusco en los parámetros de la distribución.

El modelo multiplicativo afirma que una variable aleatoria Z que describe las observaciones, es el resultado del producto de sus variables aleatorias independientes, que no son observadas directamente: X y Y la variable aleatoria X , modela el área de estudio (backscatter) el cual depende de las características geométricas y de la magnitud de la humedad del suelo o de la cobertura vegetal, el ángulo de incidencia, de la frecuencia y de la polarización de la radiación electromagnética emitida y recibida por el radar. Por otro lado la variable aleatoria Y modela el ruido speckle.

Esta tesis está organizada de la siguiente manera: en el Capítulo 1 se profundizará un poco mas sobre el Radar de apertura Sintetica y se presentan las diferentes distribuciones para modelar las imagenes SAR. En el Capítulo 2 se presentaran técnicas para detectar bordes en imágenes SAR. Se presenta el método de Gambini, acompañado de otros métodos no paramétricos específicamente, el método de Kruskal Wallis y una nueva propuesta estadística que llamaremos estadística Amaya-Giron. En el Capítulo 3 se presentaran los resultados y finalmente las conclusiones.

1 Capítulo 1

1.1. SAR - Synthetic Aperture Radar

El radar de apertura sintética más conocido como SAR es un tipo de radar que produce imágenes desde un ángulo de vista lateral con buena resolución. Al utilizar una plataforma móvil y moverse a través de ella, el radar ilumina la superficie de estudio y guarda la información de cada punto para combinarla y generar una imagen de mayor resolución, la cual correspondería a una antena fija y de ahí se origina el término «**apertura sintética**», ya que para generar una imagen con una resolución equivalente con una antena fija requeriría que la longitud de la antena fuera grande. La señal que se graba es procesada para formar una imagen de muy buena calidad.[3]

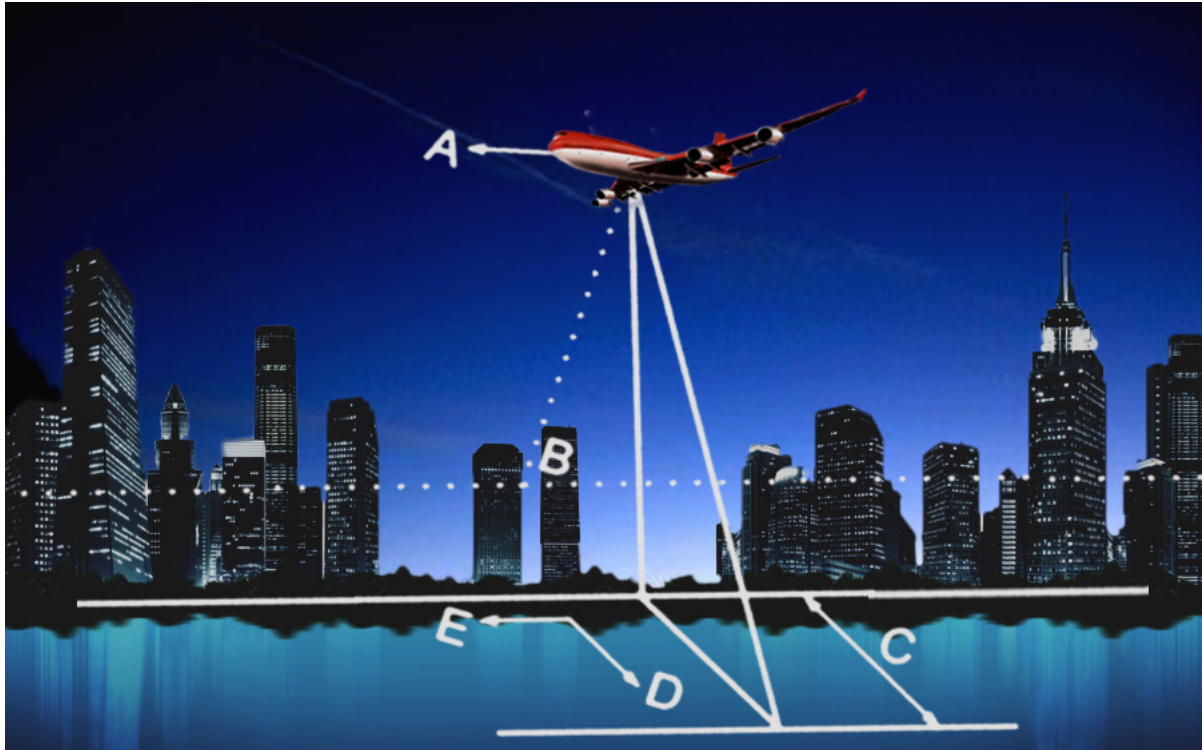


Figura 1-1: Geometría del vuelo SAR[3]

En la figura 2.1 se observa la geometría de vuelo de las imágenes SAR, en donde la plataforma en su movimiento hacia adelante, en la dirección de vuelo (A) con el nadir (B)

directamente debajo de la plataforma. El rayo de iluminación coherente es transmitido oblicuamente a la dirección de vuelo que ilumina un área (**C**). Esta geometría de visualización lateral es típica de los sistemas de radar de imágenes (aéreos o espaciales) [3].

Configuración del sistema SAR

Las características de la superficie y la difusión de las señales emitidas dependen en gran parte de los parámetros de configuración del SAR. A continuación mencionaremos los mas relevantes:

- **Polarización:** Esta influye en la reflexión de la señal, dependiendo de la polaridad con la que se emite la señal difundida se refleja de una forma diferente en una misma superficie.
- **Longitud de onda:** En la zona de los objetos la longitud de onda influye en la dimensión de los objetos a localizar y en la inclusión de la señal.
- **Ángulo de incidencia:** Se forma entre la dirección de iluminación del radar y la vertical de la superficie del terreno, en donde esta irá variando a lo largo del trayecto ayudando a formar las imagenes.
- **Ángulo de incidencia local:** Se forma entre la dirección de iluminación del radar y la vertical de la superficie real observada, la cual influye de la intensidad de la imagen y tiene en cuenta la inclinación local de la superficie.

Modelo Multiplicativo en imágenes SAR

El modelo multiplicativo es una excelente herramienta para explicar las características estadísticas de los datos obtenidos por sistemas que emplean iluminación coherente, este es el caso de las imágenes de sonar, láser, ultrasonido-B y SAR. Este modelo considera que el retorno de intensidad en Z por cada píxel, se puede modelar como el producto de dos variables aleatorias independientes, una correspondiente a la energía X retrodispersada, que describe las propiedades intrínsecas del área, y otra correspondiente al ruido speckled Y , que degrada la calidad de la imagen y dificulta su interpretación visual. Con esto, la distribución de $Z = XY$ está determinada por las distribuciones de X y de Y .

El formato de la imagen (complejo, intensidad o amplitud) determina la distribución de la variable Y , mientras que la heterogeneidad del objetivo determina la distribución X , de la cual es posible obtener diferentes distribuciones para modelar el retorno Z , dependiendo del grado de homogeneidad.

Frery et al.(1997) propusieron una nueva clase de distribuciones, llamada G , la cual tiene 3 parámetros que permite modelar áreas extremadamente heterogéneas, como las zonas urbanas.

Distribuciones

En esta sección se va a profundizar sobre el modelo multiplicativo el cual se usa en las imágenes SAR ("Synthetic Aperture Radar").

1.2. Modelo multiplicativo $Z = XY$

El modelo multiplicativo es una herramienta excelente para explicar las características estadísticas de los datos obtenidos por los sistemas que emplean iluminación coherente; como sonar, láser, ultrasonido-B e imágenes SAR. El modelo esta determinado por la siguiente forma:

$$Z = X Y$$

En donde:

Z = Es el retorno o el dato observado.

$\mathbf{X}$ = Dato que corresponde al terreno, también conocida como Backscatter que describe las propiedades del terreno.).

$\mathbf{Y}$ = Ruido speckle que degrada la calidad de la imagen.

1.3. Distribución del Speckle

La distribución del ruido Speckle sigue una distribución Gamma denotada por $\Gamma(n, n)$ en donde n es la cantidad de looks y denota la cantidad de imágenes independientes que fueron registrado en el área, cuya densidad está dada por:

$$f_{Y_I}(y) = \frac{n^n}{\Gamma(n)} y^{n-1} \exp(-ny), \quad n \geq 1, y > 0,$$

como se puede observar el valor mínimo para n es 1, en donde este valor corresponde a todas las imágenes producidas sin realizar el promedio de varios looks. El parámetro n puede suponerse conocido, o se puede estimar al comienzo del análisis de la imagen. En este trabajo asumiremos que es conocido.

Los momentos de esta distribución speckle están dados por:

$$E[Y_I^r] = \frac{1}{n^r} \frac{\Gamma(n+r)}{\Gamma(n)},$$

en donde r es el orden del momento y $n \geq 1$ es el número de looks.

En la figura 2-2 se muestran las curvas correspondientes a la distribución speckle, en donde se puede observar cuatro densidades de la Gamma correspondientes a 1, 2, 4 y 8 looks.

Se puede percibir que cuanto más grande sea n más simétrica es la densidad, de hecho es fácil mostrar que la varianza, la asimetría y la kurtosis de la distribución converge a cero cuando $n \rightarrow \infty$ (ver, por ejemplo,[11])

1.4. Distribución para el Backscatter y el retorno

Existen diferentes grados de homogeneidad y diferentes modelos para caracterizar la retrodispersión del backscatter. Dos modelos han sido propuestos para modelar el Backscatter en formato intensidad: La variable aleatoria de una distribución gamma para áreas heterogéneas y una variable aleatoria de una distribución gamma recíproca para áreas extremadamente heterogéneas.

Estos dos modelos fueron unificados en Frery et al.(1997)[4] formándose la distribución Gaussiana Inversa Generalizada. Esta distribución puede describir y modelar una gran cuantía de

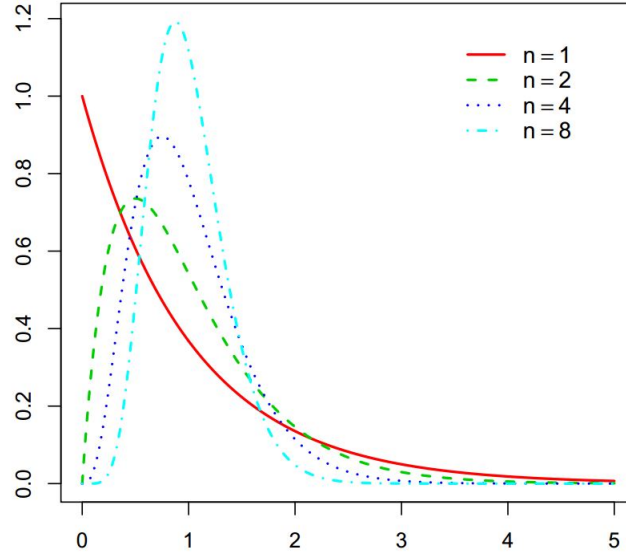


Figura 1-2: Densidad del Speckle para 1(sólida) , 2 (trazos), 4 (puntos), 8 (puntos-trazos) looks .

píxeles blancos, pero tiene una gran desventaja dado que la estimación de los parámetros es numéricamente inestable y metódicamente compleja. La función de densidad está dada por:

$$f_X(x) = \frac{(\lambda/\gamma)^{\frac{\alpha}{2}}}{2K_{\alpha}(\sqrt{\lambda\gamma})} x^{\alpha-1} \exp\left\{\frac{-1}{2}\left(\lambda x + \frac{\gamma}{x}\right)\right\}, \quad x > 0,$$

La distribución recíproca de la Gamma, $X \sim \Gamma^{-1}(\alpha, \gamma)$ la cual esta caracterizada por la siguiente función de densidad:

$$f_x(x) = \frac{1}{\gamma^{\alpha}\Gamma(-\alpha)} x^{-\alpha-1} \exp\left\{-\frac{\gamma}{x}\right\}, \quad -\alpha, \gamma, x > 0.$$

en donde $X \sim \Gamma^{-1}$ y $Y \sim (L, L)$ son dos variables aleatorias independientes.

1.5. Distribución $\mathcal{G}^0$

Se puede mostrar que la variable aleatoria $Z = XY$ sigue una distribución $\mathcal{G}^0$ denotada como $z \sim \mathcal{G}^0(\alpha, \gamma, L)$, cuya densidad es:

$$f_z(z) = \frac{L^L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(L) \Gamma(-\alpha)} \frac{z^{L-1}}{(\gamma + Lz)^{L-\alpha}}, \quad z > 0$$

donde $-\alpha > 0$ es el parámetro de rugosidad, $\gamma > 0$ es el parámetro de escala y $L \geq 0$ es el número de looks.

La siguiente imagen muestra tres diferentes objetivos y sus valores correspondientes (o rango de valores) del parámetro de rugosidad (α). Valores pequeños de (α) ($\alpha < -10$) están asociados con áreas homogéneas, como los pastos. Valores de (α) $\in [-10, -4]$ son característicos de regiones heterogéneas, por ejemplo bosques. Finalmente, valores más grandes de α ($-4 < \alpha < 0$) se observan en áreas extremadamente heterogéneas, como las regiones urbanas.



Figura 1-3: Diferentes objetivos y valores de parámetros de rugosidad.

Cuando los valores de α son cercanos a cero, en una gráfica la curva se vuelve plana, esto indica que la varianza incrementa con α . Por lo tanto esta distribución es utilizada para modelar datos dispersos, como es el caso de áreas muy heterogéneas en las imágenes SAR, como por ejemplo las imágenes de áreas urbanas.

La función de momentos está dada por:

$$E[Z^r] = \left(\frac{\gamma}{n}\right)^r \frac{\Gamma(-\alpha - r)}{\Gamma(-\alpha)},$$

1.6. Detección de bordes en imágenes SAR

En esta sección se presentan las técnicas que se emplearon para la detección de bordes en imágenes SAR, con especial énfasis en aquellas que explícitamente emplean modelos y técnicas estadísticas.

Un borde es un límite o contorno en el cual ocurren cambios importantes en algún parámetro físico de la imagen, tal como la reflectancia de una superficie, iluminación, o la distancia de la superficie visible al observador. Los cambios en los parámetros físicos de la imagen se manifiestan de diversas formas, incluyendo cambios en intensidad, color y textura. Estos cambios en la imagen son usados para localizar los bordes o contornos.

Estadísticamente hablando los detectores de bordes basados en la teoría estadística de en imágenes ruidosas han sido descritas por Bovik et al. (BOVIK1986). Estos autores introdujeron la estadística no-paramétrica para detección de bordes con ruido aditivo gaussiano. Ellos mostraron la utilidad de la mediana y el test de Wilcoxon-Mann-Whitney para la detección de bordes con la ayuda de una muestra de una imagen interpretada visualmente.

Fesharaki & Hellestrand [2] propusieron un algoritmo para detectar los bordes usando un *t*-test. Beauchemin1998 describió un método de detección de bordes que utiliza una alternativa no paramétrica basado en las estadísticas de Wilcoxon-Mann-Whitney para detectar cambios en vecindarios de píxeles adyacentes con valores de nivel de gris relativamente distintos. Aunque estas pruebas pueden ser apropiadas para tipos específicos de imágenes, es posible que no detecten cambios en los valores locales del nivel de gris en imágenes con baja relación señal-ruido, como es el caso de las imágenes SAR.

Hoon Lim & Ju Jang [7] compararon las pruebas de dos muestras para la detección de bordes en imágenes ruidosas. Más tarde, Lim [9] describe un nuevo detector de bordes basado en

la prueba robusta de orden-rango que es una alternativa útil para la prueba de Wilcoxon, usando ventanas $\ell \times \ell$ para lograr detectar todos los posibles bordes en imágenes con ruido.

La detección de bordes en imágenes con ruido speckle ha sido estudiada por muchos autores, y una variedad de técnicas son presentadas y comparadas por Gambini(2006, 2008) [5] y [6] . Su método se basa en ajustar los contornos de los objetos y las regiones utilizando B-splines; tales curvas dependen de unos pocos parámetros y puede ser fácilmente calculado desde puntos de control y condiciones de suavidad.

Gambini utiliza datos de amplitud para encontrar bordes entre diferentes regiones. Tales datos, si están al cuadrado, siguen la distribución $\mathcal{G}^0$. Bajo este modelo, las regiones de la imagen con diferentes grados de homogeneidad se caracterizan por los parámetros de la distribución. Si un punto pertenece al borde del objeto, entonces se espera un cambio repentino en los valores de los parámetros en su vecindad.

Las dos ventajas principales de las pruebas no paramétricas son:

1. Esta no depende de la distribución de datos
2. Esta es robusta frente a la presencia de observaciones extremas.

Girón [1] describió un nuevo detector de bordes basado en la prueba de T. Kruskal Wallis como una alternativa útil al Método de Gambini, usando ventanas de 20×100 para detectar bordes en imágenes ruidosas. A partir de los resultados experimentales se observó que el detector T. Kruskal funcionó ligeramente mejor que el M. Gambini en las imágenes sintéticas.

2 Capítulo 2

En este capítulo describimos las técnicas usadas para detectar bordes en imágenes SAR. Una de ellas es el método de Gambini, acompañado de el método de Kruskal-Wallis y una nueva propuesta no paramétrica llamada la estadística empírica Amaya-Giron.

2.1. El algoritmo de Gambini para detección de bordes.

Si un punto pertenece al borde de un objeto, entonces una muestra tomada de su entorno más cercano debe mostrar un cambio en los valores de los parámetros de la función de distribución de los datos y, por lo tanto, debe ser considerado como un punto de transición.

Considere N segmentos de la imagen, $s^{(i)}, i \in \{1, \dots, N\}$, de la forma $s^{(i)} = \overline{CP_i}$ donde C es el centóide de la región inicial, el extremo P_i es un punto fuera de la región y $\theta_i = \angle(s^{(i)}, s^{(i+1)})$ es el ángulo entre dos segmentos, como se muestra en la siguiente Figura

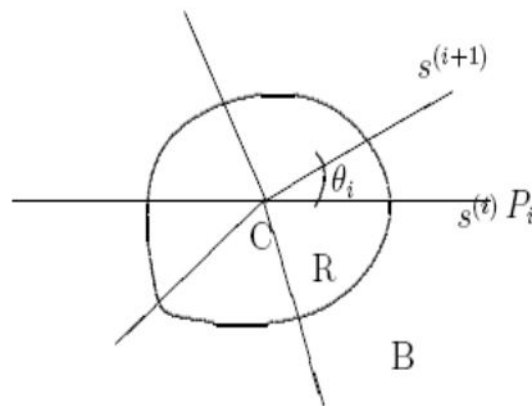


Figura 2-1: Líneas rectas proyectadas desde el centroide de R al exterior de la región, con una separación de θ_i .

En donde $s^{(i)}$ es un segmento de línea (línea de detección) de modo que un punto que pertenece a s también pertenecerá al borde que separa a las dos regiones. El principal interés es determinar qué puntos es un límite de transición. El segmento $s = (z_1, \dots, z_N)$ es una tira de

pixeles obtenida por la discretización de una línea recta en la imagen. Suponga que hay una intersección no nula entre el borde y la línea de detección y z_j es un punto tal que $(z_1, \dots, z_j)$ viene de una distribución $\mathcal{G}^0(\alpha_\ell, \gamma_\ell, L)$ y $(z_{j+1}, \dots, z_N)$ viene de la distribución $\mathcal{G}^0(\alpha_r, \gamma_r, L)$. Entonces, el valor de j indica la ubicación del borde. Para encontrar el punto de transición en cada segmento, $s^{(i)}$ se considera la función de probabilidad dada por:

$$l = \prod_{i=1}^j \Pr(z_i; \hat{\alpha}_\ell, \hat{\gamma}_\ell) \prod_{i=j+1}^m \Pr(z_i; \hat{\alpha}_r, \hat{\gamma}_r).$$

En donde j es el número de observaciones de la banda alrededor del segmento $s^{(i)}$ acostado entre C y c_i , y m es el número de observaciones en la banda que se encuentra entre c_i y P_i . Para encontrar el punto de transición, maximizamos la función log-verosimilitud para cada posible valor de j :

$$L = \ln(l) = \sum_{i=1}^j \ln\left(f_{\mathcal{G}_I^0}(z_i; \hat{\alpha}_\ell, \hat{\gamma}_\ell)\right) + \sum_{i=j+1}^m \ln\left(f_{\mathcal{G}_I^0}(z_i; \hat{\alpha}_r, \hat{\gamma}_r)\right).$$

Usando la siguiente ecuación:

$$f_{Z_I}(z) = \frac{n^n \Gamma(n - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(n) \Gamma(-\alpha)} \frac{z^{n-1}}{(\gamma + nz)^{n-\alpha}}, \quad z > 0,$$

obtenemos:

$$L = \sum_{i=1}^j \ln \left(\frac{n^n \Gamma(n - \hat{\alpha}_\ell) z_i^{n-1}}{\hat{\gamma}_\ell^{\hat{\alpha}_\ell} \Gamma(n) \Gamma(-\hat{\alpha}_\ell) (\hat{\gamma}_\ell + n z_i)^{n-\hat{\alpha}_\ell}} \right) + \sum_{i=j+1}^m \ln \left(\frac{n^n \Gamma(n - \hat{\alpha}_r) z_i^{n-1}}{\hat{\gamma}_r^{\hat{\alpha}_r} \Gamma(n) \Gamma(-\hat{\alpha}_r) (\hat{\gamma}_r + n z_i)^{n-\hat{\alpha}_r}} \right).$$

Finalmente, el índice estimado en el segmento que corresponde al punto de transición $\hat{j}$ es

$$\hat{j} = \arg \max_j L. \quad (2-1)$$

En la siguiente figura se muestran valores típicos de la función objetivo, tomados a lo largo de una línea recta del segmento. La posición correspondiente del máximo se considera el punto de transición entre ambas regiones, de acuerdo con la fórmula (2-1).

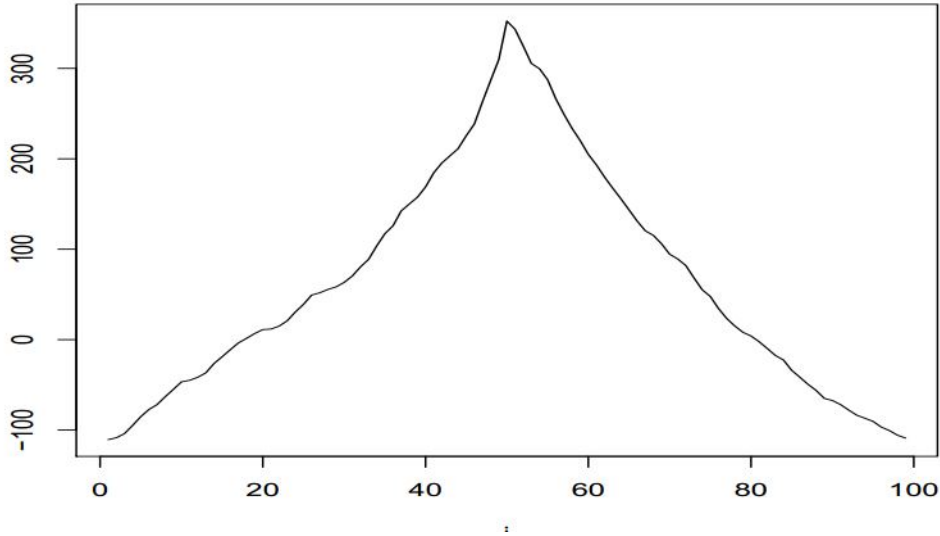


Figura 2-2: Valores de la función objetivo para un segmento de recta.

Los parámetros relevantes se estiman dentro de una ventana rectangular, de modo que la dirección de su eje principal coincide con el segmento que se procesa y de tal manera se incluye una muestra de la región y una muestra del fondo. Estas muestras se utilizan para estimar los parámetros $(\alpha_\ell, \gamma_\ell)$ y (α_r, γ_r) , respectivamente.

2.2. Detección de bordes No Paramétricos

La situación habitual de dos muestras es aquella por el cual el experimentador ha obtenido dos muestras, posiblemente de diferentes poblaciones y desea utilizar una prueba estadística para verificar si la hipótesis nula de las dos poblaciones son idénticas puede ser rechazada. Es decir, el experimentador desea detectar las diferencias entre las dos poblaciones sobre la base de las muestras aleatorias de esas poblaciones. Si las muestras consisten en datos de tipo ordinal, la diferencia más interesante es una diferencia en el parámetro de localización de las dos poblaciones.

Un enfoque intuitivo para el problema de dos muestras es combinar ambas muestras en una sola muestra y asignar rangos a los valores de muestra desde el valor más pequeño hasta el más grande, independientemente de la población de la cual proviene cada valor. Luego, el estadístico de prueba se puede calcular como la suma de los rangos asignado a esos valores de una de las poblaciones. Si la suma es demasiado pequeña (o demasiado grande), hay indicios de que los valores de esa población tienden a ser más pequeños (o más grandes, según el caso) que los valores de la otra población. Por lo tanto, la hipótesis nula de que no hay diferencias

entre las poblaciones pueden ser rechazadas si los rangos asociados con una muestra tienden a ser mayores que los de la otra muestra.

Los rangos pueden ser más beneficiosos que los datos reales por dos razones fundamentales. Primero, si los números asignados a las observaciones no tienen significado por sí mismos sino que alcanzan aceptación solo en una comparación ordinal con las otras observaciones, los números no contienen más información de la que contienen los rangos. Tal es la naturaleza de los datos ordinales.

En segundo lugar, incluso si los números tienen una buena aceptación pero la distribución no es una función de distribución gaussiana, la teoría generalmente está fuera de nuestro alcance cuando la estadística de prueba se basa en los datos reales. La teoría de probabilidad de estadísticas basadas en rangos es relativamente simple y, en muchos casos, no depende de la distribución subyacente.

2.3. La prueba de Kruskal-Wallis

La prueba de Mann-Whitney para dos muestras independientes se extendió al problema de analizar k muestras independientes, por $k \geq 2$, por Kruskal Wallis[8]. La situación experimental es aquella en la que se han obtenido muestras aleatorias de k , una de cada una de las diferentes poblaciones posibles de k , y queremos probar la hipótesis nula de que todas las poblaciones son idénticas frente a la alternativa que algunas de las poblaciones tienden a producir mayores valores observados que otras. El término "mayor" se aplica a observaciones de variables aleatorias, pero en realidad cualquier observación que pueda organizarse en orden creciente de acuerdo con algunas propiedades, como la calidad, el valor y similares, pueden analizarse utilizando la prueba de Kruskal-Wallis.

La estadística de prueba de Kruskal-Wallis es una función de los rangos de las observaciones de muestras combinadas, de manera similar a la prueba de Mann-Whitney.

Datos

Los datos consisten en k muestras aleatorias de posiblemente diferentes tamaños. Denota la muestra aleatoria i -ésima de tamaños n_i por $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in_i}$. Luego, los datos se pueden organizar en columnas:

Muestra 1	Muestra 2	...	Muestra k
$X_{1,1}$	$X_{2,1}$		$X_{k,1}$
$X_{1,2}$	$X_{2,2}$		$X_{k,2}$
$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
X_{1,n_1}	X_{2,n_2}		X_{k,n_k}

En donde N denota el número total de observaciones:

$$N = \sum_{i=1}^k n_i. \quad (2-2)$$

Asigne el rango 1 al más pequeño del total de N observaciones, clasifique 2 al segundo más pequeño, y así sucesivamente hasta la mayor de todas las observaciones de N , que recibe el rango asignado a X_{ij} .

Supongamos que R_i sea la suma de los rangos asignados a la muestra i th:

$$R_i = \sum_{j=1}^{n_i} R(X_{ij}) \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2-3)$$

Calcule R_i para cada muestra. Cuando los rangos se pueden asignar de maneras diferentes porque varias observaciones están vinculadas, asigne el rango promedio a cada una de las observaciones, como en la prueba anterior.

Suposiciones

- Todas las muestras son muestras aleatorias de las poblaciones respectivas.
- Además de la independencia dentro de cada muestra, hay independencia mutua entre las diversas muestras.
- La escala de medición es al menos ordinal.
- Las funciones de distribución de la población k son idénticas o algunas de las poblaciones tienden a producir valores mayores que otras poblaciones.

Hipótesis

Las siguientes hipótesis están cubiertas por esta prueba:

H_0 : Todas las funciones de distribución de población k son idénticas

H_1 : Al menos una población tiende a producir observaciones más grandes que al menos una de las otras poblaciones

Debido a que la prueba de Kruskal-Wallis está diseñada para ser sensible a las diferencias entre medias en las poblaciones k , la hipótesis alternativa a veces se establece de la siguiente manera.

H_1 : las poblaciones de k no tienen medios idénticos.

Estadística de prueba

La estadística de prueba T se define como:

$$T = \frac{1}{S^2} \left(\sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{n_i} - \frac{N(N+1)^2}{4} \right), \quad (2-4)$$

En donde N y R_i están definidos por las ecuaciones (2-2) y (2-3), respectivamente, y donde

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \left(\sum_{\text{Todos los rangos}} R(x_{ij})^2 - \frac{N(N+1)^2}{4} \right).$$

Si no hay vínculos, S^2 se simplifica a $N(N+1)/12$, y la estadística de prueba se reduce a

$$T_k = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1). \quad (2-5)$$

Si el número de lazos es moderado, habrá muy poca diferencia entre las ecuaciones (2-4) y (2.4), por lo que las ecuaciones más simples (2.4) pueden preferirse en la práctica.

2.4. Test Amaya-Girón

La estadística empírica Amaya-Girón fue concebida con base en la estadística no-paramétrica basada en rangos. Tomando como base el artículo escrito por Girón [1]. Los datos consisten de dos muestras aleatorias independientes.

Sea $X_1, X_2, \dots, X_n$ una muestra aleatoria de tamaño n de la población A y sea $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$, que denota una muestra aleatoria de tamaño m de la población B .

Población A	Población B
X_1	X_2
Y_1	Y_2
$\vdots$	$\vdots$
X_n	Y_m

Tomando como idea principal el uso de los rangos de la muestra combinada, la estadística empírica Amaya-Girón busca el máximo de la suma de los inversos de los coeficientes de variación estimados de cada zona:

$$EAG = \frac{\sum R_{l1}}{\sum (R_{l1} - \frac{\sum R_{l1}}{n})^2 / n - 1} + \frac{\sum R_{l2}}{\sum (R_{l2} - \frac{\sum R_{l2}}{m})^2 / m - 1}.$$

$$EAG = \frac{(n-1)\bar{R}_{L1}}{S_{L1}} + \frac{(m-1)\bar{R}_{L2}}{S_{L2}}$$

$$EAG = \frac{n-1}{CVE_{L1}} + \frac{m-1}{CVE_{L2}}$$

En el artículo escrito por Girón [1] concluyo que el método de kruskal Wallis es mejor que todos los estimadores propuestos, incluyendo el modelo universal de Gambini. Nuestro objetivo es superar por supuesto el de Gambini pero aún más el método de Kruskal Wallis. A continuación se presentan los resultados obtenidos, muy favorecedores para nuestra propuesta.

3 Resultados

Este trabajo presenta una prueba paramétrica basada en el estudio de Gambini(2006, 2008) y de Giron(2012)[1] y dos pruebas no paramétricas, una clásica y una empírica, los cuales están diseñados para evaluar la precisión de la búsqueda de un borde conocido en un vector de datos speckled.

En este capítulo se describen las simulaciones realizadas para obtener una evaluación cuantitativa del rendimiento de las técnicas que se evalúan, así como el análisis de los resultados obtenidos mediante un experimento de Monte Carlo. En donde evaluamos el error cometido al estimar el punto de borde (error local) para cada uno de los métodos descritos.

Se consideran varias situaciones y para cada situación son simuladas 1000 ventanas rectangulares de tamaño 20×100 (20 filas, 100 columnas) generadas con una distribución $\mathcal{G}_I^0(\alpha, \gamma, n)$.

Cada ventana se compone de dos partes, y cada situación corresponde a considerar $-\alpha_\ell \in \{3, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$, and $-\alpha_r \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

El número de aspecto en nuestro experimento, para cada situación, es $n \in \{1, 3, 8\}$; Estos valores abarcan una variedad de imágenes que a menudo se encuentran en la práctica, desde un solo look hasta multi-look suavizados. El parámetro de escala γ asume los valores resultantes de reemplazar n y α en la expresión

$$\gamma_{\alpha,n} = \frac{\Gamma(-\alpha)\Gamma(n)n}{\Gamma(-\alpha-1)\Gamma(n+1)}, \quad (3-1)$$

para garantizar un medio unitario. Es de destacar que optamos por probar los algoritmos de detección de bordes en una situación difícil, es decir, en un caso donde las áreas tienen el mismo valor medio (otorgado por $\gamma_{\alpha,n}$) y difieren solo por la textura.

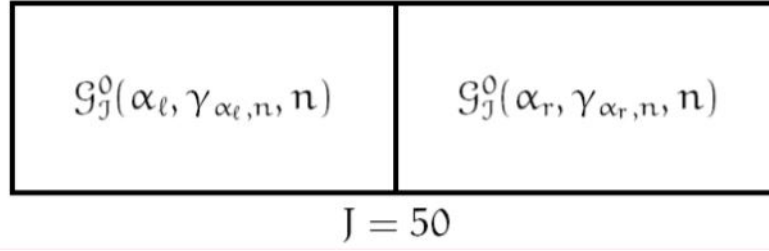


Figura 3-1: Esquema de una ventana rectangular en un segmento recto.

3.1. Zonas extremadamente heterogéneas con $n = 1$ and $\alpha_\ell = -3$

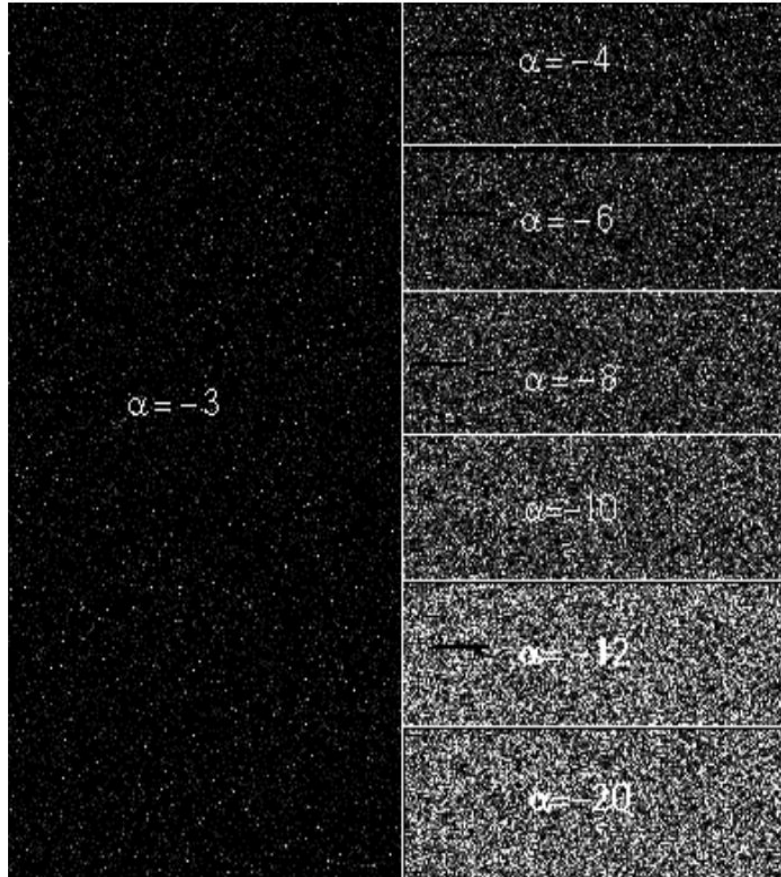


Figura 3-2: Imágenes sintéticas de $\mathcal{G}_I^0(\alpha, 1, 1)$, $\gamma = 1$ y $\alpha_\ell = -3$ a la izquierda contra $\alpha_r = \{-4, -6, -8, -10, -12, -20\}$ a la derecha.

La figura anterior presenta muestras generadas a partir de $\mathcal{G}_I^0(\alpha, 1, 1)$ distribución usando diferentes valores de α y $\gamma = 1$. Estas muestras corresponden a diferentes grados de homo-

geneidad. Cabe señalar que cuando el el parámetro α es cercano a cero, la varianza aumenta y, por lo tanto, se observa un mayor grado de heterogeneidad. Al lado izquierdo de esta figura hay una imagen generada a partir de $\mathcal{G}_I^0(-3, 1, 1)$, que representa áreas extremadamente heterogéneas, y a la derecha hay imágenes generadas con $\mathcal{G}_I^0(\alpha, 1, 1)$ con $\alpha = -4$ hasta $\alpha = -20$, que representan áreas con diferentes grados de rugosidad.

La tabla **3-1** presenta la tasa de error y el tiempo promedio para $\alpha_\ell = -3$ versus $\alpha_r \in \{-2, -4, \dots, -20\}$. Se observa que desde $\alpha_r = -5$ hasta $\alpha_r = -20$ todos los métodos muestran una tasa de error de 0 %,y que a medida que α se acerca a α_ℓ la tasa de error aumenta para todos los métodos. La tasa de error de **M. Gambini** y de **T. Kruskal** es de solo 0,3 % con $\alpha_r = -4$. En cambio el **T. Amaya-Girón** es de 0,4 %. Pero debemos considerar los diferentes tiempos de ejecución entre los métodos no paramétricos y **M. Gambini** son notables, siendo este último aproximadamente más lento que los otros dos métodos.

3	M. Gambini		T. Kruskal		T. Amaya-Giron	
α_r	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo
-20	0,0 %	0,4255	0,0 %	0,00047	0,0 %	0,00090
-19	0,0 %	0,1785	0,0 %	0,00053	0,0 %	0,00095
-18	0,0 %	0,1852	0,0 %	0,00051	0,0 %	0,00092
-17	0,0 %	0,2646	0,0 %	0,00051	0,0 %	0,00092
-16	0,0 %	0,2576	0,0 %	0,00051	0,0 %	0,00093
-15	0,0 %	0,1634	0,0 %	0,00051	0,0 %	0,00093
-14	0,0 %	0,2012	0,0 %	0,00052	0,0 %	0,00095
-13	0,0 %	0,2200	0,0 %	0,00050	0,0 %	0,00093
-12	0,0 %	0,1585	0,0 %	0,00052	0,0 %	0,00096
-11	0,0 %	0,1931	0,0 %	0,00052	0,0 %	0,00095
-10	0,0 %	0,1867	0,0 %	0,00052	0,0 %	0,00095
-9	0,0 %	0,1695	0,0 %	0,00052	0,0 %	0,00096
-8	0,0 %	0,1773	0,0 %	0,00052	0,0 %	0,00096
-7	0,0 %	0,1621	0,0 %	0,00052	0,0 %	0,00094
-6	0,0 %	0,1616	0,0 %	0,00051	0,0 %	0,00094
-5	0,0 %	0,1583	0,0 %	0,00051	0,0 %	0,00094
-4	0,3 %	0,1657	0,3 %	0,00052	0,4 %	0,00096
-2	0,0 %	0,1562	0,0 %	0,00051	0,0 %	0,00094

Tabla 3-1: Error rate and average time for $\alpha_\ell = -3$ vs. $\alpha_r \in \{-2, -4, -5, \dots, -19, -20\}$ cuando $n = 1$

3.2. Zonas extremadamente heterogéneas con $n = 1$ and $\alpha_\ell = -6$

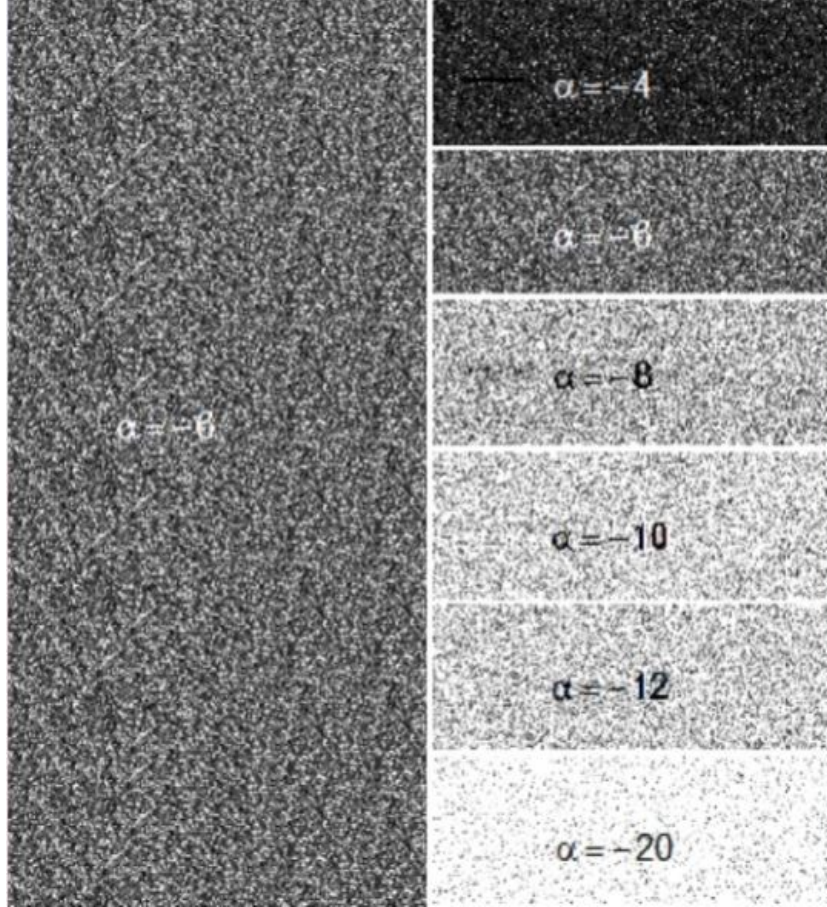


Figura 3-3: Imágenes sintéticas de $\mathcal{G}_I^0(\alpha, 1, 1)$, $\gamma = 1$ y $\alpha_\ell = -6$ a la izquierda contra $\alpha_r = \{-4, -6, -8, -10, -12, -20\}$ a la derecha.

La figura **3-3**, izquierda, es una imagen formada por muestras de $\mathcal{G}_I^0(-6, 1, 1)$, que representan áreas heterogéneas. La figura **3-3**, derecha, presenta muestras de la distribución $\mathcal{G}_I^0(\alpha_r, 1, 1)$ con $\alpha_r = -4$ hasta $\alpha_r = -20$ que representan áreas con diferentes grados de rugosidad.

La tabla **3-2** contiene los porcentajes de error y el tiempo promedio para $n = 1$, $\alpha_\ell = -6$. Notamos que el método **M. Gambini** presenta una tasa de error no muy significativa para $\alpha_r = -5$, en donde solo se obtiene una tasa de error igual a cero cuando α_r esta mas cerca a α_ℓ como es el caso de **T. Amaya-Girón** y **T. Kruskal** los cuales muestran comportamientos similares, en donde el porcentaje de error es del 0,0%. En el tiempo de ejecución promedio notamos la diferencia entre los métodos no paramétricos y **M. Gambini**, siendo este último

aproximadamente más lento.

6	M. Gambini		T. Kruskal		T. Amaya-Giron	
α_r	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo
-20	0,0 %	0,1574	0,0 %	0,00017	0,0 %	0,00030
-19	0,0 %	0,1350	0,0 %	0,00017	0,0 %	0,00031
-18	0,0 %	0,0957	0,0 %	0,00017	0,0 %	0,00035
-17	0,0 %	0,1154	0,0 %	0,00018	0,0 %	0,00034
-16	0,0 %	0,0739	0,0 %	0,00017	0,0 %	0,00032
-15	0,0 %	0,0664	0,0 %	0,00018	0,0 %	0,00030
-14	0,0 %	0,0736	0,0 %	0,00016	0,0 %	0,00034
-13	0,0 %	0,0715	0,0 %	0,00016	0,0 %	0,00033
-12	0,0 %	0,0658	0,0 %	0,00016	0,0 %	0,00033
-11	0,0 %	0,0744	0,0 %	0,00015	0,0 %	0,00033
-10	0,0 %	0,0733	0,0 %	0,00017	0,0 %	0,00032
-9	0,0 %	0,0690	0,0 %	0,00018	0,0 %	0,00031
-8	0,0 %	0,0699	0,0 %	0,00017	0,0 %	0,00035
-7	0,0 %	0,0738	0,0 %	0,00015	0,0 %	0,00033
-5	0,1 %	0,0619	0,0 %	0,00017	0,0 %	0,00033
-4	0,0 %	0,0651	0,0 %	0,00015	0,0 %	0,00037
-3	0,0 %	0,0593	0,0 %	0,00017	0,0 %	0,00034
-2	0,0 %	0,0592	0,0 %	0,00017	0,0 %	0,00033

Tabla 3-2: Tasa de error y tiempo promedio para $\alpha_\ell = -6$ vs. $\alpha_r \in \{-2, -4, -5, \dots, -19, -20\}$ cuando $n = 1$

3.3. Zonas extremadamente heterogéneas con $n = 1$ and $\alpha_\ell = -12$

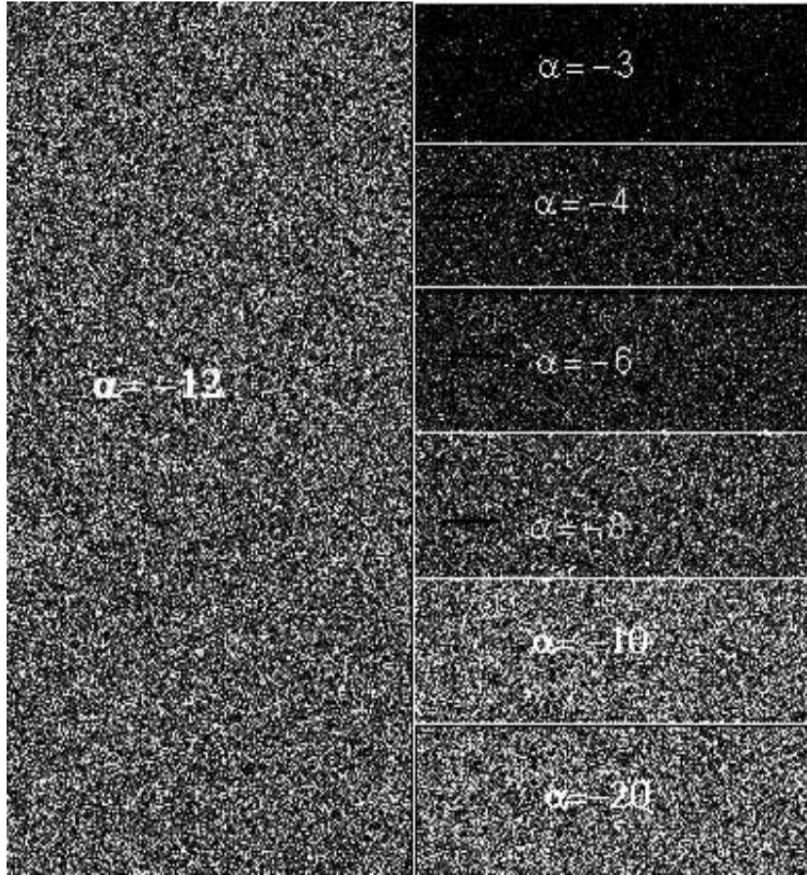


Figura 3-4: Imágenes sintéticas de $\mathcal{G}_I^0(\alpha, 1, 1)$, $\gamma = 1$ y $\alpha_\ell = -12$ a la izquierda contra $\alpha_r = \{-3, -4, -6, -8, -10, -20\}$ a la derecha.

La figura **3-4**, izquierda, es una imagen formada por muestras de $\mathcal{G}_I^0(-12, 1, 1)$, que representan áreas homogéneas. La figura **3-4**, derecha, presenta muestras de la distribución $\mathcal{G}_I^0(\alpha_r, 1, 1)$ con $\alpha_r = -3$ hasta $\alpha_r = -20$ que representan áreas con diferentes grados de rugosidad.

La tabla **3-3** contiene los porcentajes de error y el tiempo promedio para $n = 1$, $\alpha_\ell = -12$. Notamos que en los tres métodos se presentan altas tasas de error para los valores de $\alpha_r = -13$ y $\alpha_r = -11$. En donde el método con un mayor porcentaje de error cuando $\alpha_r = -13$ es el de **T. Kruskal** con un porcentaje del 13,8 %, seguido por el método **T. Amaya-Girón** con un porcentaje del 13,5 %, finalizando con el método de **M. Gambini** en donde presenta un error del 13,3 %. En el tiempo de ejecución se puede notar que el método de **M. Gambini**

sigue siendo más lento que los otros dos métodos y sin embargo los errores son prácticamente iguales.

Para el caso de $\alpha_r = -11$ podemos notar que el método con menor porcentaje de error es el propuesto **T. Amaya-Girón** en con un error del 42,2 %, seguido por el método de **T. Kruskal** y finalmente el de **M. Gambini** el cual presenta una tasa de error del casi 70 %.

Esta tabla muestra que entre mas pequeño sea el valor de α_r y α_ℓ y estos valores muy próximos, el método de **T. Amaya-Girón** presenta menos error.

12	M. Gambini		T. Kruskal		T. Amaya-Giron	
α_r	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo
-20	0,0 %	0,1625	0,0 %	0,00014	0,0 %	0,00032
-19	0,0 %	0,0682	0,0 %	0,0001576	0,0 %	0,00032
-18	0,0 %	0,0797	0,0 %	0,00017	0,0 %	0,00034
-17	0,0 %	0,0824	0,0 %	0,00016	0,0 %	0,00032
-16	0,6 %	0,0993	0,4 %	0,00018	0,3 %	0,00033
-15	0,0 %	0,0985	0,0 %	0,00018	0,0 %	0,00033
-14	0,0 %	0,1209	2,4 %	0,00017	0,4 %	0,00031
-13	13,3 %	0,0817	13,8 %	0,00015	13,5 %	0,00034
-11	69,8 %	0,0681	50,8 %	0,00016	42,2 %	0,00034
-10	0,0 %	0,1058	0,0 %	0,00015	0,0 %	0,00031
-9	0,0 %	0,0849	0,0 %	0,00016	0,0 %	0,00036
-8	0,0 %	0,0688	0,0 %	0,00016	0,0 %	0,00032
-7	0,0 %	0,0980	0,0 %	0,00017	0,0 %	0,00030
-6	0,0 %	0,0673	0,0 %	0,00017	0,0 %	0,00034
-5	0,0 %	0,0879	0,0 %	0,00014	0,0 %	0,00033
-4	0,0 %	0,0817	0,0 %	0,00015	0,0 %	0,00034
-3	0,0 %	0,0820	0,0 %	0,00017	0,0 %	0,00031
-2	0,0 %	0,0593	0,0 %	0,00015	0,0 %	0,00033

Tabla 3-3: Tasa de error y tiempo promedio para $\alpha_\ell = -12$ vs. $\alpha_r \in \{-2, -4, -5, \dots, -19, -20\}$ cuando $n = 1$

3.4. Zonas extremadamente heterogéneas con $n = 1$ and $\alpha_\ell = -18$

En el lado izquierdo de la figura **3-5** encontramos una imagen generada a partir de $\mathcal{G}_I^0(-18, 1, 1)$, que representa áreas homogéneas, y a la derecha hay imágenes generadas por $\alpha_r = -4$ hasta $\alpha_r = -20$, que representan áreas con diferentes grados de rugosidad.

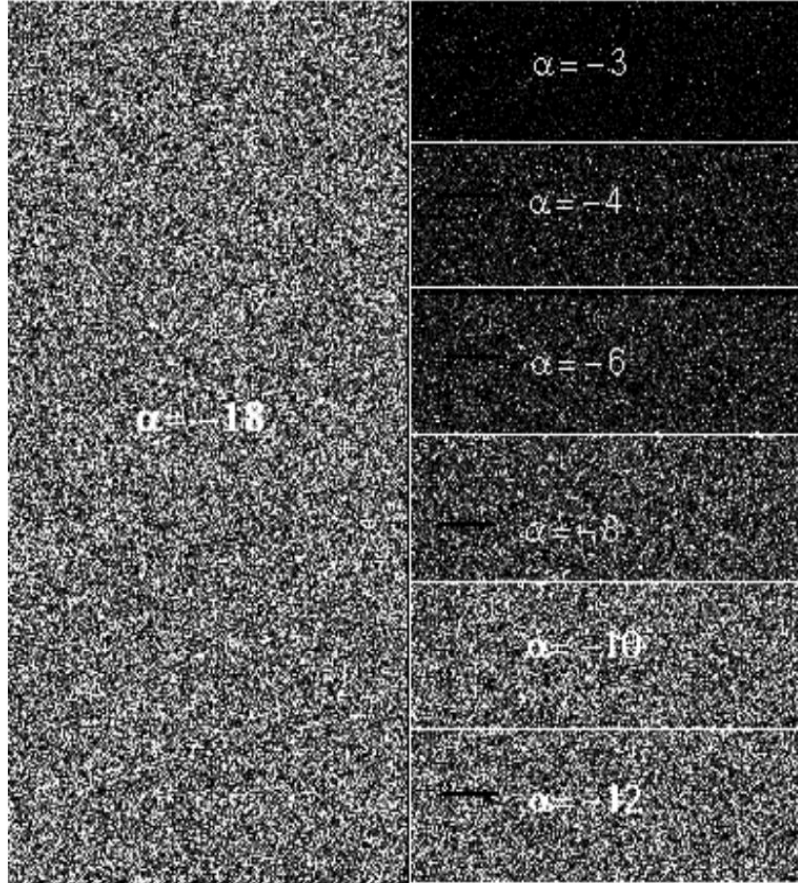


Figura 3-5: Imágenes sintéticas de $\mathcal{G}_I^0(\alpha, 1, 1)$, $\gamma = 1$ y $\alpha_\ell = -18$ a la izquierda contra $\alpha_r = \{-3, -4, -6, -8, -10, -20\}$ a la derecha.

La tabla **3-4** contiene la tasa de error y el tiempo promedio de los métodos bajo evaluación para $\alpha_\ell = -18$. Notamos que **M. Gambini**, **T. Kruskal** y **T. Amaya-Girón** presentan el porcentaje de error cero en los casos en que la imagen a la derecha del borde es generado a partir de $\alpha_r \Rightarrow -16$ y cuando $\alpha_r = -20$; la tasa de error aumenta a medida que α_r se acerca a α_ℓ . Tenga en cuenta que el mayor porcentaje de error de estos métodos ocurre para $\alpha_r = -17$ y $\alpha_r = -19$.

Por otro lado el tiempo promedio de ejecución de **T. Kruskal** y de **T. Amaya-Girón** es

aproximadamente 1000 veces menor que el de **M. Gambini** cuando $\alpha_r = -19$. El método más rápido es **T. Kruskal** seguido muy de cerca **T. Amaya-Girón**.

18	M. Gambini		T. Kruskal		T. Amaya-Giron	
α_r	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo
-20	0,0 %	0,1871	0,0 %	0,00014	0,0 %	0,00033
-19	87,2 %	0,1145	80,1 %	0,00016	79,6 %	0,00032
-17	1,6 %	0,0769	0,2 %	0,00017	0,8 %	0,00032
-16	0,0 %	0,1284	0,0 %	0,00018	0,0 %	0,00032
-15	0,0 %	0,0966	0,0 %	0,00014	0,0 %	0,00033
-14	0,0 %	0,1062	0,0 %	0,00016	0,0 %	0,00031
-13	0,0 %	0,0783	0,0 %	0,00017	0,0 %	0,00033
-12	0,0 %	0,0669	0,0 %	0,00018	0,0 %	0,00031
-11	0,0 %	0,0707	0,0 %	0,00017	0,0 %	0,00032
-10	0,0 %	0,0804	0,0 %	0,00018	0,0 %	0,00033
-9	0,0 %	0,0866	0,0 %	0,00015	0,0 %	0,00035
-8	0,0 %	0,1064	0,0 %	0,00018	0,0 %	0,00034
-7	0,0 %	0,0980	0,0 %	0,00017	0,0 %	0,00033
-6	0,0 %	0,0708	0,0 %	0,00015	0,0 %	0,00037
-5	0,0 %	0,0628	0,0 %	0,00016	0,0 %	0,00035
-4	0,0 %	0,0660	0,0 %	0,00015	0,0 %	0,00033
-3	0,0 %	0,0618	0,0 %	0,00016	0,0 %	0,00031
-2	0,0 %	0,0780	0,0 %	0,00017	0,0 %	0,00033

Tabla 3-4: Tasa de error y tiempo promedio para $\alpha_\ell = -12$ vs. $\alpha_r \in \{-2, -4, -5, \dots, -19, -20\}$ cuando $n = 1$

3.5. Zonas extremadamente heterogéneas con $n = 3$ y $\alpha_\ell = -3$

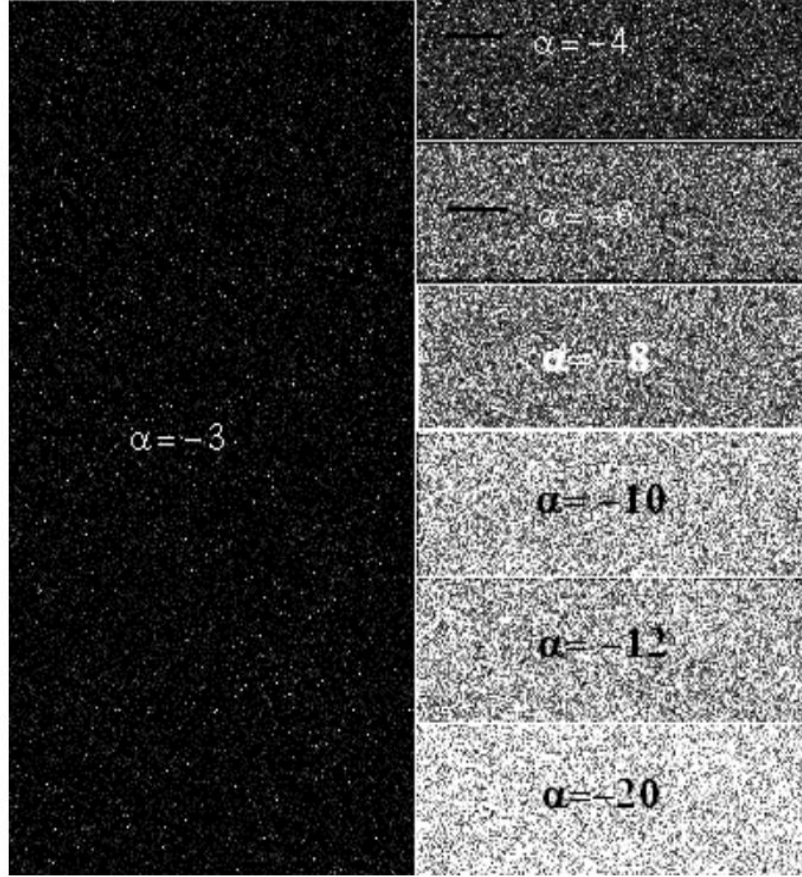


Figura 3-6: Imágenes sintéticas de $\mathcal{G}_I^0(\alpha, 1, 3)$, $\gamma = 1$ y $\alpha_\ell = -3$ a la izquierda contra $\alpha_r = \{-4, -6, -8, -10, -20\}$ a la derecha.

La figura **3-6** muestra imágenes de muestras generadas a partir de $\mathcal{G}_I^0(\alpha, 1, 3)$ con diferentes valores de α . En el lado izquierdo de la figura encontramos una imagen generada a partir de $\mathcal{G}_I^0(-3, 1, 3)$.

La tabla **3-5** presenta la tasa de error y el tiempo promedio obtenido por los métodos utilizados en la simulación. Tenga en cuenta que los porcentajes de errores de todos los métodos son cero. Esto quiere decir que al usar un n mayor a uno, los errores de los métodos disminuyen.

3	M. Gambini		T. Kruskal		T. Amaya-Giron	
α_r	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo
-20	0,0 %	0,0668	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-19	0,0 %	0,0644	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-18	0,0 %	0,0635	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-17	0,0 %	0,0729	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-16	0,0 %	0,0599	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-15	0,0 %	0,0595	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-14	0,0 %	0,0594	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-13	0,0 %	0,0600	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-12	0,0 %	0,0606	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-11	0,0 %	0,0597	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-10	0,0 %	0,0589	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-9	0,0 %	0,0591	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-8	0,0 %	0,0608	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-7	0,0 %	0,0603	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-6	0,0 %	0,0590	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-5	0,0 %	0,0599	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-4	0,0 %	0,0586	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-2	0,0 %	0,0565	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003

Tabla 3-5: Tasa de error y tiempo promedio para $\alpha_\ell = -3$ vs. $\alpha_r \in \{-2, -4, -5, \dots, -19, -20\}$ cuando $n = 3$

3.6. Zonas extremadamente heterogéneas con $n = 3$ y

$$\alpha_\ell = -6$$

6	M. Gambini		T. Kruskal		T. Amaya-Giron	
α_r	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo
-20	0,0 %	0,0698	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-19	0,0 %	0,0636	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-18	0,0 %	0,0621	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-17	0,0 %	0,0741	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-16	0,0 %	0,0632	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-15	0,0 %	0,0609	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-14	0,0 %	0,0637	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-13	0,0 %	0,0675	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-12	0,0 %	0,0660	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-11	0,0 %	0,0627	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-10	0,0 %	0,0623	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-9	0,0 %	0,0653	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-8	0,0 %	0,0648	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-7	0,1 %	0,0688	0,0 %	0,0002	0,2 %	0,0003
-5	0,0 %	0,0618	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-4	0,0 %	0,0617	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-3	0,0 %	0,0595	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-2	0,0 %	0,0582	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004

Tabla 3-6: Tasa de error y tiempo promedio para $\alpha_\ell = -6$ vs. $\alpha_r \in \{-2, -4, -5, \dots, -19, -20\}$ cuando $n = 3$

La tabla **3-6** contiene los porcentajes de error y el tiempo promedio para $\alpha_\ell = -6$, $n = 3$. Podemos observar que cuando $\alpha_r = -7$ los métodos de **M. Gambini** y **T. Amaya-Girón** presentan errores del 0,1 % y 0,2 % respectivamente. En cambio el método **T.Kruskal** es el mejor método ya que no presenta errores y computacionalmente es un poco más rápido que el método **T. Amaya-Girón**.

3.7. Zonas extremadamente heterogéneas con $n = 3$ y

$$\alpha_\ell = -12$$

La tabla **3-7** contiene la tasa de error y el tiempo promedio para $\alpha_\ell = -12$, $n = 3$ y diferentes valores de α_r . Tenga en cuenta que **M. Gambini**, **T. Kruskal** y **T. Amaya-**

Girón en general tienen un buen rendimiento. El **M. Gambini** tiene el menor porcentaje de error cuando $\alpha_r = -13$, y el mayor porcentaje de error cuando $\alpha_r = -11$ con 26,4 %. Para $\alpha_r = -14$, el método con el mejor comportamiento es el de **T. Amaya-Girón** con un porcentaje de error del 0,0 %.

12 α_r	M. Gambini		T. Kruskal		T. Amaya-Girón	
	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo
-20	0,0 %	0,0784	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-19	0,0 %	0,0851	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-18	0,0 %	0,0741	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-17	0,0 %	0,0706	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-16	0,0 %	0,0726	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-15	0,0 %	0,0731	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-14	0,4 %	0,0690	0,1 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-13	14,9 %	0,0676	31,5 %	0,0002	16,3 %	0,0003
-11	26,4 %	0,0721	24,5 %	0,0002	20,2 %	0,0003
-10	0,0 %	0,0717	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-9	0,0 %	0,0715	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-8	0,0 %	0,0662	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-7	0,0 %	0,0644	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-6	0,0 %	0,0639	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-5	0,0 %	0,0623	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-4	0,0 %	0,0625	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-3	0,0 %	0,0594	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-2	0,0 %	0,0577	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003

Tabla 3-7: Tasa de error y tiempo promedio para $\alpha_\ell = -12$ vs. $\alpha_r \in \{-2, -4, -5, \dots, -19, -20\}$ cuando $n = 3$

3.8. Zonas extremadamente heterogéneas con $n = 3$ y

$$\alpha_\ell = -18$$

La tabla **3-9** contiene la tasa de error y el tiempo promedio de los métodos en estudio al detectar el borde en una imagen de 20×100 generada con $\alpha_\ell = -18$ y $n = 3$. Notamos que **M. Gambini**, **T. Kruskal** y **T. Amaya-Girón** presentan porcentajes de error iguales a cero en los casos en donde $\alpha_r \geq -16$; la tasa de error aumenta a medida que α_r se acerca a α_ℓ . Tenga en cuenta que el mayor porcentaje de error de estos métodos ocurre para $\alpha_r = -17$ y $\alpha_r = -19$. El **T. Amaya-Girón** presenta porcentajes de error más pequeños en comparación con **M. Gambini** para $\alpha_r = -17, -19$.

Tabla 3-8: Add caption

18	M. Gambini		T. Kruskal		T. Amaya-Giron	
α_r	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo
-20	0,3 %	0,0957	0,5 %	0,0002	0,3 %	0,0003
-19	15,7 %	0,0825	13,1 %	0,0002	12,0 %	0,0003
-17	31,3 %	0,0760	11,2 %	0,0002	10,9 %	0,0003
-16	0,0 %	0,0768	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-15	0,0 %	0,0704	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0002
-14	0,0 %	0,0754	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-13	0,0 %	0,0714	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-12	0,0 %	0,0667	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-11	0,0 %	0,0723	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-10	0,0 %	0,0696	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-9	0,0 %	0,0673	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-8	0,0 %	0,0640	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-7	0,0 %	0,0744	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-6	0,0 %	0,0643	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-5	0,0 %	0,0632	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-4	0,0 %	0,0621	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-3	0,0 %	0,0612	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-2	0,0 %	0,0604	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0002

Tabla 3-9: Tasa de error y tiempo promedio para $\alpha_\ell = -18$ vs. $\alpha_r \in \{-2, -4, -5, \dots, -19, -20\}$ cuando $n = 3$

3.9. Zonas extremadamente heterogéneas con $n = 8$ y $\alpha_\ell = -3$

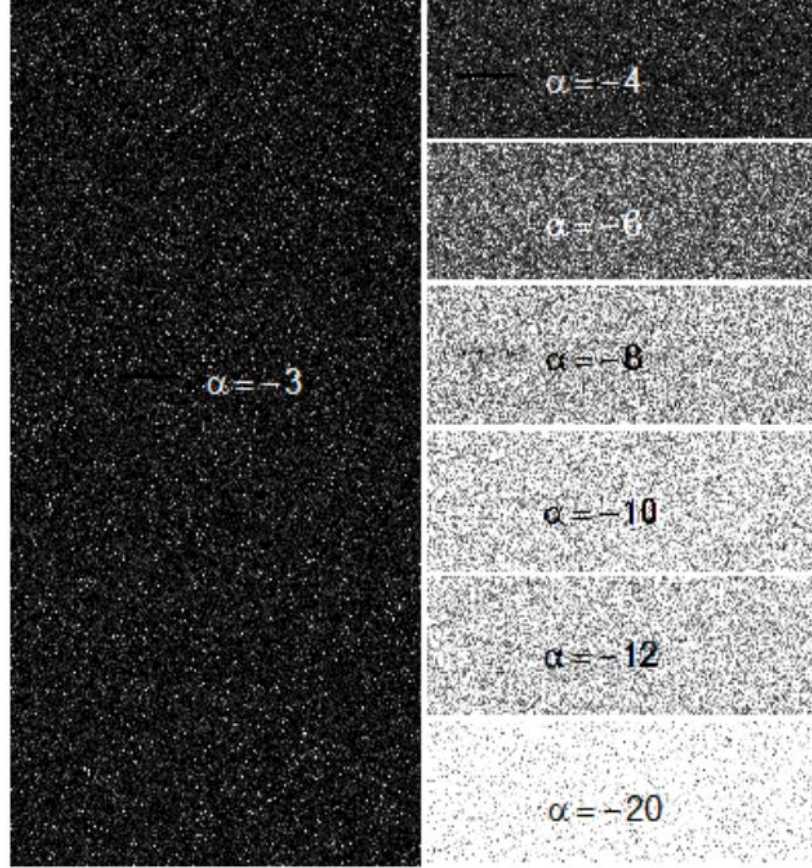


Figura 3-7: Imágenes sintéticas de $\mathcal{G}_I^0(\alpha, 1, 8)$, $\gamma = 1$ y $\alpha_\ell = -3$ a la izquierda contra $\alpha_r = \{-4, -6, -8, -10, -12, -20\}$ a la derecha.

La figura 3-8, izquierda, muestra una imagen generada a partir de $\mathcal{G}_I^0(-3, 1, 8)$ que representa áreas extremadamente heterogéneas. Figura 3-8, a la derecha, tenemos imágenes generadas con $\alpha_r = -4$ hasta $\alpha_r = -20$ que representan áreas con diferentes grados de rugosidad.

La tabla 3-10 presenta los porcentajes de errores y el tiempo promedio obtenido por los métodos considerados en la simulación. Tenga en cuenta que la tasa de error de todos los métodos es cero y presentan un comportamiento excelente en la detección de bordes cuando $\alpha_\ell = -3$ y $n = 8$.

3	M. Gambini		T. Kruskal		T. Amaya-Giron	
α_r	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo
-20	0,0 %	0,0603	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-19	0,0 %	0,0601	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-18	0,0 %	0,0603	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-17	0,0 %	0,0606	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-16	0,0 %	0,0603	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-15	0,0 %	0,0609	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-14	0,0 %	0,0599	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-13	0,0 %	0,0591	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-12	0,0 %	0,0592	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-11	0,0 %	0,0588	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-10	0,0 %	0,0590	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-9	0,0 %	0,0598	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-8	0,0 %	0,0590	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-7	0,0 %	0,0597	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-6	0,0 %	0,0593	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-5	0,0 %	0,0589	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-4	0,0 %	0,0587	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-2	0,0 %	0,0567	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004

Tabla 3-10: Tasa de error y tiempo promedio para $\alpha_\ell = -3$ vs. $\alpha_r \in \{-2, -4, -5, \dots, -19, -20\}$ cuando $n = 8$

3.10. Zonas extremadamente heterogéneas con $n = 8$ y $\alpha_\ell = -6$

La tabla **3-11** contiene la tasa de error y el tiempo promedio para $\alpha_\ell = -6$, $n = 8$ y diferentes valores de α_r . Tenga en cuenta que no se presenta errores en la detección de bordes para cualquier valor de α_r .

6	M. Gambini		T. Kruskal		T. Amaya-Giron	
α_r	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo
-20	0,0 %	0,0626	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-19	0,0 %	0,0630	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-18	0,0 %	0,0632	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-17	0,0 %	0,0642	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-16	0,0 %	0,0638	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-15	0,0 %	0,0650	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-14	0,0 %	0,0636	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-13	0,0 %	0,0640	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-12	0,0 %	0,0650	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-11	0,0 %	0,0633	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-10	0,0 %	0,0624	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-9	0,0 %	0,0639	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-8	0,0 %	0,0635	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-7	0,0 %	0,0683	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-5	0,0 %	0,0616	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-4	0,0 %	0,0607	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-3	0,0 %	0,0591	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-2	0,0 %	0,0579	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004

Tabla 3-11: Tasa de error y tiempo promedio para $\alpha_\ell = -6$ vs. $\alpha_r \in \{-2, -4, -5, \dots, -19, -20\}$ cuando $n = 8$

3.11. Zonas extremadamente heterogéneas con $n = 8$ y $\alpha_\ell = -12$

La tabla **3-12** presenta las tasas de error y los tiempos de ejecución promedio logrados por los diferentes métodos en la simulación, con $n = 8$ y $\alpha_\ell = -12$. Notamos que en el método **M. Gambini** obtiene errores de 0,3 % y 1,2 % cuando α_r está en -13 y -11 .

El método **T. Kruskal** obtiene errores de 0,4 % y 1,3 % cuando α_r está en -13 y -11 . Por otra parte el método de **T. Amaya-Girón** detecta satisfactoriamente los bordes cuando α_r está en -13 y -11 obteniendo errores de 0,4 % y 0,4 % respectivamente siendo el mejor método a la hora de detectar errores en los bordes.

12	M. Gambini		T. Kruskal		T. Amaya-Giron	
α_r	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo
-20	0,0 %	0,0661	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-19	0,0 %	0,0664	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-18	0,0 %	0,0679	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-17	0,0 %	0,0730	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-16	0,0 %	0,0714	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-15	0,0 %	0,0686	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-14	0,0 %	0,0703	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-13	0,3 %	0,0693	0,4 %	0,0002	0,4 %	0,0003
-11	1,2 %	0,0671	1,3 %	0,0002	0,4 %	0,0003
-10	0,0 %	0,0683	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-9	0,0 %	0,0671	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-8	0,0 %	0,0648	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-7	0,0 %	0,0645	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-6	0,0 %	0,0634	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-5	0,0 %	0,0604	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-4	0,0 %	0,0595	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-3	0,0 %	0,0591	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-2	0,0 %	0,0602	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004

Tabla 3-12: Tasa de error y tiempo promedio para $\alpha_\ell = -6$ vs. $\alpha_r \in \{-2, -4, -5, \dots, -19, -20\}$ cuando $n = 8$

3.12. Zonas extremadamente heterogéneas con $n = 8$ y $\alpha_\ell = -18$

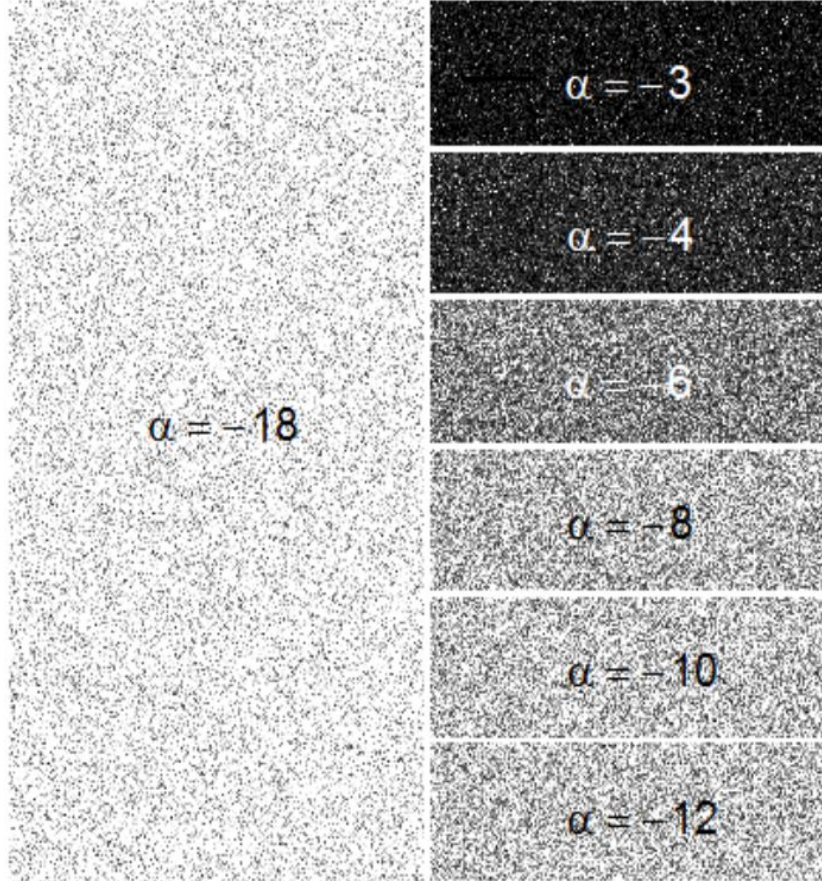


Figura 3-8: Imágenes sintéticas de $\mathcal{G}_I^0(\alpha, 1, 8)$, $\gamma = 1$ y $\alpha_\ell = -18$ a la izquierda contra $\alpha_r = \{-3, -4, -6, -8, -10, 12, -20\}$ a la derecha.

La tabla **3-13** presenta las tasas de error y los tiempos de ejecución promedio logrados por los diferentes métodos en la simulación, con $n = 8$ y $\alpha_\ell = -18$. Notamos que **M. Gambini** obtiene errores entre 3,1% y 0,2% cuando α_r está entre -19 y -16 . **T. Kruskal** obtiene errores entre 3,4% y 0,3% cuando α_r está entre -19 y -16 . Para finalizar el método de **M. Amaya-Girón** detecta satisfactoriamente errores entre 3,0% y 0,3% cuando α_r está entre -19 y -16 .

18	M. Gambini		T. Kruskal		T. Amaya-Giron	
α_r	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo	% de error	Tiempo
-20	0,0 %	0,0746	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-19	3,1 %	0,0754	3,4 %	0,0002	3,0 %	0,0004
-17	1,7 %	0,0752	1,5 %	0,0002	1,4 %	0,0003
-16	0,2 %	0,0770	0,3 %	0,0002	0,3 %	0,0003
-15	0,0 %	0,0740	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-14	0,0 %	0,0719	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-13	0,0 %	0,0732	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-12	0,0 %	0,0677	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-11	0,0 %	0,0664	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-10	0,0 %	0,0662	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-9	0,0 %	0,0649	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-8	0,0 %	0,0641	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004
-7	0,0 %	0,0651	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-6	0,0 %	0,0635	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-5	0,0 %	0,0608	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-4	0,0 %	0,0617	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-3	0,0 %	0,0600	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0003
-2	0,0 %	0,0601	0,0 %	0,0002	0,0 %	0,0004

Tabla 3-13: Tasa de error y tiempo promedio para $\alpha_\ell = -18$ vs. $\alpha_r \in \{-2, -4, -5, \dots, -19, -20\}$ cuando $n = 8$

En este capítulo presentó la experiencia de Monte Carlo diseñada para evaluar el rendimiento de los métodos de detección de cinco bordes con respecto al error en la búsqueda de un borde y el tiempo de ejecución.

4 Conclusiones

- Considerando los resultados obtenidos a través del Simulaciones de Monte Carlo, se puede concluir que el detector **T. Kruskal** y el detector **T. Amaya-Girón** es ligeramente mejor que el de **M. Gambini**.
- El detector **T. Kruskall** y el detector **T. Amaya-Girón** son muy similares a la hora de los resultados, tanto como en el error como en el tiempo de ejecución. Lo que si es seguro es que el tiempo de los dos detectores son 1000 veces menor que el de **M. Gambini**.
- Todos los métodos sobre estudio presentan buen desempeño, cuando el borde separa áreas con rugosidad muy diferente. Cuando la imagen generada representa zonas homogéneas, el porcentaje de error de todos los métodos son relativamente elevados. Sin embargo, ese problema es disminuido con el aumento del número de looks n , así la detección del borde es mas exacta.

Bibliografia

- [1] Giron; Cribari-Neto, Frery, *Nonparametric edge detection in speckled imagery*, Universidade Federal de Pernambuco (2012).
- [2] M. N. Fesharaki and G. R. Hellestrand, *A new edge detection algorithm based on a statistical approach*, International Symposium on Speech, Image Processing and Neural Networks (ISSIPNN), vol. 1, 1994, pp. 21–24.
- [3] Canada Centre for Remote Sensing, *Fundamentals of remote sensing*, . 13, 14, 16, 17, 18, 19, 24, 25, 29, 30, 31, 32, 36.
- [4] A. C. Frery, H. J. Müller, C. C. Freitas, and S. J. Siqueira, *A model for extremely heterogeneous clutter*, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. **35** (1997), no. 3, 648–659.
- [5] J. Gambini, M. Mejail, J. Jacobo-Berlles, and A. C. Frery, *Accuracy of edge detection methods with local information in speckled imagery*, Statistics and Computing **18** (2008), no. 1, 15–26.
- [6] J. Gambini, M. E. Mejail, J. Jacobo-Berlles, and A. C. Frery, *Feature extraction in speckled imagery using dynamic B-spline deformable contours under the $\mathcal{G}^0$ model*, International Journal of Remote Sensing **27** (2006), no. 22, 5037–5059.
- [7] D. Hoon Lim and S Ju Jang, *Comparison of two-sample tests for edge detection in noisy images*, Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician) **51** (2002), no. 1, 21–30.
- [8] W. H. Kruskal and W. A. Wallis, *Use of ranks in one-criterion variance analysis*, Journal of the American Statistical Association **47** (1952), no. 260, 583–621.
- [9] D. H. Lim, *Robust edge detection in noisy images*, Computational Statistics & Data Analysis **50** (2006), no. 3, 803–812.
- [10] C. Oliver and S. Quegan, *Understanding synthetic aperture radar images*, Artech House, Boston., 1998.
- [11] C. C. Yanasse, A. C. Frery, and S. Santanna, *Stochastic distributions and the multiplicative model: relations, properties, estimators and applications to SAR image analysis*, Relatório técnico, INPE, São José dos Campos, SP, Brazil, 1995.