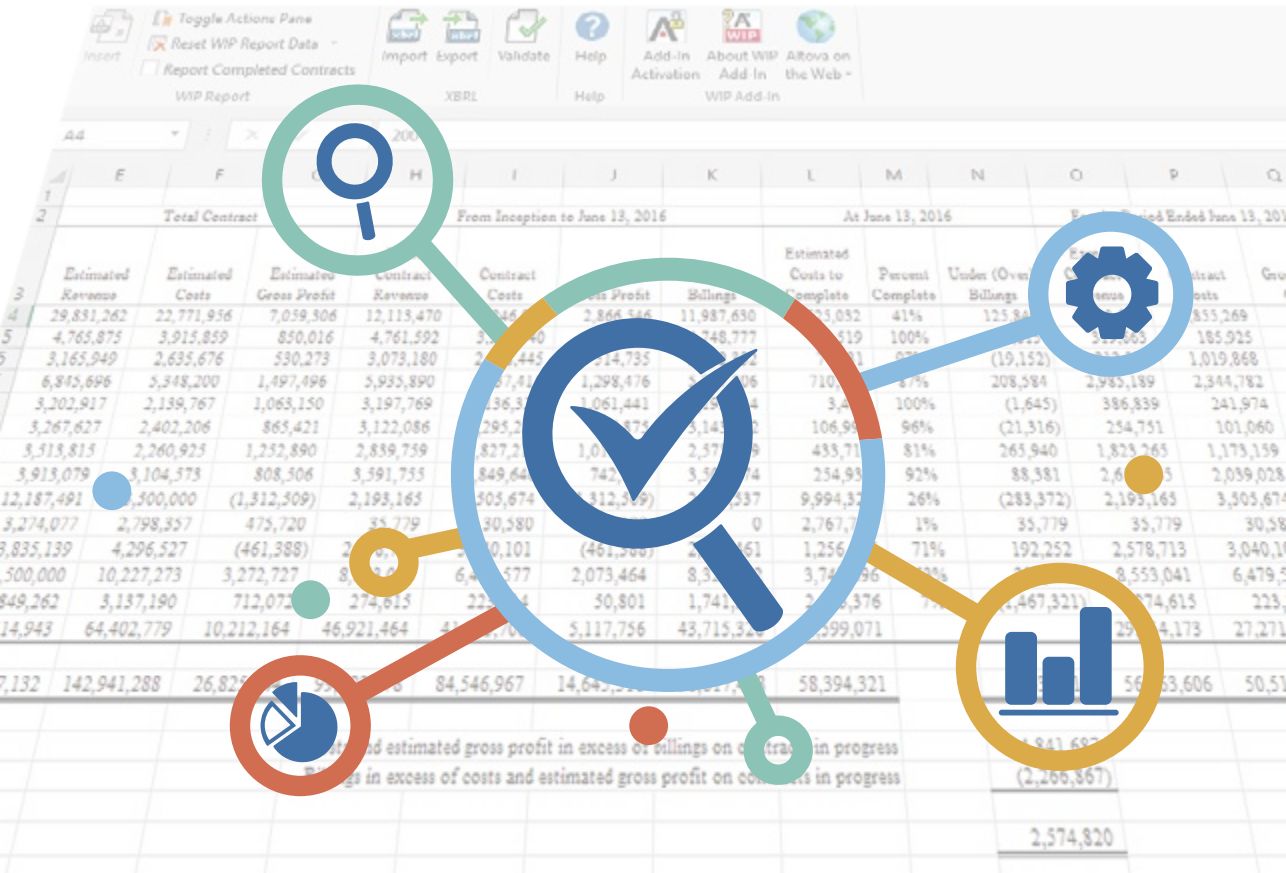




UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
T U N J A



Vigencia por seis años



INTRODUCCIÓN A LOS PRONÓSTICOS UTILIZANDO EXCEL:

Enfoque aplicado a los negocios y a las finanzas



ediciones
USTA
UNIVERSIDAD
SANTO TOMÁS

Introducción a los pronósticos utilizando Excel:



Enfoque aplicado a los negocios
y a las finanzas

Alexander Carvajal

UNIVERSIDAD SANTO TOMAS

Primera edición, 2018

ISBN: 978-958-5471-09-2

Corrección de Estilo: Fray Ángel María Beltrán N., O.P.

Diagramación e impresión: Búhos editores Ltda.



Ediciones Usta
Universidad Santo Tomás

Todos los derechos reservados conforme a la ley.

Se permite la reproducción citando fuente.

El pensamiento que se expresa en esta obra, es exclusiva responsabilidad de los autores y no compromete la ideología de la Universidad Santo Tomás.

Queda prohibida la reproducción parcial o total de este libro por cualquier proceso reprográfico o fónico, especialmente por fotocopia, microfilme, offset o mimeógrafo.

Ley 23 de 1982



Departamento Ediciones Usta Tunja
Universidad Santo Tomás Seccional Tunja

*A mi hija:
En sus ojos puedo ver mis sueños...*

ALEXANDER CARVAJAL

Economista de la Universidad del Tolima sede Ibagué, Especialista en Matemáticas Aplicadas de la Universidad Sergio Arboleda Sede Bogotá y Máster en Estadística Aplicada de la Universidad de Granada.

Actualmente se desempeña como docente tiempo completo del programa de Negocios Internacionales de la Universidad Santo Tomás sede Tunja.

Prefacio

La idea de escribir este libro didáctico, nació de la intención de generar una guía aplicada al tema de pronósticos utilizando la herramienta de la hoja cálculo Excel. El texto presentado no busca ser un tutorial de Excel, ni pretende demostrar matemáticamente las diferentes técnicas de pronóstico presentadas, lo cual, no implica que se deje a un lado la rigurosidad que el tema requiere.

El propósito principal del libro es ser una guía para la enseñanza de los pronósticos en las áreas de negocios y finanzas. Las aplicaciones se presentan en Excel, ya que este es un programa informático de fácil acceso y manejo para docentes y estudiantes interesados en la temática desarrollada. Las aplicaciones se pueden realizar utilizando Excel 2010 y versiones posteriores incluida la versión 2016.

Confío en que el trabajo presentado tenga buena aceptación en el ámbito universitario y se utilice como apoyo bibliográfico en variadas asignaturas que en su contenido temático aborden los pronósticos. Mi confianza radica en que el libro es de fácil comprensión, aborda un lenguaje sencillo y se apoya en imágenes o “pantallazos” de los procedimientos realizados.

Finalmente, espero que esta primera edición no sea la única y que en ediciones posteriores se puedan incluir sugerencias y aportes varios que los lectores realicen y que permitan nutrir esta obra.

Alexander Carvajal

Biografía Autor7

Prefacio9

Introducción..... 13

Pronósticos 15

 Fundamentos 15

 Series de tiempo 15

 Pronósticos en series con promedios constantes 16

 Pronósticos utilizando regresión lineal 27

 Errores en la estimación de los pronósticos 36

Ejercicios propuestos:43

 1. Determinando patrones 43

 2. Pronosticando el nivel de gasolina 44

 3. Pronosticando todo el mes 44

 4. Cotización de acciones 44

 5. Identificando los retornos 46

 6. Combinando técnicas de pronóstico 46

 7. Seleccionando técnicas de pronóstico 46

 8. El nivel de ventas 46

 9. Comparación gráfica..... 47

 10. Identificando series de tiempo..... 48

Epígrafe49

Trabajos citados 51

Bibliografía complementaria.....53

Introducción

El presente texto muestra las principales técnicas de pronósticos desarrollando ejemplos mediante la hoja de cálculo Excel.

Se pretende mostrar aplicadamente la utilidad de los pronósticos en las áreas de Negocios y Finanzas, lo anterior para tener una herramienta didáctica en los procesos de enseñanza de la temática propuesta.

El texto aquí planteado se presenta de acuerdo a la siguiente estructura:

Un primer componente dedicado al estudio sobre la teoría de pronósticos, presentado las definiciones y aplicaciones sobre series de tiempo y técnicas de pronósticos a emplear. Las técnicas estudiadas se dividen en los siguientes apartados:

- *Pronósticos en series con promedios constantes*: En este apartado se estudian los pronósticos de último valor, pronósticos por promedio, pronósticos por promedios móviles y pronósticos por suavizamiento exponencial.
- *Pronósticos por regresión lineal*: Aquí se presentan los conceptos de regresión lineal aplicada a las series de tiempo y se estudian sus aplicaciones interpretando los intervalos de confianza.
- *Errores en la estimación de pronósticos*: En este apartado se define y se realiza un ejemplo de la estimación el Error Cuadrático Medio *ECM* y la Desviación Absoluta Media *MAD*

En el segundo componente se plantean unos ejercicios aplicados que buscan consolidar el aprendizaje de la temática esbozada en el primer componente.

Los dos componentes se enfocan en aplicaciones referidas a las áreas empresariales y financieras puesto que se pretende que el libro sea un texto guía en asignaturas de programas de pregrado como Negocios Internacionales, Administración de empresas, Economía, Finanzas entre otros.

Pronósticos

En este apartado se estudian los principales conceptos y definiciones sobre pronósticos. Se incluyen las temáticas de series de tiempo, pronósticos con promedios constantes, pronósticos por regresión lineal y errores en la estimación de pronósticos. Para cada uno de los temas se proponen y se solucionan ejemplos aplicados. El proceso de solución de los ejemplos propuestos se realiza didácticamente mediante el uso de la herramienta Excel.

Fundamentos

En los negocios pronosticar se refiere a predecir algún evento futuro (por ejemplo, el precio de un activo) y utilizar la estimación obtenida para realizar procesos de planificación. Los pronósticos se aplican en las diversas áreas de una empresa tales como:

- Producción
- Comercialización y mercadeo
- Financiera

Cada una de estas áreas utiliza la información pronosticada como apoyo en la toma de decisiones; tal es el caso de fijar el nivel de producción para el próximo mes o estimar el nivel de inventarios a mantener en la compañía. Por tanto, un pronóstico es una herramienta básica en la toma de decisiones de la administración (Hillier & Lieberman, 1997).

El rango de tiempo de los pronósticos puede ser a largo plazo (años), mediano plazo (meses) y corto plazo (semanas). A largo plazo los pronósticos se enmarcan en las decisiones macro de la compañía, por ejemplo, líneas de producto o instalaciones de la empresa. A mediano plazo los pronósticos se refieren a cantidades de inventarios, materias primas etc. En el corto plazo los pronósticos son específicos sobre el flujo de caja efectivo, capacidad de producción, unidades de producción etc.

Las técnicas de pronóstico se dividen en métodos cualitativos (subjetivos), métodos cuantitativos y métodos combinados.

Los métodos cualitativos *se basan en el juicio personal y pueden hacer uso de la intuición, la opinión de un experto y la experiencia* (Hillier & Lieberman, 1997); algunas técnicas empleadas son el juicio de ejecutivos, el método Delphi y Grass Roots¹.

Los métodos cuantitativos se dividen en Análisis de series de tiempo, métodos causales y métodos de simulación. En este texto se estudian diversos métodos que comprenden las series de tiempo.

Los métodos combinados agrupan los juicios subjetivos y las estimaciones cuantitativas, tal es el caso del sistema de expertos.

Series de tiempo

El registro diario y ordenado de los datos del precio del dólar en pesos colombianos es una observación del tipo series de tiempo. Esto se debe a que en las observaciones se ordenan dependiendo de la fecha que se va registrando. En otras palabras, las series de tiempo se pueden definir como una colección de datos que pertenecen a diferentes periodos de tiempo, es decir, se van registrando a medida que se producen, en un orden cronológico (Martínez Bencardino, 2002).

¹ Estas técnicas no son de interés en este libro y por ello no se ahonda en las mismas.

De la definición anterior es claro que una serie de tiempo se compone de información histórica o pasada, información utilizada como base para realizar pronósticos.

Formalmente se tiene:

X_i : Variable aleatoria de interés en el tiempo i

$i: 1, 2, 3 \dots t$: Observaciones tomadas en los periodos de tiempo $1, 2, 3 \dots t$, siendo t el tiempo actual.

$[X_1 = x_1, X_2 = x_2, X_3 = x_3, \dots, X_t = x_t]$: Representa los valores que toma la serie de tiempo.

Patrones comunes en una serie de tiempo

La figura 1.1 muestra algunos patrones comunes en las series de tiempos:

- **Tendencia:** En la figura se observa una tendencia creciente donde el promedio es creciente y los valores giran en torno a dicho promedio.
- **Estacional:** Valores constantes que se incrementan notoriamente en periodos de tiempo específicos.
- **Aleatorio:** El promedio presenta un nivel constante y los valores se mueven aleatoriamente alrededor de dicho promedio.
- **Cíclico:** Movimientos que oscilan entre crecimientos y decrecimientos sucesivos y recurrentes.

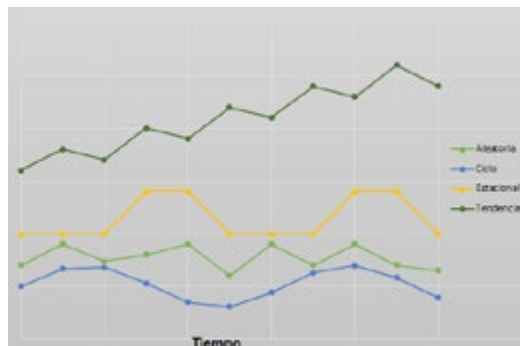


Figura 1.1 Patrones comunes en una serie de tiempo

Dentro del componente de tendencia se pueden encontrar patrones exponenciales, lineales, logarítmicos y polinómicos.

Pronósticos en series con promedios constantes

Pronóstico del último valor

Este procedimiento indica que $F_{t+1} = x_t$ donde F_{t+1} es el pronóstico para el tiempo $t + 1$ y x_t es el valor que toma la variable aleatoria en el periodo t .

Ejemplo 1: Los siguientes datos corresponden a los precios diarios de un determinado bien:

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Precio (pesos)	103	103	102	102	101

El pronóstico para el día sábado es 101, que corresponde al último valor de la serie de datos.

El procedimiento de pronóstico por último valor es impreciso y solo se debe usar cuando se considera que lo ocurrido antes del periodo t no tiene influencia alguna en el pronóstico a realizar.

Pronóstico por promedio

Este procedimiento indica que el pronóstico se obtiene con el promedio de todas las observaciones de la serie, esto es $F_{t+1} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$. Donde n representa el número de datos u observaciones. Esta estimación es excelente si el proceso es muy estable, esto es, si las suposiciones sobre el modelo de soporte son correctas (Hillier & Lieberman, 1997). Se recomienda usar este procedimiento cuando existen pocas observaciones.

Ejemplo 2: Los siguientes datos corresponden a los precios diarios de un determinado bien:

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Precio (pesos)	103	106	104	106	104

Para estimar el pronóstico del día sábado se encuentra el promedio de los datos en Excel. Lo anterior se realiza utilizando fórmula y función.

Fórmula:

1. Se digitan los datos:

	A	B	C	D	E	F
1	días	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
2	precios	103	106	104	106	104
3						

2. En la celda A4 se escribe "pronóstico día sábado" y en la celda A5 se escribe la fórmula tal cual aparece a continuación:

	A	B	C	D	E	F
1	días	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
2	precios	103	106	104	106	104
3						
4	pronóstico día sábado					
5	= (B2+C2+D2+E2+F2)/5					
6						

Se obtiene un resultado de 104,6

El mismo resultado se obtiene si se utiliza la fórmula siguiente (Celda C5)

	A	B	C	D	E	F
1	días	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
2	precios	103	106	104	106	104
3						
4	pronóstico día sábado					
5	104.6		=SUMA(B2:F2)/(CONTAR(B2:F2))			
6						

La función suma realiza la sumatoria de los valores registrados y la función contar realiza la cuenta del número de observaciones existentes.

Función

La función a utilizar es promedio la cual obtiene el promedio o media aritmética de las observaciones. Su sintaxis es la siguiente:

=promedio (número1, [número 2],...)

Los parámetros número1, [número 2],... indican que se debe registrar los datos u observaciones de la serie, desde la primera observación hasta la n – ésima observación. El parámetro número 1 es obligatorio (debe haber por lo menos un número en la serie), desde el número dos los parámetros son opcionales.

Para el ejemplo propuesto se tiene:

	A	B	C	D	E	F
1	días	Lunes	Martes	Miercoles	Jueves	Viernes
2	precios	103	106	104	106	104
3						
4	pronóstico día sábado					
5	=promedio(B2:F2)					
6						
7						

Obsérvese que en la función promedio utilizada no se utilizó la coma para separar las diferentes observaciones, utilizándose los *dos puntos*. estos indican que he seleccionado todos los datos de la serie (rango de datos) y no es necesario seleccionar dato por dato.

El resultado obtenido es 104.6

Pronóstico por promedios móviles

Este método es utilizado cuando se considera que, con el paso del tiempo, los datos antiguos van perdiendo vigencia para la estimación del pronóstico. Lo anterior, implica el uso de las n observaciones relevantes; el valor de n es definido por la persona encargada del pronóstico y en general lo hace de acuerdo al conocimiento subjetivo que tiene sobre el comportamiento de la serie a estimar. Una recomendación para la selección de n es “Si las variaciones de la variable permanecen razonablemente constantes al paso del tiempo, se recomienda una n grande. En caso contrario, si los datos tienen pautas cambiantes, se aconseja un valor pequeño de n . En la práctica, ese valor va de 2 a 10” (Taha, 2004).

La estimación del pronóstico viene dada por:

$$F_{t+1} = \frac{x_{t-n+1} + x_{t-n+2} + \cdots + x_t}{n}$$

Ejemplo 3: Los siguientes datos corresponden a las unidades producidas diariamente de un determinado bien en cierta empresa:

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Unidades producidas	103	106	104	106	104	105	107	102	107	106	108	104

Para estimar el pronóstico del día sábado se define el valor de n y luego se encuentra el promedio de los datos en Excel. Lo anterior se realiza utilizando formula y función.

Para el caso se define un $n = 3$

Formula:

1. Se digitan los datos:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
2	Unidades producidas	103	106	104	106	104	105	107	102	107	106	108	104

2. Se indica una fila para los pronósticos y una columna para el día a pronosticar

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
2	Unidades producidas	103	106	104	106	104	105	107	102	107	106	108	104	
3	Pronóstico													

3. Se estima el promedio móvil desde el primer día Jueves que corresponde al dato número 4, esto ya que para cada promedio se utilizará un valor de $n = 3$. En la celda E3 Se escribe la formula como aparece a continuación:

	A	B	C	D	E	F
1	Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
2	Unidades producidas	103	106	104	106	104
3	Pronóstico				=SUMA(B2:D2)/3	

4. Se desliza la formula utilizando + que se puede observar en la parte inferior de la celda E3

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
2	Unidades producidas	103	106	104	106	104	105	107	102	107	106	108	104	
3	Pronóstico				104.333333	105.333333	104.666667	105	105.333333	104.666667	105.333333	105	107	106

Los pronósticos obtenidos son:

Jueves	Viernes	Sábado	Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
104.33	105.33	104.66	105	105.33	104.66	105.33	105	107	106

Función

Para poder utilizar la función de cálculo para el promedio móvil se debe instalar el complemento de Excel *análisis de datos*. La ruta de instalación es *archivo/opciones/complementos/ir*:

ARCHIVO

Pegar

(1)

Cuenta

Opciones

(2)

Complementos

Centro de confianza

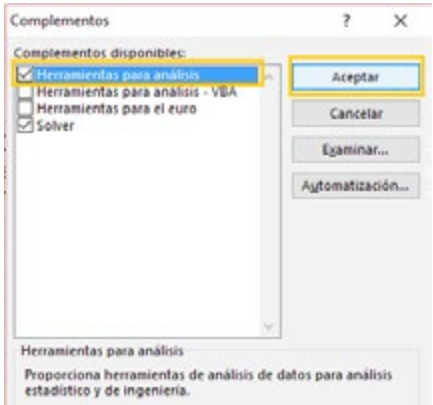
(3)

Excel

Ir...

(4)

Luego de esto se selecciona *herramientas para análisis* y se da clic en *aceptar*.



Pasos para la utilización de la función

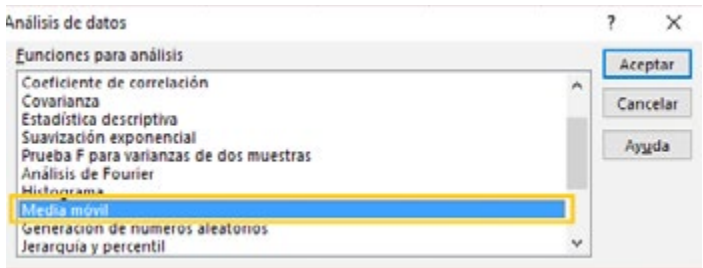
- 1. Se organizan los datos de forma vertical

	A	B	C
	Día	Unidades producidas	Pronóstico
1			
2	Lunes	103	
3	Martes	106	
4	Miércoles	104	
5	Jueves	106	
6	Viernes	104	
7	Sábado	105	
8	Domingo	107	
9	Lunes	102	
10	Martes	107	
11	Miércoles	106	
12	Jueves	108	
13	Viernes	104	
14	Sábado		

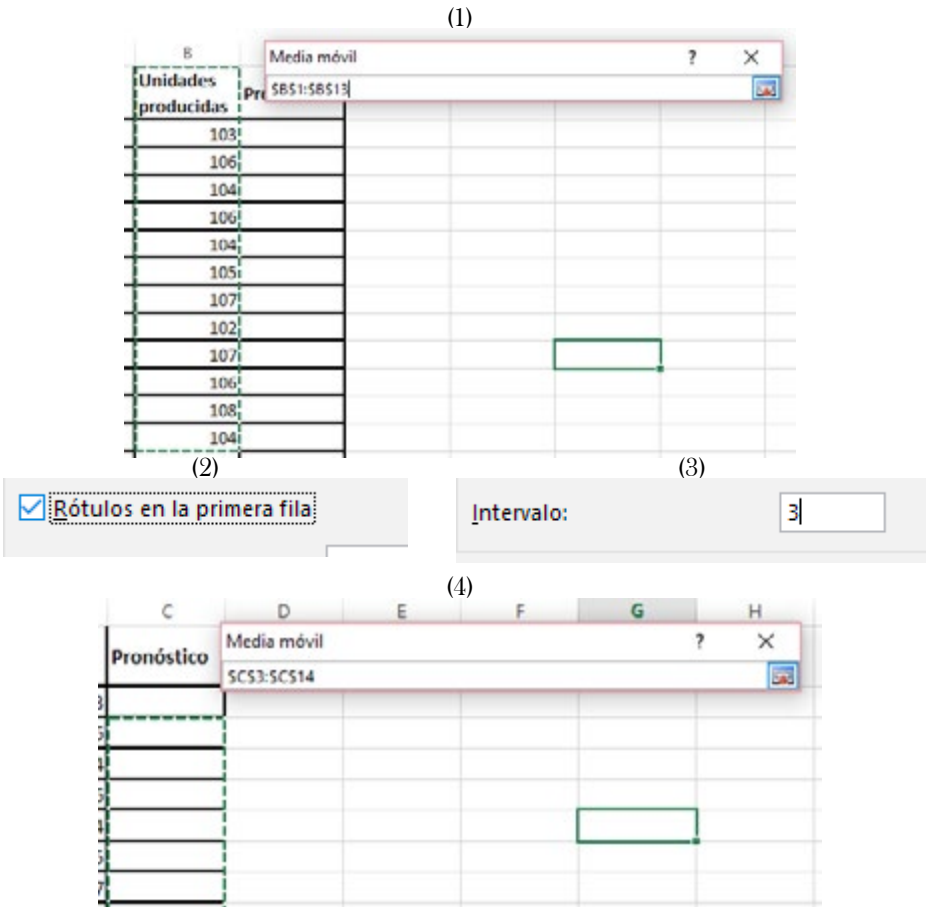
- 2. En el menú *datos* se selecciona *análisis de datos*



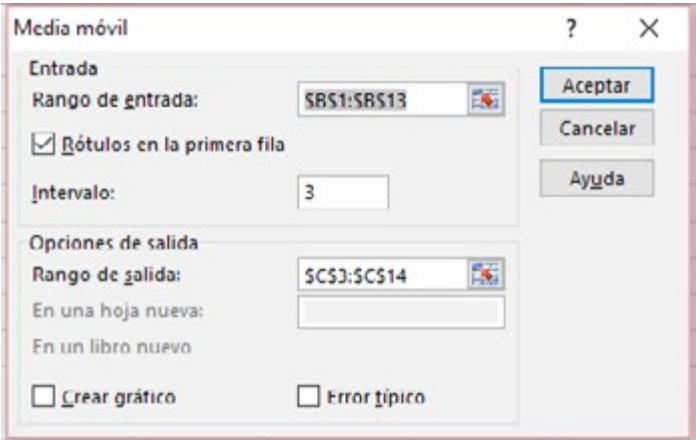
- 3. Se selecciona *media móvil* y *aceptar*



- 4. En el cuadro de dialogo que se despliega se deben incluir los datos en *rango de entrada* (columna unidades producidas), *seleccionar rótulos en la primera fila* (se refiere a la presencia de títulos de datos en la primera fila), en *intervalo* (valor de *n*) y en *rango de salida* los espacios para los pronósticos a estimar desde el segundo dato:



En el cuadro de dialogo se debe tener



Luego se da clic en *aceptar* y se obtiene:

	A	B	C
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico
2	Lunes	103	
3	Martes	106	#N/A
4	Miércoles	104	#N/A
5	Jueves	106	104.333333
6	Viernes	104	105.333333
7	Sábado	105	104.666667
8	Domingo	107	105
9	Lunes	102	105.333333
10	Martes	107	104.666667
11	Miércoles	106	105.333333
12	Jueves	108	105
13	Viernes	104	107
14	Sábado		106

Al comparar los resultados obtenidos por fórmula y función se puede observar que los valores son idénticos.

Pronóstico por suavizamiento exponencial

La definición más concreta del suavizamiento exponencial indica que “Este método consiste en asignar un peso a la última información (dato) disponible y al último pronóstico” (Velez-Pareja, 2003). El método viene dado por:

$$F_{t+1} = \alpha x_t + (1 - \alpha)F_t$$

La constante α se conoce como constante de suavización y su valor oscila entre 0 y 1 ($0 < \alpha < 1$). La elección del valor de α depende de la relevancia que se otorgue a las observaciones más recientes para obtener el pronóstico, se puede afirmar que “Un valor mayor de α implica que las observaciones más recientes tienen mayor peso. En la práctica, el valor de α va de 0.1 a 0.30” (Taha, 2004)

Ejemplo 4: Se trabajará con los datos del ejemplo tres que corresponden a las unidades producidas diariamente de un determinado bien en cierta empresa y con un $\alpha = 0.15$:

Día	Unidades producidas
Lunes	103
Martes	106
Miércoles	104
Jueves	106
Viernes	104
Sábado	105
Domingo	107
Lunes	102
Martes	107
Miércoles	106
Jueves	108
Viernes	104

La solución de este ejemplo se realiza con fórmula y con función

Fórmula:

- Se digitan los datos y se crea una fila con el día a pronosticar (sábado) y una columna para los pronósticos:

	A	B	C
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico
2	Lunes	103	
3	Martes	106	
4	Miércoles	104	
5	Jueves	106	
6	Viernes	104	
7	Sábado	105	
8	Domingo	107	
9	Lunes	102	
10	Martes	107	
11	Miércoles	106	
12	Jueves	108	
13	Viernes	104	
14	Sábado		

- Se realiza el primer pronóstico en el cual se toma el valor de x_t ya que no se ha realizado ningún pronóstico previo.

	A	B	C
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico
2	Lunes	103	
3	Martes	106	=B2

Y se obtiene

	A	B	C
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico
2	Lunes	103	
3	Martes	106	103

- El resultado obtenido se convierte en el primer dato pronosticado y con él realizamos la formulación para el siguiente pronóstico que viene dado por:

$$F_{t+1} = \alpha x_t + (1 - \alpha)F_t = 0.15 \times 106 + (1 - 0.15) \times 103 = 103.45$$

	A	B	C
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico
2	Lunes	103	
3	Martes	106	103
4	Miércoles	=0.15*B3+(1-0.15)*C3	

Y se obtiene

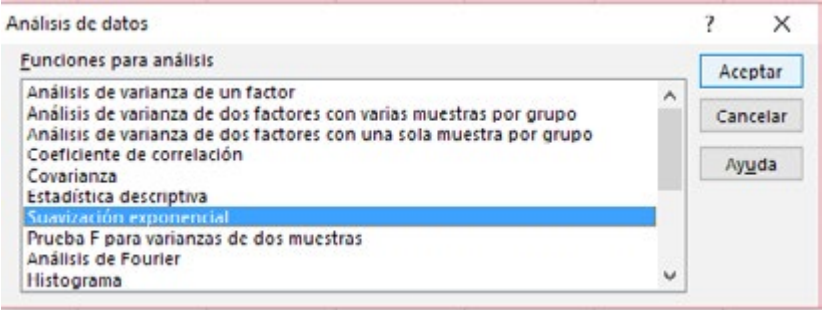
	A	B	C
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico
2	Lunes	103	
3	Martes	106	103
4	Miércoles	104	103.45

4. Se desliza la formula y se obtiene:

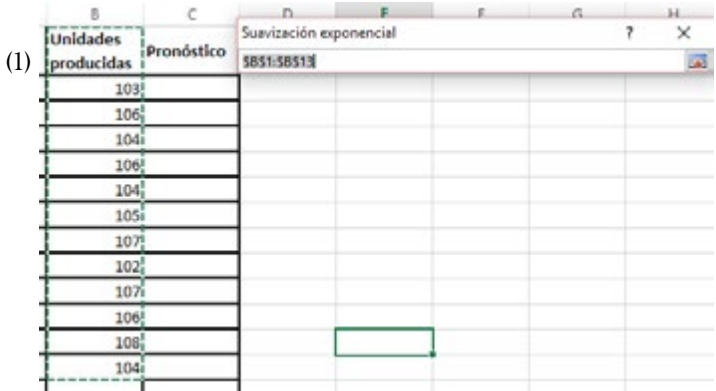
	A	B	C
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico
2	Lunes	103	
3	Martes	106	103
4	Miércoles	104	103.45
5	Jueves	106	103.5325
6	Viernes	104	103.902625
7	Sábado	105	103.917231
8	Domingo	107	104.079647
9	Lunes	102	104.5177
10	Martes	107	104.140045
11	Miércoles	106	104.569038
12	Jueves	108	104.783682
13	Viernes	101	105.26613
14	Sábado		105.07621

Función

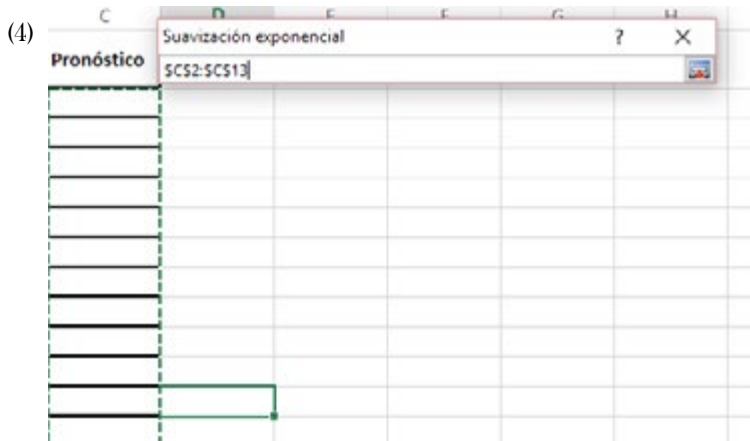
- Se ingresa a análisis de datos y se selecciona suavización exponencial



- En el cuadro de dialogo que se despliega se deben incluir los datos en *rango de entrada* (columna unidades producidas), *seleccionar rótulos en la primera fila* (se refiere a la presencia de títulos de datos en la primera fila), en *factor de suavización* (valor de $(1 - \alpha)$ para el caso 0,85) y en *rango de salida* los espacios para los pronósticos a estimar desde el primer dato:



- Factor de suavización: 0.85
- ☒ Rótulos



En el cuadro de dialogo se debe tener

Suavización exponencial

Entrada

Rango de entrada:

Factor de suavización:

☒ Rótulos

Opciones de salida

Rango de salida:

En una hoja nueva:

En un libro nuevo

☐ Crear gráfico ☐ Error típico

Aceptar Cancelar Ayuda

Luego se da clic en *aceptar* y se obtiene:

	A	B	C
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico
2	Lunes	103	#N/A
3	Martes	106	103
4	Miércoles	104	103.45
5	Jueves	106	103.5325
6	Viernes	104	103.902625
7	Sábado	105	103.917231
8	Domingo	107	104.079647
9	Lunes	102	104.5177
10	Martes	107	104.140045
11	Miércoles	106	104.569038
12	Jueves	108	104.783682
13	Viernes	104	105.26613
14	Sábado		

Se puede observar que no se pronostica el día sábado que es el pronóstico de interés. Para subsanar esto se *copia* el valor pronosticado para el día viernes y se *pega* en el pronóstico para el día sábado.

Viernes	104	105.26613
Sábado		105.07621

Y se obtiene

	A	B	C
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico
2	Lunes	103	#N/A
3	Martes	106	103
4	Miércoles	104	103.45
5	Jueves	106	103.5325
6	Viernes	104	103.902625
7	Sábado	105	103.917231
8	Domingo	107	104.079647
9	Lunes	102	104.5177
10	Martes	107	104.140045
11	Miércoles	106	104.569038
12	Jueves	108	104.783682
13	Viernes	104	105.26613
14	Sábado		105.07621

Al comparar los resultados obtenidos por formula y función se puede observar que los valores son idénticos.

Pronósticos utilizando regresión lineal

El análisis de regresión es una técnica estadística utilizada para construir modelos que relacionan dos o más variables en concreto, “El análisis de regresión determina la relación entre una variable dependiente y una variable independiente” (Taha, 2004).

Para los pronósticos se utiliza la regresión lineal simple la cual se representa mediante la ecuación siguiente:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X$$

donde Y representa la variable dependiente, que para el caso de las series de tiempo es la variable que representa el valor pronosticado de la serie de tiempo, por ejemplo el número de unidades vendidas, el precio de una acción etc. Por otra parte X representa la variable independiente que se refiere el conteo de la unidad de tiempo de la serie de tiempo respectiva, por ejemplo mes 1, mes 2 etc. Los parámetros β_0 y β_1 representan el intercepto con el eje Y y la pendiente de la relación lineal entre las variables X e Y .

Lo anterior indica que “El modelo de regresión lineal simple es un modelo con dos variables, por ejemplo X e Y , en donde X es el regresor de Y , Y es la variable respuesta y la relación entre variables se supone es una línea recta. De esta forma se puede decir que la variable, Y es una variable dependiente o explicada, y la variable X es la variable independiente o explicativa” (Pérez & Fernandez, 2009).

Los valores estimados de los parámetros se representan por $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ y se obtienen de acuerdo a:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i(X_i - \bar{X})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$
$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$$

En las anteriores ecuaciones $\bar{Y}$ y $\bar{X}$, representan los valores promedios de las variables X e Y . Estas ecuaciones se obtienen por el criterio de estimación de los parámetros denominado mínimos cuadrados ordinarios MCO, el cual “consiste en estimar los parámetros β_0 y β_1 tales que la suma de los cuadrados de sus errores sea mínima” (Pérez & Fernandez, 2009).

Intervalos de confianza

Como medida de la incertidumbre del pronóstico realizado es necesario calcular los intervalos de confianza para la respuesta media y para la predicción.

Intervalo de confianza para la respuesta media $E(Y|X = X_0)$

Los puntos extremos del intervalo $(1 - \alpha)100\%$ para $E(Y|X = X_0)$ vienen dados por:

$$\beta_0 + \beta_1 X_0 \pm t_{(\frac{\alpha}{2}, n-2)} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2} \left[\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \right]}$$

Intervalo de confianza para la predicción Y_0

Los puntos extremos del intervalo $(1 - \alpha)100\%$ para el valor verdadero de Y_0 vienen dados por:

$$\beta_0 + \beta_1 X_0 \pm t_{(\frac{\alpha}{2}, n-2)} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2} \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \right]}$$

Debe tenerse en cuenta que $t_{(\frac{\alpha}{2}, n-2)}$ representa “el punto porcentual de $100 \frac{\alpha}{2}$ por ciento de la distribución t con $n - 2$ grados de libertad” (Hillier & Lieberman, 1997).

Ejemplo 52: Aplicar el modelo de regresión a los siguientes datos

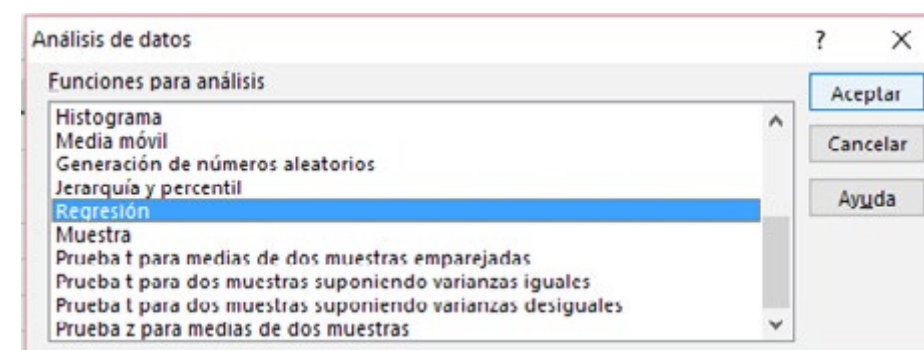
Mes	Demanda	Mes	Demanda
1	46	13	54
2	56	14	42
3	54	15	64
4	43	16	60
5	57	17	70
6	56	18	66
7	67	19	57
8	62	20	55
9	50	21	52
10	56	22	62
11	47	23	70
12	56	24	72

La solución de este ejemplo se realiza utilizando el complemento análisis de datos de Excel, para ello se deben realizar los siguientes pasos:

1. Ingresar los datos a Excel e identificarlos como variables X e Y

	A	B	C
1	Mes X	Demanda Y	
2	1	46	
3	2	56	
4	3	54	
5	4	43	
6	5	57	
7	6	56	
8	7	67	
9	8	62	
10	9	50	
11	10	56	
12	11	47	
13	12	56	
14	13	54	
15	14	42	
16	15	64	
17	16	60	
18	17	70	
19	18	66	
20	19	57	
21	20	55	
22	21	52	
23	22	62	
24	23	70	
25	24	72	
26			
27			

2. Ingresar al análisis de datos y seleccionar regresión, luego aceptar



3. En el cuadro de dialogo que se muestra se seleccionan como valores de Y los datos de Demanda y como valores de X se seleccionan los valores de los meses; En la selección se incluyen los nombres de las variables. Se selecciona rótulos, Luego se selecciona rango de salida y se delimita un espacio en la hoja de cálculo activa. Finalmente se da clic en aceptar.

Regresión

Entrada

Rango Y de entrada: \$B\$1:\$B\$25

Rango X de entrada: \$A\$1:\$A\$25

☒ Rótulos ☐ Constante igual a cero

☐ Nivel de confianza 95 %

Opciones de salida

☒ Rango de salida: \$D\$2:\$K\$21

☐ En una hoja nueva:

☐ En un libro nuevo

Residuales

☐ Residuos ☐ Gráfico de residuales

☐ Residuos estándares ☐ Curva de regresión ajustada

Probabilidad normal

☐ Gráfico de probabilidad normal

Aceptar Cancelar Ayuda

Se debe obtener:

	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Resumen										
Estadísticas de la regresión										
Coefficiente		0.49287546								
Coefficiente		0.24292622								
R^2 ajustado		0.20851377								
Error típico		7.40282501								
Observación		24								
ANÁLISIS DE VARIANZA										
		Grados de libertad	de cuadrado de los cua		F		valor crítico de F			
Regresión		1	386.86	386.86	7.05925484		0.01440215			
Residuos		22	1205.64	54.8018182						
Total		23	1592.5							
		Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad Inferior 95%	Superior 95%	Inferior 95.0%	Superior 95.0%		
Intercepción		50	3.11918392	16.0298339	1.2819E-13	43.5312085	56.4687915	43.5312085	56.4687915	
Mes X		0.58	0.2182974	2.65692582	0.01440215	0.1272789	1.0327211	0.1272789	1.0327211	

4. Con los resultados obtenidos se identifican los valores de $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ y con ellos se especifica la ecuación de regresión:

En los resultados obtenidos $\hat{\beta}_0$ corresponde al valor de la intercepción, es decir 50 y $\hat{\beta}_1$ corresponde al valor indicado con el nombre de la variable X , para el caso $Mes\ X = 0.58$.

	A	B	C	D	E
3	7	67		Error típico	7.402825
3	8	62		Observacion	24
0	9	50			
1	10	56		ANÁLISIS DE VARIANZA	
2	11	47		Grados de libertad de	
3	12	56		Regresión	1
4	13	54		Residuos	22
5	14	42		Total	23
6	15	64			
7	16	60		Coefficientes	Error
8	17	70		Intercepción	50 3.11
9	18	66		Mes X	0.58 0.21
10	19	57			

Con estos datos la ecuación de regresión estimada $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$ será:

$$\hat{Y}_i = 50 + 0.58 X_i$$

5. Con la ecuación de regresión estimada se realiza el pronóstico deseado, por ejemplo para el mes 25 se tendrá:

$X_i = 25$ y por tanto $\hat{Y}_i = 50 + 0.58 (25)$; obteniendo que $\hat{Y}_i = 64.5$ unidades de demanda. En Excel se realiza:

24	23	70
25	24	72
26	25	=50+0.58*A26
27		

Y se obtiene

24	23	70
25	24	72
26	25	64.5

6. Se procede a estimar el intervalo de predicción dado un $\alpha = 5\%$. Para ello, en otra hoja de cálculo digitamos nuevamente los valores originales del ejemplo:

	A	B	C
1	Mes X	Demanda Y	
2	1	46	
3	2	56	
4	3	54	
5	4	43	
6	5	57	
7	6	56	
8	7	67	
9	8	62	
10	9	50	
11	10	56	
12	11	47	
13	12	56	
14	13	54	
15	14	42	
16	15	64	
17	16	60	
18	17	70	
19	18	66	
20	19	57	
21	20	55	
22	21	52	
23	22	62	
24	23	70	
25	24	72	

7. Se crean dos columnas con los nombres $\hat{Y}_i$ y $(Y_i - \hat{Y}_i)^2$

	A	B	C	D
1	Mes X	Demanda Y	$\hat{Y}_i$	$(Y_i - \hat{Y}_i)^2$
2	1	46		
3	2	56		
4	3	54		
5	4	43		
6	5	57		
7	6	56		

8. En la Columna $\hat{Y}_i$ se estiman los valores pronosticados para cada uno de los valores de X_i , esto es $x_1 = 1, x_2 = 2, \dots, x_{24} = 24$, dada la ecuación de regresión para ello en Excel se realiza la estimación del primer valor y se repite la fórmula para todos los valores:

	A	B	C	D
1	Mes X	Demanda Y	$\hat{Y}_i$	$(Y_i - \hat{Y}_i)$
2	1	46	$=50+0.58*A2$	
3	2	56		
4	3	54		
5	4	43		
6	5	57		

Para repetir la fórmula se procede a *deslizar* lo realizado y se obtiene:

	A	B	C	D
1	Mes X	Demanda Y	$\hat{Y}_i$	$(Y_i - \hat{Y}_i)^2$
2	1	46	50.58	
3	2	56	51.16	
4	3	54	51.74	
5	4	43	52.32	
6	5	57	52.9	
7	6	56	53.48	
8	7	67	54.06	
9	8	62	54.64	
10	9	50	55.22	
11	10	56	55.8	
12	11	47	56.38	
13	12	56	56.96	
14	13	54	57.54	
15	14	42	58.12	
16	15	64	58.7	
17	16	60	59.28	
18	17	70	59.86	
19	18	66	60.44	
20	19	57	61.02	
21	20	55	61.6	
22	21	52	62.18	
23	22	62	62.76	
24	23	70	63.34	
25	24	72	63.92	

9. La columna $(Y_i - \hat{Y}_i)^2$ se estima utilizando la función *potencia*, en la cual se resta el valor real de la demanda (Demanda Y) con el valor $\hat{Y}_i$ y el resultado se eleva a al cuadrado. Para el primer valor de $(Y_i - \hat{Y}_i)^2$ se tiene:

	A	B	C	D	E
1	Mes X	Demanda Y	$\hat{Y}_i$	$(Y_i - \hat{Y}_i)^2$	
2	1	46	50.58	$=potencia(B2-C2,2)$	
3	2	56	51.16		
4	3	54	51.74		
5	4	43	52.32		

Para repetir la fórmula se procede a *deslizar* lo realizado y se obtiene:

	A	B	C	D
1	Mes X	Demanda Y	$\hat{Y}_i$	$(Y_i - \hat{Y}_i)^2$
2	1	46	50.58	20.9764
3	2	56	51.16	23.4256
4	3	54	51.74	5.1076
5	4	43	52.32	86.8624
6	5	57	52.9	16.81
7	6	56	53.48	6.3504
8	7	67	54.06	167.4436
9	8	62	54.64	54.1696
10	9	50	55.22	27.2484
11	10	56	55.8	0.04
12	11	47	56.38	87.9844
13	12	56	56.96	0.9216
14	13	54	57.54	12.5316
15	14	42	58.12	259.8544
16	15	64	58.7	28.09
17	16	60	59.28	0.5184
18	17	70	59.86	102.8196
19	18	66	60.44	30.9136
20	19	57	61.02	16.1604
21	20	55	61.6	43.56
22	21	52	62.18	103.6324
23	22	62	62.76	0.5776
24	23	70	63.34	44.3556
25	24	72	63.92	65.2864
26				

10. Se realiza la sumatoria de la columna $(Y_i - \hat{Y}_i)^2$ la cual entrega un valor de 1.205,64

$$\sum_{i=1}^{24} (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = 1.205,64$$

C	D	E	F
$\hat{Y}_i$	$(Y_i - \hat{Y}_i)^2$		
50.58	20.9764		=SUMA(D2:D25)
51.16	23.4256		
51.74	5.1076		
52.32	86.8624		
52.9	16.81		

Se obtiene:

C	D	E	F	G
$\hat{Y}_i$	$(Y_i - \hat{Y}_i)^2$			
50.58	20.9764		1205.64	
51.16	23.4256			
51.74	5.1076			

11. De acuerdo a la fórmula para la construcción del intervalo de predicción se reemplazan los datos

$$\beta_0 + \beta_1 X_0 \pm t_{(\frac{\alpha}{2}, n-2)} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2}} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}}$$

$X_0 = 25$ Corresponde al mes pronosticado que es el mes 25

$t_{(\frac{\alpha}{2}, n-2)} = 2.074$, que se obtiene en Excel utilizando la función = DISTR.T.INV($\alpha, n - 2$) que para el caso $\alpha = 0.05$ y $n = 24$. En Excel se tiene:

=DISTR.T.INV(0.05,24-2)

$$\hat{\beta}_0 = 50$$

$$\hat{\beta}_1 = 0.58$$

$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = 1150$. Este valor se obtiene en Excel creando una columna que se identifique como $(X_i - \bar{X})^2$ y se utiliza la siguiente formulación:

A	B	C	D	E	F	G	H
Mes X	Demanda Y	$\hat{Y}_i$	$(Y_i - \hat{Y}_i)^2$	$(X_i - \bar{X})^2$			
1	46	50.58	20.9764	=POTENCIA(A2-PROMEDIO(\$A\$2:\$A\$25),2)			
2	56	51.16	23.4256				
3	54	51.74	5.1076				
4	43	52.32	86.8624				
5	57	52.9	16.81				
6	56	53.48	6.3504				
7	67	54.06	167.4436				

Se puede observar que la función promedio se utiliza para los datos de los meses (variable X), se deben fijar las celdas con los datos de la variable X y proceder a deslizar la fórmula de donde se obtiene:

A	B	C	D	E	F
Mes X	Demanda Y	$\hat{Y}_i$	$(Y_i - \hat{Y}_i)^2$	$(X_i - \bar{X})^2$	
1	46	50.58	20.9764	132.25	
2	56	51.16	23.4256	110.25	
3	54	51.74	5.1076	90.25	
4	43	52.32	86.8624	72.25	
5	57	52.9	16.81	56.25	
6	56	53.48	6.3504	42.25	
7	67	54.06	167.4436	30.25	
8	62	54.64	54.1696	20.25	
9	50	55.22	27.2484	12.25	
10	56	55.8	0.04	6.25	
11	47	56.38	87.9844	2.25	
12	56	56.96	0.9216	0.25	
13	54	57.54	12.5316	0.25	
14	42	58.12	259.8544	2.25	
15	64	58.7	28.09	6.25	
16	60	59.28	0.5184	12.25	
17	70	59.86	102.8196	20.25	
18	66	60.44	30.9136	30.25	
19	57	61.02	16.1604	42.25	
20	55	61.6	43.56	56.25	
21	52	62.18	103.6324	72.25	
22	62	62.76	0.5776	90.25	
23	70	63.34	44.3556	110.25	
24	72	63.92	65.2864	132.25	

Al realizar la sumatoria de los valores obtenidos en la columna creada se tiene un valor de 1.150 como previamente se había indicado.

$\bar{X} = 12.5$ corresponde al promedio de la columna Mes X; el lector podrá comprobar mediante la función promedio el valor indicado.

12. Se estima los límites inferior y superior del intervalo de predicción reemplazando los valores indicados anteriormente en la fórmula respectiva, así:

Límite inferior

$$50 + 0.58(25) - 2.074 \sqrt{\frac{1205.64}{24-2}} \sqrt{1 + \frac{1}{24} + \frac{(25-12.5)^2}{1150}} = 47.84$$

El valor 47.84 se obtiene en Excel al realizar:

```
=50+0.58*25-2.074*RAIZ(1205.64/(24-2))*RAIZ(1+(1/24)+POTENCIA(25-12.5,2)/1150)
```

Límite superior

$$50 + 0.58(25) + 2.074 \sqrt{\frac{1205.64}{24-2}} \sqrt{1 + \frac{1}{24} + \frac{(25-12.5)^2}{1150}} = 81.16$$

El valor 81.16 se obtiene en Excel al realizar:

```
=50+0.58*25+2.074*RAIZ(1205.64/(24-2))*RAIZ(1+(1/24)+POTENCIA(25-12.5,2)/1150)
```

Con estos resultados “se dice que hay 95% de posibilidades de que la demanda en $X_i = 25$ sea entre 47.84 y 81.16 unidades” (Taha, 2004).

Errores en la estimación de los pronósticos

El error de pronóstico “Indica lo cerca que se halla el pronóstico de la demanda Real” (Pérez, Mosquera, & Bravo, 2012); por tanto, el error de pronóstico permite identificar la técnica más acertada en la estimación del mismo.

Se define el error de pronóstico para el periodo t como:

$$e_t = x_t - F_t$$

donde x_t representa el valor observado en el periodo t y F_t representa el pronóstico estimado en el periodo t . Reemplazando la notación F_t por la estimación del valor pronosticado $\hat{x}_t$ se tiene:

$$e_t = x_t - \hat{x}_t$$

Error cuadrático medio ECM

El ECM se define como la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones de cada valor observado de la serie de tiempo con respecto a su respectivo valor pronosticado. Comparativamente,

entre menor ECM se obtenga de la técnica de pronóstico empleada se tendrá mayor credibilidad el pronóstico obtenido por dicha técnica.

$$ECM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i^2$$

Desviación absoluta media MAD

La MAD se define como la media aritmética de los valores absolutos de las desviaciones de cada valor observado de la serie de tiempo con respecto a su respectivo valor pronosticado. Comparativamente. Esta definición implica que las diferencias entre el valor observado y el valor pronosticado siempre se toman como positivas y por tanto su estimación es muy sencilla de realizar.

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |e_i|$$

Ejemplo 6: Con el pronóstico de media móvil de tres periodos obtenido en la realización del ejemplo 3 se pide encontrar el error para cada pronóstico, el error cuadrático medio ECM y la desviación absoluta media MAD

Los datos del ejemplo indicado son:

	A	B	C	D
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico	
2	Lunes	103		
3	Martes	106		
4	Miércoles	104		
5	Jueves	106	104.33	
6	Viernes	104	105.33	
7	Sábado	105	104.67	
8	Domingo	107	105.00	
9	Lunes	102	105.33	
10	Martes	107	104.67	
11	Miércoles	106	105.33	
12	Jueves	108	105.00	
13	Viernes	104	107.00	
14	Sábado		106.00	
15				

La solución de este ejercicio se realiza siguiendo los pasos indicados a continuación:

- Se crea una columna para estimar el error y se denomina e_i , en dicha columna se estima la diferencia entre las unidades producidas (x_i) y el pronóstico realizado (F_i); lo anterior se debe realizar desde el primer jueves de la serie hasta el segundo viernes de la serie, que son los datos en los que se encuentra valores de las unidades producidas y simultáneamente valores de pronóstico.

Según lo anterior se debe crear la columna para estimar el error:

	A	B	C	D	E
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico	e_i	
2	Lunes	103			
3	Martes	106			
4	Miércoles	104			
5	Jueves	106	104.33		
6	Viernes	104	105.33		
7	Sábado	105	104.67		
8	Domingo	107	105.00		
9	Lunes	102	105.33		
10	Martes	107	104.67		
11	Miércoles	106	105.33		
12	Jueves	108	105.00		
13	Viernes	104	107.00		
14	Sábado		106.00		

Se procede a estimar los valores para la columna construida e_i :

	A	B	C	D
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico	e_i
2	Lunes	103		
3	Martes	106		
4	Miércoles	104		
5	Jueves	106	104.33	=B5-C5
6	Viernes	104	105.33	
7	Sábado	105	104.67	
8	Domingo	107	105.00	
9	Lunes	102	105.33	
10	Martes	107	104.67	
11	Miércoles	106	105.33	
12	Jueves	108	105.00	
13	Viernes	104	107.00	
14	Sábado		106.00	

Se desliza la formula y se obtiene:

	A	B	C	D
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico	e_i
2	Lunes	103		
3	Martes	106		
4	Miércoles	104		
5	Jueves	106	104.33	1.67
6	Viernes	104	105.33	-1.33
7	Sábado	105	104.67	0.33
8	Domingo	107	105.00	2.00
9	Lunes	102	105.33	-3.33
10	Martes	107	104.67	2.33
11	Miércoles	106	105.33	0.67
12	Jueves	108	105.00	3.00
13	Viernes	104	107.00	-3.00
14	Sábado		106.00	

2. El segundo paso consiste en la estimación del ECM, para ello se crea una columna denominada e_i^2 , los datos de esta columna se estiman como los cuadrados de los datos de la columna creada en el paso 1 utilizando la función *potencia*. Finalmente, para obtener el ECM se promedian los valores obtenidos en la columna e_i^2 utilizando la función *promedio*.

Según lo anterior se debe crear la columna para estimar el cuadrado de los errores:

	A	B	C	D	E
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico	e_i	e_i^2
2	Lunes	103			
3	Martes	106			
4	Miércoles	104			
5	Jueves	106	104.33	1.67	
6	Viernes	104	105.33	-1.33	
7	Sábado	105	104.67	0.33	
8	Domingo	107	105.00	2.00	

Se procede a estimar los valores para la columna construida e_i^2 , los valores corresponden a los cuadrados de los valores de la columna e_i . Se utiliza la función *potencia*.

	A	B	C	D	E
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico	e_i	e_i^2
2	Lunes	103			
3	Martes	106			
4	Miércoles	104			
5	Jueves	106	104.33	1.67	=potencia[D5,2]
6	Viernes	104	105.33	-1.33	
7	Sábado	105	104.67	0.33	
8	Domingo	107	105.00	2.00	
9	Lunes	102	105.33	-3.33	
10	Martes	107	104.67	2.33	
11	Miércoles	106	105.33	0.67	
12	Jueves	108	105.00	3.00	
13	Viernes	104	107.00	-3.00	
14	Sábado		106.00		

Se desliza la formula y se obtiene:

	A	B	C	D	E
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico	e_i	e_i^2
2	Lunes	103			
3	Martes	106			
4	Miércoles	104			
5	Jueves	106	104.33	1.67	2.78
6	Viernes	104	105.33	-1.33	1.78
7	Sábado	105	104.67	0.33	0.11
8	Domingo	107	105.00	2.00	4.00
9	Lunes	102	105.33	-3.33	11.11
10	Martes	107	104.67	2.33	5.44
11	Miércoles	106	105.33	0.67	0.44
12	Jueves	108	105.00	3.00	9.00
13	Viernes	104	107.00	-3.00	9.00
14	Sábado		106.00		

Se obtiene el promedio de los datos obtenidos y se indica que el resultado obtenido es el ECM

	A	B	C	D	E
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico	e_i	e_i^2
2	Lunes	103			
3	Martes	106			
4	Miércoles	104			
5	Jueves	106	104.33	1.67	2.78
6	Viernes	104	105.33	-1.33	1.78
7	Sábado	105	104.67	0.33	0.11
8	Domingo	107	105.00	2.00	4.00
9	Lunes	102	105.33	-3.33	11.11
10	Martes	107	104.67	2.33	5.44
11	Miércoles	106	105.33	0.67	0.44
12	Jueves	108	105.00	3.00	9.00
13	Viernes	104	107.00	-3.00	9.00
14	Sábado		106.00	=promedio(E5:E13)	

	A	B	C	D	E	F
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico	e_i	e_i^2	
2	Lunes	103				
3	Martes	106				
4	Miércoles	104				
5	Jueves	106	104.33	1.67	2.78	
6	Viernes	104	105.33	-1.33	1.78	
7	Sábado	105	104.67	0.33	0.11	
8	Domingo	107	105.00	2.00	4.00	
9	Lunes	102	105.33	-3.33	11.11	
10	Martes	107	104.67	2.33	5.44	
11	Miércoles	106	105.33	0.67	0.44	
12	Jueves	108	105.00	3.00	9.00	
13	Viernes	104	107.00	-3.00	9.00	
14	Sábado		106.00		4.85	
15					ECM	

El error cuadrático Medio para el ejercicio tiene un valor de 4.85

3. El tercer paso consiste en la estimación de la MAD, para ello se crea una columna denominada $|e_i|$, los datos de esta columna se estiman como los valores absolutos de los datos de la columna creada en el paso 1 utilizando la función *abs*. Finalmente, para obtener la MAD se promedian los valores obtenidos en la columna $|e_i|$ utilizando la función *promedio*.

Según lo anterior se debe crear la columna para estimar el valor absoluto de los errores:

	A	B	C	D	E	F
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico	e_i	e_i^2	$ e_i $
2	Lunes	103				
3	Martes	106				
4	Miércoles	104				
5	Jueves	106	104.33	1.67	2.78	1.67
6	Viernes	104	105.33	-1.33	1.78	1.33
7	Sábado	105	104.67	0.33	0.11	0.33
8	Domingo	107	105.00	2.00	4.00	2.00
9	Lunes	102	105.33	-3.33	11.11	3.33
10	Martes	107	104.67	2.33	5.44	2.33
11	Miércoles	106	105.33	0.67	0.44	0.67
12	Jueves	108	105.00	3.00	9.00	3.00
13	Viernes	104	107.00	-3.00	9.00	3.00
14	Sábado		106.00			

Se procede a estimar los valores para la columna construida $|e_i|$, los valores corresponden al valor absoluto de los valores de la columna e_i . Se utiliza la función *abs*.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico	e_i	e_i^2	$ e_i $	
2	Lunes	103					
3	Martes	106					
4	Miércoles	104					
5	Jueves	106	104.33	1.67	2.78	=abs(D5)	
6	Viernes	104	105.33	-1.33	1.78		
7	Sábado	105	104.67	0.33	0.11		
8	Domingo	107	105.00	2.00	4.00		
9	Lunes	102	105.33	-3.33	11.11		
10	Martes	107	104.67	2.33	5.44		
11	Miércoles	106	105.33	0.67	0.44		
12	Jueves	108	105.00	3.00	9.00		
13	Viernes	104	107.00	-3.00	9.00		
14	Sábado		106.00		4.85		
15					ECM		

Se desliza la formula y se obtiene:

	A	B	C	D	E	F
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico	e_i	e_i^2	$ e_i $
2	Lunes	103				
3	Martes	106				
4	Miércoles	104				
5	Jueves	106	104.33	1.67	2.78	1.67
6	Viernes	104	105.33	-1.33	1.78	1.33
7	Sábado	105	104.67	0.33	0.11	0.33
8	Domingo	107	105.00	2.00	4.00	2.00
9	Lunes	102	105.33	-3.33	11.11	3.33
10	Martes	107	104.67	2.33	5.44	2.33
11	Miércoles	106	105.33	0.67	0.44	0.67
12	Jueves	108	105.00	3.00	9.00	3.00
13	Viernes	104	107.00	-3.00	9.00	3.00
14	Sábado		106.00		4.85	
15					ECM	

Se obtiene el promedio de los datos obtenidos y se indica que el resultado obtenido es la MAD

	A	B	C	D	E	F
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico	e_i	e_i^2	$ e_i $
2	Lunes	103				
3	Martes	106				
4	Miércoles	104				
5	Jueves	106	104.33	1.67	2.78	1.67
6	Viernes	104	105.33	-1.33	1.78	1.33
7	Sábado	105	104.67	0.33	0.11	0.33
8	Domingo	107	105.00	2.00	4.00	2.00
9	Lunes	102	105.33	-3.33	11.11	3.33
10	Martes	107	104.67	2.33	5.44	2.33
11	Miércoles	106	105.33	0.67	0.44	0.67
12	Jueves	108	105.00	3.00	9.00	3.00
13	Viernes	104	107.00	-3.00	9.00	3.00
14	Sábado		106.00		=promedio(F5:F13)	
15					ECM	

Ejercicios propuestos:

Los ejercicios propuestos deben ser realizados en Excel y para cada caso la solución debe presentarse mediante formula, función y complemento de análisis de datos, según aplique para cada ejercicio.

1. Determinando patrones

Los siguientes son los datos de una empresa de productos para el hogar, se le pide identificar los patrones de ventas diarias de algunos de sus productos:

Unidades vendidas diariamente			
Días de la semana	Ccepillos de dientes	Jabón de tocador	Desinfectantes para pisos
Lunes	40	15	25
Martes	29	16	26
Miércoles	40	18	25
Jueves	44	23	28
Viernes	42	31	31
Sábado	47	41	26
Lunes	27	54	31
Martes	27	43	32
Miércoles	31	34	31
Jueves	41	27	33
Viernes	27	21	35
Sábado	45	17	38
Lunes	22	13	37
Martes	44	15	35
Miércoles	46	18	39
Jueves	26	21	40
Viernes	22	25	41
Sábado	34	29	39
Lunes	20	34	41
Martes	42	39	43
Miércoles	36	46	41
Jueves	26	28	44
Viernes	47	17	45
Sábado	27	10	44

	A	B	C	D	E	F	G
1	Día	Unidades producidas	Pronóstico	e_i	e_i^2	$ e_i $	
2	Lunes	103					
3	Martes	106					
4	Miércoles	104					
5	Jueves	106	104.33	1.67	2.78	1.67	
6	Viernes	104	105.33	-1.33	1.78	1.33	
7	Sábado	105	104.67	0.33	0.11	0.33	
8	Domingo	107	105.00	2.00	4.00	2.00	
9	Lunes	102	105.33	-3.33	11.11	3.33	
10	Martes	107	104.67	2.33	5.44	2.33	
11	Miércoles	106	105.33	0.67	0.44	0.67	
12	Jueves	108	105.00	3.00	9.00	3.00	
13	Viernes	104	107.00	-3.00	9.00	3.00	
14	Sábado		106.00		4.85	1.96	
15				ECM		MAD	
16							

La desviación absoluta media para el ejercicio tiene un valor de 1.96

Se puede observar que el resultado del ECM difiere significativamente del resultado de la MAD, para corregir esto se debe obtener la raíz de ECM y así tener resultados cercanos:

$\sqrt{ECM} = \sqrt{4.85} = 2.20$

Se puede observar que los resultados *MAD* y $\sqrt{ECM}$ son muy cercanos entre sí.

2. Pronosticando el nivel de gasolina

Una pequeña estación de servicio ubicada en un municipio periférico adquiere sus reservas semanales de gasolina corriente, gasolina extra y ACPM a un proveedor ubicado en la capital del país. El proveedor entrega la gasolina a domicilio, para ello, envía carro tanques a capacidad máxima de llenado. El pedido lo realiza la estación de servicio y debe indicar el número de carro tanques para cada producto. La estación de servicio debe hacer pedidos que garanticen que durante el transcurso de la semana no vaya a tener desabastecimiento; el exceso de pedido es una preocupación menor puesto que los tanques de almacenamiento de la estación de servicio son amplios. El Administrador de la Estación de servicio le contrata para que usted le indique el número de carro tanques de suministro que debe pedir por cada uno de los tipos de combustible que la estación de servicio distribuye. Utilice las técnicas de promedio y promedio móvil (para 3 y 2 periodos), además estime los errores de estos pronósticos (ECM y MAD) y decida cuál es el mejor pronóstico para minimizar el riesgo de desabastecimiento en la estación de servicio, para ello utilice los siguientes datos que corresponden al número de carros tanques que se han solicitado en las últimas 15 semanas (siendo 15 la semana más antigua), cabe aclarar que hasta el momento la estación de servicio no ha sufrido desabastecimiento. Realice graficas donde compare los datos reales con los datos pronosticados.

Semana	ACPM	Extra	Corriente
15	4	11	20
14	3	9	20
13	6	9	19
12	6	9	25
11	6	12	24
10	6	9	19
9	6	11	19
8	4	9	20
7	4	9	24
6	6	11	25
5	9	11	18
4	7	12	17
3	9	12	17
2	8	10	26
1	10	11	25

3. Pronosticando todo el mes

Para el ejercicio anterior pronostique cuatro semanas de suministro para gasolina corriente, utilice la técnica de suavización exponencial con una constante de suavización de 0,17. Estime el ECM y el MAD, comente los resultados y realice graficas donde compare los datos reales con los datos pronosticados.

4. Cotización de acciones

Los siguientes datos corresponden a 100 precios diarios de cierre de las acciones de cierto banco nacional, los datos se encuentran en pesos colombianos.

Fecha	Cotización	Fecha	Cotización	Fecha	Cotización	Fecha	Cotización
16/01/2016	10,400	20/02/2016	10,842	27/03/2016	10,695	04/05/2016	10,787
17/01/2016	10,400	21/02/2016	10,737	28/03/2016	10,611	07/05/2016	10,758
18/01/2016	10,345	22/02/2016	10,733	29/03/2016	10,547	08/05/2016	10,737
19/01/2016	10,168	23/02/2016	10,707	30/03/2016	10,484	09/05/2016	10,741
20/01/2016	10,173	24/02/2016	10,632	02/04/2016	10,606	10/05/2016	10,859
23/01/2016	10,147	27/02/2016	10,526	03/04/2016	10,737	11/05/2016	10,867
24/01/2016	10,211	28/02/2016	10,611	04/04/2016	10,737	14/05/2016	10,901
25/01/2016	10,206	29/02/2016	10,632	09/04/2016	10,737	15/05/2016	10,800
26/01/2016	10,114	01/03/2016	10,531	10/04/2016	10,568	16/05/2016	10,842
27/01/2016	10,185	02/03/2016	10,669	11/04/2016	10,674	17/05/2016	10,737
30/01/2016	10,312	05/03/2016	10,632	12/04/2016	10,653	18/05/2016	10,737
31/01/2016	10,307	06/03/2016	10,505	13/04/2016	10,674	22/05/2016	10,737
01/02/2016	10,105	07/03/2016	10,611	16/04/2016	10,589	23/05/2016	10,737
02/02/2016	10,105	08/03/2016	10,737	17/04/2016	10,611	24/05/2016	10,699
03/02/2016	10,316	09/03/2016	10,674	18/04/2016	10,568	25/05/2016	10,695
06/02/2016	10,316	12/03/2016	10,568	19/04/2016	10,589	28/05/2016	10,657
07/02/2016	10,312	13/03/2016	10,712	20/04/2016	10,648	29/05/2016	10,636
08/02/2016	10,316	14/03/2016	10,821	23/04/2016	10,560	30/05/2016	10,653
09/02/2016	10,295	15/03/2016	10,821	24/04/2016	10,589	31/05/2016	10,598
10/02/2016	10,295	16/03/2016	10,884	25/04/2016	10,568	01/06/2016	10,598
13/02/2016	10,337	20/03/2016	10,821	26/04/2016	10,526	04/06/2016	10,535
14/02/2016	10,497	21/03/2016	10,842	27/04/2016	10,543	05/06/2016	10,526
15/02/2016	10,585	22/03/2016	10,737	30/04/2016	10,547	06/06/2016	10,598
16/02/2016	10,842	23/03/2016	10,737	02/05/2016	10,737	07/06/2016	10,632
17/02/2016	10,960	26/03/2016	10,737	03/05/2016	10,838	08/06/2016	10,589

Se le solicita:

- a) Realizar una gráfica del comportamiento de las cotizaciones e indicar el comportamiento del precio de las acciones.
- b) Utilizar la técnica del promedio móvil para 5 periodos y pronostique la cotización del día 09/06/2016
- c) Para el pronóstico realizado encuentre la $\sqrt{EMC}$ y la MAD ¿Existe diferencia relevante entre los dos resultados?
- d) Utilice la técnica de regresión lineal simple pronostique la cotización del día 09/06/2016. Interprete la ecuación obtenida.
- e) De acuerdo al punto anterior estime los intervalos de predicción e interprete los resultados.

5. Identificando los retornos

Para los datos anteriores se le pide encontrar la variación de los precios de cada día y construir una tabla similar a la del ejercicio anterior, pero con las variaciones (retornos) estimadas. Por ejemplo, la variación de la cotización entre 17/01/2016 y 18/01/2016 es de -55, lo que implica que la cotización del cierre disminuyó en 55 pesos. Luego de realizar esto proceda a:

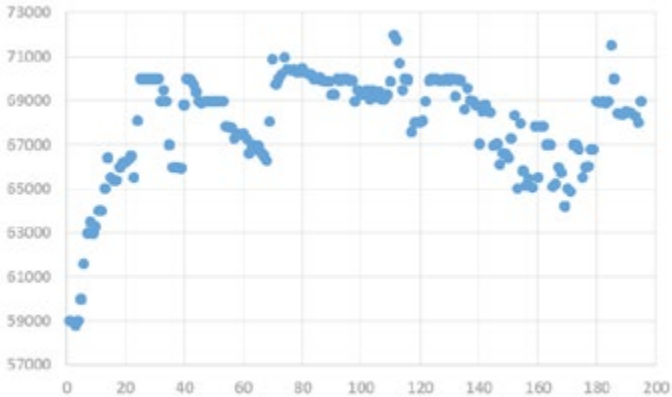
- a) Realizar una gráfica del comportamiento de los retornos y compararla con la obtenida en el punto a del ejercicio previo. Comente.
- b) Utilice la técnica del promedio móvil para 4 periodos y pronostique la cotización del día 09/06/2016
- c) Para el pronóstico realizado encuentre la $\sqrt{ECM}\sqrt{ECM}$ y la **MADMAD** ¿Existe diferencia relevante entre los dos resultados?
- d) Utilice la técnica de regresión lineal simple pronostique la cotización del día 09/06/2016. Interprete la ecuación obtenida.
- e) De acuerdo al punto anterior estime los intervalos de predicción e interprete los resultados.

6. Combinando técnicas de pronóstico

Para los últimos 50 datos del ejercicio 4 realice un pronóstico para una semana combinando la técnica de promedio móvil con la técnica de suavización exponencial. Realice el grafico respectivo y explique el procedimiento que utilizará para combinar las dos técnicas. Defina el número de periodos del promedio móvil y la constante de suavización.

7. Seleccionando técnicas de pronóstico

De acuerdo al gráfico siguiente indique que técnica de las explicadas en este libro es la más conveniente para realizar el pronóstico. Justifique su respuesta.



8. El nivel de ventas

Una comercializadora internacional desea pronosticar el nivel de ventas para el próximo mes, para ello le entregan los últimos 16 datos de ventas en millones de pesos, donde el dato 16 es el más reciente.

Dato	Ingresos	Dato	Ingresos
16	4,539.16	8	5,007.19
15	4,120.32	7	5,704.38
14	3,572.09	6	6,082.77
13	3,251.94	5	7,223.91
12	3,757.39	4	9,674.12
11	6,516.24	3	9,677.49
10	6,493.82	2	12,273.89
9	7,621.81	1	8,904.48

El pronóstico debe realizar según las siguientes indicaciones:

- a. Realice un diagrama donde identifique el patrón de la serie de datos
- b. Realice el pronóstico mediante regresión lineal
- c. Estime e interprete los intervalos de predicción
- d. Encuentre el $\sqrt{EMC}$ y la **MAD**.
- e. Analice los resultados obtenidos.

9. Comparación gráfica

Con los siguientes datos se le pide realizar pronósticos con cada una de las técnicas estudiadas en el texto (exceptuado la técnica del último valor). Realice una gráfica donde compare los resultados de cada técnica con los datos originales y comente cual pronóstico se ajusta mejor (visualmente) a los datos originales. Para el promedio móvil utilice un periodo de 4 y para la suavización exponencial utilice un $\alpha = 0.27$.

Periodo	valor	Periodo	valor	Periodo	valor	Periodo	valor
1	49	21	50	41	46	61	49
2	48	22	50	42	48	62	47
3	50	23	46	43	47	63	47
4	46	24	47	44	50	64	47
5	46	25	47	45	46	65	46
6	47	26	46	46	46	66	49
7	48	27	46	47	46	67	46
8	49	28	46	48	50	68	49
9	49	29	46	49	48	69	47
10	49	30	49	50	47	70	46
11	48	31	47	51	47	71	50
12	47	32	49	52	49	72	47
13	46	33	48	53	49	73	49
14	48	34	50	54	46	74	46

15	50	35	49	55	46	75	46
16	49	36	48	56	46	76	47
17	57	37	40	57	58	77	38
18	58	38	39	58	60	78	35
19	60	39	38	59	61	79	34
20	56	40	41	60	55	80	39

10. Identificando series de tiempo

Para las siguientes afirmaciones indique si se refieren a series de tiempo o no. En cada caso explique su respuesta.

1. Número de goles convertidos por el equipo de futbol de su predicción en cada una de las fechas del torneo local.
2. Valor del PIB (millones de dólares) de cada uno de los países de Latinoamérica.
3. Valor de ingresos diarios de la DIAN por recaudos arancelarios a las importaciones realizadas.
4. Número de homicidios en cada una de las 32 capitales de departamento del país durante el día de año nuevo.
5. Número diario de homicidios registrados en la ciudad de Ibagué durante el año en curso.
6. Valor de las cuentas por cobrar que tiene una empresa dedicada al suministro de aparatos eléctricos.
7. Número de unidades de un producto que se encuentran en inventario en las diferentes sedes de una empresa.
8. Precio diario del petróleo WTI
9. Calificaciones obtenidas por un estudiante durante el semestre en el curso de Finanzas.
10. Tasa de natalidad de los países emergentes durante el periodo 2005-2010.

Lo temas tratados en este texto se han realizado en un lenguaje sencillo, pero, sin perder la rigurosidad al exponer cada uno de los conceptos propuestos. Lo anterior permite que los estudiantes que se inician en el estudio de los pronósticos comprendan fácilmente las herramientas de pronósticos existentes.

Las herramientas gráficas utilizadas permiten un aprendizaje didáctico y práctico de las diversas técnicas de pronósticos estudiadas.

El enfoque del texto abarca las áreas de negocios y finanzas, pero, las técnicas presentadas se pueden extrapolar a otras ciencias y/o áreas donde se requiera estimación futura de datos (valores) cuantitativos.

El texto presenta ejemplos prácticos y propone ejercicios para el desarrollo mediante trabajo autónomo de los estudiantes, lo cual busca fortalecer las competencias de aprendizaje y auto-aprendizaje.

Trabajos citados

Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (1997). *Introducción a la investigación de operaciones* (Cuarta ed.). México, D.F.: Mc Graw Hill. Interamericana Editores S.A.:

Martinez Bencardino, C. (2002). *Estadística y muestreo* (Onceava ed.). Bogotá D.C.: ECOE Ediciones.

Pérez, F., & Fernandez, H. (2009). *Econometría. Conceptos Básicos* (Primera ed.). Medellín, Antioquia, Colombia: ECOE Ediciones.

Pérez, R., Mosquera, S., & Bravo, J. J. (Julio de 2012). Aplicación de modelos de pronósticos en productos de consumo masivo. *Biotecnología en el Sector Agropecuario y Agroindustrial*, 117-125.

Taha, H. A. (2004). *Investigación de Operaciones* (Séptima ed.). (V. González Pozo, Trad.) México, México: Pearson Educación.

Velez-Pareja, I. (Octubre de 2003). A Simple Approach to Forecasting (Una Aproximación a Los Métodos De Pronóstico). *Available at SSRN*, 6. Obtenido de <https://ssrn.com/abstract=986879> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.986879>

Bibliografía complementaria

Anderson, Sweeney, Williams, Camm, & Martin. (2011). *Métodos cuantitativos para los negocios*. México: Cengage Learning.

Hanke, J., & Wichern, D. (2010). *Prónosticos en los negocios*. México: Pearson educación.

Sydsaeter, K., & Hammond, P. (1996). *Matemáticas para el análisis económico*. Madrid: Prentice Hall.

Enders, W. (2015). *Applied econometric time series. Fourth Edition*. University of Alabama.