

La Educación Matemática Crítica para el Desarrollo del Pensamiento Estadístico

Edilberto Triana Teherán

Director:

Dr. José Humberto Guerrero Rodríguez

Universidad Santo Tomás

Facultad de Educación

Maestría en Gestión y Evaluación Educativa

2022

Índice de Contenido

Introducción	6
Capítulo 1. El Problema de Investigación.....	8
Descripción del Problema	9
El Contexto.....	11
Delimitación de la Propuesta	13
Pregunta de Investigación	13
Objetivos	13
Objetivo General	13
Objetivos Específicos	13
Justificación.....	14
Capítulo 2. Revisión de la Literatura	16
Enseñanza de la Estadística.....	16
Aplicación de la teoría de la Educación Matemática Crítica	17
Marco Teórico	23
Educación Matemática Crítica	23
Educación Crítica	24
Alfabetización Matemática	24
Escenarios de Investigación	27
Alfabetización Estadística	29
Razonamiento Estadístico	30
Pensamiento Estadístico	30
Capítulo 3. Diseño Metodológico	33
Paradigma, Enfoque y Método de Investigación	33
Población y Muestra.....	35
Ruta Metodológica	35
Capítulo 4. Resultados y Análisis	38
Primer Escenario de Investigación: “La Ciencia de los Datos”	39
Segundo Escenario de Investigación: “Hábitos de Vida Saludable”	41
Tercer Escenario de Investigación: “El Péndulo Simple”	43
Análisis de los Resultados de la Intervención	49
Capítulo 5. Conclusiones y Recomendaciones	52
Conclusiones	52
Recomendaciones.....	54

Referencias.....	56
------------------	----

Índice de Tablas

Tabla 1. Ambientes de Aprendizaje.....	28
Tabla 2. Categorías de Análisis para la Valoración de Resultados.....	37
Tabla 3. Escala Valorativa del Sistema de Evaluación Institucional.....	38
Tabla 4. Resultados Primera Actividad	39
Tabla 5. Resultados Segunda Actividad	41
Tabla 6. Resultados Tercera Actividad.....	43

Índice de Figuras

Figura 1. Ubicación Espacial de la Institución Educativa Trujillo	12
Figura 2. Respuestas Primera Pregunta	44
Figura 3. Respuestas Segunda Pregunta	45
Figura 4. Respuestas Tercera Pregunta.....	46
Figura 5. Respuestas Cuarta Pregunta	47
Figura 6. Respuestas Quinta Pregunta	48

Resumen

La labor del maestro frente al proceso de enseñanza y aprendizaje debe estar en constante cambio. Es ahí donde el maestro debe liderar los procesos de gestión y evaluación educativa, a través del diseño, implementación y evaluación de estrategias pedagógicas de enseñanza que permitan alcanzar mejores aprendizajes en su área de conocimiento. El objetivo de la investigación es valorar el impacto en el aprendizaje de la Estadística logrados por los estudiantes de grado décimo de la IE Trujillo mediante la aplicación de los fundamentos de la educación matemática crítica, la cual se direccionó a partir de la siguiente pregunta: ¿Cuál es el impacto que en el proceso de aprendizaje de la Estadística tiene el diseño de estrategias pedagógicas basadas en los fundamentos de la Educación Matemática Crítica en los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Trujillo? Para este propósito, la investigación se inscribe en el paradigma socio-crítico, con un enfoque cualitativo. La aplicación de los instrumentos diseñados a partir de las categorías de análisis definidas permitió a los estudiantes adquirir habilidades para recolectar, tabular, representar información, así como también la competencia para reflexionar sobre los resultados obtenidos, pudiendo así responder a los objetivos planteados. Se destacan como aportes al campo educativo, la aceptación de nuevos métodos de enseñanza que resultan innovadores a los estudiantes, la transformación de la práctica docente y el potencial que tiene este tipo de educación matemática para implementar en todos los niveles y componentes del pensamiento matemático.

Palabras Clave

Educación Matemática Crítica, alfabetización matemática, educación estadística, enseñanza de la estadística, crítica, educación.

Abstract

The work of the teacher in the teaching and learning process must be constantly changing. This is where the teacher must lead the educational management and evaluation processes, through the design, implementation and evaluation of pedagogical teaching strategies that allow for better learning in their area of knowledge. The objective of the research is to assess the impact on the learning of Statistics achieved by the tenth grade students of the IE Trujillo through the application of the fundamentals of critical mathematical education, which was addressed from the following question: ¿ What is the impact that the design of pedagogical strategies based on the foundations of Critical Mathematics Education has on the learning process of Statistics in the tenth grade students of the Trujillo Educational Institution? For this purpose, the research is part of the socio-critical paradigm, with a qualitative approach. The application of the instruments designed from the defined categories of analysis allowed students to acquire skills to collect, tabulate, represent information, as well as the competence to reflect on the results obtained, thus being able to respond to the stated objectives. They stand out as contributions to the educational field, the acceptance of new teaching methods that are innovative for students, the transformation of teaching practice and the potential that this type of mathematical education has to implement at all levels and components of mathematical thinking.

Keywords

Critical Mathematical Education, mathematical literacy, statistical education, teaching statistics, criticism, education.

Introducción

La Educación Matemática se preocupa por conocer cuáles son las experiencias, métodos, herramientas, etc., que los maestros de matemáticas están implementando en las aulas con el fin de generar mejores aprendizajes en los estudiantes, teniendo en cuenta los paradigmas emergentes y las necesidades de la sociedad en general. Dentro de la labor docente, esto implica tener capacidad y actitud de liderazgo para realizar los procesos de gestión y evaluación educativa necesarios para alcanzar los objetivos del área. Esto permite reflexionar constantemente sobre la práctica docente al gestionar y evaluar los procesos pedagógicos que se implementan a diario. Ahora bien, dentro del estudio de esta área del conocimiento, la estadística no se destaca dado a que en los planes de área se le asignan muy pocas horas de estudio, impidiendo el desarrollo de habilidades de pensamiento como la identificación, la comparación, la inferencia y la conclusión entre otras.

En este trabajo de investigación se propone implementar en la enseñanza de la Matemática los fundamentos pedagógicos de la Educación Matemática Crítica con los estudiantes de décimo grado de la Institución Educativa Trujillo, en donde el desempeño de los estudiantes en este componente no es muy notorio y no está alineado con las demandas que desde las pruebas estandarizadas se necesitan. En el capítulo 1 se presentan los aspectos preliminares del proyecto como lo son la descripción de la problemática, la pregunta de investigación, los objetivos y la justificación. En el capítulo 2 se muestran los antecedentes del problema y el marco teórico. En el capítulo 3 se exponen el diseño metodológico, que corresponde al paradigma, enfoque, población y muestra. En el capítulo 4 se explican los

resultados de la aplicación de los instrumentos de recolección de información y en el capítulo 5 se presentan las conclusiones y las recomendaciones del trabajo.

Capítulo 1. El Problema de Investigación

En este capítulo se muestra el problema que se está presentando en la Institución Educativa Trujillo del municipio de Becerril-Cesar que consiste en la ausencia de la enseñanza del componente estadístico del área de matemáticas, generando vacíos conceptuales y a su vez impidiendo que se desarrollen ciertas habilidades de pensamiento que son fundamentales para los estudiantes tales como la identificación, la asociación, la comparación, la inferencia, la conclusión entre otras. A esto se le suma, el uso de las metodologías tradicionales por parte de los docentes que son de poco atractivo para los estudiantes y que no promueven la motivación y deseo por aprender esta área de conocimiento.

Como un proceso de gestión y evaluación educativa, se propuso implementar los fundamentos de la Educación Matemática Crítica, como una alternativa que busca relacionar el entorno desde un punto de vista que puede ser intervenido desde las Matemáticas, buscando que los estudiantes sean líderes y críticos de los problemas o situaciones que les rodean generando sensibilidad ante los demás y, por ende, hacia la misma sociedad. También se muestran en este capítulo, la pregunta de investigación, la delimitación, los objetivos generales y específicos y la justificación que da razón de la necesidad para la comunidad educativa de este proyecto de investigación. Desde la Gestión Administrativa la propuesta de investigación tiene tres niveles de intervención: El primero, se realizará en el aula en donde se llevará a cabo la intervención pedagógica. El segundo, será el análisis aportado por los instrumentos aplicados para determinar si este estudio produjo los resultados esperados. Y el tercero es, en caso de obtener los resultados esperados, determinar las condiciones necesarias para poder replicar este modelo de Educación

Matemática Crítica en todos los niveles de enseñanza en la Institución Educativa Trujillo, por lo que tendría una incidencia en el Plan del Área de Matemáticas.

Descripción del Problema

La enseñanza de las matemáticas a lo largo del tiempo, fue asumiendo un estereotipo dentro de los estudiantes, e incluso se construyeron alrededor de esta, creencias absurdas y sin fundamento, como su estudio complejo, su dificultad para ser comprendida y aplicada y su carente utilidad para muchos estudiantes. Sumado a ello, la poca predominancia de metodologías activas y dinámicas para su enseñanza, el uso de diversas herramientas y apoyos educativos, y el forzado sometimiento de la disciplina a una estricta rigurosidad curricular, que no da cabida a posibilidades y cuestionamientos, han logrado que las matemáticas pierdan el valor que por derecho tienen, desde la antigüedad, donde ocupaba un lugar de privilegios y valoración.

Por otro lado, la era actual de la tecnología y la información demandan individuos que se encuentren actualizados, que reconozcan las problemáticas que se presentan a su alrededor, que sean capaces de adquirir una postura frente a cualquier situación que se les presente, es decir, que sean críticos. Esto significa que la educación matemática debe ofrecer espacios donde los estudiantes puedan analizar estos contextos desde el saber disciplinar; y permitir la integración de diferentes campos del conocimiento, y analizarlos desde una mirada más holística, más compleja.

Ahora bien, de esta reflexión se presentan dos tensiones ¿Cómo obtener información del contexto para poder comprenderlo y tomar una postura crítica y reflexiva desde las matemáticas? ¿Qué postura epistemológica acerca de la enseñanza de la matemática permite abordar esta problemática? La respuesta al primer cuestionamiento está en la Estadística. Esta disciplina de

las matemáticas permite conocer la realidad en los escenarios sociales, culturales, políticos, éticos de una sociedad a través de técnicas investigativas y procesos matemáticos. En concordancia con Del Pino y Estrella (2012) la información que se obtiene a través de la Estadística tiene el potencial de movilizar el pensamiento y crear conciencia para tener ciudadanos más comprometidos con las problemáticas que les afectan. Sin embargo, la estadística como disciplina ha quedado relegada al campo de la Matemática. Es decir, que se enseña de la misma manera como se enseña la aritmética, el álgebra, etc. Dentro de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2003) el estudio de la Estadística se enmarca dentro del currículo de matemáticas como Pensamiento aleatorio y sistemas de datos. Empero, en la puesta en escena, se le dedica muy poco tiempo a este componente en el calendario anual. En consecuencia, no se logran los aprendizajes necesarios.

La Educación Matemática Crítica propuesta por Skovsmose (1999) presenta una clara respuesta al segundo interrogante. Muestra una visión de la educación matemática con un enfoque crítico, que pretende mostrar nuevas visiones sobre lo que pueden ser las matemáticas en la escuela buscando el desarrollo de una ciudadanía crítica, a partir de la utilización de la matemática como medio para producir tecnología y su posterior aplicación en el desarrollo social. La educación matemática crítica vista de esta manera propone según Skovsmose (1999) realizar una alfabetización matemática por medio de la cual, los estudiantes a través del estudio formal de las matemáticas puedan ser críticos frente al uso de estos conocimientos en el desarrollo tecnológico y como este desarrollo puede impactar la vida de los ciudadanos. Skovsmose (1999) define tres tipos de conocimiento para lograr la alfabetización matemática:

El conocimiento matemático, que hace referencia a las habilidades matemáticas necesarias para resolver algoritmos, teoremas y demostraciones. Es decir, la matemática disciplinar. El conocimiento tecnológico, que hace referencia a la habilidad de tomar este conocimiento y utilizarlo en la creación de modelos matemáticos, que sirven de base para el desarrollo tecnológico. El conocimiento reflexivo, que se define como la capacidad para valorar el impacto social, ético que tiene la utilización de estos desarrollos tecnológicos en los escenarios culturales, políticos, económicos de una sociedad.

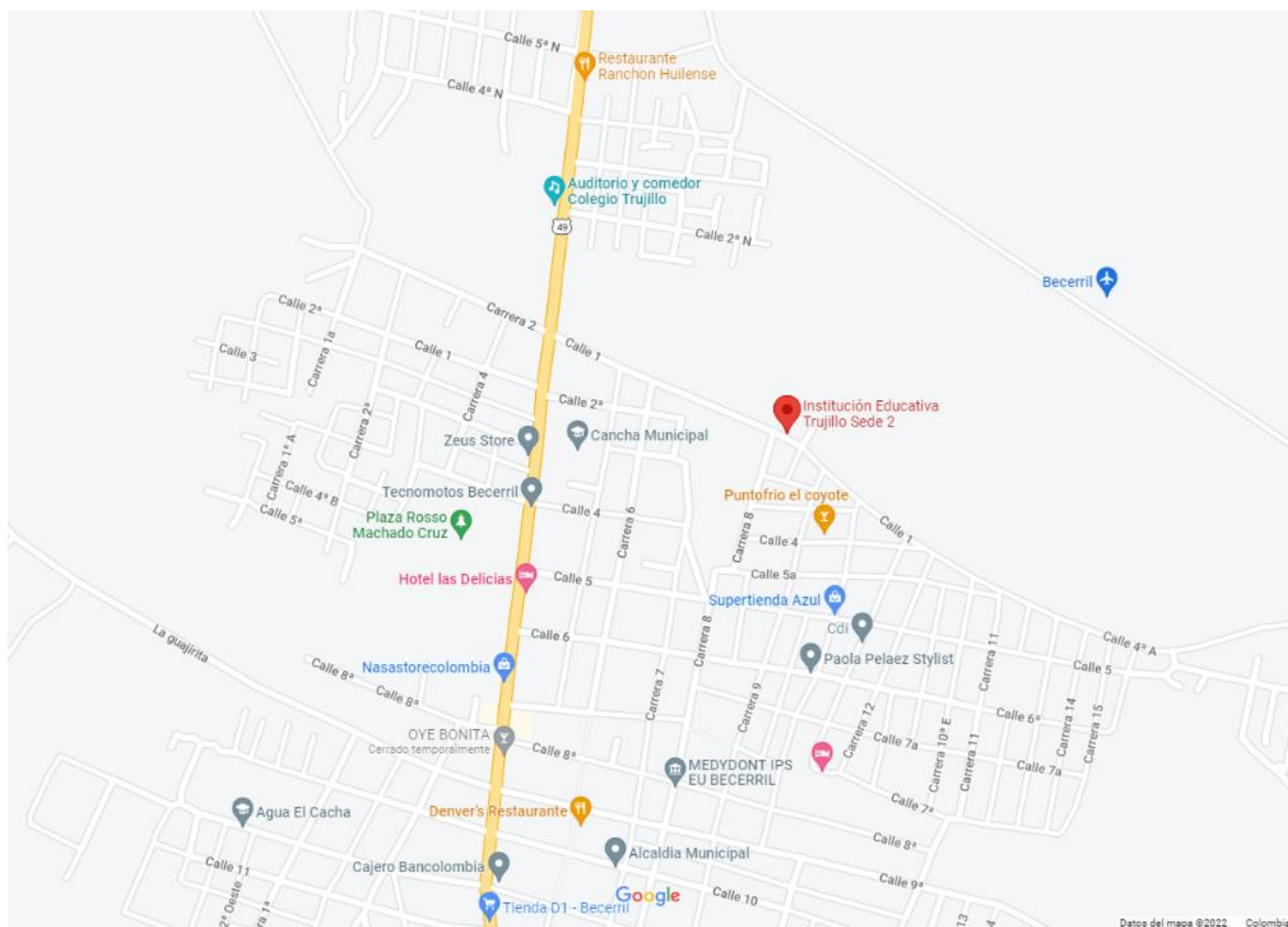
El Contexto

El proyecto se llevará a cabo en la Institución Educativa Trujillo ubicada en el municipio de Becerril en el Departamento del Cesar. Este municipio se encuentra en la zona central del departamento denominado corredor minero, el cual está conformado por los municipios que están dentro de la zona de influencia de las minas de carbón y por consiguiente de la actividad minera. Por otro lado, cuenta con resguardos indígenas; la Comunidad Yukpa y la Comunidad Wiwa cuyos asentamientos se encuentran dentro y fuera del municipio, estos últimos se ubican en una zona montañosa llamada Serranía del Perijá. Fue una población que antaño sufrió las consecuencias del conflicto armado del país en la década de los años noventa y principios del 2000 entre los grupos paramilitares y la guerrilla en donde hubo muchas víctimas mortales e incluso desplazó a muchos docentes de la zona rural. Es una población que económicamente depende de la minería, la agricultura, la ganadería y la economía informal. La institución cuenta con dos sedes. En la sede No 1 actualmente asisten los grados que conforman la básica primaria en dos jornadas. En la sede No 2 funciona los grados de básica secundaria y media académica en la jornada de la mañana. A esta sede asisten, 825 estudiantes que en su mayoría corresponden al

estrato 1 y 2 y a población en condiciones de pobreza extrema en la cual hay una pequeña población indígena y afrodescendiente. Cuenta con 25 docentes de los cuales 12 son oriundos del municipio y el resto residen en municipios cercanos y otros residen en el municipio de Valledupar. La ubicación de la Institución Educativa Trujillo se muestra en la figura 1.

Figura 1

Ubicación Espacial de la Institución Educativa Trujillo



Fuente: Aplicación Google Maps

Delimitación de la Propuesta

El contenido temático de la propuesta se enmarca dentro de la Enseñanza de la Matemática, el Aprendizaje de la Estadística y la Educación Matemática Crítica. La propuesta tendrá como población de estudio los estudiantes de grado décimo uno, el cual se compone de 25 estudiantes con una composición de diecisiete hombres y 8 mujeres cuyas edades están entre los 14 y los 17 años de edad.

Pregunta de Investigación

¿Cuál es el impacto que tiene en el proceso de aprendizaje de la Estadística, la gestión educativa de estrategias pedagógicas basadas en los fundamentos de la Educación Matemática Crítica en los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Trujillo?

Objetivos

Objetivo General

Valorar el impacto en el aprendizaje de la Estadística logrados por los estudiantes de grado décimo de la IE Trujillo mediante la aplicación de los fundamentos de la educación matemática crítica.

Objetivos Específicos

1. Diseñar ambientes de aprendizaje que implementen de los fundamentos de la Educación Matemática Crítica en el aprendizaje de la Estadística con los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Trujillo.
2. Implementar estrategias metodológicas que permitan mejorar el aprendizaje de la Estadística a partir de los fundamentos de la Educación Matemática Crítica.

3. Evaluar el impacto de la propuesta pedagógica implementada con los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Trujillo para convertirlo en una metodología permanente del área de matemáticas.

Justificación

En la escuela, los procesos de enseñanza y aprendizaje, constituyen la culminación del acto educativo, razón por la cual, es necesario revisar si las prácticas de aula en el área de matemáticas terminan en aprendizajes con sentido y/o significado para los estudiantes. Los estudiantes de este tiempo cuestionan la importancia de los contenidos de las asignaturas y en especial, los contenidos de matemáticas. Les resultan indiferentes, muy técnicos y poco importantes para sí mismos. Se pretende entonces, proponer una práctica pedagógica fundamentada desde la Educación Matemática Crítica que permita primero, que los estudiantes cambien su percepción sobre las matemáticas y segundo, que se alcancen aprendizajes basados en el contexto a partir de las realidades locales y nacionales.

El estudio de la Estadística como herramienta de investigación, permite al estudiante vincular otras disciplinas con la actividad matemática, haciendo tabulaciones de datos, análisis de gráficos, calculando tendencias, etc. Sirve de base para la realización de los proyectos transversales de la institución, dado que todo diagnóstico de un proyecto necesita de una recopilación de información que permita diseñar las estrategias de acción. Por último, brinda elementos de juicio para tomar una postura crítica frente a la problemática que se investiga.

La aplicación de esta propuesta puede ofrecer elementos que sirvan de base al mejoramiento de toda la institución educativa, dado que, la obtención de buenos resultados, constituyen una oportunidad de mejora para las demás áreas del currículo y consolidar un

modelo de enseñanza institucional que esté alineado a la vanguardia de los paradigmas emergentes. Teniendo estudiantes motivados y conscientes de la relación del aprendizaje con la vida, se va construyendo una sociedad sensible, democrática y participativa, que protege el medio ambiente, que se proyecta hacia el mundo y que busca el bien común. La propuesta busca beneficiar a la población conformada por los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Trujillo, teniendo en cuenta que este primer estudio permitirá determinar si el proyecto logró los resultados esperados para en un momento posterior, implementar en los diferentes grados de la institución y asumir la Educación Matemática Crítica como estrategia pedagógica del área de matemáticas.

Capítulo 2. Revisión de la Literatura

En este apartado se resaltan los rasgos más importantes de los trabajos que hicieron parte de la revisión literaria. Las fuentes seleccionadas para soportar la propuesta corresponden a artículos de publicación, tesis de maestría y monografías de pregrado publicados en bases de datos de habla hispana en su mayoría. Se definieron dos criterios para seleccionar las fuentes: El primero, trabajos relacionados con la enseñanza de la estadística. El segundo, trabajos relacionados con la aplicación de la teoría de enseñanza de la matemática crítica.

Enseñanza de la Estadística

Así, en el trabajo de Triana (2013) se implementaron tres escenarios de enseñanza siguiendo la proposición de Skovsmose, y utilizando el paradigma socio-crítico y como metodología la investigación participativa encontrando que los estudiantes cambiaron sus creencias frente a la clase de estadística donde ellos asumen un rol protagónico y dinámico. Los escenarios propuestos cumplieron un papel diferente al de evaluación, se convirtieron en un medio para que los estudiantes comprendieran la existencia de otros contextos de aplicación diferente a los problemas y ejercicios rutinarios. De la misma forma, Fuentes (2017) desarrolla una experiencia de educación matemática crítica en la cual se estudia la relación entre los salarios mínimos y la calidad de vida en el contexto latinoamericano y nacional, utiliza la estrategia del proyecto de aula, El proyecto de aula permite enfatizar el contexto antes que el contenido. Sin embargo, hace uso del contenido para dotar de sentido al contexto. Este tipo de experiencias puede desarrollar el pensamiento crítico al tener que utilizar habilidades de pensamiento para poder jugar la naturaleza de los resultados obtenidos mediante métodos estadísticos.

En el trabajo desarrollado por Magallanes, Colaneri y Rodríguez (2013) se propone un escenario de investigación interdisciplinario sobre la situación laboral de los habitantes de la localidad en la cual está inserta la institución educativa, contribuyendo desde la experiencia y bajo este enfoque a impedir la típica fragmentación que generalmente se da en la educación secundaria. Con un enfoque situacional y utilizando el proyecto de aula como metodología, se logró observar un cambio sustancial en la motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje, en la energía y el tiempo extra-curricular que ellos dedicaron para el desarrollo del proyecto. Este cambio se explica en gran medida por la posibilidad que se le presenta al estudiante de descubrir algo de su propio entorno y de ser partícipe del mismo a través del conocimiento.

Por otro lado, Clavijo (2015) propuso diseñar ambientes de aprendizaje mediados desde la educación matemática crítica y la educación estadística. Utilizando un enfoque socio crítico, se logró reflexionar en torno a la importancia de la formación de ciudadanos para el análisis de la información que están recibiendo constantemente por medio de representaciones estadísticas. En el trabajo de Campos (2016) se propone desarrollar conceptos estadísticos a través de modelos matemáticos utilizando los fundamentos de la educación matemática crítica, tomando como referencia situaciones específicas del contexto nacional. Utilizando la estrategia del trabajo por proyectos y siguiendo el enfoque socio-crítico, se evidencia en los estudiantes la competencia crítica a partir de los debates y discusiones que se presentaron a partir del análisis estadístico de los modelos matemáticos.

Aplicación de la teoría de la Educación Matemática Crítica

En este segundo bloque encontramos a Pineda (2017) que propone utilizar los fundamentos de la educación matemática crítica en la enseñanza del concepto de la amortización

buscando ofrecer una educación financiera desde el aula hacia las familias y la comunidad. Con un enfoque cualitativo y utilizando el estudio de casos, se evidenció el interés que tienen los estudiantes por verse más involucrados en el desarrollo económico y social, haciéndose dueños de sus finanzas y ayudando en la toma de decisiones en el ámbito familiar. Además, permitió que ellos se informaran sobre lo que sucede en la realidad alrededor de esta temática, para tener elementos de juicio en la toma de decisiones sobre esta práctica propia y en su entorno familiar y social.

De la misma manera, Clavijo y Fresneda (2020) presentan los avances de las investigaciones que han realizado de manera individual sobre reflexiones que se han realizado luego de incursionar en prácticas pedagógicas e investigativas en la educación matemática crítica. Utilizando la investigación crítica fue posible reconocer rasgos de la competencia democrática en el quehacer y actuar de la clase, ya que la situación social propuesta para generar el estudio no sólo generó interés en los estudiantes, sino que además propició espacios de estudio, discusión y puesta en común de ideas en relación con las temáticas de investigación.

En el trabajo desarrollado por Oh, K., & Kwon, O. (2014) los autores realizan una investigación sobre lecciones de educación matemática crítica en Corea del Sur. Este estudio explora el desarrollo de la conciencia social de los estudiantes a través de lecciones de matemáticas críticas en las que los estudiantes utilizan las matemáticas como una herramienta para analizar problemas sociales y para justificar sus afirmaciones sobre problemas sociales. Utilizando el estudio de casos desde un paradigma socio-crítico, los estudiantes pudieron analizar las problemáticas sociales desde los contextos matemáticos, pero se mostraron reservados a la hora de tomar iniciativas. Este fenómeno se interpreta a la luz de los antecedentes

socioculturales coreanos de los estudiantes y se explica cómo aptitud reservada. Martínez, Páez y García (2013) describen los procedimientos que utilizaron en el diseño de un escenario de modelación desde la perspectiva socio-crítica, en una clase de matemáticas de grado octavo de la educación básica. Mediante el paradigma socio-crítico desde un enfoque cualitativo, generó en los estudiantes una postura crítica, respecto a la contaminación de residuos tecnológicos y su impacto en el medio ambiente.

Cárdenas y Muñoz (2014) realizan una propuesta didáctica basada en la metodología de la educación matemática crítica y el análisis didáctico para la enseñanza de las secciones cónicas. Bajo el paradigma holístico transformador y el enfoque investigación acción participación, permitió generar reflexiones al docente de matemáticas en cuanto a los recursos tecnológicos y su implementación en el aula de clase. Así mismo, la unidad didáctica virtual permitió a los estudiantes identificar los conceptos asociados a las secciones cónicas. De la misma manera Angulo y Solano (2013) proponen un proyecto de formación de estudiantes a partir de ambientes de aprendizaje generados por escenarios de investigación en la clase de matemáticas. Utilizando un enfoque socio-crítico con un enfoque cualitativo, Los autores enfatizan la importancia del conocer matemático, tecnológico y reflexivo como conceptos fundamentales que posibilitan la formación de estudiantes críticas por medio de este enfoque. Sin embargo, las diferentes justificaciones presentadas por las estudiantes sobre qué es válido e importante evaluar en el desarrollo de su proyecto, expresan la importancia de caracterizar la relación dialéctica ser/conocer.

Duarte (2013) propone en su trabajo brindar orientaciones desde la educación matemática crítica en el diseño de instrumentos de evaluación para las clases de matemáticas. Utilizando una

revisión documental, encuentran que la evaluación de los aprendizajes debe ser vista desde una dimensión crítica, que esta entendida como un proceso y no como un momento final, en donde la mejora no viene de un perfeccionamiento matemático de los instrumentos sino la transformación de su valor y de su uso que fomente el conocimiento matemático con todos los estudiantes. Por su parte, Martínez (2017) propone realizar un proyecto escolar interdisciplinario construido desde la base de la educación matemática crítica. Utilizando un enfoque cualitativo se lograron alcanzar ciertas aproximaciones al conocer reflexivo según lo planteados desde la Educación Matemática Crítica, sin embargo, se pueden generar ajustes que garanticen una apropiación más completa.

Gordillo (2020) propone implementar estrategias de enseñanza y aprendizaje desarrolladas en torno al enfoque crítico de las matemáticas para poder identificar cambios favorables en las prácticas, conductas y acciones matemáticas en comunidad, tomando como base las problemáticas que inciden en la calidad de vida. Utilizando un enfoque cualitativo, la experiencia con las estrategias diseñadas llevó a esta comunidad a reconocer la importancia del análisis lógico en la organización comunitaria para la solución de los problemas y del uso de las matemáticas en la concepción de ideas e iniciativas de emprendimiento y mejoramiento económico.

En el trabajo de Morales, Roldán y Romero (2016) se pretenden caracterizar las tensiones que experimenta un docente en el montaje de un escenario de aprendizaje. Desde un paradigma socio-crítico, la investigación permitió establecer que efectivamente las actividades realizadas en el aula de clase presentan tensiones en cuanto a los contenidos que se deben orientar y están preestablecidos y las necesidades que realmente tienen los estudiantes. Por su parte, Acuña

(2017) propone diseñar ambientes de aprendizaje que permitan el desarrollo del pensamiento crítico en la clase de matemáticas. Utilizando un enfoque cualitativo y una metodología investigación acción, se concluye que Un ambiente de aprendizaje que posibilite el desarrollo de habilidades del pensamiento crítico debe distanciarse de una metodología tradicional de tal manera que se proporcione a los estudiantes situaciones que le permitan observar, imaginar, indagar y reflexionar a través de dinámicas en el aula de clase donde se privilegien las interacciones sociales. En el trabajo de Morales (2017) se propone diseñar e implementar escenarios de aprendizaje que hagan reflexionar a los estudiantes sobre la importancia del “otro” dentro de la construcción de conocimientos desde entornos mediados desde la educación matemática crítica. Mediante un enfoque cualitativo y una metodología investigación acción, el trabajo desde el escenario permitió el uso de una situación social y política que tiene relevancia para los estudiantes, que ha sido estructurada por las matemáticas y que a su vez puede permitir acercamientos a las mismas como algo útil, tanto en la clase como en la vida.

Los procesos de intervención en el aula siempre están en constante movimiento, dada la creciente preocupación de los docentes por realizar transformaciones que no solo sean importantes para sí mismos, sino que también sean visibles a los estudiantes y ante otros maestros. Se puede evidenciar en esta revisión que esta postura pedagógica en Colombia está empezando a tener cierto grado de importancia, así como en otros países, debido a que los fenómenos sociales, económicos y políticos de los países latinoamericanos son comunes y han tenido los mismos efectos sobre la sociedad, en unos más acentuados que en otros. Esta realidad también necesita ser vista desde la educación y por supuesto desde el área de matemáticas y este conjunto de trabajos académicos demuestran que es posible pensar una educación matemática

que no se aleje del saber disciplinar, sino que reconozca que el aprendizaje ya no se centra en el aula y que lo indispensable no es el conocimiento puro, sino lo que se hace con él.

Siendo más específicos sobre la información seleccionada, se encuentra que de dieciocho trabajos seleccionados (ocho tesis y diez artículos de publicación), seis son referencias internacionales y el resto se ubica en el contexto nacional. Sin embargo, dentro de las referencias nacionales, no existen trabajos realizados en educación matemática crítica en el departamento del Cesar, lo cual es fundamental a la hora de implementar la propuesta, dado que no es suficiente solo con realizar el proyecto, sino que los hallazgos puedan servir de base a futuro en un ejercicio de formación docente que nuestro territorio adolece.

Esta revisión también permite dar cuenta que cualquier contenido matemático que se desee desarrollar puede abordarse desde la educación matemática crítica. Sin embargo, el proyecto se decanta hacia la estadística por las razones mencionadas en el capítulo 1. En cuanto al diseño metodológico, la tendencia apunta a investigaciones de tipo cualitativo desde diferentes autores, esto a razón de que lo más importante del proceso es la capacidad de análisis del estudiante frente al contexto social, la reflexión que los números ofrecen dentro de los modelos matemáticos, la argumentación de ideas, la importancia de lo que opina el compañero, y otras aptitudes que no se pueden cuantificar, pero que son susceptibles de observar y registrar. Por otro lado, los trabajos utilizan tanto el enfoque socio-crítico como la investigación acción y la investigación acción participación. Empero, dado el momento histórico que vive el país, y los recursos limitados desde la posibilidad de tener encuentros presenciales por el momento, el enfoque a considerar será el de investigación acción.

Marco Teorico

En este subcapítulo se muestran los soportes epistemológicos que sustentan la propuesta de investigación. Por una parte, se desarrolla la teoría de la educación matemática crítica, así como también los conceptos asociados a esta teoría tales como *alfabetización matemática*, *escenarios de investigación*. Por otro lado, al ser una propuesta en estadística, se busca precisar algunos conceptos que serán de vital importancia al momento de evaluar los resultados de las actividades. Tales son los conceptos de *alfabetización estadística*, *pensamiento y razonamiento estadístico*.

Educación Matemática Crítica

Se conoce como Educación Matemática Crítica a una escuela de Educación Matemática, liderada en Europa por Ole Skovsmose que surge a partir de las reflexiones sobre cómo debe ser la educación matemática, y como esta tiene el potencial de trascender en los diferentes escenarios que influyen en el desarrollo de una sociedad, a partir del análisis de fenómenos como la justicia social, la democracia y la equidad. Su principal influencia viene de la escuela de pensadores de Frankfurt, particularmente en la Teoría Crítica de Habermas (1984) en donde destaca que el estudio de las ciencias sociales debe liberarse del yugo del positivismo. Parte del análisis de los constructos de *crisis*, *crítica* y *emancipación* para poder llegar a una noción clara de *Educación Crítica*. En el primero de ellos, se refiere a la *crisis* como un conjunto de problemáticas que están presentes en cualquier sociedad; desigualdad, pobreza, explotación, conflictos, represión, etc. La *crítica* la asume como un tipo de actitud frente a las crisis: se identifica, se comprende y por último se reacciona a ella. La *emancipación* para Skovsmose debe atenderse con sumo cuidado, porque si bien resulta de ser críticos frente a las ideologías, puede

no ser la clave de la transformación social, porque la reacción ante una crisis, puede generar otras crisis de mayor impacto.

Educación Crítica

Así como a través de la crítica el hombre es capaz de reaccionar ante las crisis sociales, para Skovsmose la escuela tiene la responsabilidad de formar a los estudiantes en este aspecto. Debe ser capaz de mostrar el carácter desigual de la sociedad y cualquier tipo de represión que se dé en su interior. Debe formar a sus estudiantes en las competencias que esta considere necesarias para afrontar las crisis sociales. Skovsmose encuentra pertinente analizar el concepto de democracia y sus posibles relaciones con la educación para poder definir cuáles son las condiciones necesarias para poder formar una *competencia democrática* que en su naturaleza debe ser crítica. La educación crítica vista por Skovsmose implica que la relación entre el docente y el estudiante debe ser dialógica; el docente propone escenarios de aprendizaje enmarcados en el entorno del estudiante y los orienta hacia la reflexión sobre cuáles fueron los recursos que pudieron haber utilizado para alcanzar los objetivos del mismo. De esta manera los estudiantes se relacionan con la realidad fuera de los libros de texto y se acercan más a situaciones económicas, políticas y sociales que les afectan.

Alfabetización Matemática

¿Cómo es posible vincular las ideas de la educación crítica y la matemática? Skovsmose explora los aportes de Giroux (1989), Freire (1972, 1974) entre otros, sobre el concepto de alfabetización y el papel que juega en el desarrollo de una competencia democrática, vista desde la igualdad de oportunidades en el acceso a la educación, como también el desarrollo de habilidades que les permitan a las personas reconocer que tienen un lugar en la sociedad y de

esta manera, reaccionar ante las crisis que en ella se presenten. La alfabetización debe conducir a la emancipación. Empero, para este autor, la alfabetización en el marco de la educación crítica puede no tener los mismos rasgos que debería tener una alfabetización matemática. Para llegar a un proceso de alfabetización matemática, Skovsmose (1999, pág. 111) propone que se deben desarrollar tres tipos de competencia (o conocer) a saber:

1. Competencias matemáticas: suponen “las habilidades llamadas comúnmente matemáticas, como las competencias para reproducir pensamientos matemáticos, teoremas y demostraciones, ejecutar algoritmos y realizar cálculos”
2. Competencias tecnológicas: suponen la habilidad de aplicar las matemáticas y los métodos formales para el logro de objetivos tecnológicos.
3. Competencias reflexivas: tienen que ver con la evaluación y la discusión general de lo que se puede hacer como un fin tecnológico y con las consecuencias éticas y sociales de lograr tal fin con las herramientas seleccionadas.

Para desarrollar el conocer reflexivo, es necesario hacer representaciones matemáticas de una realidad. Esto es, *la modelación*. El modelaje permite hacer abstracciones matemáticas y materializarlas en algo concreto. Skovsmose hace referencia a dos tipos de modelaje: el modelaje puntual y el modelaje extendido. El primero se enfoca en problemas particulares que se encuentran inmersos dentro de un sistema local, y el extendido, se aplica cuando toda un área de la vida social se convierte en la meta de modelación. El conocer reflexivo debe llevar a cabo ciertas tareas fundamentales para el proceso de modelación: (a) Identificar las nociones y comprensiones previas. (b) Abordar los problemas y las incertidumbres asociadas con las transiciones entre los diferentes tipos de lenguaje que se involucran en el proceso de

modelamiento. (c) Las reflexiones deben abordar como el modelaje matemático afecta de manera global al contexto de la resolución del problema.

Ahora bien, ¿Cómo abordar estos planteamientos en el aula de clase? El autor propone seis puntos de entrada al conocer reflexivo. El primero de ellos hace referencia a elaborar preguntas hechas por docentes y estudiantes sobre el trabajo realizado en la clase de matemáticas. “¿hicimos correctamente los cálculos?, ¿seguimos el algoritmo de manera apropiada?, ¿hay diferentes maneras de controlar los cálculos?, ¿usamos el algoritmo de la forma correcta?” Skovsmose (1999, p.131). Todas estas preguntas se responden desde el conocimiento matemático.

El segundo punto de entrada también se relaciona con la actividad matemática y se encuentra al plantear interrogantes como: ¿hemos hechos los cálculos correctos?, ¿es posible escoger diferentes algoritmos?, ¿hemos elegido el algoritmo adecuado? El tercer punto se enfatiza en reflexionar sobre la confiabilidad de los resultados. En este punto se preguntan ¿podemos confiar en los resultados obtenidos de ese algoritmo? De esta manera se busca el aspecto tecnológico. Mientras que en los dos primeros se reflexiona desde la matemática.

El cuarto punto hace referencia a la posibilidad de no utilizar métodos matemáticos para lograr un fin tecnológico. Se pueden formular preguntas como ¿es posible llegar a la solución del problema sin utilizar algún algoritmo? El quinto punto se refiere a la reflexión sobre las consecuencias generales sobre el uso de alguna técnica específica para resolver un problema. Se plantean preguntas como ¿Cómo afecta el uso de determinado algoritmo nuestra concepción del mundo? Por último, el sexto punto de entrada consiste en pensar acerca de cómo hemos reflexionado sobre el uso de las matemáticas. La pregunta a realizar sería ¿podríamos haber

hecho una evaluación de otra manera? Cabe destacar que estos puntos de partida no tienen un orden específico, ni un momento de aparición en la clase. Son preguntas retadoras que incitan a una reflexión sobre el papel formativo de las matemáticas en un contexto social.

Escenarios de Investigación

Skovsmose (2000) describe la cultura tradicional de las clases de matemáticas en algo que él denomina *paradigma del ejercicio*. En esta forma de enseñanza de las matemáticas se presentan tres tipos de referencias a saber: la primera denominada *matemáticas puras* es aquella en la que el docente explica el tema, los procedimientos y los ejemplos y después hace que sus estudiantes resuelvan cierta cantidad de ejercicios similares a los explicados anteriormente. La segunda referencia llamada *semirealidad*, es aquella en la cual se trabajan ejercicios de aplicación, no desde la micro sociedad del estudiante, sino desde una realidad propuesta por el autor del libro. Por último, los estudiantes pueden resolver ejercicios relacionados con *situaciones de la vida real*, como referencia final. En contraste con este modelo tradicional, Skovsmose propone dirigir la enseñanza de la matemática hacia el trabajo por proyectos a través de los *escenarios de investigación*. Lo define como una situación particular que tiene el potencial de promover un trabajo de investigación. Empero, no trata de eliminar de la práctica el paradigma del ejercicio sino más bien intenta buscar diferentes rutas didácticas entre estas dos posturas para poder realizar el proceso de alfabetización matemática como parte de una educación matemática crítica. Un escenario de investigación debe llevar a un proceso de exploración. La exploración se lleva a cabo mediante preguntas que inviten a los estudiantes a buscar explicaciones, lo cual se constituye en un ambiente de aprendizaje. Skovsmose organiza las referencias del paradigma del ejercicio y los escenarios de investigación en la Tabla 1:

Tabla 1*Ambientes de Aprendizaje*

		Formas de organizar la actividad de los estudiantes	
		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación
Tipo de referencia	Matemáticas Puras	1	2
	Semirealidad	3	4
	Situaciones de la vida real	5	6

Fuente: Skovsmose (2000, pág. 10)

El ambiente de tipo 1 se ubica en el paradigma del ejercicio y se trabajan las matemáticas puras. En este ambiente se trabajan ejercicios como:

$$(5x - 4y)(-2x + y) =$$

El ambiente de tipo 2 se ubica en el escenario de investigación dentro de las matemáticas puras. Una situación enmarcada en este ambiente sería la siguiente: Juan tiene 20 euros en monedas de 10 céntimos y de 50 céntimos. ¿Cuántas monedas de cada clase puede ser que tenga? El ambiente de tipo 3 se ubica en el paradigma del ejercicio y trabaja la referencia de la semirealidad. Un tipo de ejercicio de este tipo sería el siguiente: “La altura h sobre el suelo (en pies) de un cohete de juguete, t segundos después que es lanzado, está dada por $h = -16t^2 + 120t$ ¿Cuándo estará el cohete a 180 pies sobre el suelo? (Swokowski, cole 2009, pág.90). El ambiente de tipo 4 se ubica en un escenario de investigación desde la semirealidad (es decir, una situación ficticia). El autor propone en este caso un escenario denominado *la pista de la carrera de caballos* (Skovsmose 2000, pág. 12) En este escenario, los estudiantes utilizan la suma para mover a los caballos, para después proponer una casa de apuestas en donde el objetivo es ver

quien gana más dinero teniendo en cuenta que algunos caballos tenían más posibilidades de ganar que otros. Los ambientes de tipo 5 son situaciones de la vida real desde el paradigma del ejercicio. Un ejemplo de este ambiente sería pedir a los estudiantes que realizaran una encuesta sobre la inasistencia a clases durante un mes del año. Por último, los ambientes de tipo 6 son proyectos que tienen en su naturaleza ser interdisciplinarios, donde los docentes de diferentes áreas planifiquen diferentes actividades para propósitos comunes. Un punto de partida para este tipo de ambientes de aprendizaje consiste en preguntar a los estudiantes, las proyecciones que tienen sobre sus vidas futuras. Esto permite detectar posibles realidades a explorar desde la micro comunidad de clase.

Alfabetización Estadística

Según Estrella (2017, pág. 173) “Nuestra actual sociedad requiere que los ciudadanos sean competentes en evaluar críticamente afirmaciones basadas en datos y en argumentar con fundamentos en la evidencia que entregan los datos”. En otras palabras, las personas no cuentan con las herramientas necesarias para poder ser críticos y reflexivos frente a la información que se recibe de diferentes fuentes. Se requiere entonces desarrollar un tipo de alfabetización estadística que se aleje de la matemática en cuanto a metodología se refiere.

La alfabetización estadística comprende la competencia para analizar, interpretar y valorar la información que se origina en cualquier contexto desde los conceptos estadísticos. Por ende, para poder interpretar la información proveniente de la realidad, el estudiante debe desarrollar un pensamiento estadístico. Gal (2002, pp. 2-3) insiste en el desarrollo de una cultura estadística que se refiere a dos componentes que se relacionan: (a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los

fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y (b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante

Estas habilidades se reflejan cuando el estudiante es capaz de elaborar tablas, gráficos, organizar información, utilizar diferentes fuentes de información, etc. además se evidencia a través de la apropiación de conceptos, manejo de terminología y la comprensión del concepto de probabilidad como medida de incertidumbre (Ben-Zvi y Garfield, 2004).

Razonamiento Estadístico

El razonamiento estadístico se puede definir como la manera en que se razona sobre las conexiones existentes entre las ideas estadísticas. Esto permite comprender la información para poder presentar los resultados de un proceso de investigación adecuadamente. El estudiante debe ser capaz de comprender y explicar los procesos estadísticos y ser capaz de interpretar los resultados a cabalidad (Ben-Zvi y Garfield, 2004).

Pensamiento Estadístico

Cuando se revisa la literatura referente a la Educación Estadística, se encuentra con muchas similitudes entre los conceptos de alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico. Parece haber una superposición de conceptos. Empero, cuando se quiere abordar cada uno de estos conceptos desde la práctica pedagógica, los objetivos de aprendizaje son diferentes.

Para (Ben-Zvi y Garfield, 2004) el pensamiento estadístico implica una comprensión de por qué y cómo se llevan a cabo las investigaciones estadísticas y las ideas que subyacen. Se

refieren específicamente a las ideas que incluyen la naturaleza omnipresente de la variación y cuándo y cómo utilizar métodos apropiados de análisis de datos, como resúmenes numéricos y presentaciones visuales de datos. El pensamiento estadístico implica una comprensión de la naturaleza del muestreo, cómo hacer inferencias de muestras a poblaciones y por qué se necesitan experimentos diseñados para establecer la causalidad. Incluye una comprensión de cómo se usan los modelos para simular fenómenos aleatorios, cómo se producen los datos para estimar probabilidades y cómo, cuándo y por qué las herramientas inferenciales existentes pueden usarse para ayudar en un proceso de investigación. El pensamiento estadístico también incluye ser capaz de comprender y utilizar el contexto de un problema para formar investigaciones y sacar conclusiones, y reconocer y comprender todo el proceso (desde la formulación de preguntas hasta la recopilación de datos, la elección de análisis y la prueba de supuestos, etc.).

Batanero (2002, pág. 11-12) propone desarrollar el pensamiento estadístico atendiendo a tres elementos que son:

La necesidad e importancia de los datos. Reconocer la necesidad de basar las decisiones personales en la evidencia (datos) y los peligros inherentes del que actúa sobre supuestos que no están respaldados por datos. Reconocer que es difícil conseguir datos de buena calidad y que el tiempo ocupado para formular problemas y obtener datos de buena calidad no es tiempo perdido.

La omnipresencia de la variabilidad. Reconocer que la variabilidad es ubicua en muchos fenómenos cotidianos. La variabilidad es la esencia de la estadística como disciplina y no puede ser entendida sólo mediante estudio y lectura, sino que debe ser experimentada.

La cuantificación y explicación de la variabilidad. Reconocer que la variabilidad puede ser medida y explicada, tomando en consideración lo siguiente: (a) aleatoriedad y distribuciones de las variables aleatorias; (b) parámetros de tendencia central y de dispersión (tendencia y residuo); (c) modelos matemáticos paramétricos; (d) modelos de análisis exploratorio de datos.

Capítulo 3. Diseño Metodológico

En este capítulo se describe el conjunto de actividades que permitan obtener la información que permitirá resolver el problema. Así como también las perspectivas teóricas que lo soportan. Estos son, el paradigma, el enfoque de investigación, el diseño, la población y la muestra, los instrumentos de recolección de información y las técnicas de análisis de la misma. La propuesta se ubica en el paradigma socio-crítico, porque pretende realizar una transformación social, a través de la formación de los estudiantes en un área de conocimiento. De esta manera, el conocimiento que se genera es utilizado para tener una mejor comprensión de la realidad, lo cual le brinda herramientas para intervenirla.

Paradigma, Enfoque y Método de Investigación

En el ámbito educativo, el paradigma socio-crítico presenta las siguientes características: (a) la adopción de una visión global y dialéctica de la realidad educativa, (b) la aceptación compartida de una visión democrática del conocimiento, así como de los procesos utilizado en su elaboración y (c) la asunción de una visión particular de la teoría del conocimiento y de sus relaciones con la realidad y con la práctica. (Alvarado y García, 2008).

Con relación al enfoque, la investigación es de tipo cualitativo porque se necesita comprender las sensaciones que tienen los estudiantes frente al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, para poder ofrecer una propuesta pedagógica que permita cambiar la concepción que tienen éstos hacia la misma. Por otro lado, la pertenencia a este enfoque radica en el tipo de instrumentos que utiliza, que no tienen como objetivo validar o

refutar hipótesis, sino que éstas se construyen a medida que se analizan los datos y se presentan al final del estudio. (Hernández, Fernández, y Baptista 2014, p.8).

El diseño de la investigación según (Hernández, Fernández, y Baptista 2014, p. 470) se refiere al “al abordaje general que se utilizará en el proyecto de investigación”. Es decir, debe ser coherente con los aspectos anteriormente mencionados (paradigma y enfoque). Teniendo esto en cuenta, y también que la propuesta de investigación está orientada al mejoramiento de la práctica educativa, el diseño más apropiado es el de investigación-acción, porque el objetivo no es acumular conocimiento matemático sino mostrar que existen nuevos paradigmas sobre la enseñanza de la matemática y que la aplicación de estos puede generar aportes al mejoramiento académico.

La ejecución de la metodología se realizará teniendo en cuenta los planteamientos realizados por Skovsmose (2000) para el diseño de los escenarios de investigación. Es decir, siguiendo la línea del conocer matemático, tecnológico y reflexivo. Esto significa que primero se van a trabajar los conceptos fundamentales (paradigmas del ejercicio 1 y 3) y después se realizarán las actividades en donde se propondrán los escenarios de investigación de tipo 6.

Los escenarios de investigación se realizarán utilizando la estrategia de trabajo por proyectos. Según Holmes (1997) (Citado por Batanero y Díaz, 2011, p. 22) si se trabaja la estadística por proyectos tiene algunas ventajas:

1. Los proyectos permiten contextualizar la estadística y hacerla más relevante. Si los datos surgen de un problema, son datos con significado y tienen que ser interpretados.

2. Los proyectos refuerzan el interés, sobre todo si es el alumno el que elige el tema. El alumno quiere resolver el problema, no es impuesto por el profesor.
3. Se aprende mejor qué son los datos reales, y se introducen ideas que no aparecen con los “datos inventados por el profesor”: precisión, variabilidad, fiabilidad, posibilidad de medición, sesgo.
4. Se muestra que la estadística no se reduce a contenidos matemáticos.

Población y Muestra

Por último, la población con la que se va a aplicar la propuesta corresponde a los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Trujillo que consta de un número de 113 estudiantes: décimo uno (38); décimo dos (37) y décimo tres (38). De los cuales, el grupo focalizado será el grupo décimo uno. El criterio para focalizar dicho grupo corresponde al hecho que, en el marco de la emergencia sanitaria producto de la pandemia, la institución educativa no contaba con las condiciones locativas y sanitarias para recibir a todos los estudiantes. A esto se le suma, la autonomía de los padres de familia para enviar a sus hijos a la institución. Cuando se inició el retorno a las aulas bajo la estrategia de alternancia, el grupo 1001 fue el curso que presentó mayor asistencia con un total de 23 estudiantes.

Ruta Metodológica

El desarrollo de la propuesta tuvo tres etapas:

La primera etapa consistió en un aprestamiento, es decir, en generar espacios de clase donde se realice la introducción a la estadística descriptiva: Conceptos fundamentales, variables, distribuciones de frecuencia, gráficos estadísticos. En esta etapa se formularán situaciones

problemas acordes con el paradigma del ejercicio que corresponden a matemáticas puras y a situaciones semireales para que los estudiantes empiecen a familiarizarse con el contenido planteado.

La segunda etapa consistió en la realización de proyectos grupales, cuyo propósito general es desarrollar la competencia crítica entendida como la capacidad para reflexionar sobre cuestionamientos propios de un proceso estadístico, reflexionar sobre problemáticas propias del entorno y reflexionar sobre la naturaleza propia de los datos. Estos proyectos vistos desde la Educación Matemática Crítica toman el nombre de Escenarios de Investigación y fueron los siguientes:

1. La Ciencia de los Datos: Esta actividad inicial tuvo como propósito mostrar a los estudiantes como la incertidumbre hace presencia en ciertos escenarios de la actividad del ser humano y como la estadística permite mostrar parámetros para la toma de decisiones.
2. Hábitos de Vida Saludable: El propósito general de esta actividad fue hacer una exploración de tipo estadístico sobre los indicadores de la salud corporal, a nivel familiar y social, para reflexionar sobre lo que se debe hacer para mejorar la calidad de vida.
3. El Péndulo Simple: Esta actividad tuvo un corte más científico. Su propósito fue realizar una simulación del comportamiento de un sistema físico, para poder encontrar posibles relaciones entre las variables; así como también, introducir el concepto del error cuando se realiza un proceso de medición.

La tercera y última etapa consiste en la aplicación de un instrumento de evaluación de cierre para determinar si la intervención permitió a los estudiantes mejorar las competencias del pensamiento aleatorio. Para evaluar el impacto de la propuesta se utilizará la Tabla 2:

Tabla 2

Categorías de Análisis para la Valoración de Resultados.

Categoría	Indicador
Tabulación	Construye adecuadamente una tabla de frecuencias a partir de los datos suministrados
Gráficos	Elabora gráficos estadísticos (circular y de barras) tomando como base una tabla de frecuencias.
Variables estadísticas	Identifica las variables estadísticas que intervienen en un experimento aleatorio.
Componente crítico	Justifica o refuta inferencias basadas en razonamientos estadísticos.
Operaciones matemáticas	Realiza adecuadamente las operaciones matemáticas inmersas en el cálculo de parámetros estadísticos

Fuente: elaboración propia

En esta tabla se definen las categorías propias del componente estadístico y los indicadores que, según el criterio del docente investigador, son necesarios para alcanzar dicha competencia.

Capítulo 4. Resultados y Análisis

En este capítulo se presentan los resultados de la intervención de la propuesta. Se tienen en cuenta las categorías de análisis definidas en el capítulo 3, así como también la valoración de los proyectos (escenarios de investigación) de acuerdo con el Sistema Integral de Evaluación de los Estudiantes (SIEE) asumido por la Institución Educativa Trujillo, el cual propende por un modelo de evaluación por competencias definidas como:

1. Competencia Cognitiva, entendida como la capacidad del estudiante para demostrar apropiación del conocimiento específico.
2. Competencia Laboral, entendida como la capacidad del estudiante para el saber hacer. Es decir, aplicar el conocimiento en actividades de aplicación.
3. Competencia Ciudadana, entendida como capacidad del estudiante para demostrar valores ciudadanos en el aula de clase. Es decir, el saber ser.

Este sistema de evaluación cuantitativamente posee la siguiente escala valorativa, descrita en la Tabla 3:

Tabla 3

Escala Valorativa del Sistema de Evaluación Institucional

Escala valorativa Institucional	
Desempeño Superior	4.2-5.0
Desempeño Alto	3.6-4.1
Desempeño Básico	3.0-3.5
Desempeño Bajo	1.0-2.9

Fuente: SIEE (2016)

En esta tabla se muestran los niveles de desempeño y el intervalo de valoración cuantitativa de cada nivel.

Primer Escenario de Investigación: “La Ciencia de los Datos”

Este primer acercamiento con los estudiantes a través de un proyecto tuvo como objetivos:

1. Realizar un experimento en el cual los estudiantes puedan aplicar los métodos para elaborar tablas de frecuencia y gráficos estadísticos.
2. Explorar el componente aleatorio del pensamiento estadístico a través de la verificación de hipótesis.
3. Integrar la estadística dentro de un proceso de investigación.

El proyecto consta de dos momentos: el primero, en el cual los grupos de trabajo anticipaban el resultado de lanzar un dado común en cincuenta ocasiones y a partir de ahí, hacer unas estimaciones sobre la tendencia de los resultados obtenidos y poder representar dicha tendencia en una tabla de frecuencias y sus respectivos gráficos estadísticos. En el segundo momento, los estudiantes lanzaron un dado real en cincuenta ocasiones y repitieron las orientaciones del momento anterior. Sin embargo, se incluyeron preguntas relativas al cálculo de probabilidades y al valor esperado para poder después comparar los resultados teóricos versus los resultados experimentales. La actividad se desarrolló en un espacio de dos horas de clase (120 minutos) en la que participaron 23 estudiantes. Primero se hizo una retroalimentación de los conceptos ya explorados en espacios de clase anteriores y después se realizó la actividad. Los resultados de la intervención se muestran en la Tabla 4:

Tabla 4

Resultados Primera Actividad

Categoría	Indicador	Ítem	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5	Grupo 6	Grupo 7	Promedio	Concepto
Tabulación	Construye adecuadamente una tabla de frecuencias a partir de los datos suministrados	1.2	4	5	5	4	5	5	5	4,71	Superior
		2.6									
Gráficos	Elabora gráficos estadísticos (circular y de barras) tomando como base una tabla de frecuencias.	3.1	2,5	4,8	4,2	2,5	5	5	5	4,14	Alto
		3.2									
Variables estadísticas	Identifica las variables estadísticas que intervienen en un experimento aleatorio.	1.1	3,6	5	5	5	3,6	5	5	4,60	Superior
Componente crítico	Justifica o refuta inferencias basadas en razonamientos estadísticos.	2.1	3,6	4,1	5	3,9	5	2,5	4	4,01	Alto
		2.2									
		2.3									

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con la información presentada en la Tabla 4, se exponen los siguientes hallazgos:

1. En la categoría de tabulación los grupos en su mayoría obtuvieron un desempeño superior (71,47%), salvo dos grupos que solo tuvieron dos errores en el conteo de los resultados. Sin embargo, alcanzaron un desempeño alto.
2. En la categoría de gráficos los grupos en un alto porcentaje (71,47%) alcanzaron un desempeño superior. Solo hubo dos grupos que alcanzaron un desempeño bajo, debido a que no lograron construir los gráficos requeridos.
3. En la categoría de variables estadísticas los grupos alcanzaron en un 71,47% el desempeño superior. Dos grupos alcanzaron un desempeño básico.

4. En la categoría componente crítico, los estudiantes en un 28,57% alcanzaron un desempeño superior, un 42,85% alcanzó un desempeño alto. Un grupo estuvo en desempeño básico y un grupo en desempeño bajo.

Segundo Escenario de Investigación: “Hábitos de Vida Saludable”

En este segundo proyecto se plantearon los siguientes objetivos:

1. Realizar la medición de un indicador relacionado con la salud corporal, a través de un estudio estadístico, como el índice de masa corporal.
2. Desarrollar la competencia crítica a partir de preguntas orientadoras.

Este proyecto también se desarrolló en dos momentos. Se les entregó el documento orientador para que los grupos de trabajo lo leyeran para ir despejando las dudas frente al procedimiento establecido. Los estudiantes en espacios fuera de la institución tomaron las medidas de la masa y la estatura de un grupo de entre 10-15 personas. Estos datos fueron consignados en una tabla y en el aula de clase se desarrollaron el resto de las actividades propuestas. Los resultados de la intervención se muestran en la Tabla 5:

Tabla 5

Resultados Segunda Intervención

Categoría	Indicador	Ítem	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5	Grupo 6	Grupo 7	Promedio	Concepto
Tabulación	Construye adecuadamente una tabla de frecuencias a partir de los datos suministrados		5	5	4	5	4	5	4.5	4,64	Superior
Gráficos	Elabora gráficos estadísticos (circular y de barras) tomando como	2-6	4	5	4.2	4.2	3.5	4.5	4.3	4,24	Superior

	base una tabla de frecuencias.										
Variabes estadísticas	Identifica las variables estadísticas que intervienen en un experimento aleatorio.	1.	2	2	2	2	2	3.5	3	2,35	Bajo
Componente crítico	Justifica o refuta inferencias basadas en razonamientos estadísticos.	3-4-5 7-8 9-10	4.2	4.5	4.5	4	3.8	4.5	4	4,21	Superior

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo a los resultados mostrados en la Tabla 5, se encontró lo siguiente:

1. En la categoría tabulación, la mayoría de los grupos obtuvieron un desempeño superior y solo dos grupos obtuvieron desempeño alto debido a que no completaron toda la información requerida.
2. En la categoría gráficos, la mayor parte de los grupos obtuvieron un puntaje cercano a la parte alta del desempeño alto y a la parte baja del desempeño superior. Cabe resaltar que a la hora de revisar los gráficos requeridos en el ítem 2 y en el ítem 6 se evidencia bajo dominio en la utilización del compás y el transportador.
3. En la categoría variables estadísticas todos los grupos obtuvieron un desempeño bajo. Esto se debe a que los estudiantes no asociaron el hecho de que todos los datos que registraron en la tabla de frecuencias correspondían a variables cualitativas y cuantitativas.
4. En la categoría componente crítico, se obtuvo un desempeño superior en su rango medio bajo. Se evidencia en las respuestas dadas por los estudiantes que hubo reflexión al momento de responder. Sin embargo, no en todos los grupos esta reflexión fue profunda.

Tercer Escenario de Investigación: “El Péndulo Simple”

En este proyecto se plantearon los siguientes objetivos:

1. Realizar la simulación de un péndulo simple, para encontrar posibles relaciones entre las variables físicas que intervienen través de un estudio estadístico.
2. Desarrollar la competencia crítica a partir de preguntas orientadoras sobre los hallazgos obtenidos.

La dinámica de intervención fue similar a los dos proyectos anteriores: un momento de exposición de las actividades y un momento de obtención de los datos. Para este proyecto hubo la necesidad de tomar tres horas de clase de cuarenta y cinco minutos cada una, debido a que los grupos no han tenido la oportunidad de realizar prácticas de laboratorio y la terminología empleada no era de su conocimiento. Los resultados de la intervención se muestran en la Tabla 6:

Tabla 6

Resultados Tercera Intervención

Categoría	Indicador	Ítem	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5	Grupo 6	Grupo 7	Promedio	Concepto
Tabulación	Construye adecuadamente una tabla de frecuencias a partir de los datos suministrados	2-3-4 8-9	5	5	5	5	5	5	5	5	Superior
Variabes estadísticas	Identifica las variables estadísticas que intervienen en un experimento aleatorio.	6-11	3.8	5	4.5	4.3	4	3.5	4.3	4,2	Superior
Componente crítico	Justifica o refuta inferencias basadas en razonamientos estadísticos.	5-7 10-12	4	5	4.5	4	3.7	3.9	4.2	4,18	Alto

Fuente: Elaboración propia

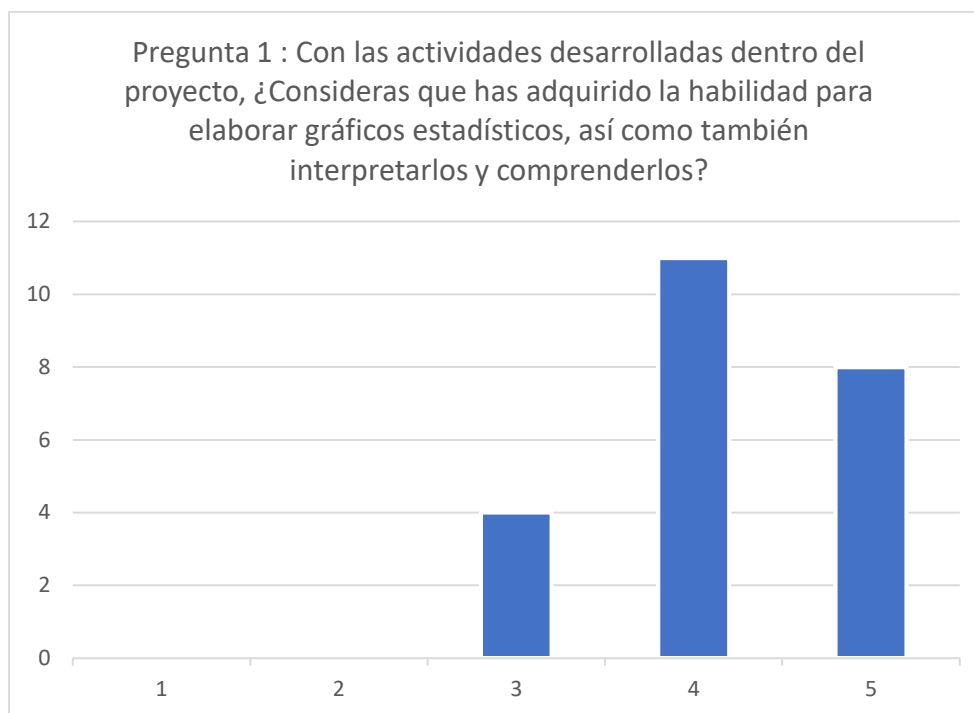
De acuerdo a los resultados que se muestran en la Tabla 6, se puede resaltar:

1. Excelente dominio en la categoría tabulación. Esto se debe a que los estudiantes son capaces de obtener datos de diferentes fuentes para condensarlos en tablas de frecuencia.
2. Excelente dominio en la categoría variables estadísticas. En contraste con la segunda intervención, los estudiantes reconocieron de inmediato las variables que hacían parte de la toma de datos, debido a la misma dinámica del proyecto. Los estudiantes demostraron mucho interés en el proyecto dado que este tipo de experiencias son nuevas para ellos.
3. En el componente crítico, se evidencia que los estudiantes analizaron los datos para encontrar relaciones entre las variables de estudio. Los argumentos que presentaron fueron consistentes con el proceso estadístico. Sin embargo, deben mejorar en la forma como los expresan.

Para hacer el cierre de la etapa de intervención, se aplicó una encuesta compuesta por cinco preguntas para conocer las percepciones que dejaron en los estudiantes las actividades implementadas, así como también el grado de apropiación de las competencias que componen el pensamiento estadístico, las cuales se presentan en las Figuras 2, 3, 4, 5 y 6:

Figura 2

Respuestas Primera Pregunta

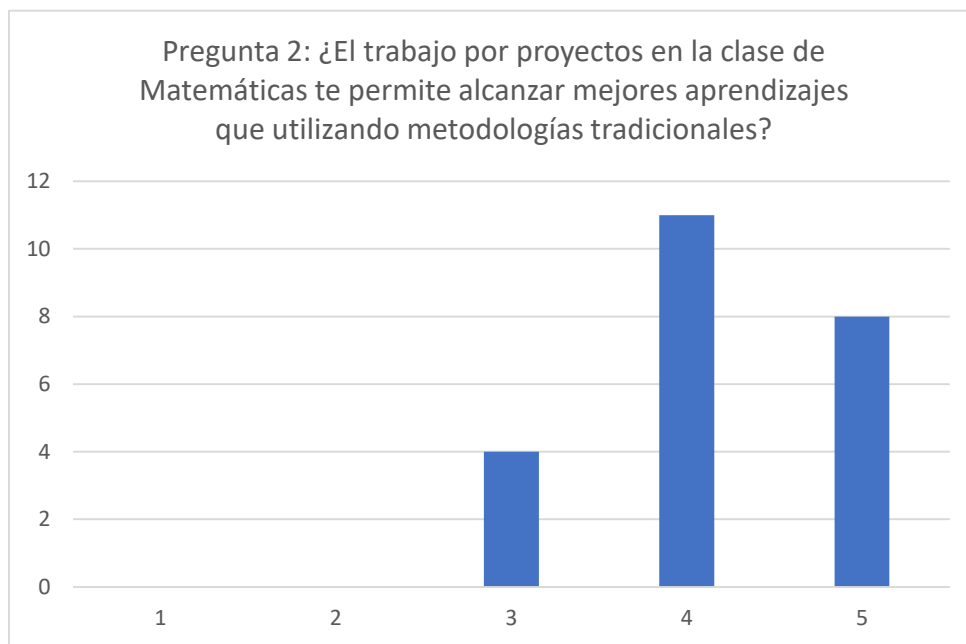


Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con el gráfico anterior se puede evidenciar que la aplicación de los ambientes de aprendizaje (escenarios de investigación) permitieron que los estudiantes en su mayoría adquirieran las competencias definidas en la Tabla 2 como tablas, gráficos y componente crítico, las cuales son necesarias para desarrollar un pensamiento estadístico, de acuerdo con lo propuesto por Batanero (2002, pág. 11-12).

Figura 3

Resultados Segunda Pregunta

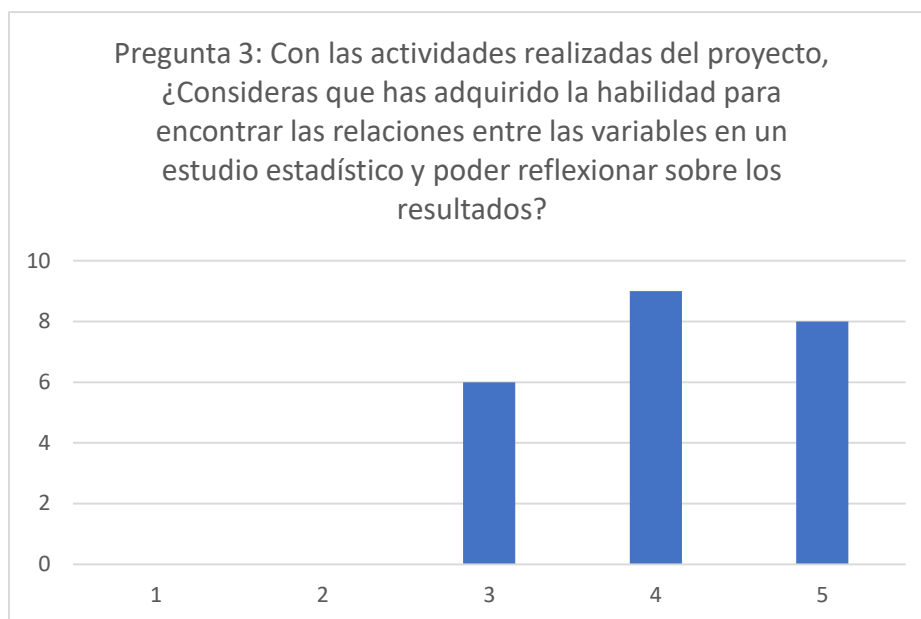


Fuente: Elaboración propia

En este gráfico se puede evidenciar el reconocimiento y aceptación por parte de los estudiantes frente a nuevas metodologías, permitiendo resignificar y reposicionar la clase de Estadística desde la óptica del estudiante.

Figura 4

Resultados Tercera Pregunta

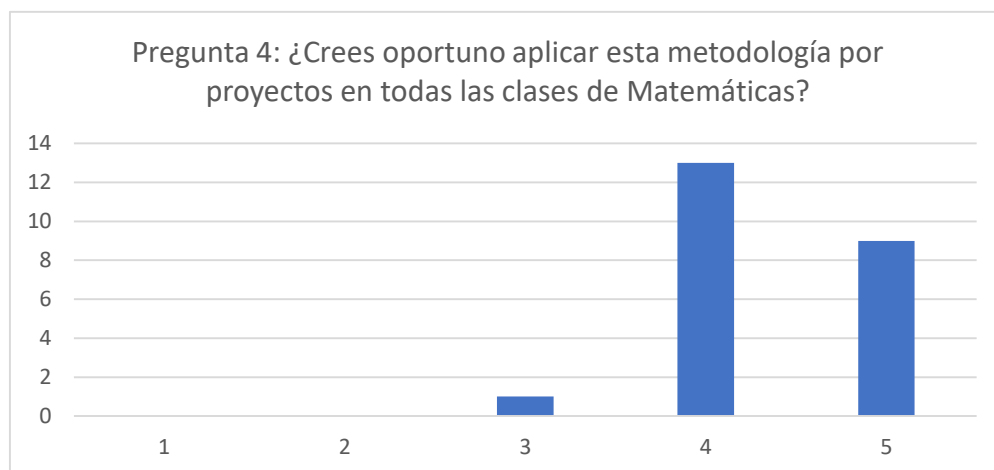


Fuente: Elaboración propia

Con relación se puede observar que, en la categoría definida como componente crítico, hay un 26,08 % de estudiantes que están en un nivel básico y un 73,92 % que se encuentran entre los niveles alto y superior. Esto quiere decir que, en su mayoría, los estudiantes lograron alcanzar un conocer reflexivo. Es claro también que se debe generar un seguimiento con el grupo que no logró destacar en esta categoría.

Figura 5

Resultados Cuarta Pregunta

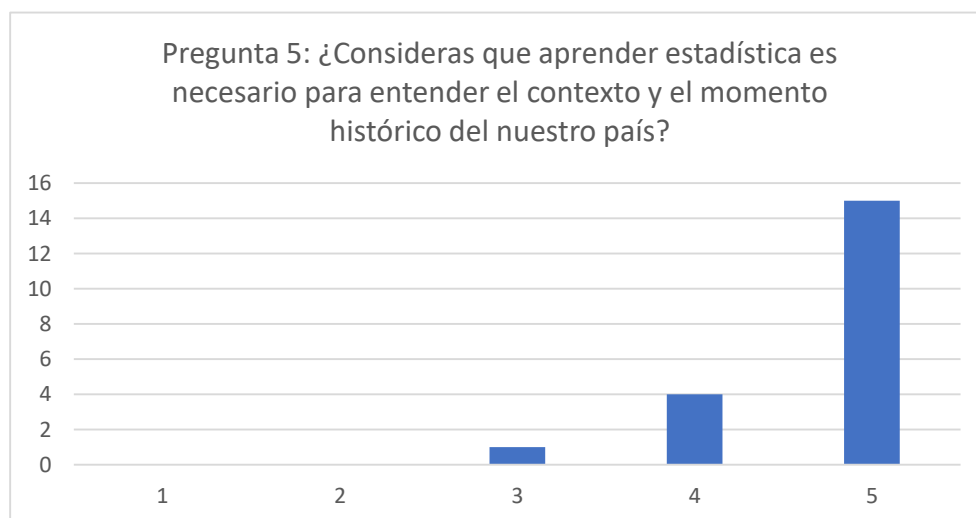


Fuente: Elaboración propia

Esta pregunta se formuló teniendo en cuenta el desarrollo a futuro de la propuesta. Si bien es cierto los resultados de esta pregunta, no generan aportes significativos al estudio, es importante tenerlo como referencia para poder replicar este estudio a una escala mayor.

Figura 6

Resultados Quinta Pregunta



Fuente: Elaboración propia

En esta pregunta se puede confirmar la importancia que tiene para los estudiantes, tener conocimientos estadísticos. A partir de la información que se encuentra en las redes sociales y en el internet en general, el estudiante puede asumir una postura crítica frente a una situación o problema particular basado en los resultados de una investigación o en base a consultas individuales. Es en ese momento donde se aplica el conocimiento reflexivo.

Análisis de los Resultados de la Intervención

La aplicación de la propuesta ha tenido un impacto positivo para los estudiantes focalizados. Por una parte, se evidenciaron progresos en la adquisición de cada una de las competencias (categorías de análisis) que se definieron en el capítulo 3. Los estudiantes asumieron el criterio que cada una de dichas competencias exigía de ellos y lo materializaron en cada una de las actividades. Y, por otro lado, hubo un cambio en las actitudes que mostraban antes, durante y después de cada actividad. Se organizaban más rápido, ya reconocían el grupo de trabajo, les fue más fácil entender las actividades propuestas, reconocían el vocabulario utilizado por el docente. Se sintió la aceptación de los estudiantes frente a la propuesta. Esto se debe a que el tipo de enseñanza en el área de matemáticas y por consiguiente de la estadística en la institución históricamente siempre ha sido tradicional, en la que solo se resuelven ejercicios sobre información que no tiene ningún significado para ellos, razón que motivó la realización de este estudio. Los proyectos de investigación son necesarios para mejorar la práctica docente, la gestión escolar, y fomentar la innovación educativa. Con esto se fortalece la Gestión Educativa Conway (1986).

Desde un marco pedagógico, el diseño de los escenarios de investigación enmarcados en el paradigma socio-crítico permitió a los estudiantes asumir diferentes roles dentro del trabajo

colaborativo, a través de la integración entre teoría y práctica de conceptos estadísticos. En ese mismo sentido, el diseño en investigación-acción abrió la posibilidad de orientar mejor las actividades, porque respondió a los intereses y demandas de los estudiantes.

Esto permite reflexionar al docente sobre cómo mejorar la práctica pedagógica. Al reconocer que la información que se recoge directamente del entorno, tiene más significado para ellos que simplemente tomar información de un contexto idealizado. En este sentido, la enseñanza por proyectos fue una estrategia novedosa para el estudiantado porque permitió vincular el conocimiento disciplinar con actividades que se desarrollan en escenarios reales. Esto genera motivación en el estudiantado y ayuda a cambiar la concepción que se tiene sobre el área.

Por otro lado, en relación con las categorías de análisis definidas por el investigador, se evidencia una mejoría significativa en el grado de apropiación de los conceptos teóricos y prácticos. Se pudo observar que, al inicio de las intervenciones, se dedicaba más tiempo a la socialización de cada escenario de investigación y conforme se fue avanzando, el alumnado comprendía mejor las instrucciones dadas por el docente. En la competencia crítica, en donde se hizo mucho énfasis, los estudiantes fueron mostrando más soltura a la hora de expresar sus opiniones frente a las preguntas que se formularon en cada uno de los escenarios de investigación. Al principio no demostraban mucha habilidad para exponer sus argumentos, por lo que nunca fueron expuestos a este tipo de situaciones. Sin embargo, la apropiación de los conceptos fundamentales les permitió progresar en esta categoría.

El trabajo por proyectos (escenarios de investigación) permitió a los estudiantes vivenciar las etapas del proceso de investigación. Se abordan los contenidos de una manera más ordenada

en donde los estudiantes son los protagonistas y el docente solo orienta. Los estudiantes se enfrentan a los retos que supone cada actividad y el trabajo en equipo les permiten superarlos.

En conclusión, las actividades realizadas aportaron la información necesaria para responder la pregunta de investigación; desde un liderazgo pedagógico del docente en el aula le permite superar las metodologías de enseñanza tradicionales a partir de la innovación, así como también la gestión y evaluación de escenarios educativos y la percepción que tuvieron los estudiantes frente a esta experiencia educativa. Es posible una Educación Matemática Crítica en el aprendizaje de la estadística.

Capítulo 5. Conclusiones y Recomendaciones

En este capítulo se presentan las conclusiones de la gestión educativa mediante la intervención pedagógica de Escenarios de Investigación enmarcados en los fundamentos de la Educación Matemática Crítica realizada con los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Trujillo. Se tendrán en cuenta para esto, la pregunta de investigación y el alcance de los objetivos propuestos, es decir, la pertinencia de la propuesta. Por otro lado, se formulan recomendaciones para futuras investigaciones a realizar en este campo de la educación matemática.

Conclusiones

En este trabajo se valoró el impacto en el aprendizaje de la Estadística logrados por los estudiantes de grado décimo de la IE Trujillo mediante la aplicación de los fundamentos de la educación matemática crítica. Este aprendizaje se pudo constatar a través de los siguientes indicadores:

1. La resignificación de la clase de Estadística: A través de la estrategia metodológica del trabajo por proyectos, los estudiantes reconocieron la importancia que esta tuvo en el proceso de aprendizaje. Los estudiantes aprendieron a trabajar en equipo, a respetar las opiniones del otro, a reconocer errores y a trabajar por roles.
2. Los escenarios de investigación: Los ambientes de aprendizaje permitieron que los alumnos tomaran una postura crítica frente a problemáticas científicas, sociales y también de índole matemática, utilizando como medio los métodos estadísticos. En concordancia con Magallanes, Colaneri y Rodríguez (2013) estos ambientes invitan al

estudiante a involucrarse en los procesos de investigación que son necesarios para conocer la realidad.

3. El conocimiento pertinente: Los estudiantes encontraron útil la unidad temática desarrollada, dado que los conocimientos siempre estuvieron articulados a situaciones cercanas para ellos. Esto generó motivación por el aprendizaje.
4. La alfabetización estadística: Los estudiantes desarrollaron esta competencia en la medida que fueron capaces de interpretar información representada en tablas y gráficas, pudieron analizar la relación entre variables y reflexionar frente a problemas de su entorno.
5. El conocer reflexivo: Reconocer que el conocimiento en estadística no es solo para el aula de clase, sino que también sirve de base para tomar decisiones que pueden afectar o beneficiar a una comunidad. En este sentido la educación matemática crítica, tiene el potencial de ofrecer una nueva visión sobre la enseñanza de esta área que, si bien no abandona el conocimiento matemático, permite vincular este conocimiento para explorar y resolver problemas fuera del aula (Clavijo y Fresneda, 2020).
6. La Gestión Educativa y el Liderazgo Pedagógico: Desde la óptica del maestro, es el motor que permitió dirigir el estudio, diseñar y planificar las actividades de tal manera que motive a los estudiantes a participar activamente. De la misma manera, los estudiantes asumieron el proyecto con mucha dedicación y demostraron un liderazgo hacia el aprendizaje.

Desde la práctica docente, el desarrollo de la propuesta permitió generar una movilización del pensamiento a través de un liderazgo pedagógico. Es necesario abandonar las

prácticas tradicionales y convertirlas en escenarios que vinculen los aspectos sociales, políticos, ambientales y culturales del entorno para llevarlos al aula de clase y utilizar las matemáticas como una herramienta que facilite su comprensión. Es ahí donde se construye una educación matemática crítica.

Recomendaciones

En este proyecto se hizo un primer acercamiento entre dos elementos que deben estar presentes y articulados en todo proceso educativo. Uno de carácter general y otro específico: la pedagogía y la didáctica. Sin embargo, en muchos casos, esta articulación solo sale a flote en los espacios de discusión y poco llegan al aula de clase. Se pudo ver en el desarrollo de este trabajo de investigación que dicha articulación fue posible: desarrollar un pensamiento estadístico a partir de la gestión educativa de ambientes de aprendizaje que apliquen los fundamentos de la Educación Matemática Crítica. Empero, se pueden proponer algunas consideraciones para futuros estudios en esta escuela de educación matemática:

1. En este estudio se logró el aprendizaje de conceptos básicos del componente aleatorio: elaborar tablas, gráficos, etc., y a partir de la información recolectada, generar reflexiones sobre algunas problemáticas. Se sugiere abordar conceptos estadísticos más elaborados o de mayor complejidad, tales como las medidas de posición y dispersión. Con esto se pretende desarrollar aún más el conocimiento tecnológico.
2. Se sugiere implementar la propuesta al menos en dos grados diferentes: un grado de la secundaria y otro de la media. Esto implicaría realizar un ajuste a las categorías de

análisis, en tanto se definan los indicadores de logro de cada competencia para cada nivel.

3. Implementación tecnológica: En caso de contar con equipos de cómputo disponibles en la institución educativa, se recomienda incluir en el desarrollo de los proyectos el uso de software de procesamiento de datos (Excel, Minitab, SPSS entre otros). Esto permitirá planificar mejor las actividades y poder así reducir los tiempos que emplean los estudiantes para realizar los cálculos. De esta manera, los estudiantes podrán concentrarse mejor en el análisis de la información.
4. Es necesario proponer escenarios de investigación que trabajen problemáticas que de alguna manera estén más acentuadas en la comunidad (embarazo adolescente, información socioeconómica, entre otros). De esta manera, se genera una sensibilización en el estudiante y por consiguiente poder tomar una postura crítica frente a la información recolectada.
5. Gestión Administrativa: Se recomienda a la institución generar encuentros con los docentes del área con la finalidad de presentar los resultados del proyecto y poder más adelante tomar como bandera pedagógica del área la implementación de la Educación Matemática Crítica.

Se debe promover la creación de grupos de investigación en esta línea de educación matemática. Desafortunadamente, a nivel regional (Departamento del Cesar) no se encontró evidencia de trabajos realizados en base a este enfoque. Si bien es cierto que a nivel país ya el tema se ha investigado, las realidades de cada región implican dinámicas diferentes, tanto en lo pedagógico como en la actitud frente al conocimiento.

Referencias

- Acuña, L. (2017). Las habilidades del pensamiento desde el enfoque de la educación matemática crítica en estudiantes de grado sexto del colegio San José de Calasanz de Chía. (Tesis de Pregrado, Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD). Recuperado de <https://repository.unad.edu.co/handle/10596/12130>
- Alvarado, L., y García, M. (2008). Características más relevantes del paradigma socio-crítico: su aplicación en investigaciones de educación ambiental y de enseñanza de las ciencias realizadas en el Doctorado de Educación del Instituto Pedagógico de Caracas. *Sapiens: Revista Universitaria de Investigación*, (9), 187-202.
- Angulo, E., y Solano, J. (2013). Educación matemática crítica y ambientes de aprendizaje. Posibilidades y dificultades en un proceso de formación de estudiantes críticas. (Tesis de Maestría, Universidad Pedagógica Nacional). Recuperado de <http://hdl.handle.net/20.500.12209/194>
- Batanero, C., y Díaz, C. (2011). Estadística con proyectos. Recuperado de www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Libroproyectos.pdf
- Ben-Zvi, D., y Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: goals, definitions, and challenges. En Ben-Zvi, D., y Garfield, J. (Eds). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 3-15). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Cárdenas, Y., y Muñoz, D. (2014). Educación matemática crítica y análisis didáctico: una propuesta de construcción de saberes matemáticos en contextos de conflicto social en la Institución Educativa Nuevo Horizonte de la ciudad de Medellín. (Tesis de Maestría,

Universidad de Medellín). Recuperado de
<https://repository.udem.edu.co/handle/11407/302>

Campos, C. (2016). La educación estadística y la educación crítica. Memorias del 2º Encuentro Colombiano de Educación Estocástica, 5-23. Recuperado de http://acedest.org/2-encuentro/docs/Memorias_2ECEE.pdf

Clavijo, M. (2015). Posibilidades en la formación de ciudadanos críticos: una puesta en escena de la educación matemática crítica y la educación estadística. Encuentro Distrital de Educación Matemática, EDEM, 2, 16-23. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/9787/1/Clavijo2015posibilidades.pdf>

Clavijo, M., y Fresneda, E. (2020). “Empoderando” a los estudiantes de la clase de matemáticas: contribuciones desde la educación matemática crítica. CLAME: Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Vol. 33, número 1, 327-336

Conway, J. (1986). What is the management system? Nashua: Conway Quality.

Del Pino, G., y Estrella, S. (2012). Educación Estadística: Relaciones con la matemática. Pensamiento Educativo Revista de Investigación Educativa Latinoamericana. 49(1):53-64. <http://dx.doi.org/10.7764/PEL.49.1.2012.5>

Duarte, A. (2013). Evaluación de los aprendizajes en matemáticas: una propuesta desde la educación matemática crítica. (Tesis de Maestría, Universidad Pedagógica Experimental Libertador). Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/8411/1/Duarte2013Evaluación.pdf>

- Estrella, S. (2017). Enseñar estadística para alfabetizar estadísticamente y desarrollar el razonamiento estadístico. En: Salcedo, A. (Comp.). Alternativas pedagógicas para la educación matemática del Siglo XXI, 173-194. Caracas: Centro de Investigaciones Educativas, Escuela de Educación. Universidad Central de Venezuela.
- Freire, P. (1972). *Pedagogy of the oppressed*. New York: Herder and Herder.
- Freire, P. (1974). *Cultural action for freedom*. London: Penguin Books.
- Fuentes, C. (2017). Salarios y Calidad de Vida: una experiencia de aula en Educación Matemática Crítica. UNION Revista Iberoamericana de Educación Matemática, número 50, 153-163. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/17146/1/Fuentes2017Salarios.pdf>
- Gal, I. (2002). Adults' Statics Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *International Statics Review*, 70(1), 1-25.
- Giroux, H. (1989). *Schooling for democracy: Critical pedagogy in the modern age*. London: Routledge.
- Gordillo, M. (2020). Educación Matemática Crítica y problemas del contexto como elementos en la implementación de estrategias pedagógicas para el fortalecimiento de las competencias democráticas en la población rural del municipio de Gacheta. (Tesis de Pregrado, Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD). Recuperado de <https://repository.unad.edu.co/handle/10596/33335>
- Habermas, J. (1984, 1987). *The theory of communicative action I-II*. Heinemann, Cambridge: London and Polity Press.

Hernández, R., Fernandez, C., y Baptista, M. (2014). Metodología de la investigación. Sexta edición. México: Mc Graw Hill.

Magallanes, A., Colaneri, D., y Rodríguez, M. (2013). Probabilidad Condicionada: Revista de didáctica de la Estadística. No 2, 587-593. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4770448>

Martínez, D., Páez, P., y García, G. (2013). Modelación desde la perspectiva de la educación matemática crítica. Cuestiones relacionadas con la obsolencia. Revista Científica, 2, 288-292. <https://doi.org/10.14483/23448350.7054>

Martínez, I. (2017). Estudio del sistema de medidas desde la educación matemática crítica. XXI Encuentro de Jóvenes Investigadores de la Universidad Nacional del Litoral. Recuperado de <https://bibliotecavirtual.unl.edu.ar:8443/bitstream/handle/11185/1955/7.2.3.pdf>

Ministerio de Educación Nacional, MEN (2003). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Morales, C., Roldán, P., y Romero, J. (2016). En busca de tensiones en la clase de matemáticas. Una experiencia desde la educación matemática crítica. Encuentro distrital de Educación Matemática EDEM. Vol. 3, 301-307. Recuperado de <https://funes.uniandes.edu.co/10008/1/Morales2016En.pdf>

Morales, R. (2017). La consideración por el *otro* en la clase de matemáticas. Un estudio desde la perspectiva de la educación matemática crítica. (Tesis de Maestría, Universidad Distrital Francisco José de Caldas). Recuperado de <http://hdl.handle.net/11349/5735>

- Oh, K., y Kwon, O. (2014). The Development of sociopolitical consciousness by mathematics: a case study on critical mathematics education in South Korea. Recuperado de <https://eric.ed.gov/?id=ED599965>
- Pineda, G. (2017). La enseñanza del concepto amortización, como parte del manejo de las deudas, a través de la educación matemática crítica como posibilidad para formar ciudadanos. Caso: grado 9° en la Institución Educativa Marceliana Saldarriaga del municipio de Itagüí. (Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia). Recuperado de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/61020>
- Skovsmose, O. (1999). Hacia una filosofía de la Educación Matemática Crítica. Una empresa docente.
- Skowmose, O. (2000). Escenarios de Investigación. Revista EMA, vol 6, N.º 1, 3-26.
Recuperado de https://funes.uniandes.edu.co/1122/1/70_Skovsmose2000Escenarios_RevEMA.pdf
- Triana, A. (2013). Lo sociocultural vs. Matemática escolar. Construcción de una secuencia didáctica para la enseñanza de la estadística descriptiva univariada. (Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia). Recuperado de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/49869>

Apéndices

Apéndice 1. Guía de la Actividad “La Ciencia de los Datos”



Universidad Santo Tomás
Maestría en Gestión y Evaluación Educativa



Docente investigador: Edilberto Triana Teherán

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN: **La educación matemática crítica para el desarrollo del pensamiento estadístico.**

Actividad 1: “LA CIENCIA DE LOS DATOS”

Objetivos:

1. Realizar un experimento en el cual los estudiantes puedan aplicar los métodos para elaborar tablas de frecuencia y gráficos estadísticos.
2. Explorar el componente aleatorio del pensamiento estadístico a través de la verificación de hipótesis.
3. Integrar la estadística dentro de un proceso de investigación.

Descripción de la actividad:

- Luego que los estudiantes hayan recibido las orientaciones conceptuales y procedimentales sobre los fundamentos estadísticos, se planteará el experimento.
- Los estudiantes se organizarán en parejas y a cada pareja se le entregará un dado común. Cada pareja realizará 50 lanzamientos del dado.
- Se entregará una ficha en la cual los estudiantes van a consignar los resultados experimentales. Así mismo, los estudiantes elaborarán los gráficos de barras y circular de los hallazgos obtenidos.
- Se realizarán preguntas referentes a los resultados del experimento, para explorar la capacidad de análisis de resultados.

Nota: En el desarrollo de la actividad se explica de forma más detallada cada uno de los pasos al alumnado, además, ha sido una actividad guiada por el profesor que ha ido resolviendo las posibles dudas que pudieran surgir en el momento de la realización.

¿Cuál fue el criterio del grupo para elegir los resultados?

1.2. Completen la siguiente tabla con el consolidado de los resultados inventados

Número del dado	1	2	3	4	5	6
Frecuencia						

Paso 2. Experimentación

A continuación, el alumnado va a repetir el experimento utilizando un dado real. Pero antes de eso, deben responder las siguientes preguntas:

2.1 ¿Cuál de los resultados al lanzar el dado (1,2,3,4,5,6) tendrá mayor probabilidad de caer?

2.2 ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado sea 1,2,3,4,5 o 6?

¿Cuál o cuáles de los resultados al lanzar el dado esperan ustedes que tenga más repeticiones?
Explica tu respuesta

Explicación: Valor esperado. Si **P** es la probabilidad de éxito de un suceso en un solo ensayo, el número de sucesos o la esperanza de ese suceso en **n** ensayos, estará dado por el producto de **n** y la probabilidad de éxito **P**:

$$E = n * P$$

2.3. Calculen el valor esperado de acuerdo con la respuesta que dieron en la pregunta anterior:

Apéndice 2. Guía de la Actividad “Hábitos de Vida Saludable”



Universidad Santo Tomás
Maestría en Gestión y Evaluación Educativa



PROYECTO DE INVESTIGACIÓN: LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESTADÍSTICO.

DOCENTE INVESTIGADOR: **EDILBERTO TRIANA TEHERÁN**

ACTIVIDAD 2: HÁBITOS DE VIDA SALUDABLES

OBJETIVOS:

- Realizar la medición de diferentes indicadores relacionados con la salud corporal, a través de un estudio estadístico, tales como el índice de masa corporal.
- Desarrollar la competencia crítica a partir de preguntas orientadoras sobre los hallazgos obtenidos.

EL ÍNDICE DE MASA CORPORAL:

El sobrepeso puede causar la elevación de la concentración de colesterol total y de la presión arterial, y aumentar el riesgo de sufrir la enfermedad arterial coronaria. La obesidad aumenta las probabilidades de que se presenten otros factores de riesgo cardiovascular, en especial, presión arterial alta, colesterol elevado y diabetes. (Texas Heart Institute). Un indicador que permite determinar el sobrepeso de una persona, es el índice de masa corporal (IMC), se calcula dividiendo los kilogramos de peso por el cuadrado de la estatura en metros.

$$\text{IMC} = \frac{\text{Peso (kg)}}{\text{Estatura (m)}^2}$$

A partir de los resultados obtenidos, se valora el estado de salud de la persona según la siguiente escala:

De acuerdo a los hallazgos, los estudiantes de cada grupo realizarán las siguientes actividades:

1. Defina las variables estadísticas que serán objeto de estudio.
2. Elabore un gráfico circular en donde se muestre el porcentaje de distribución del IMC en la muestra seleccionada.
3. Conteste la siguiente pregunta: ¿Que problemas de salud pueden presentar las personas que tienen un IMC alto?
4. Según los datos de la tabla, ¿existe alguna relación entre el IMC y la actividad física? Explica tu respuesta.
5. Según una encuesta realizada en 2015 por el Ministerio de Salud y Protección Social, en Colombia existe una prevalencia en adultos de 18 a 64 años con sobrepeso de 37,7 % y obesidad de 18,7 %. Suponga que actualmente en el país hay 25.000.000 de habitantes en este rango de edad. ¿Cuántas personas tendrían sobrepeso y obesidad?
6. Elabora un diagrama circular que muestre la distribución de habitantes propuesta en el punto 5.
7. Responde, ¿Crees que las cifras mostradas en el ítem 5, muestran la evidencia de un problema de salud pública? Explica tu respuesta.
8. Responde, ¿Cuáles son los factores que consideras que pueden llevar a una persona a un deterioro de su salud nutricional? Explica tu respuesta.

9. La Revista Española de Economía de la salud, publicó en el año 2002 un artículo que muestra un estudio sobre las enfermedades asociadas a la obesidad, en el que se muestra la relación entre el IMC y el porcentaje de hombres y mujeres que padecen estas enfermedades:

Patología	Bajo Peso		Peso Normal		Sobrepeso		Obesidad	
	% H	% M	% H	% M	% H	% M	% H	% M
Diabetes Mellitus 2	2.03	2.38	4.93	7.12	10.10	7.24	10.65	19.89
Enfermedad Cardiovascular	8.84	6.87	9.60	11.13	16.01	12.56	13.97	19.22
Hipertensión Arterial	23.47	23.26	34.16	38.37	48.95	47.95	64.53	63.16
Osteoartritis	2.59	5.22	4.55	8.51	4.66	9.94	10.04	17.19

Fuente: NHANES III, 1998-1994

Responde:

- ¿Cuál es la patología que más afecta a hombres y mujeres obesos?
- ¿En cuál de las patologías de las personas con sobrepeso, la diferencia entre hombres y mujeres es mayor?
- ¿Existe alguna relación entre el IMC y las patologías asociadas?
- ¿Cuál es la razón por la que el porcentaje de osteoartritis es mayor en personas obesas?

10. Investiga en cuales países de Latinoamérica, la obesidad es considerada como un problema de salud pública y cuáles son las estrategias (o políticas públicas) que estos países utilizan para combatir esta enfermedad.

Apéndice 3. Guía de la Actividad “El Péndulo Simple”



Universidad Santo Tomás
Maestría en Gestión y Evaluación Educativa



PROYECTO DE INVESTIGACIÓN: LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESTADÍSTICO.

DOCENTE INVESTIGADOR: **EDILBERTO TRIANA TEHERÁN**

ACTIVIDAD 3: EL PÉNDULO SIMPLE

OBJETIVOS:

- Realizar la simulación de un péndulo simple, para encontrar posibles relaciones entre las variables físicas que intervienen través de un estudio estadístico.
- Desarrollar la competencia crítica a partir de preguntas orientadoras sobre los hallazgos obtenidos.

EL PÉNDULO SIMPLE:

En general, un péndulo, al oscilar no describe un movimiento armónico simple, solo se cumple esta condición para pequeñas amplitudes angulares, es decir, cuando el ángulo que forma el hilo con la vertical es menor de 10°. Para estos valores de la amplitud angular el período de oscilación del péndulo se expresa como:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Donde L, es la longitud de la cuerda y g, la aceleración de la gravedad.

MATERIALES

- Cuerda
- Tres objetos de diferentes masas
- Cronómetro
- Cinta métrica
- Transportador

PROCEDIMIENTO:

1. Registra la medida de la masa del objeto colgante y realiza el montaje.
2. Con el transportador, medir un ángulo de 10° a partir de la posición de equilibrio y medir el tiempo que tarda el tiempo en realizar 10 oscilaciones. Este proceso lo van a repetir 5 veces. Registra los datos encontrados en la siguiente tabla:

Masa del objeto	
Longitud de la cuerda	
Tiempo 1	
Tiempo 2	
Tiempo 3	
Tiempo 4	
Tiempo 5	
Tiempo promedio	
Periodo del péndulo	

3. Repite el paso 2, cambiando el objeto colgante y registra los datos en la siguiente tabla:

Masa del objeto	
Tiempo 1	

Tiempo 2	
Tiempo 3	
Tiempo 4	
Tiempo 5	
Tiempo promedio	
Periodo del péndulo	

4. Cambia nuevamente el objeto y registra los datos en la siguiente tabla:

Masa del objeto	
Tiempo 1	
Tiempo 2	
Tiempo 3	
Tiempo 4	
Tiempo 5	
Tiempo promedio	
Periodo del péndulo	

5. Contesta la siguiente pregunta: ¿existe alguna relación de tipo matemático entre la masa del péndulo y su periodo?
6. Utiliza la ecuación teórica para calcular el periodo del péndulo. Compara este valor con los resultados obtenidos con cada una de las masas y calcula el porcentaje de error en cada de las mediciones.
7. Contesta la siguiente pregunta: ¿Cuáles fueron los factores que incidieron para obtener ese porcentaje?

8. Ahora modifica la longitud de la cuerda en 10 cm más manteniendo fijo el objeto colgante. Repite el procedimiento descrito en el paso 2 y registra los datos en la siguiente tabla:

Longitud de la cuerda	
Tiempo 1	
Tiempo 2	
Tiempo 3	
Tiempo 4	
Tiempo 5	
Tiempo promedio	
Periodo del péndulo	

9. Aumenta nuevamente en 10 cm la longitud de la cuerda y repite el paso anterior. Registra los datos en la siguiente tabla:

Longitud de la cuerda	
Tiempo 1	
Tiempo 2	
Tiempo 3	
Tiempo 4	
Tiempo 5	
Tiempo promedio	
Periodo del péndulo	

10. Contesta la siguiente pregunta: ¿existe alguna relación de tipo matemático entre la longitud del péndulo y su periodo?

11. Utiliza la ecuación teórica para calcular el periodo del péndulo. Compara este valor con los resultados obtenidos con cada una de las longitudes y calcula el porcentaje de error en cada de las mediciones.
12. Responde: ¿En cuál de las variaciones realizadas (la de la cuerda y la del objeto) se encontró mayor porcentaje de error? Argumenta tu respuesta.

Apéndice 4. Instrumento para Evaluar el Impacto de la Propuesta



Universidad Santo Tomás Maestría en Gestión y Evaluación Educativa



Docente investigador: EDILBERTO TRIANA TEHERÁN

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN: La educación matemática crítica para el desarrollo del pensamiento estadístico.

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN DEL PROYECTO

Contesta las siguientes preguntas marcando con una X, un valor entre 1 y 5, siendo 1 lo más bajo y 5 lo más alto.

1. Con las actividades desarrolladas dentro del proyecto, ¿consideras que has adquirido la habilidad para elaborar gráficos estadísticos, así como también interpretarlos y comprenderlos?

1	2	3	4	5

2. ¿El trabajo por proyectos en la clase de matemáticas te permite alcanzar mejores aprendizajes que utilizando metodologías tradicionales?

1	2	3	4	5

3. Con las actividades desarrolladas dentro del proyecto, ¿consideras que has adquirido la habilidad para encontrar relaciones entre las variables en un estudio estadístico y poder reflexionar sobre los resultados?

1	2	3	4	5

4. ¿Crees oportuno aplicar esta metodología por proyectos en todas las clases de matemáticas?

1	2	3	4	5

5. ¿Consideras que aprender estadística es necesario para entender el contexto y el momento histórico de nuestro país?

1	2	3	4	5