

**Estimación de trampas de pobreza multidimensional mediante un enfoque de
acumulación de activos en el sector rural colombiano en los años 2019 al
2023.**

Christian Leonardo Linares Valbuena

Director: Nicolas Ronderos Pulido

**Facultad Economía
Universidad Santo Tomas
Bogota D.C**

Siglas de referencia:

LOWESS: (Locally Weighted Scatterplot Smoothing / Suavizado de Diagrama de Dispersión Ponderado Localmente).

ECV: (Encuesta Nacional de Calidad de Vida).

DANE: (Departamento Administrativo Nacional de Estadística).

UPRA: (Unidad de Planificación Rural Agropecuaria).

PCA: (Principal Component Analysis) Análisis de componente Principal.

Función K. E: (Función de densidad de Kernel de Epanechnikov).

w_i : (*Asignacion de pesos mediante ecuación tricubica de cleveland.*)

Introducción:

La pobreza multidimensional en las zonas rurales de Colombia sigue siendo una problemática compleja, reflejando marcadas desigualdades en el acceso a recursos y oportunidades de desarrollo. A pesar de iniciativas gubernamentales y de cooperación internacional, muchas comunidades rurales continúan atrapadas en lo que se conoce como "trampas de pobreza multidimensionales". Este fenómeno impide la acumulación de activos en varias dimensiones del bienestar esenciales para mejorar las condiciones de vida de forma sostenida en el tiempo.

Es importante considerar que el desarrollo en las zonas rurales está directamente relacionado con la desigualdad, ya que la concentración de activos como bienes productivos, capital financiero, educación e infraestructura determina el acceso de las poblaciones más vulnerables a oportunidades de crecimiento (González y Rodríguez, 2022). La distribución inequitativa en Colombia ha sido un factor histórico que ha limitado el acceso de los pequeños productores de las zonas rurales a recursos necesarios para su desarrollo económico.

La concentración de activos físicos, humanos y sociales en manos de unos pocos restringe la generación de riqueza en las comunidades rurales más pobres, perpetuando ciclos intergeneracionales de privación y falta de oportunidades. Uno de los indicadores tradicionalmente utilizado para evaluar la desigualdad económica es el índice de Gini. Según datos del Banco mundial (2024) en Colombia entre los años 2019 y 2023, este indicador se ha mantenido por encima de 0.50, lo que evidencia una concentración significativa de la riqueza y la persistencia de brechas socioeconómicas en nuestro país.

Esta situación es aún más crítica en las zonas rurales, donde el acceso a activos productivos está condicionado por factores históricos, políticos y estructurales que dificultan la movilidad social de la población. En Colombia, la pobreza rural multidimensional ha persistido a lo largo del tiempo debido a la dificultad de los hogares para acumular activos en diferentes dimensiones, y así generar ingresos estables y lograr mejorar su calidad de vida (Barrientos, Ramírez y Tabares. 2015). Esta persistente realidad ha motivado el estudio de las trampas de pobreza multidimensionales en el contexto rural en nuestro país, mediante el análisis de las relaciones entre desigualdad, acumulación de activos y bienestar.

Motivado por esta realidad se pretende abordar la situación de pobreza estructural multidimensional en la Colombia rural, mediante un enfoque de acumulación de activos que permite tener una perspectiva más amplia y en diversas dimensiones, considerando no solo la insuficiencia de ingresos, sino también la falta de recursos como los activos físicos, humanos y sociales, que constituyen el principal medio de que disponen los hogares para generar ingresos, protegerse frente a choques socioeconómicos y mejorar su bienestar a mediano y largo plazo.

Este enfoque permite identificar y estimar la pobreza estructural multidimensional, dado que ofrece una visión integral y dinámica del bienestar de los hogares, más allá de los ingresos monetarios. Al centrarse en los activos tangibles e intangibles, como capital físico, educación y redes de ayuda sociales, se revelan las capacidades reales de los hogares por departamento, para enfrentar adversidades, y mejorar sus condiciones de vida.

Las trampas de pobreza multidimensional pueden originarse por diversos factores, como la falta de acceso a educación de calidad, deficiencias en infraestructura, la carencia de bienes productivos, activos sociales y mecanismos de protección frente a choques sociales y económicos. La ausencia de cada uno de estos elementos contribuye a mantener a los hogares en una situación de vulnerabilidad, impidiendo su progreso y generando un ciclo continuo de pobreza de carácter estructural.

En este sentido, tomamos como base el hecho de que la acumulación desigual de activos es un reflejo de la manera en que se perpetúa la pobreza multidimensional, evidenciando cómo las condiciones iniciales de desventaja de los hogares se traducen en barreras de mediano y largo plazo para el desarrollo económico y su bienestar. Analizar la pobreza multidimensional desde esta perspectiva permite identificar los mecanismos que bloquean la movilidad social para diseñar intervenciones más precisas y así romper los ciclos de privación crónica.

Este trabajo tiene como objetivo detectar y analizar las trampas de pobreza multidimensionales en el contexto de la Colombia rural mediante un enfoque basado en la acumulación de activos utilizando un panel de datos departamental para los años 2019, 2021 y 2023 con el fin de entender cómo la distribución desigual de estos recursos afecta el bienestar y el desarrollo económico de los hogares rurales en los departamentos de Colombia.

Los principales hallazgos de esta investigación, giran en torno a una confirmación empírica de la existencia de trampas de pobreza multidimensional en las zonas rurales de Colombia, dado que se demuestra que los hogares rurales están atrapados en situaciones donde la acumulación adicional de activos en diferentes dimensiones no incrementa sustancialmente sus ingresos, esto se evidencio mediante la detección de los niveles críticos donde los retornos marginales al capital decrecen mediante la identificación de zonas de no convexidades, en niveles de ingreso alrededor de \$1.098.000 mensuales por hogar.

Se detectó una alta densidad de hogares concentrada precisamente en la zona crítica de trampa de pobreza multidimensional estructural, reforzando la idea de que la mayoría de los hogares en las zonas rurales no presentan incentivo para acumular activos, pues no generan más ingreso. En este mismo sentido se logró estimar empíricamente el punto correspondiente a los atractores estructurales

negativos, dado que los hogares solo logran alcanzar niveles de ingreso más altos si superan el umbral de activos de 0.95.

Hallazgos complementarios en este trabajo lograron identificar que los activos como la vivienda, pensiones, subsidios y la finca raíz presentan retornos marginales decrecientes o incluso planos en niveles bajos y medios de acumulación, lo que sugiere que, para muchos hogares, seguir invirtiendo en estos activos no se traduce en un aumento significativo del ingreso.

Asimismo, gracias a la evaluación de la dinámica del ingreso se logró evidenciar que los hogares con ingresos inicialmente bajos muestran mejoras muy limitadas con su acumulación de activos, y los hogares en la zona media experimentan caídas en el ingreso y solo los hogares por encima del umbral anteriormente descrito escapan del estancamiento.

Antecedentes y literatura:

Diversas investigaciones han evidenciado que la pobreza multidimensional rural en Colombia ha sido un problema persistente que afecta el desarrollo económico y social del país. Las dinámicas de pobreza multidimensional en las zonas rurales no solo responden a la falta de ingresos, sino también a restricciones estructurales que limitan la acumulación de activos.

Balcázar ha determinado que el sector rural colombiano se ha caracterizado por altos niveles de pobreza y desigualdad, donde la pobreza monetaria en las zonas rurales es significativamente mayor que en las zonas urbanas. La pobreza multidimensional rural está asociada con bajos niveles de educación, acceso limitado a servicios públicos y una economía basada en la agricultura de subsistencia (Balcázar, 2018).

Las causas históricas de la pobreza rural multidimensional en Colombia incluyen la concentración de la tierra, el conflicto armado y la debilidad de las instituciones estatales para ofrecer redes de apoyo en la Colombia profunda. Un factor esencial que marca esta situación es la distribución desigual de la tierra, la cual ha generado exclusión económica y social en gran parte de la población en el campo colombiano (Fajardo, 2014).

En este mismo sentido, autores como Ibáñez y Moya han considerado que la violencia que ha experimentado nuestro país ha impedido la consolidación de mercados rurales fuertes y ha forzado el desplazamiento de miles de campesinos a las grandes ciudades, afectando la acumulación de activos productivos y potenciando así la aparición de trampas de pobreza multidimensionales (Ibáñez y Moya, 2010).

Autores como Barrett y Carter en su investigación *The Economics of Poverty Traps and Persistent Poverty* han demostrado que las trampas de pobreza son situaciones en las que los hogares pobres no pueden mejorar su bienestar debido a restricciones estructurales. Los autores exploran múltiples tipos de trampas de pobreza, tales como las de activos, infraestructura, nutricionales y de tecnología. Concluyendo que la existencia de estas trampas puede estructurar una situación de pobreza multidimensional que se perpetúa cuando los hogares no logran acumular capital humano, físico y social suficiente para superar los umbrales mínimos de inversión (Barrett y Carter, 2013).

En este mismo sentido, estos autores en su estudio: *The Economics of Poverty Traps and Persistent Poverty: An Asset-Based Approach*, plantean que el enfoque de acumulación de activos sugiere que la pobreza multidimensional tiene un comportamiento dinámico y depende de la capacidad de los hogares para acumular y mantener activos productivos en un horizonte temporal (Carter y Barrett, 2006).

Investigaciones más cercanas a nuestro contexto, como la realizada por Arguello y Zambrano, en su estudio *Trampas de pobreza: una aproximación desde la acumulación de activos*, plantea que en el contexto rural colombiano la ausencia de activos claves como capital humano asociado a educación y capacitación técnica, capital físico asociado al acceso a propiedades, infraestructura, bienes productivos, y capital social vinculado a redes de apoyo como subsidios gubernamentales, limitan su capacidad de generar ingresos sostenibles, perpetuando la pobreza en múltiples dimensiones y configurando el escenario para la aparición de las trampas de pobreza estructurales multidimensionales (Arguello y Zambrano, 2006).

En este mismo sentido, investigaciones como la de Roa y Vélez han enriquecido la comprensión de las trampas de pobreza en el sector rural colombiano mediante el enfoque de acumulación de activos financieros, destacan que la exclusión financiera de los hogares rurales constituye un obstáculo estructural que limita la acumulación de capital físico y financiero en los hogares colombianos (Roa y Vélez, 2011).

En su análisis, estos autores revelan que la falta de acceso a créditos formales impide la inversión en mejoras productivas en negocios agrícolas, perpetuando situaciones de bajos ingresos y dependencia de prácticas agrícolas de subsistencia de manera prolongada. Esta condición reproduce una trampa de pobreza de activos productivos, donde la imposibilidad de invertir hoy limita las posibilidades de superar la pobreza mañana (Roa y Vélez, 2011).

Desde otra perspectiva, pero vinculada a nuestra investigación encontramos los hallazgos de González y Rodríguez, abordando las trampas de pobreza en el capital

humano, enfocándose en las limitaciones del sistema educativo rural colombiano. Si bien se reconocen avances en la cobertura educativa, la investigación muestra que la baja calidad de la educación, junto con currículos poco articulados a las necesidades del contexto rural, impiden que los jóvenes desarrollen capacidades relevantes para insertarse en el mercado laboral o emprender proyectos productivos (González y Rodríguez 2022).

Teniendo como base las anteriores investigaciones en la temática, podemos mencionar que nuestra investigación, aporta hallazgos diferenciales muy significativos respecto a la identificación y análisis de las trampas de pobreza multidimensional en Colombia, el primer aspecto diferenciador radica en la perspectiva territorial nacional y longitudinal, dado que el análisis se basa en datos tipo panel por departamento, para el periodo 2019–2023, en todo el territorio nacional (exceptuando San Andrés y Providencia).

Este enfoque no ha sido evidenciado en estudios previos sobre pobreza en la Colombia rural, dado que la mayoría de investigaciones se realizan en datos de corte transversal y en territorios más reducidos, gracias a este enfoque y metodología utilizada fue posible el análisis de las variables a lo largo del tiempo y entre diferentes dimensiones de bienestar, así mismo los datos utilizados permitieron analizar la acumulación de activos y choques por unidades territoriales rurales desde una perspectiva estructural y regionalizada.

Es importante mencionar que, al tener datos representativos de los hogares por departamento a nivel nacional exceptuando San Andrés y Providencia, la metodología garantiza cobertura nacional rural y permite hacer inferencias válidas para toda la población rural colombiana. Esto fortalece el carácter estructural del análisis de nuestra investigación en hogares por regiones atrapadas por limitaciones estructurales multidimensionales, lo cual no es un dato menor, ya que las investigaciones anteriores rara vez logran representar a toda la ruralidad colombiana desde un enfoque de trampas de pobreza multidimensional.

Gracias a la modelación empírica del concepto de retornos marginales decrecientes de activos y al uso de las técnicas de regresiones no paramétricas como LOWESS para identificar las zonas donde los retornos marginales al capital dejan de ser crecientes, logramos visualizar el nivel de ingresos y el nivel de activos tanto agregado como individual en el cual se configura una trampa de pobreza multidimensional para los hogares rurales de los departamentos colombianos.

Este hallazgo es el más valioso de nuestro estudio debido a que especifica con datos recientes los niveles a los cuales se configuran las trampas de pobreza multidimensional logrando estimaciones cuantitativas que no se han logrado alcanzar en investigaciones anteriores con la misma temática de trampas de

pobreza multidimensional en nuestro país, o bien no se ha documentado con datos recientes para todo el territorio colombiano. Esto permitió demostrar que la mayoría de los hogares rurales están precisamente atrapados en una zona de baja rentabilidad marginal, gracias a la visualización empírica de la teoría de trampas multidimensional.

En este mismo sentido la identificación precisa de los umbrales críticos y de múltiples equilibrios permitió visualizar tres puntos de equilibrio en la dinámica de acumulación de activos: baja acumulación de capital -0.4, umbral crítico de capital 0.95 y hogares con alto nivel de capital 1.5, detectando como punto de atracción el nivel de -0.4 que absorbe a los hogares vulnerables, mostrando una trampa de pobreza multidimensional estructural. La existencia de bifurcaciones múltiples valida empíricamente la teoría de múltiples equilibrios estables planteada por Barrett y Carter.

Esto genera que este estudio sea uno de los pocos estudios en Colombia que identifica con precisión umbrales de capital multidimensional y trayectorias convergentes, usando datos tipo panel, dado que como fue mencionado anteriormente la mayoría de estos estudios se realizan con datos de corte transversal. Lo anterior también se ve respaldado por el enfoque empírico robusto para detectar no convexidades y umbrales críticos de activos, validando la teoría de trampas multidimensional, integrando dimensiones múltiples como social, económica y estructural, en el estudio de la pobreza.

Estos hallazgos permitieron la integración de dinámicas de ingreso, activos y choques en una sola estructura analítica estimando empíricamente los umbrales y múltiples equilibrios propuestos por la teoría de Barrett y Carter (2006) pero aplicada para Colombia, aportando evidencia rigurosa para guiar política pública diferenciada por región, aspecto de relevancia que otras investigaciones anteriores no propusieron.

Datos:

Los datos utilizados en este trabajo corresponden al sondeo de la Encuesta Nacional de Calidad de Vida (ECV), realizada por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE), con una cobertura temporal de los años 2019, 2021 y 2023, con los cuales se construyó una base de datos tipo panel por departamento para el territorio colombiano.

La ECV para cada uno de los tres años fue realizada aproximadamente para 13.000 hogares a nivel nacional, de los cuales alrededor de 3.800 en cada uno de los años mencionados, corresponde a hogares rurales, centros poblados, corregimientos y hogares rurales dispersos, siendo estos nuestra población objetivo de acuerdo con la finalidad de la investigación. Teniendo como universo muestral los

aproximadamente 3.800 hogares rurales encuestados en cada año, la ECV proporciona información para 31 departamentos y Bogotá, como distrito capital. Se debe tener en cuenta que la ECV no proporciona datos para el departamento de San Andrés y Providencia.

La ECV nos permite construir y tener información de diez variables clave para nuestro estudio, tales como: *ingreso mensual promedio para los hogares de cada departamento*, que en este caso será nuestra variable de respuesta; así como los *índices de hogares con vivienda propia, hogares con mano de obra calificada, hogares que reciben pensión, hogares que reciben subsidio, índice promedio de activos domésticos por hogar, hogares con vehículo, hogares con propiedad de finca raíz, hogares que han sufrido choques sociales y hogares que han sufrido choques económicos*, estas serán nuestras variables explicativas.

Durante la recolección de datos nos encontramos con la limitación, que la ECV no proporciona información sobre activos agropecuarios en los hogares rurales, una variable esencial para dar una mayor solidez a nuestras estimaciones, dado que la población objetivo son precisamente los hogares rurales. Por esta razón, para la construcción de este indicador especial se tomó la decisión estratégica de utilizar la información contenida en los resultados de las evaluaciones agropecuarias y los boletines estadísticos sectoriales correspondientes a los años 2019, 2021 y 2023, elaborados la Unidad de Planificación Rural Agropecuaria (UPRA) del Gobierno Nacional de Colombia.

Estos resultados cuentan con garantía estadística en la calidad de la información, ya que son elaborados con rigurosidad metodológica y procedimental por parte del DANE. Una vez consolidada la información, se procedió a construir el índice de activos agropecuarios de manera similar a como se construyó el índice de activos domésticos, con el fin de contar con las once variables clave para nuestra investigación.

Estrategia de identificación y metodología:

El procedimiento desarrollado se basa en cinco etapas fundamentales. La primera consistió en la construcción de la base de datos tipo panel. La segunda, en la evaluación general de la relación entre la generación del ingreso promedio por hogar en los departamentos respecto a los índices de activos construidos. Como tercera etapa, se procedió a la identificación del comportamiento de los retornos marginales del capital. Posteriormente, como cuarta y quinta etapa, se realizó la identificación de las dinámicas de activos y de las dinámicas de los ingresos, respectivamente.

Para la construcción de la base de datos tipo panel, como se mencionó en la sección de datos, se utilizó la Encuesta Nacional de Calidad de Vida (ECV),

realizada por el DANE para los años 2019, 2021 y 2023. Esta base se construyó determinando, en primer lugar, el ingreso mensual de cada hogar, como se muestra en la *ecuación 1*, y luego el ingreso mensual promedio para los hogares de cada departamento para los años 2019, 2021 y 2023 como se detalla en la *ecuación 2*.

En el Anexo 1 se encuentra, de manera detallada, el procedimiento de los cálculos de los índices de activos y el resto de las variables. Gracias a la forma en que está diseñada la ECV, sus diversos capítulos nos permitieron construir los índices de hogares por departamento que poseen activos, tales como: el índice de hogares con vivienda propia (*ecuación 3*), índice de hogares que reciben pensión (*ecuación 4*), índice de hogares que reciben subsidio (*ecuación 5*), índice de hogares con activos vehiculares (*ecuación 6*), índice de hogares con propiedad de finca raíz (*ecuación 7*).

Asimismo, se construyó el índice de hogares con mano de obra calificada, según lo expuesto por Arguello y Zambrano (2006), quienes consideran como mano de obra no calificada aquella proporcionada por trabajadores del hogar con educación secundaria incompleta. Este índice se calculó como se muestra en la *ecuación 8*.

En este mismo sentido, el índice promedio de activos domésticos se construyó a partir de una cesta de activos domésticos básicos promedio de un hogar Colombia como: lavadora, nevera, estufa, calentador, plancha, equipo de sonido, televisor, aire acondicionado y/o ventilador. Se evaluó así la cantidad promedio de estos activos por hogar en cada departamento. Este procedimiento se sintetiza en la *ecuación 9*.

De igual forma, y como se sustentó en la sección anterior, se construyó el índice de activos agropecuarios promedio por hogar en cada departamento, con base en la información proporcionada por la Unidad de Planificación Rural Agropecuaria (UPRA) del Gobierno Nacional de Colombia. Una vez consolidada la información, se procedió a construir el índice sintetizado en la *ecuación 10*.

Para ello, se definió una cesta de activos agropecuarios estándar promedio de un hogar rural, compuesta por: especies pecuarias para producción (aves y bovinos), maquinaria agrícola pesada (tractor o sembradora), maquinaria agrícola liviana (fumigadores o equipos de riego), maquinaria pecuaria pesada (equipos de alimentación para animales o equipos para manejo de fertilizantes), y maquinaria pecuaria liviana (ordeñadores o equipos de pesaje). Se evaluó así la cantidad promedio de estos activos por hogar en cada departamento.

Por último, y con la finalidad de evaluar el impacto de los choques que sufren los hogares respecto a su acumulación de activos e ingresos, se construyó el índice de hogares con choques económicos, definido como aquellos en los que el jefe del hogar, el conyugue o algún otro miembro del hogar perdió su empleo, el hogar tuvo

que cerrar algún negocio, o no pudo vender la producción agrícola de la finca, como se muestra en la ecuación 11. De manera análoga, se construyó el índice de hogares que sufrieron choques sociales, definidos como aquellos hogares que fueron víctimas de atracos, hurtos, robos u otros hechos violentos como homicidios, secuestros, extorciones, desalojo de tierra o desplazamiento de su territorio, como se muestra en la ecuación 12.

$$^1Y_{i,t} = S.M_{i,t} + S.E_{i,t} + I.P.L_{i,t} + I.R.F_{i,t} + I.R.A.F_{i,t} + I.A.F_{i,t}$$

Ecuación 1: Ingreso del Hogar i.

$$^2\bar{Y}_{d,t} = \frac{\sum_{i=1}^{n_t} Y_{i,t}}{n_t}$$

Ecuación 2: Ingreso promedio de los hogares en el departamento d.

$$I.Vivienda_{d,t} = \frac{H_{d,t}^{prop}}{H_{d,t}}^3$$

Ecuación 3: Índice de hogares vivienda propia por departamento por año.

$$I.Pensión_{d,t} = \frac{H_{d,t}^{pens}}{H_{d,t}}^4$$

Ecuación 4: Índice de hogares con pensión por departamento por año.

$$I.Subsidios_{d,t} = \frac{H_{d,t}^{Subsidios}}{H_{d,t}}^5$$

Ecuación 5: Índice de hogares con subsidios por departamento por año.

$$I.Vehiculo_{d,t} = \frac{H_{d,t}^{Vehiculo}}{H_{d,t}}^6$$

Ecuación 6: Índice de hogares con Vehículo por departamento por año.

$$I.Finca\ raiz_{d,t} = \frac{H_{d,t}^{Finca\ raiz}}{H_{d,t}}^7$$

Ecuación 7: Índice de hogares con Propiedad finca raíz por departamento por año.

¹ $Y_{i,t}$ = Ingreso total del hogar i en el año t.

$S.M_{i,t}$ = Salario monetario del hogar i en el año t.

$S.E_{i,t}$ = Salario en especie del hogar i en el año t.

$I.P.L_{i,t}$ = Ingresos por primas laborales del hogar i en el año t.

$I.R.F_{i,t}$ = Ingresos por rentas financieras del hogar i en el año t.

$I.R.A.F_{i,t}$ = Ingresos por rentas de activos físicos del hogar i en el año t.

$I.A.F_{i,t}$ = Otros ingresos como ayudas familiares del hogar i en el año t.

² $\bar{Y}_{d,t}$ = Ingreso promedio de los hogares en el departamento d, en el año t.

³ $H_{d,t}^{prop}$ = Número de hogares en el departamento d, año t, que tienen vivienda propia.

⁴ $H_{d,t}^{pens}$ = Número de hogares en el departamento d, año t, que reciben pensión.

⁵ $H_{d,t}^{Subsidios}$ = Número de hogares en el departamento d, año t, que reciben subsidio.

⁶ $H_{d,t}^{Vehiculo}$ = Número de hogares en el departamento d, año t, que tiene vehículo.

⁷ $H_{d,t}^{Finca\ raiz}$ = Número de hogares en el departamento d, año t, que propiedades finca raíz.

$$I.M. Calificada_{d,t} = \frac{H_{d,t}^{M.calificada}}{H_{d,t}} \quad 8$$

Ecuación 8: Índice de hogares con mano de obra calificada por departamento por año.

$${}^9A.D_{d,t} = \frac{1}{H_{d,t}} \sum_{i=1}^{H_{d,t}} \sum_{j=1}^k a_{ij,t}$$

Ecuación 9: Índice de activos domésticos promedio por hogar por departamento por año.

$${}^{10}A.A_{d,t} = \frac{1}{H_{d,t}} \sum_{i=1}^{H_{d,t}} \sum_{j=1}^k a_{ij,t}$$

Ecuación 10: Índice de activos Agrícolas promedio por hogar por departamento por año.

$$I. Choque Economico_{d,t} = \frac{H_{d,t}^{choque economico}}{H_{d,t}} \quad 11$$

Ecuación 11: Índice de hogares que sufrieron algún choque económico por departamento por año.

$$I. Choque social_{d,t} = \frac{H_{d,t}^{choque social}}{H_{d,t}} \quad 12$$

Ecuación 12: Índice de hogares que sufrieron algún choque social por departamento por año.

Esto nos dio como resultado once variables en las cuales se basará nuestro modelo de datos tipo panel. La variable de respuesta es el *ingreso mensual promedio de los hogares* para cada uno de los 32 departamentos durante los años 2019, 2021 y 2023. Las variables explicativas son: *índice de hogares con vivienda propia*, *índice de hogares con mano de obra califica*, *índice de hogares que reciben recibe pensión*, *índice de hogares que reciben subsidio*, *índice de activos domésticos promedio por hogar*, *índice de activos agropecuarios promedio por hogar*, *índice de hogares con vehículo*, *índice de hogares con propiedad de finca raíz*, *índice de*

⁸ $H_{d,t}^{M.calificada}$ = Núm de hogares en el departa d, año t, que tiene mano de obra calificada

⁹ $A.D_{d,t}$ = Índice de activos domésticos promedio por hogar en el departamento d, en el año t

$H_{d,t}$ = Número total de hogares en el departamento d, en el año t

k = Número total de activos domésticos considerados en la cesta (en este caso, $k=9$)

$a_{ij,t}$ = Valor binario que indica si el hogar i en el año t posee el activo doméstico j

¹⁰ $A.A_{d,t}$ = Índice de activos Agrícola promedio por hogar en el departamento d, en el año t

k = Número total de activos agrícolas considerados en la cesta (en este caso, $k=6$)

¹¹ $H_{d,t}^{choque economi}$ = Núm de hogares en el departa d, año t, que sufrieron choques economicos

¹² $H_{d,t}^{choque social}$ = Núm de hogares en el departa d, año t, que sufrieron choques sociales

hogares que han sufrido choques sociales y índice de hogares que han sufrido choques económicos.

Respecto a la evaluación de la generación del ingreso promedio por hogar en los departamentos, el ejercicio inicial consistió en hacer un análisis de regresión lineal para nuestra base de datos tipo panel, utilizando tanto el modelo de efectos fijos como por el modelo de efectos aleatorios. Se empleó como variable de respuesta el ingreso promedio de los hogares por departamento y, como variables explicativas, los índices de hogares con activos mencionados anteriormente, así como los índices de choques sociales y choques económicos por departamento.

En este mismo sentido, y con el objetivo de reforzar el análisis inicial, se procedió a realizar la prueba de Hausman. De forma complementaria, en el análisis de la regresión lineal mediante el método de efectos fijos, se incluyeron tendencias lineales por departamento y por año con el fin de capturar heterogeneidad no observable y los choques comunes en nuestros datos.

Para la identificación y cuantificación del comportamiento de los retornos marginales del capital en este caso, los activos y las distribuciones estimadas del ingreso estructural, fue necesario identificar los retornos no lineales (es decir, no proporcionales) a la acumulación de activos, mediante el método de LOWESS (*Locally Weighted Scatterplot Smoothing*)¹³, esta técnica no paramétrica se utiliza para suavizar relaciones entre variables en un gráfico de dispersión.

Es importante tener en cuenta que el método de LOWESS se basa en ajustar regresiones locales a un punto base x_0 , considerando un subconjunto de datos más pequeños de tamaño δ , correspondiente a las observaciones más cercanas a ese punto. En el caso de nuestra investigación, se seleccionó un valor $\delta = 0.5$, lo cual equivale al 50% de los datos más próximos a cada observación. Esta elección se fundamenta en criterios metodológicos y estudios previos, como el de Barrett y Carter (2006), quienes emplean el mismo parámetro de suavización, dado que valores cercanos a 1 tienden a subajustar la relación, mientras que valores muy pequeños próximos a 0, tienden a sobreajustar la relación. (Montgomery, Peck, y Vining, 2002).

Una vez seleccionada la porción de datos a utilizar, se asigna a cada punto dentro del subconjunto, un peso w_i , en función de su distancia a la observación base x_0 . Los puntos más cercanos a x_0 reciben mayor peso, mientras que los más lejanos tienen menor peso. Para esta asignación se emplea la función de ponderación

¹³ El método Lowess identifica tendencias no lineales, visualiza patrones como umbrales o cambios de pendiente y si la curva obtenida sugiere retornos decrecientes en un umbral determinados se identifica como una trampa de pobreza.

tricúbica de Cleveland (ecuación 13), en la cual d representa la distancia máxima entre x_0 y los vecinos seleccionados.

$$w_i = \left(1 - \left|\frac{x_i - x_0}{d}\right|^3\right)^3 \text{ para } |x_i - x_0| < d^{14}$$

Ecuación 13: Ecuación Tricúbica de Cleveland.

El procedimiento anterior nos permite estimar la relación entre una variable independiente X y una dependiente Y, punto por punto. En lugar de ajustar una sola línea global, como en una regresión lineal, LOWESS ajusta múltiples regresiones locales utilizando subconjuntos de los datos, y luego las combina para formar una curva suave que captura la tendencia general. Esta suavización permite evidenciar la existencia de trampas de pobreza estructural al detectar patrones reales en la relación entre activos en t y activos en t+2, así como identificar puntos de equilibrio, puntos críticos y umbrales.

El procedimiento anterior fue precedido por la construcción de los índices de capital mediante un análisis de componente principal (PCA) para cada uno de los tres años 2019, 2021 y 2023. Dado que para nuestro trabajo estos índices (PCA) reflejan las distintas formas de acumulación de capital de los hogares por departamento. Se procedió inicialmente a realizar la estandarización de cada una de las variables, mediante la ecuación 14. Con la finalidad de que tengan media y desviación estándar cero, y así evitar variables dominantes por su tamaño.

Luego se procedió a calcular la matriz de correlaciones R, mediante la ecuación 15, se debe tener en cuenta, que si las variables no están estandarizadas se debe calcular la matriz de covarianzas. En seguida se procede a descomponer en valores y vectores propios, obteniendo tantos auto vectores como variables como se muestra en la ecuación 16.

Una vez obtenidos los auto vectores se procede a la construcción de los componentes principales, mediante una combinación lineal de las variables estandarizadas por medio de la ecuación 17. El primer componente (PC1) es el que explica la mayor parte de la varianza total, y como en nuestro caso buscamos detectar trampas de pobreza con el enfoque de acumulación de activos, el PC1 suele interpretarse como un índice agregado de capital/activos (Greene. 2018). También se debe tener en cuenta para la selección de los componentes principales el criterio de Kaiser ($\lambda > 1$), que es una regla práctica utilizada para decidir cuántos componentes principales retener. En este caso los componentes cuyo autovalor sea mayor que 1, en el anexo 3 se podrá consultar el proceso de manera más detallado.

¹⁴ w_i = Asignación de pesos mediante ecuación tricúbica de Cleveland.

Es así como este primer componente principal obtenido nos sirve para condensar la información de todas las variables y reducir la dimensionalidad de los datos obteniendo una medida sintética del nivel de capital acumulado, conservando la información relevante (Azariadis y Stachurski, 2005). Luego se combinaron los índices de capital acumulado por departamento en cada año para analizar cómo varía el ingreso promedio en función del nivel de activos, utilizamos el modelo de LOWESS anteriormente descrito, lo que permitió captar de forma empírica de la relación de estos dos parámetros.

$$Z_{ij} = \frac{X_{ij} - \bar{X}_j}{s_j} \quad 15$$

Ecuación 14: Ecuación de estandarización de variables.

$$R_{jk} = \frac{Cov(Z_j, Z_k)}{s_j s_k} \quad 16$$

Ecuación 15: Ecuación de matriz de correlación de Pearson.

$$Rv_k = \lambda_k v_k \quad 17$$

Ecuación 16: Ecuación de descomposición en valores y vectores propios.

$$Pc_m = a_{m1}Z_1 + a_{m2}Z_2 + \dots + a_{mn}Z_n \quad 18$$

Ecuación 17: Ecuación componentes principales.

Posteriormente, se aplicó la función de densidad de Kernel de Epanechnikov para identificar las zonas con mayor concentración de observaciones en regiones críticas de la estimación. De forma complementaria, se analizaron cada uno de los activos de manera desagregada, con el fin de evidenciar la posible presencia de trampas de pobreza por cada dimensión, medida en los índices de activos construidos.

Para el análisis de las dinámicas del capital o activos e identificar las no linealidades en los retornos al capital y así indicar la presencia de trampas de

¹⁵ X_{ij} = valor de la variable j para la observación i

$\bar{X}_j$ = media de la variable j

s_j = desviación estándar de la variable j

¹⁶ R_{jk} = cada elemento de la matriz

$Cov(Z_j, Z_k)$ = covarianza entre X y Y .

s_j = desviación estándar de la variable j

s_k = desviación estándar de la variable j

¹⁷ λ_k = valor propio (varianza explicada por ese componente).

v_k = vector propio (componente principal k)

¹⁸ a_{mj} = son los coeficientes del autovector correspondiente al componente m .

pobreza estructural, nos basamos en observar cómo evoluciona el nivel de activos en un periodo dado ($t+2$) como función de los activos en el periodo anterior (t). Es así como seleccionamos las ocho variables que representan los activos a nivel departamental de los hogares, y las sintetizamos en un único índice por el método de PCA logrando capturar la mayor varianza posible de los datos originales en una sola dimensión.

Luego fusionamos los datos de capital de cada uno de los años por departamento, creando una base tipo panel en corte transversal logrando observar cómo evolucionó el capital departamental a lo largo del tiempo, y luego se estimó la relación entre los capitales usando la regresión no paramétrica LOWESS, permitiéndonos observar patrones empíricos sin imponer una forma funcional rígida, detectando no linealidades en los retornos del capital, evidenciar posibles puntos críticos o umbrales, y teniendo como punto de comparación la línea de identidad ($A_t = A_{t+2}$) que representa todos los puntos donde el nivel de activos en el periodo t es igual al nivel de activos dos periodos después.

Para estimar la dinámica del ingreso promedio por hogar de los departamentos se procedió a el cambio en el ingreso entre dos periodos, el periodo uno del 2019 al 2023 que define el cambio total y en el cual se puede ver reflejado los factores estructurales que determinan los niveles de ingreso, y por otro lado el periodo del 2019 al 2021 que define los cambios parciales en el ingreso y nos ayudara a reflejar los factores aleatorios y a corto plazo.

Estas curvas al tener la característica de ser no paramétricas y permitir visualizar cómo varía el cambio en ingreso respecto al ingreso inicial nos permitirá capturar la trayectoria general de los hogares aquí representados y saber si mejoran, empeora o permanece estancados. Igualmente, como en los pasos anteriores realizamos la estimación por el método de Lowess para observa las relaciones no lineales entre el ingreso inicial y su cambio en el tiempo en los dos periodos anteriormente definidos, para lograr identificar los umbrales, rendimientos no constantes y equilibrios.

Resultados:

Evaluación general de la generación de ingresos y los índices de activos:

Para presentar los resultados obtenidos en esta investigación, es necesario destacar que, gracias a la forma en que está estructurada la Encuesta Nacional de Calidad de Vida (ECV) para cada uno de los tres años analizados, y a la manera en que se construyó la base de datos tipo panel por departamento, al aplicar el factor de expansión de cada encuesta se logró obtener representatividad de aproximadamente 3,8 millones hogares rurales en Colombia por cada año.

Seguido a esto, y en relación con la generación del ingreso promedio por hogar de cada departamento, al realizar las regresiones lineales mediante los modelos de efectos fijos y efectos aleatorios, y reforzando el análisis con la prueba de Hausman, se determinó que el modelo más adecuado para estudiar las trampas de pobreza multidimensional en el sector rural colombiano, bajo el enfoque de acumulación de activos, es el modelo de efectos fijos.

Esto se debe a que los resultados de la prueba de Hausman *Tabla 3*, indican que se debe rechazar la hipótesis nula, dado un valor de χ^2 de 25.64 y $p = 0.0012$, menor a el valor de $p < 0.05$. Esto sugiere que las diferencias en los coeficientes no son sistemáticas, ya que los efectos individuales no observados están correlacionados con las variables explicativas; por lo tanto, el modelo de efectos aleatorios sería inconsistente.

En este sentido, lo anterior también sugiere la existencia de características no observadas, propias de cada hogar rural, como la ubicación geográfica específica, las condiciones ambientales del lugar o las normas culturales, que pueden estar correlacionadas con los niveles de activos y, en consecuencia, afectar la probabilidad de que estos hogares permanezcan en pobreza. Esta decisión metodológica permite superar los sesgos de estimación e interpretar de forma más confiable los coeficientes obtenidos. De esta manera, al aplicar el modelo de efectos fijos, se controlan aquellos factores inobservables que no cambian en el tiempo dentro de cada departamento, mejorando así la consistencia de los resultados.

Ahora, entrando al análisis del resultado de la regresión por el modelo de efectos fijos, y como se detalla en la *Tabla 1*, este modelo explica el 71,90 % de la variación dentro de los departamentos a lo largo del tiempo, según su valor de R^2 *within*. Asimismo, el modelo explica el 67,98 % de la variabilidad entre departamentos a lo largo del tiempo por su valor de R^2 *between* y 68.60 % de la de la variabilidad total, estos niveles de ajuste son altos y respaldan la robustez del modelo.

El modelo en conjunto es altamente significativo, y los coeficientes indican el efecto marginal de cada variable independiente sobre el logaritmo del ingreso promedio por hogar rural, controlado por efectos fijos de departamento. Los resultados son consistentes con lo esperado, ya que todos los índices de los activos seleccionados mostraron la magnitud prevista, con valores positivos para la generación de un mayor ingreso promedio por hogar.

Asimismo, la regresión permitió identificar que los hogares, por departamento, que experimenten choques económicos y sociales ven afectado negativamente su ingreso promedio mensual por hogar. Los coeficientes de la regresión muestran una relación positiva y significativa entre el ingreso promedio por hogar rural y activos

como la tenencia de vivienda propia, la presencia de mano de obra calificada, y el acceso a activos domésticos.

Por ejemplo, un aumento de un punto porcentual (0.01 unidades) en el índice de hogares con vivienda propia se asocia con un incremento aproximado del 0.61% en el ingreso promedio mensual por hogar. De manera similar, los activos domésticos y agrícolas reflejan dotaciones de consumo duradero, presentaron el mayor impacto marginal sobre el ingreso, lo que sugiere que su papel es central como vehículo de acumulación económica sostenible para los hogares rurales en Colombia.

Por otro lado, la presencia de choques económicos y sociales se relaciona negativamente con el ingreso promedio de los hogares, lo que indicaría que sus efectos están parcialmente absorbidos por los niveles de activos disponibles, siendo más visibles en hogares con menor capital acumulado. Tal como se detalló en la metodología, se procedió a realizar la regresión de efectos fijos incluyendo tendencias lineales por departamento y efectos fijos temporales por año, obteniendo los resultados descritos en la *Tabla 4*.

Este modelo explica el 89.23 % de la variación del ingreso dentro de cada departamento a lo largo del tiempo por su valor de R^2 *within*. Como es habitual en los modelos de efectos fijos explica poco la variación entre departamentos R^2 *between* 4.34 % y moderadamente poco a nivel total R^2 *overall* 3.50 % debido al uso de variables fijas. Esto confirma que el modelo se centra en explicar los cambios temporales del ingreso dentro de cada unidad territorial, que es justamente el objetivo que busca un panel con efectos fijos y tendencias por grupo.

Analizando los efectos de año y tendencias por departamento, observamos que las variables *anio_num* para los años 2021 y 2023 son estadísticamente significativas, lo cual indica que el cambio promedio general del ingreso en esos años es relevante una vez se controlan las interacciones *Tabla 4*. Observamos que, para el año 2021, el coeficiente es -0.210, lo que muestra que el ingreso promedio por hogar en logaritmo fue aproximadamente 21% menor respecto al año 2019, controlando por otras variables y tendencias departamentales.

Lo anterior, refleja un choque negativo comúnmente asociado, por autores como Michael Carter a los posibles efectos persistentes del COVID-19 en el entorno rural nacional. Respecto al año 2023, el coeficiente fue de 0.3234, lo que refleja que el ingreso promedio aumentó 32.34 % en comparación con el 2019, lo que sugiere una recuperación parcial, pero no contundente, del ingreso (Carter et al.2021).

Sin embargo, las interacciones entre departamento y año muestran una heterogeneidad clara por territorio, dado que algunos departamentos tienen tendencias positivas y significativas en el tiempo, como, por ejemplo, los

departamentos 5 (Antioquia), 8 (Atlántico) y 11(Bogotá). Otros presentan tendencias negativas o planas, como, por ejemplo, 81 (Arauca), 85 (Casanare) y 86(Putumayo). Esto revela que no existe una evolución uniforme del ingreso en todos los departamentos, lo que refuerza la necesidad de políticas territorialmente diferenciadas para atacar las trampas de pobreza.

Al contrastar estos con el estudio de Arguello y Zambrano (2006), se observa una consistencia teórica y empírica relevante con los resultados de la regresión, dado que estos autores identificaron, a partir de sus datos de la ECV de 1997 y sus variables de activos seleccionadas, que las variables como extensión de tierra, fuerza de trabajo calificada, valor declarado de los equipos agrícolas, y variables dummy como la región a la que pertenece el hogar o si algún miembro recibe remesas o transferencias de agentes privados, tienen incidencia significativa y capacidad explicativa de los activos, además de signos positivos para la generación de ingreso.

Identificación del comportamiento de los retornos marginales del capital.

Los resultados empíricos obtenidos en esta investigación aportan evidencia robusta para comprender la existencia de trampas de pobreza multidimensional en el sector rural colombiano, bajo el enfoque de acumulación de activos en diferentes dimensiones de bienestar. Analizando la *Figura 1*, el resultado de la relación de la curva de estimación de Lowess del ingreso mensual promedio de los hogares por departamento respecto al nivel de tenencia de activos calculado PCA, podemos evidenciar cuatro características particulares.

La primera es que, a niveles bajos del índice de capital, valores entre -4 y -1.5 muestran un aumento del ingreso promedio. Esto significa que pequeños incrementos en la acumulación de capital o activos de los hogares por departamento generan aumentos proporcionales en el ingreso promedio, lo que implica retornos marginales crecientes a bajos niveles de activos.

La segunda característica se presenta en la relación construida respecto al tramo entre -1.5 y 0.4 del índice de capital, donde se evidencia un comportamiento de retornos marginales decrecientes y una meseta o estabilización del ingreso promedio. Esto sugiere que, en esta zona, el aumento del capital no se traduce en mayores ingresos significativos para los hogares.

Es importante destacar que esta zona de retornos marginales decrecientes se ubica por debajo de la línea de pobreza monetaria por hogar, estimada en cerca de \$1'185.000. En este rango, identificamos un punto crítico o umbral de trampa de pobreza multidimensional, guiados por la definición de retornos marginales decrecientes en un nivel de ingreso promedio por hogar mensual de \$1'098.000.

En este punto, el beneficio de obtener una unidad extra de capital o activos por parte de los hogares se hace cero, configurando un nivel de activos de estado estacionario, en el cual los hogares por departamento tienden a permanecer atrapados y experimentan una convergencia hacia dicho nivel de activos. La configuración de esta zona de retornos marginales decrecientes se ve reflejada en la presencia de la no convexidad en los retornos, generando una situación de desincentivo a la acumulación de capital por parte de los hogares por departamentos y evitando que salgan de la pobreza multidimensional.

Ante los anteriores resultados y contrastando la evidente de una trampa de pobreza multidimensional en los hogares rurales colombianos, Barrett et al. (2006) plantea que esta situación donde los hogares presentan bajos niveles de acumulación de activos y una etapa de retornos marginales crecientes inicial, mejora sus niveles de ingresos pero luego estos retornos se vuelven decrecientes mostrando la existencia de barreras a la acumulación, como la restricción de subsistencia, que en nuestro caso estaría delimitada por la línea de pobreza monetaria, ante la cual los hogares no pueden sacrificar consumo presente para invertir en más activos, debido a que apenas consumen lo requerido para subsistir.

Otra barrera que interviene son las imperfecciones en los mercados de crédito que enfrentan los hogares rurales más vulnerables, que les impiden por medio de una deuda adquirir más capital, así mismo los postulados de Barrett & Carter. (2006) respaldan nuestros hallazgos al exponer que las no convexidades en los retornos pueden deberse a la alta aversión al riesgo que presentan los hogares por debajo de la línea de pobreza en comparación con los hogares más ricos.

En este sentido, los hogares en situación de vulnerabilidad optan por sacrificar ingresos esperados para enfrentar menos riesgo, priorizando estrategias que reducen la incertidumbre. Dado que emplean su capital no para maximizar su beneficio, sino que minimiza su exposición al riesgo (Barrett & Carter.2006). Que en el contexto de nuestra investigación son los choques económicos y sociales, esto explica los posibles motivos para la persistencia de que estos hogares representados por departamentos se encuentren atrapados en una trampa de pobreza multidimensional en el sector rural colombiano.

La tercera particularidad de la estimación generada radica en los niveles más altos del índice de capital, con niveles superiores a 0.6 en PCA. En esta zona se evidencia un nuevo aumento del ingreso con la acumulación de capital, aunque más moderado, lo que puede interpretarse como una segunda fase de retornos marginales decrecientes y luego crecientes, pero fuera de un contexto de trampa de pobreza multidimensional.

Esta situación radica en el aspecto de que gran parte de las observaciones del ingreso según la función de la curva de densidad de Kernel de Epanechnikov, están

situadas sobre los niveles donde se configura la cuenca de no convexidades en los retornos, evidenciando que la mayoría de los hogares de los departamentos se agrupan cerca del valor medio del índice de capital y sobre la zona de la trampa de pobreza multidimensional.

Lo que permite indicar que existe una alta concentración de hogares rurales por departamento en situación de vulnerabilidad o en el umbral para que se configure una situación de pobreza multidimensional, también se evidencia una baja densidad en los extremos del capital, especialmente en los niveles más bajos, lo que puede deberse a exclusión estructurales de hogares muy pobres que no logran acumular ningún activo.

Por último, como análisis complementario, se estimó Lowess por cada uno de los índices de activos considerados, con el fin de evaluar posibles trampas de pobreza en cada una de estas dimensiones. Gracias a este análisis pudimos visualizar que para los hogares que tienen vivienda propia, presentan retornos marginales crecientes, en su etapa inicial, seguido de una meseta en un nivel de índice de 0.3 a 0.5, como se muestra en la figura 2.

Esto indica que la vivienda impulsa el ingreso promedio mensual de los hogares, pero llega un punto en el que no genera más retorno, configurando una posible trampa de pobreza de viviendas dado que se encuentra bajo la línea de pobreza, la línea de densidad también nos permite evidenciar que la mayoría de los hogares por departamento se ubican en una zona donde la vivienda no genera más retorno.

En cuanto al índice de mano de obra califica medida en educación, los retornos inicialmente son muy bajos; luego hay un quiebre abrupto con retornos crecientes a niveles medios-bajo del índice como se muestra en la figura 3. Esto genera alta segmentación, dado que los hogares con poca mano de obra calificada no ven retornos significativos, mientras que los que superan cierto umbral por encima de la línea de pobreza sí se benefician si alcanzan un mayor nivel de educación, reforzando la idea de barrera de entrada y configuración de una trampa de pobreza en educación.

Respecto a los retornos evidenciado en el índice de pensión, la curva rápidamente alcanza una meseta, pero por encima de la línea de pobreza lo que puede entenderse que en la dimensión de pensiones no se configura una trampa de pobreza como se muestra en la figura 4. Ahora es importante mencionar que los retornos marginales decrecientes se presentan casi desde el inicio evidenciando que las pensiones son una fuente de ingreso estable, pero limitada. La mayoría de los hogares tienen índices bajos o nulos en este activo, sugiriendo cobertura muy baja del sistema pensional rural.

Para los retornos proporcionados por el activo social de subsidios, se evidencia una amplia meseta desde niveles bajos hasta niveles medios figura 5, visualizando que, en la mayoría de los niveles de activos, los retornos marginales se vuelven decrecientes. Empíricamente, esto sugiere que los subsidios estabilizan el ingreso, pero no generan retornos significativos, lo que podría reforzar la dependencia a este activo sin romper la pobreza estructural.

En cuanto a los retornos de activos domésticos, son claramente crecientes a lo largo del índice y una pequeña meseta marcada por debajo de la línea de pobreza figura 6, permite interpretar que los activos domésticos (electrodomésticos, herramientas, etc.) sí generan retornos sostenidos, exceptuando en el nivel donde se vuelve decreciente su retorno, lo que sugiere que estos pueden ser un vehículo para escapar de la pobreza siempre y cuando se supere el umbral crítico ubicado en 0.25.

La densidad de esta curva de Lowess ubica a la mayoría de los hogares en los departamentos en una fuerte concentración en la zona media alta, lo que permite también visualizar que la mayoría de los hogares rurales colombianos invierten en estos activos por su fácil adquisición.

Respecto a los retornos de los activos agropecuarios, estos inician con retornos muy bajos o nulos y luego aumenta de forma moderada como se detalla en la figura 7, lo que evidencia la existencia de una barrera inicial (retornos planos) seguida de retornos crecientes. Esto podría deberse a que los activos agropecuarios requieren una escala mínima para ser rentables (economías de escala) (Arguello y Zambrano 2006). La concentración de los hogares es alta en un nivel medio de acumulación, dentro de un rango de retornos marginales planos, lo que resulta preocupante, dado que la mayoría de los hogares están atrapados sin poder escalar.

En el caso de los retornos marginales de los hogares que tienen vehículo figura 8, se observa que la tenencia de vehículo puede aumentar los ingresos (por movilidad, transporte), pero hay un límite, quizá por costos de mantenimiento o baja utilidad marginal adicional. En cuanto los retornos de finca raíz claramente planos en la mayoría del rango como se detalla en la figura 10. Solo en la parte alta del índice hay una ligera tendencia creciente, lo que nos permite interpretar que la tierra o propiedad no necesariamente incrementa ingresos si no se aprovecha productivamente, dado los retornos marginales muy bajos en general.

Al desagregar los retornos del capital por tipo de activo, encontramos evidencia de comportamientos heterogéneos, pero consistentes con los hallazgos de la *Figura 1*, en cuanto a la existencia de retornos marginales decrecientes y las mesetas de ingreso. Este patrón concuerda con lo planteado por Barrett y Carter al señalar que la alta concentración de la densidad en las zonas donde los retornos son planos o decrecientes como sucedió tanto de manera agregada como de manera individual

para nuestros activos, confirma que la mayoría de los hogares rurales se ubican en situaciones donde acumular más capital no mejora su ingreso, reproduciendo así la trampa de pobreza multidimensional identificada por la teoría. (Barrett y Carter. 2006).

En este mismo sentido al desagregar los retornos del capital por tipo de activo, se identifica una heterogeneidad marcada en las trayectorias de acumulación, activos como la vivienda, las pensiones, los subsidios y la finca raíz presentan retornos marginales decrecientes o incluso planos en niveles bajos y medios de acumulación, lo que sugiere que, para muchos hogares, seguir invirtiendo en estos activos no se traduce en un aumento significativo del ingreso.

En el caso de la mano de obra calificada y los activos agropecuarios, los retornos son inicialmente nulos o bajos y solo se vuelven crecientes después de superar ciertos umbrales, lo que evidencia barreras de entrada estructurales que limitan el acceso a beneficios económicos para los hogares más pobres. Por el contrario, los activos domésticos muestran retornos marginales crecientes sostenidos, destacándose como una vía potencial para la movilidad económica.

Este comportamiento está reforzado por la alta concentración de hogares en los rangos del índice de capital donde los retornos son planos o decrecientes, confirmando que una parte importante de la población rural se encuentra atrapada en trayectorias donde la acumulación adicional de capital no mejora sustancialmente sus ingresos. Estos hallazgos respaldan empíricamente la existencia de trampas de pobreza en el contexto rural colombiano, en línea con la teoría propuesta por (Barrett & Carter 2013).

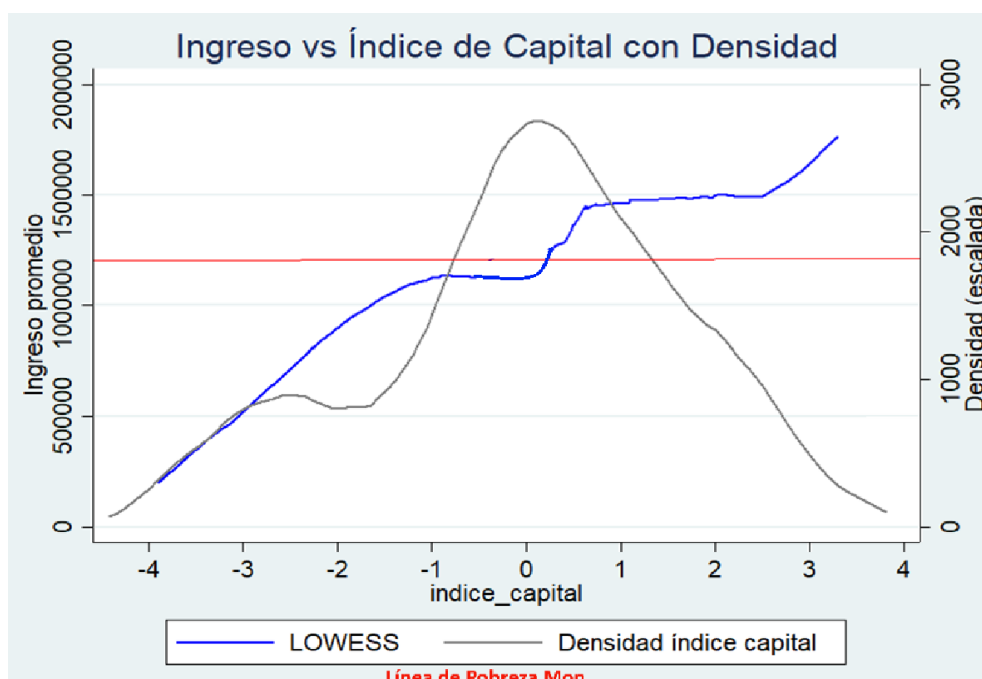


Figura 1: Retornos del capital agregados

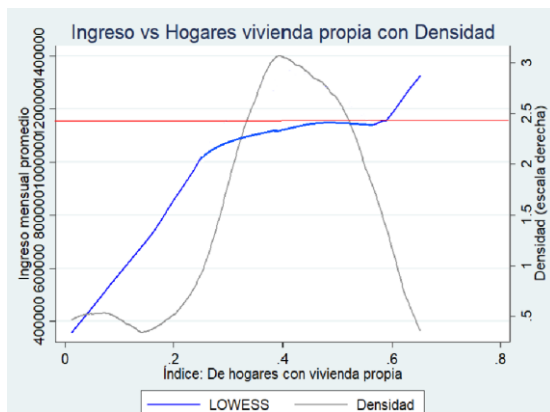


Figura 2: Retornos de Vivienda Propia.



Figura 3: Retorno Mano de obra Calificada.

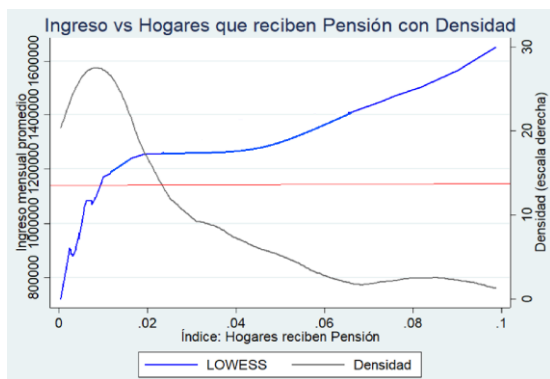


Figura 4: Retornos de pensión

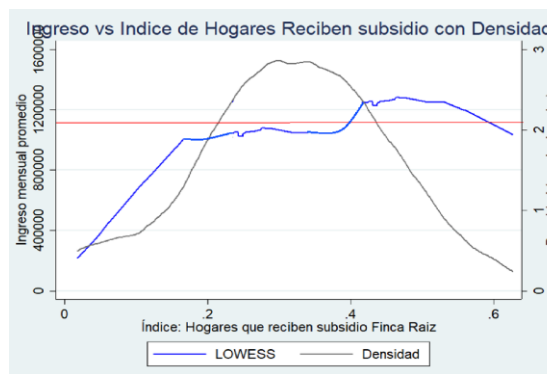


Figura 5: Retornos de Subsidios

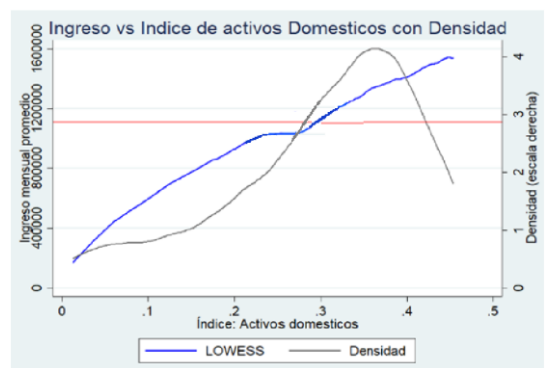


Figura 6: Retorno Activos Domésticos

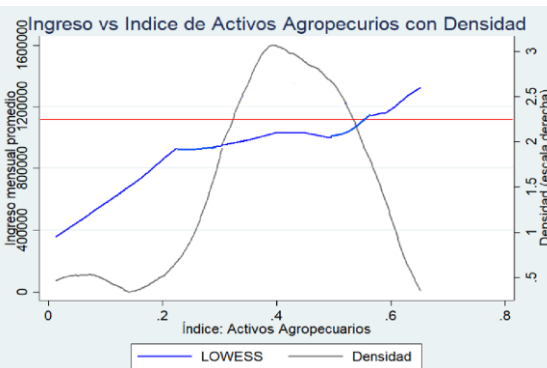


Figura 7: Retorno Activos agropecuarios

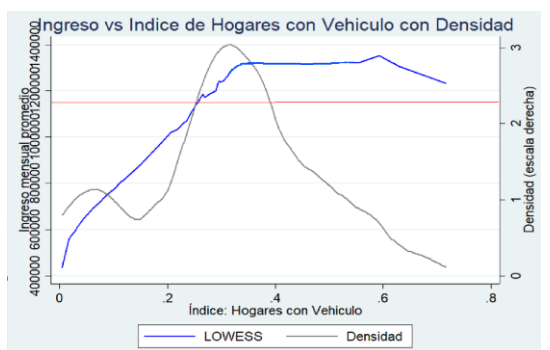


Figura 8: Retornos de Hogares con vehículo

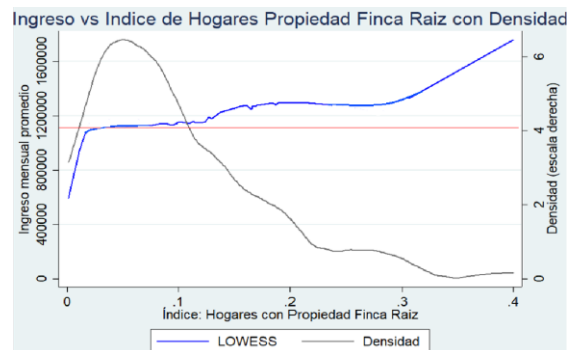


Figura 9: Retorno Activos Finca raíz

Identificación de las dinámicas de activos.

Dado que los activos desempeñan un papel directo en la producción de ingresos, analizar cómo evolucionan en el tiempo permite comprender los cambios en su acumulación. La *figura 10* presenta la relación entre el valor del nivel esperado de los activos en el año t , en relación con la tenencia de activos dos periodos después. La línea azul muestra el comportamiento del capital a través los activos, mientras la línea roja todas las observaciones donde el nivel de activos en el periodo t es igual al nivel de activos dos periodos después, es así como los niveles donde la curva azul y la recta roja se interceptan, y que esta identificada por las líneas morada, son los equilibrios de activos de estado estacionario al cual tienden a converger los hogares rurales de los departamentos de Colombia.

En la *figura 10* evidenciamos un comportamiento de no linealidad, denotando una situación de convexidad general, exceptuando tres puntos de equilibrio que son susceptibles al análisis detallado -0.4 , 0.95 y 1.5 . Esta dinámica en el comportamiento de los activos predice que los hogares de los departamentos que tienen bajos niveles de activos y logran a través del tiempo una acumulación en el nivel de PCA de activos, irán incrementando dicho nivel de capital hasta converger al equilibrio de -0.4 .

De esta misma manera los hogares de los departamentos que estén por encima del nivel de activos de -0.4 y menor que 0.95 tendrán una tendencia de converger al mismo punto de equilibrio de -0.4 , identificando así un nivel de PAC de activos donde se configura una trampa de pobreza multidimensional debido a que los hogares de estos departamento se mantienen en un ciclo de baja acumulación y estancamiento de capital generando una inercia de equilibrio bajo y absorbiendo mejores trayectorias económicas que representen un mayor nivel de activos.

Es importante considerar que si bien el nivel de activos en el cual se configura la existencia de una trampa de pobreza por sus bajos niveles de activos es el punto -0.4 , el umbral para romper dicha trampa está delimitado por el nivel de 0.9 , dado que según lo expuesto por (Carter & Barrett. 2006) y (Dercon. 2022) la pobreza persistente está asociada a los bajos niveles de activos al igual que a la existencia de umbrales mínimos de activos que limitan la reinversión productiva.

Así mismo estos autores mencionan que el desarrollo de las trampas de pobreza basadas en activos, y de acuerdo con el comportamiento mostrado las restricciones estructurales impiden a los hogares de estos departamentos alcanzar umbrales críticos de acumulación y así salir de esta trampa de la pobreza (Dercon. 2022). La otra zona que despierta interés debido a su configuración son los hogares que se encuentran por encima del PCA de activos de 0.9 que van a converger así el nivel de acumulación de activos del PCA de 1.5 .

Es así como ante estas dos situaciones anteriormente identificadas y teniendo en cuenta los niveles de equilibrio determinados gracias a la estimación de la dinámica de activos corresponde con lo nivel de activos identificados con la estimación de Lowess donde se percibe las no convexidades y las cuentas de retornos marginales decrecientes reforzando así la existencia de una trampa de pobreza en este nivel de acumulación de activos.

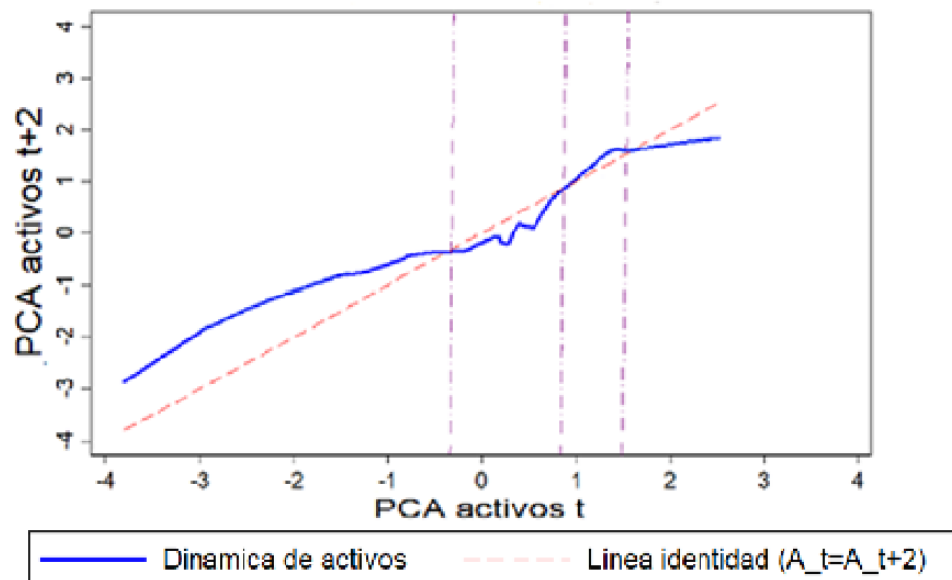


Figura 10: Dinámica de activos

Identificación de las dinámicas de los ingresos.

La *Figura 11* muestra el resultado de la estimación de las dinámicas del ingreso, como la relación no paramétrica entre la variación estimada del ingreso con respecto al nivel de ingreso en el periodo asociado al año 2019, que es nuestro primer periodo, la gráfica representa la dinámica del ingreso rural colombiano para los hogares colombianos por departamento, para los periodos 2019–2021 (línea roja) y 2019–2023 (línea azul), mostrando el cambio en el ingreso mensual en función del ingreso promedio en 2019.

Según el enfoque de Carter y Barrett (2006), los hogares rurales enfrentan dinámicas de ingreso y acumulación de activos no lineales. En este caso, la gráfica permite identificar la existencia de umbrales críticos de ingreso por debajo de los cuales los hogares tienden a perder ingreso o a estancarse, lo cual sería evidencia de una trampa de pobreza por ingreso, estrechamente ligada a la imposibilidad de acumular activos.

Realizando un análisis por tramos de la gráfica encontramos que bajos ingresos iniciales menores a \$800.000 presentan un cambio en el ingreso de carácter positivo pero decreciente, esto sugiere que los hogares más pobres experimentan

ligeras mejoras, aunque no suficientes para superar la pobreza monetaria, reflejando así un fenómeno de crecimiento limitado o estancamiento, propio de hogares que no pueden acumular suficientes activos para mejorar sostenidamente su ingreso.

Para un ingreso medio entre \$800.000 y \$1'100.000, en ambas curvas comienzan a descender hacia cero y luego a valores negativos, esto representa una zona de no convexidad o rendimientos marginales decrecientes, donde los hogares pierden dinamismo económico, alineándose así con el umbral crítico teórico planteado por Carter y Barrett, donde los hogares con ingreso/activos en este rango están en riesgo de revertir su progreso si no superan cierto nivel mínimo de capital.

Para ingresos mayores a \$1'150.000, en ambos casos, el cambio en el ingreso es claramente negativo. Esto puede reflejar efectos transitorios como la pandemia o choques económicos, o una convergencia a un nivel medio lo que se define como una estabilidad regresiva, sugiriendo que incluso hogares con ingreso relativamente alto en 2019 no están completamente libres del riesgo de reversión, especialmente si esos ingresos no están acompañados de una acumulación sólida de activos productivos en el hogar. La identificación de las trampas de pobreza podemos evidenciar que el punto de cruce con el eje Y, cambio de ingreso = 0, indica el nivel de ingreso promedio de equilibrio de los hogares para ambos periodos, este punto se sitúa entre los \$1.000.000 y \$1.200.000.

Los hogares por debajo de este umbral tienden a mejorar ligeramente, pero no logran superar el umbral crítico, los hogares cercanos al umbral crítico tienden a perder ingreso, lo que sugiere un punto de inestabilidad, reflejando un comportamiento consistente con la existencia de múltiples equilibrios, uno inferior estable donde se configura la trampa de pobreza y uno superior estable sólo accesible superando el umbral crítico.

Analizando la diferencia entre proyecciones se observa que el deterioro es más pronunciado en el periodo largo (2019–2023), como lo muestra la curva azul. Esto podría reflejar un efecto acumulado de choques negativos como el COVID-19 o inflación rural, pero también una persistencia de las restricciones estructurales en los hogares rurales para generar ingresos. Las trampas de pobreza se profundizan en el tiempo si no hay intervenciones, lo cual refuerza la tesis de que el mercado por sí solo no corrige las desigualdades de acumulación.

Por último, y de acuerdo con Barrett et al., 2006 en una economía con igualdad de oportunidades, la comparación entre hogares con bajos ingresos iniciales y aquellos con ingresos más altos en el mismo momento revela que la función que vincula el cambio en el ingreso con el ingreso del primer periodo debería mostrar una pendiente negativa y cortar el valor cero solo una vez. Ese punto único de intersección representa el nivel de ingresos que corresponde al equilibrio de activos

en estado estacionario, al cual tienden a aproximarse los hogares con el paso del tiempo. Nuestras estimaciones reproducen fielmente este comportamiento teórico descrito por Barrett et al. (2006).

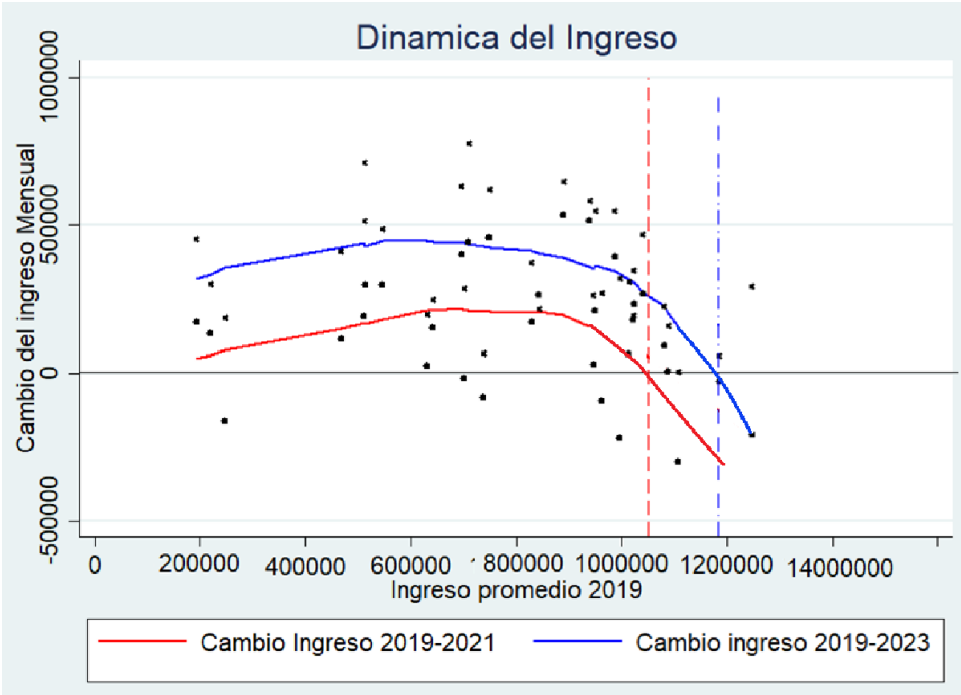


Figura 11: Dinámica de Ingreso

Conclusiones:

Esta investigación confirma la existencia de trampas de pobreza multidimensional en la ruralidad colombiana, utilizando un enfoque de acumulación de activos y análisis empírico con datos panel de la Encuesta de Calidad de Vida (2019, 2021 y 2023). A través de modelos de efectos fijos y técnicas no paramétricas, se identificaron patrones estructurales en la generación de ingresos y la acumulación de activos que limitan la movilidad económica de los hogares rurales.

Uno de los principales hallazgos es que los activos actúan efectivamente como facilitadores del ingreso, mientras que los choques económicos y sociales reducen significativamente su capacidad de acumulación, reflejando la naturaleza dinámica y estructural de la pobreza multidimensional rural en Colombia. Los índices construidos capturan adecuadamente estas condiciones heterogéneas por departamento, lo que valida su uso en estudios regionales.

La evidencia más significativa proviene del análisis de retornos marginales del capital donde se identificó una zona de retornos crecientes para niveles muy bajos de activos (PCA entre -4 y -1.5), seguida por una zona de retornos decrecientes (entre -1.5 y 0.4), donde se observa un estancamiento en la capacidad de los hogares para transformar activos en mayores ingresos. Esta no convexidad perpetúa las trampas de pobreza multidimensional, reforzada por restricciones de subsistencia, mercados de crédito imperfectos y alta aversión al riesgo.

Los hallazgos obtenidos respecto a la existencia de no convexidades en los retornos al capital son el principal mecanismo que perpetúa las trampas de pobreza multidimensional, dado que en esta zona identificada, los hogares no encuentran incentivos para invertir en más activos, bien sea por la restricción de subsistencia y exposición al riesgo que los lleva a tomar decisiones subóptimas de inversión. Esta dinámica se refuerza con la evidencia empírica de que la mayoría de los hogares rurales están concentrados precisamente en la zona de la cuenca de no convexidad donde el ingreso promedio por hogar alcanza solamente niveles de \$1'098.000, lo que implica que una gran parte de la población rural está en situación de vulnerabilidad estructural, ante la configuración de una trampa de pobreza multidimensional.

Además, el análisis dinámico de activos revela la existencia de múltiples equilibrios: uno inferior en -0.4 (de baja acumulación) y otro superior en 1.5, con un umbral crítico en 0.95. La mayoría de los hogares rurales se concentran en el equilibrio inferior, lo que confirma la presencia de una trampa estructural multidimensional que absorbe trayectorias y limita el progreso económico de la mayoría de hogares.

El estudio también muestra que las trayectorias de ingreso son no lineales: los hogares con bajos ingresos iniciales apenas mejoran y tienden a estancarse o retroceder, indicando que la pobreza multidimensional rural no es meramente transitoria, sino sostenida por condiciones estructurales adversas. Estos resultados sugieren que las políticas públicas deben enfocarse en: Facilitar el acceso a crédito productivo y seguros contra riesgos. Invertir en infraestructura, educación y conectividad rural, promover transferencias condicionadas o dotación de activos productivos para superar umbrales críticos de capital.

Para líneas futuras investigaciones, se sugiere análisis a nivel de hogar o municipio para capturar heterogeneidades más finas que las visibles a nivel departamental. Así como la evaluación de políticas públicas existentes (como programas de transferencia o inclusión financiera) bajo el marco de trampas de pobreza, y exploración de trampas multidimensionales, incorporando dimensiones como salud, educación o acceso a mercados.

Bibliografía:

- Azariadis, C., & Drazen, A. (1990). Threshold externalities in economic development. *The quarterly journal of economics*, 105(2), 501-526. 34
- Arguello C, R., & Zambrano, A. (2006). ¿Existe una trampa de pobreza en el sector rural en Colombia? *Revista Desarrollo y Sociedad*, (58), 85-113.
- Ariza, J. F., & Retajas, A. (2020). Descomposición y determinantes de la pobreza monetaria urbana en Colombia. Un estudio a nivel de ciudades. *Estudios Gerenciales*, 36(155), 167-176.
- Azariadis, C., & Stachurski, J. (2005). Poverty Traps. In P. Aghion & S. N. Durlauf (Eds.), *Handbook of Economic Growth* (Vol. 1A, pp. 295–384).
- Banco Mundial. (2024). *Índice de Gini – Colombia*. Plataforma sobre pobreza y desigualdad. Recuperado [2025], de <https://datos.bancomundial.org/indicador/SI.POV.GINI?locations=CO>
- Barro, R. J., & Sala-i-Martin, X. (1992). Convergence. *Journal of political Economy*, 100(2), 223 - 251.
- Balboni, C., Bandiera, O., Burgess, R., Ghatak, M., & Heil, A. (2022). Why do people stay poor?. *The Quarterly Journal of Economics*, 137(2), 785-844.
- Balcazar, C. F., Dang, H. A., Malasquez, E. A., Olivieri, S. D., & Pico, J. (2018). Welfare dynamics in Colombia: results from synthetic panels. *World Bank Policy Research Working Paper*, (8441). Mininterior. (2021). Obtenido de Mininterior: <https://www.mininterior.gov.co/>
- Banerjee, A. V., & Newman, A. F. (1993). Occupational choice and the process of development. *Journal of political economy*, 101(2), 274-298.
- Barrett, C. B., Marennya, P. P., McPeak, J., Minten, B., Murithi, F., Oluoch-Kosura, W., ... & Wangila, J. (2006). Welfare dynamics in rural Kenya and Madagascar. *The Journal of Development Studies*, 42(2), 248-277. 33.
- Barrett, C. B., & Carter, M. R. (2013). The economics of poverty traps and persistent poverty: empirical and policy implications. *The Journal of Development Studies*, 49(7), 976-990.
- Barrett, C. B. (2005). Rural poverty dynamics: development policy implications. *Agricultural Economics*, 32, 45-60.
- Barrientos Marín, J., Ramírez Ramírez, S., & Tabares Orozco, E. (2015). Sobre la dinamica de la pobreza en Colombia, 2002-2012. *Revista de Economía del Caribe*, (15), 11-46.
- Carter, M. R., et al. (2001). One kind of freedom: Poverty dynamics in post-apartheid South Africa. *World development*, 29(12), 1987-2006.
- Carter, M. R., & Barrett, C. B. (2006). The economics of poverty traps and persistent poverty: An asset-based approach. *The Journal of Development Studies*, 42(2), 178-199.

- Dercon, S. (2022). *Gambling on Development: Why Some Countries Win and Others Lose*. London: Hurst & Company.
- Greene, W. H. (2018). *Econometric Analysis* (8th ed.). Pearson. USA. p. 1229
- González, M., & Rodríguez, J. P. (2022). Educación rural y trampas de pobreza: evidencia empírica para el caso colombiano. Cuadernos de Desarrollo Rural, 19(91), 23–48. <https://doi.org/10.11144/Javeriana.cdr19-91.erp>.
- Fajardo. (2014). Capital social y pobreza rural en Colombia: una mirada desde las redes comunitarias. Revista de Estudios Sociales, (52), 75–89.
- Ibanez, A. M., & Moya, A. (2010). Do conflicts create poverty traps? Asset losses and recovery for displaced households in Colombia. In *The economics of crime: Lessons for and from Latin America* (pp. 137-172). University of Chicago Press.
- Mookherjee, D., & Ray, D. (2001). *Readings in the Theory of Economic Development*. Blackwell, New York.
- Montgomery, D. C., Peck, E. A., & Vining, G. G. (2002). *Introduction to linear regression analysis* (3.^a ed.). Wiley.
- Roa, M., & Vélez, C. E. (2011). Barreras de acceso al crédito rural y su impacto en la pobreza: estudio de caso en el sur de Colombia. Revista de Economía del Rosario, 14(2), 45–70.
- Solow, R. M. (1956). A contribution to the theory of economic growth. *The quarterly journal of economics*, 70(1), 65-94.

Anexo 1:

Construcción de los índices de activos:

Índice de vivienda propia: Se evaluó en este caso si el hogar que responde la encuesta cuenta con vivienda propia.

Índice de activos vehiculares: Se evaluó si el hogar que responde la encuesta tiene vehículo o no,

Índice de activo de propiedad finca raíz: Se evaluó si hogares que correspondieron la encuesta cuentan con algún activo en finca raíz como finca de recreo, apartamento o casa adicional a donde habita la familia.

Índice de activos domésticos promedio: se construyó gracias a una cesta de activos domésticos básicos promedio de un hogar Colombia como: lavadora, nevera, estufa, calentador, plancha, equipo de sonido, Televisor, aire acondicionado y/o ventilador, evaluando así la cantidad promedio de estos activos por hogar en cada departamento.

Índice de mano de obra calificada: Se construyó el índice de hogares con mano de obra calificada, según lo expuesto por (Arguello y Zambrano,2006) donde se considera mano de obra no calificada el proporcionado por trabajadores del hogar con educación secundaria incompleta, y determinado si el jefe del hogar o algún miembro que labora proporciona mano de obra calificada.

Índice de hogares con pensión: definido como los hogares por departamento en los cuales algún miembro del hogar recibe pensión.

Índice de hogares con subsidios: definido como los hogares por departamento en los que algún miembro del hogar recibe algún tipo de subsidio como familias en acción, adulto mayor, ingreso solidario o subsidios familiares.

Índice de hogares con choques económicos: definido como los hogares donde ocurrió alguno de los siguientes eventos: el jefe del hogar, el conyugue o algún otro miembro del hogar perdió su empleo o si el hogar tuvo que cerrar algún negocio o no pudo vender la producción agrícola de la finca.

Índice de hogares que sufrieron choques sociales: definido como los hogares donde ocurrió alguno de los siguientes eventos: sufrieron atracos, robos, o hechos violentos como homicidios, secuestros, extorciones o desalojos y desplazamientos.

Índice de activos agroindustriales promedio: esto generó una dificultad dado que la ECV no proporciona información de estas características, por lo cual para la construcción de este indicador especial se recurrió a la información contenida en los resultados de las evaluaciones agropecuarias y los boletines estadísticos

sectoriales para los años 2019, 2021 y 2023, de la Unidad de Planificación Rural Agropecuaria (UPRA) del Gobierno Nacional de Colombia, Una vez consolidada la información se procedió a construir el índice de activos agropecuarios de manera similar a como se construyó el índice de activos domésticos, por lo que se procedió a definir una cesta de activos agropecuarios estándar promedio de un hogar rural, compuesta por: especies pecuarias para producción como aves, especies pecuarias para producción como bovinos, maquinaria agrícola pesada (tractor o sembradora), maquinaria agrícola liviana (fumigadores o equipos de riego), maquinaria pecuaria pesada (equipos de alimentación para animales o equipos para manejo de fertilizantes), maquinaria pecuaria liviana como (ordeñadores o equipos de pesaje) evaluando así la cantidad promedio de estos activos por hogar en cada departamento.

Anexo 2:

Fixed-effects (within) regression	Number of obs	=	96
Group variable: Departamento	Number of groups	=	32
R-sq: within = 0.7190	Obs per group: min =		3
between = 0.6798	avg =		3.0
overall = 0.6860	max =		3
	F(10,54)	=	13.82
corr(u_i, Xb) = -0.1537	Prob > F	=	0.0000

log_ingresopromedioporhogar	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
Ind_de_hogares_con_vivienda_Prop	.6122874	.2590774	2.36	0.036	.0928685	1.131706
Ind_de_hogares_con_mano_de_obra	.5469878	.1988473	2.75	0.008	.1483229	.9456527
Ind_de_hogares_que_Recibe_Pensi	1.028116	2.045474	0.54	0.013	-2.987133	5.214722
Ind_de_hogares_que_Recibe_Subsid	.2199276	.34474	0.64	0.000	-.4712344	.9110897
Ind_promedio_de_activos_domestic	3.097902	1.072031	1.86	0.013	-.1553902	4.143197
Ind_promedio_de_activos_agricola	2.063974	.6458829	1.41	0.009	-.3849938	2.204841
Ind_de_Hogares_con_vehiculo	.1463904	.467096	0.31	0.009	-.7900808	1.082862
Ind_de_hogares_con_propiedades_d	.4719427	.2576856	1.83	0.013	-.0446858	.9885713
Ind_de_hogares_con_choques_socia	-.2355764	.9069741	-0.26	0.032	-2.05395	1.582797
Ind_de_hogares_con_choques_econo	-.3316872	.2994785	-1.11	0.037	-.9321054	.2687311
_cons	12.44717	.2628627	47.35	0.000	11.92016	12.97417
sigma_u	.24043537					
sigma_e	.14016002					
rho	.74636778	(fraction of variance due to u_i)				

F test that all u_i=0:	F(31, 54) =	6.90	Prob > F = 0.0000
------------------------	-------------	------	-------------------

Tabla 1: Modelo de regresión efectos fijos.

```
Number of obs      =      96
Number of groups   =      32
```

```
Obs per group: min =      3
               avg =     3.0
               max =      3
```

		Wald chi2(8)	=	189.83
corr(u_i, X)	= 0 (assumed)	Prob > chi2	=	0.0000

log_ingresopromedioporhogar	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
InddehogaresconviviendaProp	.5856289	.2127415	2.75	0.006	.1686631	1.002595
Inddehogaresconmanodeobra	.5061405	.1764134	2.87	0.004	.1603765	.8519045
InddehogaresqueRecibePensi	.2320614	1.606929	0.14	0.045	-2.917462	3.381585
Indpromediodeactivosdomes~c	2.764136	.4466084	6.19	0.000	1.8888	3.639473
Indpromediodeactivosagric~a	1.606929	.7719989	4.01	0.000	1.551402	4.644401
InddeHogaresconvehiculo	.3415236	.2755395	1.24	0.037	-.1985239	.8815711
Inddehogaresconpropiedadesd	.4231938	.2523352	1.68	0.014	-.0713741	.9177618
Inddehogaresconchoquessocia	-.0459074	.8359882	-0.05	0.000	-1.684414	1.592599
Inddehogaresconchoquesecono	-.2278827	.2252861	-1.01	0.009	-.6694354	.21367
_cons	12.51511	.1633656	76.61	0.000	12.19492	12.8353
sigma_u	.22445482					
sigma_e	.1415068					
rho	.71558243	(fraction of variance due to u_i)				

Tabla 2: Modelo de regresión efectos aleatorios.

. hausman fe re

	Coefficients			
	(b)	(B)	(b-B)	sqrt (diag (V_b-V_B))
	fe	re	Difference	S.E.
Inddehogar~p	.5419004	.5856289	-.0437284	.1346287
Inddehogar~ra	.5087403	.5061405	.0025998	.0905729
Inddehogar~i	1.028116	.2320614	.7960542	1.295286
Indpromedi~c	3.097902	2.764136	.3337652	.6297009
Indpromedi~p	2.063974	1.606929	.4628319	.3794802
InddeHogar~o	.0600917	.3415236	-.2814319	.3794802
Inddehogar~d	.455405	.4231938	.0322111	.0623358
Inddehogar~ia	-.0981609	-.0459074	-.0522535	.3493538
Inddehogar~o	-.2826329	-.2278827	-.0547502	.1585212

b = consistent under H_0 and H_a ; obtained from xtreg
B = inconsistent under H_a , efficient under H_0 ; obtained from xtreg

Test: H_0 : difference in coefficients not systematic

```
chi2(8) = (b-B)' [(V_b-V_B)^(-1)] (b-B)
          = 25.64
Prob>chi2 = 0.0012
```

Tabla 3: Resultado prueba de Hausman

Fixed-effects (within) regression			Number of obs	=	96
Group variable: depto_id			Number of groups	=	32
R-sq: within	=	0.8923	Obs per group: min	=	3
between	=	0.0434	avg	=	3.0
overall	=	0.0350	max	=	3
corr(u_i, Xb) = -1.0000			F(11,31)	=	.
-0.0981609			Prob > F	=	.
(Std. Err. adjusted for 32 clusters in depto_id)					
log_ingresopromedioporhogar	Coef.	Robust Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
Ind_de_hogares_con_vivien~p	.5419004	.4064371	1.27	0.003	.312776 1.345092
Ind_de_hogares_con_mano_d~	.5087403	.3076509	2.45	0.020	.1249135 1.37983
Ind_de_hogares_que_Recibe~i	1.036226	5.850144	0.79	0.003	-7.310167 16.55273
Ind_de_hogares_que_Recibe~d	.1728394	.766116	0.75	0.012	-.9884769 2.136531
Ind_promedio_de_activos_d~c	3.192938	1.870161	0.72	0.023	-2.462402 5.166036
Ind_promedio_de_activos_a~a	2.063974	.7633522	-0.21	0.017	-1.715739 1.397996
Ind_de_Hogares_con_vehiculo	1.317653	1.15444	1.14	0.023	-1.036844 3.672149
Ind_de_hogares_con_propie~d	.195288	.3667651	0.53	0.002	-.5527343 .9433103
Ind_de_hogares_con_choque~a	-.0981609	2.447366	0.43	0.012	-3.935798 6.047074
Ind_de_hogares_con_choque~o	-.2927329	.7288241	-0.25	0.020	-1.669302 1.303591
anio_num					
2021	-.2100123	.1849904	-0.11	0.012	-.3973502 .3572304
2023	.3234502	.29016	-0.04	0.020	-.6041191 .5794516

depto_id#c.anio_num						
5	.1657164	.0935125	1.77	0.021	-.0250037	.3564365
8	.1142734	.0826666	1.38	0.023	-.0543262	.282873
11	.0988524	.0425272	2.32	0.027	.0121176	.1855873
13	.0797982	.0468706	1.70	0.032	-.015795	.1753914
15	-.0154073	.07951	-0.19	0.001	-.1775691	.1467546
17	.0672753	.0812163	0.83	0.002	-.0983664	.232917
18	-.0729594	.0441393	-1.65	0.035	-.1629821	.0170633
19	.0104429	.0840315	0.12	0.023	-.1609404	.1818263
20	.0535976	.0733484	0.73	0.021	-.0959976	.2031927
23	.0494046	.0659859	0.75	0.032	-.0851745	.1839837
25	.0114225	.0712366	0.16	0.027	-.1338656	.1567106
27	.067241	.0533091	1.26	0.001	-.0414837	.1759657
41	.013963	.0525714	0.27	0.034	-.093257	.121183
44	.009638	.062399	0.15	0.001	-.1176257	.1369016
47	.0575206	.0755675	0.76	0.001	-.0966004	.2116415
50	.0475334	.0629881	0.75	0.034	-.0809316	.1759984
52	.0384993	.0900646	0.43	0.000	-.1451886	.2221872
54	.0492997	.0795561	0.62	0.035	-.1129561	.2115555
63	.0093236	.0755219	0.12	0.002	-.1447044	.1633516
66	.0224706	.0856076	0.26	0.035	-.1521272	.1970684
68	-.0266801	.0504536	-0.53	0.032	-.1295809	.0762207
70	-.0062922	.0444967	-0.14	0.035	-.0970438	.0844594
73	-.0442516	.0474282	-0.93	0.043	-.140982	.0524789
76	.0511731	.0637173	0.80	0.023	-.0787791	.1811253
81	-.096902	.0649405	-1.49	0.001	-.229349	.035545
85	-.0724878	.0680969	-1.06	0.021	-.2113724	.0663967
86	.0636727	.0617008	1.03	0.001	-.062167	.1895123
91	.0922899	.0580573	1.59	0.001	-.0261188	.2106986
94	.1402199	.0278301	5.04	0.000	.08346	.1969797
95	-.0342238	.0512931	-0.67	0.002	-.1388369	.0703892
97	.1058711	.0502492	2.11	0.043	.0033872	.208355
99	-.0154073	.07951	-0.19	0.034	-.1775691	.1467546

Tabla 4: Modelo de regresión efectos fijos con tendencias lineales.

Anexo 3:

Método de Lowess detallado:

1. Elección del punto base x_0 donde se quiere estimar la curva:
El método Lowess trabaja punto a punto. Para cada valor x_0 en el eje X.
2. Seleccionar observaciones vecinas más cercanos:
Se elige un subconjunto de puntos cercanos a x_0 , determinado por un parámetro de suavizamiento llamado span o bandwidth, que es la proporción de datos más cercanos a la observación base escogida, por ejemplo $\delta = 0.3$ son el 30 % de los datos más cercanos.
3. Asignación de pesos a las observaciones vecinas:
A cada punto dentro del vecindario seleccionado, se le da un peso w_i según su distancia a la observación base x_0 . Los puntos más cercanos a x_0 tienen más peso; y las observaciones más lejanas menor incidencia. Se usa la función de ponderación tricubica de Cleveland: Donde d es la distancia máxima entre x_0 y los vecinos seleccionados.
$$w_i = \left(1 - \left|\frac{x_i - x_0}{d}\right|^3\right)^3 \text{ para } |x_i - x_0| < d$$
4. Ajuste local:
Con los pesos anteriores determinados, se ajusta una regresión polinómica lineal, ponderada localmente. El valor estimado de y en $x_0, \widehat{y}_0$, es el resultado de esta regresión.
5. Repetir para todos los x_0 :
Este proceso se repite para cada observación en el eje X. Al unir los $\widehat{y}_0$, se obtiene una curva suave que representa la relación entre X y Y.

Método detallado de cálculo de PCA (Análisis de Componentes Principales):

1. Antes de hacer el PCA, se estandariza las variables para que todas estén en la misma escala (media 0, varianza 1), para evitar que las variables con valores grandes dominen el análisis.

Sea cada variable:

$X_1 = \text{índice de hogares con vivienda propia}$

$X_2 = \text{índice de hogares con mano de obra califica}$

$X_3 = \text{índice de hogares que reciben recibe pensión}$

$X_4 = \text{índice de hogares que reciben subsidio}$

$X_5 = \text{índice de activos domésticos promedio por hogar}$

$X_6 = \text{índice de activos agropecuarios promedio por hogar}$

$X_7 = \text{índice de hogares con vehículo}$

$X_8 = \text{índice de hogares con propiedad de finca raíz}$

$X_9 = \text{índice de hogares que han sufrido choques sociales}$

X_{10} = índice de hogares que han sufrido choques económicos

Se estandariza:

$$Z_{ij} = \frac{X_{ij} - \bar{X}_j}{s_j}$$

Donde:

X_{ij} = valor de la variable j para la observación i

$\bar{X}_j$ = media de la variable j

s_j = desviación estándar de la variable j

2. Una vez las variables están estandarizadas, se calcula la **matriz de correlaciones** R , si las variables no se encontraran estandarizadas se debe calcular la matriz de covarianzas.

Para cada par de variables X_j y X_k :

$$R_{jk} = \frac{\sum_{i=1}^n (Z_{ij} * Z_{ik})}{n - 1}$$

Esto generara una matriz de 10 x 10 según las variables seleccionadas.

3. Luego se realiza la descomposición espectral de la matriz R , obtenida en el punto anterior:

$$Rv_k = \lambda_k v_k$$

Donde:

v_k = vector propio (componente principal k)

λ_k = valor propio (varianza explicada por ese componente).

4. Luego se selecciona el componente, ordenando de mayor a menor por λ_k , la varianza total es de $\sum_{k=1}^{10} \lambda_k = 10$, dado que son 10 variables estandarizadas, de las que se parte. Se decide cuántos componentes mantener usando el criterio de Kaiser ($\lambda > 1$) o porcentaje acumulado de varianza. El criterio de Kaiser es una regla práctica que se utiliza para decidir cuántos componentes principales retener. Cada componente principal tiene asociado un autovalor (eigenvalue), que indica cuánta varianza explica ese componente. El criterio de Kaiser dice que solo se retienen los componentes cuyo autovalor sea mayor que 1.
5. Se calcula los puntajes de cada componente:
Cada observación recibe un **score** de cada componente, y como en nuestro caso buscamos un índice de **acumulación de activos**, seleccionaremos el

primer componente, que explica la mayor parte de la varianza común de los indicadores seleccionado inicialmente.

$$PC_{ik} = Z_i * v_k$$

Donde:

Z_i = *vector de las 10 variables estandarizadas para la observación i*

v_k = *vector propio del componente k.*

El PCA obtenido permite sintetizar toda la información de las 10 variables en un único índice que refleja el “nivel de activos” de cada departamento hogar por departamento.