

**Estrategia Metacognitiva Basada en el Método de Pólya para la Comprensión de Problemas Matemáticos en la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, La Paz- Cesar**

**Nesly Carilis Vega Jiménez**

**Universidad Santo Tomás**

**Facultad de Educación**

**Maestría en Educación**

**Valledupar - 2022**

**Estrategia Metacognitiva Basada en el Método de Pólya para la Comprensión de Problemas Matemáticos en la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, La Paz- Cesar**

**Nesly Carilis Vega Jiménez**

**Trabajo de grado como requisito para optar al título de Magíster en Educación**

**Asesor**

**Dr. Humberto Sánchez Ruedas**

**Co-Asesor**

**Dr. Jorge Andrés Sosa Chinome**

**Universidad Santo Tomás**

**Facultad de Educación**

**Maestría en Educación**

**Valledupar - 2022**

## **Índice de contenido**

	Pág.
Lista de Cuadros .....	8
Lista de Gráficos.....	9
Lista de Apéndices.....	10
Resumen.....	11
Abstract.....	12
Introducción .....	13
Capítulo 1. El problema de Investigación.....	15
1.1 Planteamiento del Problema.....	15
1.1.1. Contextualización Institucional .....	23
1.1.2 Contextualización del Aula .....	25
1.1.3 Descripción del Problema.....	25
1.1.4 Preguntas de Investigación .....	29
1.2. Objetivos del Estudio. ....	30
1.2.1. Objetivo General.....	30
1.2.2. Objetivos Específicos .....	30
1.3 Justificación de la Investigación .....	31
Capítulo 2. Marco Referencial.....	32

<i>ESTRATEGIA METACOGNITIVA PARA LA COMPRESIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS</i> .....	4
2.1. Antecedentes del Estudio .....	33
2.1.1 Ámbito Internacional.....	33
2.1.2 Ámbito Nacional.....	35
2.2 Marco Conceptual o Bases Teóricas .....	38
2.2.1 Principales Exponentes sobre el Aprendizaje.....	38
2.2.1.1 Teoría Conductista Principales Representantes y Aportes a este Concepto .....	38
2.2.2. Estrategias de Aprendizaje .....	44
2.2.2.1. Estrategias Metacognitivas una aproximación Teórica .....	45
2.2.3 Método de George Pólya para la Comprensión de Problemas Matemáticos .....	48
2.2.3.1. Estructura del Método de Pólya (1981).....	49
2.2.3.1.1 Paso 1. Comprensión del Problema.....	49
2.2.3.1.2 Paso 2. Concepción de un Plan. ....	50
2.2.3.1.3 Paso 3. Ejecución del Plan. ....	50
2.2.3.1.4 Paso 4. Visión Retrospectiva.....	50
2.2.4 Estrategias Metacognitivas Basadas en el método de Pólya para la Comprensión de Problemas Matemáticos .....	51
Capítulo 3. Metodología .....	52
3.1 Paradigma y Enfoque de la Investigación.....	53
3.2 Método de Investigación .....	54
3.3 Población y Muestra.....	55

<i>ESTRATEGIA METACOGNITIVA PARA LA COMPRESIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS</i> .....	5
3.4 Criterios de Selección.....	56
3.5 Sistema de Hipótesis .....	57
3.6 Técnicas e Instrumentos de Recolección de la Información .....	57
3.6.1 Observación Participante.....	58
3.6.2 Revisión Documental .....	58
3.6.3 Encuesta.....	59
3.6.4 Diario de Campo.....	59
3.7 Fases de la investigación. Ruta Metodológica (Álvarez y Álvarez, 2007) .....	60
3.7.1 Fase I Planificación.....	60
3.7.2 Fase II Acción.....	60
3.7.3. Fase Observación y Reflexión.....	61
Capítulo 4. Resultados y Análisis de la Investigación.....	65
4.1 Sistematización y Análisis de Resultados .....	66
4.1.1 Análisis de los Resultados Pre test Parte “A”. Solución de Problemas.....	67
4.1.2 Análisis de la Prueba Pre test Parte “B” Comprensión del Método de Pólya .....	69
4.1.3 Categoría de Estudio: Estrategias Metacognitivas .....	71
4.1.3.1 Presentación Estrategias Metacognitivas y Problemas Matemáticos. Sesión 1. 74	
4.1.3.1.1 Inicio.....	74
4.1.3.1.2 Desarrollo .....	75
4.1.3.1.3 Cierre.....	79

4.1.3.2	Presentación Estrategias Metacognitivas y Problemas Matemáticos. Sesión 2.	81
4.1.3.2.1	Inicio.....	81
4.1.3.2.2	Desarrollo.....	81
4.1.3.2.3	Cierre.....	83
4.1.3.3	Presentación Estrategias Metacognitivas y Problemas Matemáticos. Sesión 3.	85
4.1.3.3.1	Inicio.....	85
4.1.3.3.2	Desarrollo.....	85
4.1.3.3.3	Cierre.....	85
4.1.3.4	Análisis del objetivo 2, diseño de las estrategias metacognitivas.....	85
4.1.4	Análisis de esta primera sesión pedagógica.....	90
4.1.5.	Análisis de la Sesión 2. Estrategias Metacognitivas con el Método de Pólya.....	96
4.1.6	Análisis de la sesión 3, estrategias metacognitivas con el método de Pólya.....	103
4.1.7	Análisis de la Comparación de los Resultados Obtenidos tanto en la Prueba Pre test y Post test.....	108
4.2	Comentarios Finales sobre el Proceso de Triangulación para ambas Categorías: Estrategias Metacognitivas Basadas en la Comprensión de Problemas Matemáticos siguiendo el Método de Pólya.....	113
4.2.1	Impacto social y educativo de la investigación, Aportes al campo científico.....	114
4.2.1.1	Líneas de acción.....	115
4.2.1.1.1	Problema real para Directores, Padres, Docentes y Estudiantes.....	115

4.2.1.1.2 Estrategias Metacognitivas Segunda Vía en este Recorrido .....	116
4.2.1.1.3 Una Tercera Vía en el Camino de la Mano con el Método de Pólya...	118
4.2.1.1.4 La Cuarta Línea de Acción o Vía de Desarrollo es: Tips para la Concentración y Comprensión de los Contenidos al Considerar.....	119
4.2.1.1.5 La Quinta Súper Autopista es la Creación de Contenidos con la Presentación de Proyectos, Concursos Pedagógicos de Resolución de Problemas, se propone el concurso ¿Quién quiere ser Pólya? .....	120
Capítulo 5. Conclusiones y Recomendaciones .....	123
5.1 Conclusiones.....	123
5.2 Recomendaciones .....	125
Referencias Bibliográficas.....	127
Apéndice .....	132

**Lista de Cuadros**

	Pág.
Cuadro 1. Descripción de la Unidad de Análisis y la Unidad de Trabajo.....	56
Cuadro 2. Matriz de Concordancia entre las Categorías, Objetivos, Técnicas de Información y Unidades de Análisis.....	61
Cuadro 3. Matriz de Concordancia Pregunta Problemática, Objetivos y Actividades	63
Cuadro 4. Resultados del pre test. Parte A. Solución de problemas.....	66
Cuadro 5. Respuestas Correctas Pre test.....	67
Cuadro 6. Resultados de la Parte “B” Comprensión del Método de Pólya.....	68
Cuadro 7. Matriz diseño de las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez.....	72
Cuadro 8. Matriz diseño de sesión 2.....	79
Cuadro 9. Matriz Estrategias Cognitivas Basadas en el Método de Pólya Sesión 3...	84
Cuadro 10. Matriz Registro en el Diario de Campo de las Estrategias Metacognitivas Basadas en el Método de Pólya. Sesión 1.....	87
Cuadro 11. Matriz Registro en el Diario de Campo de las Estrategias Metacognitivas Basadas en el Método de Pólya. Sesión 2.....	94
Cuadro 12. Matriz Registro en el Diario de Campo de las Estrategias Metacognitivas Basadas en el Método de Pólya. Sesión 3.....	100
Cuadro 13. Resultados del Pre test y Post test.....	107
Cuadro 14. Matriz de Triangulación sobre los Hallazgos Encontrados Relevantes, los Referentes Teóricos y la Interpretación de la Docente sobre las Estrategias Metacognitivas y el Método de Pólya.....	110
Cuadro 15. Matriz de Triangulación sobre los Hallazgos Encontrados Relevantes, los Referentes Teóricos y la Interpretación de la Docente sobre la Aplicación del Método de Pólya.....	112

### **Lista de Gráficos**

	<b>Pág.</b>
Gráfico 1. Resultados de los Tres Problemas Matemáticos Bajo el Método de Pólya tanto en el Pre test como en el Post test.,.....	108
Gráfico 2. Comparación de Resultados de la prueba Pre test y prueba Post test.....	109
Gráfico 3. Modelo de Pólya.....	121

**Lista de Apéndices**

	<b>Pág.</b>
Apéndice A Resultados de los Tres Problemas Matemáticos Bajo el Método de Pólya tanto en el Pre test como en el Post test.,.....	132
Apéndice B. Comparación de Resultados de la prueba Pre test y prueba Post test.....	135
Apéndice C Modelo de Pólya.....	138
Apéndice D Resultados del Pre-test.....	140
Apéndice E. Resultados del Post-test.....	141

## Resumen

La presente investigación lleva por título Estrategias metacognitivas basada en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, La Paz- Cesar, su objetivo general es Favorecer la comprensión y resolución de problemas matemáticos a partir de una estrategia metacognitiva basada en el método de Pólya en los estudiantes de séptimo grado “A” de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, sus referentes teóricos se basaron en autores como Peñaloza (2019) que desarrolla los postulados de Pólya (1965), Flavell (1976), Mateos (2001), Monereo (1990 ). La metodología está enmarcada en un paradigma cualitativo considerando los objetivos del estudio, su método es investigación-acción participativa, su población fueron una docente y 10 estudiantes de séptimo grado, en la asignatura matemática. La ruta metodológica va de la mano con Álvarez y Álvarez (2007) en cuatro fases las cuales son: diagnóstico, planificación, acción, y observación reflexión. Los instrumentos utilizados fueron la observación participante, revisión documental, encuesta en las pruebas de pre y pos test aplicadas a los estudiantes y el diario de campo. Las conclusiones son: la evaluación educativa indicó que la prueba de post test luego de la implementación de las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya se incrementó pasando de un nivel bajo a un nivel alto de los estudiantes en la comprensión de problemas matemáticos con lo cual se demostró la efectividad de dichas estrategias, además durante el diseño y la implementación se tomaron en cuenta contenidos programáticos donde los estudiantes pudieron aplicar los pasos del método, encontrándose mayor dificultad en el paso 2 planear un plan de acción y en el cuatro referido a la revisión, mirar atrás o auto evaluación de todo el proceso, se recomienda aplicar los lineamientos o acciones de mejoras para darle continuidad a este estudio.

**Palabras clave:** Estrategias metacognitivas, método Pólya, matemáticas.

### Abstract

The present investigation is entitled Metacognitive strategies based on the Polya method for the understanding of mathematical problems in the Ciro Pupo Martinez Educational Institution, La Paz- Cesar, and its general objective is To favor the understanding and resolution of mathematical problems from a metacognitive strategy based on the Pólya method in seventh grade "A" students of the Ciro Pupo Martínez Educational Institution, its theoretical references were based on authors such as Peñaloza (2019) who develops the postulates of Polya (1965), Flavell (1976), Mateos (2001), and Monereo (1990). The methodology is framed in a qualitative paradigm considering the objectives of the study, its method is participatory action research, and its population was a teacher and 10 seventh grade students, in the mathematical subject. The methodological route goes hand in hand with Alvarez and Alvarez (2007) in four phases which are: diagnosis, planning, action, and reflection observation. The instruments used were participant observation, documentary review, survey in the pre- and post-test tests applied to the students and the field diary. The conclusions are: the educational evaluation indicated that the posttest after the implementation of the metacognitive strategies based on the Polya method increased from a low level to a high level of the students in the understanding of mathematical problems with the which the effectiveness of these strategies was demonstrated, also during the design and implementation programmatic contents were taken into account where the students were able to apply the steps of the method, finding greater difficulty in step 2 planning an action plan and in step four referred to review, look back or self-assessment of the entire process, it is recommended to apply the guidelines or improvement actions to give continuity to this study.

**Keywords:** Metacognitive strategies, Polya method, mathematics

## **Introducción**

Los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, del municipio de La Paz, a lo largo del proceso académico han demostrado algunas falencias en el área de matemáticas, cuando al momento de resolver operaciones empleando situaciones problemas, se han sentido frustrados, puesto que se les ha dificultado el desarrollo de éstas. Además, los resultados de las Pruebas Saber, han demostrado un desempeño bajo en los aprendizajes evaluados en la competencia resolución de problemas, lo cual no ha sido positivo para la institución; por esta razón se hace necesario el desarrollo de esta investigación sobre estrategias metacognitivas basada en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, La Paz- Cesar

Ahora bien, el estudio de estos temas cobra importancia cuando se refiere a la “resolución de problemas” desde actividades pedagógicas de aula, donde los estudiantes en su proceso de aprendizaje, puedan comprender los problemas matemáticos y su algoritmo de solución, posibilitando la realización de clases amenas que promuevan el uso y aplicación de estrategias metacognitivas que favorezcan el estudio de esta asignatura básica como son la matemática.

No obstante, ante la situación mencionada se evidencia la necesidad de desarrollar un trabajo de investigación, pertinente al grado de Maestría en Educación, por lo que resultó importante diagnosticar los conocimientos iniciales en la comprensión de enunciados al momento de resolver operaciones matemáticas, empleando el método de George Pólya se diseñó e implementó estrategias metacognitivas para el fortalecimiento de la competencia resolución de problemas matemáticos y se evaluó la efectividad de las sesiones pedagógicas implementadas.

De igual forma para darle cumplimiento al desarrollo de los objetivos del estudio se tuvo en el desarrollo de cinco capítulos estructurados de la siguiente forma: capítulo 1 el problema, donde se expone la contextualización, planteamiento del problema, objetivos y justificación, capítulo 2 que comprende el marco referencial con los trabajos internacionales y nacionales publicados relevantes sobre las categorías y el marco teórico con los contenidos relacionados con dichas categorías, capítulo 3 metodología donde se presenta el paradigma, enfoque, método, población y muestra, ruta metodológica y las técnicas e instrumentos de recolección de datos.

Continuando se expone el capítulo 4 donde se realizó los análisis de acuerdo a los resultados obtenidos en el logro de cada objetivo del estudio, el sistema de hipótesis y la triangulación de los referentes teóricos, hallazgos encontrados y la interpretación de la docente investigadora sobre todo el proceso investigativo, además se presenta los aportes del estudio en unas líneas de acción o propuesta referentes al impacto social educativo del estudio. Finalmente, el capítulo 5 con las conclusiones, recomendaciones, referencias y anexos pertinentes que se ofrecen con el propósito de contribuir a nuevas investigaciones en el área.

## Capítulo 1. El problema de Investigación

### 1.1 Planteamiento del Problema

En todo el proceso educativo la enseñanza de las matemáticas y en correspondencia su aprendizaje ha sido objeto de múltiples debates y círculos de reflexión no solo por los docentes, directores y autoridades competentes acerca de esa asignatura central del currículo, es decir, a nivel mundial existen esfuerzos calificados para generar contenidos pertinentes sobre las metodologías adecuadas para su comprensión, ejecución y evaluación, de manera que los estudiantes al enfrentarse con esta signatura no tenga mayores problemas y su aprendizaje sea efectivo.

Ahora bien, el asunto central en la enseñanza de las Matemáticas , radica en la pedagogía de los docentes en la cual terminan de ver al sujeto de aprendizaje como una maquina repetidora de sus ejercicios, fórmulas o problemas, es decir, se genera el temor o resistencia, ya que que se ha originado en los estudiantes en el aprendizaje de dicha asignatura, una apatía que llega en algunos estudiantes a convertirse en miedo a las matemáticas, puede estar originada esta situación por la pedagogía utilizada por los docentes en la cual no queda claro el método de enseñanza y la comprensión, asimilación y falta de estrategias cognitivas a la hora de resolver problemas matemáticos, en otras palabras existe una preocupación latente por definir la efectividad del proceso pedagógico impartido por los docentes en la cual se dé un rendimiento académico exitoso no solo en los exámenes masivos del estado sino en el proceso cotidiano de la institución educativa.

Aunado a lo anterior, vale la pena señalar que Programas Internacionales para la Evaluación de Estudiantes, conocida como pruebas PISA, en la cual se realiza una evaluación

estándar de corte prospectivo, en matemáticas “lo que se mide es la aptitud matemática, entendida como la aptitud para plantear, formular, resolver e interpretar problemas a través de las matemáticas en diferentes situaciones y contextos” (OCDE, 2000, p. 27), específicamente miden competencias y procedimientos en las que se emplean las matemáticas, lo cual es realmente interesante ya que son estos aspectos cognitivos los que evidencian la comprensión, puesta en marcha de un plan de acción y evaluación del aprendizaje por parte de docentes, es decir, son pruebas estandarizadas, a estudiantes que estén cursando al menos grado 7°.

Ahora bien, en Colombia, la prueba piloto se aplicó en 2005 a 1.720 estudiantes de 55 instituciones escolares, y a 5.250 estudiantes de 150 instituciones, en 2006, se señala según Castañeda (2019) de setenta y nueve (79) países evaluados en 2019 en las pruebas PISA, Colombia está en el lugar número 58 los países de América Latina “siguen registrando un desempeño bajo”, “el problema de Colombia de acuerdo a estos resultados se asume que es por la desigualdad social”, refiere este autor que en términos de posibilidades es un país muy desigual, los estudiantes con ventajas socioeconómicas superan a los grupos desfavorecidos, vulnerables y en centros educativos de poblaciones de bajos recursos.

De acuerdo a lo anterior, también se hace referencia a las pruebas SERCE, un proyecto del Laboratorio Latinoamericano de la Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE) de OREALC/UNESCO Santiago de Chile, evalúa competencias básicas y habilidades para la vida en las áreas de lectura y matemática, con la opción de hacerlo en ciencias naturales. Asimismo están las pruebas TIMSS, de la International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA), provee información confiable y oportuna sobre el logro académico de estudiantes de Estados Unidos de grados 4° y 8°, en matemáticas y ciencias naturales, Colombia tomó parte en el estudio TIMSS en 1995; en el Primer Estudio Internacional Comparativo del

LLECE, en 1997; en el Estudio Internacional de Cívica, de la IEA, en 1999; y en el Progres in International Reading Literacy Study (PIRLS), en 2001.

En términos de resultados asociados con las áreas académicas y las habilidades evaluadas, según Martínez (2010), los proyectos internacionales han confirmado que los estudiantes colombianos alcanzan niveles medios de desempeño, comparados con los de América Latina y el Caribe, y niveles bajos, en relación con estudiantes del primer mundo. Continuando con estas ideas, en relación a las pruebas aplicadas a nivel nacional están: SABER las cuales son aplicadas a estudiantes de 5° y 9° grado, comenzó en 1991 con aplicaciones muestrales y entre 2002 y 2003 se llevó a cabo la primera aplicación censal, que constituye una línea de base en las áreas de Lenguaje, Matemáticas, Ciencias Naturales y Competencias Ciudadanas.

A partir de 2005 se incluyó en Ciencias Sociales, las pruebas ICFES, que se aplican en 11 grado evaluando todas las asignaturas del currículo sobre todo razonamiento cuantitativo y pensamiento crítico. En relación con esta última la tendencia es que los estudiantes que presenten un alto nivel de desempeño en esta prueba tienen grandes posibilidades de desarrollar un buen promedio en las pruebas ECAES y beneficios como becas, y programas de ingreso a la educación superior.

No obstante, revisando estos resultados se hace énfasis en que las matemáticas hacen parte no solo del desarrollo del razonamiento cuantitativo de los estudiantes, que sus contenidos de acuerdo al nivel de estudio se plasman en el currículo de cada institución que se presenta en todos los grados y se extiende incluso a la universidad ya que su dominio es fundamental para resolver problemas cotidianos, es cierto que la formación en matemáticas permite el desarrollo cognitivo, en procesos mentales que van desde la seriación de cantidades, las operaciones básicas como suma, resta, multiplicación y división hasta resolver problemas comprendiendo los

enunciados, despejando incógnitas, elaborando un plan de acción y auto evaluándose de acuerdo a los resultados obtenidos.

En ese sentido, según Orton (2003), plantea la definición de problema como: “Situación que precisa una solución pero que, generalmente, no tiene un camino de solución rápido y directo, sino que se debe ir realizando una toma de decisiones (y por ende, modificando y comprobando) a lo largo de la propia resolución” (p. 122). Asimismo, para Callejo (1998) un problema se define como:

Una situación que plantea una cuestión matemática cuyo método de solución no es inmediatamente accesible al sujeto que intenta responderla porque no dispone de un algoritmo que relacione los datos y la incógnita o los datos y la conclusión, y debe, por tanto, buscar, investigar, establecer relaciones, implicar sus afectos, entre otros; para hacer frente a una situación nueva (p. 35).

En todo caso, un problema es pues un término relativo al sujeto que intenta resolverlo y al contexto en que se plantea la cuestión, es decir, tiene que ver con la percepción de la persona que enfrenta el problema u obstáculo y el lugar donde ocurren los hechos, sin embargo para estos autores, en ambas definiciones está claro, que en primer lugar es un evento, situación o enunciado que amerita una solución, en segundo lugar que no existe un camino único y en tercer lugar que hay datos, indicios, incógnitas, en las cuales se debe tomar una decisión para llegar a una conclusión o resultado.

En concordancia con lo anterior, para efecto de esta investigación el término problema se refiere específicamente a la matemática, en la cual para Orton (2003), la resolución de problemas se concibe como generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos

del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar solución a una situación nueva.

En este sentido la resolución de problemas es concebida como creadora de un proceso mental, donde influyen habilidades, competencias, conocimientos tanto declarativos, procedimentales como actitudinales, de esta forma, el aprendizaje o dominio de las operaciones matemáticas constituyen un eje fundamental en el desarrollo de habilidades, competencias, capacidades, facultades del pensamiento que faciliten o permitan la solución de problemas, conlleven a la transferencia de lo aprendido, en un proceso de comprensión, ejecución y argumentación de los contenidos oficiales en el programa de matemáticas según el nivel de aprendizaje o grado de estudio.

Por lo consiguiente, aunado a este proceso cognitivo que ocurre en los estudiantes, se presenta el proceso pedagógico de los docentes en los cuales es necesario ahondar ya que forma parte de este binomio enseñanza- aprendizaje, y en el cual el concepto de estrategias es fundamental, para lo cual refiere Calleja (2009), que las estrategias de aprendizaje, se refiere al conjunto de procedimientos utilizados por el estudiante que le permiten controlar su propio proceso de adquisición, asimilación y autorregulación de los contenidos instruccionales; obviamente esto no lo aprende el estudiante solo, debe ser guiado por el docente de manera consciente, relacionada muy estrechamente con la metacognición lo que acerca al concepto de estrategias metacognitivas.

Por otra parte, según Iriarte y Sierra (2011) “las estrategias de aprendizaje son meta habilidades (habilidades de habilidades) que utilizamos para aprender; son procedimientos que se ponen en marcha para aprender cualquier tipo de contenido de aprendizaje” (p. 29) Monereo (1990), referenciando a Krulik y Rudnick, (1993), afirma que “las estrategias de aprendizaje se entienden como comportamientos planificados que seleccionan y organizan mecanismos

cognitivos, afectivos y motrices con el fin de enfrentarse a situaciones-problema, globales o específicas, de aprendizaje” (p. 162). Por tanto, su objetivo principal es proporcionar elementos que permitan el mejor aprovechamiento de la información recibida. Para Gagné (1975) referenciado por Feo (2011), las estrategias cognitivas:

Son las que gobiernan el propio comportamiento del individuo al poner atención, aprender, recordar y pensar (adquisición), no se aprende en ocasiones aisladas, que es el caso con actividades intelectuales; en lugar de ello, sufren un refinamiento a lo largo de los períodos de desarrollo evolutivo del sujeto (p. 45).

Lo que se puede entender de estos conceptos es la importancia de que en el proceso educativo estén presentes los mecanismos que ayuden, fortalezcan y promuevan todos los recursos, actividades, dinámicas y acciones para el desarrollo de habilidades, de manera que se comprenda y asimile el conocimiento con experiencias significativas desde el propio ser, es decir, primero a nivel individual y luego social.

Por tanto, de acuerdo a todo lo anterior cabe decir, que en el proceso de enseñanza y aprendizaje se deben incorporar estrategias metacognitivas, las cuales según Flavell (1976) uno de los pioneros en este término, el cual utiliza para referirse tanto al conocimiento o conciencia que uno tiene acerca de sus propios procesos y productos cognitivos, como al monitoreo (supervisión sobre la marcha), la regulación y ordenación de dichos procesos en relación con los objetos cognitivos, datos o información sobre los cuales ellos influyen, normalmente al servicio de un objetivo o meta relativamente concreta (Ídem 1976, referenciado por Mateos, 2001, p. 67).

Al respecto, se destaca que en el concepto hay tres aspectos base como son: el nivel de conciencia que tiene cada individuo sobre su aprendizaje, el seguimiento o control en el cual se puede auto regular su comprensión o relación con lo que ya sabe y la nueva estructura o

contenidos y la evaluación, retroalimentación o feed back que cada sujeto hace durante y al final de su proceso cognitivo, es decir, la metacognición es darse cuenta de que estoy aprendiendo, que puedo mejorar y como utilizar lo aprendido en distintas situaciones de la vida misma.

Asimismo, la metacognición lleva implícito un proceso de reflexión producto del acto de conocer y que debe conducir a la crítica al dominio propio en asuntos de construcción de argumentos y solución de problemas, de manera que en el caso de las matemáticas permiten ser una alternativa útil e innovadora a la hora de comprender, planificar un plan o estrategia y ejecución de problemas matemáticos, ya que este concepto tiene que ver sobre cómo los estudiantes piensan y controlan sus pensamientos al servicio de una meta u objetivo concreto.

De todo lo anterior se desprende, que en la enseñanza de las matemáticas, George Pólya, un húngaro matemático y físico creó un método que lleva su apellido el cual presento en su libro *¿Cómo plantear y resolver problemas?* el cual consiste en un procedimiento integrado en cuatro (04) pasos los cuales son: comprender el problema, en ese momento el estudiante lee el enunciado hasta comprender de que trata, identifica los datos, reconoce la incógnita que debe resolver o pregunta central del problema, luego el paso siguiente es configurar o elaborar un plan de acción aquí el estudiante debe idear una estrategia de solución a partir de sub procesos u operaciones básicas, en tercer lugar, ejecutar el plan obviamente es la puesta en marcha de cada operación, realizar todo el plan, y por último examinar la solución o los resultados obtenidos, también se le llama retroalimentación, es decir, una mirada atrás en todo lo que se ha hecho para verificar el proceso.

En tal sentido, este método de Pólya para efecto de esta investigación se tomara no solo como referente teórico sino también formara parte de la metodología propuesta en la aplicación de estrategias metacognitivas que favorezcan la comprensión y ejecución de problemas matemáticos en estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa *Ciro Pupo Martínez*, ya

que constituye un eje fundamental en las competencias que deben poseer los estudiantes, pero a la vez es también una de las asignaturas donde existe menor rendimiento académico y por ende mayor dificultad, porque no logran interpretar ni comprender los enunciados o problemas, ni establecer relación entre los datos y la pregunta o incógnita, no establecen un plan de realización para llegar a los resultados y muchas veces no revisan o verifican si sus respuestas son correctas o no, tampoco se interesan por saber dónde están los errores, están interesados más en el resultado final que en el proceso de solución.

De acuerdo con lo anterior, es importante referir, que aun cuando hay iniciativas para abordar la problemática del bajo rendimiento de los estudiantes en esta área por un lado, que es la primera preocupación y la metodología utilizada por los docentes en la enseñanza por otro lado segundo aspecto que interesa en este estudio, se puede inferir, que falta mucho por investigar, por lo que , no es un tema acabado, ya que en la medida que se actualizan las pedagogías emergentes como respuestas a la caracterización de los estudiantes según sus necesidades e intereses de la misma manera se debe actualizar los docentes para dar respuestas a los retos, desafíos y cambios de la educación en estos tiempos.

Asimismo, es importante referir que la praxis educativa, es decir, la metodología empleada por los docentes en el procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, que pueden estar incidiendo en el bajo rendimiento académico de los estudiantes forman parte del interés de este trabajo de investigación, el cual tiene como énfasis el fortalecimiento de la comprensión de problemas matemáticos en las instituciones educativas, para lo cual a continuación se exponen las debilidades encontradas en este proceso educativo en los actores principales como son los docentes y estudiantes de esta asignatura curricular.

### ***1.1.1. Contextualización Institucional***

La resolución de problemas en el contexto matemáticos de la Institución Ciro Pupo Martínez constituye el eje de investigación de este trabajo, inicialmente se realiza una breve descripción del contexto de investigación para evidenciar cómo este tema constituye un elemento fundamental a trabajar en el proceso. El objetivo de este trabajo es fortalecer los procesos de comprensión y ejecución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la institución a través de estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya, para lo cual, en primer lugar, se hace necesario señalar que la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez es de carácter público, ubicada en el barrio José Antonio Galán del municipio de la Paz, departamento del Cesar, donde la educación impartida es integral, y busca el crecimiento de cada miembro de la comunidad educativa, respetando su singularidad, autonomía, libertad, la toma de conciencia de su propia identidad y del papel que desempeña en la sociedad.

Lo antes planteado se puede referenciar en El Proyecto Educativo Institucional (PEI-2019) de la Institución, este tiene como finalidad propiciar el desarrollo del pensamiento crítico, reflexivo y transformador en el estudiante, mediante el proceso de adquisición de los principios de cada una de las áreas del conocimiento, para que participe en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas locales y regionales.

Además, el PEI señala la importancia y lo significativo de la matemática en la vida cotidiana y que esta debe basarse en principios didácticos que le permitan a todos t cada uno de los estudiantes la resolución de problemas. Aunado a lo anterior, se destaca la propuesta curricular del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006) que considera la resolución de problemas un objetivo fundamental en la formación de sus procesos intelectuales, para lo cual refiere:

El principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problemas proporcionan el contexto inmediato en donde el qué hacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que aborden estén ligadas a experiencias cotidianas, es decir a la realidad del estudiante y, por ende, sean más significativas para ellos (p. 52).

No obstante, dentro del marco del PEI, de la planeación curricular y del MEN, se hace mención a la enseñanza de las matemáticas como pilar esencial en la formación de los estudiantes, es decir, la institución destaca que es una prioridad y que se harán todos los esfuerzos en el mayor desarrollo de las habilidades numéricas, en la comprensión de los enunciados y en el rendimiento académico en esta asignatura, sin embargo en la realidad todos los esfuerzos no han llevado a que la institución educativa en cuestión, se posicione como garante de ese aprendizaje.

De acuerdo a lo antes expuesto también se expone que según reporte de la excelencia (2018) el Instituto Educativo Ciro Pupo Martínez del departamento del Cesar, presenta un resumen del Índice Sintético de la Calidad Educativa (ISCE) en la básica secundaria los resultados arrojan un porcentaje de 54% Insuficiente, un 28% Mínimo, un 13% Satisfactorio y 5% avanzado en la asignatura matemáticas, estas cantidades demuestran que el porcentaje en los niveles insuficiente y mínimo es muy alto y representa un 82% con deficiencias en esta materia, ya que no lograron superar el nivel satisfactorio en las evaluaciones realizadas del 2014 al 2018 inclusive, y solo un 5% cantidad muy baja casi insignificante el nivel avanzado, realidad que ubica al plantel en una situación preocupante con respecto al rendimiento académico de la institución, por lo que se amerita tomar medidas o establecer estrategias metacognitivas que favorezcan y promuevan la comprensión de problemas matemáticos.

### ***1.1.2 Contextualización del Aula***

El siguiente trabajo de investigación está basado en la observación directa y el análisis del contexto del aula de séptimo grado “A” de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, la cual se caracteriza por ser un aula con 40 estudiantes de ambos sexos, en las edades comprendidas entre 11 y 12 años, es un sector donde está ubicada la institución de bajos recursos, por lo que los estudiantes muchas veces carecen de libros de estudio, cuadernos y recursos tecnológicos para realizar sus trabajos de investigaciones y asignaciones escolares, sin embargo, por su modalidad técnica/ académica los padres de familia de la comunidad la prefieren para la formación de sus hijos, ya que la misma es oficial, está calificada en las pruebas Saber 11 (2020) en la categoría “C” según el portal web de la Institución.

Para efecto de esta investigación se tomaron solo diez (10) estudiantes los cuales firmaron su consentimiento de formar parte del estudio, además de contar con la aprobación de sus padres, representante o un adulto mayor y por ende el director de la Institución Educativa en señal de conformidad, los mismos se reunieron en diversas ocasiones con la docente investigadora la cual mantiene contacto directo permanente con ellos, para ir orientando el proceso investigativo.

### ***1.1.3 Descripción del Problema***

Lo anteriormente expuesto, permite referir que de acuerdo a visitas, conversaciones, resultado de pruebas internas en la institución y observaciones de la docente investigadora durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, como catedrática de esta asignatura, en lo que concierne al aprendizaje de las matemáticas, en los estudiantes del séptimo grado “A”, se ha venido observando una serie de falencias que afectan su normal rendimiento entre las que se

pueden mencionar, el temor o miedo a las matemáticas, manifestada en resistencia a las clases, poco interés a participar en las clases, se les asignan trabajos o ejercicios como tareas y no los presentan en su tiempo, falta de comprensión de los problemas matemáticos, ya que muchas veces se niegan a leer con detenimiento los enunciados quieren llegar a la respuesta sin analizar mucho y sin tener claro un plan o su algoritmo de solución.

Aunado a lo anterior, el desarrollo de actividades matemáticas, se observa que hay desinterés por parte de los estudiantes ya que al momento de desarrollar una actividad en la que los estudiantes necesiten aplicar, resolver, diferenciar signos y números, la consideran una actividad frustrante y complicada, además argumentan tener dificultad para leer, comprender y ejecutar la operación indicada para el desarrollo de una situación problema.

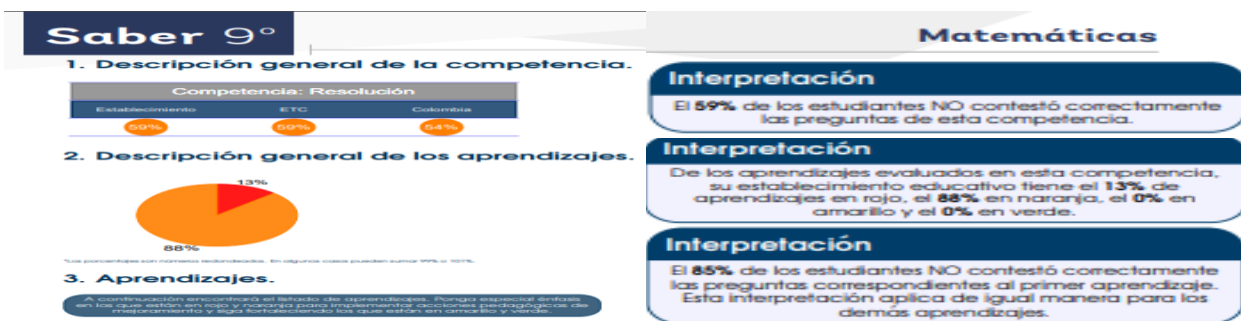
Ahora bien, la situación de los docentes no ayuda mucho, en el sentido que, persiste en métodos rutinarios tradicionales donde se pudo conocer que la planeación diaria del docente se evidencia los textos y ejercicios de siempre, sin innovar o traer al aula materiales y recursos de apoyo nuevos, se pudo conocer el uso de ejercicios procedimentales basados en la repetición y memorización de procesos mecánicos sin sentido o relación con el contexto o realidad de los estudiantes, los problemas son planteados en el texto guía, donde el estudiante solo debe aplicar fórmulas y operaciones básicas matemáticas, dejando de lado el pensamiento crítico, la interpretación y la argumentación como herramientas indispensables para el análisis y resolución de problemas de acuerdo al nivel de aprendizaje.

Teniendo en cuenta la anterior situación, se pudo conocer a través de conversaciones con docentes del área y por observaciones directas en la institución , con motivo de recoger información relacionada con esta problemática para el desarrollo del presente trabajo, la investigadora como docente de matemática en este grado, ha visto con preocupación esta realidad de cerca, en la cual aún persiste la enseñanza tradicional o memorística de la

matemática, donde se torna rutinaria y aburrida el proceso de formación del pensamiento lógico, ya que el docente se dedica a desarrollar ejercicios en el tablero y el estudiante es un simple receptor pasivo del proceso.

Toda esta situación hace pensar en la importancia y trascendencia de utilizar otras metodologías de enseñanzas, planear con creatividad las clases y utilizar estrategias didácticas para el desarrollo de habilidades metacognitivas y reflexivas que promueva en ellos actitudes positivas hacia un aprendizaje significativo del pensamiento numérico en la resolución de problemas.

Sumado a lo anterior, otro aspecto interesante en este análisis inicial sobre el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes son las pruebas Saber y el informe interno institucional sobre el rendimiento académico, estos son un medio para determinar las competencias y componentes que los estudiantes han alcanzado en el entorno escolar, por tal razón, se analizó los resultados de la prueba Saber 2019 en el grado noveno en el área de matemáticas, específicamente en la resolución de problemas, donde se pudo evidenciar que el 13% de los estudiantes evaluados no contestaron correctamente y el 88% muestran un mínimo rendimiento en los aprendizajes evaluados. Tal y como quedó registrado en el informe de la prueba Saber 9° del Ministerio de Educación Nacional para la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez del municipio de la Paz, en el departamento del Cesar a continuación:



*Nota. La figura muestra los resultados de la prueba Saber 9 en la competencia resolución de problemas, (2019) del Ministerio de Educación Nacional, adaptado por la investigadora (2021).*

Por último, se hace necesario mencionar que los dos últimos años la institución educativa, se ha enfrentado a una situación de salubridad mundial, una pandemia ocasionada por el virus (Covid-19), el cual ha repercutido en la transformación no solo del estilo de vida de los ciudadanos sino también en el proceso educativo, pasando de la presencialidad a la virtualidad, por lo que los escenarios educativos han tenido que reinventarse y con ello, el papel de los educadores. Los hogares se han convertido en improvisadas aulas de clase y la manera de enseñar se ha diversificado sufriendo serias consecuencias en su praxis pedagógica.

Ante esta situación la institución ha tenido que recurrir a la educación virtual o “mediada por tecnologías”, como son los grupos de WhatsApp, lo que ha ocasionado grandes dificultades para los docentes y estudiantes puesto que factores como la falta de conectividad no permite que se tenga una buena interacción con la comunidad estudiantil. Todos estos aspectos impiden el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes, ocasionando bajas calificaciones en el área.

Por tanto, los estudiantes vienen presentando un bajo rendimiento académico en las pruebas a las que se han sometido, debido a la dificultad en la interpretación de enunciados, y su argumentación en la resolución de problemas, esta situación permite evidenciar que los docentes no emplean en su práctica pedagógica una metodología que los motive, los involucre en un aprendizaje activo, con estrategias innovadoras, razón por la cual se hace necesario el fortalecimiento de la comprensión de problemas matemáticos y se les dé importancia a las estrategias metacognitivas utilizando un método efectivo en la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas.

### **1.1.4 Preguntas de Investigación**

De acuerdo a lo antes expuesto y después de realizar una observación y acompañamiento en el proceso académico del grado Séptimo “A” de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez del municipio de la Paz-Cesar, surge la siguiente pregunta que orienta esta investigación: ¿Cómo favorecer la comprensión y resolución de problemas matemáticos a partir de una estrategia metacognitiva basada en el método de Polya en los estudiantes de séptimo grado “A” de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez? Con la finalidad de mejorar el pensamiento lógico matemático de manera que, al implementar estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la resolución de problemas.

De esta pregunta central se sistematizo la investigación en las siguientes Subpreguntas de las cuales se derivaron los objetivos específicos del estudio, a continuación, se presentan:

1. ¿Cuál es el nivel inicial en la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez municipio de la Paz, Cesar?

2. ¿Qué aspectos debe tomarse en cuenta al diseñar estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez municipio de la Paz, Cesar?

3. ¿Cómo implementar estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez municipio de la Paz, Cesar?

4. ¿Cómo evaluar las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez municipio de la Paz, Cesar?

5. ¿Cómo promover lineamientos teóricos -prácticos a través de las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez de la Paz, Cesar?

## **1.2. Objetivos del Estudio.**

### ***1.2.1. Objetivo General***

Favorecer la comprensión y resolución de problemas matemáticos a partir de una estrategia metacognitiva basada en el método de Pólya en los estudiantes de séptimo grado “A” de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez del municipio de la Paz, Cesar

### ***1.2.2. Objetivos Específicos***

1. Diagnosticar el nivel inicial en la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez del municipio de la Paz, Cesar.

2. Diseñar estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez del municipio de la Paz, Cesar.

3. Implementar estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez del municipio de la Paz, Cesar.

4. Evaluar las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez del municipio de la Paz, Cesar.

5. Generar lineamientos teóricos -prácticos a través de las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez del municipio de la Paz, Cesar.

### **1.3 Justificación de la Investigación**

El desarrollo de esta investigación parte de las necesidades e intereses de una población educativa en la cual padres, estudiantes, docentes y rectores permanentemente presentan preocupación por las deficiencias y con ello el bajo rendimiento académico de los estudiantes en la asignatura de matemáticas de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez de la Paz, Cesar, con lo cual es necesario tomar medidas contundentes que eleven la calidad del proceso educativo, fortaleciendo a través de estrategias metacognitivas basadas en el método Pólya la efectividad del aprendizaje en esta área del conocimiento.

No obstante, son muchas las razones que justifican este estudio entre las cuales las principales son en el orden del constructo teórico, representando la oportunidad de profundizar en este estudio en referentes conceptuales con autores reconocidos en esta cátedra como Pólya creador del método de razonamiento matemático para la resolución de problemas, Flavell a quien también se le considera el padre de la metacognición, Ausubel con su aporte al aprendizaje significativo, Vygotsky con el concepto de DZP, desarrollo de la zona próxima un término importante en el trabajo colaborativo en el aula en los procesos de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas que permiten profundizar en investigaciones educativas de esta naturaleza.

Desde el constructo práctico ofrece lineamientos como acciones de mejora para la aplicación de estrategias metacognitivas en el desarrollo de contenidos lógicos-matemáticos, formando un círculo de reflexión no solo en el aula con los estudiantes, sino también con todas aquellas personas, investigadores o docentes interesados en esta temática. Metodológicamente se

justifica al brindar pautas, procedimientos, fases de construcción y una serie de aspectos metodológicos relevantes en el desarrollo de la estructura de una tesis, al constituirse en un trabajo en el marco de las investigaciones mixtas es un referente tanto para proyectos cualitativos como cuantitativos, hoy fundamentales en el campo científico.

Continuando, brinda en lo personal y social verdadera satisfacción al lograr generar un nuevo conocimiento que permita la transformación del hecho educativo partiendo de las realidades cotidianas del aula de clase, lo cual como profesional es gratificante en el sentido que sus aportes servirán de luz en el camino incierto del aprendizaje de las matemáticas, en el cual aun cuando existe tanta literatura sigue siendo la piedra angular necesaria en las competencias del pensamiento reflexivo, crítico y pertinente a la solución de problemas.

Y desde el punto de vista institucional su impacto social y educativo desde luego formara las bases para un aprendizaje significativo de los estudiantes permitiendo un mejor resultado en las pruebas internas o externas del plantel a la vez que contribuirá para que el personal docente utilice estrategias metacognitivas en su proceso pedagógico. Con lo expuesto, se parte de la idea de la formación e implementación de estrategias metacognitivas que favorezcan las habilidades en la comprensión, reflexión y resolución de problemas matemáticos en diferentes ambientes de aprendizaje y por ende la calidad educativa en el área de las matemáticas, incentivando a los docentes y estudiantes a optimizar sus desempeños en esta área de estudio.

## **Capítulo 2. Marco Referencial**

Para la realización este trabajo fue necesario revisar y examinar a profundidad una serie de trabajos recientemente publicados pertinentes a las categorías del estudio como son las

estrategias metacognitivas y la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en especial a la aplicación del método de Pólya en la solución de problemas, esta recopilación de investigaciones son tanto en el ámbito internacional como nacional, a su vez este capítulo también lo forma una base conceptual referida a los contenidos relevantes en materia del aprendizaje de las matemáticas y la metacognición.

## **2.1. Antecedentes del Estudio**

Considerando los estudios significativos en el campo educativo referidos a las categorías estrategias metacognitivas y el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos, a continuación, se presenta la selección de varios trabajos desarrollados en el ámbito internacional y nacional con la finalidad de servir de orientación en el desarrollo conceptual y práctico de la presente investigación:

### ***2.1.1 Ámbito Internacional***

Se encuentra el trabajo titulado Estrategias metacognitivas y pensamiento crítico en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria del programa de bachillerato internacional del colegio de alto rendimiento Ucayali Perú, elaborado por Gil (2018) cuyo objetivo fue determinar si existe relación directa entre estrategias metacognitivas y pensamiento crítico. En cuanto a lo teórico, se cimienta en la taxonomía de Flavell y la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, en cuanto a la variable Estrategias metacognitivas; y en los enfoques estructuralista y de pensamiento crítico, para la variable pensamiento crítico, se trata de una tesis de tipo no experimental, descriptivo correlacional transaccional, los instrumentos de recolección de datos fueron dos test, uno para cada variable, la población estuvo conformada por 95 estudiantes y la muestra por 48 estudiantes de la sede de estudio.

Además, para procesar la información, luego de la base de datos respectiva, se elaboró tablas de distribución de frecuencias, tablas de contingencia para la presentación de los resultados y la respectiva prueba de hipótesis. Al término de la investigación, se concluye que entre las estrategias metacognitivas y pensamiento crítico existe una correlación negativa débil, por lo tanto, se rechaza la hipótesis de investigación y se acepta la hipótesis nula, es decir, no existe relación directa entre las variables. El aporte es significativo ya que ofrece contenidos relevantes sobre las estrategias metacognitivas en el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo en los estudiantes de bachillerato.

Seguidamente está el trabajo titulado Estrategias metacognitivas para el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes del quinto año de secundaria de la institución educativa “Pedro Ruiz Gallo” de la Provincia de Sullana. Perú, elaborado por Adrianzén (2018), la tesis tiene como objetivo identificar las estrategias metacognitivas para el aprendizaje de la matemática que aplican con mayor incidencia los estudiantes para diagnosticar el nivel de conocimiento, dominio y aplicación que manifiestan los estudiantes.

Asimismo, el trabajo desarrolla aspectos la autodirección y la transferencia de los conocimientos diferentes entornos de su vida, otorgándoles funcionalidad a conceptos, estrategias, competencias y actitudes matemáticas de las diferentes sesiones de clase. Las conclusiones reflejaron que los estudiantes aplican prioritariamente estrategias de conocimiento condicional metacognitivo y de auto evaluación posterior para el aprendizaje de las matemáticas, el aporte radica en el modelo de diagnóstico utilizado en los estudiantes para determinar el nivel de conocimiento, dominio y aplicación en problemas matemáticos.

Otro trabajo importante, es las tituladas actividades lúdicas para el desarrollo de la inteligencia creativa en la resolución de problemas matemáticos, elaborado por Tumbaco et al.,

(2018). Ecuador, el trabajo trata sobre la influencia que ejercen las actividades lúdicas en la inteligencia creativa de los estudiantes y la facilidad para ubicarse en contextos posibles y resolverlos matemáticamente por medio de las fases de Pólya.

Los resultados alcanzados permitieron concluir que efectivamente las actividades lúdicas influyen en la inteligencia creativa en términos positivos, ya que el grupo experimental de post test presentó mayor éxito en la entelequia de escenarios posibles, facilitando la resolución de problemas matemáticos en diferentes tópicos. El aporte es significativo en cuanto a los contenidos relacionados con la aplicación del método de Pólya.

Por otra parte, se presenta el trabajo titulado Implementación de estrategias metacognitivas para un aprendizaje significativo, elaborado por Díaz (2015), México. El objetivo general fue el análisis de la implementación de estrategias metacognitivas para lograr un aprendizaje significativo.

Metodológicamente, se enmarco en el paradigma fenomenológico bajo un enfoque cualitativo, se utilizó la observación, entrevista y el grupo focal como instrumentos de recolección de datos en una muestra de un (01) profesor y dieciséis (16) alumnos y nueve (09) expertos en el área de administración, se concluyó que el docente utiliza la reflexión para favorecer la metacognición al tomar conciencia sobre su propio proceso de aprendizaje, este trabajo es importante ya que brinda contenidos metodológicos en el desarrollo de las fases del presente trabajo.

### ***2.1.2 Ámbito Nacional***

Se presenta el trabajo titulado estrategias metacognitivas para potenciar la comprensión lectora en estudiantes de básica primaria, elaborado por Arango et al., (2015) en la Universidad de Manizales Colombia, la metodología es cualitativa, descriptiva, con la aplicación de un pre y

pos test, se aplicó una unidad didáctica basada en estrategias metacognitivas para la potenciación de la comprensión lectora, se concluyó que el uso de estrategias metacognitivas fue significativa por cuanto motivo a los estudiantes al desarrollo de actividades de esta naturaleza y en los docentes les permitió espacios para la reflexión sobre la enseñanza y sobre la necesidad de planear, monitorear y evaluar los propios procesos intelectuales de cada estudiante, el aporte es relevante para la investigación ya que ofrece información teórica y práctica sobre las estrategias metacognitivas en el proceso de enseñanza- aprendizaje.

Asimismo, se presenta la tesis: Estrategia para la resolución de problemas matemáticos desde los postulados de Pólya mediada por las TIC, en estudiantes del grado octavo del Instituto Francisco José de Caldas, de la Universidad Libre de Colombia , su principal objetivo es fortalecer la resolución de problemas planteando como estrategia los cuatro pasos del método de Pólya a través de la implementación de las TIC; por medio de objetos virtuales que le permitan la interactividad, la comprensión, la autonomía y el desarrollo de sus capacidades. Implementó un tipo de investigación descriptiva con un enfoque cualitativo.

Al finalizar la investigación, los autores concluyeron que las herramientas TIC contribuyen a la motivación e interés del aprendizaje en los estudiantes y por otra parte el método de Pólya fortaleció el proceso de análisis, comprensión, formulación y resolución de problemas matemáticos de los estudiantes del grado octavo del Instituto Francisco José de Caldas. Esta investigación contribuye al trabajo de grado ya que manifiestan la importancia de incorporar estrategias y herramientas en nuestras prácticas pedagógicas que fortalezcan y a la vez mejoren el desempeño en la competencia de resolución de problemas.

Continuando está el trabajo titulado: Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas,

elaborado por: Meneses y Peñaloza (2019), plantearon en su estudio a partir de las dificultades que encontraron en los estudiantes al resolver problemas sin comprender la información, por lo cual no logran resolverlos correctamente. El objetivo de este trabajo es fortalecer la resolución de problemas planteando como línea principal los cuatro pasos del método de Pólya a través de la elaboración e implementación de una guía didáctica.

Este estudio es importante para la investigación ya que los autores afirman que la elaboración de una guía didáctica de resolución de problemas con base en el método de George Pólya fue una herramienta pertinente que permitió que los estudiantes desarrollaran habilidades y destrezas en los diferentes elementos de un problema, diseñando y aplicando diversas estrategias para encontrar la solución correcta.

Por otra parte, se presenta el trabajo titulado tendencias de estudios sobre los saberes previos, las estrategias metacognitivas y la transformación semiótica en la resolución de problemas matemáticos, elaborado por, Valverde-Riascos y Díaz-Castellar (2021), en la Universidad Mariana Colombia, este trabajo se realizó mediante una revisión documental permitiendo un análisis de la literatura sobre los saberes previos, la metacognición y resolución de problemas algebraicos, desde una dimensión conceptual y hermenéuticamente empírica, constituye un referente para el desarrollo de contenidos relacionados con las estrategias metacognitivas y la aplicación de problemas matemáticos, se concluye que en lugar de emitir juicios de valor contra un razonamiento, procedimiento o paso ejecutado por el estudiante en un problema concreto y corregirlo, más bien debe tomarse como objeto de investigación educativa, la estructura de la red semántica cognoscitiva en la resolución de dicho problema. Su aporte radica en los conceptos sobre metacognición y problemas matemáticos.

## **2.2 Marco Conceptual o Bases Teóricas**

El desarrollo de este componente fundamental dentro de esta investigación está conformado por autores reconocidos en el campo educativo desde sus aportes en la conceptualización del proceso de enseñanza- aprendizaje, es así como este espacio tiene finalidad de destacar los constructos teóricos que fundamenta las categorías de este estudio como son: Aprendizaje, estrategias de aprendizaje y metacognitivas, problemas matemáticos, método de Pólya, entre otros.

### ***2.2.1 Principales Exponentes sobre el Aprendizaje***

Presentar una conceptualización de aprendizaje será siempre un camino por las teorías principales en las cuales se han reunido los principios, estructuras y contenidos que de alguna manera representan el sentir, pensar y accionar de una época, es decir, el pensamiento de una tendencia teórica obedece muchas veces al contexto donde se desarrolla y desde luego en el caso de las teorías del aprendizaje es la expresión de un tiempo en un espacio, en el que generalmente son los países desarrollados de donde provienen dichos aportes, a continuación se presenta el concepto de aprendizaje según las teorías: Conductista, Cognoscitivista, Constructivista y aportes de la Psicología positiva.

**2.2.1.1 Teoría Conductista Principales Representantes y Aportes a este Concepto.** Es la teoría de la cual se conoce que surgió en los años 1850 por la naturaleza de esa época nace más como una orientación común entre los psicólogos para explicar la conducta, se centra en el estudio de las leyes que dirigen el comportamiento humano y animal, le importa es lo que se observa en el sujeto, es decir, los actos visibles de su conducta, de allí su nombre, en relación al

aprendizaje no importaba tanto para estos teóricos que ocurre en la estructura interna de los individuos o en la mente sino que hace, como se comporta.

En relación con los alumnos son considerados como “tabulas rasas”, es decir, un papel en blanco donde el aprendiz toma como una esponja y luego lo repite sea que lo entiende o no literalmente, los principales términos que utilizaron son: estímulo, que se refiere a toda información o evento que produce una respuesta o reacción, respuesta, es la conducta que manifiesta los sujetos ante los estímulos, condicionamiento, es un tipo de aprendizaje que se deriva del binomio estímulo-respuesta, refuerzo, es una acción deliberada que aumenta la probabilidad de que la conducta se repita, castigo, opuesto al refuerzo, es una acción negativa que conlleva a que disminuya la probabilidad de que ocurra el evento o situación.

De acuerdo a lo anterior, entre los representantes de esta corriente del pensamiento están: Wilhelm Wundt (1832-1920) considerado el padre de la Psicología, Watson Jhon (1878-1958) aportó la idea de centrarse más en la conducta manifiesta que en los estados mentales del sujeto, este autor veía a las personas en su mente como especie de una “caja negra”, un lugar donde nadie podía conocer nada. Pavlov Iván (1849-1936) filósofo ruso muy conocido aportó la idea del condicionamiento clásico donde explica a través de un experimento con perros, como estos podían responder a los estímulos mecánicamente y dar una respuesta esperada, este mecanismo se repite intencionalmente y puede ir actuando sobre el comportamiento deliberadamente.

Un pionero en las investigaciones controladas de laboratorio que influyeron en esta teoría son los aportes de Thorndike Edward el cual refiere “el aprendizaje es una conexión entre un (E) estímulo que se da en el ambiente, una respuesta (R) que manifiesta el sujeto y el efecto que viene inmediatamente como recompensa o castigo”, también se conoció como “ley del efecto”, de la cual se derivó posteriormente la teoría del ensayo y error. Para estos autores el aprendizaje se realiza a través del proceso recompensa si lo hace bien o castigo, si su conducta es incorrecta.

Refiere Servián (2009) para los conductistas el aprendizaje es la adquisición de nuevas conductas a partir de un estímulo dado, en el caso concreto de la educación el profesor es el centro del proceso ya que es el encargado de introducir los estímulos y predecir o evaluar la conducta, lo importante para este paradigma es la conducta observable y los objetivos instruccionales estaban dirigidos para medir esta objetividad o respuestas del sujeto, el docente es el ser activo dando la información y el alumno un ser pasivo que recibe y responde en el sentido deseado con fines de aprobación o reprobación.

Para efecto de este estudio se toma el concepto de aprendizaje referido por Papalia y Wendkos (1987) “un cambio relativamente permanente en el comportamiento, que refleja una adquisición de conocimientos o habilidades a través de la experiencia” (p. 39), es decir, la observación de cambios en el sujeto que se pueden ver y ser medidos de acuerdo a su comportamiento objetivamente.

Continuando están las teorías cognitivas del aprendizaje, las cuales florecieron a partir de los años 60, donde los psicólogos, pedagogos y filósofos, investigadores de la época se interesaron más en una orientación cognitiva, es decir, estudiar que ocurría en la mente del sujeto que aprende, los principales representantes son: Piaget Jean, psicólogo sueco (1896-1980), estudio los mecanismos básicos del desarrollo cognitivo, es conocido por sus estadios evolutivos o etapa del desarrollo, se preocupó por conceptos como percepción, memoria, atención, lenguaje, asimilación, acomodación, razonamiento, entre otros.

Ahora bien, este autor habla de inteligencia como una capacidad de adaptación del sujeto en el medio que se desenvuelve, el entorno o ambiente es definitivo en el aprendizaje, ya que brinda oportunidades y nutrientes decisivos en el proceso de educación. Para Brainerd (2003), citando a Piaget considera que el aprendizaje “no es una manifestación espontánea de formas aisladas, sino una actividad indivisible producto de asimilar, acomodar y el equilibrio resultante

de la adaptación a la realidad, la cual constituye el fin último del proceso educativo” (p. 72), con lo cual la pedagogía asume realmente que el aprendizaje es un proceso continuo y complejo que obedece a cambios biológicos, psicológicos y sociales.

Al respecto, los aportes de Piaget sin duda son relevantes para entender que ocurre en el estudiante cuando se enfrenta a nuevos contenidos o situaciones de aprendizaje, por lo cual es importante su teoría del desarrollo cognitivo en la cual plantea cuatro etapas las cuales son: de 0 a 2 años sensorio motriz, de 2 a 7 años la etapa pre operacional, de 7 a 12 años operacional concreta y de 12 años en adelante operaciones formales, cada una de esta etapas corresponde a un proceso evolutivo de maduración, con características diferenciales entre la experiencia del sujeto con su medio u objetos.

Otro autor reconocido en esta teoría es sin duda Ausubel, el cual se le conoce por sus aportes con el concepto de aprendizaje significativo, es norteamericano y su trabajo se desarrolló en conjunto con Novak y Hanesian (1978) para ellos el aprendizaje es un proceso a través del cual una nueva información se relaciona con un aspecto relevante de la estructura del conocimiento del individuo. Este proceso involucra una interacción entre la información nueva (por adquirir) y una estructura específica del conocimiento que posee el aprendiz, a la cual Ausubel ha llamado concepto integrador (subsumer), este autor ve el almacenamiento de información en el cerebro humano como un proceso altamente organizado, en el cual se forma una jerarquía conceptual donde los elementos más específicos del conocimiento se anclan a conocimientos más generales e inclusivos (asimilación).

De acuerdo a lo anterior, la estructura cognoscitiva, es una estructura jerárquica de conceptos, producto de la experiencia del individuo, es decir, a medida que se incluye nueva información se modifica el nivel de conocimiento en la mente del sujeto, Ausubel considera tres aspectos claves en el aprendizaje significativo como son: los conocimientos previos ósea lo que

ya sabe el sujeto, materiales significativos significa organización adecuada del contenido programático y el factor cognoscitivo más importante a ser considerado en el proceso instruccional es la estructura cognoscitiva del aprendiz lo cual significa su disposición para aprender, esto implica su interés, motivos y la atención para la comprensión de la nueva información.

En tal sentido, luego de la incursión de los teóricos cognoscitivista interesados en cómo se produce el conocimiento?, haciendo énfasis en lo que el alumno ya sabe y como puede relacionar los nuevos conocimientos para que tengan sentido para él, y no aprenda de memoria o mecánicamente sino todo lo contrario, donde exista un proceso de reflexión consciente y de internalización de conceptos y estructuras significativas que pueda comprender y transferir a otros contextos, muy diferente de los conductuales que su atención estaba en la respuesta del individuo sin cuestionar lo aprendido para ver si se comprendió o no, están entonces los teóricos constructivistas centrados en la interacción social como medio para el aprendizaje.

En efecto, la teoría constructivista tiene como centro los eventos de instrucción, también llamados estrategias, secuencia didáctica, planificación guiada de la enseñanza, salón colaborativo, donde el énfasis está en el proceso más que en los resultados y donde los principios motores son: el alumno como centro, la cohesión grupal, la interacción participativa y la metacognición como parte integral del aprendizaje donde el alumno con el acompañamiento de su par, docente, facilitador o guía reflexiona sobre sus habilidades intelectuales en el procesamiento de información, permitiendo dirigir, monitorear, evaluar y modificar el aprendizaje (Brown, 1997).

Asimismo, se destacan en esta teoría constructivista autores como: Vygotsky (1895 - 1934) psicólogo soviético, con el aporte de su concepto la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP),

que consiste en “el aprendizaje es interpersonal, es un evento social de carácter dialéctico, en que el aprendizaje depende tanto de las características individuales como de las del contexto los profesores o pares más competentes” (p. 67), en este concepto el estudiante según Vygotsky (1973), construye de manera interna, una operación externa con el apoyo de una persona más aventajada sea otro compañero o su docente.

Es así como, en esta teoría el apoyo al aprendizaje está en su proceso de construcción a través de la didáctica o estrategias empleadas por estudiantes y docentes, es decir, es un proceso asistido por recursos, dinámicas, tecnologías de la información o Tics y eventos que faciliten la comprensión de los contenidos a partir de equipos de trabajo o grupos colaborativos. Otro representante de esta teoría es Gagné (1985), describe el aprendizaje como una secuencia de pasos o etapas las cuales ameritan que se cumplan ciertas condiciones para que ocurra el aprendizaje, esta teoría hace énfasis en tres elementos: la importancia de los objetivos conductuales, la organización de los contenidos de aprendizaje, y la necesidad de evaluar los resultados del aprendizaje (Gagné y Briggs, 1985).

En este apartado, vale la pena referir, que esta es una de las teorías donde el aporte radica en las estrategias cognitivas y metacognitivas que apoyan el proceso pedagógico de los docentes y del aprendizaje de los educandos, por lo tanto, en este apartado se hace mención de autores que desarrollaron contenidos sobre las estrategias de aprendizaje, en el marco del constructivismo y cognoscitivismo que favorecen la comprensión de los contenidos de aprendizajes tomando en cuenta los eventos de instrucción propuestos por Gagné y Briggs (1985) como son: ganar la atención de los alumnos, informar el objetivo de aprendizaje, estimular el recuerdo, presentar el contenido, guiar el aprendizaje, ejecutar la tarea, proporcionar retroalimentación y evaluar la ejecución. Para efecto de esta investigación se tomara en cuenta estos aportes Gagné en la planificación de las estrategias metacognitivas basadas en el método de

Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez.

### **2.2.2. Estrategias de Aprendizaje**

El termino estrategia significa un camino para lograr algo, según Castro y Quiñones (2008) es la orientación a futuro siguiendo un fin en un plazo estimado. Para Chiavenato (2011) son diversas opciones para alcanzar un fin. En ese sentido las estrategias educativas son Para Álvarez et al., (2007), son guías intencionales de acción con las que se trata de poner en práctica las habilidades que establecen los objetivos educativos, y las estrategias de aprendizaje son según Monereo (2000) “Capacidad debe entenderse como una disposición genética que permite ejecutar varias conductas, y habilidad, como una capacidad desplegada en actuaciones desarrolladas a través de la práctica” (p. 24), en todos estos conceptos lo importante es que son acciones encaminadas a desarrollar habilidades buscando un fin.

Por consiguiente, es preciso señalar que las habilidades cognitivas a las cuales serían aplicables ciertas estrategias son: observación, análisis, síntesis, ordenación, clasificación, representación de datos, retención, recuperación, interpretación inductiva, deductiva, transferencia, evaluación y autoevaluación, y de acuerdo a Calleja (2009) estas estrategias pueden dividirse en cognitivas, como adquisición(exploración, y repaso, codificación integración de la información que se va a aprender, organización, agrupamientos, resúmenes, esquema, mapas, formulas, diagramas, entre otras. Las metacognitivas entre las cuales están planificación, ejecución y evaluación y de apoyo como son: autoconocimiento, socios afectivos y motivacionales.

Para efecto de esta investigación se desarrollan las estrategias Metacognitivas las cuales son habilidades de pensamiento compuestas de operaciones intelectuales sobre los procesos

involucrados en la resolución de una tarea, pudiendo estas organizarse en una secuencia de operaciones interdependientes (Mayer, R. y Wittrock, M. 2006). No obstante, estos procesos según Sperling, et al (2004) son de tres tipos: los meta componentes, que son los procesos de orden ejecutivo que empleamos para planear qué vamos a hacer, monitorear lo que estamos haciendo y evaluar lo que hemos hecho; los componentes de desempeño, que son los procesos que ejecutan la tarea que los meta componentes han planeado; y por último los procesos de adquisición de conocimientos, que son los que empleamos para adquirir nueva información.

**2.2.2.1. Estrategias Metacognitivas una aproximación Teórica.** Considerando lo antes expuesto, existe una diferencia entre tener alguna información y ser capaz de acceder a ella cuando se necesita; entre tener una habilidad y saber cuándo aplicarla; entre mejorar el resultado en alguna tarea particular y darse cuenta de qué se ha hecho. Es el reconocimiento de tales diferencias lo que ha llevado a la noción de metacognición. La metacognición se ha definido de muchas maneras, pero las principales definiciones parten de los componentes que se le adjudican: conocimiento, experiencias y habilidades metacognitivas.

Ahora bien, el conocimiento metacognitivo es el conocimiento acerca del conocimiento y del saber, incluyendo el conocimiento de las capacidades y limitaciones de los procesos del pensamiento humano. Se refiere a cuánto entienden los alumnos sobre sus conocimientos y sus formas de aprender. Según Paris et al., 1984, (citado en Sperling et al., 2004), existirían tres tipos de conocimiento metacognitivo. El conocimiento declarativo, sobre las habilidades generales que tenemos, el conocimiento procedural, sobre qué tan efectivos somos en la resolución de problemas, y el conocimiento condicional, sobre cuándo emplear estrategias específicas.

Por otra parte, las habilidades metacognitivas pueden pensarse como habilidades cognitivas que son necesarias y útiles para la adquisición, uso y control del conocimiento y de

otras habilidades cognitivas. Ellas incluyen la habilidad para planificar y regular el uso efectivo de nuestros propios recursos cognitivos. En otras palabras, las habilidades metacognitivas permiten dirigir, monitorear, evaluar y modificar el aprendizaje y pensamiento. Se refiere a cómo los alumnos pueden regular su memoria y su aprendizaje (Brown, 1997, citado en Sperling et al., 2004). Para Feo (2010), las estrategias metacognitivas son las que gobiernan el propio comportamiento del individuo al poner atención, aprender, recordar y pensar (adquisición), no se aprende en ocasiones aisladas, que es el caso con actividades intelectuales; en lugar de ello, sufren un refinamiento a lo largo de los períodos de desarrollo evolutivo del sujeto.

Aunado a esto, se conoce el trabajo de Flavell uno de los pioneros de la investigación en el área de la metacognición, y a él con frecuencia se le atribuye la paternidad del término, el cual utiliza para referirse tanto al conocimiento o conciencia que uno tiene acerca de sus propios procesos y productos cognitivos, como al monitoreo (supervisión sobre la marcha), la regulación y ordenación de dichos procesos en relación con los objetos cognitivos, datos o información sobre los cuales ellos influyen, normalmente al servicio de un objetivo o meta relativamente concreta (Flavell 1993, citado en Mateos, 2001, p. 67).

De acuerdo con el modelo de Flavell, se destaca que la metacognición como producto es un conocimiento derivado de la reflexión misma del acto de conocer y la metacognición como proceso es el conocimiento que adquiere el individuo cuando supervisa, controla, autocontrola, regula sus propios procesos cognitivos, no obstante, el control que puede ejercer una persona sobre su propia actividad cognitiva depende de las acciones e interacciones entre el conocimiento metacognitivo, las habilidades o estrategias metacognitivas y cognitivas, y las experiencias metacognitivas (Mateos, 2001).

Las experiencias metacognitivas, según la conceptualización de Flavell (1993), son experiencias conscientes que están enfocadas en algún aspecto, o aspectos, de nuestro propio

rendimiento cognitivo. Son ideas, pensamientos, sensaciones o sentimientos que acompañan la actividad cognitiva que pueden llegar a ser interpretadas conscientemente (Mateos, 2001). Este concepto enmarca procesos del pensamiento relacionado con los siguientes aspectos:

**(a) Principio de Actividad basado en la Reflexión y el Pensamiento Crítico**, también conocido como análisis y discusión metacognitiva. Aquí con este principio se busca llevar al alumno a reflexionar acerca del proceso que ha seguido en la realización de una determinada actividad y resalta en ella los aspectos positivos y aquellos que se requiere reforzar, aspecto o estrategia que será tomada en cuenta en el desarrollo de esta investigación para la aplicación del método de Pólya.

**(b) La Secuencia Lógica es una Estrategia Metacognitiva**, referida a elaborar planes de acción de los pasos del método de Pólya para establecer este método en el aula será entonces: En un primer momento el profesor resuelve solo el problema; posteriormente, lo resuelven conjuntamente el profesor y alumno, siendo el primero quien guía el proceso; En un tercer momento, siguen resolviendo el problema conjuntamente, pero es el estudiante quien guía el proceso; por último, en el cuarto estadio, el alumno resuelve los problemas de modo independiente.

**(c) Aprendizaje Cooperativo**, el objetivo principal de esta estrategia es el de promover la realización conjunta de diferentes tareas, tomando como base que la cooperación promueve el aprendizaje personal y el grupal. Es importante resaltar que para trabajar esta estrategia se debe tener en cuenta aspectos como el conocimiento previo de los estudiantes respecto al contenido que se quiere abordar, la diversidad del grupo o la planificación minuciosa de la tarea que tendrá que realizar el docente (Calvo, 1998).

Continuando con lo relacionado con el trabajo colaborativo como estrategia metacognitiva Pifarré et al (2001), proponen cinco estrategias generales que se utilizan para

llevar a cabo dicha tarea: 1) Se debe comprender y analizar el problema, 2) Planificar un plan de resolución, 3) Organizar los datos elaborando un diagrama, 4) Resolver el problema y 5) Evaluar el proceso y el resultado obtenido. Se aclara que esta propuesta no es lineal, sino de tipo estratégico, es decir, se busca brindarles a los estudiantes la comprensión de los procesos cognitivos generales que se dan al resolver un problema.

### ***2.2.3 Método de George Pólya para la Comprensión de Problemas Matemáticos***

Para Krulic (1993), la resolución de problemas es un proceso través del cual un individuo usa información, habilidades o entendimientos previamente adquiridos, para satisfacer las demandas de una situación desconocida o poco familiar. El proceso comienza con la confrontación inicial y concluye con la respuesta obtenida. El alumno debe sintetizar lo que ha aprendido y aplicarlo a la nueva situación.

No obstante se entiende por problema según Pifarré y Sanuy (2001), una situación, cuantitativa o cualitativa, que confronta a un individuo o a un grupo, que requiere de resolución, y para el cual no se conoce ningún camino hacia la respuesta, sin embargo se debe diferenciar entre: a) Pregunta: situación que se puede resolver a través del recuerdo-memoria, b) Ejercicio: situación que implica ejercitación y práctica, para reforzar habilidades o algoritmos previamente aprendidos y c) Situación que requiere pensamiento y síntesis de conocimiento previamente aprendido para su resolución. Por lo tanto, para Callejo (1998) se define como

Una situación que plantea una cuestión matemática cuyo método de solución no es inmediatamente accesible al sujeto que intenta responderla porque no dispone de un algoritmo que relacione los datos y la incógnita o los datos y la conclusión, y debe, por tanto buscar, investigar, establecer relaciones, implicar sus afectos, entre otros; para hacer frente a una situación nueva” (p. 112).

El problema, además, debe ser percibido como tal por el alumno, independientemente de la razón. Si el alumno no acepta el desafío, en ese momento no es un problema para el alumno. Por consiguiente, el problema debe satisfacer los siguientes criterios: 1) Aceptación: El sujeto acepta el problema; hay un compromiso personal, debido a cualquier motivo (motivación interna o externa, deseo de experimentar el agrado de resolver un problema). 2) Bloqueo: Los intentos iniciales del sujeto por resolver el problema son infructuosos; sus respuestas o patrones de enfrentamiento habituales no funcionan. 3) Exploración: El compromiso personal fuerza o mueve al sujeto a explorar nuevos métodos de enfrentamiento.

**2.2.3.1. Estructura del Método de Pólya (1981).** Dentro de este marco de contenidos, surge el Método de George Pólya el cual consiste en una secuencia de pasos que va desde la comprensión hasta la evaluación del problema, se presenta como un camino para el razonamiento matemático en el cual el alumno puede desarrollar habilidades metacognitivas que lo lleven a la comprensión, reflexión crítica, asumir una posición intelectual propia, es decir autorregularse y utilizar el trabajo colaborativo en función de aprender haciendo y aprender a aprender, este método consta de cuatro pasos que se explican a continuación:

**2.2.3.1.1 Paso 1. Comprensión del Problema.** Las estrategias metacognitivas y este primer paso propuesto por Pólya coinciden en que lo esencial es comprender de qué trata el enunciado, leer con detenimiento y darse cuenta cual es la incógnita o pregunta central del problema, cuáles son los datos presentes, si es capaz de plantear el problema con sus propias palabras, y sabe el punto de partida y el punto de llegada, es decir un primer momento de encuentro con la situación o evento, en la cual debe reflexionar buscando lo que ya sabe e identificar el nuevo contenido, aquí se puede utilizar la estrategia metacognitiva referida al principio de actividad basado en la reflexión y el pensamiento crítico.

**2.2.3.1.2 Paso 2. Concepción de un Plan.** Ahora bien, en este segundo paso el estudiante deberá pensar en una estrategia que le permita seguir un plan para resolver, es decir, a través de la pregunta cuestionarse algunos aspectos como: ¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿Ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente? He aquí un problema relacionado al suyo y que se ha resuelto ya. ¿Podría usted utilizarlo? ¿Podría utilizar su resultado? ¿Podría emplear se método? ¿Le haría a usted falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo? ¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Ha empleado todos los datos? ¿ha considerado usted todas las nociones esenciales concernientes al problema? todas estas cuestiones ayudan a generar ideas como posibles mecanismos de acción o patrón de trabajo para llegar al resultado, en todo caso puede hacer una lista, un diagrama, ensayar una opción, sacar algunas cuentas u operaciones, entre otras.

**2.2.3.1.3 Paso 3. Ejecución del Plan.** Con la asistencia del trabajo colaborativo o con la ayuda del docente, el estudiante puede desarrollar su problema de acuerdo al paso anterior, sino alcanza el éxito, puede reiniciar su proceso y seguir intentándolo hasta llegar a dominar el proceso, Pólya refiere que se puede conceder un tiempo razonable para ejecutar el plan, es tal vez la etapa más importante, y en ella están presentes los conocimientos previos y el dominio de conceptos y relaciones ya existentes.

**2.2.3.1.4 Paso 4. Visión Retrospectiva.** Este último paso es muy importante, ya que el estudiante tiene la posibilidad de revisar su trabajo y asegurarse de no haber cometido algún error; se puede orientar con preguntas como: ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema? ¿Puedes ver como extender tu solución a un caso general? Si al resolver los problemas los estudiantes emplean en forma consiente y cuidadosa cada uno de los

anteriores pasos, aprenderán a diseñar y poner en práctica estrategias que les permitan alcanzar el éxito.

#### ***2.2.4 Estrategias Metacognitivas Basadas en el método de Pólya para la Comprensión de Problemas Matemáticos***

Vinculado a los contenidos anteriores, es necesario indicar que en esta investigación se llevara a cabo el método de Pólya desarrollado cada uno de sus pasos a través de estrategias metacognitivas como: Principio de actividad basado en la reflexión y el pensamiento crítico, específicamente se refiere a la oportunidad de que los estudiantes durante el proceso de aprendizaje se les brinde conscientemente oportunidad para participar, exponer sus ideas, dudas, temores a la vez que activamente construye sus conocimientos, la secuencia lógica del plan es una estrategia donde el estudiante a la vez que aprende un método, procedimiento, sigue paso a paso un contenido donde puede a través de esta secuencia relacionar los conceptos y elaborar con sentido para él sus propias conclusiones.

Aunado a lo anterior esta la estrategia metacognitiva referida al aprendizaje colaborativo a partir de la zona de desarrollo próximo de Vygotsky donde los alumnos avanzados o con mayor dominio pueden colaborar con los que presentan dificultad en la realización de los problemas matemáticos, este trabajo en equipos le brinda a los participantes en cada sesión de clase no solo compartir, aprender haciendo, sentirse un ser social, y colaborar entre todos los educandos a construir los conceptos, operaciones, soluciones a los problemas en un ambiente de confianza, amistoso y cordial donde a través de la inclusión y participación todos aprenden con la orientación de la docente como un pilar fundamental pedagógico en el proceso, es decir entienden que la suma de las partes es mayor que todo, una visión holística del aprendizaje.

Es también necesario referir que la presencia del docente como un facilitador del proceso, su planificación y su actitud positiva en la praxis pedagógica es fundamental por lo que crear un espacio agradable y de confianza es primordial, además abrir debate con preguntas donde los estudiantes puedan exponer sus preocupaciones, dudas y limitaciones, promover un intercambio entre los saberes con respeto por la diversidad, darle participación a todos y no solo a los que más saben, relacionar los problemas con la vida diaria es decir, realizar transferencias de lo aprendido.

Al respecto, la metacognición se basa en los procesos de auto conciencia, es decir, darse cuenta para lo cual se pedirá a los estudiantes en reflexionar sobre: saber qué, saber cómo, además en la supervisión activa que significa una revisión constante sobre el proceso de comprensión para no dar lugar a vacíos conceptuales, se debe llevar al alumno a la comprensión total, si es posible una visión holística de todo el panorama, y por último al producto cognitivo que sería la respuesta final o el resultado, que en matemáticas es importante, ya que de nada serviría un proceso exitoso con resultados inciertos o incorrectos, por lo que el estudiante debe asegurarse de tener su aprobación o validación en cuanto a su aprendizaje.

### **Capítulo 3. Metodología**

El desarrollo de este capítulo constituye una estructura metodológica que orienta el trabajo hacia la búsqueda de datos claves para el procesamiento de la información de manera que

se pueda estudiar el contexto donde ocurren los hechos para lo cual se inicia con la definición del paradigma y enfoque donde se enmarca este trabajo, el método, la población y muestra del estudio, criterios de selección de los informantes claves, el sistema de hipótesis, las fases metodológicas que forman la estructura de desarrollo, las técnicas de recolección de datos y las matrices de concordancia entre los objetivos, preguntas, fases y técnicas de recolección datos.

### **3.1 Paradigma y Enfoque de la Investigación**

Es importante definir primeramente que es un paradigma para lo cual es necesario recordar a Thomas Kuhn de 1975 a quien se debe este término que significa patrón, modelo, norma o constructo teórico que orienta el pensamiento y proceder de un grupo, en investigación se refiere según Alvero (1976) basado en la concepción de Kuhn es “un conjunto de acciones científicas universalmente reconocidas que durante un tiempo proporcionan modelos de problemas y soluciones a una comunidad científica” (p. 57), tomando en cuenta estas ideas, se puede decir, que es un tipo de acciones y explicaciones sobre asuntos científicos que comparten un determinado grupo y de alguna manera definen una manera de concebir una realidad.

En relación al concepto anterior, el paradigma de este estudio es Pos positivista o interpretativo, el cual se define según: Hernández et al (2014) hacen un resumen de las características del paradigma post-positivista, en donde afirman que en éste la realidad puede ser conocida por el investigador ya que forma parte del fenómeno de interés, la teoría o hipótesis que sustenta la investigación influye en el desarrollo de la misma. También es conocido como paradigma interpretativo lo cual significa que la realidad es cambiante, dinámica, y las acciones humanas son un modo de concebir la realidad, desde esta perspectiva entre el investigador y el hecho que se estudia se construye una realidad dialéctica, se refiere más bien a la exposición y

lucha de los argumentos expuestos en una conversación o discusión, para efecto de este estudio es la interacción entre la investigadora y los informantes claves o estudiantes.

En cuanto al enfoque es socio crítico ya que permite el protagonismo del sujeto individual y colectivo o institucional, donde se busca alcanzar niveles de bienestar cada vez mayores. Según Restrepo (2005) “El enfoque socio crítico invita a pensar en la restauración de una cultura de la esperanza que tiene como eje la acción organizada tendiente a la transformación individual y colectiva en busca de una mejor calidad de vida”, no obstante, este enfoque precisa de herramientas derivadas de la observación de la realidad, de la expresión natural de sus actores, y de procesos plasmados en el contexto que ocurren cotidianamente, es decir, acontecimientos, testimonios, que permiten conocer información de forma activa en las propias realidades educativas (p, 159).

### **3.2 Método de Investigación**

Continuando con lo anterior, el método se inscribe en investigaciones educativas evaluativas, se basa en un corte cuasi experimental donde a los estudiantes se le aplica un pre test y post test para demostrar la efectividad de la implementación de las estrategias metacognitivas basada en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes de séptimo grado “A” de la Institución Educativa Ciro Pupo y aplicando el método de Investigación Acción Participativa (IAP) en su condición cualitativa, según Elliott (1994) consideró que la investigación-acción “es el estudio de una situación social con el fin de mejorar la calidad de la acción dentro de la misma. En este sentido, estudiar la comunidad desde la escuela, en busca de mayores niveles de bienestar, requiere la constante reflexión del docente-investigador” (p, 46).

No obstante referir que las investigaciones educativas evaluativas (IEE) según a MacMillan y Schumacher (2005) son:

La investigación evaluativa se ocupa de una práctica concreta en una situación o situaciones determinadas. La práctica puede ser un programa, un producto o un proceso, pero la situación es crucial. La investigación evaluativa juzga el mérito y el coste de una práctica concreta en función de los valores que priman en la situación. La evaluación determina si la práctica funciona (p. 24).

Aunado a lo anterior, la investigación evaluativa es necesaria en los contextos educativos ya que permiten profundizar en la actuación de los docentes y el rendimiento de los estudiantes en todas las asignaturas en especial con relación a la comprensión y solución de problemas matemáticos, la naturaleza reflexiva de los docentes investigadores permitirá aportar estrategias, procedimientos, métodos y lineamientos para elevar la calidad educativa en diferentes situaciones y contextos.

### **3.3 Población y Muestra**

Para el desarrollo de esta investigación, se hace necesario seleccionar las unidades de análisis y de trabajo que conforman la muestra del estudio, en ese sentido según Hernández et al (2014) “La población es el conjunto de todos los casos que concuerdan con determinadas especificaciones” (p. 121), para este estudio el grado séptimo A de la institución objeto de estudio tiene 40 estudiantes en la asignatura de Matemáticas de los cuales son 18 niños y 22 niñas y un docente.

Ahora bien, para constituir la muestra definida por el mismo autor como una parte representativa de la población, en los estudios cualitativos se trata de seleccionar los casos más

relevantes para abordar el tema o categorías del estudio, la lista de los informantes claves se seleccionaron, como unidad de análisis, diez (10) estudiantes que hacen parte del grado séptimo A de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, entre 11 y 12 años de edad con el fin de intervenir en su proceso académico a través del análisis de la competencia de resolución de situaciones problemas y poder lograr transformar la realidad, se hace la salvedad que debido a la situación de emergencia sanitaria, las clases se están desarrollando a través de la virtualidad, es decir, mediado por las tics en especial comunicación vía WhatsApp y alternancia, por tanto, no se cuenta con la total asistencia de los estudiantes.

**Cuadro 1**

*Descripción de la Unidad de Análisis y la Unidad de Trabajo*

<b>Institución Educativa Ciro Pupo Martínez.</b>	<b>Docentes</b>	<b>Estudiantes</b>	<b>Total</b>
Programa de Matemática	01	10	11
<b>Total</b>	01	10	

*Nota: Unidades de análisis y de trabajo año lectivo 2021 en la Ciro Pupo Martinez de la Paz, Cesar de acuerdo con Hernández et al., (2014), elaboración propia (2021).*

**3.4 Criterios de Selección**

Los criterios de selección para la muestra fue considerando en primer lugar que tanto el docente investigador como los estudiantes seleccionados como los informantes claves pertenecen a la institución Educativa Ciro Pupo Martínez, además son conscientes y aceptaron formar parte de esta investigación para lo cual firmaron un documento llamado Consentimiento informado donde se les explica los motivos y desarrollo de la tesis, por último se toman en cuenta parámetros de calidad como la participación activa y la reflexión crítica sobre el proceso de los estudiantes.

### 3.5 Sistema de Hipótesis

Considerando los contenidos, objetivos, y el problema planteado a continuación se presentan los siguientes supuestos de investigación, los cuales forman parte de los estudios cuasi experimentales, los cuales se expresan a continuación:

*Supuesto de Investigación 1 (Si)*, La implementación de estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya si favorece la comprensión de problemas matemáticos en la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez.

*Supuesto de Investigación 2 (Si)*, La implementación de estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya no favorece la comprensión de problemas matemáticos en la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez.

### 3.6 Técnicas e Instrumentos de Recolección de la Información

Todo proceso investigativo requiere de una serie de técnicas e instrumentos de recolección de datos con la finalidad de recabar información pertinente a las categorías del estudio, además forman la base práctica o de la realidad donde está inmersa la problemática que se quiere intervenir para transformar y elevar la calidad educativa de la institución y desde luego tomar medidas que conlleven a una praxis pedagógica acorde a los contextos y tiempos referidos.

En ese sentido, las técnicas se definen por Gurdían (2005), conjunto de elementos o recursos para la obtención de información básicamente referida a percepciones, sentimientos, actitudes, opiniones, significados y conductas que permiten llegar a los hallazgos sobre el problema estudiado. Entre las cuales para efecto de esta investigación se mencionan las siguientes:

### ***3.6.1 Observación Participante***

En relación con esta técnica la investigadora hace una inmersión en el contexto de estudio, es decir, forman parte de él, de tal forma que observe la realidad de primera mano, para conocer y comprender la situación o comportamiento del grupo. Según Gurdíán (2005) estas observaciones se pueden registrar en los siguientes tipos de instrumento pertinente a esta técnica como son: el cuaderno o diario de campo en el cual se describen todos los hechos que acontezcan durante el proceso investigativo. Para este estudio esta técnica estará presente en todo el desarrollo de las fases o rutas metodológicas, en especial para el objetivo 3 donde se implementarán las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez.

### ***3.6.2 Revisión Documental***

De acuerdo a los estudios cuanti cualitativo esta técnica es importante ya que permite sustentar teóricamente a través de documentos fuentes las categorías del estudio, según Hurtado (2010) se trata de “una técnica donde se recoge información sobre un tema dado” en la cual se analiza y registra aspectos necesarios, en este caso, para la enseñanza aprendizaje de problemas matemáticos de séptimo grado, se consultó el programa de dicha asignatura, los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) y los contenidos relevantes sobre el Método de Pólya para lo cual se consulta el procedimiento a utilizar en la enseñanza de las matemáticas.

### **3.6.3 Encuesta**

Otro instrumento importante en este estudio es la encuesta la cual es definido por García (2015), como “conjunto de procedimientos estandarizados de investigación mediante los cuales se recoge y analiza una serie de datos de una muestra de casos representativa de una población, del que se pretende, describir o explicar una serie de características”, en este caso se elabora una prueba para la evaluación diagnóstica o pre test y luego de la implementación de estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en estudiantes de séptimo grado A de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez.

No obstante, se aplicará de nuevo para analizar su efectividad es decir un post test, la aplicación de este instrumento esta además conformado en una primera parte A contentivo con tres problemas matemáticos para ese nivel de aprendizaje con la intención de medir el nivel inicial y final de los participantes, y una segunda parte o B con preguntas abiertas o de carácter cualitativas para analizar su criterio u opinión sobre los procedimientos empleados en la solución de dichos problemas.

### **3.6.4 Diario de Campo**

El diario de campo es un instrumento útil en las investigaciones cualitativas ya que representan un documento donde se registra todo lo que acontece en el hecho educativo durante la experiencia docente, en este caso al momento de las fases de la investigación, en especial la implementación de las estrategias metacognitivas, se puede definir según Gurdían (2005) “es un registro detallado, preciso y completo de acontecimientos y acciones.” (p, 209), esto significa que el investigador escribe en una libreta o cuaderno todo lo que va ocurriendo en su proceso investigativo. Para efecto de este trabajo sobre todo se registrará las tres sesiones donde se

aplicará el método de Pólya a través de estrategias metacognitivas en los estudiantes seleccionados del séptimo grado “A”.

### **3.7 Fases de la investigación. Ruta Metodológica (Álvarez y Álvarez, 2007)**

La ruta metodológica que se adapta a los objetivos de este estudio en lo que se refiere a la transformación de las prácticas pedagógicas en la enseñanza- aprendizaje de la comprensión de problemas es la propuesta de Álvarez y Álvarez (2007) la cual permite un proceso permanente de planificación, acción, observación y reflexión que constituyen las fases del proceso investigativo en concordancia con el método de Pólya y las estrategias metacognitivas, a continuación, se explican brevemente:

#### ***3.7.1 Fase I Planificación***

Buscando mejorar y generar una transformación progresiva en las prácticas educativas de la cátedra de matemática, especialmente en lo que concierne en la enseñanza-aprendizaje de la comprensión de problemas, se desarrollan contenidos referidos al diseño e implementación de tres sesiones contentivas con las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya que comprende: entender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan, verificar la respuesta, que serán desarrollados durante el proceso de intervención que conlleve a la búsqueda, organización y solución de problemas matemáticos.

#### ***3.7.2 Fase II Acción***

En esta etapa, primero se realiza un diagnóstico a través de una prueba o pre test comprendida en dos partes la primera : A mide la solución de problemas para identificar el nivel inicial de la habilidad de comprensión y resolución de problemas, y la segunda parte B la opinión

de los estudiantes en relación al proceso empleado en la solución de los problemas matemáticos y luego se implementan tres sesiones pedagógicas de resolución de problemas basada en el método de Pólya para la comprensión , al finalizar de nuevo se aplicara una prueba o post test para medir la efectividad de las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya, de tal manera que se propicien espacios donde ellos comprendan, socialicen y reflexionen.

**3.7.3. Fase Observación y Reflexión**

Consiste esta fase en realizar la sistematización de los resultados con el objetivo de analizar la efectividad de las estrategias metacognitivas, con el fin de presentar los hallazgos encontrados antes y después de la intervención, contrastar con los referentes teóricos y las interpretación de la docente investigadora la cual hará un análisis exhaustivo de los resultados obtenidos en la experiencia, de tal forma que pueda darse información relevante sobre esta problemática a fin de generar las líneas de acción como aportes de este estudio en la mejora del proceso educativo, las conclusiones y recomendaciones pertinentes donde se refleje el impacto social y educativo de la investigación.

**Cuadro 2**

*Matriz de Concordancia entre las Categorías, Objetivos, Técnicas de Información y Unidades de Análisis.*

<b>Categorías</b>	<b>Objetivos</b>	<b>Fase</b>	<b>Técnica</b>	<b>Unidad de análisis</b>
Comprensión de problemas matemáticos	1 Diagnosticar el nivel inicial en la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado 7 de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez	Planificación Diagnóstico	Prueba pre test	Estudiantes y docente

Categorías	Objetivos	Fase	Técnica	Unidad de análisis
Estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya.	2. Diseñar estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado 7 de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez	Planificación	Análisis documental Programa de matemática séptimo grado	Docente
Estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya.	3 Implementar estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado 7 de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez	Observación y reflexión	Observación participante registro de las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya en el diario de campo. Plan de acción con las estrategias metacognitivas	Estudiantes y Docentes
Estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos	4. Evaluar las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado 7 de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez	Reflexión y análisis	Baremo Pre test y Pos test análisis cuantitativo. Diario de campo.	Docente
Estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos	5 Promover lineamientos teóricos -prácticos a través de las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez.	Reflexión	Triangulación	Docente

*Nota: Estructura concordante entre las categorías, objetivos, técnicas de información y unidades de análisis. Elaboración propia (2021).*

**Cuadro 3**

*Matriz de Concordancia Pregunta Problemática, Objetivos y Actividades.*

<b>Estrategias metacognitivas basada en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez</b>		
<b>Pregunta problemática</b>		
<b>¿Cómo favorecer la comprensión y resolución de problemas matemáticos a partir de una estrategia metacognitiva basada en el método de Polya en los estudiantes de séptimo grado “A” de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez?</b>		
<b>Objetivo general</b>		
favorecer la comprensión y resolución de problemas matemáticos a partir de una estrategia metacognitiva basada en el método de Polya en los estudiantes de séptimo grado “A” de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez		
<b>Preguntas específicas</b>	<b>Objetivos específicos</b>	<b>Actividades</b>
1 ¿Cuál es el nivel inicial en la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado 7 <sup>mo</sup> de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez?	1 Diagnosticar el nivel inicial en la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado 7 de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez	Aplicación de una prueba diagnóstica basada en la solución de problemas matemáticos a los estudiantes de séptimo A
2 ¿Qué aspectos debe tomarse en cuenta al diseñar estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado 7 <sup>mo</sup> de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez?	2 Diseñar estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado 7 de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez	¿Elaboración de una planificación documental estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado 7 <sup>mo</sup> de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez?
3 ¿Cómo implementar estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado 7 de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez?	3 Implementar estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado 7 de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez	Desarrollo de tres sesiones o estrategias metacognitivas desde su momento inicial hasta el cierre aplicando las cuatro fases del método de Pólya.

Preguntas específicas	Objetivos específicos	Actividades
4. ¿Cómo evaluar las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado 7 de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez?	4. Evaluar las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado 7 de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez	Aplicar una prueba de post test. Comparación de los resultados del pre test y post test, análisis de la efectividad de las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos.
5 ¿Cómo promover lineamientos teóricos - prácticos a través de las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez?	5 Generar lineamientos teóricos - prácticos a través de las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez.	Lineamientos teóricos y prácticos para la comprensión de problemas matemáticos.

*Nota: Estructura concordante entre preguntas específicas, objetivos específicos y actividades basada en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, La Paz- Cesar, elaboración propia (2021).*

#### **Capítulo 4. Resultados y Análisis de la Investigación**

De acuerdo al desarrollo del proceso investigativo plasmado en los capítulos anteriores, como son el problema, los objetivos, justificación, el marco referencial y teórico que sustentan los contenidos relevantes para cada categoría y la ruta metodológica que caracteriza este proyecto con los estudiantes de séptimo grado “A” y su docente investigadora en la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez del departamento del Cesar, donde se aplicaron los instrumentos de recolección de datos que permitieron llegar a la aplicación de estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos.

En ese sentido, en este capítulo se presentan los resultados obtenidos a partir de la construcción de los conocimientos y experiencias para cada objetivo de esta investigación donde en primer lugar se realizó una diagnosis para conocer los conocimientos previos de los estudiantes, esto fue posible con una prueba o pre test, luego se procedió al diseño de estrategias metacognitivas en tres sesiones de clase con una duración de cuatro horas donde se desarrolló la planificación de las etapas del Método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos.

Continuando se implementaron las estrategias metacognitivas con los estudiantes seleccionados, registrando en el diario de campo todos los momentos pedagógicos que se vivieron, se aplicó de nuevo una prueba o post test para analizar la efectividad de dichas estrategias, se comparó los resultados a través de un baremo, y finalmente se realizó la triangulación de toda la información obtenida con los hallazgos encontrados, la contrastación con los referentes teóricos y la interpretación de la investigadora, para así llegar al Capítulo 5, donde se exponen las conclusiones, recomendaciones y como aporte el impacto social educativo del estudio a partir, de unas líneas de acción como mejoras al proceso de enseñanza- aprendizaje de las matemáticas en la institución educativa Ciro Pupo Martínez.

#### 4.1 Sistematización y Análisis de Resultados

El proceso investigativo que orientó este trabajo, comprende para el logro del objetivo 1, referido a diagnosticar el nivel inicial en la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, la realización de una prueba en dos partes, en cuanto a la parte “A” basada en una evaluación cuantitativa estos son los resultados:

#### Cuadro 4

*Resultados del pre test. Parte A. Solución de problemas*

Estudiantes	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Resultados
Arzuaga Alma	Marco la A	Marco la D	Marco la D	Solo respondió correctamente el problema 2
Andrade Ana	Marco la B	Marco la D	Marco la A	Todo bien
Caballero Miguel	Marco la A	Marco la D	Marco la D	Solo respondió correctamente el problema 2
Ferías Divina	Marco la A	Marco la C	Marco la D	Respondió todo incorrecto.
Minorta Juan	Marco la A	Marco la D	Marco la D	Solo respondió el problema 2 correctamente
Osorio Valerin	Marco la B	Marco la D	Marco la D	Respondió el problema 1 y 2 correctamente
Padilla Andrea	Marco la A	Marco la D	Marco la D	Respondió el problema 2 correctamente
Rincón Danitza	Marco la C	Marco la C	Marco la C	Tres problemas incorrectos
Sierra Juliana	Marco la C	Marco la C	Marco la D	Tres problemas incorrectos
Torres Lorena	Marco la B	Marco la D	Marco la A	Todo bien

*Nota: Resultados obtenidos de la prueba pre test Parte “A”, en el ejercicio de diagnosticar el nivel inicial en la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, elaboración propia (2021).*

**Cuadro 5***Respuestas Correctas Pre test*

<b>Problemas</b>	<b>Opción de respuestas Correctas</b>
Problema 1	Letra B
Problema 2	Letra D
Problema 3	Letra A

*Nota: Respuestas correctas para los problemas 1, 2 y 3 previamente formulados, elaboración propia (2021).*

**4.1.1 Análisis de los Resultados Pre test Parte “A”. Solución de Problemas**

En el cuadro anterior se observa en la evaluación cuantitativa: que solo dos alumnas Andrade Ana y Torres Lorena lograron responder correctamente todos los problemas, sin embargo en la parte “B” del examen de igual manera como todos los estudiantes aun cuando sus problemas tuvieron respuestas correctas estas alumnas no argumentaron sus respuestas de forma contundente ni tampoco hicieron una revisión final o se auto evaluaron, es decir, se pudo evidenciar que llegaron a esas respuestas de manera mecánica sin utilizar un método matemático de manera específica y consciente.

No obstante, el resto de los estudiantes fallaron en la solución de los problemas de los cuales tres estudiantes Divina, Danitza y Juliana no respondieron ningún problema correctamente, y cinco estudiantes que corresponde a la mitad del grupo con una respuesta correcta, significa que el nivel inicial para esta parte “A” de la prueba es bajo ya que solo dos estudiantes lograron responder satisfactoriamente la prueba.

**Cuadro 6**

*Resultados de la Parte “B” Referida a la Comprensión del Método de Pólya*

ESTUDIANTES	ITEMS	1. Comprensión del enunciado						2. Elaboración de un plan de acción						3. Ejecución del plan						4. Estrategia para evaluar						5. Consideras tus respuestas correctas			Idea central recabada		
		SI			NO			SI			NO			¿Cuál es?			SI			NO			Justificación								
		1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3		SI	NO						
ARZUAGA ARAUJO ALMA MARIA		X	X	X				X	X					X												X		por que el tercer problema responde al azar	El estudiante comprende el enunciado, elabora y ejecuta un plan, pero no utiliza una estrategia para evaluar el plan, no cuenta con argumentos para justificar la respuesta.		
ANDRADE RODRIGUEZ ANA ISABEL		X	X	X				X	X					Sumar, restar y multiplicar	X	X	X				X	X				X	X			Porque realice las operaciones indicadas para cada ejercicio	
CABALLERO LOPEZ MIGUEL ANGEL		X	X	X				X	X	X				Escribir los datos y hacer la operación	X	X	X							X	X	X	X			no estoy seguro	
FERIAS LOPEZ DIVINA MARCELA		X	X	X				X	X	X				Hacer operaciones basicas	X	X	X							X	X	X				No estoy segura	
MINORTA HERRERA JUAN DAVID		X	X					X	X		X	X		utilizar la suma, resta y multiplicacion para resolver los problemas	X	X				X				X	X	X	X			porque no estoy seguro de haberlo hecho bien	
OSORIO BOLAÑO VALERIN PAOLA			X	X	X					X		X	X		El plan es sumar, restar y multiplicar para obtener un resultado	X	X				X				X	X	X	X			
PADILLA PARRA ANDREA CAMILA		X	X	X				X	X	X				Realizar operaciones matematicas	X	X	X							X	X	X	X				
RINCON JARAMILLO DANITZA YULIETH		X	X	X				X	X	X				leer cada problema, luego sumar, restar o multiplicar	X	X	X							X	X	X	X				
SIERRA DE LA HOZ JULIANA			X	X	X				X	X	X				utilizar la suma, resta y multiplicacion para resolver los problemas	X	X	X							X	X					No se
TORRES MARQUEZ LORENA MARGARITA		X	X	X				X	X	X				utilizar Suma, resta y multiplicación	X	X	X				X	X					X	X	Porque leí cada ejercicio y realice la operación necesaria		

*Nota: Resultados obtenidos de la prueba pres test parte “B”, en el ejercicio de diagnosticar la comprensión del método Pólya hacia la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, elaboración propia (2021).*

#### **4.1.2 Análisis de la Prueba Pre test Parte “B” Comprensión del Método de Pólya**

Con respecto, al resultado de este cuadro de la parte “B” o evaluación cualitativa del examen pre test los estudiantes mostraron las siguientes características sobre sus criterios u opiniones en relación a los problemas resueltos siguiendo el método de Pólya, que se pudo estructurar para la prueba, pero se hace la salvedad que en el momento inicial o pre test, no se les informo a los estudiantes que se refería a un método en especial, es decir, la prueba no suministraba esa información a los estudiantes, solo que justificaran sus respuestas en la parte B, las preguntas fueron:

¿Comprendiste el enunciado? (método de Pólya, paso 1 comprensión del problema) a lo que los 10 estudiantes respondieron que sí, ¿Elaboraste un plan de acción para resolver los problemas? ( paso 2 tener un plan) los estudiantes respondieron realizar las operaciones básicas de sumar, restar y multiplicar en su mayoría sin seguir un plan de acción y solo dijeron “El plan es desarrollar las operaciones básicas sumar restar y multiplicar,” “escribir los datos y hacer la operación dice Caballero miguel”, “realizar las operaciones matemáticas dice” Padilla Andrea, Rincón Danitza, responde “leer cada problema y hacer las operaciones que sean necesarias”, estas ideas manifestaron que tenían en mente realizar las operaciones básicas ya conocidas.

Ahora bien, también en tercer lugar o ítems se les pregunto si luego de elaborar el plan lo llevaron a cabo, es decir, lo pudieron ejecutar, a lo que todos respondieron que si, en relación con la pregunta 4 si al desarrollar los problemas utilizaron alguna estrategia de auto evaluación dijeron todos que no utilizan estrategias para revisar o auto evaluar sus ejercicios. Y para la pregunta 5, ¿Consideras que en la parte A de este examen tus respuestas son correctas? Justifica tu respuesta, esto fue lo que contestaron: Alma que respondió al azar, miguel, divina y juan que no estaban seguros, Ana que solo realizo las operaciones necesarias, Lorena dijo que leyó los

enunciados y realizo las operaciones necesarias, y el resto de los estudiantes que no se o no contestaron.

De lo anterior se puede referir como idea central recabada por la docente investigadora que los estudiante comprende el problema, elabora un plan de acción, lo ejecuta pero no se autoevalúa, tampoco argumenta sus respuestas, no está seguro de lo responde no cuenta con argumentos propios ni justifica sus respuestas, para lo cual es importante mencionar que no se evidencia el uso de estrategias metacognitivas en el proceso de resolución de problemas matemáticos que tengan que ver con las habilidades intelectuales de reflexión y pensamiento crítico que implica la autorregulación donde esta inmersos el darse cuenta, la conciencia, y hacen los ejercicios utilizando más la mecánica o memoria, y la revisión del proceso o cuestionamiento intencional que hace referencia al feedback.

Continuando con los resultados obtenidos para dar respuesta al objetivo 2, referido a diseñar estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, se llevó a cabo el análisis documental del Programa de Estudio de matemáticas de séptimo grado MEN (2014 ) y la guía didáctica del docente, el camino para la prosperidad del Ministerio de Educación Nacional (2014) en el cual se tomó en cuenta diferentes contenidos para el diseño de las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya.

Además, sirvió de base el documento sobre el método de Pólya (1965) y el documento de Meneses y Peñaloza (2019) sobre las estrategias metacognitivas, Monereo (2002) todos estos documentos permitieron el diseño de tres sesiones con los estudiantes seleccionados por espacio de cuatro (04) horas cada uno siguiendo la planificación, que a continuación se presenta:

#### **4.1.3 Categoría de Estudio: Estrategias Metacognitivas**

En todas las sesiones estuvieron presentes las subcategorías: 1. Principio de actividad basado en la reflexión y pensamiento crítico, 2. Secuencia lógica de los contenidos y 3. Aprendizaje colaborativo considerando todo el proceso investigativo desarrollado en el presente trabajo, las cuales fueron planificadas y también desarrolladas en la implementación de cada sesión de manera consecutiva, es decir, en la medida que se desarrolla cada paso del método de Pólya se va introduciendo estas estrategias, el fin es que cada estudiante internalice y pueda experimentar; una participación activa, se sienta protagonista de su propia historia y constructos de su proceso de aprendizaje, que también asuma en cada sesión la secuencia, el paso a paso y vaya aprendiendo una cosa a la vez, para asimilar, acomodar, y transferir su nuevo conocimiento, esto es relacionar todo con lo que va aprendiendo de forma que tenga sentido para él.

Al respecto, la estrategia metacognitiva 1, se basa en el principio de actividad basado en la reflexión y el pensamiento crítico. También conocido como análisis y discusión metacognitiva. Aquí con este principio se busca llevar al alumno a reflexionar acerca del proceso que ha seguido en la realización de una determinada actividad y resalta en ella los aspectos positivos y aquellos que se requiere reforzar, aspecto o estrategia que será tomada en cuenta en el desarrollo de esta investigación para la aplicación del método de Pólya.

Ahora bien la estrategia metacognitiva 2 es la secuencia lógica es una estrategia metacognitiva referida a elaborar planes de acción de los pasos del método de Pólya para establecer este método en el aula será entonces: En un primer momento el profesor resuelve solo el problema; posteriormente, lo resuelven conjuntamente el profesor y alumno, siendo el primero quien guía el proceso; En un tercer momento, siguen resolviendo el problema conjuntamente, pero es el estudiante quien guía el proceso; Por último, en el cuarto estadio, el alumno resuelve los problemas de modo independiente.

Y la estrategia metacognitiva 3, se refiere al aprendizaje cooperativo: el objetivo principal de esta estrategia es el de promover la realización conjunta de diferentes tareas, tomando como base que la cooperación promueve el aprendizaje personal y el grupal. Es importante resaltar que para trabajar esta estrategia se debe tener en cuenta aspectos como el conocimiento previo de los estudiantes respecto al contenido que se quiere abordar, la diversidad del grupo o la planificación de la tarea que tendrá que realizar el docente (Beltrán, 1998).

En ese sentido, es decir, logre un aprendizaje consciente, significativo y por último que pueda formar parte de una experiencia colaborativa en la medida que trabaje en equipo, compartan sus dudas, temores, expectativas, en fin, que vivencié su desarrollo emocional y cognitivo en cada momento. De acuerdo a lo anterior, estas subcategorías quedan plasmadas en el siguiente cuadro, donde a continuación se presenta todo el diseño realizado por la docente investigadora tanto para la categoría estrategias metacognitivas como para la categoría método de Pólya que también se subdivide en las subcategorías correspondientes a los pasos del método como son: a) subcategoría 1, paso 1, comprender el problema, b) subcategoría 2, paso 2, concebir un plan de acción, c) subcategoría 3, paso 3, ejecutar el plan, y d) subcategoría 4 paso 4 mirar atrás, revisar todo lo antes realizado.

### **Cuadro 7**

*Matriz diseño de las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez.*

#### **Sesión 1.**

**Nombre de la sesión.** Conozcamos a un gran matemático, George Pólya.

**Día:** agosto 6 del 2021 **Hora:** 8 am a 12. **Lugar.** I.E. Ciro Pupo Martínez.

**Docente:** Nesly Vega. **Estudiantes:** 10 del grado séptimo “A”

Procesos metacognitivos	Fase del método de Pólya	Objetivo de la Sesión DBA	Estrategia metacognitiva	Contenido	Actividades
Planificación	Comprender el problema	<p>Resolver problemas matemáticos utilizando el método de Pólya como estrategia de enseñanza.</p> <p>Comprender y resolver problemas, que involucran los números racionales con operaciones (suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación) en contextos escolares y extraescolares</p>	Principio de actividad basado en la reflexión y el pensamiento crítico	<p>Explicación del método de Pólya.</p> <p>Paso 1. Comprender el problema.</p> <p>Paso 2. Concebir un plan.</p> <p>Paso 3. Ejecutar el plan.</p> <p>Paso 4. Revisar, y mirar atrás</p> <p>Importancia de método de Pólya como estrategia de solución de problemas.</p>	<p>Bienvenida</p> <p>Oración</p> <p>Dinámica (El número escondido)</p> <p>Explicación del docente.</p>
Planificación	Concebir un plan		Secuencia lógica referida a elaborar planes de acción	<p>Paso 2. Elaborar un plan.</p>	<p>Analizar la información en cada problema y realizar apuntes de los datos para concebir un plan.</p>
Control	Ejecutar el plan		Aprendizaje Cooperativo, participación y validación del conocimiento	<p>Paso 3. Ejecutar el plan</p>	<p>Resolver los 5 ejercicios utilizando el plan de acción escogido</p>

Procesos metacognitivos	Fase del método de Pólya	Objetivo de la Sesión DBA	Estrategia metacognitiva	Contenido	Actividades
Evaluación	Visión retrospectiva mirar atrás.		Evaluar el proceso y el resultado obtenido.	Paso4. Revisar, y mirar atrás.	Utilizar papel de colores cuaderno, hoja blanca y explicar el método en la resolución del problema

*Nota: Estructura específica de procesos metacognitivos, resaltando las fases del modelo de Pólya contrastadas con los DBA de la sesión, reservando estrategias metacognitivas afines con el contenido y las actividades hacia la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, elaboración propia (2021).*

#### 4.1.3.1 Presentación de las Estrategias Metacognitivas y Problemas Matemáticos.

##### Sesión 1.

A continuación se explicita el procedimiento del Método de Pólya y las estrategias metacognitivas utilizadas en el desarrollo de la sesión, estas están comprendidas en estrategias de Inicio, desarrollo y cierre, las mismas fueron seleccionadas para facilitar la comprensión de cada paso en la aplicación del método de Pólya, y son: Principio de actividad basado en la reflexión y el pensamiento crítico, Secuencia lógica referida a elaborar planes de acción y Aprendizaje Cooperativo, participación y validación del conocimiento, todas ellas forman parte en cada sesión desde el inicio hasta el final y se aplican de manera simultánea en cada paso del método de Pólya.

**4.1.3.1.1 Inicio.** Durante el momento de inicio de la sesión se realizan las siguientes actividades: Saludo de bienvenida a todos los participantes y realización de la oración, se les

permite la palabra para que ellos también expresen sus peticiones, alabanzas a Dios o acción de gracias por el nuevo día y la oportunidad de aprender algo nuevo cada día.

Presentación del tema, explicación del método de Pólya, la importancia de utilizarlo como estrategia de solución de problemas y procedimiento para llevar a cabo los cuatro pasos de Pólya. En este momento se presenta la dinámica: El número escondido, esta consiste en adivinar el número. Se organizarán grupos de dos estudiantes y cada grupo tendrán 10 fichas enumeradas del 0 al 9 con las cuales deberá armar el número escondido. Para encontrar el número debe tener en cuenta las pistas dadas por el docente que son:

- (a) Es un número de cuatro cifras sin repetición
- (b) La primera cifra es el doble de 2
- (c) La segunda cifra es el tercer número par
- (d) La tercera cifra es el un número que sea primo y par
- (e) La cuarta cifra el número divisor de 16 diferente al 1

Gana el equipo que primero encuentre el número, con esta dinámica se pretende motivar, llamar la atención y desarrollar la parte cognitiva de los participantes. Posterior a la dinámica se realizan algunos interrogantes como: ¿Qué tienes en cuenta para resolver un problema? ¿Has escuchado hablar sobre el método de Pólya?

**4.1.3.1.2 Desarrollo.** La docente comienza la actividad dándole a conocer la importancia de resolver problemas matemáticos de la cotidianidad manifestándole que esto le permite desenvolverse de manera segura y fácil en el diario vivir, también les habla sobre George Pólya un Matemático Húngaro famoso creador del método de Pólya, su contribución a la humanidad fue la preocupación por la enseñanza de las matemáticas y le pide a los estudiantes que reflexionen sobre la utilidad de un método en las matemáticas en la resolución de problemas.

Seguidamente la docente realiza dos modelaciones de los cuatro pasos de Pólya (entender el problema, diseñar un plan, ejecutar el plan y verificar el plan) en la resolución de una situación problema para sensibilizar a los estudiantes acerca de la forma como se pueden desarrollar un problema. Posteriormente se le entregan 5 problemas, hoja de block, papel bond y marcadores para desarrollar la actividad en cuatro momentos. Esta actividad será apoyada por la docente la cual formara dos equipos de tres estudiantes y dos equipos de dos estudiantes con los 10 presentes en cada sesión, los equipos se formarán siempre al inicio donde no pueden ser iguales para la próxima clase, de esa manera todos tienen la oportunidad de compartir, reflexionar y trabajar unidos con todos.

**Paso 1. Comprender el Problema:** la docente les indicara que deben leer detenidamente y las veces que sea necesario el enunciado del problema. Luego responder los interrogantes ¿entendió el problema? ¿Puedes explicar el problema con tus propias palabras? ¿Identificas los datos?, desde el inicio de cada sesión de clase, se construirá unos equipos colaborativos con los estudiantes, donde puedan compartir estas interrogantes y sus dudas e ideas.

**Paso 2. Concebir un Plan:** los estudiantes después de haber realizado la comprensión de las cinco situaciones problemas, se les indica que deben proceder a proponer una estrategia que le permita resolver el problema ya sea por razonamiento lógico, el ensayo o error u otra. Para esto se les pide responder ¿Has resuelto un problema parecido? ¿Qué tienes en cuenta para elaborar el plan de acción?

**Paso 3. Ejecutar el Plan:** Cada estudiante llevara a cabo el plan propuesto para resolver el problema, teniendo en cuenta la información suministrada y con la intención que en sus cuaderno de apuntes escriba y desarrolle todas las operaciones necesarias, en todos los pasos los estudiantes estarán en equipos de trabajos donde además de darle las orientaciones pertinentes, también tendrán la oportunidad de reflexionar, analizar, resolver con sus compañeros, dudas,

preguntas, ejercicios y hasta los resultados, lo que se busca es que puedan experimentar el concepto de ZDP donde los alumnos con más dominio guíen en la solución a los otros.

**Paso 4. Examinar la Respuesta o Mirar Atrás:** los equipos de trabajo deben comprobar su respuesta por medio de las operaciones matemáticas realizadas para resolver el problema y verificar su respuesta, este es el momento donde se pueden auto evaluar y validar con sus compañeros los aciertos y errores, de igual manera con su docente pueden corroborar si todo lo que hicieron está bien, donde se equivocaron y si es necesario emprender otra ruta de solución, a continuación se presentan los problemas para desarrollar en esta sesión 1.

### Problema 1

Una finca rectangular mide 187 metros de largo por 87 metros de ancho. Se desea cercar con una valla de alambre que se vende en rollos de 200 metros, a \$24.500 el rollo. ¿Cuántos rollos se necesitan y cuánto dinero cuesta cercar la finca?

- A. 5 rollos y debe pagar \$121.500
- B. 3 rollos y debe pagar \$73.500
- C. 4 rollos y debe pagar \$98.000
- D. 2 rollos y debe pagar \$49.00

### Problema 2

Sergio tiene cuatro cajas llenas de jarras. Cada caja tiene cuatro filas y cada fila contiene cuatro jarras. Si Pedro vende la cuarta parte de las jarras. ¿Cuántas jarras le quedan?

- A. 16 jarras
- B. 20 jarras
- C. 48 jarras
- D. 50 jarras

**Problema 3**

Una persona nació el año 23 a C. y murió en el año 31 de C. ¿A qué edad murió?

- A. 54 años
- B. 45 años
- C. 63 años
- D. 28 años

**Problema 4**

En una obra trabajan 15 obreros 8 horas diarias. ¿Cuánto habrá que pagarle a cada obrero si la obra ha durado 30 días y les pagan a 8.000 pesos hora?1.597.000 pesos

- A. 1.920.000 pesos
- B. 1.780.000 pesos
- C. 1.820.000 pesos

**Problema 5**

Un camión transporta 23.400 botellas. A causa de un accidente se le rompen la tercera parte de las botellas. ¿Cuántas botellas se rompieron?1.560 botellas

- A. 5.800 botellas
- B. 6450 botellas
- C. 7,800 botellas

**Respuestas Sesión 1. Respuestas Correctas**

Problema 1	B	Problema 4	B
Problema 2	C	Problema 5	D
Problema 3	A		

*Nota: Respuestas correctas para los problemas 1, 2, 3, 5 y 5, elaboración propia (2021).*

**4.1.3.1.3 Cierre.** El docente realiza una síntesis de lo aprendido, luego le pedirá a uno de los equipos de estudiante que mencione los pasos a seguir para resolver problemas con el método de Pólya.

En plenaria los estudiantes de manera individual tomarán el papel bond e ilustrarán un problema con los pasos utilizados y lo darán a conocer su evaluación del proceso y de los resultados obtenidos. Al finalizar la actividad se tendrá en cuenta la parte afectiva y cognitiva de los estudiantes, por ello van a responder: ¿Cómo se sintieron?, ¿Qué parte de la sesión les llamo más la atención?, ¿Qué aprendieron?, ¿Qué les parece el método de nuestro amigo George Pólya?

**Cuadro 8**

*Matriz diseño de sesión 2.*

**Nombre de la sesión.** Refuerzo del proceso utilizado en el método de Pólya.

**Día:** agosto 10 de 2021 **Hora:** 10:00 am a 12 m. **Lugar.** I.E. Ciro Pupo Martínez.

**Docente:** Nesly Vega. **Estudiantes:** 10 del grado séptimo “A”

Procesos Metacognitivos	Fase del Método de Pólya	Objetivo de la Sesión DBA	Estrategia Metacognitiva	Contenido	Actividades	Evaluación
Planificación	Comprender el problema	Resolver problemas matemáticos utilizando el método de Pólya como estrategia de enseñanza.  Comprende y resuelve problemas, que involucran los números racionales con operaciones (suma, resta,	Principio de actividad basado en la reflexión y el pensamiento crítico	Método de Pólya	Saludo.  Retroalimentación de la sesión anterior.  Dinámica: rueda la pelotica.	Preguntas relacionadas con el método de Pólya.

		multiplicación, división, potenciación, radicación) en contextos escolares y extraescolares				
Planificación	Concebir un plan		Secuencia lógica referida a elaborar planes de acción		Solución de problemas aplicando el método de Pólya en grupo de 2	El estudiante deberá dar a conocer el plan propuesto para cada problema
Control	Ejecutar el plan		Aprendizaje Cooperativo participación y validación del conocimiento		Llevar a cabo el plan planteado en cada problema teniendo en cuenta el proceso estudiado.	Verificar que el estudiante resuelva el problema con la estrategia planteada
Evaluación	Visión retrospectiva mirar atrás.		Evaluar el proceso y el resultado obtenido		Elaborar el esquema de Pólya de los problemas en papel bond	Sustentación el proceso utilizado durante el desarrollo de la actividad

*Nota: Estructura específica de procesos metacognitivos, resaltando las fases del método de Pólya contrastadas con los DBA de la sesión, reservando estrategias metacognitivas afines con el contenido y las actividades reforzando el proceso utilizado en el método de Pólya hacia la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, elaboración propia (2021).*

### 4.1.3.2 Presentación de las estrategias metacognitivas y problemas matemáticos.

#### Sesión 2.

**4.1.3.2.1 Inicio.** Durante el momento de inicio de la sesión se realizan las siguientes actividades:

Saludo de bienvenida a todos los participantes y realización de la oración, retroalimentación de la sesión anterior, dinámica: Rueda la pelotica, esta dinámica consiste en rotar una pelotica durante un tiempo estipulado, al terminar el tiempo el participante que tenga la pelotica en las manos debe tomar una pregunta y contestarla. El objetivo de la dinámica es motivar y evaluar la temática trabajada en la sesión anterior. Los interrogantes a trabajar son: ¿En qué consiste el método de Pólya? ¿Según el método de Pólya que es lo primero que debes hacer? ¿Por qué crees que es importante el método de Pólya?

**4.1.3.2.2 Desarrollo.** A partir de la motivación y los conocimientos previos trabajados en la sesión anterior, la docente entrega la actividad a desarrollar, la cual consiste en organizarse en grupo de 3 estudiantes y cada grupo desarrolla dos problemas. A cada equipo se le entrega el material de trabajo (hoja de block, papel bond y marcadores) para que presenten el esquema del proceso trabajado. Los estudiantes tienen un tiempo estipulado de 40 minutos para desarrollar la actividad. Problemas para el equipo colaborativo 1

#### Problema 1

Una persona sale de compras. Gasta la tercera parte de su dinero en el supermercado; después  $\frac{1}{5}$  de lo que le queda en una tienda de regalos y, finalmente,  $\frac{1}{2}$  de lo restante en una librería. ¿Cuánto dinero gastó?

- A \$880.000
- B \$750.000
- C \$900.000
- D \$980.000

**Problema 2**

Camilo compra un congelador. Lo conecta a la corriente y marca una temperatura de 27°C . Cada hora la temperatura baja 5°C. ¿Cuál es la temperatura al cabo de 6 horas?

- A 2°C
- B 3°C
- C -2°C
- D -3°C

Problema 1	A
Problema 2	D

Problemas para el equipo 2

**Problema 1**

Juan ahorró \$150.000 el día lunes; el martes ahorró la mitad de lo ahorrado el lunes y el miércoles ahorró  $\frac{1}{3}$  de lo que ahorró el martes. ¿Cuánto dinero ahorró Juan?

- A. \$280.000
- B \$ 250.000
- C \$380.000
- D \$480.000

**Problema 2**

Isabel tiene en la cuenta corriente del banco \$1.850.000. Si paga el recibo de la luz, que vale \$278.530; el recibo del teléfono por \$ 115.500 y dos cuotas del crédito de \$350.000 cada una. Si ingresan \$ 125.400 por concepto de subsidio. ¿Cuánto dinero queda en la cuenta?

- A. \$ 630.570
- B. \$ 755.970
- C. \$ 881.370
- D. \$ 920.000

Problema 1	B
Problema 2	C

**4.1.3.2.3 Cierre.** El docente realiza una síntesis de lo aprendido.

En plenaria los estudiantes de manera grupal dan a conocer su ilustración, evaluación del proceso y los resultados obtenidos.

Al finalizar la actividad se tendrá en cuenta la parte afectiva y cognitiva de los estudiantes, por ello van a responder.

¿Cómo se sintieron?

¿Qué parte de la sesión les llamo más la atención?

¿Qué aprendieron?

¿Por qué crees que es necesario implementar un método para resolver problemas?

**Cuadro 9**

*Matriz con las Estrategias Cognitivas Basadas en el Método de Pólya Sesión 3.*

**Nombre de la sesión.** Propuesta del estudiante aplicando el método de Pólya.

**Día:** 27 de agosto 2021      **Hora:** 10:00 am a 12 m.      **Lugar.** I.E. Ciro Pupo Martínez.

**Docente:** Nesly Vega Jiménez. **Estudiantes:** 10 del grado séptimo “A”

Procesos metacognitivos	Fase del método de Pólya	Objetivo de la Sesión DBA	Estrategia metacognitiva	Contenido	Actividades	Evaluación
Planificación	Comprender el problema		Principio de actividad basado en la reflexión y el pensamiento crítico	Método de Pólya	Saludo. Retroalimentación de la sesión anterior. Dinámica: la cajita mágica	Preguntas relacionadas con el método de Pólya
Planificación	Concebir un plan		Secuencia lógica referida a elaborar planes de acción		Los estudiantes trabajan en grupo en la elaboración de su propio problema con el material entregado	Los estudiantes proponen un plan de acción para construir el problema
Control	Ejecutar el plan		Aprendizaje Cooperativo, participación y validación del conocimiento.		Los estudiantes llevan a cabo el plan de acción teniendo en cuenta el proceso estudiado.	Verificar que el estudiante resuelva el problema con la estrategia planteada
Evaluación	Visión retrospectiva mirar atrás.		Evaluar el proceso y el resultado obtenido		Elaborar el esquema de Pólya de los problemas en papel bond	Plenaria y seguimiento del proceso

*Nota: Estructura específica de procesos metacognitivos, resaltando las fases del método de Pólya contrastadas con los DBA de la sesión, reservando estrategias metacognitivas afines con el contenido y las actividades como propuesta del estudiante aplicando el método de Pólya hacia la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, elaboración propia (2021).*

### **4.1.3.3 Presentación de las Estrategias Metacognitivas y Problemas Matemáticos.**

#### **Sesión 3.**

**4.1.3.3.1 Inicio.** Durante el momento de inicio de la sesión se realizan las siguientes actividades: Saludo de bienvenida a todos los participantes y realización de la oración, Retroalimentación de la sesión anterior, Dinámica: la cajita mágica, esta dinámica consiste en que el docente coloca una caja cerrada en el escritorio, el estudiante debe observar la secuencia de colores que está en la parte de adentro detenidamente se cierra nuevamente la caja y se le pide que mencione el orden correcto de la secuencia. El objetivo de la dinámica es desarrollar la retención y lógica para abordar un problema. Posterior a la dinámica se emplean los interrogantes: ¿crees que este método te puede servir para resolver cualquier problema? ¿Consideras que el método de Pólya es significativo para tu proceso de aprendizaje?

**4.1.3.3.2 Desarrollo.** Los estudiantes trabajan en grupo de 3 con el material de apoyo que el docente le entrega (recortes de imágenes, hoja de block, papel bond, colbón y marcadores) para elaborar su propia situación problema.

**4.1.3.3.3 Cierre.** En plenaria los estudiantes de manera grupal dan a conocer su ilustración, evaluación del proceso y los resultados obtenidos. Al finalizar la actividad se tendrá en cuenta la parte afectiva y cognitiva de los estudiantes, por ello van a responder: ¿Cómo se sintieron?, ¿Cuál fue la parte más te gusto de la actividad?, ¿Qué aprendieron?, ¿Les gusto trabajar con el método de Pólya y estrategias metacognitivas?

**4.1.3.4 Análisis del objetivo 2, diseño de las estrategias metacognitivas.** Al realizar el diseño de las estrategias metacognitivas para la implementación del método de solución de problemas de Pólya, la docente tomando en cuenta los análisis documentales en los que se basó

como fueron el programa de matemáticas, los contenidos relevantes sobre estrategias metacognitivas y lo pertinente a la planificación en el proceso de enseñanza- aprendizaje, es necesario analizar que en el desarrollo del proceso investigativo la realización de este diseño obedece a la fase de la ruta metodológica referida a la planificación para la intervención pedagógica en la aplicación de la propuesta como es en este caso el método de Pólya basado en estrategias metacognitivas donde los estudiantes puedan darse cuenta de su proceso, sea consciente, participe activamente y pueda auto evaluar sus aciertos y encaminar sus errores hacia el éxito, partiendo de lo que ya sabe o de sus limitaciones, obtenidas en su diagnóstico inicial.

Por otra parte, esta planificación ofrece a futuros investigadores en el área un camino en la resolución de problemas, ya que existe una base conceptual, tomada de exponentes reconocidas en el área de la asignatura matemática, en la cual se espera a través de este diseño de las tres sesiones de clase, y desde luego a nivel personal como docente investigadora la oportunidad de elaborar, diseñar y luego poner en práctica esta metodología es gratificante ya que los objetivos de este estudio desde los paradigmas cuanti-cualitativo son una experiencia intelectual, profesional y social en la cual se le dará respuestas a inquietudes, e interrogantes del planteamiento del problema referido en esta investigación.

Desarrollando este capítulo 4 del estudio a continuación se presenta el análisis que corresponde con el logro del objetivo 3, referido a Implementar estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, en el cual se llevó a cabo un registro en el diario de campo de cada sesión de clase desarrollada y que a continuación se exponen:

**Cuadro 10**

*Matriz del Registro en el Diario de Campo de las Estrategias Metacognitivas Basadas en el Método de Pólya. Sesión 1.*

<b>Diario de campo</b>	
<b>Sesión 1</b>	Método de Pólya en la resolución de problemas
<b>Objetivo</b>	Identificar durante el desarrollo de las estrategias metacognitivas basada en el método de Pólya, los procedimientos aplicados en la solución de problemas matemáticos.
<b>Fecha, hora y lugar</b>	6 de agosto 2021, 8:00am– 12:00m, I.E. Ciro Pupo Martínez
<b>Participantes</b>	Docente- investigadora y los 10 estudiantes seleccionados.
<b>Desarrollo de la sesión</b>	<p><b>Inicio:</b> la docente les da un caluroso saludo de bienvenida a todos los participantes luego realizamos la oración agradeciendo y colocando en las manos de Dios cada una de nuestras vidas y pidiéndole sabiduría, discernimiento para realizar la actividad.</p> <p>Seguidamente damos inicio a la dinámica “el numero escondido”, rápidamente se arman dos grupos y a cada uno se les entregan las 10 fichas con los números del 0 al 9 y las instrucciones que deben seguir para encontrar el numero escondido. Tendrán un espacio de 10 minutos para realizar la actividad, el equipo que no logre encontrar el número debe comentar a sus compañeros: ¿Qué tienes en cuenta para resolver un problema? ¿Utilizas algún método para resolver problemas? ¿Has escuchado hablar sobre el método de Pólya?, de esta manera se inicia la temática a trabajar.</p> <p>Los estudiantes se divirtieron y el grupo que no logro encontrar el número expresaron en cuanto a resolver problemas: Andrea Padilla manifestó “para resolver el problema tengo en cuenta lo que me preguntan, pero no siempre me ayuda a resolverlo”, luego Divina Ferias manifestó “no cuenta con ningún método, solo lee y resuelve conforme lo entienda” y por último Valeri Osorio comenta que “para resolver</p>

problemas solo lee y hace lo que cree que es, pero que hasta ahora no conoce de ningún método” el tiempo termina y los estudiantes están motivados e interesados por la actividad a desarrollar.

**Desarrollo:** Continuando con la actividad, a partir de los conocimientos y las manifestaciones de los estudiantes, la docente les habla sobre el método de Pólya, importancia y procedimiento en la resolución de problemas. Seguidamente realiza dos modelaciones de los cuatro pasos de Pólya en la resolución de una situación problema para sensibilizar a los estudiantes acerca de la forma como se pueden desarrollar un problema. Al terminar la explicación se le pido que comentaran sobre cómo les parecía el método: Ana Andrade “me parece interesante porque me permite llevar un orden para resolver el problema”, Lorena Torres dijo “me parece fácil y además nos ayuda a tener una mejor comprensión del problema”.

Así mismo Miguel Caballero participó comentando “la clave de resolver un problema es leer y comprender el enunciado para así saber qué hacer y de eso es que trata los cuatro pasos de Pólya”, luego de escuchar todas las intervenciones, la docente les refuerza que resolver problemas con el método de Pólya es: leer y comprender el problema, pensar en un plan de acción, ejecutar el plan de acción y evaluar.

En ese orden de idea la docente entrega el material a trabajar bajo su orientación, el cual consta de 5 situaciones problemas que se desarrolla en 4 momentos o pasos, los cuales son:

Durante el primer paso, se le indica que deben leer y comprender el enunciado del problema de manera autónoma y verificar e identificar si los datos a trabajar son suficientes para resolver el problema, luego se desarrollan lo interrogantes: ¿entendió el problema? ¿Cuáles son los datos del problema? ¿Puedes explicar el problema con tus propias palabras?, el estudiante Juan Minorita manifiesta “entiendo el problema,

identifico algunos datos, pero se me dificulta explicarlo con mis propias palabras”, mientras que Ana Andrade dijo “comprendo el problema, identifico los datos y por eso se me facilita explicar con mis palabras de que trata el problema”, así mismo Juliana sierra comenta “después de leer dos veces entendí el problema, logré identificar los datos y lo explico con un poco de dificultad”

Después de escuchar algunas de las respuestas, pasamos al segundo paso que es concebir un plan, los estudiantes ya han realizado la respectiva lectura y análisis, ahora deben pensar en la manera como lo va a resolver teniendo en cuenta la explicación (razonamiento lógico, ensayo error, gráfico), los estudiantes participan. Lorena Torre dijo “primero gráfico, es decir, dibujo la forma de la finca y después lo resuelvo por lógica”, Juan Minorta comenta “En el segundo problema lo resuelvo por ensayo error ya que toca realizar varias operaciones y es necesario verificarlas” para el tercer problema Danitza Rincón dijo “represento la gráfica del tiempo y después utilizo el razonamiento lógico”, seguidamente Ana Andrade levanta la mano y dice que para el problema cuatro “aplica razonamiento lógico porque el ejercicio es de fácil comprensión” y por último se le pregunta a Divina Ferias y dijo “yo utilizo el ensayo error porque es el método más fácil” Terminada la participación, procedemos al tercer paso que es llevar a cabo el plan de acción pensado para resolver el problema, se monitorea por supuesto que estén implementando lo propuesto, la estudiante Valeri Osorio y Juan Minorta manifiestan tener dificultad con su plan “me siento enredado, no sé por dónde empezar” “no sé si lo estoy haciendo bien”, se les orienta y continúan. Con la actividad, en el paso cuatro se les pide que miren hacia atrás y verifiquen si lo que hicieron está correcto. Al mismo tiempo se les pregunta ¿es posible encontrar otra estrategia para resolver el problema?, los participantes responden: Osorio “No, solo hay una forma de resolverlo”, Minorta responde: “puede que exista otra forma,

	<p>pero esta es la más fácil” y Sierra “Sí, siempre he escuchado existen varias formas para resolver problemas”</p> <p><b>Cierre:</b> la docente realiza una síntesis de lo aprendido, le pide a cada estudiante que tome el papel bond e ilustre un problema con los pasos utilizados y luego discutir en plenaria su proceso de evaluación y de los resultados obtenidos, al final cada estudiante participó y concluyó con los interrogantes: ¿Cómo se sintieron? Respondieron tranquilos y agradable ¿Qué parte de la sesión les llamo más la atención? dijeron que la dinámica, la actividad implementada ¿Qué aprendieron? Aprendimos un método estrategia para resolver problemas de manera sencilla, y se pudo lograr el cierre afectivo y cognitivo de la sesión.</p> <p>Después al terminar la sesión, se felicitó a los estudiantes por su comportamiento y desempeño durante la actividad y se invitó a seguir trabajando en lo aprendido.</p>
--	--

*Nota: Matriz del Registro en el Diario de Campo de las Estrategias Metacognitivas. Sesión 1. Llevado por la docente investigadora basadas en el método de Pólya hacia la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, elaboración propia (2021).*

#### **4.1.4 Análisis de esta primera sesión pedagógica**

Con los datos recogidos en el diario de campo se puede decir y evidenciar posteriormente los siguientes aspectos como parte de las estrategias metacognitivas desarrolladas en la aplicación del método de Pólya, en primer lugar en relación al principio de participación activa, durante la sesión los estudiantes desde las actividades de inicio hasta el cierre o plenaria se mostraron interesados, motivados, hacían preguntas y su comunicación era directa hacia el objetivo, mostraron entusiasmo por conocer de Pólya y su método, si comentaron preocupación por su rendimiento en las matemáticas y la necesidad de aprender más para tener un buen

rendimiento en esta área, en su mayoría los alumnos manifestaron que al enfrentar un problema de matemática, si leen con detenimiento el enunciado y pueden identificar los datos pero no logro explicarlo con facilidad.

En cuanto a la secuencia lógica al ir estudiando paso a paso se interesan por el procedimiento, mientras descubren el método nuevo, relacionan con lo que ya saben pero responden que no lo conocían, sin embargo dicen que les parece fácil e interesante seguir una secuencia lógica, sin embargo al ejecutar el plan manifiestan: al tercer paso que es llevar a cabo el plan de acción pensado para resolver el problema, se monitorea por supuesto que estén implementando lo propuesto, la estudiante Valeri Osorio y Juan Minorta manifiestan tener dificultad con su plan “me siento enredado, no sé por dónde empezar” “no sé si lo estoy haciendo bien”, lo que explica que los estudiantes no están acostumbrados a concebir un plan antes de resolver los problemas, lo cual se evidencio además en el diagnóstico inicial o prueba de pre test, donde debían explicar si usaban un plan preconcebido al solucionar los problemas.

Aunado a lo anterior, con relación al trabajo en equipo, al aula colaborativa o al aprendizaje colaborativo como estrategia fue interesante observar el apoyo en los estudiantes con más dominio, ayudando al compañero, con lo cual la zona de desarrollo próximo se pudo llevar a cabo, en la cual los estudiantes manifestaron una actitud positiva al compartir con sus compañeros sus experiencias, la presencia de la docente investigadora también fue un punto clave ya que al desarrollar la metodología de los cuatro pasos de Pólya fue llevando poco a poco a cada estudiante a la participación, colaboración, comprensión, y ejecución de sus tareas y asignaciones hacia un cierre efectivo del proceso en esta primera sesión de clases referidas a la aplicación de estrategias metacognitivas para la comprensión de problemas matemáticos basados en el metodo de Pólya.

**Evidencias sesion 1**



*Nota: Los estudiantes y el docente leen con detenimiento los problemas matemáticos.*



*Nota: La docente explica el procedimiento de los cuatro pasos del método de Pólya*



*Nota: los estudiantes comentan con la docente sus dudas y argumentan sus respuestas.*



*Nota: Los estudiantes desarrollando los ejercicios para socializarlos en clase utilizando los 4 pasos de Pólya*

**Cuadro 11**

*Matriz del registro en el diario de campo de las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya. Sesión 2.*

<b>Diario de campo</b>	
<b>Sesión 2</b>	Refuerzo del proceso utilizado en el método de Pólya en la resolución de problemas
<b>Objetivo</b>	Fortalecer la habilidad del proceso de resolución de problemas durante el desarrollo de actividades basadas en el método de Pólya
<b>Fecha, hora y lugar.</b>	10 de agosto 2021, hora 10:00am – 12:00m- I.E. Ciro Pupo Martínez
<b>Desarrollo de la sesión</b>	<p><b>Inicio:</b> bienvenida a todos los participantes luego realizamos la oración agradeciendo y colocando en las manos de Dios cada una de nuestras vidas y pidiéndole sabiduría, discernimiento para realizar la actividad. Seguidamente se realiza la retroalimentación de la sesión anterior, se le pide que hablen de la experiencia realizada: Juliana Sierra “muy interesante, al principio fue un poco difícil pero el trabajo en equipo, la organización y la aplicación del método nos sirvió de ayuda”, “fue importante y me gustó aprender un método para resolver problemas, ya me cuesta menos realizarlos” dijo Valerin Osorio</p> <p>Damos inicio a la dinámica: la cajita mágica, el docente coloca una caja cerrada en el escritorio, pasa a un estudiante, debe abrirla y observar la secuencia de colores que está adentro detenidamente la cierra y debe mencione el orden exacto de la secuencia. La primera en pasar fue Danitza Rincón quien no logro acertar con la secuencia, siguió Andrea Padilla, Juan Minorta y Alma Arzuaga, quienes tampoco lograron decir el orden exacto al final la joven Lorena torres lo logra hacer, luego se les pidió comentar acerca de la dinámica y manifestaron, tener falta de concentración, retención y serenidad al momento de hablar.</p>

También se les hizo las preguntas ¿crees que este método de Pólya te puede servir para resolver cualquier problema? Respondieron: si, solo es necesario leer con atención cualquier problema y seguir los pasos, ¿Consideras que el método de Pólya es significativo para tu proceso de aprendizaje? Respondieron: si, nos ayuda y orienta en la resolución de problemas

**Desarrollo:** continuando con la actividad se les explicó la importancia de repasar y practicar en el aprendizaje de las matemáticas, especialmente en el procedimiento basado en el método de Pólya; luego se les pidió que conformaran grupos de 3 estudiantes, se entregó una hoja con dos problemas y las indicaciones para que trabajaran en clase. Durante el desarrollo del primer ejercicio se observa que los estudiantes lo resuelven con dificultad ya que no elaboran de manera correcta el plan de acción, se le anima e indica mirar hacia atrás realizar nuevamente los pasos para lograr realizar. En relación al segundo problema se observa mejoría, lograron encontrar satisfactoriamente la respuesta haciendo énfasis en los cuatro pasos de Pólya.

**Cierre:** la docente realiza una síntesis de lo aprendido, le pide al grupo que tome el papel bond e ilustre un problema con los pasos utilizados, el proceso de evaluación y de los resultados obtenidos, luego se le pide a un integrante del grupo que sustente el problema 1, se le realizó a todo el grupo las sugerencias necesarias acerca del procedimiento, las falencias encontradas, destacando su empeño y dedicación por la actividad, de igual forma se le pidió a otro integrante que sustente el problema 2 y de igual modo se le realizaron las sugerencias encontradas.

Al terminar con el primer grupo, se realizó la misma estrategia para el segundo grupo, sustentaron dos estudiantes del grupo y se le realizaron las sugerencias y acciones a mejorar durante el proceso de solución de problemas con el método de Pólya, finalmente se les felicito a todos por su

	<p>interés, atención y actitud frente al trabajo realizado, es necesario mencionar que durante el proceso de resolución de problemas con el método de Pólya de cada grupo se observan habilidades como: leen atentamente el enunciado, buscan y seleccionan los datos necesarios, piensan y analizan para planificar la acción, sacan sus propias conclusiones frente a la situación planteada.</p>
--	---

*Nota: Matriz del Registro en el Diario de Campo de las Estrategias Metacognitivas. Sesión 1. Llevado por la docente investigadora basadas en el método de Pólya hacia la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, elaboración propia (2021).*

#### **4.1.5. Análisis de la Sesión 2. Estrategias Metacognitivas con el Método de Pólya.**

De acuerdo a los acontecimientos ocurridos en esta sesión es importante decir que los estudiantes al recordar la clase anterior pudieron manifestar entre otras cosas lo siguiente: dijo Juliana Sierra “muy interesante, al principio fue un poco difícil pero el trabajo en equipo, la organización y la aplicación del método nos sirvió de ayuda”, “fue importante y me gustó aprender un método para resolver problemas, ya me cuesta menos realizarlos” en cuanto al seguimiento de cada paso esto fue en resumen lo que expresaron: dijo Valerin Osorio, si, solo es necesario leer con atención cualquier problema y seguir los pasos, ¿Consideras que el método de Pólya es significativo para tu proceso de aprendizaje? Respondieron: “si, nos ayuda y orienta en la resolución de problemas”

Ahora bien, todas estas respuestas son un ejemplo de la comprensión del proceso por parte de los estudiantes y estas respuestas son valiosas en la consecución de este trabajo por cuanto evidencia que los estudiantes al seguir un método o procedimiento lógico bien explicado y con oportunidad para su participación, autonomía, darse cuenta o nivel de conciencia, comprensión del proceso, auto reflexión o feed back también llamada retroalimentación, mirar

atrás, significa que puede desarrollar habilidades intelectuales que les permite: plantear, resolver y evaluar sus conocimientos.

No obstante, esta segunda sesión tiene también el propósito del refuerzo lo cual es de suma importancia en la resolución de problemas, ya que permite que los estudiantes puedan validar sus aprendizajes así mismo, puedan hacer transferencia de lo aprendido a nuevas situaciones, de igual manera en esta sesión tuvieron la oportunidad de vivir las estrategias cognitivas como son: participación activa, seguir una secuencia lógica a través del método de Pólya y desarrollar actividades educativas en un ambiente colaborativo a través del trabajo en equipo, la orientación de la docente investigadora y el apoyo de los compañeros más aventajados en la zona de desarrollo próximo.

### **Evidencias de la sesión 2.**



*Nota: Los estudiantes trabajando en equipo en la elaboración de su propia situación problema con imágenes entregadas por la docente.*



*Nota: los estudiantes leen detenidamente el enunciado de cada problema.*



*Nota: los estudiantes planifican un plan de acción.*



**Cuadro 12**

*Matriz del registro en el diario de campo de las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya. Sesión 3.*

<b>Diario de campo</b>	
<b>Sesión 3</b>	Propuesta de los estudiantes aplicando las estrategias metacognitivas en la aplicación del método de Pólya
<b>Objetivo</b>	Desarrollar las habilidades matemáticas en los estudiantes para la construcción y resolución de problemas matemáticos a partir de un método dado.
<b>Fecha, Hora y lugar</b>	27 de agosto 2021, 10:00 am– 12:00m y lugar I.E. Ciro Pupo Martínez.
<b>Participantes</b>	Docente investigadora y los 10 estudiantes del grado 7-01
<b>Desarrollo de la sesión</b>	<p><b>Inicio:</b> la docente les da nuevamente la bienvenida a todos los participantes luego realizamos la oración agradeciendo y colocando en las manos de Dios cada una de nuestras vidas y pidiéndole sabiduría, discernimiento para realizar la actividad. Seguidamente se realiza la retroalimentación de la sesión anterior.</p> <p>Damos inicio a la dinámica: Rueda la pelotica, consiste en rotar una pelotica durante un tiempo estipulado, al terminar el tiempo el participante que tenga la pelotica en las manos debe tomar una pregunta y contestarla. Los interrogantes a trabajar son: ¿En qué consiste el método de Pólya? ¿Según el método de Pólya que es lo primero que debes hacer? ¿Por qué crees que es importante el método de Pólya? ¿Puedes aplicar el método de Pólya con propuestas elaboradas en equipo de trabajo?</p> <p>Los estudiantes se divirtieron y respondieron en cuanto al método de Pólya: “es un método que consiste en resolver un problema en 4 pasos” dijo Juliana Sierra, luego le tocó responder a Alma Arzuaga “lo primero que debo hacer es leer y comprender el enunciado del problema” después</p>

le tocó responder a Miguel Caballero quien manifiesta “es una estrategia que nos ayuda a resolver un problema matemático” y por último responde Andrea Padilla “son pasos a seguir para resolver un problema y lo primero que debemos hacer es comprender muy bien el problema”, el tiempo termina y los estudiantes están motivados e interesados por la nueva actividad a desarrollar.

**Desarrollo:** continuando con la actividad se les recuerda la importancia de repasar y practicar las matemáticas; es decir, se hace mucho énfasis en que las matemáticas necesitan del refuerzo de los conocimientos con el estudio planificado permanentemente, luego se les pidió que conformaran grupos de 3 estudiantes, se les da a conocer el objetivo de la actividad, las indicaciones necesarias y se le entrega el material de apoyo (recortes de imágenes, hoja de block, papel bond, colbón y marcadores), cada grupo comienza a elaborar su propia situación problema con un tiempo estipulado de 40 minutos.

Se les informa que en esta sesión cada equipo de trabajo debe elaborar al menos dos problemas nuevos y resolverlos, como una propuesta donde puedan hacer transferencia activa de sus conocimientos y el dominio del método de Pólya.

Durante el proceso de elaboración del problema se observa que lo primero que hace cada grupo es observar y analizar las imágenes que tienen para decidir cuales le sirven en la formulación del problema, luego se colocan de acuerdo con las operaciones matemáticas que van a utilizar en el problema para así construir el enunciado. A pesar de que los estudiantes tienen claro los pasos a seguir se observa dificultad para crear el enunciado. El investigador interviene y los orienta a cada grupo para que logren realizar la actividad de forma amena y divertida.

Luego de un tiempo y con la ayuda del docente los equipos logran proponer un problema solamente, desarrollando cada paso del método de

	<p>Pólya, manifestaron dificultad en el paso 1 elaborar los enunciados, ósea presentar el problema, 2 concebir el plan, en este paso también se tardaron bastante, tuvieron dudas y consultaron entre ellos siempre, se sintieron inquietos, motivados pero inseguros, con el paso 3, lograron ir desarrollando las operaciones necesarias y ejecutaron el plan y finalmente en el paso 4 presentaron dificultad para realizar la auto evaluación y darse cuenta de sus aciertos y errores.</p> <p><b>Cierre:</b> el docente realiza una síntesis de lo aprendido, le pide al grupo que tome el papel bond e ilustre el problema planteado donde den a conocer su proceso y de los resultados obtenidos, luego se le pide a un integrante de cada grupo que sustente el problema, se le realizó a todo el grupo las sugerencias y acciones de mejora necesarias. Al terminar cada grupo comenta su experiencia manifestando, dificultad para organizar el enunciado porque no están acostumbrados a este tipo de ejercicios, siempre nos dan el problema y solo debemos resolverlo, pero aun así fue divertido.</p> <p>Dificultad para concebir el plan, pero si llegaron a planearlo, ejecutarlo fue menos difícil y en el paso cuatro, la auto evaluación o miras atrás también les dio problema, dijeron no estar acostumbrados a esta etapa de comprobación de los resultados, sino que sea solo el docente que evalúe y diga las respuestas correctas. Finalmente, se les felicito a todos por su interés, atención y actitud en equipo positiva frente al trabajo realizado.</p>
--	--

*Nota: Matriz del Registro en el Diario de Campo de las Estrategias Metacognitivas. Sesión 3. Llevado por la docente investigadora basadas en el método de Pólya hacia la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, elaboración propia (2021).*

#### ***4.1.6 Análisis de la sesión 3, estrategias metacognitivas con el método de Pólya***

Los aspectos resaltantes en esta sesión tienen que ver con las limitaciones o dificultades que manifestaron los estudiantes durante esta clase, ya que en ella debían tener autonomía, seguridad, seguimiento de la secuencia lógica utilizando los cuatro pasos del método de Pólya, además de vivenciar en el aula el aprendizaje colaborativo al desarrollar ellos solo una propuesta de varios problemas donde ellos condujeran todo el proceso educativo, todo con el fin de demostrar que habían aprendido la aplicación del método al presentar con éxito sus ideas.

En ese sentido, los momentos en los que se evidencia el dominio del método en los estudiantes fue en la parte final cuando logran realizar la plenaria y cada equipo expone su trabajo consiguiendo explicar el problema con todos sus pasos, sin embargo no trabajaron solos, ya que para realizar cada procedimiento no solo consultaron entre ellos mismos que debe ser así, allí no hay problema, pero para enunciar el ejercicio nuevo tardaron bastante en ponerse de acuerdo, en concebir un plan recurren a la docente para que ayudara, aquí no mostraron la suficiente autonomía y en ejecutarlo tuvieron menos dificultad pero en el paso 4 volver atrás y revisar todo el proceso de nuevo se tardaron, discutieron, presentaron dudas pero al final lo consiguieron.

Finalmente en la plenaria todos los equipos lograron el objetivo, el desarrollo de los contenidos y la participación en cada actividad, no obstante es importante destacar, que es necesario insistir con este proceso pedagógico donde a través de la aplicación de estrategias metacognitivas los estudiantes puedan vivenciar, comprender, y aplicar cada una de las etapas o pasos del método de Pólya, y sobre todo alcanzar con su aprendizaje en la solución de problemas, autonomía que demuestre un verdadero dominio de las habilidades intelectuales necesarias en este aprendizaje como son: análisis, síntesis, comprensión, planeación, ejecución y auto evaluación de sus conocimientos.

**Evidencias de la sesión 3.**



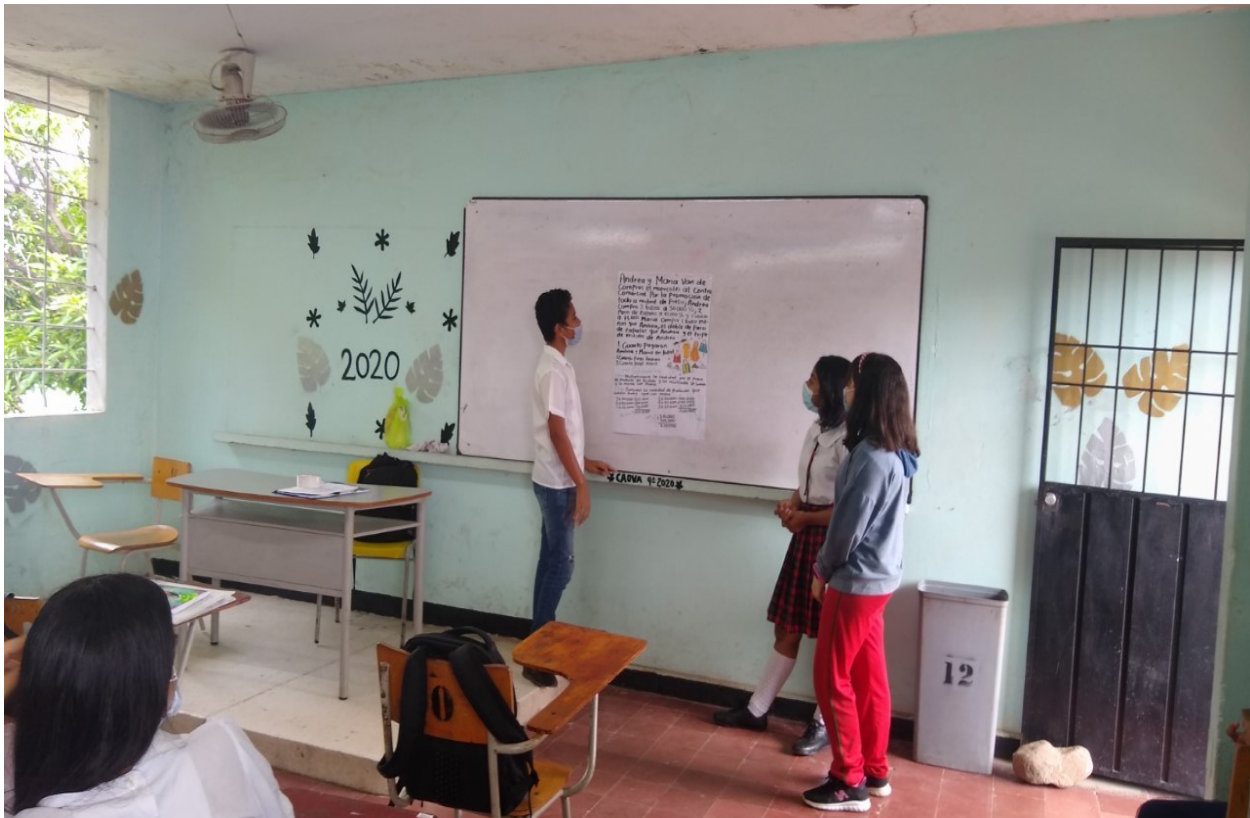
*Nota: los estudiantes elaboran el plan de acción para elaborar su propia situación problema.*



*Nota: los estudiantes realizan sus propuestas y planean su plan.*



*Nota: los estudiantes consultan con su docente la actividad a desarrollar.*



*Nota: los estudiantes argumentan y revisan su plan basado en el método Pólya.*

De acuerdo a los resultados obtenidos, se presenta los resultados del objetivo 4 de este estudio referido a: Evaluar las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado 7 de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, para este análisis se procedió a comparar los resultados del pre test como un diagnóstico inicial y post-test en la evaluación a los estudiantes seleccionados al aplicar por segunda vez, es decir, la prueba de post-test una vez concluidas las estrategias metacognitivas para la comprensión del método de Pólya en la solución de problemas matemáticos.

A continuación, se presenta en primer lugar, el gráfico 1. Con la comparación entre los resultados del pre test y el post test, con su respectivo análisis, en segundo lugar el cuadro 8, donde se presenta la medición de los resultados, y por último la matriz contentiva con la triangulación en la cual se exponen los hallazgos principales o relevantes en la implementación de cada sesión, los referentes teóricos que sustentan este estudio y la interpretación de la docente- investigadora en la construcción del nuevo conocimiento, la revisión del impacto social educativo de acuerdo a las ideas relevantes recabadas que permitieron llegar a la propuesta o modelo de líneas de acción teóricas y prácticas para darle continuidad a este estudio y fortalecer el aprendizaje de las matemáticas a partir de las estrategias metacognitivas y el método de Pólya.

En cuanto a los resultados de la prueba después de implementar las estrategias cognitivas es importante destacar que en las respuestas a los problemas planteados parte A de la prueba los resultados fueron: en el problema 1 todos acertaron menos la estudiante Paola Osorio, en el problema 2 todos acertaron menos la estudiante Danitza y en el problema 3 todos respondieron correctamente menos Juan y Valerin, esto demuestra que los estudiantes presentaron un mejor rendimiento ya que el número de respuestas correctas fue más alto que en el pre test.

En relación con la parte “B” de la encuesta o post test los resultados mostraron: con la implementación del método de Pólya los estudiantes lograron tener una mayor comprensión, planificación, ejecución de las estrategias metacognitivas para resolver problemas matemáticos, además lograron ser autónomos y justificar sus respuestas.

Esta idea está basada en las respuestas de los estudiantes en relación a la pregunta sobre el desarrollo de los cuatros pasos, en las cuales dijeron “seguí los 4 pasos que aprendí para solucionar problemas”, “tuve en cuenta el método de Pólya para resolver problemas y verifique las respuestas”, “seguí los pasos y desarrolle las operaciones”, “lo primero que hice fue leer bien, analizar, resolver y por ultimo verificar la respuesta”, aprendí pero todavía se me dificulta realizar algunos ejercicios dijo Minorta Juan , todavía no doy para resolver todos los problemas manifestó Osorio Valerin “ resolví los problemas teniendo en cuenta la comprensión, organización y ejecución, de la información de cada problema”, “cumplí con todos los pasos del método”, “utilice cada paso del método y luego verifique las respuestas”.

Ahora bien, en esta parte “B” del examen o post test los estudiantes pudieron argumentar sus respuestas mostrando seguridad y en comparación con el pre test, lograron realizar todas las partes o pasos del método, además muy importante afirman verificar sus respuestas que en el pre test ninguno respondió llegar al paso 4 o mirar atrás y examinar cada paso que hicieron.

**Cuadro 13**

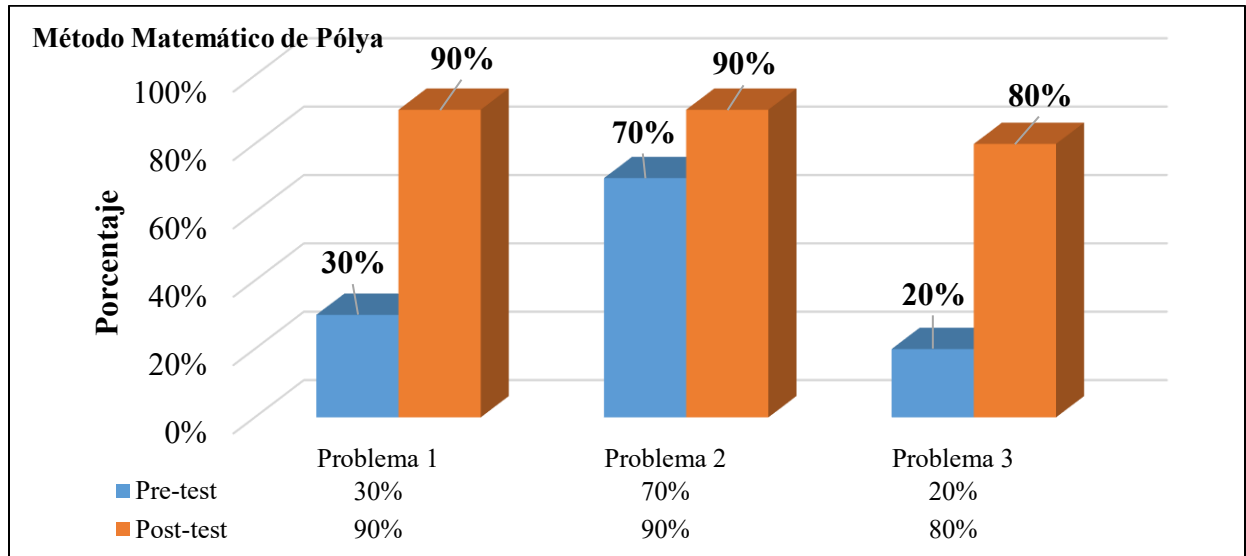
*Resultados del Pre test y Post test*

<b>Método Matemático Pólya</b>		
	<b>Pre-test</b>	<b>Post-test</b>
<b>Problema 1</b>	30%	90%
<b>Problema 2</b>	70%	90%
<b>Problema 3</b>	20%	80%
<b>Total prueba pre-test – post-test</b>	<b>40%</b>	<b>87%</b>

*Nota: presentación de los resultados de los tres problemas matemáticos aplicando el método de Pólya para verificar la efectividad de la implementación de las estrategias metacognitivas, elaboración propia (2021)*

**Gráfico 1**

*Resultados de los Tres Problemas Matemáticos Bajo el Método de Pólya tanto en el Pre test como en el Post test*



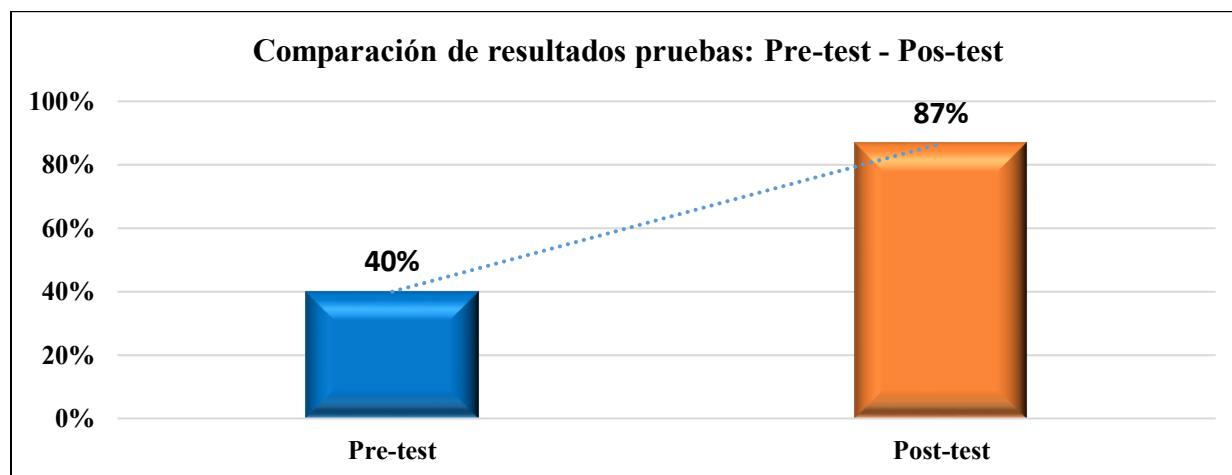
*Nota: Representación gráfica en barras de los resultados de los tres problemas matemáticos aplicando el método de Pólya para verificar la efectividad de la implementación de las estrategias metacognitivas con los estudiantes de séptimo grado “A” tanto en el pre test como en el post test, elaboración propia (2021)*

**4.1.7 Análisis de la Comparación de los Resultados Obtenidos tanto en la Prueba Pre test y Post test**

De acuerdo a los resultado obtenidos, utilizando en este proceso la representación gráfica se puede observar la diferencia entre el pre test y post test que demuestra la efectividad de las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya si favorece la comprensión de problemas matemáticos en la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, se puede referir que ciertamente una vez implementadas las estrategias , la aplicación de la prueba del post test arrojo resultados por encima del pre test, ya que los resultados mostraron que los estudiantes subieron de un nivel bajo a un nivel alto de efectividad de la implementación de las sesiones planificadas con la docente y los estudiantes, a continuación se puede observar en la gráfica 2.

**Gráfica 2**

*Comparación de Resultados de la prueba Pre test y prueba Post test*



*Nota: La presente gráfica evidencia la efectividad de la implementación de las estrategias pedagógicas para la comprensión del método de Pólya, en la cual en el pre test arrojó como resultado un 40% y en el post test 87%, esto significa que los estudiantes pasaron del nivel bajo en el post test a un nivel alto en el poste demostrando una superación del 47%, elaboración propia (2021)*

En ese sentido en relación al sistema de hipótesis de este trabajo se demuestra que, la hipótesis aceptada o supuesto de investigación es la 1 (S<sub>1</sub>) La implementación de estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya si favorece la comprensión de problemas matemáticos en la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez y se rechaza el Supuesto de investigación 2 (S<sub>2</sub>), La implementación de estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya no favorece la comprensión de problemas matemáticos en la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez.

Luego de obtener estos resultados que evidencian la efectividad de las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos de los estudiantes, se procede a continuación a presentar el proceso de triangulación cualitativa que permitió el análisis de los referentes teóricos significativos, los hallazgos encontrados y la interpretación del docente investigador en estos procesos de reflexión.

**Cuadro 14**

*Matriz de Triangulación sobre los Hallazgos Encontrados Relevantes, los Referentes Teóricos y la interpretación de la Docente sobre las Estrategias Metacognitivas y el Método de Pólya.*

<b>Categoría: Estrategias Metacognitivas.</b>		
<b>Referentes teóricos</b>	<b>Hallazgos encontrados</b>	<b>Interpretación</b>
<p>Flavell (1976) refiere que la Metacognición tiene que ver con el conocimiento que cada quien tiene acerca de sus propios procesos cognitivos y, agrega, la metacognición abarca también al control activo y la orquestación y regulación subsiguiente de dichos procesos.</p> <p>Al respecto, sub categoría de la estrategia metacognitiva 1, se basa en el Principio de actividad basado en la reflexión y el pensamiento crítico. También conocido como análisis y discusión metacognitiva. Aquí con este principio se busca llevar al alumno a reflexionar acerca del proceso que ha seguido en la realización de una determinada actividad y resalta en ella los aspectos positivos y aquellos que se requiere reforzar, aspecto o estrategia que será tomada en cuenta en el desarrollo de esta investigación para la aplicación del método de Pólya.</p> <p>Ahora bien la subcategoría de la estrategia metacognitiva 2 es la secuencia lógica es una estrategia metacognitiva referida a elaborar planes de acción de los pasos del método de Pólya para establecer este método en el aula será entonces: En un primer momento</p>	<p>De acuerdo a las sesiones de clase desarrolladas estos son los aspectos relevantes o hallazgos encontrados para cada sesión: Los estudiantes manifestaron divertirse mientras aprendían.</p> <p>Pudieron participar en las actividades realizadas con sus compañeros y manifestaron: Ana Andrade dijo “comprendo el problema, identifico los datos y por eso se me facilita explicar con mis palabras de que trata el problema”, así mismo Juliana sierra comenta “después de leer dos veces entendí el problema, logré identificar los datos y lo explico con un poco de dificultad”.</p> <p>Cómo les parecía el método o seguir una secuencia lógica dijeron: Ana Andrade “me parece interesante porque me permite llevar un orden para resolver el problema”, Lorena Torres dijo “me parece fácil y además nos ayuda a tener una mejor comprensión del problema”.</p>	<p>Con respecto a la participación en las dinámicas de inicio los estudiantes manifestaron divertirse, en cuanto al proceso educativo llevado a cabo se generó un espacio para la reflexión y aclaratoria de dudas.</p> <p>Este principio de actividad pudo ser desarrollado en todas las sesiones ya que en la medida que transcurría cada etapa del proceso como son: inicio, desarrollo y cierre siempre demostraron interés por participar activamente.</p> <p>Los estudiantes pudieron seguir una secuencia lógica a través de los cuatros pasos del método de Pólya, sin embargo, en el paso 2 y 4 se les presentaron mayor dificultad.</p> <p>En cuanto al aprendizaje colaborativo los estudiantes estuvieron dispuestos a trabajar en equipos y reflexionar asumiendo un punto de vista crítico.</p>

<p>el profesor resuelve solo el problema; posteriormente, lo resuelven conjuntamente el profesor y alumno, siendo el primero quien guía el proceso; En un tercer momento, siguen resolviendo el problema conjuntamente, pero es el estudiante quien guía el proceso; Por último, en el cuarto estadio, el alumno resuelve los problemas de modo independiente.</p> <p>Y la subcategoría estrategia metacognitiva 3 se refiere al Aprendizaje Cooperativo: el objetivo principal de esta estrategia es el de promover la realización conjunta de diferentes tareas, tomando como base que la cooperación promueve el aprendizaje personal y el grupal.</p> <p>Es importante resaltar que para trabajar esta estrategia se debe tener en cuenta aspectos como el conocimiento previo de los estudiantes respecto al contenido que se quiere abordar, la diversidad del grupo o la planificación minuciosa de la tarea que tendrá que realizar el docente. Johnson y Johnson (1995).</p>	<p>Así mismo Miguel Caballero participó comentando “la clave de resolver un problema es leer y comprender el enunciado para así saber qué hacer y de eso es que trata los cuatro pasos de Pólya”, luego de escuchar todas las intervenciones, la docente les refuerza que resolver problemas con el método de Pólya es: leer y comprender el problema, pensar en un plan de acción, ejecutar el plan de acción y evaluar.</p> <p>Los estudiantes se divirtieron en los equipos de trabajo y respondieron en cuanto al método de Pólya: “es un método que consiste en resolver un problema en 4 pasos” dijo Juliana Sierra, luego le tocó responder a Alma Arzuaga “lo primero que debo hacer es leer y comprender el enunciado del problema” después le tocó responder a Miguel Caballero quien manifiesta “es una estrategia que nos ayuda a resolver un problema matemático” y por ultimo responde Andrea Padilla “son pasos a seguir para resolver un problema y lo primero que debemos hacer es comprender muy bien el problema”, el tiempo termina y los estudiantes están motivados e interesados por la nueva actividad a desarrollar.</p>	<p>Además, se tomó en cuenta los aprendizajes previos en la realización de cada actividad a través de la técnica de la pregunta, siguiendo la secuencia dada por el docente.</p>
---	---	--

*Nota: Triangulación sobre los Hallazgos Encontrados Relevantes, los Referentes Teóricos y la interpretación de la Docente sobre las Estrategias Metacognitivas y el Método de Pólya hacia la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, elaboración propia (2021).*

**Cuadro 15**

*Matriz de Triangulación sobre los Hallazgos Encontrados Relevantes, los Referentes Teóricos y la Interpretación de la Docente sobre la Aplicación del Método de Pólya.*

<b>Categoría aplicación del método de Pólya</b>		
<b>Referentes teóricos. Pólya (1981)</b>	<b>Hallazgos encontrados</b>	<b>Interpretación</b>
<p><b>Paso 1. Comprensión del problema.</b> Este primer paso es de gran importancia, ya que no se puede resolver un problema si no se comprende el enunciado. Los estudiantes deben entender claramente lo que se les pide antes de proponer alguna operación para encontrar la solución.</p>	<p>Cómo les parecía el método: Ana Andrade “me parece interesante porque me permite llevar un orden para resolver el problema”, Lorena Torres dijo “me parece fácil y además nos ayuda a tener una mejor comprensión del problema”.</p>	<p>Los estudiantes mostraron interés por este primer paso del método de Pólya, refirieron no conocerlo antes. Cuando se fue explicando cada enunciado manifestaron entender bien el proceso.</p>
<p><b>Paso 2. Concebir un plan</b> En esta etapa el estudiante utiliza sus conocimientos, imaginación y creatividad para elaborar una estrategia que le permita encontrar la o las operaciones necesarias para resolver el problema; es importante utilizar aquellos problemas que no tienen un único camino para encontrar la solución.</p>	<p>¿Puedes explicar el problema con tus propias palabras?, el estudiante Juan Minorita manifiesta “entiendo el problema, identifico algunos datos, pero se me dificulta explicarlo con mis propias palabras”, mientras que Ana Andrade dijo “comprendo el problema, identifico los datos y por eso se me facilita explicar con mis palabras de que trata el problema”, así mismo Juliana sierra comenta “después de leer dos veces entendí el problema, logré identificar los datos y lo explico con dificultad”</p>	<p>En este paso los estudiantes presentaron dificultad, lo cual quiere decir, que les cuesta concebir un plan, también dijeron no conocer varios métodos de solución de problemas, lo que hace deducir que estudian sin seguir un método o que los docentes que han tenido en esta asignatura no trabajan con un método determinado.</p>
<p><b>Paso 3. Ejecutar el plan de acción.</b> Su nombre lo indica llevar a cabo el plan, En este paso el estudiante debe implementar la o las estrategias que escogió para solucionar completamente el problema.</p>	<p>Juan Minorta manifiestan tener dificultad con su plan “me siento enredado, no sé por dónde empezar” “no sé si lo estoy haciendo bien”.</p>	<p>Los estudiantes en este paso realizaron varias operaciones matemáticas, siguiendo el proceso explicado del método de Pólya y se le realizó a todo el grupo las sugerencias necesarias acerca del procedimiento, las falencias encontradas, destacando su dedicación por la actividad</p>

Referentes teóricos. Pólya (1981)	Hallazgos encontrados	Interpretación
<p><b>Paso 4, revisar todo, es decir, mirar atrás.</b>                      Consiste en la auto evaluación, o retroalimentación, este último paso es muy importante, ya que el estudiante tiene la posibilidad de revisar su trabajo y asegurarse de no haber cometido algún error; se puede orientar con preguntas como: ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?</p>	<p>Así mismo Miguel Caballero participó comentando “la clave de resolver un problema es leer y comprender el enunciado para así saber qué hacer y de eso es que trata los cuatro pasos de Pólya”, luego de escuchar todas las intervenciones, la docente les refuerza que resolver problemas con el método de Pólya es: leer y comprender el problema, pensar en un plan de acción, ejecutar el plan de acción y evaluar.</p>	<p>Durante el desarrollo del primer ejercicio se observa que los estudiantes lo resuelven con dificultad ya que no elaboran de manera correcta el plan de acción, se le anima e indica mirar hacia atrás realizar nuevamente los pasos para lograr realizar.</p>

*Nota: Triangulación sobre los Hallazgos Encontrados Relevantes, los Referentes Teóricos y la interpretación de la Docente investigadora sobre la Aplicación del Método de Pólya en la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, elaboración propia (2021).*

#### **4.2 Comentarios Finales sobre el Proceso de Triangulación para ambas Categorías:**

##### **Estrategias Metacognitivas Basadas en la Comprensión de Problemas Matemáticos**

##### **siguiendo el Método de Pólya**

La implementación de las estrategias metacognitivas siguiendo el método de Pólya fue gratificante en muchas razones por un lado contagiada con la alegría y entusiasmo de los estudiantes, segundo inmersa en el proceso investigativo que perdía la noción del tiempo con todas las actividades desarrolladas, animada con las respuestas de los estudiantes a cerca de seguir el método, y cuarto interesada en llegar al final para terminar de comprobar la efectividad de las estrategias cognitivas en la aplicación del método de Pólya, por consiguiente realizar este análisis como docente encuentro un apoyo en la enseñanza de las matemáticas sobre todo en cuanto a que los estudiantes comprendan y puedan elaborar un plan de acción, también en hacer

un seguimiento a la parte operativa donde los alumnos comparten sus ideas con sus compañeros buscando las soluciones a los problemas dados.

Asociado a lo anterior y como investigadora porque dejar plasmado todo el proceso en un diario de campo me ha enseñado mucho ya que ha permitido internalizar las necesidades básicas de los estudiantes y junto a ellos hemos descubierto un camino favorable al cambio de paradigma en relación con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Asimismo, al revisar lo que dicen los autores, los estudiantes y mi criterio propio puedo comprender que toda enseñanza debe ser planificada cuidadosamente y si en ese proceso se deja claro la intervención del docente con estrategias metacognitivas, es decir, que permitan que el estudiante sea constructor consciente de su progreso, asuma sus errores y aprenda de ellos, donde el aula de clase sea un verdadero espacio para el diálogo, el encuentro amistoso o empático y donde el conocimiento sea una respuesta fácil, comprensiva y a la mano de todos, es decir, construida por todos, que cada alumno tenga su verdad, su respuesta y su aprendizaje significativo.

De acuerdo al logro del objetivo 5, de este estudio referido a promover lineamientos teóricos -prácticos a través de las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez.

#### ***4.2.1 Impacto social y educativo de la investigación, Aportes al campo científico.***

El desarrollo de esta investigación ha permitido revisar diversos aspectos en la construcción de este proceso pedagógico en el que intervienen no solo docente y estudiantes sino indirectamente toda la institución educativa Ciro Pupo Martínez la cual fue el escenario donde realizaron los hechos, es decir, el proceso educativo, no obstante el impacto social de este trabajo llega más allá de esas fronteras institucionales debido a la divulgación de estas estrategias

metacognitivas por parte de los estudiantes primero a sus padres y luego al resto de sus compañeros.

Por tanto el impacto social y educativo es pertinente a la creación de este modelo que se propone como resultado de estas líneas expuestas desde el inicio hasta la última página ya que todo ha sido significativo, interesante y motivador a seguir abriendo camino en este inagotable campo del saber del mundo de las matemáticas, el modelo contempla unas líneas de acción o de mejora tanto en el marco de una pedagogía emergente donde la comprensión tanto del proceso como de los resultados sea el énfasis, donde el alumno sea el protagonista de su propia evolución en una línea ascendente consciente y dinámica, donde aprender es disfrutar con los compañeros y maestros en buscar soluciones a todos los problemas u obstáculos que se presentan tanto en el entorno escolar como en la vida diaria.

**4.2.1.1 Líneas de acción.** Aunado lo anterior a continuación se presentan las líneas de acción a seguir para darle continuidad a este proyecto de tesis en futuros investigadores o escenarios distintos, las mismas comprende las llamadas “Vías al conocimiento Matemático en busca de Pólya”, son cinco súper autopistas y todas conducen al encuentro con el mundo maravilloso de las estrategias metacognitivas y el método de Pólya, estas son:

***4.2.1.1.1 Un problema real para abordar directores, padres, docentes y estudiantes.***

Esta primera vía o súper autopista es el inicio de este camino donde se encuentran dos elementos los cuales son: primero los protagonistas de este recorrido y son sin duda toda la comunidad educativa empezando por los padres que toman la decisión de enviar a sus hijos a estudiar desde ese día se involucran en este camino, ellos deben acompañar a sus hijos en todo momento y brindaran desde sus hogares toda la confianza y el respaldo no solo a sus hijos sino a toda la institución, es importante que los padres en este proceso no estén solos, la institución educativa

los debe formar, asistir pedagógicamente y socialmente para juntos resolver toda situación favorable o no que se presente.

En ese sentido, el segundo grupo son los directivos su gerencia es primordial ya que de esa estructura organizacional depende en gran manera el engranaje y funcionamiento del resto de las gerencias como son la académica, administrativa, comunitaria, entre otras, su apoyo a las nuevas propuestas que surgen de los docentes preparados, preocupados y deseosos de colaborar en elevar la calidad educativa de la institución deben ser tomadas en cuenta, de esta manera, son la mano derecha de los docentes y viceversa.

Ahora bien, luego está el grupo de los docentes, siempre son los más interesados en que la escuela marche bien, esta propuesta en relación con los docentes desarrolla las estrategias metacognitivas basadas en el Método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos que desde luego es el corazón de este trabajo, así que es desarrollado en el punto siguiente con el de los estudiantes ya que ambos forman un binomio inseparable, en estas líneas de acción, llamaremos a esta pareja ideal los caminantes incansables.

**4.2.1.1.2 Estrategias metacognitivas segunda vía en este recorrido.** En las líneas anteriores se dijo que los docentes tenían un rol fundamental por igual en este camino, los dos son una llave que abre puertas al conocimiento, los dos son el centro de este proceso educativo y ambos como figuras estelar tienen su participación, al respecto, el docente en este escenario es un profesional de la enseñanza cuyo perfil debe reunir las siguientes características: un acompañante incansable, estudioso, buscador de respuestas, que no se conforma ni se queda tranquilo, amoroso, servicial y atento a cada uno de sus acompañantes o estudiantes en esta misión, su espacio de trabajo si así se le puede decir, es un aula que permita las siguientes estrategias metacognitivas:

(a) Una participación activa de todos los agentes, actores que formen parte de este proceso educativo, es decir, que permita las alianzas con sectores de convivencia, intercambio y apoyo como son: nuevas tecnologías, redes de información, sectores de salud, empresas o de cualquier índole, la idea es crear un círculo social de participación, donde todos coloquen su grano de arena, en esta tarea de educar.

(b) Una campaña por la vida donde el lema sea “No más miedo a las matemáticas”, el temor, tabú, leyenda urbana y demás mito sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas presentes en las aulas de clase ha hecho mucho daño y lo sigue haciendo, por eso el docente será promotor desde su escenario de una campaña viva para desterrar tales temores, ¿Cómo? A través del aula colaborativa, el diálogo, la reflexión y el trabajo cara a cara con los estudiantes, para esto el uso de procesos de lectura, e investigaciones al respecto, con nuevas estrategias y recursos tecnológicos son la clave, para crear materiales educativos, secuencias didácticas, revistas en línea, sopas de letras de matemáticas y demás contenidos atractivos, instruccionales e interesantes con el método de Pólya.

(c) Otra estrategia metacognitiva sin duda valiosa es: “Me doy cuenta, soy consciente, quiero aprender”, esta herramienta pedagógica está basada en los procesos de auto reflexión, regulación y auto evaluación del estudiante, es decir, el darse cuenta es la clave en el sentido de que cada docente en el aula debe trabajar incansablemente dos preguntas en cada jornada: ¿Cómo me siento?, ¿ Qué aprendí?, para hacer contacto en primer lugar con sus emociones, ya que estar bien es fundamental, sentirse “OK”, estar contento, aprender haciendo y divertirse en el proceso, aprender a vivir desde el amor y no desde el temor, para eso hay que infundir las bases en el salón de clase, de seguridad, confianza y un trato agradable y revisar siempre que aprendieron, si comprendieron todo, si pueden elaborar un plan, aprender a llevarlo a cabo y

auto evaluarse, retroalimentar, para saber que les quedo de toda la clase, que aprendieron, cada día hay que hacer ese pequeño examen.

**4.2.1.1.3 Una tercera vía en el camino va de la mano con el Método de Pólya.** En esta oportunidad estas líneas de acción toman en cuenta todo lo desarrollado en esta tesis para continuar haciendo énfasis en los siguientes aspectos: generar en cada clase de matemática: Descripciones acerca de lo que entendieron del problema, esto significa seguir profundizando en los procesos de comprensión, entender que si el alumno no entiende se llena de lagunas mentales que crean vacíos y comienza el miedo, la angustia y la resistencia, una clave, es utilizar la técnica de la pregunta, algo tan sencillo como ¿entendieron?, será suficiente para hacer un repaso, un nuevo ejercicio o leer el enunciado una vez más, hasta que comprendan y puedan explicar con sus propias palabras lo que busca el problema.

Descripciones sistemáticas de los planes de acción, este elemento tiene que ver con el segundo paso de este método y consiste en enseñar a los estudiantes a pensar lógicamente a través de un plan, significa ser estratégico, tener un plan es pensar en todos los elementos del problema, tomar notas de los datos y procesos que debe realizar, es seguir un camino no improvisado sino planeado con dedicación.

Evidencias paso a paso del plan de acción, el alumno debe aprender a tomar, hacer y guardar evidencias de sus operaciones, tener su cuaderno de apuntes ya casi en desuso, consultar con sus compañeros, leer otros documentos, investigar distintas soluciones y por último descripción de la autorreflexión, manera y efectividad de ejecutar el plan, resultados, es la etapa final del método, y desde luego necesaria ya que el alumno debe aprender a revisar su proceso y tomar decisiones de mejoras en cuanto a los resultados obtenidos en la solución de los problemas matemáticos.

**4.2.1.1.4 La cuarta línea de acción o vía de desarrollo es: Tips para la concentración y comprensión de los contenidos al considerar:**

**(a) Motivación** de acuerdo a todo lo anterior también se hace énfasis en mantener una motivación que permita el logro de los objetivos, para eso es importante, conocer bien el tema, esto quiere decir, infundir en los estudiantes los hábitos de estudio y repaso diario, no se puede conocer lo que no se lidia, es decir, hay que familiarizarse con las fórmulas, operaciones, relaciones, y demás contenidos matemáticos imprescindibles para el dominio del área, se puede conocer el proceso pero si no se practican las operaciones de nada sirve, la ejercitación es fundamental.

**(b) Capacidad de razonamiento, en caso de no comprender el problema lo mejor sería dibujar un gráfico sobre él**, esto es, ayudarse con ilustraciones, mapas, esquema y demás representaciones gráficas que el estudiante quiera crear y que tengan sentido para él, de manera que al recordarlas también le facilitela comprensión del problema.

**(c) Imaginación y creatividad**, este es elemento clave que todo docente debe tomar en cuenta tanto para enseñar como para ayudar a que los estudiantes despierten y se interesen en los contenidos educativos, desarrollar la imaginación a través de la lectura de los enunciados, a la hora de hacer el plan, cuando consulta con sus compañeros, cuando exponen los resultados en las plenarias, es decir, el aula debe ser un escenario creativo donde se desarrolló la imaginación.

**(d) Trabajo colaborativo** desde luego que esta es otra clave significativa o estrategia metacognitiva como se desarrolló en el trabajo, insistir que el aula debe ser un constante ambiente de trabajos en equipo, donde se apoyen y no existan rivalidades, donde la competencia sea sana y centrada en el desarrollo de competencias intelectuales y donde los alumnos más aventajados colaboren con los que se van quedando atrás, generar un espacio para la inclusión las diferencias individuales y para la empatía social.

**4.2.1.1.5 La quinta súper autopista es la creación de contenidos con la presentación de proyectos, concursos pedagógicos de resolución de problemas, en este caso se propone el concurso: ¿Quién quiere ser Pólya?** En este aspecto se puede emprender el juego pedagógico Buscando a Pólya, es decir animar a los estudiantes a conocer de este matemático, su vida, sus aportes a la ciencia y en particular a las matemática, a la pedagogía porque fue un educador destacado, y tomar en cuenta sus características para buscar entre los estudiantes y/ o entre los docentes George Pólya creador del método matemático heurístico para la solución de problemas, en este concurso los participantes deben desarrollar ciertas características como son:

**Las 5 características de George Pólya:**

**Curiosos** destacar que los participantes deben tener esta habilidad, significa que les gusta las matemáticas para indagar, pensar, resolver problemas y además investigar utilizando las tecnologías todo sobre sus intereses y motivaciones.

**Estratégico**, esta característica es importante ya que permite gestionar sus capacidades creando mecanismos de solución.

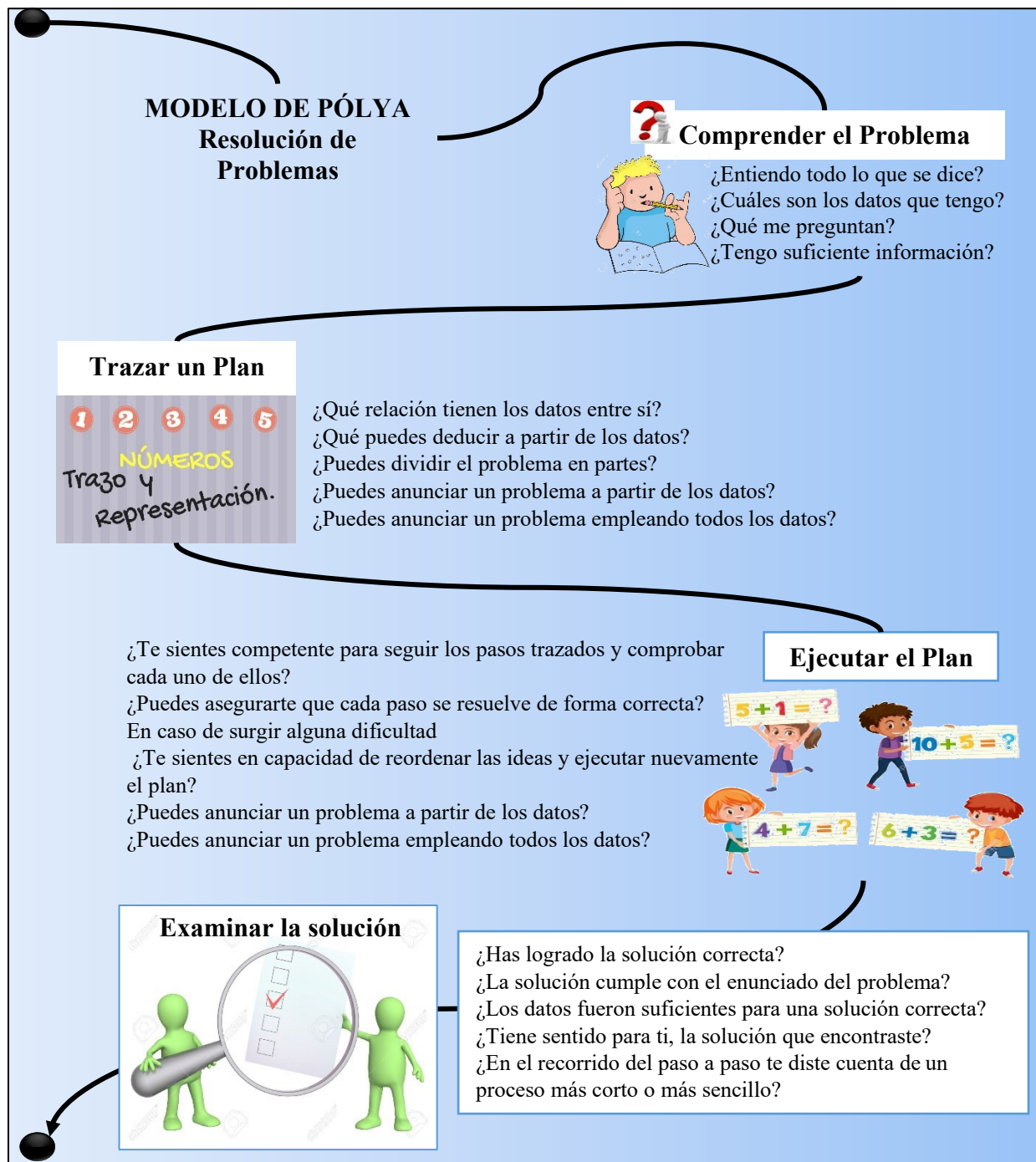
**Creativo** va de la mano con la anterior, se refiere a utilizar su pensamiento en todas las direcciones posibles.

**Seguro** un estudiante que conoce no tiene miedo y se atreve a emprender nuevos rumbos, en el conocimiento también hay que atreverse a ser distinto, el dominio propio es fundamental.

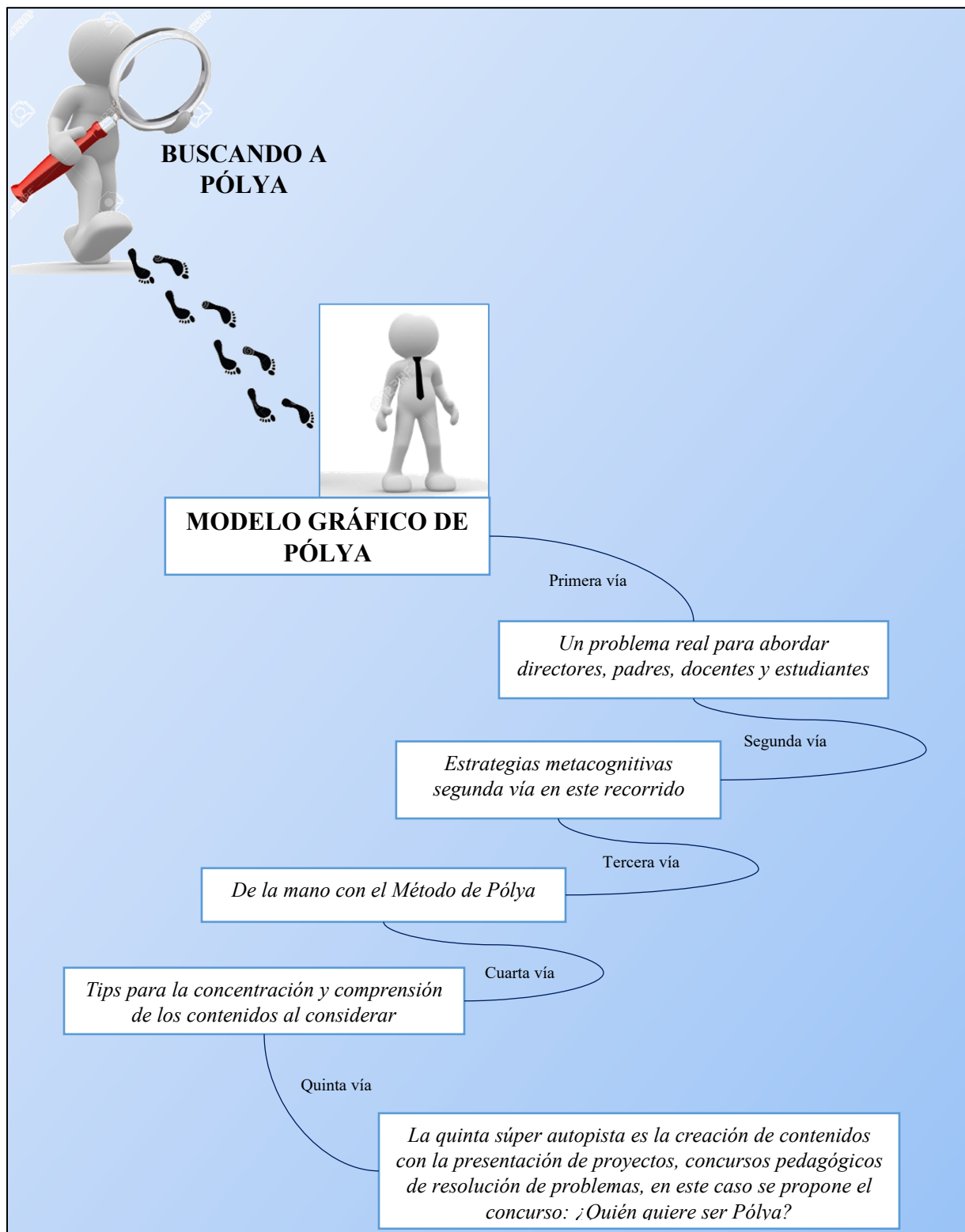
**Metódico**, esta característica va de la mano con lo que propone Pólya al considerar un método, unos pasos y un camino seguro a la hora de resolver problemas no solo matemáticos de toda naturaleza, a continuación, se presenta una ilustración que representa estas líneas de acción o propuesta como una respuesta al impacto social educativo de este estudio.

**Gráfico 3.**

*Modelo de Pólya*



*Nota: representación gráfica de las líneas de acción referentes al método de Pólya plasmadas en la propuesta generada en esta investigación para darle continuidad a la implementación de estrategias metacognitivas en la comprensión de problemas matemáticos, elaboración propia (2021).*



*Nota: Representación gráfica de la dinámica propuesta en las líneas de acción a seguir titulada buscando a Pólya, la cual consiste en un concurso entre los estudiantes y docentes para fomentar el amor por las matemáticas, elaboración propia (2021).*

## **Capítulo 5. Conclusiones y Recomendaciones**

### **5.1 Conclusiones**

Todo trabajo investigativo es un proceso con altos y bajos en la construcción del conocimiento, donde se inicia un camino buscando respuestas sobre el problema planteado y en correspondencia con ese hecho se formulan unos objetivos a los cuales se les va dando su alcance y desarrollo a través de unos componentes conceptuales y metodológicos que de alguna manera orientan el recorrido hacia el logro de los propósitos y con la finalidad de llegar a unas conclusiones, las cuales se presentan a continuación:

De acuerdo al objetivo 1 diagnosticar el nivel inicial en la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado 7 de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, a través de la prueba inicial o pre test se puede concluir que los estudiantes obtuvieron un nivel bajo tanto en la parte A referida a la solución de tres problemas, donde solo dos estudiantes de diez obtuvieron las respuestas correctas y en la parte B referida a la evaluación cualitativa de igual manera presentaron serias dificultades para justificar y argumentar sus respuestas. Lo cual indico que no conocen un método para resolver problemas matemáticos para séptimo grado de bachillerato.

Continuando con el objetivo 2 en el cual se realizó el diseño de estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos, en el cual se consultó varios documentos para la planificación de estrategias metacognitivas siguiendo paso a paso la metodología propuesta por George Pólya, se establecieron tres sesiones de clase, en la sede de la institución, allí se presentan los DBA, objetivos, contenidos, actividades y evaluación para cada jornada considerando las necesidades e intereses de los educandos.

En relación al objetivo 3 la implementación de las estrategias metacognitivas se concluye que los estudiantes y docentes, participaron de las tres sesiones, desarrollando la planificación cabalmente, en las mismas, se aplicó cada paso del método de Pólya, donde se pudo constatar que la mayor dificultad la presentan en el paso 2 elaborar un plan de acción, esto implica que los estudiantes presenten entre sus habilidades intelectuales un conocimiento abstracto firme, es decir, que dominen bien, el pensamiento lógico y demostraron que no es así, su falencia radica en que les cuesta tener una visión a futuro, donde puedan proyectar una ruta de acción, y también en el paso 4 realizar la revisión o mirar atrás, también en este proceso intelectual les costó mucho, auto evaluarse, lo cual significa que no están acostumbrado o no han aprendido a revisar su propio proceso de aprendizaje.

En función del objetivo 4 evaluar las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos en los estudiantes del grado 7 de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez, se puede concluir después de realizar las pruebas estadísticas comparativas entre el pre test y los resultados después de la implementación de las estrategias metacognitivas, es decir la aplicación del post test que del nivel bajo donde iniciaron el proceso de enseñanza aprendizaje del método de Pólya elevaron su conocimiento hasta llegar al nivel alto, lo que demuestra la efectividad de las estrategias metacognitivas empleadas en cada sesión planificada para el aprendizaje del método de Pólya en la solución de problemas matemáticos.

Asimismo, se concluye en el sistema de hipótesis que se confirmó la hipótesis de trabajo Supuesto de investigación 1 (Si), la implementación de estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya si favorece la comprensión de problemas matemáticos en la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez.

Y finalmente en relación con el objetivo 5 se generaron unos lineamientos teóricos - prácticos a través de las estrategias metacognitivas basadas en el método de Pólya para la comprensión de problemas matemáticos a partir de la realización de la investigación, se proponen de acuerdo al impacto social y educativo unas líneas de acción con la finalidad de darle continuidad a esta tesis por espacio de dos años, las cuales están basadas en la experiencia y conocimientos alcanzados por la docente investigadora en este proceso, donde se busca la apropiación del aprendizaje de las matemáticas de manera entretenida, dinámica y centrado en las estrategias metacognitivas siguiendo el método de Pólya.

## **5.2 Recomendaciones**

Al realizar esta investigación enfatizando los pasos de la metodología de Pólya a través de estrategias metacognitivas en la solución de problemas matemáticos se recomienda en primer lugar la aplicación de las líneas de acción generadas en el desarrollo de este trabajo para darle continuidad al proceso de aprendizaje de la comunidad estudiantil, a la vez de promover el método de Pólya como una nueva herramienta pedagógica para fortalecer el interés por las matemáticas.

Asimismo, formar al personal docente de esta área en el conocimiento de esta tesis a fin de erradicar el miedo, los mitos y tradicionalismo en la praxis pedagógica, de manera que se puedan incluir nuevos métodos, recursos y estrategias metacognitivas que contribuyan a un aprendizaje significativo.

Destacar entre los estudiantes los hábitos de estudio a partir del refuerzo como parte de la construcción del conocimiento a partir de equipos colaborativos donde ellos puedan expresar sus dudas e inquietudes, se propone que se puede crear un círculo de reflexión, donde se promuevan concursos, debates, creación de contenidos relacionados con la enseñanza y aprendizaje

mediados por las TIC, es decir, que los mismos docentes y estudiantes desarrollen propuestas sobre cómo quieren discutir y plantear problemas, relacionados con sus experiencias o contextos, seguir buscando a Pólya, significa elevar en los estudiantes el gusto por estudiar matemáticas y el deseo de ser un estudiante destacado como Pólya en la solución de problemas matemáticos.

En ese sentido, orientar a los docentes a utilizar los equipos de trabajo colaborativos donde se puedan vivenciar espacios para la reflexión y el dialogo en la solución de problemas matemáticos. Además se recomienda realizar reuniones o actividades extra cátedras, en horas alternas a sus horarios de clase, donde los estudiantes puedan reforzar sus conocimientos a través de la ejercitación y actividades de apoyo donde socialicen sus dudas, expectativas, guías de ejercicios y asignaciones de los mismos docentes, una manera puede ser con la aplicación de la zona de desarrollo próximo (ZDP), es decir, con los estudiantes más aventajados o de mayor rendimiento en esta asignatura crear espacios para colaborar con los de menor rendimiento, estimulando la empatía, fraternidad y cooperación entre los compañeros.

### Referencias Bibliográficas

- Álvarez, L., González-Pienda, J.A., González-Castro, P. y Núñez, J.C. (2007). *Prácticas de psicología de la educación. Evaluación e intervención psicoeducativa*. Editorial Pirámide. Madrid, España.
- Álvarez, y Álvarez (2007). *Cómo hacer investigación cualitativa. Fundamentos y metodología*. Editorial Paidós. México, D.F.
- Alvero (1976). *Introducción. Revista Colombiana de antropología*. Editorial Arca. Bogotá
- Arancibia, V. (1990). *Teorías del Aprendizaje: revisión de las corrientes actuales*. Santiago: CIDE
- Ausubel, D. (1980). *Retención y aprendizaje significativo por recepción*. En D. Ausubel, *Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo* (pp.107-151). México: Ed. Trillas.
- Baquero, R. (1997). *Vygotsky y el aprendizaje escolar*. Buenos Aires: Aique.
- Beltrán, J. (1998). *Procesos, estrategias y técnicas del aprendizaje*. Editorial Síntesis. Madrid.
- Brainerd, C. J. (2003). *Jean Piaget, learning research, and american education*. En B. Zimmerman & D. Schunk, *Educational Psychology: a century of contributions*. NJ: Erlbaum.
- Brown, R., Yee, M. (1997). *Self-Evaluations and Intergroup Attitudes in Children Aged Three to Nine*. *Child Development*, 63 (3), 619-629.
- Calleja, F. (2009). *Psicología de la educación*. Editorial Eudema. Madrid. España.
- Callejo, A. (1998). *Un club matemático para la diversidad*. Ediciones Narcea. Madrid España.
- Calvo, A. (1998). *Estrategias para aprender a aprender*. Escuela Española. Madrid, España.
- Castañeda (2019) *Redactado en el diario El Tiempo, entrevista a Ramos Gabriela, directora de la OCDE*, disponible en: <https://www.eltiempo.com/vida/educacion/las-lecturas-de-la-mala-nota-de-colombia-en-las-pruebas-pisa-2018-441494>.

- Castañeda, S. y Ortega, I. (2004). *Evaluación de estrategias de aprendizaje y orientación motivacional al estudio*. En S. Castañeda (Ed.), *Educación, aprendizaje y cognición. Teoría y práctica* (pp. 277-299). Manual Moderno.: México, D.F.
- Castro y Quiñones. (2008). *Estrategias pedagógicas para los docentes*. Editorial Buenaventura. Bogotá. Colombia.
- Chiavenato, I. (2011). *Planeación estratégica. Fundamentos y aplicaciones*. Segunda Edición. McGraw-Hill Education. México
- Coll, C. (1998). *La teoría genética y los procesos de construcción del conocimiento en el aula*. En J. Castorina, C. Coll, A. Díaz, F. Díaz, B. García, G. Hernández, et al. (Eds.), *Piaget en la educación* (pp.17-52). Editorial Paidós. México D.F.
- Elliot, J. (1994) *La investigación-acción en educación*. Ed. Morata. Madrid.
- Feo, R (2010). *Orientaciones básicas para el diseño de estrategias didácticas*. Tendencias Pedagógicas (16), 220 - 236.
- Flavell, J. (1993). *El desarrollo cognitivo*. Editorial Visión. Madrid España
- Gagné, R. (1975). Referenciado por Feo (2011) *The cognitive Psychology of School Learning*. Boston: Little, Brown.
- Gagné, R. y Briggs, L. (1985). *Principios de la Planificación de la Enseñanza*. Trillas. México.
- García (2015). *Análisis de la realidad social. Métodos y técnicas de investigación*. Editorial Alianza. Madrid España.
- González, Castro y Núñez (2007) *Acerca de la metacognición*. Universidad Experimental Libertador. Revista científica Paradigma. Maracay Estado Aragua. Venezuela.
- Gurdian, A. (2005). *Introducción a la investigación cualitativa*. Editorial Cultura centroamericana. San José de Costa Rica.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación*. Editorial McGraw-Hill. México D.F.

Hurtado, J. (2010). *Metodología de la investigación holística*. Editorial SYPAL. Caracas Venezuela.

ICFES (2010) (Boletín No. 93. Bogotá 13 de Noviembre de 2009. Recuperado el 20 de Abril del 2010 de [http://w4.icfes.gov.co/ClasificacionPlanteles/edit.php?CodColegio= 077347 &KT\\_back=1](http://w4.icfes.gov.co/ClasificacionPlanteles/edit.php?CodColegio= 077347 &KT_back=1).

Institución Educativa Ciro Pupo Martínez. (2018). *Proyecto Educativo Institucional PEI*. Última versión. La Paz- Cesar.

Iriarte y Sierra (2011). *Estrategias metacognitivas en la solución de problemas matemáticos*. Editorial Universidad de Córdoba. España.

Krulik, S, Rudnick, J. (1993). *Reasoning and problem solving: a handbook for elementary school teachers*. Boston: Allyn y Bancon.

Martínez Rizo, F. (2010). *Evaluación educativa y pruebas estandarizadas. Elementos para enriquecer el debate*, Revista de la Educación Superior, vol. XXX, no. 120.

Mateos, M. (2001). *Metacognición y educación*. Editorial Aique. Buenos Aires Argentina.

Mayer, R. y Wittrock, M. (2006). *Problem solving*. En P. Alexander y P. Winne (Eds.). Handbook of educational psychology, Division 15 of the American Psychological Association. Mahwah, N.J.: Erlbaum.

McMillan, J. y Schumacher, S. (2005). *Investigación Educativa*. Editorial Pearson Educación. Madrid, España.

Meneses y Peñaloza (2019). *Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas*.

Ministerio de Educación Nacional - MEN, (2014). *Guía didáctica para los docentes Séptimo grado*. Bogotá, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional - MEN (2006). *Programa de estudios Matemática. Séptimo grado*. Bogotá Colombia.

Ministerio Nacional de Educación. (2019). *Informe por colegio 2017 –Resultados- Pruebas Saber 3º, 5º y 9º*. [https://diae.mineducacion.gov.co/dia\\_e/siempre\\_diae/documentos/2017.pdf](https://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/siempre_diae/documentos/2017.pdf)

Monereo (1990). *Las estrategias de aprendizaje en la educación formal: Enseñar a pensar y sobre el pensar*: En *Infancia y Aprendizaje*, No 50. pp. 3-25.

Monereo, C. (2000). *El asesoramiento en el ámbito de las estrategias de aprendizaje*. En C. Monereo (Coord.), *Estrategias de aprendizaje* (pp. 15-62). Madrid: Visor

Novak y Henesian (1978). *Aprender a aprender*. Editorial Sáhara. Barcelona. España.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico, OCDE (2000), *Proyecto PISA: La medida de los conocimientos y destrezas de los alumnos: un nuevo marco de evaluación*, Madrid, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, INCE. Disponible en: <http://www.ince.mec.es/pub/pisacomp.pdf> (Original publicado en 1999).

Orton (2003) *Didácticas de las matemáticas*. Ediciones Morata. Madrid España.

Oscar Olmedo Valverde-Riascos, & Abel Antonio Díaz-Castellar. (2021). *Tendencias de estudios sobre los saberes previos, las estrategias metacognitivas y la transformación semiótica en la resolución de problemas algebraicos*. *Revista UNIMAR*, 39(2), 206-230. <https://doi.org/10.31948/Rev.unimar/unimar39-2-art10>

Papalia, D. y Wendkos, S. (1987). *Psicología*. Editorial McGraw Hill. México.

Peñaloza, M. y. (2019). *Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas*. In *Zona Próxima*.

Pérez Serrano, G. (1998). *Investigación cualitativa: Retos e Interrogantes. La Investigación-Acción*. Tomo I. Editorial Muralla. Madrid.

Pifarré, M y Sanuy, J. (2001). *La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto*. Enseñanza de las Ciencias 19(2), 297–308

Pólya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Pólya, G. (1981). *Cómo plantear y resolver problemas*. Recuperado de: <https://es.scribd.com/doc/218324353/g-Pólya-Como-Plantear-y-Resolver-Problemas>

Reporte de la excelencia (2018). *Instituto educativo Ciro Pupo Martínez. Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE)*. Básica Secundaria.

Restrepo, G. (2005). *Una variante pedagógica de la Investigación Acción Participativa*. OEI-Revista Iberoamericana de Educación. [Documento en Línea] Disponible: <http://www.rieoei.org/deloslectores/370Restrepo.PDF>

Servián, L. (2009). *El Enfoque Conductista Del Aprendizaje*. Es.slideshare.net. Recuperado 13 Julio 2021, de <http://es.slideshare.net/LauraMariaServian/el-enfoque-conductista-del-aprendizaje>

Sperling, R., Howard, B., Staley, R. & DuDoir, N. (2004). *Metacognition and self-regulated learning constructs*. Educational research and evaluation, 10 (2), pp. 117-139.

Vygotsky, C. (1973). *Pensamiento y Lenguaje: Teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas*. Editorial Pléyade. Buenos Aires Argentina.

## Apéndice

### Apéndice A. Consentimiento Informado

La Paz, Cesar 16 de junio de 2021.

Señor(a)  
Padre de familia  
I. E. CIRO PUPO MARTÍNEZ

**CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA UN MENOR DE EDAD**

En el grado 7A de la institución realizare un proyecto de investigación con el cual se busca implementar estrategias didácticas con el fin de fortalecer la competencia de resolución de problemas matemáticos en el área de matemáticas, por lo cual pedimos su consentimiento para que su hijo o hija participe en el presente proyecto.

Con esta autorización concede usted el permiso para que su hijo o hija participe en el proyecto "Estrategia didáctica para fortalecer la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo A de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez La Paz - Cesar" y en los focos grupales que se tomaran durante el desarrollo de las clases, las cuales se tomaran única y exclusivamente como evidencia del trabajo de investigación.

Gracias por su atención y apoyo brindado.

Atentamente,

Nesly Carilis Vega Jimenez  
CC. 49796198 Valledupar,  
Docente investigador

CONSENTIMIENTO INFORMADO FIRMA:

*España F. Acosta Guzman*  
CC 361516. 913. La Paz.

Padre de familia.

La Paz, Cesar 16 de junio de 2021.

Señor(a)

Padre de familia

I. E. CIRO PUPO MARTÍNEZ

### CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA UN MENOR DE EDAD

En el grado 7A de la institución realizare un proyecto de investigación con el cual se busca implementar estrategias didácticas con el fin de fortalecer la competencia de resolución de problemas matemáticos en el área de matemáticas, por lo cual pedimos su consentimiento para que su hijo o hija participe en el presente proyecto.

Con esta autorización concede usted el permiso para que su hijo o hija participe en el proyecto *“Estrategia didáctica para fortalecer la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo A de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez La Paz - Cesar”* y en los focos grupales que se tomaran durante el desarrollo de las clases, las cuales se tomaran única y exclusivamente como evidencia del trabajo de investigación.

Gracias por su atención y apoyo brindado.

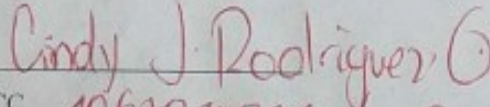
Atentamente,

Nesly Carilis Vega Jimenez.

CC. 49796198 Valledupar.

Docente investigador

CONSENTIMIENTO INFORMADO FIRMA:

Cindy J. Rodríguez   
CC 1067810821 La Paz.  
Padre de familia.

La Paz, Cesar 16 de junio de 2021.

Señor(a)

Padre de familia

**I. E. CIRO PUPO MARTÍNEZ**

### CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA UN MENOR DE EDAD

En el grado 7A de la institución realizare un proyecto de investigación con el cual se busca implementar estrategias didácticas con el fin de fortalecer la competencia de resolución de problemas matemáticos en el área de matemáticas, por lo cual pedimos su consentimiento para que su hijo o hija participe en el presente proyecto.

Con esta autorización concede usted el permiso para que su hijo o hija participe en el proyecto "*Estrategia didáctica para fortalecer la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo A de la Institución Educativa Ciro Pupo Martínez La Paz - Cesar*" y en los focos grupales que se tomaran durante el desarrollo de las clases, las cuales se tomaran única y exclusivamente como evidencia del trabajo de investigación.

Gracias por su atención y apoyo brindado.

Atentamente,

Nesly Carilis Vega Jimenez.

CC. 49796198 Valledupar.


Docente investigador

CONSENTIMIENTO INFORMADO FIRMA:

*Mireillys Lopez*  
cc 36576829

Padre de familia.

**Apéndice B. Modelo de la Prueba Diagnóstica**

 <b>INSTITUCION EDUCATIVA CIRO PUPO MARTINEZ</b> DANE 12062100025501 La Paz - Cesar KRA 2 N 1 - 23	
<b>PRUEBA DIAGNOSTICA</b>	
<b>ESTUDIANTE:</b>	<b>ASIGNATURA:</b> Aritmética.
<b>GRADO:</b> Séptimo	<b>GRUPOS:</b> A
<b>OBJETIVO:</b> identificar el proceso matemático que usted utiliza en la solución de situaciones problemas	
<b>INTRODUCCIÓN</b> A continuación, encontraras la prueba comprendida en dos partes. <b>Parte A:</b> Resuelve <b>tres</b> situaciones problemas de selección múltiple con única respuesta, donde debes señalar con una X la respuesta que consideres correcta <b>Parte B</b> Lea atentamente cada uno de las preguntas planteadas y responde el criterio personal que consideres pertinente. Justifica tu respuesta.	

**Parte A**

Lee y resuelve cada situación problema

**Problema 1**

En el estadio Metropolitano de Bogotá hubo un partido de futbol, se vendieron 7.832 boletas, de las cuales solo asistieron 6.379 personas, más 11 jugadores de cada equipo. Durante el primer tiempo expulsaron a 3 jugadores y en el segundo tiempo se salieron 578 espectadores. ¿Cuántas personas quedaron al final del juego? ¿Cuántos espectadores permanecieron durante el partido? Si el boleto costó \$25.000 ¿Cuánto dinero se recaudó?



Imagen tomada de Google

- A. 5.798 espectadores y recaudaron \$ 195.800.600
- B. 5.801 espectadores y recaudaron \$ 195.800.000
- C. 6.201 espectadores y recaudaron \$ 159.475.000
- D. 6.379 espectadores y recaudaron \$ 180.500.000

**Problema 2**

Sandra, José y Ana fueron a almorzar a un restaurante de la ciudad. Para pagar la totalidad de la cuenta, decidieron aportar la misma cantidad de dinero, por lo cual cada uno tuvo que pagar 15.000 pesos. En la tabla se muestran distintas opciones para el valor de los almuerzos de cada uno.



Imagen tomada de Google

	<b>Opción 1</b>	<b>Opción 2</b>	<b>Opción 3</b>	<b>Opción 4</b>
<b>Almuerzo de Rosa</b>	8.000 pesos	10.000 pesos	20.000 pesos	18.000 pesos
<b>Almuerzo de José</b>	10.000 pesos	18.000 pesos	13.000 pesos	15.000 pesos
<b>Almuerzo de Ana</b>	14.000 pesos	10.000 pesos	15.000 pesos	12.000 pesos

¿Cuál fue la opción que pidieron para almorzar?

- A. **Opción 1**
- B. **Opción 2**
- C. **Opción 3**
- D. **Opción 4**

**Problema 3**

En el aeropuerto internacional de Bogotá (el Dorado) aterriza un avión cada 10 minutos ¿Cuántos aviones aterrizan en un día?

- A. 144 aviones
- B. 40 aviones
- C. 100 aviones
- D. 124 aviones



**Parte B**

Lee y responde las siguientes preguntas de manera honesta y objetiva

1. ¿Cuándo se realizaste la lectura del problema, lograste comprender el enunciado?  
\_\_\_\_\_
2. ¿Cuándo recibiste los problemas elaboraste un plan de acción para resolver los problemas tanto en el plano cognitivo (en tu pensamiento) como en el plano real (hoja de examen)?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

3. ¿Al desarrollar los problemas ejecutaste el plan de acción que habías ideado en cada problema?

---

---

4. ¿Al desarrollar cada problema realizaste alguna estrategia para autoevaluar tus resultados?

---

---

5. ¿Consideras que en la parte A de este examen tus respuestas son correctas? Justifica tu respuesta


---

---

---

Apéndice C. Evidencias de Resultados de la Prueba Diagnóstica o Pre test

5



**INSTITUCION EDUCATIVA CIRO PUPO MARTINEZ,**  
EXANE 13962199021961 La Paz - Cauca  
 ARA 2 N 1 - 23

<b>ESTUDIANTE:</b> Ana Sofía Abumada de la hor	<b>PRUEBA DIAGNOSTICA- PRE - TEST</b>
<b>GRADO:</b> Séptimo	<b>ASIGNATURA:</b> Aritmética
<b>OBJETIVO:</b> Diagnosticar a los estudiantes del grado séptimo (A) de la I.E. Ciro Pupo Martínez, para identificar sus dificultades frente al proceso de resolución de problemas matemáticos	<b>GRUPOS:</b> 01

A continuación, encontraras una serie de preguntas las cuales debes contestar teniendo en cuenta la temática trabajada sobre resolución de problemas con el método de Pólya.


**PROBLEMA # 1**

En el estadio Metropolitano de Bogotá hubo un partido de futbol, se vendieron 7.832 boletas y solamente asistieron 6.379 personas, mas 11 jugadores de cada equipo. En el primer tiempo expulsaron a 3 jugadores y en el segundo tiempo se salieron 578 espectadores. ¿Cuántas personas quedaron al final del juego? ¿Cuántas personas no asistieron al partido? Si el boleto costó \$25.000 ¿Cuánto dinero recaudo?



PRE-TEST	SOLUCIÓN
<p><b>COMPRENDER EL PROBLEMA</b> ¿Entiendes el problema?</p> <p style="text-align: center;">Si</p> <p>¿Identificas los datos del problema?</p> <p style="text-align: center;">?</p> <p>¿Puedes explicar el problema con tus propias palabras?</p> <p style="text-align: center;">Si lo primero que debemos que hacer es ver la cantidad de boletas despues restar los asistentes y sumar los dos datos</p> <p><b>CONCEBIR UN PLAN</b> ¿Enuncia un plan para solucionar el problema matemático?</p> <p style="text-align: center;">Sumar y restar y seguir sumando hasta obtener el resultado</p> <p><b>EJECUTAR EL PLAN</b> ¿Utiliza alguna estrategia para resolver el problema?</p> <p style="text-align: center;">Si</p>	<p style="text-align: center;"><b>SOLUCIÓN</b></p> $  \begin{array}{r}  \times 7832 \\  25000 \\  \hline  10000 \\  0000 \\  \hline  10000 \\  39160 \\  \hline  5664 \\  \hline  9580000  \end{array}  $ <div style="margin-left: 200px;"> <math display="block">  \begin{array}{r}  7832 \\  6379 \\  \hline  1453 \\  22 \\  \hline  -1475 \\  3 \\  \hline  1472 \\  578 \\  \hline  894  \end{array}  </math> </div>
<p><b>EVALUAR EL PLAN</b> ¿Puedes emplear otra estrategia para llegar a la respuesta?</p> <p style="text-align: center;">Sumar todo y despues restar hasta llegar al resultado</p>	

**PROBLEMA # 3**  
 En un aeropuerto aterriza un avión cada 10 minutos ¿Cuántos aviones aterrizan en un día?



PRE-TEST	SOLUCIÓN
<b>COMPRENDER EL PROBLEMA</b> ¿Entiendes el problema? Si	$\begin{array}{r} 24 \\ \times 40 \\ \hline 00 \\ 4 \phantom{0} \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 24 \\ \times 6 \\ \hline 144 \end{array}$
¿Identificas los datos del problema?	
¿Puedes explicar el problema con tus propias palabras?	
<b>CONCEBIR UN PLAN</b> ¿Enuncia un plan para solucionar el problema matemático? Multiplicar los 10 minutos por las 24 horas del día.	
<b>EJECUTAR EL PLAN</b> ¿Utiliza alguna estrategia para resolver el problema? Si ya que primero identifiqué el número de horas y después la del día.	
<b>EVALUAR EL PLAN</b> ¿Puedes emplear otra estrategia para llegar a la respuesta?	

**Apéndice D. Resultados del Pre test**

ESTUDIANTE	MÉTODO MATEMÁTICO DE POLYA					TOTAL PRUEBA	NIVEL TOTAL
	PROBELMA 1	PROBLEMA 2	PROBLEMA 3	TOTAL	NIVEL		
1	0	1	0	1	Bajo	1	Bajo
2	1	1	1	3	Básico	3	Básico
3	0	1	0	1	Bajo	1	bajo
4	0	0	0	0	Bajo	0	bajo
5	0	1	0	1	Bajo	1	bajo
6	1	1	0	2	Básico	2	Básico
7	0	1	0	1	Bajo	1	bajo
8	0	0	0	0	Bajo	0	bajo
9	0	0	0	0	Bajo	0	bajo
10	1	1	1	3	Básico	3	Básico
<b>TOTAL</b>	<b>3</b>	<b>7</b>	<b>2</b>	<b>12</b>		<b>12</b>	
<b>Porcentaje indicador</b>	<b>30%</b>	<b>70%</b>	<b>20%</b>	<b>40%</b>		<b>40%</b>	

**Apéndice E. Resultados del Post-test**

ESTUDIANTE	MÉTODO MATEMÁTICO DE POLYA					TOTAL PRUEBA	NIVEL TOTAL
	PROBLEMA 1	PROBLEMA 2	PROBLEMA 3	TOTAL	NIVEL		
1	1	1	1	3	Básico	3	Básico
2	1	1	1	3	Básico	3	Básico
3	1	1	1	3	Básico	3	Básico
4	1	1	1	3	Básico	3	Básico
5	1	1	0	2	Básico	2	Básico
6	0	1	0	1	Bajo	1	bajo
7	1	0	1	2	Básico	2	Básico
8	1	1	1	3	Básico	3	Básico
9	1	1	1	3	Básico	3	Básico
10	1	1	1	3	Básico	3	Básico
<b>TOTAL</b>	<b>9</b>	<b>9</b>	<b>8</b>	<b>26</b>		<b>26</b>	
<b>Porcentaje indicador</b>	<b>90%</b>	<b>90%</b>	<b>80%</b>	87%		87%	