



Cartilla

de interés simple e interés compuesto

Milton Hernando Triana Lozano



ediciones
USTA

CARTILLA DE INTERÉS SIMPLE E INTERÉS COMPUESTO

Cartilla

de interés simple e interés compuesto

MILTON HERNANDO TRIANA LOZANO



Triana Lozano, Milton Hernando
Cartilla de interés simple e interés compuesto / Milton Hernando Triana Lozano. - Villavicencio,
Universidad Santo Tomás, 2026.

80 páginas, tablas y figuras

Incluye referencias bibliográficas

E-ISBN: 978-958-782-710-1

1. Matemáticas financieras – Enseñanza. 2. Tasas de interés. 3. Finanzas - Intereses. I. Universidad
Santo Tomás (Colombia)

SCDD edición 23

CO-ViUST 658.15



© Universidad Santo Tomás - Seccional Villavicencio, 2026

Ediciones USTA

Bogotá, D. C., Colombia

Carrera 9 n.º 51-11

Teléfono: (+601) 587 8797, ext. 2991

editorial@usantotomas.edu.co

Carrera 22 con calle 1 vía Puerto López

Villavicencio, Meta, Colombia

Teléfono: (+608) 6784260, ext. 4078

<http://www.ediciones.usta.edu.co>

<https://www.ustavillavicencio.edu.co/investigacion-publicaciones>

Director Dirección Investigación e Innovación: Dr. Héctor Fabio Restrepo Guerrero

Coordinación editorial: Julián Laverde Restrepo

Corrección de estilo: Fabián Andrés Gullaván Vera.

Universidad Santo Tomás - Seccional Villavicencio

Diagramación y ajuste de cubierta: Andrés Conrado Montoya Acosta

Hecho el depósito que establece la ley

E-ISBN: 978-958-782-710-1

Primera edición: 2026

Esta obra tiene una versión de acceso abierto disponible en el Repositorio Institucional de la
Universidad Santo Tomás: <https://repository.usta.edu.co/>

Universidad Santo Tomás. Vigilada MinEducación

Reconocimiento personería jurídica: Resolución 3645 del 6 de agosto de 1965, MinJusticia

Acreditación Institucional de Alta Calidad Multicampus: Resolución 014525 del 28 de julio de
2022, 8 años, MinEducación

Todos los derechos reservados

*Se prohíbe la reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio,
sin la autorización expresa del titular de los derechos.*

Contenido

1.	Presentación	11
2.	Interés simple	13
2.1.	Definición	13
2.2.	Valor futuro (F)	13
2.3.	Valor presente (P)	14
2.4.	Número de periodos de tiempo (n)	14
2.5.	Tasa de interés (i)	15
3.	Interés compuesto	25
3.1.	Definición	25
3.2.	Clases	26
3.2.1.	Tasa de interés nominal	26
3.2.2.	Tasa de interés efectiva	26
3.3.	Número de periodos (n) y periodicidad (m)	26
3.4.	Modalidad	27
3.5.	Presentación de las tasas de interés	27
3.6.	Conversión de tasas o equivalencia de tasas	28
3.7.	Ejercicios de conversión de tasas desde una tasa nominal anticipada (J_a)	29
3.7.1.	Ejemplo 1: de una tasa nominal anticipada (J_a) a una tasa nominal vencida (J) con la misma periodicidad	29
3.7.2.	Ejemplo 2: de una tasa nominal anticipada (J_a) a una tasa efectiva anticipada (i_a) con la misma periodicidad	30

3.7.3.	Ejemplo 3: de una tasa nominal anticipada (J_a) a una tasa efectiva vencida (i) con la misma periodicidad	31
3.7.4.	Ejemplo 4: de una tasa nominal anticipada (J_a) a una tasa nominal anticipada (J_a) con diferente periodicidad	32
3.7.5.	Ejemplo 5: desde una tasa nominal anticipada (J_a) a una tasa nominal vencida (J) con diferente periodicidad	32
3.7.6.	Ejemplo 6: desde una tasa nominal anticipada (J_a) a una tasa efectiva anticipada (i_a) con diferente periodicidad	33
3.7.7.	Ejemplo 7: desde una tasa nominal anticipada (J_a) a una tasa efectiva vencida (i) con diferente periodicidad	34
3.8.	Ejercicios de conversión de tasas desde una tasa nominal vencida (J)	35
3.8.1.	Ejemplo 8: de una tasa nominal vencida (J) a una tasa nominal anticipada (J_a) con la misma periodicidad	35
3.8.2.	Ejemplo 9: de una tasa nominal vencida (J) a una tasa efectiva anticipada (i_a) con la misma periodicidad	36
3.8.3.	Ejemplo 10: de una tasa nominal vencida (J) a una tasa efectiva vencida (i) con la misma periodicidad	36
3.8.4.	Ejemplo 11: de una tasa nominal vencida (J) a una tasa nominal anticipada (J_a) con diferente periodicidad	37
3.8.5.	Ejemplo 12: desde una tasa nominal vencida (J) a una tasa nominal vencida (J) con diferente periodicidad	38
3.8.6.	Ejemplo 13: desde una tasa nominal vencida (J) a una tasa efectiva anticipada (i_a) con diferente periodicidad	39
3.8.7.	Ejemplo 14: desde una tasa nominal vencida (J) a una tasa efectiva vencida (i) con diferente periodicidad	39
3.9.	Ejercicios de conversión de tasas desde una tasa efectiva anticipada (i_a)	40
3.9.1.	Ejemplo 15: de una tasa efectiva anticipada (i_a) a una tasa nominal anticipada (J_a) con la misma periodicidad	40

3.9.2.	Ejemplo 16: de una tasa efectiva anticipada (i_a) a una tasa nominal vencida (J) con la misma periodicidad	41
3.9.3.	Ejemplo 17: de una tasa efectiva anticipada (i_a) a una tasa efectiva vencida (i) con la misma periodicidad	42
3.9.4.	Ejemplo 18: de una tasa efectiva anticipada (i_a) a una tasa nominal anticipada (J_a) con diferente periodicidad	43
3.9.5.	Ejemplo 19: desde una tasa efectiva anticipada (i_a) a una tasa nominal vencida (J) con diferente periodicidad	43
3.9.6.	Ejemplo 20: desde una tasa efectiva anticipada (i_a) a una tasa efectiva anticipada (i_a) con diferente periodicidad	44
3.9.7.	Ejemplo 21: desde una tasa efectiva anticipada (i_a) a una tasa efectiva vencida (i) con diferente periodicidad	45
3.10.	Ejercicios de conversión de tasas desde una tasa efectiva vencida (i)	46
3.10.1.	Ejemplo 22: de una tasa efectiva vencida (i) a una tasa nominal anticipada (J_a) con la misma periodicidad	46
3.10.2.	Ejemplo 23: de una tasa efectiva vencida (i) a una tasa nominal vencida (J) con la misma periodicidad	46
3.10.3.	Ejemplo 24: de una tasa efectiva vencida (i) a una tasa efectiva anticipada (i_a) con la misma periodicidad	47
3.10.4.	Ejemplo 25: de una tasa efectiva vencida (i) a una tasa nominal anticipada (J_a) con diferente periodicidad	48
3.10.5.	Ejemplo 26: desde una tasa efectiva vencida (i) a una tasa nominal vencida (J) con diferente periodicidad	49
3.10.6.	Ejemplo 27: desde una tasa efectiva vencida (i) a una tasa efectiva anticipada (i_a) con diferente periodicidad	49
3.10.7.	Ejemplo 28: desde una tasa efectiva vencida (i) a una tasa efectiva vencida (i) con diferente periodicidad	50
3.11.	Valor futuro (F)	51

3.11.1. Ejercicio 1	51
3.11.2. Ejercicio 2	52
3.12. Valor presente (P)	53
3.12.1. Ejercicio 3	53
3.12.2. Ejercicio 4	54
3.13. Número de periodos de tiempo (n)	55
3.13.1. Ejercicio 5	55
3.14. Tasa de interés efectiva y vencida (i)	56
3.14.1. Ejercicio 6	56
3.15. Ecuaciones de valor	57
3.15.1. Ejercicio 7	58
4. Bibliografía	73
Anexos	75

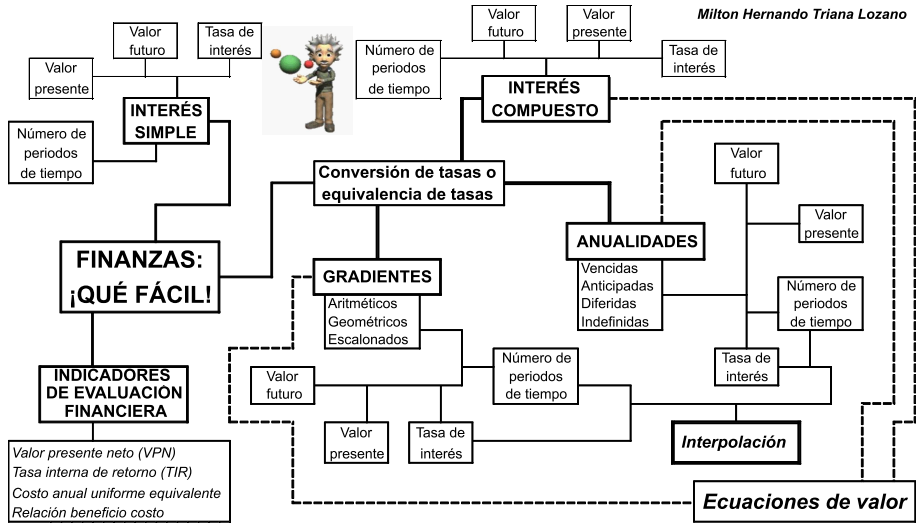


Figura 1. Visión general

1. Presentación

El conocimiento y la aplicación de los conceptos de interés simple e interés compuesto constituyen competencias esenciales para cualquier profesional, independientemente de su campo de acción. Estos mecanismos financieros son la base de la mayoría de las operaciones económicas modernas, ya que permiten comprender cómo se generan, acumulan y transforman los recursos a lo largo del tiempo. En este sentido, dominar estas herramientas no solo facilita la toma de decisiones más acertadas en contextos de inversión, ahorro o endeudamiento, sino que también fortalece la capacidad de análisis crítico frente a la dinámica del sistema financiero.

Asimismo, el manejo adecuado de estos temas brinda al profesional una ventaja competitiva, al permitirle interpretar y proyectar escenarios financieros a corto, mediano y largo plazo. Esto se traduce en la posibilidad de diseñar estrategias más sostenibles y responsables, tanto en el ámbito personal como en el organizacional. En un entorno caracterizado por la globalización y la constante transformación de los mercados, comprender el funcionamiento del interés simple y compuesto no es únicamente un requisito académico, sino una necesidad práctica para garantizar decisiones financieras informadas y generar valor en cualquier proyecto profesional.

Bienvenidos y bienvenidas.

2. Interés simple

2.1 Definición

En el interés simple, el capital que genera los intereses permanece constante, por lo que el valor de los intereses es el mismo en cada período. Es decir, el interés simple se caracteriza porque los intereses devengados en un período no generan más intereses en el siguiente; en otras palabras, los intereses no son capitalizables. Este tipo de interés se observa más en transacciones domésticas que en transacciones financieras (Moreno Gómez y Suárez Caicedo, 2023).

La denotación de las variables que se emplean en las fórmulas de interés simple son las siguientes:

F: Valor futuro o valor final o monto.

P: Valor presente o valor inicial.

i: Tasa de interés por periodo, en tanto por uno.

n: Número de periodos de tiempo.

2.2 Valor futuro (F)

Se le denomina también valor final o monto, entre otros, y la fórmula que se emplea en interés simple es la siguiente:

$$F = P * (1 + i * n)$$

Si se considera que se prestan \$10000 hoy, a una tasa de interés del 2.5% trimestral, durante un lapso de 1 año, se requiere conocer cuánto se recibirá al final de dicho tiempo. Las variables a considerar son:

P = 10000 i = 0.025 trimestral n = 4 trimestres F = ¿?

Aplicando la fórmula se obtiene:

$$F = 10000 * (1 + 0.025 * 4) = 11000.00$$

2.3 Valor presente (P)

Se le denomina también valor inicial, capital o valor actual, entre otros, y en interés simple la fórmula que se usa es la siguiente:

$$P = \frac{F}{(1 + i * n)}$$

Si se considera la situación anterior y se solicita saber el valor prestado, considerándose las demás variables son otras, quedarían expresadas así:

$$F = 11\,000 \quad i = 0.025 \text{ trimestral} \quad n = 4 \text{ trimestres} \quad P = ?$$

Aplicando la fórmula respectiva, se obtiene el siguiente resultado:

$$P = 11\,000 / (1 + 0.025 * 4) = 10\,000.00$$

Y este es el resultado que está en la segunda columna (la de capital) en el primer renglón o fila, luego del periodo 1, al comienzo del préstamo, sin intereses.

2.4 Número de periodos de tiempo (n)

Existen dos clases de tiempo: el exacto y el aproximado. El primero se maneja sobre una base anual de 365 días en un año calendario normal o sobre una base anual de 366 días si el año es bisiesto. El segundo se basa en un año de 360 días, que es la más común y utilizada a nivel comercial. La fórmula que se emplea en el interés simple es la siguiente:

$$n = \frac{F}{(P - 1) * i}$$

Si se considera la situación al comienzo del capítulo, las variables cambian, ya que se pregunta en qué lapso ese valor prestado de \$10 000 se convierte en ese monto final de \$11 000 a una tasa de interés del 2.5 % trimestral.

Véanse los datos obtenidos del enunciado:

$$F = 11\,000 \quad P = 10\,000 \quad i = 0,025 \text{ trimestral} \quad n = ?$$

Y aplicando la fórmula nos daría:

$$n = (11\,000 / 10\,000 - 1) / 0.025 = 4$$

Y este es el resultado que se encuentra al final de la primera columna (la de los períodos). Dado que la tasa de interés es **trimestral**, este número de períodos de tiempo también se expresa en trimestres. Por lo tanto, la respuesta es que en 4 **trimestres** (equivalente a 1 año), \$10 000 se convierten en \$11 000 al 2.5 % de interés trimestral.

Se puede concluir que, así como está expresada la tasa de interés, así también deben expresarse las unidades o períodos de tiempo. En este caso, dado que la tasa es trimestral, la respuesta obtenida se manifiesta en trimestres.

2.5 Tasa de interés (i)

Ahora bien, al existir dos clases de tiempo (el exacto y el aproximado), hace que se maneje el concepto de interés simple exacto o interés simple ordinario.

El interés simple exacto se calcula sobre una base de 365 días en condiciones normales o de 366 días si el año es bisiesto, mientras que el interés simple ordinario se calcula sobre una base de 360 días (12 meses de 30 días cada uno). Independientemente del tipo de interés simple, ya sea exacto o aproximado, la fórmula que se utilizará será la siguiente:

$$i = \frac{F}{(P - 1) * n}$$

Si se sigue considerando la situación al comienzo del capítulo, las variables vuelven a cambiar, ya que se debe determinar la tasa de interés a la cual el valor prestado inicialmente de \$10 000 se convierte en el monto final de \$11 000 en el lapso considerado de 4 trimestres (1 año). Así pues, los datos suministrados en el enunciado son los siguientes:

$$F = 11\ 000 \quad P = 10\ 000 \quad n = 4 \text{ trimestres} \quad i = ?$$

Y aplicando la fórmula nos daría:

$$i = (11\ 000 / 10\ 000 - 1) / 4 = 0.025$$

Nuevamente, es necesario recordar que, para la resolución de ejercicios de matemáticas financieras, la tasa de interés y el número de períodos de tiempo deben expresarse con la misma periodicidad. Por lo tanto, en el caso de una tasa de interés del 2.5 % trimestral, una inversión de \$10 000 se convierte en \$11 000 en 4 trimestres.

Apéndice 1. Ejercicios resueltos de interés simple

1) ¿Cuál es el valor presente de \$7800000 que se retiran hoy, invertidos al 1.5% de interés simple trimestral, hace 15 meses?

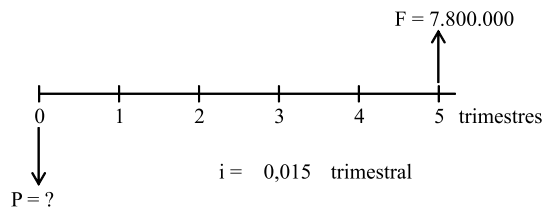
Se extraen las variables del enunciado:

$F = 7\,800\,000$ $i = 0.015$ interés trimestral $n = 15$ meses = 5 trimestres $P = ?$

El desarrollo es el siguiente:

$$P = 7\,800\,000 / (1 + 0.015 * 5) = 7\,255\,813.95$$

El diagrama económico es el siguiente:



Respuesta. El valor presente es \$7255813.95

2) ¿Cuál es la rentabilidad anual obtenida al invertir hoy \$1 100 000 para poder recibir dentro de un año y medio la suma de \$1 662 500?

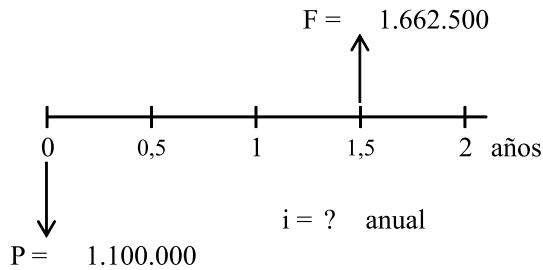
Las variables dadas son:

$P = 1\,100\,000$ $F = 1\,662\,500$ $n = 1.5$ años $i = ?$ Anual

El desarrollo es el siguiente:

$$i = (1\,662\,500 / 1\,100\,000 - 1) / 1.5 = 0.340909091 \text{ Anual}$$

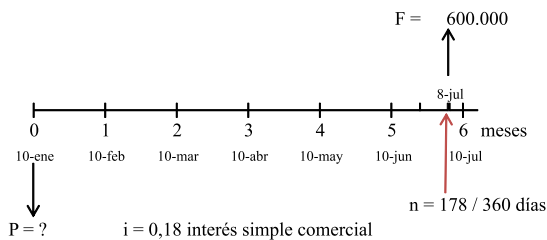
Y el diagrama económico es el siguiente:



Respuesta. 34,09% interés simple anual de rentabilidad

3) ¿Qué valor debe invertirse hoy 10 de enero de 2025 en un fondo que reconoce el 18% de interés simple comercial para que el 8 de julio de 2025 se puedan retirar \$600 000?

El diagrama económico sería:



Se extraen las variables:

$F = 600\,000$ $i = 0,18$ interés simple comercial $n = 178$ días $P = ?$

Su desarrollo es el siguiente:

$$P = 600\,000 / (1 + 0,18 * 178 / 360) = 550\,964,1873$$

Respuesta. El valor para invertir es de \$550 964,19

4) Se desea regalar un computador portátil, por un valor de \$2 500 000, en la celebración del Día del Padre. Si faltan todavía cinco meses, ¿les alcanzan los \$2 100 000 que reúnen todos los hijos e hijas, si los invierten al 3,5% de interés simple mensual para comprar dicho activo?

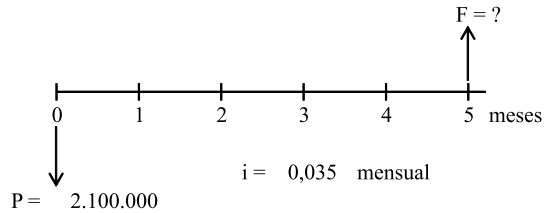
Las variables son:

$P = 2\,100\,000$ $i = 0,035$ interés simple mensual $n = 5$ meses $F = ?$

Su desarrollo es el siguiente:

$$F = 2\,100\,000 * (1 + 0.035 * 5) = 2\,467\,500.00$$

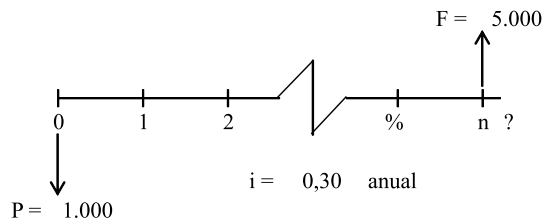
Y el diagrama económico sería:



Respuesta. No, porque reúnen tan solo \$2 467 500.00

5) ¿En cuánto tiempo se pueden quintuplicar \$1000 al 30% de interés simple anual?

El diagrama económico es:



Se extraen las variables:

$$P = 1000 \quad F = 5000 \quad i = 0.30 \text{ interés simple anual} \quad n = ? \text{ años}$$

El desarrollo de la fórmula es el siguiente:

$$n = 5000 / ((1000 - 1) * 0.30) = 13.3333 \text{ años}$$

Respuesta. 13.3333 años = 13 años y 4 meses.

(Sugerencia: efectuar al final una regla de tres con la parte decimal, que está después del entero, para hallar los meses o los días si aplica)

6) Un padre invierte \$800000 el 1 de febrero de 2013 en un fondo que ofrece un interés simple anual del 10%. Si decide retirar el dinero después de 4 meses, ¿tendrá lo suficiente para cubrir el costo del semestre de su hija, que es de \$820000?

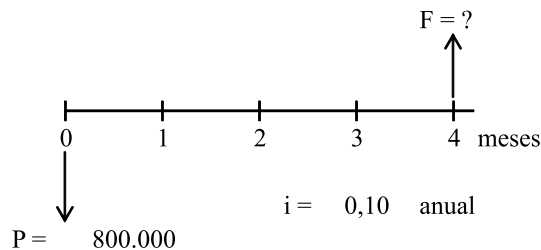
Las variables son las siguientes:

$P = 800\,000$ $i = 0.10$ interés anual simple $n = 4$ meses / 12 meses que tiene el año $F = ?$

Su desarrollo es el siguiente:

$$F = 800\,000 * (1 + 0.10 * 4 / 12) = 826\,666.67$$

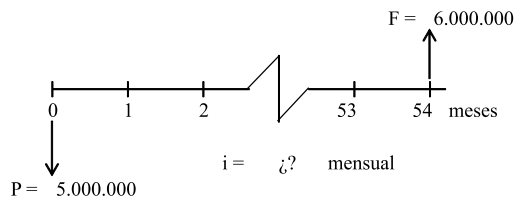
Este es el diagrama económico:



Respuesta: Sí, porque tendrá \$826 666.67

7) Una tía compró un lote por un valor de \$5 000 000 hace cuatro años y medio. Si lo vende por \$6 000 000, ¿qué tasa de interés simple mensual recibió por su inversión?

El diagrama económico sería el siguiente:



Las variables para tomar son:

$P = 5\,000\,000$ $F = 6\,000\,000$ $n = 4.5$ años = 54 meses $i = ?$ mensual

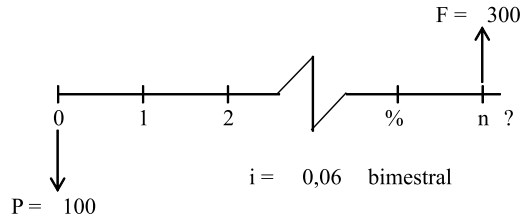
El desarrollo de la fórmula es el siguiente:

$$i = 6\,000\,000 / ((5\,000\,000 - 1) * 54) = 0.0037037037$$

Respuesta: $0.0037037037 = 0.37\%$ de interés simple mensual. (Sugerencia: redondear a dos posiciones decimales, por exceso o por defecto).

8) ¿En cuánto tiempo se triplica un dinero al 6% de interés simple bimestral?

El diagrama económico es este:



Se plantea una pregunta sobre la variable tiempo y, dado que no se proporciona un valor explícito para el valor presente o el valor futuro, se asigna libremente un valor inicial cualquiera. El valor final será, por tanto, el triple de este primer dato. Así, las variables para resolver el ejercicio pueden ser las siguientes:

$P = 5\,000\,000$ $F = 6\,000\,000$ $i = 0.06$ bimestral $n = ?$ bimestres

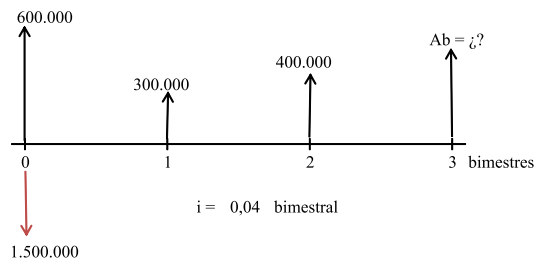
Su desarrollo es el siguiente:

$$n = 300 / ((100 - 1) / 0.06) = 33.3333 \text{ bimestres}$$

Respuesta: 33.33 bimestres, que es igual a 5 años, 6 meses y 20 días aproximadamente. (Sugerencia: efectuar al final una regla de tres).

9) Se adquiere en un almacén un electrodoméstico por un valor de \$1 500 000 y se paga a crédito, con una cuota inicial del 40% y el 60% se financia a 6 meses de plazo con pagos parciales bimestrales y a una tasa de interés simple del 4% bimestral sobre saldos vencidos. Si el primer pago parcial es dentro de dos meses es por \$300 000 y el segundo pago parcial es dentro de cuatro meses es por \$400 000, ¿de cuánto es el valor del último pago parcial dentro de seis meses?

Se sugiere presentar primero el diagrama económico para comprender mejor el ejercicio y buscar así la solución:



Se pueden desarrollar dos posibles soluciones, una larga y una corta.

En la primera, si se adolece de cualquier conocimiento de ecuaciones de valor, se desarrolla por partes: luego de la cuota inicial queda un saldo de:

$$1\,500\,000 - 600\,000 = 900\,000$$

Seguidamente, se lleva este saldo a financiar al final del primer bimestre con la fórmula de valor futuro:

$$F = 900\,000 * (1 + 0.04 * 1) = 936\,000$$

Y se realiza un abono, quedando un saldo de:

$$936\,000 - 300\,000 = 636\,000$$

Se proyecta nuevamente hasta el final del segundo bimestre, también con la fórmula de valor futuro:

$$F = 636\,000 * (1 + 0.04 * 1) = 661\,440.00$$

Y se realiza el abono respectivo, quedando un saldo de:

$$661\,440 - 400\,000 = 261\,440$$

Se proyecta nuevamente hasta el final del tercer bimestre, también con la fórmula de valor futuro:

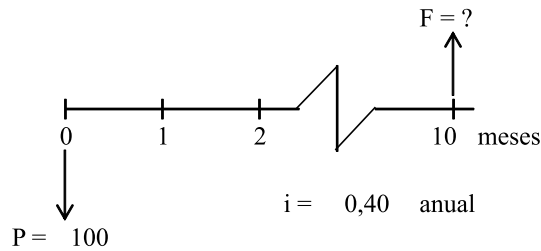
$$F = 261\,440 * (1 + 0.04 * 1) = 271\,987.60$$

Entonces, el valor a financiar es de \$900 000, que luego del primer bimestre, con intereses, era de \$936 000 y se le abona parcialmente \$300 000, quedando un saldo de \$636 000; luego, al segundo bimestre, con intereses, era de \$661 440 y vuelve a abonársele parcialmente de \$400 000, quedando un saldo de \$261 440; y para finalizar al tercer bimestre, con intereses, el valor del último pago parcial será de \$271 987.60

Respuesta: el valor del último pago es de \$271 987.60 al final de los seis meses (dentro de 3 bimestres).

10) Un abuelo le ofrece al nieto duplicarle el dinero en 10 meses al 40% de interés simple anual. ¿Es posible eso?

El diagrama económico es el siguiente:



Las variables son:

$P = 100$ $i = 0.40$ anual $n = 10 / 12$ porque el interés está anual $F = ?$

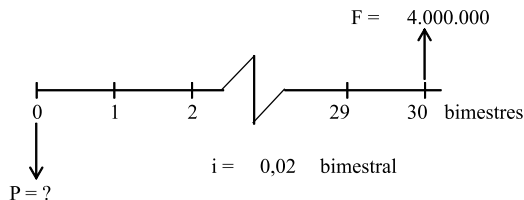
El desarrollo de la fórmula es el siguiente:

$$F = 100 * (1 + 0.40 * 10 / 12) = 133.33$$

Respuesta: No. Porque da un valor menor.

11) En un quinquenio (cinco años), ¿cuánto se depositó al comienzo para recibir un monto de \$4 000 000 al 2% de interés simple bimestral?

El diagrama económico es el que sigue:



Las variables son:

$n = 5$ años = 30 bimestres $i = 0.02$ bimestral $F = 4\,000\,000$ $P = ?$

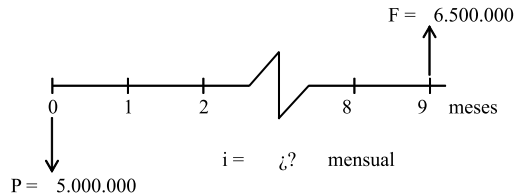
El desarrollo de la fórmula de valor presente es:

$$P = 4\,000\,000 / (1 + 0.02 * 30) = 2\,500\,000.00$$

Respuesta: \$2 500 000.00

12) ¿A qué tasa de interés simple debo invertir hoy \$5 000 000 para adquirir una motocicleta que tiene un valor de \$6 500 000 dentro de semestre y medio?

Si se representa con periodos mensuales el diagrama económico es el siguiente:



Las variables son:

$$F = 6\,500\,000 \quad P = 5\,000\,000 \quad n = 1.5 \text{ semestres} = 9 \text{ meses} \quad i = \text{¿? mensual}$$

Su desarrollo es el siguiente:

$$i = (6\,500\,000 / 5\,000\,000 - 1) / 1.5 = 0.200 \text{ semestral}$$

Respuesta: $0.2 = 20\%$ de interés simple semestral (sugerencia: redondear a dos posiciones decimales, por exceso o por defecto, si se presentan más de dos posiciones decimales).

13) ¿En cuánto tiempo se duplica un dinero al 21% de interés simple semestral?

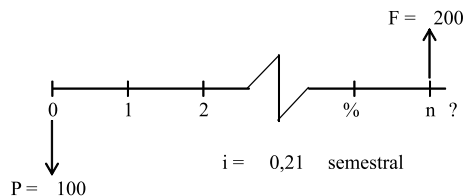
Las variables son:

$$F = 200 \quad P = 100 \quad i = 0.21 \text{ semestral} \quad n = \text{¿? semestres}$$

El desarrollo de la fórmula es el siguiente:

$$n = (200 / 100 - 1) / 0.21 = 4.761904762$$

El diagrama económico es el siguiente:



Respuesta: 4.761904762 semestres = 2 años, 4 meses y 17 días aproximadamente.

3. Interés compuesto

3.1 Definición

En interés simple, el capital que genera los intereses permanece constante, por lo que el valor de los intereses es el mismo en cada período de tiempo. En cambio, en el interés compuesto, el valor del interés se agrega al capital, y se dice que el interés se capitaliza o que este se reinvierte.

Entonces, en el interés compuesto, que es otra manera de realizar transacciones financieras (Cano Morales, 2024), el valor del interés producido en un período devenga interés en el período siguiente, generándose un nuevo monto de capital. Sobre dicho monto se vuelve a calcular el interés (tabla 1).

Tabla 1. Comparación de la liquidación a interés simple y a interés compuesto

Interés simple				
n	Capital	Tasa	Intereses	Valor final
1	10.000,00	* 0,0250 =	250,00	➡ 10.250,00
2	10.000,00	* 0,0250 =	250,00	➡ 10.500,00
3	10.000,00	* 0,0250 =	250,00	➡ 10.750,00
4	10.000,00	* 0,0250 =	250,00	➡ 11.000,00

Interés compuesto				
n	Capital	Tasa	Intereses	Valor final
1	10.000,00	* 0,0250 =	250,00	➡ 10.250,00
2	10.250,00	* 0,0250 =	256,25	➡ 10.506,25
3	10.506,25	* 0,0250 =	262,66	➡ 10.768,91
4	10.768,91	* 0,0250 =	269,22	➡ 11.038,13

Nótese que el capital inicial es de \$10 000. Para ambos casos, la tasa de interés es del 2.50% y se consideran 4 periodos de tiempo. Si se observa detenidamente el comparativo brindado por los dos modelos, se puede notar que solo el primer período en ambos es igual; a partir del segundo período de tiempo en adelante, los resultados son diferentes. En el caso del interés compuesto, el monto final siempre será mayor debido a la acumulación del valor de los intereses. Por otro lado, en el caso del interés simple, el monto final es menor, ya que el valor de los intereses es constante en todos los periodos, dado que el capital sobre el que se calculan es estático (Arnaiz Boluda, 2017).

Cabe anotar que, al hablar de interés compuesto, es fundamental distinguir claramente las diferentes clases de tasas de interés, el período de aplicación, la base de aplicación y su forma de aplicación (Cano Morales, 2024, p. 101). Es conveniente tratar con más detalle cada uno de estos componentes para poder comprender los capítulos venideros.

3.2 Clases

Existen dos clases de tasas de interés compuesto: la tasa de interés nominal y la tasa de interés efectiva (Izaguirre Olmedo *et ál.*, 2020, p.56).

3.2.1 Tasa de interés nominal

Llamada también convertible o capitalizable, es un valor relativo de referencia que se utiliza para definir la periodicidad en la cual se capitalizan o liquidan los intereses (Moreno Gómez y Suárez Caicedo, 2023, p. 62). Se denota con la letra **J**, lo que indica que se consideran dos tipos de períodos: uno que se toma como referencia (normalmente un año y casi nunca se menciona explícitamente) y otro correspondiente al pago de interés o a la capitalización.

3.2.2 Tasa de interés efectiva

Llamada también tasa periódica, se deriva de las tasas nominales (Moreno Gómez y Suárez Caicedo, 2023, p. 63). Se denota con la letra **i** y es la tasa a la que realmente devenga un capital en un periodo de referencia dado (Moreno Gómez y Suárez Caicedo, 2023, p. 64). Estas son las tasas que se utilizan en las transacciones financieras.

3.3 Número de periodos (n) y periodicidad (m)

Se le llama **período** al tiempo que transcurre entre un pago de interés y otro; se simboliza con la letra **n**. La **periodicidad** se refiere al número de períodos que hay en un año, es decir, representa el número de veces que el interés se capitaliza en un año. También se le conoce como frecuencia de conversión o frecuencia de capitalización, y se denotará con la letra **m** (Cano Morales, 2024, p. 100).

Ahora bien, existen frecuencias de capitalización más conocidas, o periodicidades”, que son las más comunes en el mercado financiero, y otras que no lo son tanto, aunque también deben ser conocidas (tabla 2).

Tabla 2. Periodicidades

Capitalización de intereses	Frecuencia de conversión	
Decenio	D	1 / 10 o 0,1**
Quinquenio	Q*	1 / 5 o 0,2**
Anual	A	1
Semestral	S	2
Cuatrimestral	C	3
Trimestral	T	4
Bimestral	B	6
Mensual	M	12
Quincenal	Q	24
Semanal	S*	48 (o 52*)
Diaria	D	360 (o 365* o 366*)

Nota 1: * depende de la base utilizada para la conversión.

Nota 2: ** son poco comunes.

3.4 Modalidad

Se denomina **modalidad** a la forma de aplicación de las tasas de interés, es decir, al momento de su aplicación: si es al comienzo o por adelantado, se considera anticipada (Cano Morales, 2024, p. 164); y si es al final, se clasifica como vencida (Cano Morales, 2024, p. 163). En el caso de las tasas de interés anticipadas, se le agregará al final la letra a en forma de subíndice (J_a para tasas nominales anticipadas e i_a para tasas efectivas anticipadas). Por otro lado, en el caso de las tasas de interés vencidas, no es necesario estipularlo ni agregar ningún subíndice (J para tasas nominales vencidas e i para tasas efectivas vencidas).

3.5 Presentación de las tasas de interés

En un problema o ejercicio de matemáticas financiera conviene, por tanto, saber enunciar la tasa de interés. Para ello véanse unos ejemplos:

32%_{NMA} (nominal mensual anticipado).

28%_{CBV} (convertible bimestre vencido).

3%_{ETA} (efectivo trimestre anticipado).

21%_{NS} (nominal semestral vencido).

5%_{ESV} (efectivo semestral vencido).

2,1 % MA (efectivo mensual anticipado).

10 % T (efectivo trimestre vencido).

42.68 % (efectivo anual vencido).

Como se puede observar, la primera letra hace referencia a la **clase** de tasa de interés, que puede ser nominal (capitalizable o convertible) o efectiva (periódica). Siempre que se trate de una tasa nominal, esta aparece indicada explícitamente; sin embargo, si no hay una referencia explícita que indique que se trata de una tasa nominal o efectiva, se asume que la tasa es efectiva. Seguidamente, la segunda letra hace referencia a la **periodicidad** de la tasa (diaria, semanal, quincenal, mensual, bimestral, trimestral, semestral o anual). Si no hay una mención explícita que indique una periodicidad, se asume que es anual. Por último, la tercera letra hace referencia a la **modalidad** de la tasa (anticipada o vencida). Siempre que sea anticipada, esta aparece indicada explícitamente; no obstante, si no aparece una letra que lo denote, se asume que la tasa es vencida.

3.6 Conversión de tasas o equivalencia de tasas

Los problemas de matemáticas financieras no se trabajan con tasas de interés nominales o con modalidad anticipada. Lo anterior implica que, para la solución de cualquier ejercicio, se debe procurar previamente, antes de la aplicación de una fórmula como tal, **tener lista la tasa de interés**, la cual siempre debe ser efectiva y presentarse en modalidad vencida.

Como consecuencia, es conveniente saber cómo cambiar o convertir las clases de tasas entre sí (de nominal a efectiva o de efectiva a nominal), la modalidad de las tasas (de anticipada a vencida o de vencida a anticipada) y la periodicidad de las tasas (cualquiera que esta sea), o de un concepto a otro si así se requiere.

Estos son algunos de los métodos o procedimientos empleados tradicionalmente para la conversión de tasas: la gráfica de equivalencias de tasas de Baca Currea (2007, p. 37), con base en preguntas de Ramírez Mora y Martínez Cárdenas (2010, p. 84), el diagrama de conversión de tasas de interés de Moreno Gómez y Rueda Forero (1998), el diagrama para la transformación de tasas de interés de Vélez Pareja (2010) y la gráfica de conversión de tasas de interés de Meza Orozco (2017, p. 180).

Otra herramienta más efectiva para la conversión o equivalencia de tasas es la **Matriz milher**, que presenta cuatro columnas y cuatro segmentos distribuidos en cuatro filas (figura 2). En la primera columna se indica la tasa de interés conocida (la que se proporciona para convertir); la segunda columna muestra la tasa de interés desconocida (a la que se desea llegar como destino); la tercera columna especifica que la conversión se lleva a cabo sin cambiar la periodicidad (puede referirse a la clase o a la modalidad), y la cuarta columna aclara que la conversión también implica un cambio de periodicidad (además de la clase o la modalidad).

		①	②	③	④
		% DE	A	Misma periodicidad	Diferente periodicidad
Nominal Anticipada (J_a)	Nominal Anticipada	%			$J_a = (1 - (1 - J_a / m)^{(m/md)}) * md$
	Nominal Vencida			$J = (1 / (1 - J_a / m) - 1) * m$	$J = (1 / (1 - J_a / m)^{(m/md)} - 1) * md$
	Efectiva Anticipada		$i_a = J_a / m$		$i_a = 1 - (1 - J_a / m)^{(m/md)}$
	Efectiva Vencida		$i = 1 / (1 - J_a / m) - 1$		$i = 1 / (1 - J_a / m)^{(m/md)} - 1$
Nominal Vencida (J)	Nominal Anticipada			$J_a = (1 - 1 / (1 + J / m)) * m$	$J_a = (1 - 1 / (1 + J / m)^{(m/md)}) * md$
	Nominal Vencida	%			$J = ((1 + J / m)^{(m/md)} - 1) * md$
	Efectiva Anticipada		$i_a = 1 - 1 / (1 + J / m)$		$i_a = 1 - 1 / (1 + J / m)^{(m/md)}$
	Efectiva Vencida		$i = J / m$		$i = (1 + J / m)^{(m/md)} - 1$
Efectiva Anticipada (i_a)	Nominal Anticipada			$J_a = i_a * m$	$J_a = (1 - (1 - i_a)^{(m/md)}) * md$
	Nominal Vencida			$J = (1 / (1 - i_a) - 1) * m$	$J = (1 / (1 - i_a)^{(m/md)} - 1) * md$
	Efectiva Anticipada	%			$i_a = 1 - (1 - i_a)^{(m/md)}$
	Efectiva Vencida		$i = i_a / (1 - i_a)$		$i = 1 / (1 - i_a)^{(m/md)} - 1$
Efectiva Vencida (i)	Nominal Anticipada			$J_a = (1 - 1 / (1 + i)) * m$	$J_a = (1 - 1 / (1 + i)^{(m/md)}) * md$
	Nominal Vencida			$J = i * m$	$J = ((1 + i)^{(m/md)} - 1) * md$
	Efectiva Anticipada		$i_a = i / (1 + i)$		$i_a = 1 - 1 / (1 + i)^{(m/md)}$
	Efectiva Vencida	%			$i = (1 + i)^{(m/md)} - 1$

Figura 2. Matriz MILHER
Fuente: tomado de Triana Lozano (2020).

3.7 Ejercicios de conversión de tasas desde una tasa nominal anticipada (J_a)

Se presentan 7 casos: 3 ejemplos iniciales en los cuales no hay cambio de periodicidad y 4 ejemplos posteriores donde sí cambia la periodicidad.

3.7.1 Ejemplo 1: de una tasa nominal anticipada (J_a) a una tasa nominal vencida (J) con la misma periodicidad

Hallar una tasa equivalente nominal bimestral vencida de una tasa del 18% NBA.

Análisis de datos: $0.18 \text{ NBA} = i? \text{ NBV}$.

Paso 1) en la columna 1: primera caja (tasa conocida) “Nominal anticipada”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 2 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Nominal vencida”.

Paso 3) se elige la fórmula en la columna 3 por tener la misma periodicidad y por el mismo renglón 2 de “Nominal vencida” de la columna 2.

La fórmula para enunciar las variables para tener en cuenta en su desarrollo es:

$$J = \left(\frac{1}{\left(1 - \frac{j_a}{m}\right)} - 1 \right) * m$$

$J_a = 0.18 \text{ NBA}$ (tasa conocida) $m = 6$ (periodicidad bimestral).

$J = i? \text{ NBV}$ (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$J_a = (1 / (1 - 0.18 / 6) - 1) * 6 = 0.1855670103 \text{ NBV}.$$

$$J_a = 18.56\% \text{ NBV}.$$

La respuesta es que el 18% NBA es equivalente a un 18.56% NBV

3.7.2 Ejemplo 2: de una tasa nominal anticipada (J_a) a una tasa efectiva anticipada (i_a) con la misma periodicidad

Convertir el 17% NTA en una tasa efectiva trimestral anticipada.

Análisis de datos: $0.17 \text{ NTA} = i? \text{ ETA}$.

Paso 1) en la columna 1: primera caja (tasa conocida) “Nominal anticipada”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 3 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Efectiva anticipada”.

Paso 3) se elige la fórmula en la columna tres por tener la misma periodicidad y por el mismo renglón tres de “Efectiva anticipada” de la columna dos.

Se define la fórmula para enunciar las variables para tener en cuenta en su desarrollo:

$$i_a = \frac{J_a}{m}$$

$J_a = 0.17$ NTA (tasa conocida) $m = 4$ (periodicidad trimestral).

$i_a = ?$ ETA (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$i_a = 0.17 / 4 = 0.0425 \text{ ETA.}$$

$$i_a = 4.25 \% \text{ ETA.}$$

La respuesta es que el 17 % NTA es equivalente a un 4.25 % ETA.

3.7.3 Ejemplo 3: de una tasa nominal anticipada (J_a) a una tasa efectiva vencida (i) con la misma periodicidad

De una tasa del 16 % NSA hallar una tasa efectiva semestral vencida.

Análisis de datos: 0.16 NSA = $?$ ESV.

Paso 1) en la columna 1: primera caja (tasa conocida) “Nominal anticipada”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 4 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Efectiva vencida”.

Paso 3) se elige la fórmula en la columna 3 por tener la misma periodicidad y por el mismo renglón 4 de “Efectiva vencida” de la columna 2.

Se precisa la fórmula para enunciar las variables para tener en cuenta en su desarrollo:

$$i = \frac{1}{\left(1 - \frac{J_a}{m}\right)} - 1$$

$J_a = 0.16$ NSA (tasa conocida) $m = 2$ (periodicidad semestral).

$i = ?$ ESV (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$i = 1 / \left(1 - 0.16 / 2\right) - 1 = 0.08695652174 \text{ ESV.}$$

$i = 8.70\%$ ESV.

La respuesta es que el 16% NSA es equivalente a un 8.70% ESV.

3.7.4 Ejemplo 4: de una tasa nominal anticipada (J_a) a una tasa nominal anticipada (J_a) con diferente periodicidad

Convertir el 15% NMA en una tasa nominal bimestral anticipada.

Análisis de datos: 0.15 NMA = ¿? NBA.

Paso 1) en la columna 1: primera caja (tasa conocida) “Nominal anticipada”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 1 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Nominal anticipada”.

Paso 3) se elige ahora la fórmula en la columna 4 por tener diferente periodicidad y por el mismo renglón 1 de “Nominal anticipada” de la columna 2.

Se determina la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$j_a = \left(1 - \left(1 - \frac{j_a}{m} \right)^{\frac{m}{md}} \right) * m$$

$J_a = 0.15$ NMA (tasa conocida) $m = 12$ (mensual tasa conocida).

$md = 6$ (bimestral tasa desconocida) $J_a = ?$ NBA (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$J_a = \left(1 - \left(1 - 0.15 / 12 \right)^{(12 / 6)} \right) * 6 = 0.1490625 \text{ NBA.}$$

$J_a = 14.91\%$ NBA.

La respuesta es que el 15% NMA es equivalente a un 14.91% NBA.

3.7.5 Ejemplo 5: desde una tasa nominal anticipada (J_a) a una tasa nominal vencida (J) con diferente periodicidad

De una tasa del 14% NTA hallar una tasa nominal semestral vencida

Análisis de datos: 0.14 NTA = ¿? NSV.

Paso 1) en la columna 1: primera caja (tasa conocida) “Nominal anticipada”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 2 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Nominal vencida”.

Paso 3) se elige ahora la fórmula en la columna 4 por tener diferente periodicidad y por el mismo renglón 2 de “Nominal vencida” de la columna 2.

Se determina la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$J = \left(\frac{1}{\left(1 - \frac{j_a}{m}\right)^{\frac{m}{md}}} \right) * md$$

$J_a = 0.14$ NTA (tasa conocida) $m = 4$ (trimestral tasa conocida).

$md = 2$ (semestral tasa desconocida) $J = ?$ NSV (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$J = (1 / (1 - 0.14 / 4)^{(4/2)} - 1) * 2 = 0.1477086633 \text{ NSV.}$$

$$J = 14.77\% \text{ NSV.}$$

La respuesta es que el 14% NTA es equivalente a un 14.77% NSV.

3.7.6 Ejemplo 6: desde una tasa nominal anticipada (J_a) a una tasa efectiva anticipada (i_a) con diferente periodicidad

Teniendo una tasa del 13% NSA encontrar una tasa efectiva mensual anticipada.

Análisis de datos: 0.13 NSA = ? EMA.

Paso 1) en la columna 1: primera caja (tasa conocida) “Nominal anticipada”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 3 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Efectiva anticipada”.

Paso 3) se elige ahora la fórmula en la columna 4 por tener diferente periodicidad y por el mismo renglón 3 de “Efectiva anticipada” de la columna 2.

Se determina la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$i_a = 1 - \left(1 - \frac{j_a}{m}\right)^{\frac{m}{md}}$$

$J_a = 0.13$ NSA (tasa conocida) $m = 2$ (semestral tasa conocida).

$md = 12$ (mensual tasa desconocida) $i_a = ?$ EMA (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$i_a = 1 - \left(1 - 0.13 / 2\right)^{(2 / 12)} = 0.01113895554 \text{ EMA.}$$

$$i_a = 1.11 \% \text{ EMA.}$$

La respuesta es que el 13% NSA es equivalente a un 1.11% EMA.

3.7.7 Ejemplo 7: desde una tasa nominal anticipada (J_a) a una tasa efectiva vencida (i) con diferente periodicidad

Hallar una tasa efectiva bimestral vencida de una tasa del 12% NTA.

Análisis de datos: 0.12 NTA = ? EBV.

Paso 1) en la columna 1: primera caja (tasa conocida) “Nominal anticipada”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 4 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Efectiva vencida”.

Paso 3) se elige ahora la fórmula en la columna 4 por tener diferente periodicidad y por el mismo renglón 4 de “Efectiva vencida” de la columna 2.

Se determina la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$i = \frac{1}{\left(1 - \frac{j_a}{m}\right)^{\frac{m}{md}}} - 1$$

$J_a = 0.12$ NTA (tasa conocida) $m = 4$ (trimestral tasa conocida).

$md = 6$ (bimestral tasa desconocida) $i = ?$ EBV (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$i = 1 / \left(1 - 0.12 / 4\right)^{(4 / 6)} - 1 = 0.02051371057 \text{ EBV.}$$

$i = 2.05\% \text{ EBV}$.

La respuesta es que el $12\% \text{ NTA}$ es equivalente a un $2.05\% \text{ EBV}$.

3.8 Ejercicios de conversión de tasas desde una tasa nominal vencida (J)

Ahora se muestra 7 casos: 3 ejemplos iniciales donde no hay cambio de periodicidad y 4 ejemplos posteriores donde sí cambia la periodicidad.

3.8.1 Ejemplo 8: de una tasa nominal vencida (J) a una tasa nominal anticipada (J_a) con la misma periodicidad

Hallar una tasa nominal trimestral anticipada equivalente a una tasa del $27\% \text{ NTV}$.

Análisis de datos: $0.27 \text{ NTV} = ? \text{ NTA}$.

Paso 1) en la columna 1: segunda caja (tasa conocida) “Nominal vencida”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 1 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Nominal anticipada”.

Paso 3) se elige la fórmula en la columna 3 por tener la misma periodicidad y por el mismo renglón 1 de “Nominal anticipada” de la columna 2.

Se observa la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$J_a = \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{J}{m} \right)} \right) * m$$

$J = 0.27 \text{ NTV}$ (tasa conocida) $m = 4$ (periodicidad trimestral).

$J_a = ? \text{ NTA}$ (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$J_a = (1 - 1 / (1 + 0,27 / 4)) * 4 = 0.25292740047 \text{ NTA}.$$

$J_a = 25.29\% \text{ NTA}$.

La respuesta es que el 27 % NTV es equivalente a un 25.29 % NTA.

3.8.2 Ejemplo 9: de una tasa nominal vencida (J) a una tasa efectiva anticipada (i_a) con la misma periodicidad

Convertir el 26 % NSV en una tasa efectiva semestral anticipada.

Análisis de datos: 0.26 NSV = ESA.

Paso 1) en la columna 1: segunda caja (tasa conocida) “Nominal vencida”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 3 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Efectiva anticipada”.

Paso 3) se elige la fórmula en la columna 3 por tener la misma periodicidad y por el mismo renglón 3 de “Efectiva anticipada” de la columna 2.

Se define la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$i_a = 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{J}{m}\right)}$$

J = 0.26 NSV (tasa conocida) m = 2 (periodicidad semestral).

$i_a = ?$ ESA (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$i_a = 1 - 1 / \left(1 + 26 / 2\right) = 0.11504424779 \text{ ESA.}$$

$$i_a = 11.50 \% \text{ ESA.}$$

La respuesta es que el 26 % NSV es equivalente a un 11.50 % ESA.

3.8.3 Ejemplo 10: de una tasa nominal vencida (J) a una tasa efectiva vencida (i) con la misma periodicidad

De una tasa del 25 % NMV hallar una tasa efectiva mensual vencida.

Análisis de datos: 0.25 NMV = ? EMV.

Paso 1) en la columna 1: segunda caja (tasa conocida) “Nominal vencida”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 4 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Efectiva vencida”.

Paso 3) se elige la fórmula en la columna 3 por tener la misma periodicidad y por el mismo renglón 4 de “Efectiva vencida” de la columna 2.

Se precisa la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$i = \frac{J}{m}$$

$J = 0.25$ NMV (tasa conocida) $m = 12$ (periodicidad mensual).

$i = ?$ EMV (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$i = 0.25 / 12 = 0.02083333333$ EMV.

$i = 2.08\%$ EMV.

La respuesta es que el 25% NMV es equivalente a un 2.08% EMV.

3.8.4 Ejemplo 11: de una tasa nominal vencida (J) a una tasa nominal anticipada (J_a) con diferente periodicidad

Convertir el 24% NSV en una tasa nominal trimestral anticipada.

Análisis de datos: 0.24 NSV = $i?$ NTA.

Paso 1) en la columna 1: segunda caja (tasa conocida) “Nominal vencida”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 1 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Nominal anticipada”.

Paso 3) se elige ahora la fórmula en la columna 4 por tener diferente periodicidad y por el mismo renglón 1 de “Nominal anticipada” de la columna 2.

Se determina la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$j_a = \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{J}{m} \left(1 + \frac{J}{m} \right)^{\frac{m}{md}} \right)^{\frac{m}{md}}} \right) * md$$

$J = 0.24$ NSV (tasa conocida) $m = 2$ (semestral tasa conocida).

$md = 4$ (trimestral tasa desconocida) $J_a = ?$ NTA (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$J_a = \left(1 - 1 / \left(1 + 0.24 / 2 \right)^{(2 / 4)} \right) * 4 = 0.22035526991 \text{ NTA.}$$

$$J_a = 22.04 \% \text{ NTA.}$$

La respuesta es que el 24% NSV es equivalente a un 22.04% NTA.

3.8.5 Ejemplo 12: desde una tasa nominal vencida (J) a una tasa nominal vencida (J) con diferente periodicidad

De una tasa del 23% NMV hallar una tasa nominal bimestral vencida.

Análisis de datos: 0.23 NMV = ? NBV.

Paso 1) en la columna 1: segunda caja (tasa conocida) “Nominal vencida”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 2 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Nominal vencida”.

Paso 3) se elige ahora la fórmula en la columna 4 por tener diferente periodicidad y por el mismo renglón 2 de “Nominal vencida” de la columna 2.

Se determina la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$J = \left(\left(1 + \frac{J}{m} \right)^{\frac{m}{md}} - 1 \right) * md$$

$J = 0.23$ NMV (tasa conocida) $m = 12$ (mensual tasa conocida).

$md = 6$ (bimestral tasa desconocida) $J = ?$ NBV (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$J = ((1 + 0.23 / 12)^{(12/6)} - 1) * 6 = 0.2322041666 \text{ NBV.}$$

$$J = 23.22 \% \text{ NBV.}$$

La respuesta es que el 23 % NBV es equivalente a un 23,22 % NBV.

3.8.6 Ejemplo 13: desde una tasa nominal vencida (J) a una tasa efectiva anticipada (i_a) con diferente periodicidad

De una tasa del 22 % NTV, encontrar una tasa efectiva semestral anticipada.

Análisis de datos: 0.22 NTV = ESA.

Paso 1) en la columna 1: segunda caja (tasa conocida) “Nominal vencida”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 3 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Efectiva anticipada”.

Paso 3) se elige ahora la fórmula en la columna 4 por tener diferente periodicidad y por el mismo renglón 3 de “Efectiva anticipada” de la columna 2.

Se determina la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$i_a = 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{J}{m}\right)^{\frac{m}{md}}}$$

J = 0.22 NTV (tasa conocida) m = 4 (trimestral tasa conocida).

md = 2 (semestral tasa desconocida) $i_a = ?$ ESA (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$i_a = 1 - 1 / \left(1 + 0.22 / 4\right)^{(4/2)} = 0.10154758429 \text{ ESA.}$$

$$i_a = 10.15 \% \text{ ESA.}$$

La respuesta es que el 22 % NTV es equivalente a un 10.15 % ESA.

3.8.7 Ejemplo 14: desde una tasa nominal vencida (J) a una tasa efectiva vencida (i) con diferente periodicidad

Hallar una tasa efectiva trimestral vencida de una tasa del 21 % NBV.

Análisis de datos: $0.21 \text{ NBV} = i? \text{ ETV}$.

Paso 1) en la columna 1: segunda caja (tasa conocida) “Nominal vencida”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 4 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Efectiva vencida”.

Paso 3) se elige ahora la fórmula en la columna 4 por tener diferente periodicidad y por el mismo renglón 4 de “Efectiva vencida” de la columna 2.

Se determina la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$i = \left(1 + \frac{J}{m} \left(1 + \frac{J}{m} \right)^{m/md} \right)^{m/md} - 1$$

$J = 0.21 \text{ NBV}$ (tasa conocida) $m = 6$ (semestral tasa conocida).

$md = 4$ (trimestral tasa desconocida) $i = i? \text{ ETV}$ (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$i = \left(1 + 0.21 / 6 \right)^{(6 / 4)} - 1 = 0.05295672988 \text{ ETV}.$$

$$i = 5.30\% \text{ ETV}.$$

La respuesta es que el $21\% \text{ NBV}$ es equivalente a un $5.30\% \text{ ETV}$.

3.9 Ejercicios de conversión de tasas desde una tasa efectiva anticipada (i_a)

Se presenta 7 casos: 3 ejemplos iniciales donde no hay cambio de periodicidad y 4 ejemplos posteriores donde si cambia la periodicidad.

3.9.1 Ejemplo 15: de una tasa efectiva anticipada (i_a) a una tasa nominal anticipada (J_a) con la misma periodicidad

Hallar una tasa equivalente nominal semestral anticipada de una tasa del $9.2\% \text{ ESA}$

Análisis de datos: $0.092 \text{ ESA} = i? \text{ NSA}$.

Paso 1) en la columna 1: tercera caja (tasa conocida) “Efectiva anticipada”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 1 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Nominal anticipada”.

Paso 3) se elige la fórmula en la columna 3 por tener la misma periodicidad y por el mismo renglón 1 de “Nominal anticipada” de la columna 2.

Se observa la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$j_a = i_a * m$$

$i_a = 0.092$ ESA (tasa conocida) $m = 2$ (periodicidad semestral).

$J_a = ?$ NSA (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$J_a = 0.092 * 2 = 0.184 \text{ NSA.}$$

$$J_a = 18.4\% \text{ NSA.}$$

La respuesta es que el 9.2% ESA es equivalente a un 18.4% NSA.

3.9.2 Ejemplo 16: de una tasa efectiva anticipada (i_a) a una tasa nominal vencida (J) con la misma periodicidad

Convertir el 8.2% EMA en una tasa nominal mensual vencida.

Análisis de datos: 0.082 EMA = $?$ NMV.

Paso 1) en la columna 1: tercera caja (tasa conocida) “Efectiva anticipada”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 2 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Nominal vencida”.

Paso 3) se elige la fórmula en la columna 3 por tener la misma periodicidad y por el mismo renglón 2 de “Nominal vencida” de la columna 2.

Se define la fórmula para enunciar las variables para tener en cuenta en su desarrollo:

$$J = \left(\frac{1}{(1 - i_a)} - 1 \right) * m$$

$i_a = 0.082$ EMA (tasa conocida) $m = 12$ (periodicidad mensual).

$J = ?$ NMV (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$J = (1 / (1 - 0082) - 1) * 12 = 1.0718954248 \text{ NMV.}$$

$$J = 107.19\% \text{ NMV.}$$

La respuesta es que el 8.2% EMA es equivalente a un 107.19% NMV.

3.9.3 Ejemplo 17: de una tasa efectiva anticipada (i_a) a una tasa efectiva vencida (i) con la misma periodicidad

De una tasa del 7.2% ETA hallar una tasa efectiva trimestral vencida.

Análisis de datos: 0.072 ETA = ? ETV.

Paso 1) en la columna 1: tercera caja (tasa conocida) “Efectiva anticipada”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 4 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Efectiva vencida”.

Paso 3) se elige la fórmula en la columna 3 por tener la misma periodicidad y por el mismo renglón 4 de “Efectiva vencida” de la columna 2.

Se precisa la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$i = \frac{i_a}{(1 - i_a)}$$

$i_a = 0.072$ ETA. (tasa conocida) $i = ?$ ETV (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$i = 1 / (1 - 0072) = 0.0775862069 \text{ ETV.}$$

$$i = 7.76\% \text{ ETV.}$$

La respuesta es que el 7.2% ETA es equivalente a un 7.76% ETV.

3.9.4 Ejemplo 18: de una tasa efectiva anticipada (i_a) a una tasa nominal anticipada (J_a) con diferente periodicidad

Convertir el 6.2% EBA en una tasa nominal semestral anticipada.

Análisis de datos: 0.062 EBA = ¿? NSA.

Paso 1) en la columna 1: tercera caja (tasa conocida) “Efectiva anticipada”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 1 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Nominal anticipada”.

Paso 3) se elige ahora la fórmula en la columna 4 por tener diferente periodicidad y por el mismo renglón 1 de “Nominal anticipada” de la columna 2.

Se determina la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$j_a = \left(1 - (1 - i_a)^{\frac{m}{md}} \right) * md$$

$i_a = 0062$ EBA (tasa conocida) $m = 6$ (bimestral tasa conocida).

$md = 2$ (semestral tasa desconocida) $J_a = ?$ NSA (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$J_a = (1 - (1 - 0062)^{(6/2)}) * 2 = 0.349412656 \text{ NSA.}$$

$$J_a = 34.94\% \text{ NSA.}$$

La respuesta es que el 6.2% EBA es equivalente a un 34.94% NSA.

3.9.5 Ejemplo 19: desde una tasa efectiva anticipada (i_a) a una tasa nominal vencida (J) con diferente periodicidad

De una tasa del 5.2% ETA hallar una tasa nominal mensual vencida.

Análisis de datos: 0.052 ETA = ¿? NMV.

Paso 1) en la columna 1: tercera caja (tasa conocida) “Efectiva anticipada”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 2 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Nominal vencida”.

Paso 3) se elige ahora la fórmula en la columna 4 por tener diferente periodicidad y por el mismo renglón 2 de “Nominal vencida” de la columna 2.

Se determina la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$J = \left(\frac{1}{(1 - i_a)^{\frac{m}{md}}} - 1 \right) * md$$

$i_a = 0.052$ ETA (tasa conocida) $m = 4$ (trimestral tasa conocida).

$md = 12$ (mensual tasa desconocida) $J = ?$ NMV (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$J = (1 / (1 - 0052)^{(4 / 12)} - 1) * 12 = 0.2155155326 \text{ NMV.}$$

$$J = 21.55 \% \text{ NMV.}$$

La respuesta es que el 5.2% ETA es equivalente a un 21.55% NMV.

3.9.6 Ejemplo 20: desde una tasa efectiva anticipada (i_a) a una tasa efectiva anticipada (i_a) con diferente periodicidad

Teniendo una tasa del 4.2% EBA encontrar una tasa efectiva trimestral anticipada.

Análisis de datos: 0.042 EBA = ¿? ETA.

Paso 1) en la columna 1: tercera caja (tasa conocida) “Efectiva anticipada”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 3 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Efectiva anticipada”.

Paso 3) se elige ahora la fórmula en la columna 4 por tener diferente periodicidad y por el mismo renglón 3 de “Efectiva anticipada” de la columna 2.

Se determina la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$i_a = 1 - (1 - i_a)^{\frac{m}{md}}$$

$i_a = 0.042$ EBA (tasa conocida) $m = 6$ (bimestral tasa conocida).

md = 4 (trimestral tasa desconocida) $i_a = ?$ ETA (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$i_a = 1 - (1 - 0042)^{(6/4)} = 0.062333795 \text{ ETA.}$$

$$i_a = 6.23 \% \text{ ETA.}$$

La respuesta es que el 4.2% EBA es equivalente a un 6.23% ETA.

3.9.7 Ejemplo 21: desde una tasa efectiva anticipada (i_a) a una tasa efectiva vencida (i) con diferente periodicidad

Hallar una tasa efectiva semestral vencida de una tasa del 3.2% EMA

Análisis de datos: 0.032 EMA = i ? ESV.

Paso 1) en la columna 1: tercera caja (tasa conocida) “Efectiva anticipada”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 4 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Efectiva vencida”.

Paso 3) se elige ahora la fórmula en la columna 4 por tener diferente periodicidad y por el mismo renglón 4 de “Efectiva vencida” de la columna 2.

Se determina la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$i = \frac{1}{(1 - i_a)^{\frac{m}{md}}} - 1$$

$i_a = 0.032$ EMA (tasa conocida) $m = 12$ (mensual tasa conocida).

md = 2 (semestral tasa desconocida) $i = ?$ ESV (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$i = 1 / (1 - 0032)^{(12/2)} - 1 = 0.2154801091 \text{ ESV.}$$

$$i = 21.55 \% \text{ ESV.}$$

La respuesta es que el 3.2% EMA es equivalente a un 21,55% ESV.

3.10 Ejercicios de conversión de tasas desde una tasa efectiva vencida (i)

Ahora se muestra 7 casos: 3 ejemplos iniciales donde no hay cambio de periodicidad y 4 ejemplos posteriores donde si cambia la periodicidad.

3.10.1 Ejemplo 22: de una tasa efectiva vencida (i) a una tasa nominal anticipada (J_a) con la misma periodicidad

Hallar una tasa equivalente nominal semestral anticipada de una tasa del 9.3% ESV.

Análisis de datos: 0.093_{ESV} = i ?_{NSA}.

Paso 1) en la columna 1: cuarta caja (tasa conocida) “Efectiva vencida”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 1 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Nominal anticipada”.

Paso 3) se elige la fórmula en la columna 3 por tener la misma periodicidad y por el mismo renglón 1 de “Nominal anticipada” de la columna 2.

Se observa la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$j_a = \left(1 - \frac{1}{(1 + i)^m} \right) * m$$

$i = 0.093$ ESV (tasa conocida) $m = 2$ (periodicidad semestral).

$J_a = i$?_{NSA} (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$J_a = \left(1 - \frac{1}{(1 + 0.093)^2} \right) * 2 = 0.1701738335 \text{ NSA.}$$

$$J_a = 17.02\% \text{ NSA.}$$

La respuesta es que el 9.3% ESV es equivalente a un 17.02% NSA.

3.10.2 Ejemplo 23: de una tasa efectiva vencida (i) a una tasa nominal vencida (J) con la misma periodicidad

Convertir el 8.3% ETV en una tasa nominal trimestral vencida.

Análisis de datos: $0.083_{ETV} = j?_{NTV}$.

Paso 1) en la columna 1: cuarta caja (tasa conocida) “Efectiva vencida”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 2 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Nominal vencida”.

Paso 3) se elige la fórmula en la columna 3 por tener la misma periodicidad y por el mismo renglón 2 de “Nominal vencida” de la columna 2.

Se define la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$J = i * m$$

$i = 0.083_{ETV}$ (tasa conocida) $m = 4$ (periodicidad trimestral).

$J = j?_{NTV}$ (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$J = 0.083 * 4 = 0.332_{NTV}$$

$$J = 33.2\%_{NTV}$$

La respuesta es que el $8.3\%_{ETV}$ es equivalente a un $33.2\%_{NTV}$.

3.10.3 Ejemplo 24: de una tasa efectiva vencida (i) a una tasa efectiva anticipada (i_a) con la misma periodicidad

De una tasa del $7.3\%_{EBV}$ hallar una tasa efectiva bimestral anticipada.

Análisis de datos: $0.073_{EBV} = j?_{EBA}$.

Paso 1) en la columna 1: cuarta caja (tasa conocida) “Efectiva vencida”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 3 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Efectiva anticipada”.

Paso 3) se elige la fórmula en la columna 3 por tener la misma periodicidad y por el mismo renglón 3 de “Efectiva anticipada” de la columna 2.

Se precisa la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$i_a = \frac{i}{(1 + i)}$$

$i = 0.073$ EBV (tasa conocida) $i_a = ?$ EBA (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$i_a = 0.073 / (1 + 0.073) = 0.06803355079 \text{ EBA.}$$

$$i_a = 6.80\% \text{ EBA.}$$

La respuesta es que el 7.3% EBV es equivalente a un 6.80% EBA.

3.10.4 Ejemplo 25: de una tasa efectiva vencida (i) a una tasa nominal anticipada (J_a) con diferente periodicidad

Convertir el 6.3% EMV en una tasa nominal trimestral anticipada.

Análisis de datos: 0.063 EMV = ? NTA.

Paso 1) en la columna 1: cuarta caja (tasa conocida) “Efectiva vencida”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 1 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Nominal anticipada”.

Paso 3) se elige ahora la fórmula en la columna 4 por tener diferente periodicidad y por el mismo renglón 1 de “Nominal anticipada” de la columna 2.

Se determina la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$j_a = \left(1 - \frac{1}{(1 + i)^{\frac{m}{md}}} \right) * md$$

$i = 0.063$ EMV (tasa conocida) $m = 12$ (mensual tasa conocida).

$md = 4$ (trimestral tasa desconocida) $J_a = ?$ NTA (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$J_a = (1 - 1 / (1 + 0063)^{(12 / 4)}) * 4 = 0.6698775901 \text{ NTA.}$$

$$J_a = 66.99\% \text{ NTA.}$$

La respuesta es que el 6.3 % EMV es equivalente a un 66.99 % NTA.

3.10.5 Ejemplo 26: desde una tasa efectiva vencida (i) a una tasa nominal vencida (J) con diferente periodicidad

De una tasa del 5.3 % EBV hallar una tasa nominal trimestral vencida.

Análisis de datos: 0.053 EBV = ¿? NTV.

Paso 1) en la columna 1: cuarta caja (tasa conocida) “Efectiva vencida”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 2 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Nominal vencida”.

Paso 3) se elige ahora la fórmula en la columna 4 por tener diferente periodicidad y por el mismo renglón 2 de “Nominal vencida” de la columna 2.

Se determina la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$J = \left((1 + i)^{\frac{m}{md}} - 1 \right) * md$$

i = 0.053 EBV (tasa conocida) m = 6 (bimestral tasa conocida).

md = 4 (trimestral tasa desconocida) J = ¿? NTV (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$J = ((1 + 0.053)^{(6/4)} - 1) * 4 = 0.3221770015 \text{ NTV.}$$

$$J = 32.22 \% \text{ NTV.}$$

La respuesta es que el 5.3 % EBV es equivalente a un 32.22 % NTV.

3.10.6 Ejemplo 27: desde una tasa efectiva vencida (i) a una tasa efectiva anticipada (i_a) con diferente periodicidad

De una tasa del 4.3 % ESV encontrar una tasa efectiva mensual anticipada.

Análisis de datos: 0.043 ESV = ¿? EMA.

Paso 1) en la columna 1: cuarta caja (tasa conocida) “Efectiva vencida”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 3 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Efectiva anticipada”.

Paso 3) se elige ahora la fórmula en la columna 4 por tener diferente periodicidad y por el mismo renglón 3 de “Efectiva anticipada” de la columna 2.

Se determina la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$i_a = 1 - \frac{1}{(1 + i)^{\frac{m}{md}}}$$

$i = 0.043$ ESV (tasa conocida) $m = 2$ (semestral tasa conocida).

$md = 12$ (mensual tasa desconocida) $i_a = ?$ EMA (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$i_a = 1 - 1 / (1 + 0043)^{(2 / 12)} = 0.00699230196 \text{ EMA.}$$

$$i_a = 0.70\% \text{ EMA.}$$

La respuesta es que el 4.3% ESV es equivalente a un 0.70% EMA.

3.10.7 Ejemplo 28: desde una tasa efectiva vencida (i) a una tasa efectiva vencida (i) con diferente periodicidad

Hallar una tasa efectiva semestral vencida de una tasa del 3.3% EBV.

Análisis de datos: 0.033 EBV = ¿? ESV.

Paso 1) en la columna 1: cuarta caja (tasa conocida) “Efectiva vencida”.

Paso 2) en la columna 2: el renglón 4 frente a la primera caja (tasa desconocida) “Efectiva vencida”.

Paso 3) se elige ahora la fórmula en la columna 4 por tener diferente periodicidad y por el mismo renglón 4 de “Efectiva vencida” de la columna 2.

Se determina la fórmula para enunciar las variables a tener en cuenta en su desarrollo:

$$i = (1 + i)^{\frac{m}{md}} - 1$$

$i = 0.033$ EBV (tasa conocida) $m = 6$ (bimestral tasa conocida).

$md = 2$ (semestral tasa desconocida) $i = ?$ ESV (tasa desconocida).

Se aplica la fórmula y se halla el resultado:

$$i = (1 + 0.033)^{(6/2)} - 1 = 0.102302937 \text{ ESV.}$$

$i = 10.23\%$ ESV.

La respuesta es que el 3.3% EBV es equivalente a un 10.23% ESV.

NB: puede haber más casos para la conversión de tasas o la equivalencia de tasas, pero lo que conviene saber es que las tasas de interés para cualquier ejercicio o problema de matemáticas financieras que se plantee *siempre deben ser efectivas y vencidas*.

3.11 Valor futuro (F)

La fórmula para hallar el valor futuro, monto o valor final con interés compuesto:

$$F = P * (1 + i)^n$$

Las variables que se solicitan tener son: un valor presente o valor actual o capital inicial (**P**), la tasa de interés que debe ser efectiva y vencida (**i**), y el número de periodos de tiempo (**n**).

3.11.1 Ejercicio 1

¿Cuándo dinero debo devolver, si me prestaron inicialmente un millón de pesos, con una tasa de interés del 21% NTV, al cabo de un año y medio?

Las variables dadas en el enunciado para la aplicación de la fórmula:

$$P = 1000000 \quad J = 0.21 \text{ NTV.} \quad n = 1.5 \text{ años} \quad F = ?$$

Usualmente, con el valor presente (**P**) no hay inconvenientes; sin embargo, es necesario “alistar” o preparar la tasa de interés (**i**), la cual debe ser efectiva y vencida. Además, se debe adecuar el número de periodos de tiempo (**n**), el cual debe coincidir con la tasa de interés en cuanto a su periodicidad.

La tasa de interés está expresada nominal vencida y se debe convertirla a efectiva y vencida, para lo cual se aplicará:

$$i = 0.21 / 4 = 0.0525 \text{ ETV}$$

El número de periodos de tiempo está expresado en años y se debe convertir a trimestres, puesto que la tasa de interés está expresada en forma trimestral (1.5 años = 6 trimestres).

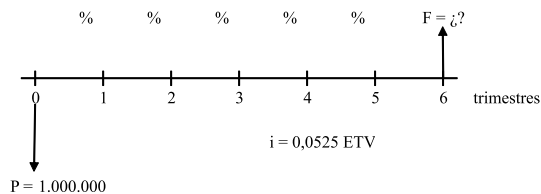
Las variables, entonces, para resolver el ejercicio son:

$$P = 1\,000\,000 \quad i = 0.0525 \text{ ETV} \quad n = 6 \text{ trimestres} \quad F = ?$$

Se puede aplicar entonces la fórmula, así:

$$F = 1\,000\,000 * (1 + 0.0525)^6 = 1\,359\,354,18$$

Se puede diseñar antes el diagrama económico, así:



La respuesta es que se devuelve un total de \$1 359 354.18 (incluido el capital inicial y los intereses capitalizados) al final de un año y medio.

3.11.2 Ejercicio 2

Se tienen dos millones de pesos, en una entidad financiera que reconoce una tasa de interés del 1.1 % EMA, ¿cuánto se tendrá al final de tres trimestres?

Las variables iniciales que se nos dan son:

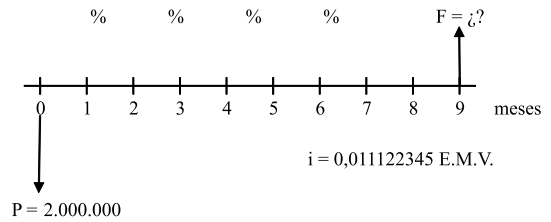
$$P = 2\,000\,000 \quad i_a = 0.011 \text{ EMA} \quad n = 3 \text{ trimestres} \quad F = ?$$

Se convierte la tasa de interés de anticipada a vencida, cambiando la modalidad, pues ya está efectiva, así:

$$i = 0.011 / (1 - 0.011) = 0.011122345 \text{ EMV.}$$

El número de periodos de tiempo está expresado en 3 trimestres y se convierte fácilmente a meses, obteniendo un resultado de 9 meses. Entonces $n = 9$.

Se diseña también el diagrama económico:



Las variables definitivas para el ejercicio son:

$$P = 2\,000\,000 \quad i = 0.011122345 \text{ EMV} \quad n = 9 \text{ meses} \quad F = ?$$

Se procede a aplicar la fórmula:

$$F = 2\,000\,000 * (1 + 0.011122345)^9 = 2\,209\,344.15.$$

La respuesta es que dentro de 3 trimestres (o 9 meses) se obtendrán \$2 209 344.15 luego de depositar \$2 000 000.

3.12 Valor presente (P)

La fórmula que se aplica para hallar el valor presente, valor actual o valor inicial con interés compuesto es:

$$P = F * (1 + i)^{-n}$$

3.12.1 Ejercicio 3

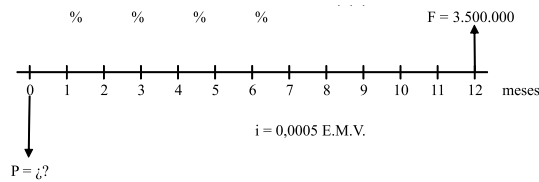
¿Cuánto se debe depositar hoy en una cuenta de ahorros, cuyo interés es del 6% NMV, para obtener \$3 500 000 luego de un año?

Se prepara el interés, puesto que, para poder resolver la fórmula, se debe contar con la tasa de interés efectiva y vencida. Sin embargo, la tasa proporcionada es nominal en su presentación. Por lo tanto, se realiza la respectiva equivalencia:

$$i = 0.06 / 12 = 0.005 \text{ EMV.}$$

El número de periodos de tiempo es un año, pero como la tasa está mensual entonces el tiempo también se debe expresar en meses. Así $n = 12$ meses.

El diagrama económico sería el siguiente:



Las variables iniciales dadas son:

$$F = 3\,500\,000 \quad i = 0.0005 \text{ EMV} \quad n = 1 \text{ año} = 12 \text{ meses} \quad P = ?$$

Se aplica la fórmula:

$$P = 3\,500\,000 * (1 + 0.005)^{-12} = 3\,296\,668.69$$

La respuesta es que hoy se debe depositar \$3296668.69 para obtener \$3500000 al cabo de un año.

3.12.2 Ejercicio 4

Hoy se devolvió \$4600000 que se obtuvieron de un préstamo hace 3 años, con una tasa de interés del 7.5% ESA ¿Cuánto fue el valor prestado en ese entonces?

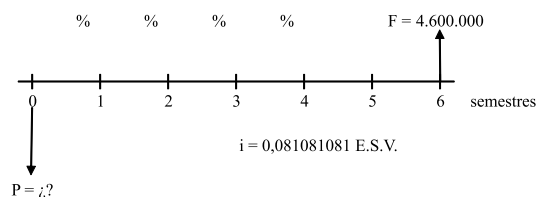
Se necesita antes ajustar unas variables para la aplicación de la fórmula.

La primera es la tasa de interés dada, que es anticipada en su presentación, se realiza su equivalencia o conversión, para que quede efectiva y vencida, así:

$$i = 0.075 / (1 - 0.075) = 0.081081081 \text{ E.S.V.}$$

La segunda variable que se prepara es el número de periodos de tiempo (**n**) dado en el enunciado, que es de tres años y se convierte a semestres, porque la tasa es semestral.

El diagrama económico sería el siguiente:



Las variables dadas que inicialmente se tienen son:

$$F = 3\,500\,000 \quad i = 0.081081081 \text{ ESV} \quad n = 3 \text{ años} = 6 \text{ semestres} \quad P = ?$$

Se aplica la respectiva fórmula:

$$P = 4\,600\,000 * (1 + 0.081081081)^{-6} = 2\,881\,431.03$$

La respuesta es que hace tres años a una tasa del 0.081081081 ESV (antes un 7.5% ESA) el valor que se obtuvo prestado fue de \$2 881 431.03.

3.13 Número de periodos de tiempo (n)

La fórmula que se aplica es la siguiente, aunque en algunos casos se puede acudir a la interpolación:

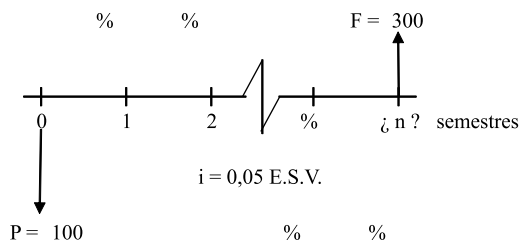
$$n = \frac{\frac{\log\left(\frac{F}{P}\right)}{\log(1+i)} \log\left(\frac{F}{P}\right)}{\log(1+i)}$$

3.13.1 Ejercicio 5

¿En cuánto tiempo se triplica un valor a una tasa del 5% ESV?

Cabe decir, primero, que como no se especifican explícitamente un valor presente y un valor futuro en el enunciado, se puede considerar un valor cualquiera como valor presente; en este caso, el valor futuro será el triple de dicho valor inicial (es decir, se multiplica por 3).

El diagrama económico es el siguiente:



Las variables para su solución:

$$P = 100 \quad F = 300 \quad i = 0.05 \text{ ESV} \quad n = ?$$

Como ya se tiene el interés y las demás variables listas, se aplica la fórmula dada:

$$n = \log(300 / 100) / \log(1 + 0.05) = 22.517085305 \text{ semestres.}$$

Los 22 semestres convertidos a años equivalen a un poco más de 11 años (la respuesta incluye una parte decimal junto con la parte entera). Sin embargo, para ser más precisos, se convierte únicamente la parte decimal a meses (sin considerar la parte entera del número, que son los 11 años). A continuación, se utiliza una regla de tres simple para realizar esta conversión a meses:

16 meses.

$$0.517085305 \times X \text{ meses.}$$

Despejando el valor de X, se tendría:

$$X = 6 * 0.517085305 / 1 = 3.102511832 \text{ meses.}$$

Nuevamente si realiza el mismo procedimiento para el caso de los días:

130 días.

$$0.102511832 \times X \text{ días.}$$

Y despejando:

$$X = 30 * 0.102511832 / 1 = 3.075354972 \text{ días.}$$

La respuesta final sería que en 11 años, 3 meses y 3 días aproximadamente es lo que se requiere para triplicar un dinero al 5% ESV.

3.14 Tasa de interés efectiva y vencida (i)

Para ello se emplea la siguiente fórmula:

$$i = \left(\frac{F}{P} \right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

La respuesta será siempre una tasa efectiva y vencida, que irá en consonancia con el número de periodos de tiempo.

3.14.1 Ejercicio 6

En 2 años, ¿a qué tasa de interés efectiva trimestral vencida se duplica un dinero?

Primero, dado que no se especifica de forma explícita un valor presente y un valor futuro en el enunciado, se puede seleccionar un valor cualquiera como valor presente, y el valor futuro será el doble de dicho valor previamente escogido (es decir, se multiplica por 2). Además, los dos años se convertirán en trimestres..

Las variables dadas son:

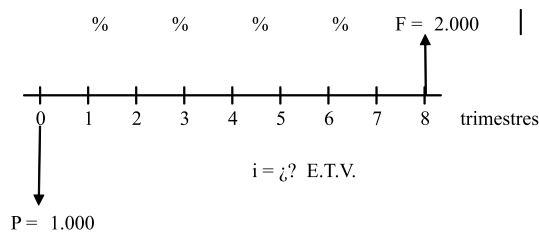
$$P = 1000 \quad F = 2000 \quad n = 2 \text{ años} = 8 \text{ trimestres} \quad i = ?$$

Aplicando la fórmula:

$$i = (2000 / 1000)^{(1/8)} - 1 = 0.090507732 \text{ E.T.V.}$$

O expresado en términos porcentuales se dice que en un término de dos años un monto de dinero se duplica al 9.05 % E.T.V.

El diagrama económico queda así:



3.15 Ecuaciones de valor

Se puede presentar una situación inicial en la que existen varias deudas ya pactadas, vencidas o por vencer, y se desea renegociar un nuevo acuerdo (o situación nueva) en el que los pagos se realizarán en nuevos períodos de tiempo. En esta nueva negociación, la tasa de interés será, evidentemente, más alta.

Para solucionar estos problemas se acude a las ecuaciones de valor, las cuales precisarán del siguiente procedimiento:

- Determinar con exactitud el valor de cada uno de los pagos de la situación inicial y el periodo en que deben cubrirse.
- Establecer con precisión en qué periodo(s) quedará(n) el(los) pago(s) de la situación nueva.

- Diseñar el diagrama económico, teniendo en cuenta que los pagos de la situación inicial se recomienda ubicarlos en la parte superior de la línea de tiempo (con flechas hacia arriba) y que los pagos de la situación nueva se recomienda ubicarlos en la parte inferior de la misma (con flechas hacia abajo).
- Preparar la tasa de interés, que deberá ser efectiva y vencida, si así se requiere.
- Fijar la **fecha focal** (“ff”) es establecer el punto sobre la línea de tiempo que se elige, a conveniencia, para transformar las sumas de dinero bajo el principio de equivalencia (Cárdenas Escobar, 2024). En este punto, se trasladan los pagos de la situación inicial y los pagos de la situación nueva. Se sugiere que esta fecha focal se sitúe en cualquiera de los pagos, ya sea en alguno de los de la situación inicial o en alguno de los de Se plantea la ecuación de valor, en donde los pagos de situación inicial se igualarán con los pagos de la situación nueva, y se debe tener en cuenta lo siguiente:
 - Que si el(los) pago(s) está(n) **antes** de la fecha focal (“ff”), se llevará(n) hacia esta (hacia adelante) con la fórmula de valor futuro.
 - Que si el(los) pago(s) está(n) **después** de la fecha focal (“ff”), se llevará(n) hacia esta (hacia atrás) con la fórmula de valor presente.
 - Que al(los) pago(s) que está(n) **sobre** la fecha focal (“ff”) no se le(s) aplicará fórmula alguna, es decir, se deja(n) tal cual.
- Se resuelve la ecuación con mucho detenimiento y especial cuidado, para hallar el(los) nuevo(s) pago(s) renegociado(s).

Para comprender mejor el procedimiento, obsérvese la solución y desarrollo del siguiente ejercicio, llevando a cabo en forma detallada cada uno de los pasos del anterior procedimiento.

3.15.1 Ejercicio 7

Se tenían tres deudas: la primera por \$400 000 pactada hace 8 meses y vence dentro de 10 meses, con un interés del 20% CSV; la segunda por \$600 000 pactada hace 6 meses, con plazo de 9 meses e interés del 6% ETA; y la tercera deuda por \$800 000, pactada hace 4 meses y vence dentro 1 semestre, con interés

del 4% EBV. Ante la imposibilidad de pago de las deudas, se replantea un nuevo acuerdo, con una tasa de interés del 25.2% NMV, y con dos nuevos pagos, así: el primer pago en 1 año y el segundo pago en 14 meses, siendo el doble del primero. ¿Cuáles serán los nuevos pagos?

Se halla, inicialmente, el valor de cada una de las deudas al final de su vencimiento (valor futuro) y se expresa, a continuación, el período en el que se vence cada una de ellas, con el fin de ubicarlas fácilmente en la línea de tiempo del diagrama económico. Obsérvese:

La primera deuda al final de su vencimiento:

$$P = 400\,000 \quad n = 18 \text{ meses} = 3 \text{ semestres.}$$

$$J = 0.20 \text{ CSV} \quad i = 0.20 / 2 = 0.10 \text{ ESV}$$

Se aplica la fórmula de valor futuro:

$$F = 400\,000 * (1 + 0.10)^3 = 532\,400.$$

Dicho pago queda en el mes 10.

La segunda deuda al final de su vencimiento:

$$P = 600\,000 \quad n = 9 \text{ meses} = 3 \text{ trimestres.}$$

$$i_a = 0.06 \text{ ETA.} \quad i = 0.06 / (1 - 0.06) = 0.063829787 \text{ ETV.}$$

Se aplica la fórmula de valor futuro:

$$F = 600\,000 * (1 + 0.063829787)^3 = 722\,383.2869$$

Dicho pago queda en el mes 3.

La tercera deuda al final de su vencimiento:

$$P = 800\,000 \quad i = 0.04 \text{ EBV} \quad n = 10 \text{ meses} = 5 \text{ bimestres.}$$

Se aplica la fórmula de valor futuro:

$$F = 800\,000 * (1 + 0.04)^5 = 729\,991.7414.$$

Dicho pago queda en el mes 6.

Seguidamente, se precisan los 2 nuevos pagos y el periodo en el que cada uno de ellos debe aparecer en el diagrama económico. Estos se ubican debidamente con flechas hacia abajo (nueva situación) sobre la línea de tiempo.

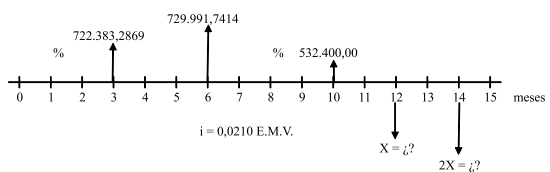
Entonces:

- El primer nuevo pago se denota con “ $X = ?$ ”, se sitúa en el periodo 12, será uno de los valores por precisar.
- El segundo nuevo pago se denota como “ $2X = ?$ ”, ya que representa el doble del primer pago. Este se sitúa en el periodo 14 y será el otro valor que se precisará una vez que se haya definido el anterior.

La equivalencia de la tasa de interés precisa cambiar la clase:

$$i = 0.252 / 12 = 0.0210 \text{ E.M.V.}$$

Se diseña luego el diagrama económico con la situación anterior (flechas hacia arriba) y con la nueva situación (flechas hacia abajo):



Entonces, se plantea la ecuación de valor tomando la sumatoria de los valores de la situación anterior (parte superior de la línea de tiempo) antes del signo igual y luego la sumatoria de los valores de la situación nueva (parte inferior de la línea de tiempo) después del signo igual. Para ello, se utiliza la fórmula de valor futuro para los pagos que están antes de la fecha focal, la fórmula de valor presente para los pagos que se encuentran después de la fecha focal, y el valor que esté en la fecha focal no se le aplica ninguna fórmula. Se sugiere, además, comenzar con los valores de cada pago de izquierda a derecha para darle más orden, así:

- El monto de **\$722 383.2869** se encuentra en el punto 3 y se lleva hasta la fecha focal (“**F**”), que está en el punto 10. Por lo tanto, se le aplica la fórmula del **valor futuro** a 7 períodos mensuales, ya que está **antes** de la fecha focal.

- El monto de **\$729 991.7414** se encuentra en el punto 6 y se lleva hasta la fecha focal (denominada “**ff**”) que está en el punto 10. Por lo tanto, se aplica la fórmula de **valor futuro** a un total de cuatro (4) periodos mensuales, dado que se encuentra **antes** de la fecha focal.
- **\$532 400** está en el punto 10, sobre la fecha focal (“**ff**”), por lo que no se le aplica ninguna fórmula, quedando “tal cual”.
- **\$X = ¿?** está en el punto 12 y se devuelve hasta la fecha focal (“**ff**”), que está en el punto 10. Por lo tanto, se le aplica la fórmula de **valor presente**, según lo indicado, a -2 periodos mensuales, ya que se encuentra **después** de la fecha focal.
- **\$2X = ¿?** está en el punto 14 y se devuelve hasta la fecha focal (“**ff**”) que está en el punto 10. Por lo tanto, se le aplica la fórmula de **valor presente**, según lo indicado, a -4 periodos mensuales, ya que se encuentra.

Con los datos anteriores se plantea la igualdad o ecuación de valor (que por efectos de espacio se escriben en dos renglones):

$$722\,383.2869 * (1 + 0.021)^7 + 729\,991.7414 * (1 + 0.021)^4 + 532\,400 = \\ = X * (1 + 0.021)^{-2} + 2 * X * (1 + 0.021)^{-4}$$

Se resuelve el valor de cada término en un lado de la ecuación.

$$835\,502.7509 + 793\,269.7896 + 532\,400 = X * (0.959286904) + X * (1.84046273)$$

Se suman los valores numéricos en un lado de la ecuación y se igualan con la suma de los coeficientes numéricos que están con la variable X, que tenía cada término:

$$2\,161\,172.541 = X * (2.799749635).$$

Se traspone el coeficiente numérico total que está multiplicando a la variable X, al otro lado de la igualdad, pasando a dividir al valor numérico al inicio de la ecuación:

$$2\,161\,172.541 / 2.799749635 = X.$$

Se divide y se halla el valor de X:

$$X = 771\,916.3576.$$

Este dato hallado de $X = 771\,916.3576$ será el valor correspondiente al nuevo pago del período 10. El otro nuevo pago de $2X$, que es (el doble del primer nuevo pago), se calculará multiplicando el primer nuevo pago por 2, y corresponderá al período 14.

Así pues:

$$2X = 2 * 771\,916.3576 = 1\,543\,832.715.$$

Las respuestas finales (redondeadas a dos posiciones decimales) son: el primer nuevo pago en el periodo 10 es de \$771 916.36 y el segundo nuevo pago en el periodo 14 será de \$1 543 832,72 que es el doble del primero.

La fecha focal (“**ff**”) podría establecerse en cualquier otro punto de la ecuación, y el resultado sería idéntico al obtenido anteriormente. Sin embargo, se recomienda que siempre se ubique en un punto donde haya algún pago, ya sea de la situación anterior (flechas arriba) o de la nueva situación (flechas abajo). El resultado será siempre el mismo. Además, si se ubicara en el primer pago, se aplicarían fórmulas de valor presente; si se ubicara en el último pago, se utilizarían fórmulas de valor futuro.

Apéndice 2. Ejercicios resueltos de interés compuesto.

1) ¿Cuánto debo invertir hoy para poder retirar \$2 000 000 dentro de un año y medio al 24.6% NTV?

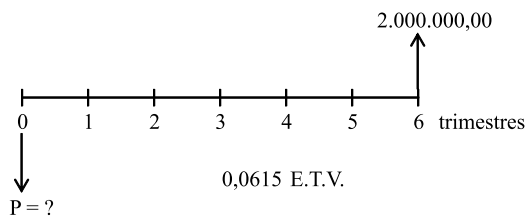
Las variables iniciales son:

$$F = 2\,000\,000 \quad n = 1.5 \text{ años} = 6 \text{ trimestres} \quad J = 0.26 \text{ NTV} \quad P = ?$$

Se realiza la conversión nominal vencida a efectiva vencida.

$$i = J / m = 0.246 = 0.0615 \text{ ETV.}$$

El diagrama económico queda de la siguiente forma:



Se aplica y desarrolla la fórmula de valor presente:

$$P = 2\,000\,000 * (1 + 0.0615)^{-6} = 1\,398\,009.12$$

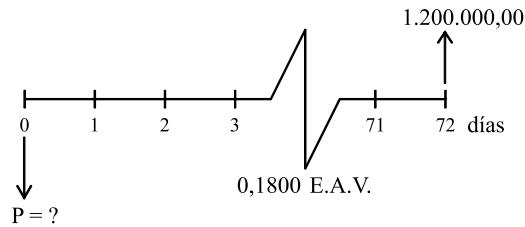
Respuesta: \$1 398 009.12.

2) ¿Cuál es el valor presente de \$1 200 000, en 72 días, al 18% EAV? (año base 360 días).

Las variables previstas son:

$$F = 1\,200\,000 \quad i = 0,18 \text{ EAV} \quad n = 72 \text{ días} / 360 \quad P = ?$$

El diagrama económico es el siguiente:



Se desarrolla la fórmula de valor presente:

$$P = 1\,200\,000 * (1 + 0.18)^{(-72/360)} = 1\,160\,926.82$$

Respuesta: \$1 160 926.82

3) ¿Cuál es el valor futuro de \$5 000 000 al 9% ESV en 150 días?

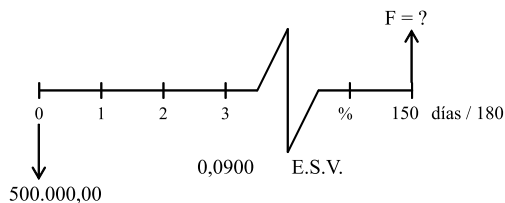
La tasa de interés ya está efectiva y vencida, y el número de periodos de tiempo como viene en días se divide en la base anual en días. Las variables previstas son:

$$P = 5\,000\,000 \quad i = 0.09 \text{ ESV} \quad n = 150 \text{ días} / 180 \quad F = ?$$

Se aplica la fórmula de valor futuro:

$$F = 5\,000\,000 * (1 + 0.09)^{(150/180)} = 5\,372\,28.14$$

El diagrama económico es el siguiente:



Respuesta: \$537 228.14

4) ¿Puede una suma de dinero duplicarse al 22.5% NMV en un año?

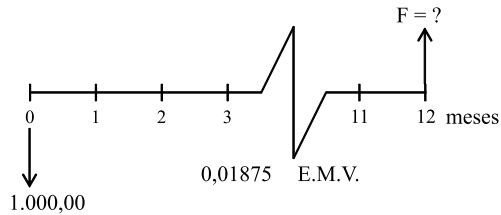
Las variables son:

$$P = 1000 \quad J = 0.225 \text{ NMV} \quad n = 1 \text{ año} = 12 \text{ meses} \quad F = ?$$

Se realiza la conversión de tasas:

$$i = 0.225 / 12 = 0.01875 \text{ EMV.}$$

El diagrama económico es el siguiente:



Se aplica la fórmula de valor futuro:

$$F = 1000 * (1 + 0.01875)^{12} = 1249.72.$$

Respuesta: no puede duplicarse, porque se obtendría tan solo \$1249.72 y se necesitaba que se hubiese un valor futuro de \$2000.00 teniendo un valor presente dado de \$1000.00.

5) ¿A qué tasa efectiva bimestral se triplica una inversión en 20 meses?

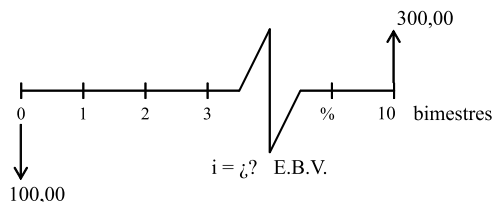
Se alista únicamente los periodos de tiempo, antes de aplicar la fórmula, ya que la tasa solicitada es bimestral. Las variables:

$$P = 100 \quad F = 300 \quad n = 20 \text{ meses} = 10 \text{ bimestres} \quad i = ?$$

Se aplica la fórmula de interés conociendo el valor presente y el valor futuro:

$$i = (300 / 100)^{(1/10)} - 1 = 0.11612317$$

El diagrama económico en esta situación:



Respuesta: al 0.11612317 EBV o al 11.61 % EBV se duplica una suma de dinero en ese tiempo.

6) ¿En cuánto tiempo se duplica una inversión al 18% NMA?

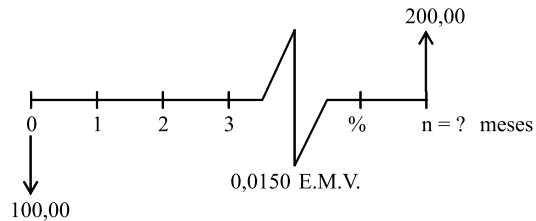
Las variables son:

$$F = 200 \quad J_a = 0.18 \text{ NMA} \quad P = 100 \quad n = ?$$

Se convierte la tasa de interés.

$$i = 1 / (1 - 0.18 / 12) - 1 = 0.0152284 \text{ ESV.}$$

El diagrama económico:



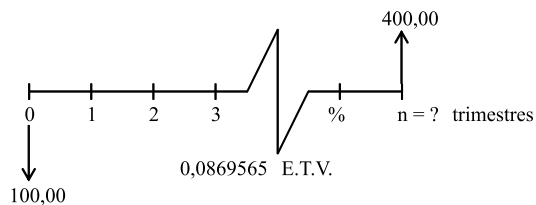
Se desarrolla la fórmula de número de periodos de tiempo:

$$n = \log (200 / 100) / \log (1 + 0.0152284) = 45.86236545.$$

Respuesta: 45.86 meses aproximadamente, que realizando equivalencias son 3 años, 9 meses y 26 días aproximadamente.

7) ¿En cuánto tiempo se cuadruplica una inversión al 8% ETA?

El diagrama económico es el siguiente:



Se emplean las siguientes variables:

$$F = 400 \quad i_a = 0.08 \text{ ETA} \quad P = 100 \quad n = ?$$

Se realiza la conversión de tasas:

$$i = 0.08 / (1 - 0.08) = 0.086956522 \text{ ETV.}$$

Se desarrolla la fórmula de número de periodos de tiempo:

$$n = \log(400 / 100) / \log(1 + 0.0869565) = 16.6259008 \text{ trimestres.}$$

Respuesta: 16.625901 trimestres o 4 años, 1 mes y 26 días aproximadamente.

8) De una tasa del 2% ETV hallar una tasa nominal bimestre anticipado.

Se cambia la clase (de efectiva a nominal), la periodicidad (de trimestral a bimestral) y la modalidad (de vencida a anticipada). Se desarrolla la fórmula:

$$J_a = (1 - 1 / (1 + 0.02)^{(4/6)}) * 6 = 0.078689944 \text{ NBA.}$$

Respuesta: 0.078689944 NBA o 7.87% NBA.

9) Hallar una tasa efectiva trimestral vencida de una tasa del 4.85% ETA.

Se cambia la modalidad (de anticipada a vencida):

$$i = 0.0485 / (1 - 0.0485) = 0.050972149 \text{ ETV}$$

Respuesta: 0.050972149 ETV o 5.10% ETV

10) De una tasa del 19.4% NMA hallar una tasa nominal trimestral vencida.

Se cambia la periodicidad (de trimestral a mensual) y la modalidad (de anticipada a vencida):

$$J = (1 / (1 - 0.194 / 12)^{(12/4)} - 1) * 4 = 0.200445874 \text{ NTV.}$$

Respuesta: 0.200445874 NTV o 20.04% NTV.

11) Dado el 24.2% NSV hallar la tasa efectiva bimestral vencida.

Se cambia la clase (de nominal a efectiva) y la periodicidad (de semestral a bimestral).

$$i = (1 + 0.2420 / 2)^{(2/6)} - 1 = 0.038807805 \text{ EBV.}$$

Respuesta: 0.038807805 EBV o 3.88% EBV.

12) Hallar una tasa nominal mes vencido de una tasa del 22.05% E300DV Base 360 días.

Se cambia la clase (de efectiva a nominal) y la periodicidad (de 300 días a mensual):

$$J = ((1 + 0.2205)^{((360 / 300) / 12)} - 1) * 12 = 0.2415109228 \text{ NMV.}$$

Respuesta: 0.2415109228 EMV o 24.15 % EMV.

13) Dado una tasa del 23.56 NBV hallar una tasa efectiva bimestral anticipada.

Se cambia la clase (de nominal a efectiva) y la modalidad de vencida a anticipada):

$$i_a = 1 - 1 / (1 + 0.2356 / 6) = 0.0377830522 \text{ EBA.}$$

Respuesta: 0.0377830522 EBA o 3.78 % EBA.

14) Hallar una tasa efectiva bimestral anticipada de una tasa 25.08 % EAV.

Se cambia la periodicidad (de anual a bimestral) y la modalidad (de vencida a anticipada):

$$i_a = 1 - 1 / (1 + 0.2508)^{(1/6)} = 0.0366102502 \text{ EBA.}$$

Respuesta: 0.0366102502 EBA o 3.66 % EBA.

15) Un señor también tiene 3 deudas así: la primera por \$600 000 se contrajo hace 8 meses y se vence dentro de 2 meses, pactada al 22 % NBV; la segunda por \$700 000 contraída hace 10 meses con un plazo de 15 meses, pactada al 21 % NTV.; la tercera por \$700 000 contraída hace 4 meses y vence dentro 8 meses, pactada a tasa del 24 % NSV. Se refinancian las 3 deudas por 3 nuevos pagos dentro 12, 15 y 18 meses, respectivamente, siendo el primer pago la mitad del segundo y el tercero el doble del segundo. Hallar el valor de los 3 nuevos pagos, si la tasa de interés negociada es del 30 % NMV.

Se halla el valor futuro de cada pago con las condiciones propias de cada pago.

$$P_1 = 600\,000 \quad n = 10 \text{ meses} = 5 \text{ bimestres} \quad F_1 = ?$$

$$J = 0.22 \text{ NBV} \quad i = 0.22 / 6 = 0.03666666 \text{ EBV.}$$

$$F_1 = 600\,000 * (1 + 0.03666666)^5 = \mathbf{718\,367.906803} \text{ en el mes 2.}$$

$$P_2 = 700\,000 \quad n = 15 \text{ meses} = 5 \text{ trimestres} \quad F_2 = ?$$

$$J = 0.21 \text{ NTV.} \quad i = 0.21 / 4 = 0.0525 \text{ ETV.}$$

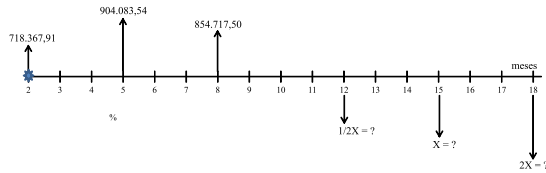
$$F_2 = 700\,000 * (1 + 0.0525)^5 = \mathbf{904\,083.540261} \text{ en el mes 5}$$

$$P_3 = 700\,000 \quad n = 12 \text{ meses} = 2 \text{ semestres} \quad F_3 = ?$$

$$J = 0.21 \text{ N.S.V.} \quad i = 0.21 / 2 = 0.1050 \text{ ESV.}$$

$$F_3 = 700\,000 * (1 + 0.1050)^2 = \mathbf{854\,717.50} \text{ en el mes 8.}$$

Se convierte la tasa de interés con la periodicidad con que se diseña el diagrama económico y se establece la fecha focal en el punto 2 (puede ser en cualquier otro punto):



$$J = 0.30 \text{ NMV} \quad i = 0.30 / 12 = 0.0250 \text{ EMV.}$$

Se plantea la ecuación, utilizando como punto de referencia la fecha focal escogida:

$$718\,367.906803 + 904\,083.540261 * (1 + 0.025)^{-3} + 854\,717.50 * (1 + 0.025)^{-6} =$$

$$= 0.5X (1 + 0.025)^{-10} + X * (1 + 0.025)^{-13} + 2X * (1 + 0.025)^{-16}$$

Se resuelve hasta hallar el valor de “X”:

$$718\,367.9068 + 839\,531.4429 + 737\,020.2215 =$$

$$= X * (0.390599201 + 0.725420307 + 1.347249867)$$

Despejando poco a poco:

$$2294\,919.5712 = X * 2.463269444$$

$$2294\,919.5712 / 2.463269444 = X$$

$$X = 931\,655.9247$$

Respuesta: se le da valor a cada pago: Primer pago = $0.5X = 465\,827.96$ mes 12; segundo pago = $X = 931\,655.92$ mes 15; tercer pago = $2X = 1\,863\,311.85$ mes 18.

16) Una persona posee 2 deudas, la primera por \$2 000 000 se pactó hace 10 meses con un plazo de 1 año, al 24.2% NSV y la segunda por \$3 000 000 se pactó al 23.48% NBV contraída hace 6 meses con plazo de 10 meses. Ante la imposibilidad de cumplir con dichos compromisos, se renegocian 4 nuevos pagos con vencimiento en 12, 14, 16 y 18 meses, siendo el siguiente pago el doble del anterior pago. Si se trabaja con una tasa del 27.5% NMV hallar el valor de todos los 4 nuevos pagos.

Se halla el valor futuro de cada pago con las condiciones propias de cada pago.

$$P_1 = 2\,000\,000 \quad n = 1 \text{ año} = 2 \text{ semestres} \quad F_1 = ?$$

$$J = 0.2420 \text{ NBV} \quad i = 0.2420 / 2 = 0.1210 \text{ ESV.}$$

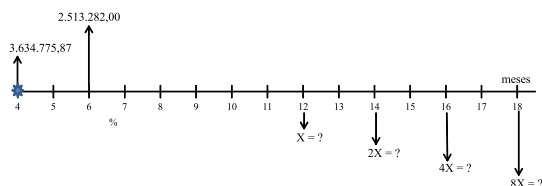
$$F_1 = 2\,000\,000 * (1 + 0.1210)^2 = \mathbf{2\,513\,282.00} \text{ en el mes 6.}$$

$$P_2 = 3\,000\,000 \quad n = 10 \text{ meses} = 5 \text{ bimestres} \quad F_2 = ?$$

$$J = 0.2348 \text{ NTV.} \quad i = 0.2348 / 6 = 0.0391333333 \text{ ETV.}$$

$$F_2 = 3\,000\,000 * (1 + 0.0391333333)^5 = \mathbf{3\,634\,775.8717} \text{ en el mes 4.}$$

Se convierte la tasa de interés con la periodicidad con que se diseña el diagrama económico y se establece la fecha focal en el punto 4 (puede ser en cualquier otro punto):



$$J = 0.2750 \text{ NMV} \quad i = 0.2750 / 12 = 0.0229166666 \text{ EMV.}$$

Se plantea la ecuación, utilizando como punto de referencia la fecha focal escogida:

$$\begin{aligned} & 3\,634\,775.8717 + 2\,513\,282.00 * (1 + 0.0229166666)^{-3} = \\ & = \mathbf{X} (1 + 0.0229166666)^{-8} + 2X * (1 + 0.0229166666)^{-10} + \\ & + 4X * (1 + 0.0229166666)^{-12} + 8X * (1 + 0.0229166666)^{-14} \end{aligned}$$

Se va resolviendo poco a poco:

$$3634775.8717 + 2348120.9136 =$$

$$= X * (0.834214937 + 1.594510738 + 3.047733118 + 5.825408974)$$

Se despeja "X":

$$5982896.7853 = X * (11.30186777)$$

$$5982896.7853 / 11.30186777 = X$$

$$X = 529372.3930$$

Respuesta: se le da valor a cada pago: primer pago $X = 529372.39$; segundo pago $2X = 1058744.79$; tercer pago. Los pagos se realizarán en 12, 15 y 18 meses, respectivamente, con una tasa del 30% NMV (0.30).

$$4X = 2117489.57; \text{ cuarto pago } 8X = 4234979.14$$

4. Bibliografía

- [1] Arnaiz Boluda, D. (2017). *Lo que no se enseña de matemáticas financieras y deberías saber* (Primera edición). CFE.
- [2] Baca Currea, G. (2007). *Ingeniería económica* (Octava edición). Fondo Educativo Panamericano.
- [3] Cano Morales, A. M. (2024). *Matemáticas financieras bajo normas internacionales de contabilidad y normas internacionales de información financiera* (1.ª ed.). Ediciones de la U.
- [4] Cárdenas Escobar, A. Z. (2024). *Un curso de matemáticas financieras* (1.ª ed.). Universidad Tecnológica de Bolívar.
- [5] Izaguirre Olmedo, J., Carhuacho Mendoza, M. y Silva Siu, D. (2020). *Finanzas para no financieros*. Universidad Internacional del Ecuador.
- [6] Meza Orozco, J. de J. (2017). *Matemáticas financieras aplicadas* (Sexta edición). ECOE Ediciones.
- [7] Moreno Gómez, E. N. y Rueda Forero, P. (1998). *Matemáticas financieras*. Universidad Industrial de Santander – UIS.
- [8] Moreno Gómez, N. E. y Suárez Caicedo, L. E. (2023). *Ingeniería económica* (Primera edición). Editorial Universidad Pontificia Bolivariana.
- [9] Ramírez Mora, J. M. y Martínez Cárdenas, E. E. (2010). *Matemática financiera* (1.ª ed.). Editorial Trillas de Colombia Ltda.
- [10] Triana Lozano, M. H. (2020). Novedosa herramienta didáctica para la conversión de tasas de interés financiero. *Revista GEON (Gestión, Organizaciones y Negocios)*, 7(1), 49–69. <https://doi.org/10.22579/23463910.188>
- [11] Vélez Pareja, I. (2010). *Decisiones de inversión para la valoración financiera de proyectos y empresas* (5.ª ed.). Editorial Pontificia Universidad Javeriana.

Anexos

Anexo A. Matriz MILHER

MATRIZ "MILHER" v2

MILTON HERNANDO TRIANA LOZANO

CONVERSIÓN (EQUIVALENCIA) DE TASAS

1 DE → 2 A

3 ← "excluyentes" → 4

		Misma periodicidad	Diferente periodicidad
Nominal Anticipada (J _a)	Nominal Anticipada ("J _a ")	%	$J_a = (1 - (1 - J_a / m)^{(m/md)}) * md$
	Nominal Vencida ("J")	$J = (1 / (1 - J_a / m) - 1) * m$	$J = (1 / (1 - J_a / m)^{(m/md)} - 1) * md$
	Efectiva Anticipada ("i _a ")	$i_a = J_a / m$	$i_a = 1 - (1 - J_a / m)^{(m/md)}$
	Efectiva Vencida ("i")	$i = 1 / (1 - J_a / m) - 1$	$i = 1 / (1 - J_a / m)^{(m/md)} - 1$
Nominal Vencida (J)	Nominal Anticipada ("J _a ")	$J_a = (1 - 1 / (1 + J / m)) * m$	$J_a = (1 - 1 / (1 + J / m)^{(m/md)}) * md$
	Nominal Vencida ("J")	%	$J = ((1 + J / m)^{(m/md)} - 1) * md$
	Efectiva Anticipada ("i _a ")	$i_a = 1 - 1 / (1 + J / m)$	$i_a = 1 - 1 / (1 + J / m)^{(m/md)}$
	Efectiva Vencida ("i")	$i = J / m$	$i = (1 + J / m)^{(m/md)} - 1$
Efectiva Anticipada (i _a)	Nominal Anticipada ("J _a ")	$J_a = i_a * m$	$J_a = (1 - (1 - i_a)^{(m/md)}) * md$
	Nominal Vencida ("J")	$J = (1 / (1 - i_a) - 1) * m$	$J = (1 / (1 - i_a)^{(m/md)} - 1) * md$
	Efectiva Anticipada ("i _a ")	%	$i_a = 1 - (1 - i_a)^{(m/md)}$
	Efectiva Vencida ("i")	$i = i_a / (1 - i_a)$	$i = 1 / (1 - i_a)^{(m/md)} - 1$
Efectiva Vencida (i)	Nominal Anticipada ("J _a ")	$J_a = (1 - 1 / (1 + i)) * m$	$J_a = (1 - 1 / (1 + i)^{(m/md)}) * md$
	Nominal Vencida ("J")	$J = i * m$	$J = ((1 + i)^{(m/md)} - 1) * md$
	Efectiva Anticipada ("i _a ")	$i_a = i / (1 + i)$	$i_a = 1 - 1 / (1 + i)^{(m/md)}$
	Efectiva Vencida ("i")	%	$i = (1 + i_a)^{(m/md)} - 1$

DE → A

% 1 2 3 4

Identificar la tasa de origen en la columna 1

Definir la tasa de destino en la columna 2: un renglón al frente de la caja seleccionada en la columna 1

"si la periodicidad es la misma": aplicar la fórmula de la columna 3, sobre el mismo renglón

"si la periodicidad es diferente": aplicar la fórmula de la columna 4, sobre el mismo renglón

FINANZAS: ¡QUÉ FÁCIL!

PERIODICIDAD	
M: mensual	12
B: bimestral	6
T: trimestral	4
C: cuatrimestral	3
S: semestral	2
A: anual	1

C
A
D
I
E
M

SEMPER PARATUS

Nota: tomado de Triana Lozano (2020).

Sobre el autor

Milton Hernando Triana Lozano

Contador público y Magister en Administración campo finanzas. Docente del programa de Contaduría Pública de la Universidad Santo Tomás, seccional Villavicencio.

Correo: miltontriana@ustavillavicencio.edu.co

Este libro se compuso en T_EX Gyre Termes a 11 puntos,
usando el sistema de composición tipográfica ConT_EXt,
y se terminó en diciembre de 2025.



Esta cartilla sobre interés simple e interés compuesto presenta de manera clara y gradual los fundamentos de las matemáticas financieras, necesarios para comprender la formación, el crecimiento y la valoración del dinero en el tiempo. A través de definiciones precisas, desarrollo de fórmulas, ejemplos contextualizados y ejercicios resueltos, el lector podrá identificar y manejar con solvencia conceptos como valor presente, valor futuro, tasas de interés, número de periodos, modalidades y conversión de tasas, tanto en esquemas de interés simple como compuesto.

Está dirigida a estudiantes y docentes de programas de ciencias económicas, administrativas y contables, así como a profesionales y personas que interactúan cotidianamente con decisiones financieras, por lo que esta obra está concebida como una guía práctica y didáctica para el aula y el autoestudio. Su objetivo es fortalecer competencias para interpretar, modelar y resolver problemas financieros reales, brindando herramientas que faciliten la toma de decisiones responsables en contextos de inversión, financiamiento, ahorro y gestión de recursos.

