

Caracterización de ambientes y tareas de modelación matemática en la formación de docentes de matemáticas

CHARACTERIZATION OF MATHEMATICAL MODELING AMBIENTS AND MODELING TASKS IN THE TRAINING OF MATHEMATICS TEACHERS

Maritza Méndez Reina, Nelly Yolanda Céspedes Guevara, Iván Darío Flórez Rojano
Universidad Santo Tomás. (Colombia).
maritzamendez@ustadistancia.edu.co, nellycespedes@ustadistancia.edu.co,
ivanflorez@ustadistancia.edu.co

Resumen: En el proyecto “Prácticas Sociales y Modelación Matemática: una dicotomía como escenario para la generación de nuevo conocimiento” desarrollado por la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Santo Tomás, se realiza un rastreo de orientaciones sobre la naturaleza de las tareas que promueven prácticas de modelación matemática en ambientes formativos con profesores de matemáticas y profesionales de otras disciplinas. Esta caracterización generó un marco de referencia que orientará el diseño y elección de las tareas considerando su enfoque, los datos, la relación con la realidad, el tipo de modelo, el tipo de representación, la manera como se presentan y las actuaciones de los participantes.

Palabras clave: Modelación Matemática; Educación Superior; Revisión documental

Abstract: In the project "Social Practices and Mathematical Modeling: a dichotomy as a scenario for the generation of new knowledge" developed by the Universidad Santo Tomás, a tracking of orientations is carried out on the nature of the tasks that promote practices of mathematical modeling in training environments with professors of mathematics and professionals of other disciplines. This characterization generated a frame of reference that will guide the design and choice of tasks considering its focus, the data, the relationship with reality, the type of model, the type of representation, the way they are presented and the actions of the participants.

Key words: Mathematical Modeling, Higher education; Documentary review

INTRODUCCIÓN

Este reporte hace parte de la investigación en curso “Prácticas Sociales y Modelación Matemática: una dicotomía como escenario para la generación de nuevo conocimiento” avalado por la Unidad de Investigación de la Universidad Santo Tomás. Este proyecto busca articular las prácticas sociales como posibilidades didácticas y pedagógicas en la educación matemática con escenarios de modelación, con la intención de influir en la construcción del discurso profesional del docente de matemáticas, y el desarrollo de competencias en modelación de futuros profesionales.

Como enfoque de trabajo, la modelación matemática ha evolucionado históricamente, su reflexión inicialmente se acentuaba en el desarrollo de conceptos y nociones matemáticas, luego se dio lugar a discusiones didácticas alrededor de la construcción de modelos, haciendo un giro hacia el concebirla como una competencia para resolver problemas reales, y a ser complejizada como un proceso cíclico; estas diversas perspectivas han derivado en investigaciones desde la formación del docente (Manouchehri, 2017) y formación de profesionales de otras áreas (Capace, 2017). Con base en esta pesquisa se delimitó una de las fases del proyecto en el ámbito de trabajo hacia la caracterización de las tareas plausibles que acompañan un proceso de modelación en el aula (Barbosa, 2003, Maaß, 2010, Blum, 2015, Villa, Castrillón y Sánchez, 2017).

Se asume entonces la modelación como un ambiente de aprendizaje asociado con el estudio, la problematización y la investigación de problemas a través de las matemáticas, (Barbosa, 2003). Se espera que estos ambientes no solo les permitan a los profesores de matemáticas y a los profesionales de otras áreas aprender matemáticas o desarrollar habilidades inherentes a ellas; sino que les permita comprender además de manera crítica, situaciones del mundo que los rodea por medio de las matemáticas y que logren vivir experiencias de representación, análisis, y toma decisiones.

A continuación, se presenta un marco referencial relativo a las perspectivas educativas alrededor de la modelación matemática y la caracterización de las tareas a la luz de o su enfoque, los datos, la relación con la realidad, el tipo de modelo, el tipo de representación, la manera como se presentan y las actuaciones de los participantes, luego se muestra a través de un ejemplo, cómo es la naturaleza actual de las tareas propuestas en un espacio académico denominado “Didáctica del álgebra a través de la modelización geométrica” dirigido a la formación inicial de docentes, para finalmente plantear algunas implicaciones en los escenarios de formación a ser considerados para la implementación de la propuesta.

MARCO REFERENCIAL

Perspectivas de la modelación matemática en educación

De acuerdo con Blum (2015), “Un modelo matemático es una imagen deliberadamente simplificada y formalizada de alguna parte del mundo real. Formalmente hablando: una triplete (D, M, f) consistente en un dominio D del mundo real, un subconjunto M del mundo matemático y un mapeo de D a M ” (p.5). Dentro del mundo de las matemáticas y el “resto del mundo” existiría un ciclo en el cual se realiza la construcción de una situación a modelar basada en un problema o situación real, esta situación se modela en dos contextos: el real y el matemático, en una dinámica que atiende a la simplificación y la estructuración, seguido de un proceso de matematización con el empleo de herramientas, técnicas y conceptos de las matemáticas, que derivan en unos resultados contenidos en el campo de las matemáticas, los cuales se traducirán en unos resultados que puedan ser leídos en el mundo real y puedan contrastarse con la misma realidad; en un ciclo continuo (Figura 1).

Naturalmente, este ciclo de modelado debe verse como un esquema idealizado que no es una imagen del proceso de pensamiento y resolución de problemas de los individuos reales, como ha sido visto en las “rutas de modelado” reales de los estudiantes.

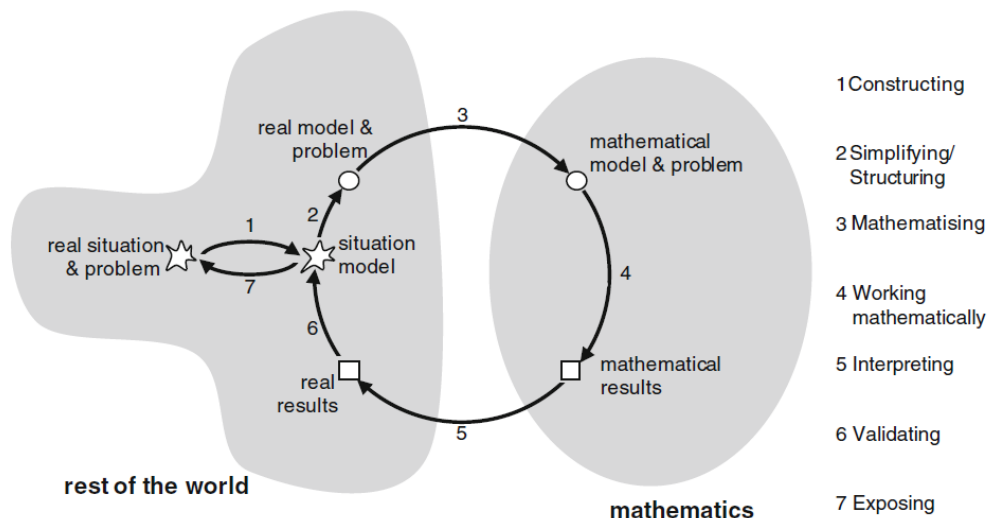


Figura 1. Esquema de los siete pasos seguidos en la modelación
Fuente: Blum (2015)

Para Villa y otros (2017), la modelización o modelación es una herramienta utilizada fundamentalmente por la matemática aplicada, para representar situaciones o fenómenos del “mundo real”, que se desarrolla en forma de ciclo y a través de ciertas etapas. En este sentido, el término se asocia con el establecimiento de relaciones entre las matemáticas y el mundo extra matemático, lo cual implica desarrollos de conocimiento provistos de una interpretación y reconocimiento en los esquemas de la formación inicial de profesores de matemática. En la literatura internacional Arrieta y Díaz (2015) proponen que una intervención de este tipo, puede estar enmarcada en los escenarios de la predicción, el diagnóstico o la evaluación; y a su vez la modelación se concibe como una práctica de articulación entre dos entes, el modelo que sirve para interactuar en otro denominado modelado. Por otra parte, en lugar de ente, Lesh y Caylor (2007) denominan el proceso de modelado sistema; lo que implica que la modelación se convierte en una forma de actuar, diseñar, abordar y pensar en un sistema (en este caso matemático) los elementos que se hacen conscientes de otro sistema (modelado).

De acuerdo con Araujo (2012) los procesos de modelación proporcionan la comprensión crítica del mundo a través de las matemáticas, lo que les ofrece a los estudiantes la oportunidad de representar, analizar y tomar decisiones en cualquier situación en contexto y a su vez la modelación se puede comprender como el escenario que propicia procesos de enseñanza y aprendizaje para los profesores en ejercicio y los profesores en formación. De esta forma, la modelación se convierte en indispensable en los procesos de formación de los profesores de matemáticas como un medio o un objeto de construcción del conocimiento matemático, que permita configurar prácticas acordes a los escenarios de aprendizaje y al ámbito escolar donde se plantee dicho escenario.

Considerando en panorama descrito anteriormente, se asume la modelación como un ambiente de aprendizaje asociado con el estudio, la problematización y la investigación de problemas a través de las matemáticas (Barbosa, 2003). Se espera que estos ambientes no solo les permitan a los profesores de matemáticas y a los profesionales de otras áreas aprender matemáticas o desarrollar habilidades inherentes a ellas; sino que les permita comprender

además de manera crítica, situaciones del mundo que los rodea por medio de las matemáticas y que logren vivir experiencias de representación, análisis, y toma decisiones.

Ambientes y tareas de modelación matemática

Dado que la intención de este proyecto es identificar el impacto de los procesos de modelación en la formación de docentes de matemáticas desde una perspectiva crítica, es necesario planificar ambientes educativos en los cuales la vivencia de la modelación genere esta criticidad. Por ello la elección de las tareas a desarrollar por parte de los estudiantes y docentes participantes en el proceso adquiere un significado importante como “como criterios u orientaciones a elegir para orientar el trabajo matemático en el aula” (Villa, 2017, p. 3). Por su parte, Maaß (2010) reconoció que existen clasificaciones de las tareas que atienden a criterios como el interés que el estudiante puede prestar en el contexto, el nivel de complejidad, tareas de enseñanza o evaluación, las intenciones didácticas y la naturaleza de la relación con la realidad.

Barbosa (2003) presenta como relevante la participación del profesor y los estudiantes en los esquemas de aprendizaje. Por lo tanto, propone que las tareas de modelación se pueden clasificar en tres momentos. En el primero de ellos, hace referencia a la solución de un problema por parte de los estudiantes siendo presentado por el profesor, el cual muestra la relevancia de datos cualitativos y cuantitativos, en donde simplemente se busca la solución de dicho problema, sin ningún contexto que requiera que los estudiantes realicen algún tipo de pesquisa o cambio de escenario diferente al aula de clase, por otro lado, el segundo caso, presenta un problema para los estudiantes, quienes deben realizar una serie de procesos fuera del aula que los lleve a encontrar la solución a través de la recolección de datos y otras acciones propias del desarrollo del problema dado; finalmente, el tercer caso busca el trabajo con proyectos de contextos cotidianos que pueden ser propuestos por el profesor o los estudiantes, en donde se pone en juego el liderazgo y la responsabilidad de los estudiantes en la solución y planteamiento de la ruta de trabajo en la solución del problema.

Desde esta perspectiva, para implementar cambios en la enseñanza diaria y la conceptualización adecuada en matemáticas, Bruder (2012) propone que el esquema de clasificación de las tareas está destinado a:

- Resumir y sistematizar las clasificaciones existentes.
- Proporcionar una visión general válida de la variedad de funciones de la tarea de modelado y, por lo tanto eviten una selección unilateral de tareas de modelado.
- Apoyar el diseño de tareas de modelado para objetivos específicos y grupos objetivo.
- Nombrar las características de las tareas de modelado de forma cualitativa, como una asignación confiable

Tareas, modelos y modelos relacionados con la realidad

Cuando se afirma el término "tarea relacionada con la realidad" se refiere a todo tipo de aplicaciones de Matemáticas en el mundo real. Modelado se refiere a la resolución de un problema desde el mundo real en oposición a la definición de modelado en PISA (Klieme et al. 2001), que también incluye contextos matemáticos internos (totalmente dentro de las matemáticas y sin conexión con la realidad). Así, en este papel el modelado siempre está relacionado a la realidad, mientras que no todas las tareas relacionadas con la realidad llevan al modelado.

Esquema de clasificación de las tareas de modelado

En este sentido, al proponer un esquema de clasificación de las tareas de modelado se pueden plantear las siguientes preguntas que conducen a la formulación de la estructura de las tareas de modelado:

1. ¿Qué actividades de modelización se deben realizar? ¿En qué actividades se enfoca la tarea? ¿Los estudiantes tienen que llevar a cabo todo un proceso de modelado? ¿O tienen que realizar solo pasos del proceso de modelado?
2. ¿Qué datos se proporcionan? (por ejemplo, ¿hay más datos de los que se necesitan? ¿O menos?);
3. ¿Cuál es la naturaleza de la relación del contexto con la realidad? ¿La pregunta es auténtica? ¿Un contexto artificial?
4. ¿De qué situación se toma el contexto? ¿Personal? ¿Científico?
5. ¿Qué tipo de modelo se utiliza? ¿Un modelo descriptivo o normativo?
6. ¿Qué tipo de representación se elige? ¿Un texto? ¿Una foto? ¿Material?
7. ¿Qué tan abierta es la tarea?
8. ¿Cuáles son las demandas cognitivas en relación con ciertas competencias (como el razonamiento, el trabajo matemático interno, etc.)?
9. ¿Qué marco matemático tiene la tarea?

Las tareas de modelación matemática que se esperan proponer se enmarcan teóricamente desde las características que guiarán el diseño y selección de las mismas (Tabla 1) que responden al enfoque de la actividad, los datos que se plantean o requieren, la naturaleza de la relación con la realidad, el tipo de modelo que atienden, el tipo de representación; a su vez con la manera en que son presentadas (Tabla 2), las actuaciones que los participantes (profesores y estudiantes) ejecutan (Tabla 3), y su carácter para desarrollar competencias en la modelación (Tabla 4).

Enfoque de la actividad	Sobre todo el proceso de modelado	Configuración de modelos	Matematización de problemas verbales	Trabajo dentro del modelo matemático	Interpretación de resultados matemáticos	Validación
Datos	Datos faltantes y superfluos		Datos inconsistentes		Datos coincidentes	
Naturaleza de la relación con la realidad		Auténticas	Realistas	Artificiales	Contextos matemáticos internos	
Tipo de modelo		Descriptivo		Normativo		
Tipo de representación		Texto	Tareas que consisten solo en imágenes o fotografías	Materiales como artículos periodísticos, transmisiones de radio, facturas, entre otros		

Tabla 1. Características que guiarán el diseño y selección de tareas
Fuente: Maaß, (2010)

Maneras en que se presentan	Enunciados verbales	Construcción de representaciones	Modelación a través de proyectos	Uso y análisis de modelos
-----------------------------	---------------------	----------------------------------	----------------------------------	---------------------------

Tabla 2. Maneras en que son presentadas las tareas

Fuente: Villa, et.al., (2017)

Actuación de los participantes	El profesor presenta un problema relatado con datos cuantitativos y cualitativos, este debe ser resuelto por los estudiantes, para ello no requieren salir del aula.	El profesor plantea una problemática inicial y los estudiantes que enfrentan su resolución, estos deben salir del aula para recolectar los datos y emprender otras acciones.	Se trabajan proyectos desarrollados a partir de temas no matemáticos (propuestos por el profesor o los estudiantes), de tal forma que la responsabilidad y liderazgo del proyecto recae principalmente en los estudiantes.
---------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Tabla 3. Clasificación de las tareas según las actuaciones de los participantes

Fuente: Barbosa (2003)

Carácter	Práctico	Formativo	Cultural	Psicológico
-----------------	----------	-----------	----------	-------------

Tabla 4. Carácter de las tareas para desarrollar competencias en la modelación

Fuente: Blum (2015)

DESARROLLO DE ALGUNOS EJEMPLOS

Para el caso de la formación inicial de docentes se presenta el caso del espacio académico denominado “Didáctica del álgebra a través de la modelización geométrica”, este hace parte de una de las profundizaciones de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Santo Tomás. En dicho curso, el enfoque de las tareas privilegia la construcción de modelos algebraicos que den cuenta de patrones y regularidades de carácter geométrico, para lo cual se configuran actividades relacionadas con procesos de generalización desde situaciones geométricas que sugieran el trabajo con sucesiones. A continuación, se muestra un ejemplo de de tarea propuesta en el espacio académico:

Ejercicio 6. Si dibuja 35 líneas en un pedazo de papel de modo que no haya dos líneas paralelas entre sí y no haya tres líneas secantes, ¿cuántas veces se cruzarán?



Figura 2. Ejemplo tarea propuesta en el espacio académico didáctica del álgebra a través de la modelización de problemas geométricos.

Fuente: Elaboración propia

Considerando la clasificación de las tareas de modelado, la situación propuesta tiene las siguientes características:

- Respecto al enfoque de la actividad, se orienta a un trabajo dentro del modelo matemático en un contexto interno o propio de las matemáticas, pues no tiene relación con la realidad, sin embargo, se espera que el maestro en formación logre trabajar con un modelo matemático para encontrar algunos resultados.
- Con relación a los datos con los que se cuenta, estos son todos explícitos en la situación y son todos ellos necesarios para la solución de la misma.

- Frente a la naturaleza de la relación de la tarea con la realidad, esta sólo incorpora un contexto propio de la matemática, en particular uno geométrico.
- Considerando el tipo de modelo, se privilegia el tipo normativo en función de la necesidad encontrar un resultado particular de un caso posible.
- Los tipos de representación empleados son texto e imágenes.
- La manera como se presenta en la guía de trabajo es a través de enunciados verbales.
- Respecto a la actuación de los participantes, es el profesor a cargo del espacio es quien presenta una situación que debe ser resuelta, los estudiantes no requieren hacer una búsqueda de datos, pues cuentan con los necesarios.
- Es de carácter formativo.

En general, se puede notar que la mayoría de los espacios académicos, las tareas propuestas a los estudiantes como situaciones de aprendizaje, presentan una descontextualización de lo cotidiano, de manera tal que el carácter formativo radica en la efectividad de la solución que emitan los estudiantes a la tarea presentada más no en el proceso de modelado ni en el modelo emergente.

IMPLICACIONES

Considerando la perspectiva teórica del proyecto, se inicia por transformar parte de las tareas de los espacios académicos del programa, por ejemplo, para el espacio académico denominado finito e infinito, se diseña una tarea con base en una situación que puede ser referente para muchos de las personas que viven en Colombia y se enfrentan con las problemáticas del tráfico vehicular de las ciudades, de modo que todos los maestros en formación puedan participar y sentirse involucrados al respecto:

En esta primera tarea se solicita construir un modelo matemático para el flujo vehicular. Ello implica una serie de pasos en los cuales se hace necesario ir desarrollando actividades semana a semana y hacer reporte de los avances permanentemente en los encuentros sincrónicos o en el foro académico de la primera estrategia en caso de que no pueda asistir al encuentro, subiendo un video donde explique sus avances.

Primera Semana:

1. ¿En qué momento el flujo vehicular se convierte en un problema? ¿Cuándo no lo es? Explique en lo posible con ejemplos reales o hipotéticos. 2. ¿Qué consecuencias o impacto tiene sobre una población cuando es un problema? ¿Qué ventajas tiene realizar un estudio del flujo vehicular? 3. Identifique varios (al menos seis) factores que determinan los cambios en el flujo vehicular. 4. Seleccione de estos factores tres o cuatro que puedan ser determinantes en este análisis, omitir los factores que puedan no ser cruciales en el análisis, e indicar por qué no lo serían. 5. De acuerdo con esos factores defina variables que

Segunda semana:

1. Seleccione un contexto real donde se pueda realizar un experimento sobre el flujo vehicular. 2. Recoja datos de muestra que permitan identificar relaciones cuantitativas entre las variables obtenidas. 3. Elabore gráficas que muestren las relaciones entre las variables. 4. Seleccione de estas gráficas cuáles tienen posibilidades de considerarse como funciones. 5. Describir cualitativamente estas funciones, es decir, realizar hipótesis de cuáles podrían ser su dominio y recorrido, mencionar si son crecientes, decrecientes, o combinaciones de

<p>permitan medir el flujo vehicular. 6. Establecer relaciones cualitativas entre esas variables. Es decir, proponga cómo varían.</p>	<p>ellas, si tienen puntos máximos o mínimos, si son cóncavas hacia arriba o hacia abajo, si tienen algún tipo de simetría, si existen asíntotas al suponer valores muy grandes o muy pequeños, etc. 6. Utilizar Excel para buscar aproximaciones al fenómeno de la medida del flujo vehicular donde se ingresen los datos encontrados en la actividad de recolección. 7. Inspeccionar las gráficas que se presentan en Excel con los datos tabulados, explicar el significado de las mismas en el contexto del flujo vehicular del lugar seleccionado y los análisis que podrían derivarse de ellas.</p>
<p>Tercera semana: 1. Utilizar dentro de las gráficas elaboradas la semana anterior, el de dispersión con líneas suavizadas, y sobre ella incorporar diferentes líneas de tendencia (lineal, exponencial, logarítmico, polinómico de diferente orden – allí se pueden modificar los valores de 2 en adelante) tratando de que se ajusten lo mejor posible a la línea suavizada. Marcar como opción “presentar ecuación en el gráfico” y con ellas realizar las interpretaciones correspondientes del significado de estas expresiones dentro de la situación del tráfico vehicular. 2. Analizar la pertinencia de cada una de estas funciones para ser empleada en el estudio del tráfico vehicular, mediante suposiciones o predicciones de lo que podría ocurrir y reemplazando con valores supuestos para mirar el resultado obtenido. 3. Ver si este modelo para el flujo vehicular es relevante para el problema tratado. Revisar varias opciones encontradas. 4. Seleccionar el modelo que más le parezca conveniente, explicar por qué. 5. Realice el estudio de uno de los documentos de sus compañeros y evalúe la pertinencia del mismo; haga una coevaluación del mismo considerando el impacto o la relevancia de lo propuesto. Formule sugerencias en lo posible.</p>	<p>Cuarta semana: 1. Utilizar el modelo seleccionado la anterior semana u otro que considere mejor, de acuerdo con la coevaluación realizada por los compañeros, para analizar una situación en otro contexto diferente. Valorar su aplicabilidad. 2. Realizar un análisis infinitesimal de la función seleccionada tomando diferencias muy pequeñas y calculando los diferenciales correspondientes. Usar esta información para interpretar las variaciones en el flujo vehicular. 3. Representar en otras tablas las variaciones encontradas y analizarlas a la luz de crecimiento o decrecimiento en los cambios del flujo vehicular. 4. De acuerdo con el modelo propuesto obtenga conclusiones de lo que podría suceder en ese sitio frente a cambios en los valores actuales de las variables consideradas para el flujo vehicular. 5. Indague sobre modelos de flujo vehicular existentes en otras fuentes, seleccione uno de ellos y explique las herramientas matemáticas que se usan para utilizar el modelo. 6. Formule varias conclusiones sobre el ejercicio desarrollado.</p>

Tabla 5. Ejemplo tarea propuesta en el espacio académico finito e infinito

Fuente: Elaboración propia

La actividad propuesta sobre el tráfico vehicular se encuadra dentro del contexto de modelado matemático, es decir, se espera que los docentes en formación configuren un modelo matemático sobre el tráfico vehicular. Podría pensarse que se puede conseguir un ejercicio a modo de proyecto. En este caso el profesor propone una situación inicial y los estudiantes deben problematizarla, identificar las variables esenciales y superfluas, establecer relaciones

entre ellas, describirlas en forma cualitativa y cuantitativa, desde donde se espera que construyan el modelo, con base en la recolección de datos, tabulación, sistematización y aplicación de herramientas tecnológicas de modelado matemático, validar diferentes posibles modelos y seleccionar el que más se adecúe a su contexto.

La tarea propuesta puede considerarse de carácter realista pues muestra una situación que resulta problemática para muchas personas, pero podría estar en el contexto de las tareas auténticas que implican además el interés del estudiante en encontrar el modelo y utilizarlo para comprender y dar respuesta al problema, y que implica en algunos casos la autenticidad del problema para una comunidad. Como se espera revisar todo el problema del flujo vehicular, se deben considerar numerosas variables que hacen parte de este como son tiempos, cantidad de vehículos, ancho de las vías, pases, cruces, etc., al ser analizadas en un solo sitio; mientras que, si se piensa en la red de vías, se tendrían que considerar estos aspectos además del flujo entrante en cada nodo.

Como se muestra en el ejemplo anterior, se espera que, a través del reconocimiento de las diversas clasificaciones de las tareas, se articulen parte de las categorizaciones expuestas en correspondencia con los propósitos y los grupos objetivo de la propuesta, para posteriormente determinar en dónde se centra la diferenciación del trabajo con profesores de matemáticas en formación inicial y con profesionales de otras disciplinas revisando oportunidades y limitaciones de cada tipo de tarea.

Un trabajo posterior en el marco de este proyecto de investigación se centra en diferenciar las competencias que deben ser promovidas de manera diferenciada de acuerdo al campo de desempeño profesional futuro, esto implica revisar diversas perspectivas sobre el análisis de a nivel epistemológico sobre el cómo y para qué se emplea la modelación matemática en programas de formación de profesores de matemáticas.

CONCLUSIONES

En el desarrollo parcial de la investigación presentada en este documento ilustra parte de la investigación realizada por los autores, como esquema inicial de trabajo en la construcción de la caracterización de las tareas propuestas para un curso de profundización desde la perspectiva de la modelación matemática, a partir de la consulta de diversas fuentes académicas que permiten evidenciar la importancia de una buena formulación de situaciones de aprendizaje o tareas para los profesores en formación, las cuales se fundamentan en un ejercicio juicioso y comprensivo, el cual proporciona la construcción de conocimientos formales desde una perspectiva de trabajo cooperativo entre pares y docentes del programa académico.

Por otro lado, se espera que tareas como la presentada en este documento se considere un punto de partida para la generación de cambios al interior del espacio académico y al mismo tiempo, cambios en la forma de enseñanza y aprendizaje de los docentes del programa y los estudiantes que se están formando como docentes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Araujo, J. (2012) Ser crítico em projetos de modelagem em uma perspectiva crítica de educação matemática. *Bolema - Boletim de educação matemática*, v. 26, n 43, Doi:10.1590/S0103-636X2012000300005

- Arrieta, J, Díaz, L.(2015) Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, v. 18, n 1, p. 19-48. Doi: 10.12802/relime.13.1811
- Barbosa, J. C. (2003). Modelagem Matemática na sala de aula. *Perspectiva*, 27(98), 65-74.
- Bressan, A y Gallego, M. (2010). El proceso de matematización progresiva en el tratamiento de patrones. En: *Correo del Maestro*. No. 168. p. 5 -21.
- Bruder, R (2009), Eight target structure types of tasks as background for learning surroundings». En: 12th International Congress on Mathematical Education. Seoul, Korea , p. 143
- Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do?. In *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education* (pp. 73-96). Springer.
- Capace, Luis. (2015). *La enseñanza de la matemática en ingeniería*. En Ortiz, José; Iglesias, Martha (Eds.), *Investigaciones en educación matemática. Aportes desde una unidad de investigación* (pp. 107-119). Maracay, Venezuela: Universidad de Carabobo.
- Henn, H y Niss, M, (2010), *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study*. (pp. 219-224). New York: Springer. p. 10
- Lesh, R, Caylor, B.(2007) Introduction to the special issue: Modeling as application versus modeling as a way to create mathematics. *International Journal of computers for mathematical Learning*, v. 12, n. 3, p. 173-194.
- Maaß, K. (2010). Classification scheme for modelling tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(2), 285-311.
- Manouchehri, A. (2017). Implementing mathematical modelling: The challenge of teacher educating. In *Mathematical Modelling and Applications* (pp. 421-432). Springer.
- Villa, J., Castrillón, A., y Sánchez, J. (2017). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemáticas. *Espaço Plural*, 18(36), 219-251.