

**PRONÓSTICO DEL CONSUMO DE ENERGÍA ELÉCTRICA RESIDENCIAL
PARA LA CIUDAD DE BOGOTÁ.**

JULIANA REY ONZAGA

**UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
DIVISIÓN DE INGENIERÍAS
FACULTAD DE INGENIERÍA AMBIENTAL
BOGOTÁ DC
2018**

**PRONÓSTICO DEL CONSUMO DE ENERGÍA ELÉCTRICA RESIDENCIAL
PARA LA CIUDAD DE BOGOTÁ.**

JULIANA REY ONZAGA

Trabajo de grado para optar por el título de Ingeniero Ambiental.

Modalidad: Solución de un problema de Ingeniería.

Director: Carlos Peña Guzmán PhD.

UNIVERSIDAD SANTO TOMAS

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS

FACULTAD DE INGENIERÍA AMBIENTAL

BOGOTÁ DC

2018

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	7
ABSTRACT.....	8
1. INTRODUCCIÓN	9
2. OBJETIVOS	11
2.1 <i>Objetivo General</i>	11
2.2 <i>Objetivos Específicos</i>	11
3. MARCO TEÓRICO.....	12
3.1 <i>Modelos de pronóstico</i>	12
3.1.1 <i>Técnicas para los modelos de pronósticos</i>	12
3.1.2 <i>Calibración de los modelos de predicción</i>	14
3.2 <i>Antecedentes internacionales en materia de estudios de pronósticos de demanda eléctrica</i>	15
3.2.1 <i>India:</i>	15
3.2.2 <i>Estados Unidos</i>	16
3.2.3 <i>Nueva Zelanda</i>	17
3.3 <i>Antecedentes Nacionales en materia de demanda de energía eléctrica</i>	17
3.3.1 <i>Estudios de pronóstico nacionales</i>	19
3.3.2 <i>Estudios energéticos en la ciudad de Bogotá</i>	21
3.4 <i>Marco Regulatorio</i>	22
3.5 <i>Índices de consumo energético en la ciudad de Bogotá</i>	23
3.5.1 <i>La electricidad y su demanda</i>	23
3.5.2 <i>Usuarios por estratificación socio-económica</i>	24
3.5.3 <i>Tarifa de energía eléctrica</i>	25
3.5.4 <i>Subsidios y contribuciones</i>	25
3.5.5 <i>Etiquetado energético</i>	26
3.5.6 <i>Producto Interno bruto (PIB)</i>	27
3.5.7 <i>Factores climáticos</i>	27
3.5.8 <i>Servicios sustitutos de energía eléctrica</i>	27
3.6 <i>Impactos ambientales de utilización de la energía eléctrica</i>	28
4. METODOLOGÍA	31
4.1 <i>Actividad 1. Revisión bibliográfica</i>	31

4.2	<i>Actividad 2. Selección de entradas</i>	32
4.3	<i>Actividad 3. Selección y diseño del modelo</i>	33
4.3.1	<i>Modelo No.1: Regresión Múltiple</i>	33
4.3.2	<i>Modelo No. 2: Económico (Regresión Lineal)</i>	35
4.3.3	<i>Modelo No. 3: Regresión lineal de doble logaritmo</i>	38
4.4	<i>Validación de los modelos</i>	39
4.4.1	<i>Medida de bondad de ajuste</i>	39
4.4.2	<i>La significancia de los coeficientes individuales</i>	39
4.4.3	<i>El signo de los coeficientes estimados debe estar acorde con lo esperado por la teoría</i>	40
4.4.4	<i>La significancia conjunta de los coeficientes</i>	40
4.4.5	<i>Cálculo del error relativo porcentual</i>	40
5.	DESARROLLO CENTRAL	42
5.1	<i>Caracterización de la demanda energética en la Ciudad de Bogotá</i>	42
5.1.1	<i>Consumo de energía eléctrica</i>	43
5.1.2	<i>Usuarios finales de energía eléctrica</i>	44
5.1.3	<i>Tarifa de energía eléctrica</i>	46
5.1.4	<i>Producto Interno Bruto</i>	47
5.1.5	<i>Ingreso Per cápita usuario final</i>	48
5.1.6	<i>Temperatura superficial</i>	49
5.1.7	<i>Facturación Gas Natural como servicio sustituto</i>	50
5.2	<i>Modelos de predicción</i>	51
5.2.1	<i>Modelo No. 1: Regresión Lineal Múltiple</i>	51
5.2.2	<i>Modelo No. 2 Regresión Económica</i>	54
5.2.3	<i>Modelo No.3 Regresión económica de doble logaritmo</i>	57
5.3	<i>Comparación de los modelos</i>	59
6.	IMPACTO SOCIAL	65
7.	CONCLUSIONES	66
8.	RECOMENDACIONES	68
9.	BIBLIOGRAFÍA	69
10.	ANEXOS	76

LISTA DE ILUSTRACIONES

<i>Ilustración 1. Comportamiento de la demanda de Energía en Colombia entre 2005 y 2014.....</i>	<i>18</i>
<i>Ilustración 2. Participación sectorial en el consumo total de energía eléctrica 2015</i>	<i>19</i>
<i>Ilustración 3. Metodología de Investigación</i>	<i>31</i>
<i>Ilustración 4. Consumo de Energía Eléctrica por Estrato Socio-Económico</i>	<i>44</i>
<i>Ilustración 5. Usuarios finales del servicio de energía por estrato socio-económico</i>	<i>45</i>
<i>Ilustración 6. Facturación del servicio de energía por estrato socio-económico</i>	<i>46</i>
<i>Ilustración 7. Producto Interno Bruto Histórico</i>	<i>48</i>
<i>Ilustración 8. Ingresos histórico por usuario final</i>	<i>48</i>
<i>Ilustración 9. Temperatura superficial promedio mensual multianual</i>	<i>49</i>
<i>Ilustración 10. Facturación del servicio de Gas Natural</i>	<i>50</i>
<i>Ilustración 11. Errores relativos porcentuales para el modelo 1</i>	<i>53</i>
<i>Ilustración 12. Errores relativos porcentuales para el modelo 2</i>	<i>56</i>
<i>Ilustración 13. Errores relativos porcentuales para el modelo 3</i>	<i>59</i>
<i>Ilustración 14. Comparación gráfica de los modelos para cada estrato.....</i>	<i>60</i>

ABREVIATURAS

SIN: Sistema Interconectado Nacional

UPME: Unidad de Planeación Minero Energética

CREG: Comisión de Regulación de Energía y Gas

DANE: Departamento Nacional de Estadística

IDEAM: Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales

SUI: Sistema Único de Información

PIB: Producto Interno Bruto

RETIQ: Reglamento Técnico de Etiquetado

MJO: Oscilación Madden Julian

ENSO: El Niño-Oscilación del Sur

BKWh: Billones de Kilovatios hora, valor de carga activa consumida por hora

TWh: Teravatio hora, valor de carga activa consumida por hora

GWh: Gigavatio hora, valor de carga activa consumida por hora

KWh: Kilovatio hora, valor de carga activa consumida por hora

ARIMA: Modelo Autorregresivo Integrado de Media móvil

VEC: Modelo de vectores de Corrección del error

VAR: Modelo Vectorial Autorregresivo

RESUMEN

La energía eléctrica se ha convertido con el pasar de los años, un importante componente en la calidad de vida de los seres humanos y es un factor determinante para el desarrollo y crecimiento económico de una sociedad. Así mismo la creciente demanda de este servicio ha llevado a los entes gubernamentales a aumentar los estudios referentes a la planeación energética. De esta forma, predecir el consumo de energía eléctrica se ha convertido en un instrumento necesario para la toma de decisiones, tanto para los entes prestadores del servicio, como para las instituciones públicas.

Este trabajo de investigación plantea tres modelos de pronóstico de energía, por medio de regresiones y de análisis de variables explicativas. Estos modelos se basan en estudios econométricos y estadísticos, entregando así una herramienta útil en la gestión energética, que permite la planeación futura, generando un aporte para los estudios de factores que intervienen en el consumo de energía eléctrica.

La investigación fue desarrollada con base en los seis estratos socio-económicos en los que se encuentra organizada la Ciudad de Bogotá, utilizando datos históricos de temperatura superficial, Producto Interno Bruto, ingresos per cápita, suscriptores, consumo y precio de la de energía eléctrica y precio del servicio de gas natural, desde el año 2005 hasta el año 2016. Los tres modelos fueron desarrollados en el software libre R studio, a partir de lenguaje matemático. El primer y segundo modelo son una regresión lineal múltiple, con la diferencia que el segundo tiene una interpretación económica de coeficientes, mientras que el tercer modelo está desarrollado en forma de regresión económica de doble logaritmo.

Los tres modelos presentan un buen comportamiento comparándolos con los datos medidos y cumplen con las validaciones propuestas en la metodología, analizando cada variable con respecto al estrato socio-económico, arrojando como resultado más relevante el modelo de regresión lineal múltiple con interpretación económica. Dicho modelo tiene como variable significativa el Producto Interno Bruto, variable que se ha relacionado estrechamente con el consumo energético. Dicho modelo representa con precisión la tendencia de la demanda y cumple con todos los parámetros estadísticos y teóricos para dar una predicción energética acertada.

ABSTRACT

Electricity has become over the years an important component in the quality of life of human beings and is a determining factor for the development and economic growth of a society. Likewise, the growing demand for this service has led government agencies to increase the studies related to energy planning, in this way, predicting the consumption of electricity has become a necessary method for decision-making for entities, service providers as well as for public institutions.

This research paper proposes three models of energy forecast, by means of regressions and analysis of explanatory variables. These models are based on econometric and statistical studies, thus presenting a useful tool in energy management.

The research was developed based on the six socio-economic strata in which the City of Bogotá is organized, using historical data of surface temperature, gross domestic product, per capita income, subscribers, consumption and price of electric power, price of the service of natural gas from 2005 to 2016. The three models were developed in free software R studio, from mathematical language. The first and second model is a multiple linear regression, but the second model has an economic interpretation of coefficients, while the third model is developed in the form of double logarithm economic regression.

The three models show a good behavior compared with the measured data and comply with the validations proposed in the methodology, analyzing each variable with respect to the socio-economic stratum, presenting as the most relevant result, the multiple linear regression model with economic interpretation. That model has a significant variable, the Gross Domestic Product, a variable that has been closely related to energy consumption. This model accurately represents the trend of energy consumption and complies with all the statistical and theoretical parameters to give an accurate energy prediction.

1. INTRODUCCIÓN

El propósito del presente trabajo de grado, es realizar un modelo de pronóstico de energía eléctrica en el que se tendrán en cuenta: la caracterización y las tendencias del consumo eléctrico de los habitantes del área residencial de la zona urbana de Bogotá, por medio de antecedentes en el tema, datos de operadores locales, uso de herramientas investigativas, matemáticas y computacionales.

La presente investigación tuvo dos causales principales a mencionar:

En primera instancia, el consumo de energía actualmente ha estado en constante crecimiento debido a factores tales como las nuevas tecnologías que surgen a través del tiempo, cambios en la economía y crecimiento demográfico; provocando así una variación en la tendencia de su consumo y afectando la demanda; por lo que se hace necesario tomar medidas que contribuyan a evitar una diferencia entre la demanda de energía eléctrica requerida por los usuarios y la capacidad instalada por parte de las comercializadoras de energía [1]. Entre las medidas a tomar, se encuentra administrar el consumo de la energía, no desde el punto del crecimiento del sistema eléctrico sino desde el componente ambiental, buscando formas alternas y eficientes para la generación de energía.

En segunda instancia, la implementación de programas de uso eficiente de la energía eléctrica, permite que los beneficios sean tanto para el individuo, como para la sociedad. Para conseguir tales utilidades es necesario evaluar el beneficio de dichos programas por medio de mediciones objetivas y acertadas, por lo tanto es de gran importancia monitorear la forma en que se comporta la demanda de energía en el sector doméstico, realizando estudios de control que proporcionen información de este comportamiento.

Considerando ahora que la demanda de electricidad ha aumentado continuamente a lo largo de las últimas décadas, tanto en el sector residencial como en los demás sectores consumidores, en el año 2040 la energía eléctrica representará casi la cuarta parte del consumo energético final, aumentando 8300 TWh la generación eléctrica mundial [2].

Bogotá como ciudad capital de Colombia, desde la segunda mitad del siglo XX, ha tenido un crecimiento significativo con respecto a la población residente en Cundinamarca. De este modo, al iniciar el siglo XXI la tasa anual de la población total de este Departamento equivalía al 30% de la población residente en Bogotá [3], haciendo que la mayoría del consumo de energía eléctrica se dé por cuenta de los usuarios residenciales [4].

Bajo el contexto anterior, la elaboración de un pronóstico de demanda de energía eléctrica en el sector residencial, visto desde el ámbito de los factores que influyen dentro de la

población en el consumo energético, se convierte en una herramienta indispensable en el momento de toma de decisiones, como inversiones en distribución, aplicación de marcos regulatorios, planes de expansión de distribución entre otros. De esta forma los modelos matemáticos juegan un papel importante en la elaboración de pronósticos ya que permiten incluir los factores determinantes para el comportamiento de dicho consumo, como lo son el precio de la energía eléctrica, el Producto Interno Bruto, el número de suscriptores, el precio del gas natural como servicio complementario, los ingresos per cápita de los diferentes estratos socio-económicos, y la temperatura superficial.

2. OBJETIVOS

2.1 Objetivo General

Elaborar un pronóstico de consumo residencial de energía eléctrica en la ciudad de Bogotá (zona urbana) mediante la asociación de antecedentes y uso de herramientas investigativas, matemáticas y computacionales.

2.2 Objetivos Específicos

Los objetivos específicos que se tienen para este trabajo de grado son los siguientes:

- Seleccionar los instrumentos investigativos y matemáticos para la sistematización de la información obtenida sobre el consumo de energía eléctrica en el sector residencial.
- Desarrollar tres modelos de proyección energética para la ciudad de Bogotá comprendiendo un período de antecedentes de consumo de 11 años atrás.
- Analizar los resultados para entender los factores que explican el comportamiento de la demanda de energía eléctrica en Bogotá.

3. MARCO TEÓRICO

3.1 Modelos de pronóstico

Los estudios de pronóstico hacen parte de un área de la minería de datos que consiste en la extracción de información existente en los datos y su utilización para predecir tendencias y patrones de comportamiento, pudiendo aplicarse sobre cualquier fenómeno desconocido. En este caso la demanda de consumo energético, ya sea en el pasado, presente o futuro. Los modelos de pronóstico se fundamentan en la identificación de relaciones entre variables en eventos pasados, para luego explotar dichas relaciones y predecir posibles resultados en futuras situaciones. Hay que tener en cuenta que la precisión de los resultados obtenidos depende mucho de la calidad de los datos y el manejo de los mismos en el análisis [5].

Los modelos de pronóstico tienen un elemento vital que son los datos, los cuales son la fuente de la que se obtienen las variables, las relaciones entre ellas y los patrones de comportamiento. Adicionalmente, se tiene que tener en cuenta el aprendizaje computacional, ya que es parte fundamental en los pronósticos, debido a que proporciona las técnicas de análisis de los datos mediante las cuales se pueden descubrir relaciones entre variables, que en un principio pueden parecer insignificantes, pero que tras la aplicación de estas técnicas puede descubrirse la trascendencia de las mismas [6].

3.1.1 Técnicas para los modelos de pronósticos

Los modelos de pronóstico tienen diferentes enfoques y técnicas, en este apartado se agruparán las técnicas utilizadas en la presente investigación.

3.1.1.1 Regresión lineal múltiple

Los modelos de regresión son el pilar de la analítica predictiva. El enfoque se basa en el establecimiento de una ecuación matemática como modelo para representar las interacciones entre las diferentes variables en consideración. El modelo de regresión lineal analiza la relación existente entre la variable dependiente o de respuesta y un conjunto de variables independientes o explicativas. Esta relación se expresa como una ecuación que predice la variable de respuesta como una función lineal de los parámetros. Estos parámetros se ajustan para que la medida de ajuste sea óptima. Gran parte del esfuerzo en la adaptación del modelo se centra en minimizar el error, así como en asegurarse que está distribuido de forma aleatoria respecto a las predicciones del modelo [7].

Estos modelos presentan inconvenientes cuando las variables en algún momento no adoptan una relación lineal. Otro inconveniente que presenta este tipo de modelos es que son muy sensibles a los valores atípicos y adicionalmente este tipo de modelo asume que

los datos son independientes, esto significa que el consumo de un individuo no tiene nada que ver con los de otro [8].

3.1.1.2 Modelos econométricos

3.1.1.2.1 Modelo de Regresión Lineal Múltiple (Económica)

Las relaciones económicas involucran a más de dos variables. En la práctica se involucran tantos controles como sea necesario, es por esto que la regresión lineal múltiple es una de las más adecuadas para este tipo de análisis, ya que permite controlar explícitamente los factores que afecten simultáneamente a la variable dependiente. Además, da mayor flexibilidad para los modelos la relación directa entre “Y” y “X”. Se cuenta como modelo econométrico en este caso, la regresión lineal múltiple ya que la interpretación de los coeficientes es ahora de efecto parcial, convirtiendo a los coeficientes en las elasticidades de dichas variables con respecto a la variable respuesta. Es decir que cuando “X” varía en una unidad, permaneciendo el resto de las variables constantes, “Y” varía en promedio en β unidades (Valor del coeficiente), para este caso la “elasticidad en la demanda” [9].

- *La elasticidad como coeficiente de la ecuación de regresión*

La elasticidad en la demanda, es un concepto económico que se utiliza para medir la sensibilidad o capacidad de respuesta de un producto o servicio a un cambio en su precio. En principio la elasticidad de la demanda se define como el cambio porcentual en la cantidad demandada, dividido por el cambio porcentual en el precio. La cantidad demandada de un bien (si todo lo demás permanece constante) es función de su precio y por tanto a menor precio mayor demanda [10].

Cuando mayor sea el valor de la elasticidad, mayor es el grado de respuesta de la cantidad demandada, ante las variaciones de las variables explicativas. El valor de la elasticidad permite clasificar la variable Independiente (Y) ante las variaciones de las variables explicativas (X). Se distinguen los siguientes tipos de elasticidad atendiendo a este valor:

- Demanda elástica, si la elasticidad de la demanda con respecto a la variable explicativa es superior a 1
- Demanda inelástica, si la elasticidad de la demanda con respecto a la variable explicativa es inferior a 1 [11].

3.1.1.2.2 Regresión múltiple de doble logaritmo

Esta función no lineal es la función de producción más utilizada en economía, basando su popularidad en su fácil manejo y el cumplimiento de las propiedades básicas que los economistas consideran deseables. Se debe su aplicación a Paul Douglas y el matemático Charles Cobb, quienes en 1927 descubrieron que la distribución de la renta entre trabajo y

capital, había permanecido constante a lo largo del tiempo y así diseñaron una función resultante de la siguiente forma [12]:

$$Y_t = A \cdot X_t^\alpha \cdot X_t^{\beta_1} \cdot \dots \cdot X_t^{\beta_k}$$

Y_t = Variable respuesta, (Producción)

X_t^α = Punto de corte con el eje Y

$X_t^{\beta_k}$ = Variables explicativas.

A = Terminio de error aleatorio.

En esta función β representan los pesos de los factores en las variables respuesta. Este modelo es muy útil en servicios donde la producción y demanda dependen en mayor parte del capital que interviene en la demanda.

Este modelo tiene como inconveniente que se espera siempre una homogeneidad de 1 entre las variables explicativas y la variable explicada, es decir que a largo plazo espera que si las variables “X” aumentan constantemente, la variable “Y” incremente en la misma proporción [12].

3.1.2 Calibración de los modelos de predicción

Para determinar si el modelo funciona de manera correcta, es necesaria su validación. Para comprobar la precisión del modelo, se divide el conjunto de datos del que se dispone en dos. Por un lado se dispone de un conjunto de datos con los que se desarrollará el modelo. Este conjunto abarcará la mayor parte de la muestra superior al 50% y se denomina training set o datos de entrenamiento. Por otro lado, la parte sobrante se utilizará para validar el modelo y se denomina test set o datos de validación [13].

3.1.3 Herramienta para la elaboración del modelo de predicción

Existen numerosas herramientas disponibles en el mercado que ayudan con la ejecución de análisis predictivo. Estas van desde aquellas que necesitan conocimientos básicos por parte del usuario a aquellas que requieren de usuarios con una formación específica. La diferencia entre estas herramientas a menudo se encuentra en el nivel de personalización que ofrecen y la capacidad de trabajar con número elevado de datos [14].

Para el modelamiento de la demanda de energía se utilizó el software R, el cual presenta uno de los lenguajes más utilizados en investigación por la comunidad estadística, siendo además muy popular en el campo de la minería de datos y la investigación científica. Esto contribuye a la posibilidad de utilizar paquetes que se cargan como comandos en una consola, para proporcionar funcionalidades de modelado. “R” ofrece una amplia variedad

de funcionalidades estadísticas como modelado lineal o no lineal, clasificación o agrupamiento. También ofrece la posibilidad de manipular los datos, realizar cálculos sobre ellos y representarlos mediante gráficas [15].

R fue diseñado por Ross Ihaka y Robert Gentleman en el año 1993. Se distribuye gratuitamente bajo los términos de la GNU General Public Licence; su desarrollo y distribución son llevados a cabo por varios estadísticos conocidos como el grupo nuclear de desarrollo de R. Está disponible en varias fuentes: el código fuente escrito principalmente en C (y algunas rutinas en Fortran), esencialmente para máquinas Unix, Linux, o como archivos binarios pro compilados para Windows como es el caso [16].

R es muy útil en investigaciones académicas ya que su característica más sobresaliente es su enorme flexibilidad, permitiendo guardar los resultados como un objeto, mientras que programas clásicos muestran diferentes resultados de un análisis. De tal manera que se puede hacer un análisis sin necesidad de mostrar su resultado inmediatamente. Esa característica es provechosa en el momento en que se puede extraer solo aquella parte de los resultados importantes para el estudio que se esté desarrollando [17].

3.2 Antecedentes internacionales en materia de estudios de pronósticos de demanda eléctrica

Los sistemas de suministro de energía a nivel mundial se encuentran en un punto de inflexión, por lo que los diferentes países están invirtiendo recursos en el estudio energético, para la toma acertada de decisiones en este campo [18]. A continuación se muestran 3 de los estudios revisados a nivel mundial. Estos estudios fueron realizados en la India, Estados Unidos y Nueva Zelanda y servirán de guía para la presente investigación.

3.2.1 India:

La finalidad del estudio fue realizar un pronóstico de demanda de energía eléctrica para la India, mediante análisis de Regresión y Redes Neuronales Artificiales basadas en componentes principales. Tiene gran importancia ya que India es uno de los países con mayor crecimiento demográfico del mundo y desde el año 2002 ha tenido un crecimiento anual del 10% en el consumo energético. Por esto es necesario la planificación del sistema de abastecimiento de energía para el futuro. El objetivo de los autores se ocupa en pronosticar el consumo eléctrico para un período de 19 años desde 2012 hasta 2030, y para ello utilizan modelos de regresión lineal múltiple e Inteligencia Artificial [19].

Las variables explicativas para este estudio son:

- Población
- Producto Interno Bruto

- Ingresos per cápita
- Precio
- Importaciones
- Exportaciones
- Consumo de energía histórico

Los autores mencionan la dificultad de modelar la demanda de consumo energético ya que se trata de una variable volátil que no puede ser almacenada, y debe ser consumida al instante. Como resultado obtienen que el modelo de inteligencia artificial es el mejor para predecir consumo a largo plazo arrojando un consumo promedio de 2755,45 BkWh, y notan la importancia de la regresión en el momento de analizar las variables que influyan en el consumo [19].

3.2.2 Estados Unidos

El estudio realizado en Estados Unidos presenta un análisis de la demanda de electricidad residencial de la región montañosa de los Estados Unidos ya que esta región ha experimentado un importante crecimiento económico y demográfico desde 1990, presentando cambios estructurales como resultado del crecimiento de la población, la desregulación de la electricidad y el creciente acceso al gas natural para los consumidores residenciales. El objetivo de los autores es realizar 2 simulaciones analizando, como los cambios en los precios de la electricidad y un aumento en la temperatura, afectan el consumo de electricidad y las emisiones de gases de efecto invernadero. La muestra de este estudio es de 19 años, entre 1992 y 2011, en el cual fijan un modelo económico en función de la demanda.

Las variables explicativas para este estudio son:

- Precio de la energía eléctrica
- Ingreso por hogar
- Número de usuarios
- Temperatura promedio
- Precio del gas natural

Los autores realizan el análisis a largo plazo, de la elasticidad de la demanda, encontrando que para la variable de Ingreso por Hogar, la elasticidad es positiva e inelástica, mientras que para el precio de la energía es una elasticidad negativa e inelástica. Para el servicio complementario, encuentran que la elasticidad cruzada es positiva e inelástica. Por su parte, para la simulación a corto plazo, encuentran que todas las variables se comportan de forma inelástica. Esto indica que un aumento del 10% de la electricidad llevaría a la racionalización del costo del consumo de combustibles fósiles disminuyendo el consumo en un 2% para el año 2030 [20].

3.2.3 Nueva Zelanda

La investigación realizada en Nueva Zelanda, se centra en formular un modelo matemático para el pronóstico de energía nacional a partir de variables económicas y demográficas durante el período comprendido entre 1965 y 1999. Estos hallazgos sugieren un modelo de regresión lineal múltiple, postulándolo como un modelo que puede llegar a duplicar bastante bien el comportamiento de la energía, ya que permite realizar un análisis individual de las variables que intervienen en el consumo de una manera precisa sin utilizar modelos complejos, pocos recursos y obteniendo resultados de calidad.

Los autores resaltan la dificultad en el momento de modelar el consumo energético, ya que incluso el modelo más sofisticado tendría alguna parte de realidad que no podría explicarse, ya que el número de factores en el fenómeno de consumo de la vida real, es infinito.

En este estudio se realizó también, un modelo de regresión logística, el cual no tuvo éxito, ya que los resultados subestimaban la demanda, debido a las restricciones impuestas por la saturación a nivel del crecimiento en la curva logística.

Las variables explicativas en este estudio son:

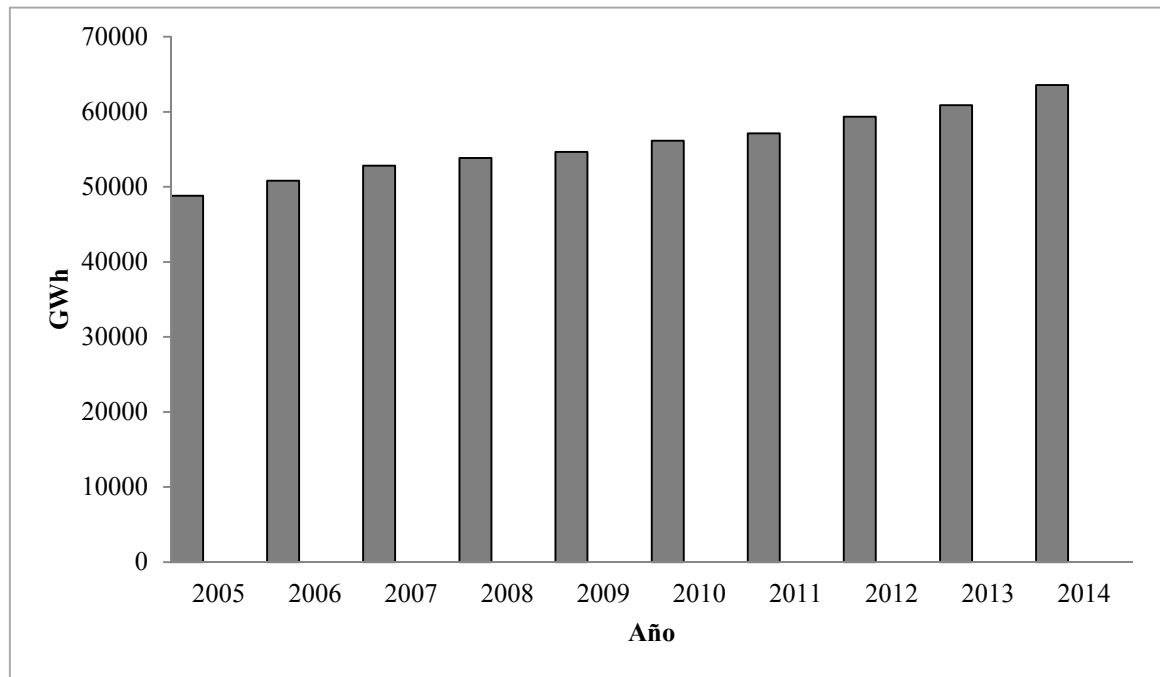
- Precio de la energía eléctrica
- Producto Interno Bruto
- Población

Se encuentra en este modelo, que es efectivo en las pruebas estadísticas realizadas, lo que implica su importancia en pronosticar el consumo de electricidad utilizando las variables explicativas consideradas. Al compararlo con los pronósticos realizados por el gobierno, se obtiene que son muy similares; la precisión de las predicciones realizadas por este modelo dependieron en gran medida de los pronósticos hechos de las variables explicativas [21].

3.3 Antecedentes Nacionales en materia de demanda de energía eléctrica

Colombia obedece al incremento de energía que se ha realizado a nivel mundial en los últimos años, alcanzando su mayor crecimiento de demanda de energía eléctrica en el período comprendido entre los años 2005 y 2014, equivalente al 4,4% para éste último año y con un crecimiento promedio de alrededor 3,1% anual. La razón principal obedece al aumento del 5% en la demanda de energía del mercado regulado, es decir, el consumo correspondiente al sector residencial y pequeños negocios [22].

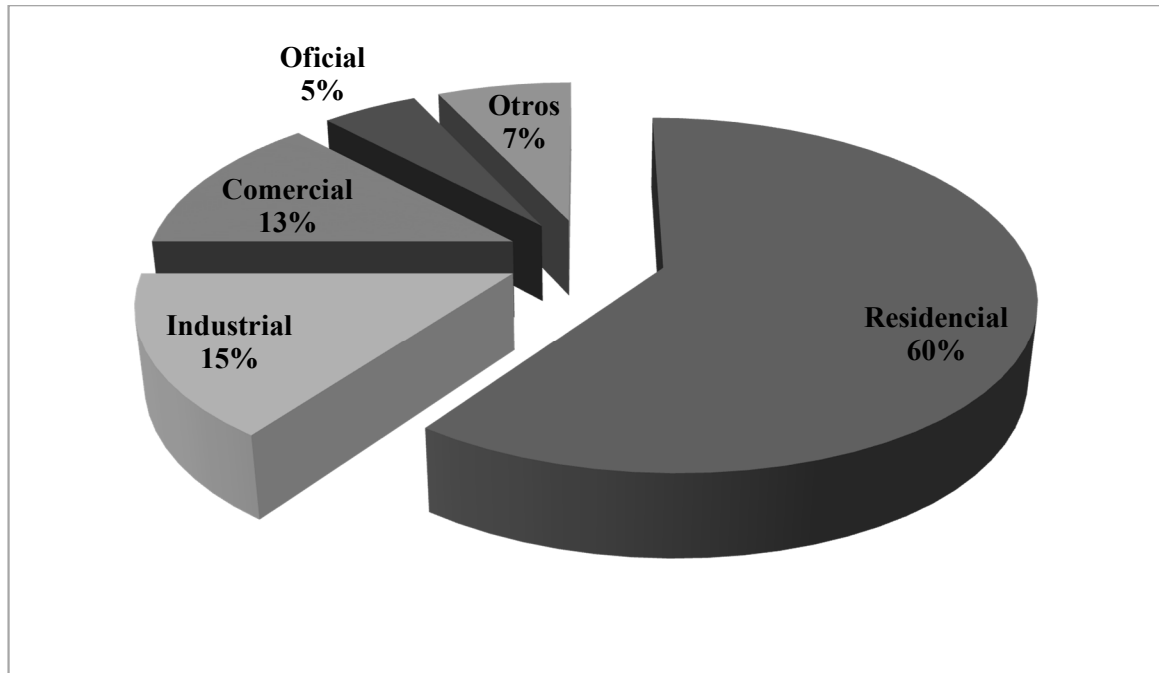
Ilustración 1. Comportamiento de la demanda de Energía en Colombia entre 2005 y 2014



Elaboración propia con base en [22]

De este modo el sector residencial alcanza la mayor participación en el consumo de energía, respecto al consumo total en Colombia para el año 2015, tal como se puede observar en la Ilustración 2. Por lo que es importante estar atentos al comportamiento que presenta, mediante el estudio de su demanda por medio de los factores que inciden en la misma, siendo estos, los principales elementos junto con los hábitos de consumo en cuestión [23].

Ilustración 2. Participación sectorial en el consumo total de energía eléctrica 2015



Elaboración propia con base en [23]

Los estudios ejecutados en Colombia para el sector residencial urbano, se enfocan en la determinación del uso final de la energía, específicamente en el equipamiento eléctrico de los consumidores. Además de factores geográficos, la altura sobre el nivel del mar y el clima, que influyen de manera drástica en el aprovisionamiento de equipos eléctricos por parte del usuario.

En el caso de Colombia, se cuentan con pocos estudios a nivel nacional orientados a la determinación del consumo energético a partir de los factores que influyen en el mismo. Para el presente trabajo de grado, dichos estudios serán de utilidad para la evaluación, base de estudio y comparación.

3.3.1 Estudios de pronóstico nacionales

En Colombia el ente gubernamental encargado de las proyecciones de energía eléctrica es la Unidad de Planeación Minero Energética (UPME). Adicional a esto las empresas privadas deben realizar los pronósticos correspondientes para la planeación de oferta y demanda de energía. A continuación se realiza una síntesis de la revisión de algunos estudios a nivel nacional y local, de pronósticos y caracterización de energía eléctrica.

3.3.1.1 Modelo spline para el pronóstico de la demanda de energía eléctrica, año 2007

El objetivo de este estudio es elaborar un modelo de pronóstico de demanda diaria de energía eléctrica en el Valle del Cauca, por medio de la implementación de modelos de regresión no paramétrica y un modelo auto-regresivo integrado de media móvil (ARIMA), teniendo en cuenta factores de influencia tales como hora del día, día de la semana, mes y año. Los datos empleados en el desarrollo de este proyecto se encuentran desde enero de 2001 hasta noviembre de 2004. Este trabajo fue programado en el software libre R.

Como resultado de esta investigación, se obtiene como la demanda horaria no pareció estar considerablemente influenciada por el mes, caso contrario a lo ocurre con el día de la semana. Se puede concluir que los días que presentan mayor consumo son los días martes, miércoles, jueves y viernes. Los autores presentaron inconvenientes en el modelo ARIMA dado que no es operacionalmente eficiente para realizar pronósticos de demanda horaria en el corto plazo, ya que para realizar predicción se requieren tantos modelos como horas del día por estimar [24].

3.3.1.2 Proyección de demanda de Energía Eléctrica en Colombia, año 2013 UPME.

En este estudio se desarrollan dos modelos con horizontes de proyección de corto y largo plazo. El primer modelo se realiza a partir de series de tiempo con resolución mensual, a partir de ellos se calcula la evolución de 12 meses de la demanda energética. La serie de datos de base, está constituida por la demanda histórica de energía eléctrica nacional entre Enero de 1999 y Febrero de 2013. Este modelo se complementa al introducir la cantidad de los diferentes tipos de días que tiene cada mes, considerando que cada tipo de día tiene consumos energéticos particulares. Esto con el fin de proyectar la estacionalidad del consumo para los meses proyectados. Para la proyección de demanda a largo plazo utilizan un modelo donde se define la demanda de energía eléctrica de cada año, como la suma de las ventas de energía, las pérdidas de los sistemas de distribución, las cargas especiales y las pérdidas de transmisión nacional. Para la predicción de las ventas de energía se analiza el comportamiento anual de las series de ventas totales, ventas sectoriales, y demanda de energía con relación a variables como producto interno bruto, índices de precio y población. Para este modelo se utiliza una base de datos robusta desde el año 1971 hasta el 2013. Cabe resaltar que esta metodología es utilizada en todos los pronósticos de energía elaborados por la Unidad de Planeación Minero Energética desde el año 2009 hasta el 2016. Se obtiene que para el año 2013, la demanda tendrá un crecimiento aproximado de 3,9% con respecto al año anterior, para un total de 61.684 GWh [25].

Este modelo a partir de series de tiempo, presenta el inconveniente de no incluir un conjunto más amplio de variables explicativas, de modo que no se logra entender del todo

las relaciones entre las variables, perdiendo capacidad de análisis al tiempo que se renuncia, implícitamente, al estudio teórico previo [26].

3.3.1.3 Modelo para la proyección de demanda de energía eléctrica en Colombia, año 2014 UPME

Este estudio tiene como objetivo, entregar una nueva herramienta para la proyección de la demanda de energía eléctrica, utilizando la teoría de combinación de pronósticos y variables predictoras con error. Se realizan tres modelos de tipo vectorial auto-regresivo (VAR) y de vectores de corrección del error (VEC), éste con una modificación en la variable exógena dando un tercer modelo. Para estos modelos se utilizaron las variables: demanda de energía eléctrica, Producto Interno Bruto, población y temperatura media.

Obteniendo como resultado que el modelo con mayor precisión, es el modelo combinado, dado que presenta un mejor comportamiento de la variable y un error porcentual de 0,69% y un error cuadrático de 0,016%, proporcionando un insumo de planeación energética novedoso, cambiando los paradigmas tradicionales de proyección en Colombia [27].

3.3.2 Estudios energéticos en la ciudad de Bogotá

3.3.2.1 Proyección regional de demanda de energía eléctrica, Sector Centro

Los estudios de pronóstico de energía de Bogotá son realizados por la Unidad de Planeación Minero Energética, dentro del marco del pronóstico nacional. De esta manera el desarrollo de la metodología fue el mismo mencionado para los pronósticos nacionales por parte de la UPME. Es decir, un modelo Autorregresivo Integrado de Medias Móviles (ARIMA) de análisis de series temporales para la predicción de las variables que se incluyen en la definición de la demanda de energía eléctrica anual, como la suma de las ventas de energía, las pérdidas de los sistemas de distribución, las cargas especiales y las pérdidas de transmisión nacional.

En este mismo documento, se tiene en cuenta que esta región tiene el mayor aporte medio de PIB nacional, debido a su alto grado de industrialización y su significativa capacidad para la generación de energía eléctrica. El consumo de energía entre el período comprendido entre enero y marzo de 2016, ascendió a 3.347,03 GWh, lo que representa un aumento del 2,37% con relación al año anterior, explicado por un mayor consumo en el sector residencial (39,62%). Como resultado de la proyección en el período comprendido entre 2016 y 2030, se dio un incremento medio de la demanda del 2,52% anual [28].

3.3.2.2 Análisis de la situación energética de Bogotá y Cundinamarca, FEDESARROLLO

Este estudio realiza un análisis de la situación energética de Bogotá y Cundinamarca, y tiene como herramienta de estudio dos modelos de pronóstico, de corto y largo plazo. Para estimar pronósticos de corto plazo, utilizan ARIMA y modelos VEC. Estos modelos capturan el comportamiento histórico de las series y lo replican para hacer predicciones. Para la proyección de largo plazo, se utilizan modelos econométricos de series de tiempo multivariadas (VAR). Este modelo captura la relación entre diversas variables en el tiempo y permite identificar en qué medida las variables contribuyen a las variaciones de las demás. Se observa como un período adelante del consumo total de energía eléctrica se debe un 45% a las variables del PIB y 55% a las variaciones del mismo consumo. A medida que aumenta el horizonte del pronóstico, el PIB adquiere un mayor porcentaje alcanzando un 65% de varianza del error del pronóstico. Para el sector residencial se puede ver que, después de 3 períodos adelante, el número de clientes residenciales explica cerca del 65% del consumo residencial [29].

3.4 Marco Regulatorio

En Colombia existen varias leyes que regulan y vigilan la prestación de servicios públicos domiciliarios, cuyos objetivos enmarcan la necesidad de realizar estudios sobre demanda, oferta, y pronóstico de consumo para la planeación y toma de decisiones sobre los mismos.

La Ley 142 de 1994 establece el régimen que aplica a los servicios públicos domiciliarios, conforme a un objetivo específico, que es el de implementar una eficiencia en las empresas prestadoras de servicios públicos domiciliarios que se vean reflejados en la cobertura y calidad de los mismos. A partir de esta misma ley se conforman dentro del Ministerio de Desarrollo Económico (actual Ministerio de Comercio, Industria y Turismo), las comisiones de regulación, para así determinar y divulgar los criterios, metodología y fórmulas tarifarias, basándose en parámetros de eficiencia de gestión institucional [30].

La Ley 689 de 2001 tiene como objetivo, obligar a las empresas prestadoras de servicios públicos, a dividir el régimen tarifario en una metodología de estratos socio-económicos. Adicionalmente, incluye el compromiso de las empresas en el cumplimiento y calidad de servicios, obligándolos a llevar una gestión de calidad reportada a las comisiones de regulación. Entre estos reportes se encuentran, el seguimiento a tarifas, usuarios, cubrimiento, consumo y pronósticos de los mismos [31].

Es importante mencionar el Decreto 3683 de 2003, que fue creado para buscar una mayor eficiencia energética para asegurar el abastecimiento energético pleno y oportuno, la competitividad del mercado energético Colombiano y la protección al consumidor [32]. El programa de uso eficiente formulado bajo dicho decreto, tiene un alcance de 2015 a 2020,

aplicando gradualmente acciones en toda la cadena energética para cumplir con los niveles mínimos de eficiencia en sectores tanto públicos como privados, teniendo como principal actor, la disminución de impactos ambientales y la disminución en la intensidad energética [33].

De esta forma se incorporan las energías renovables en la normativa eléctrica Colombiana, con la Ley 1715 de 2014 cuyo objetivo es el de promover el desarrollo e implementación de las fuentes no convencionales de energía. Principalmente aquellas de carácter renovable en el sistema energético nacional, mediante su integración al mercado eléctrico; su participación en las zonas no interconectadas y en otros usos energéticos como medio necesario para el desarrollo económico sostenible, la reducción de emisiones de gases de efecto invernadero y la seguridad del abastecimiento energético. Así se busca promover la gestión eficiente de la energía, que comprende la eficiencia energética como respuesta de la demanda [34].

3.5 Índices de consumo energético en la ciudad de Bogotá

Bogotá es la capital de Colombia, ubicada en todo el centro geográfico del país con una extensión de 33 kilómetros de norte a sur y 16 kilómetros de oriente a occidente. Constituida por 20 localidades, con una tasa de crecimiento poblacional aproximada de 1,31% en los últimos años [35]. Como capital, tiene el mayor Producto Interno Bruto del país, aportando la mayor parte al PIB total nacional (24,5%) para el año 2016 [36], y se ha caracterizado por tener los mayores niveles de cobertura del servicio eléctrico en Colombia, manteniéndose en porcentajes mayores al 97% en los últimos 15 años, llegando en el 2011 al 100% de cobertura [37]. Desde entonces, el servicio de energía eléctrica ha dejado de ser un problema prioritario en materia social, en comparación a otras ciudades del país.

De igual manera el sector residencial es el que presenta el mayor consumo en términos de energía eléctrica en los últimos años, dado que en el 2015 se registró un consumo de 2,82 GWh, lo cual representa alrededor del 42% del consumo total de la ciudad [38].

3.5.1 La electricidad y su demanda

Para estudios energéticos, es importante tener clara la definición de suministro de energía eléctrica. Este comprende el conjunto de medios y elementos útiles para la generación, el transporte y la distribución de la energía eléctrica. Este conjunto está dotado de mecanismos de control, seguridad y protección. Constituye un sistema integrado que además de disponer de sistemas de control distribuido, está regulado por un sistema de control centralizado que garantiza una explotación racional de los recursos de generación y una calidad de servicio acorde con la demanda [39].

La energía eléctrica se obtiene en las centrales de generación, las cuales están determinadas por la fuente de energía que se utiliza para mover el motor. A su vez, estas fuentes de energía pueden ser renovables o no renovables. En el grupo de las renovables se encuentran las centrales hidráulicas (hacen uso de la fuerza mecánica del agua), eólicas (viento), solares (sol) y de biomasa (quema de compuestos orgánicos de la naturaleza como combustible). Cada una de estas fuentes indicadas se puede regenerar de manera natural o artificial. Frente a éstas últimas, se encuentran las centrales que utilizan fuentes de energía que no son renovables, es decir aquellas que tienen un uso limitado en el planeta y cuya velocidad de consumo es mayor a la de su regeneración. En esta segunda formación se agrupan las centrales térmicas (se produce electricidad a partir de recursos limitados como el carbón, el petróleo, gas natural y otros combustibles fósiles) y las nucleares (a través de fisión y fusión nuclear) [40].

Una vez que se ha generado la energía eléctrica por alguna de las técnicas descritas anteriormente, se procede a dar paso a la fase de transmisión. Para ello, se envía la energía a las subestaciones ubicadas en las centrales generadoras por medio de líneas de transmisión, las cuales pueden estar elevadas (si se encuentran en torres de sustentación) o subterráneas. Estas líneas de alta tensión, transmiten grandes cantidades de energía y se despliegan a lo largo de distancias considerables. El último paso antes de obtener la electricidad en los hogares es el que corresponde a la distribución. Este sistema de suministro eléctrico tiene como función abastecer de energía desde la subestación de distribución hasta los usuarios finales [40].

3.5.2 Usuarios por estratificación socio-económica

El estrato es considerado como una herramienta que ayuda a focalizar los gastos, el cual es empleado en el cobro de los servicios públicos domiciliarios, los cuales incluyen tarifas diferenciales, asignación de subsidios y contribuciones a los hogares, según su clasificación [41].

En el caso de la ciudad de Bogotá, y según dicta la Ley 142 de 1994, en el artículo 102, su estratificación considera seis estratos, donde se definen como:

- ✓ Estrato 1: bajo-bajo
- ✓ Estrato 2: bajo
- ✓ Estrato 3: medio-bajo
- ✓ Estrato 4: medio
- ✓ Estrato 5: medio-alto
- ✓ Estrato 6: alto

Actualmente, más de la mitad de los predios residenciales están constituidos por los estratos 2 y 3.

Tabla 1. Distribución de estrato según el total de viviendas en Bogotá.

Estrato	Porcentaje (%)
1	7.1
2	33.1
3	34.3
4	16.2
5	5.2
6	4.2
Número total de predios	1'503.506 viviendas (100%)

Fuente: [42].

Elaboración: Autor.

3.5.3 Tarifa de energía eléctrica

Bogotá sufrió un cambio en la demanda de energía eléctrica en el sector residencial a partir de 2008, cuando se dio un aumento en la tarifa del KWh para los usuarios regulados por parte de los comercializadores minoristas, la cual tiene como objeto instaurar la fórmula general tarifaria que deben aplicar los comercializadores minoristas en el SIN, para realizar los cálculos de los costos máximos de prestación del servicio de energía eléctrica a los usuarios finales regulados [43].

Para realizar el cálculo del costo unitario del servicio de energía eléctrica, se tienen en cuenta costos de compra de energía, costos de uso de sistemas de distribución, costos de restricciones y de servicios asociados con generación, costo de compra, transporte y reducción de pérdidas de energía y el costo de comercialización [44].

Otro factor que afectó el consumo en el año 2008, es la revolución de la población por la preocupación sobre la protección del medio ambiente, lo que a su vez incentivó campañas y programas direccionados hacia un uso más eficiente de la energía al interior de los hogares, por medio de incentivos en el precio final de la factura de energía. Dentro de las campañas más importantes, se encuentran las relacionadas a la Ley 697 de 2001, mediante la cual se fomenta el uso racional y eficiente de la energía, se promueve la utilización de energías alternativas y otras disposiciones declarando así, como asunto de interés social el uso racional y eficiente de energía [45].

3.5.4 Subsidios y contribuciones

Los subsidios se definen como el descuento que se aplica sobre el valor de la factura, de tal manera que el usuario pague menos del costo real del servicio [46]. En Bogotá los subsidios son otorgados a los usuarios de inmuebles residenciales y zonas rurales estrato 1, 2 y 3, que se definen con baja capacidad de pago por lo que reciben apoyo económico de parte del gobierno. Por otro lado, la población clasificada en estratos 5 y 6 por sus altos recursos

económicos, paga sobrecostos (contribuciones) sobre el valor de los distintos servicios públicos. La población de estrato 4 no recibe subsidios ni paga sobrecostos [47].

Los subsidios se encuentran distribuidos de la siguiente manera:

- ✓ Estrato 1: Hasta un 50% del consumo
- ✓ Estrato 2: Hasta un 40% del consumo
- ✓ Estrato 3: Hasta un 15% del consumo

Dicho consumo se hace sobre el consumo de subsistencia establecido por la Resolución 355 de 2014 de la UPME. El consumo básico de subsistencia en el servicio de energía eléctrica fue fijado en 173 KWh/mes, para zonas con alturas menores a 1.000 metros sobre el nivel del mar y en 10 KWh/mes en locaciones donde la altura supere los 1.000 metros sobre el nivel del mar. Si el usuario supera dicho límite, deberá pagar el excedente, bajo un costo de tarifa plena; es decir, que a partir del primer kilovatio de excedente, cada unidad será cobrada al 100% de costo de prestación de servicio. Por otro lado, los usuarios de inmuebles residenciales, estratos 5 y 6, tienen el deber de subsidiar a usuarios con ingresos menores, mediante aportes para el pago de tarifas de servicios públicos domiciliarios, que corresponden, a un 20% adicional sobre el total facturado [47].

3.5.5 Etiquetado energético

Este rótulo proporciona información al comprador acerca del consumo e indicador de desempeño energético, clasificación de desempeño y características técnicas del equipo, para que este pueda ser comparado con otros. El mejoramiento de la eficiencia de los aparatos eléctricos incide en el comportamiento de la demanda, estableciendo nuevos patrones de consumo, que son causados por la renovación de los mismos debido a cambios tecnológicos. Un electrodoméstico que es eficiente energéticamente realiza un menor consumo de energía para su funcionamiento [48].

En consecuencia, a los cambios en la tecnología de los electro y gasodomésticos y a los programas desarrollados en pro del desarrollo de consumo energético, se crea un conjunto de normas de eficiencia energética y etiquetado llamado RETIQ (Reglamento Técnico de Etiquetado), el cual por medio de convenciones, implementa mecanismos que logran una transformación en el mercado y una conciencia cultural, que ayude a los usuarios a informarse plenamente sobre el desempeño y consumo de sus equipos eléctricos [49].

Un equipo eficiente puede llegar a consumir la mitad de la energía de uno convencional, lo que beneficia a los usuarios económicamente, puesto que hay una disminución en la factura de energía eléctrica y un menor costo de reparación y mantenimiento, además de ayudar al cuidado del medio ambiente (menos emisiones de gases de efecto invernadero).

3.5.6 *Producto Interno bruto (PIB)*

El PIB indica el valor de la actividad económica que presenta un país, calculado en un rango de tiempo su producción en bienes y servicios [50].

El consumo de energía eléctrica y la actividad económica se relacionan de manera directa, presentando el indicador de productividad de energía respecto al PIB, el cual es un coeficiente de intensidad energética. En las etapas iniciales del progreso económico de un país, la intensidad energética aumenta a causa del uso de tecnologías primitivas, pero después se estabiliza y disminuye debido al equilibrio que presenta la evolución de la estructura productiva y la mecanización. La relación entre el PIB y el consumo energético, se basa en la hipótesis del crecimiento económico, donde sostiene que existe causalidad en la dirección consumo de energía eléctrica a PIB. Es decir, que cuando se cumple esta hipótesis, las políticas que promueven la conservación de la energía tendrían efectos nefastos sobre el crecimiento económico, ya que en este caso, el país es energético-dependiente. Por otro lado se habla de la hipótesis de la retroalimentación del PIB en consumo energético, es decir una existencia de causalidad bi-direccional, del consumo de energía eléctrica y el PIB y del PIB al consumo de energía eléctrica [51].

3.5.7 *Factores climáticos*

Los fenómenos de “El Niño” y “La Niña”, son fases del ciclo de oscilación del sur (ENOS), característicos de la variabilidad interanual, debido a los cambios de la temperatura superficial del océano pacífico tropical. El aumento de la temperatura media del océano Pacífico, más condiciones propicias, originan el fenómeno de “El Niño”, provocando sequías, heladas y erosiones. Mientras que el descenso en la temperatura media del océano Pacífico, más condiciones atmosféricas propicias, originan el fenómeno de “La Niña”, en el cual se manifiestan efectos como: lluvias fuertes, inundaciones, deslizamientos [52].

Debido a estos fenómenos, se presentan situaciones que afectan el consumo eléctrico. Entre los más relevantes están:

- ✓ Disminución del caudal de los ríos
- ✓ Cuando hay períodos de hidrología crítica, como el fenómeno de El Niño, los generadores hidroeléctricos aumentan sus precios de oferta y por ende las plantas térmicas (con precios más altos de producción) salen despachadas, lo que lleva a que el precio de bolsa se incremente [52].

3.5.8 *Servicios sustitutos de energía eléctrica*

La energía eléctrica en Colombia no es un servicio sustitutivo, debido que no tiene ningún otro servicio que pueda satisfacer la demanda que la energía eléctrica brinda en la iluminación y productos eléctricos a nivel residencial. En usos como calefacción, cocción y

calentamiento de agua existen opciones energéticas diferentes tales como la biomasa, carbón, gas natural y gas licuado de petróleo, estos dos últimos los más usados a nivel residencial urbano.

1. *Gas Natural*: Es una mezcla de hidrocarburos livianos en estado gaseoso, que en su mayoría está compuesta por metano y etano, y en menor proporción por propano, butanos, pentanos e hidrocarburos más pesados. Se encuentra al igual que el petróleo en yacimientos en el subsuelo. Tiene varias ventajas respecto a otras fuentes energéticas, por ejemplo no requiere mayor infraestructura para su uso, no requiere procesamiento previo o posterior a su uso en el punto de consumo. A diferencia de otros suministros energéticos como el carbón que requiere ser molido previamente y necesita de la remoción de cenizas después de su uso, es más amigable con el medio ambiente, y la frecuencia de mantenimiento de los equipos que operan con gas natural es menor cuando se compara con la requerida por equipos que utilizan otras fuentes energéticas [53].
2. *Gas licuado de petróleo*: Es una mezcla de dos hidrocarburos principales: el propano y el butano. Es obtenido de la refinación del crudo del petróleo o del proceso de separación del crudo o gas natural en los pozos de extracción. Los gases que componen el gas licuado de petróleo son los productos que se desprenden a lo largo del proceso, quedando libres de azufre, plomo y con bajo contenido de carbono, convirtiéndolo una energía amigable con el medio ambiente. Se encuentra en estado gaseoso, pero se convierte a un estado líquido cuando se somete a presiones moderadas, lo que facilita su transporte y no requiere de grandes infraestructuras, ni redes complejas para su distribución, esto lo hace convertirse en la mejor opción para consumo en áreas remotas donde el gas natural no alcanza su cobertura [54].

3.6 Impactos ambientales de utilización de la energía eléctrica.

A pesar de que la energía generada por hidroeléctricas se considera una energía limpia, cualquier actuación humana necesaria para generar, transportar, distribuir y consumir la electricidad, dan lugar a determinados efectos sobre el medio ambiente como lo son el consumo de recursos naturales, la generación de residuos y el uso de suelo; de esta forma se observa la importancia de pronosticar la demanda acertadamente para la minimización de impactos, mediante medidas preventivas [55].

Hasta llegar a su uso final, la energía eléctrica pasa por numerosas fases en las cuales se generan aspectos con un potencial impacto sobre el entorno. Entre aquellos impactos se

puede distinguir impactos de manera global sobre el planeta y aquellos impactos directos sobre su entorno inmediato, condicionando la vida de los ciudadanos [56].

3.6.1 Impactos globales.

Los impactos globales generados por la sociedad a través de diversas actividades, entre ellas la generación y distribución de la energía eléctrica están relacionados directamente con la afectación de la biodiversidad y el calentamiento global [57].

La biodiversidad se ve afectada mediante la ocupación del territorio por medio de infraestructuras de centrales de generación o líneas de transmisión. Frecuentemente supone alteraciones en la conducta habitual de las especies poniendo en riesgo el normal funcionamiento del ecosistema, además contribuye a la intrusión paisajística. Con las centrales de generación se da una alteración natural de caudales si no se mantiene un control del régimen de caudales ecológicos, afectando las poblaciones piscícolas [58].

Mediante las emisiones indirectas de gases efecto invernadero producto de la generación de electricidad adquirida y consumida por el usuario final, provoca una variación paulatina a largo plazo de las temperaturas con las consecuentes alteraciones para numerosos ecosistemas [59].

3.6.2 Impactos locales.

El día a día de la generación y distribución de energía eléctrica requiere de una serie de actividades que conllevan una serie de impactos en el ámbito local con los respectivos efectos sobre el entorno más inmediato relacionado directamente con el agotamiento de recursos naturales, impacto visual y emisiones [60].

Dado que la generación de energía eléctrica se puede dar de forma combinada entre hidroeléctricas y termoeléctricas, esta segunda genera un impacto potencial en el agotamiento de recursos naturales como los combustibles fósiles; recursos naturales que si se mantiene el ritmo actual de explotación puede llegar a agotarse entre 40 a 50 años [61]. Adicional las centrales térmicas consumen agua para el proceso de refrigeración de las centrales y para los procesos de limpieza, en este proceso generando adicionalmente residuos de cenizas y escorias procedentes del carbón, generando un impacto adicional [62].

Las instalaciones de generación de energía eléctrica conllevan un impacto visual, que puede ser significativo cuando se afecta a un entorno natural. Por ejemplo algunas hidroeléctricas, se emplazan en los cursos de ríos dando lugar a embalses que cambian el entorno y en algunos casos estando integrados a espacios naturales con un alto valor ambiental, por ejemplo el Bosque del Patía [63].

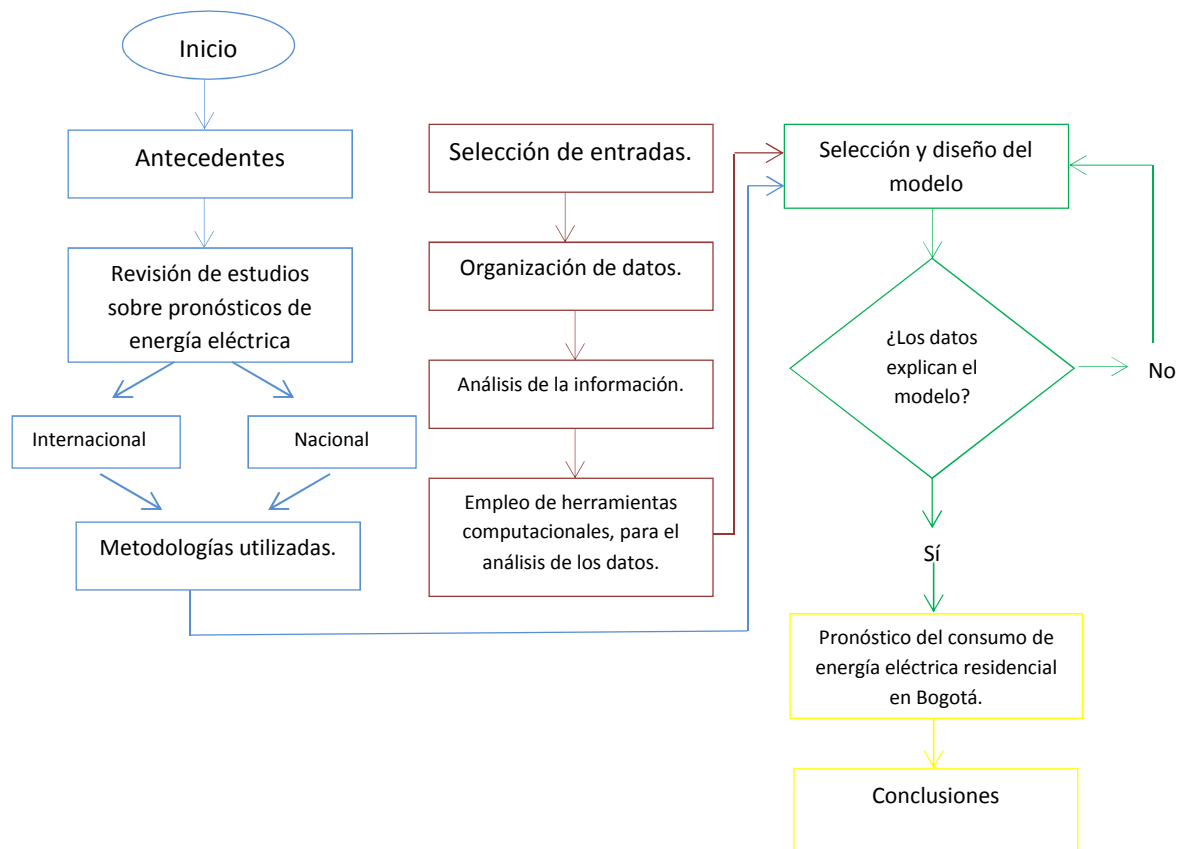
El mayor impacto visual se da en lo relativo a las redes de distribución dado a su tamaño y estructura.

La combustión de combustibles fósiles es una actividad necesaria para la generación de electricidad cuando la demanda de electricidad aumenta y se debe complementar la generación hecha por las hidroeléctricas; esta combustión conlleva emisiones de gases efecto invernadero como también emisiones de óxidos de azufre y nitrógeno que tienen un impacto ambiental sobre el entorno natural y urbano como precursores de lluvia ácida [64].

4. METODOLOGÍA

En la Ilustración 3, se presenta el proceso cronológico que se llevó a cabo en el desarrollo de la investigación, donde cada color corresponde a una fase determinada de tiempo. Donde el color azul corresponde a la primera actividad que comprende la revisión bibliográfica. El color rojo, como segunda actividad que compete a la selección y recolección de datos. El color verde pertenece a la tercera actividad en la cual se realiza la selección y diseño de los modelos a realizar y por último el color amarillo representa las conclusiones finales.

Ilustración 3. Metodología de Investigación



Fuente: Autor

4.1 Actividad 1. Revisión bibliográfica

En la revisión bibliográfica se llevó a cabo una gestión de información referente a los pronósticos de energía eléctrica realizados a nivel mundial, continental, nacional y local. Adicionalmente a los resultados de la revisión de los artículos científicos, se realiza la investigación de los factores que tienen mayor influencia en el consumo de energía

eléctrica. A nivel mundial y local se realizaron diferentes revisiones bibliográficas sobre dichos pronósticos, encontrando diferentes herramientas aplicables para el estado del arte y encontrando las posibles variables de entrada para la elaboración del modelo. Se revisaron estudios realizados en diversos países encontrando los de Australia, Nueva Zelanda, India, Estados Unidos, los más afines a la investigación propuesta tanto en variables como en desarrollo de las herramientas.

(Ver Anexo 1.)

4.2 Actividad 2. Selección de entradas

Luego de la revisión bibliográfica para los factores que influyen en la demanda de consumo energético, se dispone a la búsqueda de la base de datos histórica para la ciudad de Bogotá. Se realiza una gestión de recolección de información tanto en empresas privadas como en públicas, junto a datos libres del gobierno en internet.

Se selecciona un grupo de posibles variables independientes para la demanda de consumo energético en Bogotá, agrupadas por estratos socio-económicos:

- Consumo de energía eléctrica
- Usuarios finales del sector residencial
- Facturación total de energía
- Facturación total de gas natural
- Ingreso por usuario
- Producto interno bruto
- Temperatura superficial

Dentro de estas variables a utilizar, se encuentran los datos históricos con registro de 11 años, desde el mes de Enero de 2005 hasta el mes de Diciembre de 2016. Estos datos deben ser estudiados en un análisis de correlación para comprobar que puedan llegar a explicar la variable respuesta, en este caso el consumo energético.

Adicionalmente, se deben agrupar en dos grupos, para la calibración del modelo. El primer grupo de datos será el conjunto de entrenamiento (70%) y el restante de los datos hará parte del conjunto de prueba (30%) [19]. Se trabaja esta relación 70/30 dado que entre mayor sea el grupo de entrenamiento, el modelo estará mejor calibrado. Se escoge esta validación, dado que se necesitaba un grupo de validación amplio, por lo que se prefirió en lugar de la relación (80/20) [65]. Los datos de entrenamiento fueron tomados del mes de Enero de 2005 hasta el mes de Abril de 2013 con un total de 101 grupos de datos de entrenamiento y 43 grupos de datos de validación desde el mes de Mayo de 2013 hasta el mes de Diciembre de 2016.

4.3 Actividad 3. Selección y diseño del modelo

Tras la revisión bibliográfica y la selección de entradas, se realiza la selección de los modelos. Los cuales están sujetos a la disponibilidad de datos y la similitud de las variables y desarrollos en los estudios revisados mundial y localmente con sus respectivas modificaciones, y acotación de datos recolectados.

Para el desarrollo del presente trabajo, se plantearon 3 modelos independientes a partir de regresiones: Estos modelos fueron escogidos por la similitud en las variables estudiadas y los datos disponibles. Adicionalmente se consideró escoger un modelo que su desarrollo no necesitara de altas inversiones de recursos y que permitiera realizar un análisis de cada variable en particular. El primero fue un modelo desarrollado por el método de regresión lineal múltiple incluyendo variables económicas y climáticas [21], el segundo y tercer modelo son de tipo econométrico, uno ligado al capital (PIB) y precio del servicio [66], y el tercero ligado a los ingresos y los servicios complementarios como el gas natural [20].

Estos 3 modelos son resultado de la revisión bibliográfica realizada en la Actividad 1. A continuación se realiza la explicación de cada uno de los métodos desarrollados para cada uno de los modelos.

4.3.1 Modelo No.1: Regresión Múltiple

El modelo de pronóstico de la demanda de electricidad, no solo observa los valores de consumo de energía eléctrica durante un período de tiempo, sino también considera los factores que influyen en la variación de dicha demanda. El método de regresión múltiple permite agregar la consideración de los factores ambientales de una forma sencilla sin necesitar la inversión de altos recursos para dicho análisis.

Este método presenta como variable independiente el tiempo, pero determina la demanda futura extrapolando la tendencia de la información pasada. El modelo de regresión lineal empleado es de la siguiente forma:

$$Y_t = B_o + B_1X_{t1} + B_2X_{t2} + \dots + B_nX_{tn} + \varepsilon_t$$

$$Y_t = B_o + \sum_{i=1}^n B_iX_{ti} + \varepsilon_t$$

Donde,

Y_t = Demanda pronosticada en el tiempo t

X_{ti} = Factores que influyen en la demanda (temperatura superficial, número de usuarios, precio de la energía)

ε_t = Terminio de error aleatorio

B_o = Punto de corte con el eje Y

B_i = Parámetros desconocidos de las variables independientes

- Determinación de los parámetros del modelo: Los parámetros $B_o, B_1, \dots, B_p$ son desconocidos y serán estimados, usando el 70% de los datos.
- Se aplica el método de mínimos cuadrados (MCO) para la estimación. Los estimadores de mínimos cuadrados ordinarios se obtienen a partir de la función de regresión muestral (FRM), expresada así:

$$Y_t = \widehat{B}_o \sum_{i=1}^p \widehat{B}_i X_{ti} + e_t$$

Donde,

Y_t = Variable dependiente a pronosticar en periodo t

$\widehat{B}_o$ y $\widehat{B}_i$ = Estimadores muestrales

X_{ti} = Variables independientes

e_t = Perturbación o error de estimación

P = Número de variables

$$Y_t = \widehat{Y}_t + e_t$$

Donde:

Y_t = Variable dependiente observada en el periodo t o real

$\widehat{Y}_t$ = Estimación de la variable dependiente o valor calculado

La suma del cuadrado de los errores puede expresarse como sigue:

$$\sum_{t=1}^n e_t^2 = \sum_{t=1}^n (Y_t - \widehat{Y}_t)^2 = \sum_{t=1}^n (Y_t - \widehat{B}_o - \sum_{i=1}^p \widehat{B}_i X_{ti})^2$$

De acuerdo con el principio de mínimos cuadrados ordinarios:

$$\min \sum_{t=1}^n e_t^2 = \min \sum_{t=1}^n (Y_t - \widehat{B}_o - \sum_{i=1}^p \widehat{B}_i X_{ti})^2$$

Derivando la anterior expresión con respecto a $\widehat{B}_o$ y $\widehat{B}_i$, e igualando a cero, respectivamente:

$$\begin{pmatrix}
n & \sum_{t=1}^n X_{t1} & \sum_{t=1}^n X_{t2} & \dots & \sum_{t=1}^n X_{tn} \\
\sum_{t=1}^n X_{t1} & \sum_{t=1}^n X_{t1}^2 & \sum_{t=1}^n X_{t1} X_{t2} & \dots & \sum_{t=1}^n X_{t1} X_{tn} \\
\sum_{t=1}^n X_{t2} & \sum_{t=1}^n X_{t2} X_{t1} & \sum_{t=1}^n X_{t2}^2 & \dots & \sum_{t=1}^n X_{t2} X_{tn} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
\sum_{t=1}^n X_{tn} & \sum_{t=1}^n X_{tn} X_{t1} & \sum_{t=1}^n X_{tn} X_{t2} & \dots & \sum_{t=1}^n X_{tn}^2
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
\widehat{B}_0 \\
\widehat{B}_1 \\
\widehat{B}_2 \\
\vdots \\
\widehat{B}_n
\end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
\sum_{t=1}^n Y_t \\
\sum_{t=1}^n Y_t X_{t1} \\
\sum_{t=1}^n Y_t X_{t2} \\
\vdots \\
\sum_{t=1}^n Y_t X_{tn}
\end{pmatrix}$$

Resolviendo las ecuaciones normales, se encuentran los estimadores de los parámetros de la regresión:

$$\widehat{B}_i = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - (\sum_{i=1}^n X_i)(\sum_{i=1}^n Y_i)}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2} = \frac{\widehat{Cov}(X, Y)}{\widehat{Var}(X)}$$

$$\widehat{B}_0 = \bar{Y} - \widehat{B}_i \bar{X}$$

4.3.2 Modelo No. 2: Econométrico (Regresión Lineal)

Este modelo combina la teoría económica y el modelo de regresión lineal múltiple para el pronóstico de la demanda de la electricidad, se basa en ecuaciones que relacionan la demanda de electricidad con factores externos, como el número de clientes, el producto interno bruto (capital), y el precio de la electricidad. El modelo evalúa las relaciones entre el consumo de energía y dichos factores económicos que influyen en el consumo.

Las relaciones se calculan por el método de mínimos cuadrados como se realizó en modelo número 1. Una de las opciones en este marco es agregar el enfoque de análisis econométrico respecto al consumo de energía, que se calcula como una función de tiempo, lo que se busca es ver la influencia del Producto Interno Bruto y la elasticidad de la demanda respecto al precio de la energía eléctrica.

La ecuación aplicada al consumo de energía eléctrica se formularía de la siguiente manera:

$$Y_t = B_0 + B_1 X_{t1} + B_2 X_{t2} + \dots + B_n X_{tn} + \varepsilon_t$$

Donde,

Y_t = Demanda pronosticada en el tiempo t

X_{ti} =Factores que influyen en la demanda (PIB, precio de la energía, número de usuarios)

ϵ_t = Perturbación o error de estimación

B_o y B_i = Parámetros desconocidos de las variables dependientes

- Determinación de los parámetros del modelo: Los parámetros $B_o, B_1, \dots, B_p$ son desconocidos y serán estimados, usando la muestra de datos disponible.
- Se aplica el método de mínimos cuadrados (MCO) para la estimación. Los estimadores de mínimos cuadrados ordinarios se obtienen a partir de la función de regresión muestral (FRM), expresada así:

$$Y_t = \widehat{B_o} \sum_{i=1}^p \widehat{B_i} X_{ti} + e_t$$

Donde,

Y_t = Variable dependiente a pronosticar en periodo t

$\widehat{B_o}$ y $\widehat{B_i}$ = Estimadores muestrales

X_{ti} = Variables independientes

e_t = Perturbación o error de estimación

P= Número de variables

$$Y_t = \widehat{Y}_t + e_t$$

Dónde:

Y_t = Variable dependiente observada en el periodo t o real

$\widehat{Y}_t$ = Estimación de la variable dependiente o valor calculado

La suma del cuadrado de los errores puede expresarse como sigue:

$$\sum_{t=1}^n e_t^2 = \sum_{t=1}^n (Y_t - \widehat{Y}_t)^2 = \sum_{t=1}^n (Y_t - \widehat{B_o} - \sum_{i=1}^p \widehat{B_i} X_{ti})^2$$

De acuerdo con el principio de mínimos cuadrados ordinarios:

$$\min \sum_{t=1}^n e_t^2 = \min \sum_{t=1}^n (Y_t - \widehat{B_o} - \sum_{i=1}^p \widehat{B_i} X_{ti})^2$$

Derivando la anterior expresión con respecto a $\widehat{B_o}$ y $\widehat{B_i}$, e igualando a cero, respectivamente:

$$\begin{pmatrix}
n & \sum_{t=1}^n X_{t1} & \sum_{t=1}^n X_{t2} & \dots & \sum_{t=1}^n X_{tn} \\
\sum_{t=1}^n X_{t1} & \sum_{t=1}^n X_{t1}^2 & \sum_{t=1}^n X_{t1} X_{t2} & \dots & \sum_{t=1}^n X_{t1} X_{tn} \\
\sum_{t=1}^n X_{t2} & \sum_{t=1}^n X_{t2} X_{t1} & \sum_{t=1}^n X_{t2}^2 & \dots & \sum_{t=1}^n X_{t2} X_{tn} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
\sum_{t=1}^n X_{tn} & \sum_{t=1}^n X_{tn} X_{t1} & \sum_{t=1}^n X_{tn} X_{t2} & \dots & \sum_{t=1}^n X_{tn}^2
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
\widehat{B}_0 \\
\widehat{B}_1 \\
\widehat{B}_2 \\
\vdots \\
\widehat{B}_n
\end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
\sum_{t=1}^n Y_t \\
\sum_{t=1}^n Y_t X_{t1} \\
\sum_{t=1}^n Y_t X_{t2} \\
\vdots \\
\sum_{t=1}^n Y_t X_{tn}
\end{pmatrix}$$

Resolviendo las ecuaciones normales, se encuentran los estimadores de los parámetros de la regresión:

$$\widehat{B}_i = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - (\sum_{i=1}^n X_i)(\sum_{i=1}^n Y_i)}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2} = \frac{\widehat{Cov}(X, Y)}{\widehat{Var}(X)}$$

$$\widehat{B}_0 = \bar{Y} - \widehat{B}_i \bar{X}$$

Estos parámetros de regresión son calculados igual que en el modelo 1. La diferencia está en que para el modelo 2, cambia la interpretación de estimadores, convirtiéndolos en indicadores de elasticidad respecto a la demanda de energía, dando como resultado un modelo de regresión econométrica.

- Interpretación de los estimadores: Esta estimación es ahora de efecto parcial, convirtiendo a los coeficientes en las elasticidades de dichas variables con respecto a la variable respuesta. Es decir que cuando X varía en una unidad, permaneciendo el resto de las variables constantes, Y varía 1 en promedio en β unidades. Para este caso la “elasticidad en la demanda” es expresada así:

$$\beta_1 = EQc = Elasticidad\ de\ Ingreso = \frac{(1 + \frac{Q}{Q})}{(1 + \frac{PIB}{PIB})}$$

$$\beta_{2=EQc} = \text{Elasticidad de Precio} = \frac{(1 + \frac{Q}{Q})}{(1 + \frac{P}{P})}$$

Donde, $\frac{Q}{Q}$ representa la variación de la demanda de energía, siendo Q el valor inicial de la demanda, $\frac{PIB}{PIB}$ representa la variación del ingreso medido en capital por el PIB, y $\frac{P}{P}$ representa la variación del precio con respecto a la demanda de energía, siendo P el precio inicial.

4.3.3 *Modelo No. 3: Regresión lineal de doble logaritmo*

Este modelo permite explicar el comportamiento de la demanda en función de las variables explicativas a través de la estimación de una relación matemática. En el modelo solo se incluyen variables que se pueden cuantificar. Este modelo cuenta con una parte determinística (relación) y con un componente estocástico que se denomina residuo o error. En dicho componente, se encuentran comprendidas aquellas variables que se consideran irrelevantes, o variables que si bien tienen influencia, no es posible medir. Y los errores de medición, son el residuo que representa la variación que no es explicada por el modelo. La formulación de este modelo econométrico se basó en una especificación de tipo lineal en logaritmos, como se expresa a continuación:

$$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 \ln X_{1t} + \beta_2 \ln X_{2t} + \dots + \beta_n \ln X_{nt} + \varepsilon_t$$

Donde $E(\varepsilon|X) = 0 \rightarrow E(\ln Y|X) = \beta_0 + \beta_1 \ln X_{1t}$

Donde,

$\ln$ = Modelo lineal a estimar

Y=Variable explicada (demanda de energía)

X=Variables explicativas (precio de la energía, precio del gas natural, ingresos, número de usuarios)

β_0 = Punto de corte con el eje Y

β_n =Representan las elasticidades de Y con respecto a las X, donde miden el cambio porcentual que se produce en la variable Y ante un cambio de 1% en cualquiera de las variables explicativas.

Los parámetros del modelo como el punto de corte y la elasticidad de las variables, se estimaron con base a los datos disponibles, generados a partir del método de mínimos cuadrados como en los dos métodos anteriores.

De esta manera, la elasticidad de las variables β_n , se representa de la siguiente manera:

$$\beta_n: \frac{E(\ln Y|X)}{\ln X} \sim \frac{E\left(\left(\frac{Y}{Y}\right)|X\right)}{X/X} \rightarrow \text{Cuando } X \text{ varía en un } 1\%, Y \text{ varía en promedio un } \beta_n$$

El modelo resultante tiene la siguiente representación en términos de las variables originales:

$$Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} \exp(\varepsilon) \text{ (Cobb Douglass) [66]}$$

4.4 Validación de los modelos

Para los 3 modelos estudiados, se deben evaluar las siguientes condiciones para que el modelo sea válido y aplicable.

4.4.1 Medida de bondad de ajuste

Mide el porcentaje del cambio de una variable dependiente, explicado por el cambio de las variables independientes, a través de un modelo de regresión lineal múltiple. Entre más cercano a 1, mejor es el ajuste [67]. Para el cálculo del coeficiente de determinación se utiliza la siguiente expresión:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$$

Donde,

Y_i = Valor observado

$\bar{Y}$ = Media

$\hat{Y}_i$ = Valor estimado en la regresión

Toma el mismo valor cuando se usa X para predecir Y o cuando usamos Y para predecir X.

Criterios de aceptación:

- ✓ El grado de ajuste de una función es aceptable cuando el valor de $R^2 \geq 0,8$.
- ✓ Sí varias funciones cumplen con esta condición se elige la que más se acerca a 1.

4.4.2 La significancia de los coeficientes individuales

Se analiza si cada una de las variables explicativas tiene influencia en el comportamiento de la variable respuesta analizada [68]. Los 3 modelos fueron desarrollados con un nivel de confianza del 95%.

Criterio de aceptación:

- ✓ El valor de la probabilidad es aceptable y se da como variable significativa a toda aquella que arroje un valor de $\Pr(>|t|) \leq 0,05$.
- ✓ La variable con mayor influencia será la que presente el menor valor con respecto a $\Pr(>|t|) \leq 0,05$.

4.4.3 El peso de los coeficientes estimados debe estar acorde con lo esperado por la teoría

Dado que se ha realizado una revisión bibliográfica previa, se espera un comportamiento basado en lo teórico de las variables. Cada uno de los coeficientes estima el cambio en la respuesta media de la variable explicativa para las variables al aumentar su valor influyen en mayor medida en un aumento del consumo de energía, mientras que para las variables que no influyen o tienen poco peso en la explicación de la demanda energética se espera que los coeficientes tengan un valor menor.

4.4.4 La significancia conjunta de los coeficientes

Se analiza si las variables explicativas en conjunto, tienen influencia en el comportamiento de la variable respuesta analizada. Se debe aclarar que éste valor, no determina la significancia individual de cada una de las variables. Los tres modelos se trabajaron con una probabilidad de 95%.

Criterio de aceptación:

- ✓ El modelo explica significativamente la variable respuesta, cuando se obtiene un valor de $p\text{-value} \leq 0,05$.

4.4.5 Cálculo del error relativo porcentual

Se escogió este cálculo de error ya que la variable explicativa tiene valores mayores a 10^5 y el error absoluto presentaba valores muy altos. Así que se calculó el error relativo porcentual, para poder evidenciar de una mejor manera, la calidad del modelo [69].

Se calcula de la siguiente forma:

$$Observado = \frac{Valor\ simulado}{Valor\ Medido} \cdot 100$$

En la siguiente tabla se muestran las condiciones y los criterios que se deben cumplir para la validación de los modelos.

Tabla 2. Herramientas para la selección del modelo de pronóstico

Condición	Criterio
Medida de bondad de ajuste	$R^2 \geq 0,8$.
Significancia de los coeficientes individuales $\Pr(> t)$	$\Pr(> t) \leq 0,05$
Peso de los coeficientes estimados	Coeficientes con valor alto, serán las variables que tienen mayor influencia en la variable respuesta. Coeficientes con valor bajo, serán las variables que tienen menor influencia en la variable respuesta.
Significancia conjunta de los coeficientes p-value	$p\text{-value} \leq 0,05$
Cálculo del error relativo porcentual	Análisis de los gráficos de las diferencias porcentuales.

Fuente: Autor

Una vez analizada cada una de las ecuaciones de los modelos planteados, se debe evaluar el comportamiento del modelo de forma gráfica a lo largo del período muestral, para determinar que se mantenga el mismo comportamiento y se acerque a los valores de validación.

5. DESARROLLO CENTRAL

5.1 Caracterización de la demanda energética en la Ciudad de Bogotá

Como resultado de la revisión bibliográfica, se encuentran variables explicativas para el consumo energético residencial en la ciudad de Bogotá. Estas variables marcan el desarrollo de la investigación acotando el alcance de la misma. Al realizar una gestión de recolección de información tanto en empresas y datos libres del gobierno en internet, se seleccionaron un grupo de variables independientes para la demanda de consumo energético en Bogotá, agrupadas por estratos socio-económicos:

- Consumo de energía eléctrica
- Usuarios finales del sector residencial
- Facturación total de energía
- Facturación total de gas natural
- Ingresos por usuario
- Producto interno bruto
- Temperatura superficial

Los datos de las variables con los que se contó para elaboración de los modelos, corresponden a un registro de 11 años, comprendidos entre el mes de Enero de 2005 y el mes de Diciembre de 2016.

Estas variables se encontraron directamente correlacionadas con la variable dependiente (Consumo de Energía). Esto se concluyó con base a un análisis de correlación previo, donde se observó que las variables explicativas mantenían un rango de correlación entre 0,71 y 0,96 (Ver Anexo 2).

A continuación se dan a conocer los factores que influyen en la demanda energética para la ciudad de Bogotá, analizando los hechos más representativos expuestos en cada uno de ellos.

La aplicación de los instrumentos matemáticos se ve reflejado en la programación de R studio para la realización de las gráficas y el análisis descriptivo y estadístico. Los datos se analizaron por separado para cada estrato ya que por la diferencia de escala y los datos máximos y mínimos se encontraban con diferencias significativas en los consumos y no se lograba observar el comportamiento de la variable.

5.1.1 Consumo de energía eléctrica

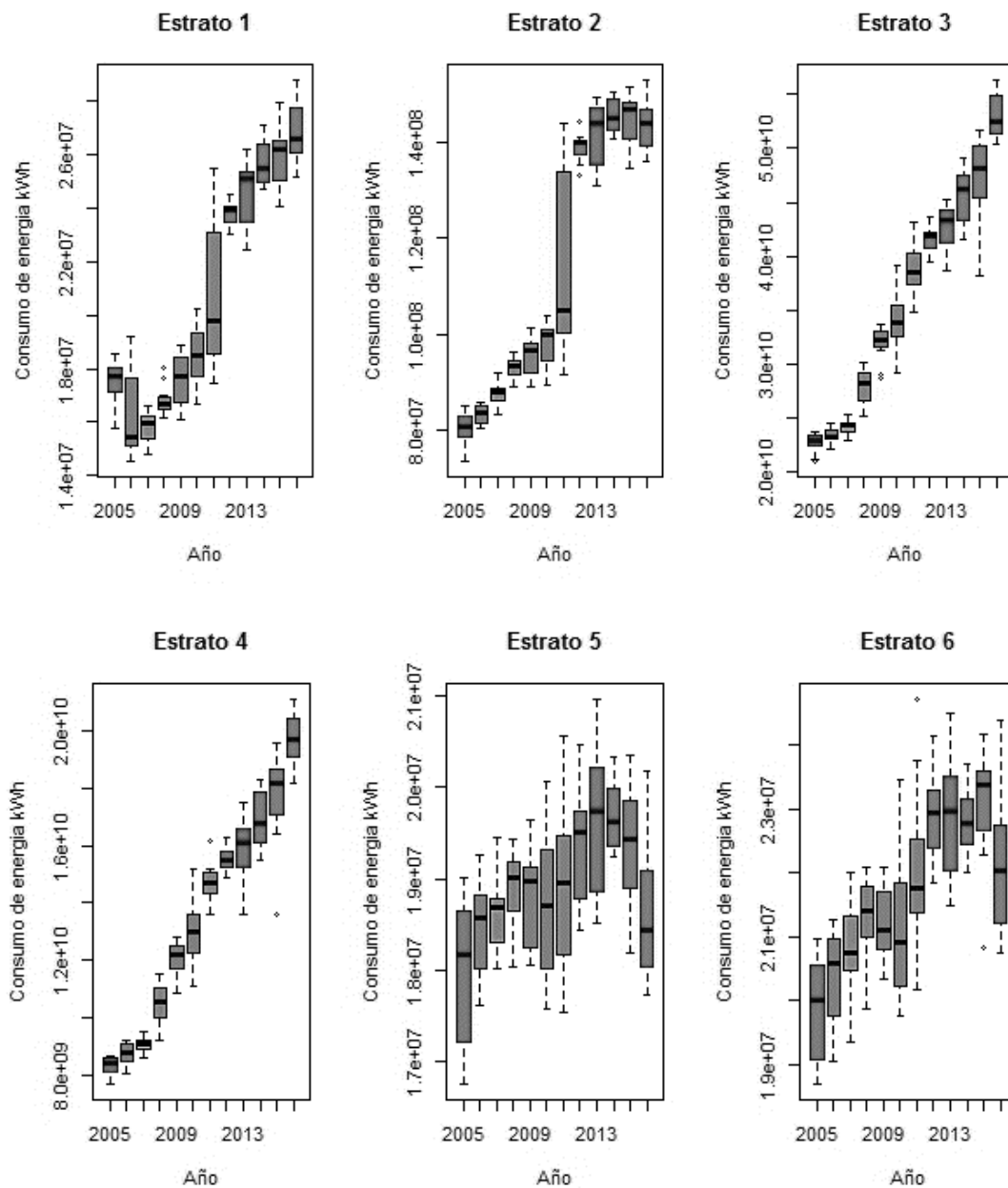
En la Ilustración 4 se muestra el consumo mensual multianual histórico de energía eléctrica residencial en la ciudad de Bogotá, entre los años 2005 y 2016, mostrando una variable directamente proporcional al tiempo, dado que el consumo se mantuvo en aumento con el tiempo para los estratos 1, 2, 3 y 4.

Se observa como el estrato 3, presenta los valores máximos de consumo en toda la base de datos, con valores entre 2,37E10 KWh y 5,63E10 KWh. Mientras que para el período entre 2005 y 2011, el estrato 1 presenta los valores más bajos de consumo, los cuales se encuentran en un rango entre 1,45E7 KWh y 1,74E7 KWh. A partir del año 2012 hasta el 2016, el estrato 5 presenta los valores más bajos de consumo, los cuales se ubican entre 1,77E7 KWh y 1,92E7 KWh.

Como se evidencia en los datos registrados, el año 2011 tiene la mayoría de la distribución de los datos más cerca de los valores máximos en todos los estratos socioeconómicos, teniendo valores entre 1,89E7 KWh y 3,99E10 KWh. Esto se puede atribuir a la ocurrencia del Fenómeno de La Niña. Estas condiciones climáticas en el año, hicieron que los aportes hidrológicos a los embalses del SIN, fueran del orden de 56.446,1 GWh que equivalen a un 103.8% de la media histórica [70].

También se observa en los últimos años, como los estratos 5 y 6 han tenido una disminución en el consumo medio de energía. Esto se atribuye a fenómenos de concientización por parte de las personas con mayor poder adquisitivo y alto grado académico respecto a la situación ambiental, demostrando su decisión de disminuir el consumo energético. Adicionalmente porque son los estratos que cuentan con equipos de mayor tecnología que ya cuentan con etiquetado energético y mayor eficiencia, logrando así disminuir su consumo eléctrico [71].

Ilustración 4. Consumo de Energía Eléctrica por Estrato Socio-Económico



Fuente: [72]

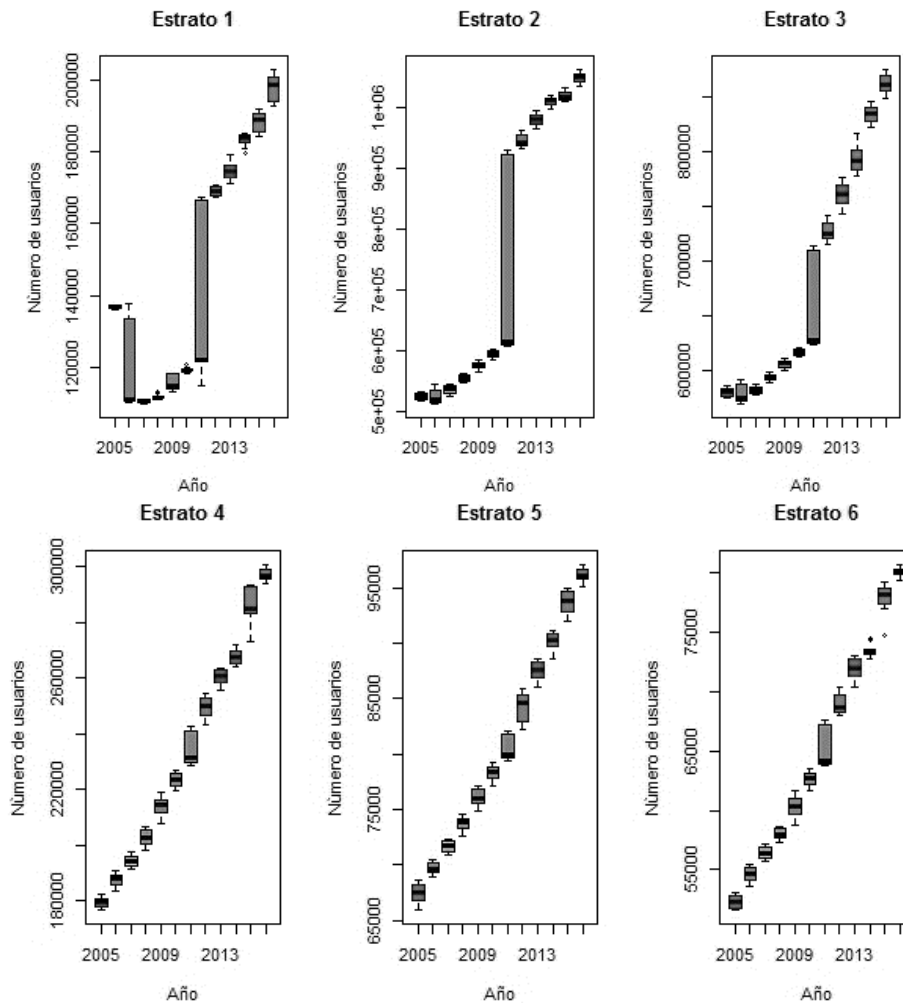
Elaboración: Autor

5.1.2 Usuarios finales de energía eléctrica

En la Ilustración 5 se observan los datos de los usuarios finales del servicio de energía de Bogotá, los cuales presentan una relación directamente proporcional con el consumo y el

tiempo. Para estos datos se tienen en cuenta los usuarios registrados en la empresa prestadora de servicio CODENSA. Esta variable va directamente relacionada con el crecimiento de la población y la expansión de la ciudad de Bogotá. El estrato 6 es el que cuenta con el menor número de usuarios con un mínimo de 51.616 usuarios finales debido a que tiene la distribución de población más baja con respecto a los otros estratos. Los estratos 2 y 3 presentan el mayor número de usuarios, tal como se observa en los valores máximos en el diagrama de cajas. Esto se debe a que presentan la mayor distribución de la población en Bogotá con valores del 41,3% y 36% respectivamente [73].

Ilustración 5. Usuarios finales del servicio de energía por estrato socio-económico



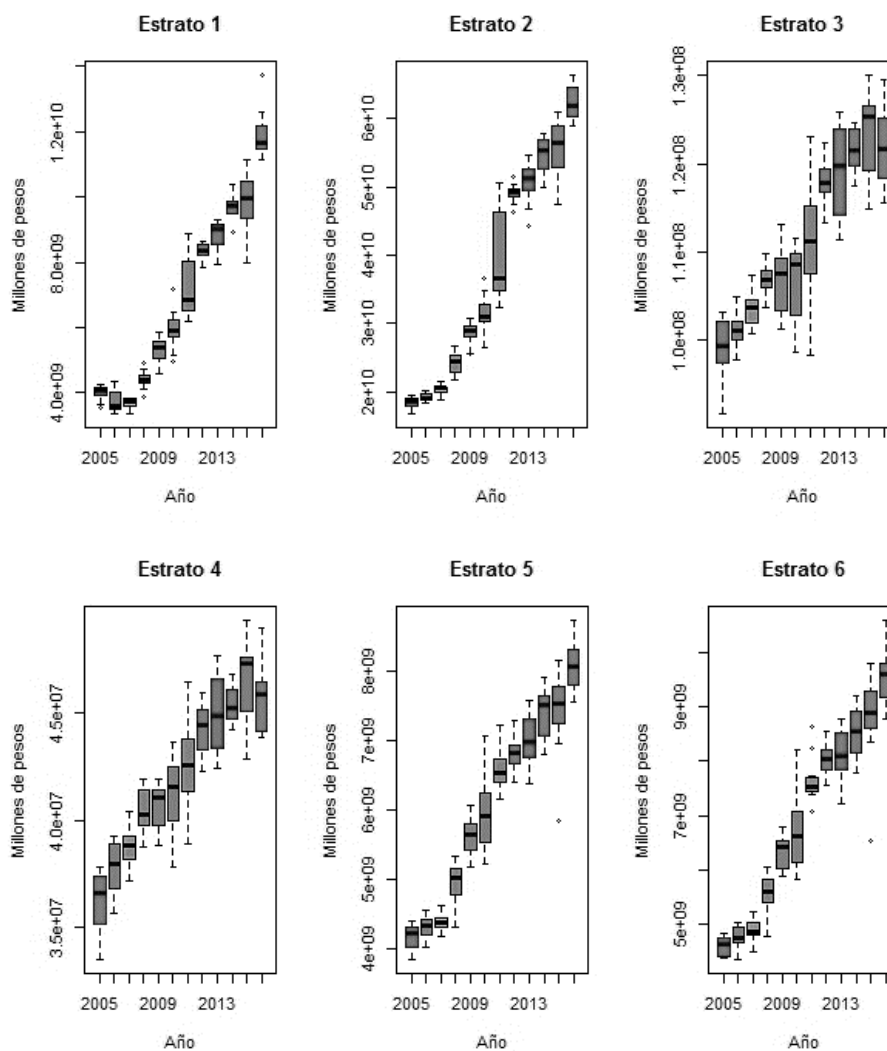
Fuente: [72]

Elaboración: Autor

5.1.3 Tarifa de energía eléctrica

En la Ilustración 6 se presenta el comportamiento de la variable Facturación del Servicio de Energía desde el año 2005 hasta el año 2016, según datos consultados en el SUI [72]. Esta variable es el resultado de la multiplicación del consumo por el valor unitario. En la Ilustración se muestran los precios finales sin tener en cuenta los subsidios. El comportamiento de esta variable es de forma creciente y se observa el mismo nivel de crecimiento para todos los estratos. Los estratos 5 y 6 presentan mayor facturación que los demás estratos, dado que no cuentan con subsidio y su capacidad adquisitiva es mayor, por tanto se aplican tarifas más altas.

Ilustración 6. Facturación del servicio de energía por estrato socio-económico



Fuente:

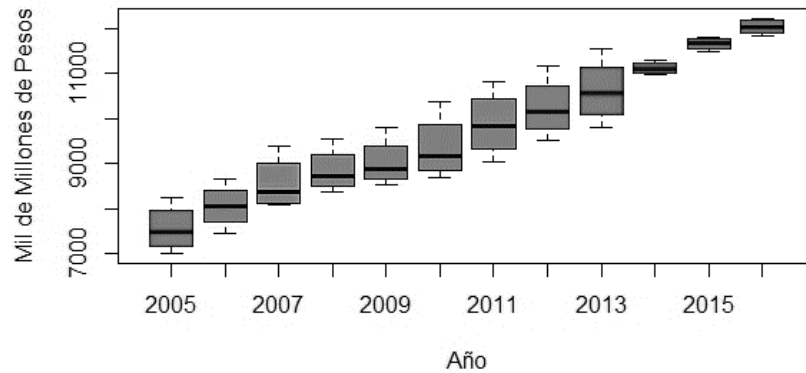
Elaboración: Autor

5.1.4 *Producto Interno Bruto*

La Ilustración 7 representa la base de datos de la variable Producto Interno Bruto mensual multianual desde el año 2005 hasta el año 2016, según datos proporcionados por el DANE [74]. Esta variable se observa en aumento con el correr del tiempo. Esto se debe al crecimiento económico que tiene la ciudad presentando el mayor PIB de las ciudades colombianas. Lo que esto refleja, es una mayor producción por parte de las empresas, generando mayor empleo y con ellos mayor poder adquisitivo para las personas. Es decir, aumenta la cantidad de bienes y servicios que pueden comprar. Esta variable afecta de igual forma a todos los estratos socio-económicos de Bogotá, de manera que es el mismo valor para cada uno de los estratos. De este modo el PIB se convierte en un factor determinante en el ámbito económico [75].

El consumo de energía eléctrica y la actividad económica se relacionan de manera directa, presentando el indicador de productividad de energía respecto al PIB, el cual es un coeficiente de intensidad energética. En las etapas iniciales del progreso económico de un país, la intensidad energética aumenta a causa del uso de tecnologías obsoletas, pero después se estabiliza y disminuye debido al equilibrio que presenta la evolución de la estructura productiva y la mecanización. La relación entre el PIB y el consumo energético, se basa en la hipótesis del crecimiento económico, donde sostiene que existe causalidad entre el consumo de energía eléctrica y el PIB. Es decir, que cuando se cumple esta hipótesis, las políticas que promueven la conservación de la energía tendrían efectos nefastos sobre el crecimiento económico, ya que en este caso, el país es energético-dependiente. Por otro lado, se habla de la hipótesis de la retroalimentación del PIB en la demanda energética. Es decir una existencia de causalidad bi-direccional, del consumo de energía eléctrica y el PIB y del PIB al consumo de energía eléctrica [51].

Ilustración 7. Producto Interno Bruto Histórico

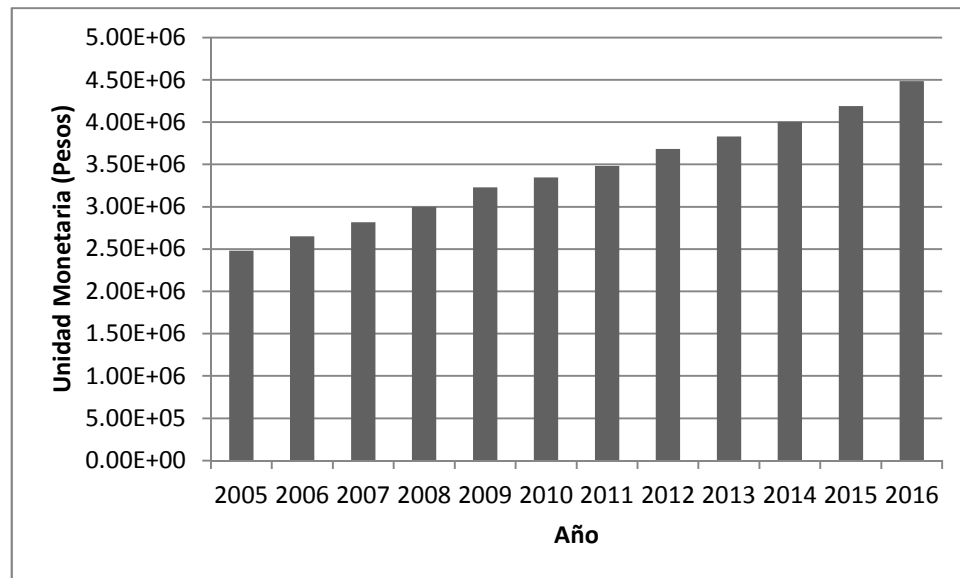


***Fuente: [74]
Elaboración: Autor***

5.1.5 Ingreso Per cápita usuario final

La Ilustración 8 muestra la evolución del ingreso per cápita por usuario final, el cual mantiene una media constante con poco incremento en el tiempo. Los valores por encima de la mediana corresponden a los usuarios de los estratos 5 y 6 que presentan entre 10 y 12 salarios mínimos en año vencido.

Ilustración 8. Ingresos históricos por usuario final



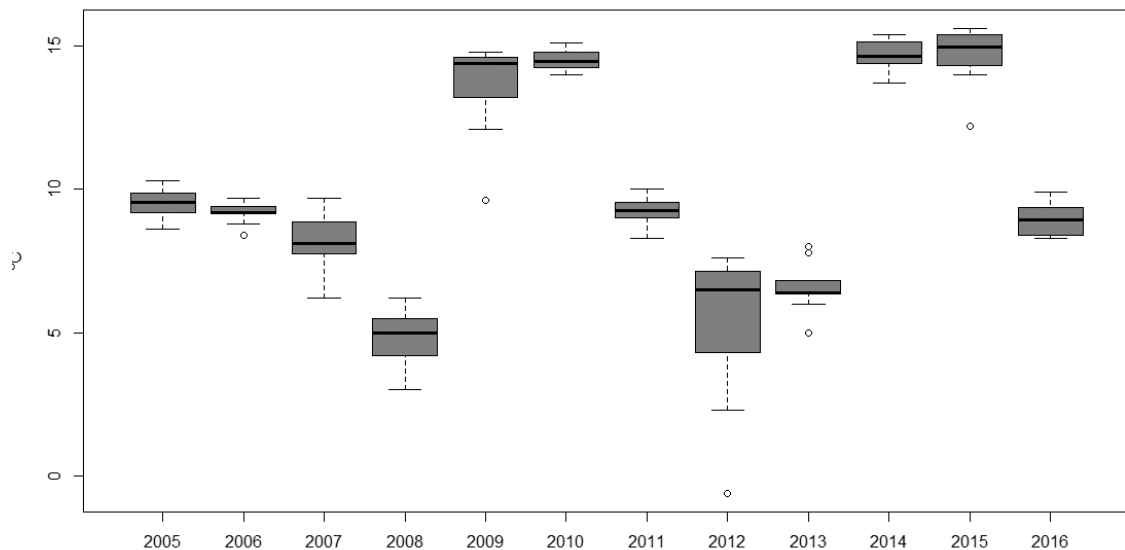
***Fuente: [74]
Elaboración: Autor***

5.1.6 Temperatura superficial

En la Ilustración 9 se observa el comportamiento de la variable climática en la demanda de energía. Los datos fueron obtenidos de la estación meteorológica 802220 del Aeropuerto Internacional El Dorado, coordenadas: Latitud 4.7 y Longitud -74.13 [76]. Se tiene en cuenta la temperatura superficial, ya que es una variable importante en el estudio de los fenómenos climáticos de El Niño y La Niña. Se observa como los años 2009-2010, 2015-2016 presentan las más altas temperaturas. Esto conlleva a una disminución significativa del consumo de energía, debido a la ocurrencia del fenómeno de El Niño que hizo que los niveles de los embalses disminuyeran, llevando al país a realizar un ahorro masivo de energía, donde todos los sectores de la economía se vieron obligados a reducir su consumo energético. El gobierno lanzó una campaña de sanción y estímulo en las tarifas de energía eléctrica; esta campaña recomendaba bajar el consumo en un 5% por hogar residencial y así evitar sobrecargas en el sistema [77].

Esta variable es explicativa para el consumo de energía, partiendo desde la generación y no de la demanda, ya que Bogotá al encontrarse 2,640 msnm no tiene variaciones significativas por consumo de calefacción o aire acondicionado, así que esta variable se debe tener en cuenta para los niveles de cuerpos de agua en la generación de energía eléctrica de forma hidráulica.

Ilustración 9. Temperatura superficial promedio mensual multianual



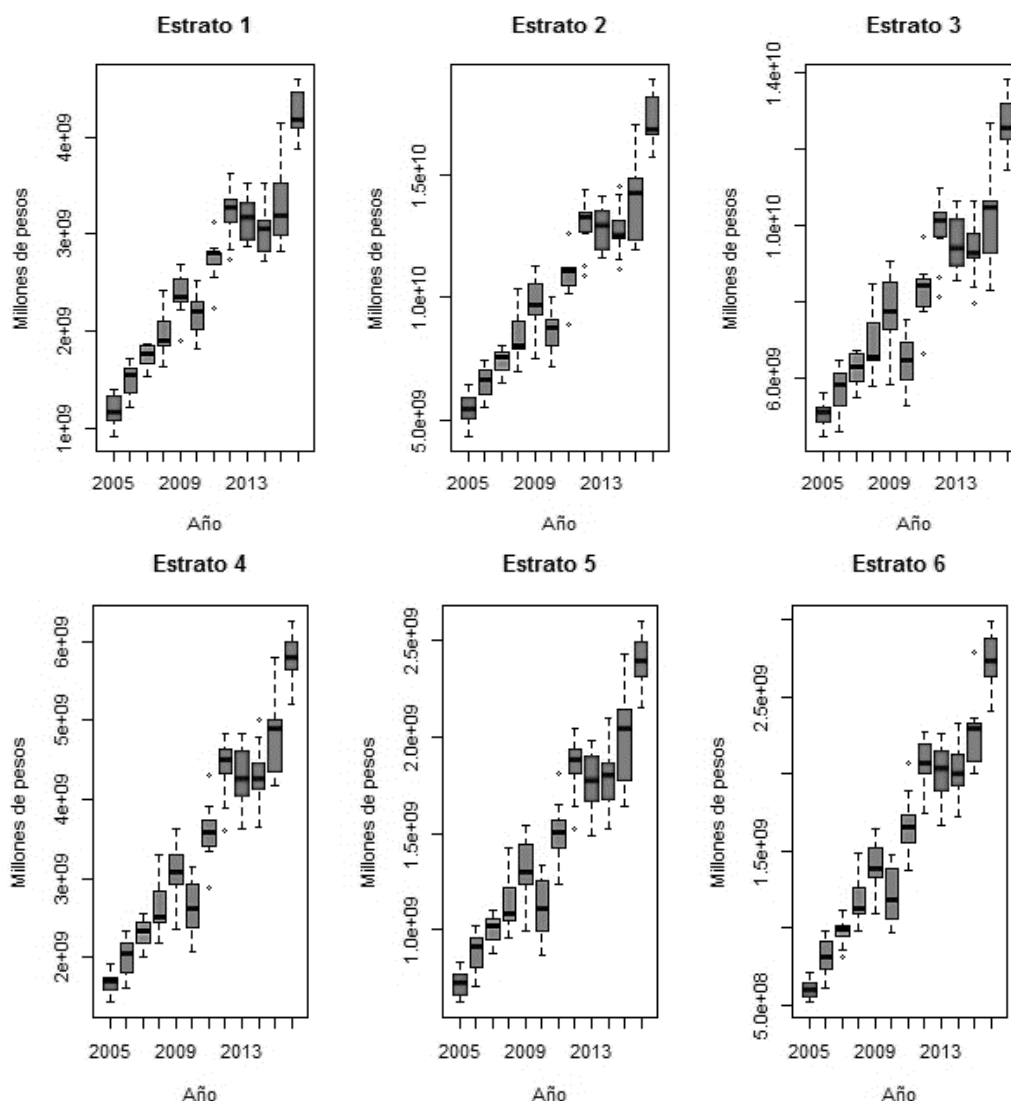
Fuente: [76]

Elaboración: Autor.

5.1.7 Facturación Gas Natural como servicio sustituto

En la Ilustración 10 se muestra la facturación de un suministro de energía a base de combustible fósil como lo es el gas natural. Este servicio, tiene su mayor facturación en los estratos 4, 5 y 6, debido a las tarifas establecidas por estrato. Este servicio pasa a ser un servicio complementario del servicio energético, y catalogándose como uno de los únicos en el sector residencial, ya que no se cuentan con las suficientes energías alternativas, que puedan ayudar a disminuir la demanda energética del sector eléctrico.

Ilustración 10. Facturación del servicio de Gas Natural



Fuente: [78]

Elaboración: Autor

5.2 Modelos de predicción

5.2.1 Modelo No. 1: Regresión Lineal Múltiple

Se realizó un modelo de regresión múltiple para cada uno de los estratos socioeconómicos de la ciudad de Bogotá. Para el cálculo de las regresiones se tuvieron en cuenta como variables explicativas los usuarios finales de energía, la temperatura superficial, el precio de la energía eléctrica y como variable explicada el consumo de energía. A continuación se muestran los resultados.

5.2.1.1 Ecuación del modelo y coeficientes

$$\text{Consumo de Energía} = B_0 + B_1 \text{Usuarios} + B_2 \text{Temperatura Sup} + B_3 \text{Precio}$$

Tabla 3. Resultados de coeficientes de Regresión Lineal Múltiple

<i>Estrato</i>	<i>Coeficientes</i>			
	<i>B₀</i>	<i>B₁</i>	<i>B₂</i>	<i>B₃</i>
<i>Estrato 1</i>	5,872e+06	5,551e+01	-3,220e+04	1,073e-03
<i>Estrato 2</i>	3,707e+07	5,565e+01	-3,768e+05	1,060e-03
<i>Estrato 3</i>	-6,724e+10	7,531e+04	4,823e+08	4,371e+10
<i>Estrato 4</i>	-1,638e+10	8,656e+04	6,357e+07	2,241e+07
<i>Estrato 5</i>	2,030e+07	-7,282e+01	-4,997e+04	8,188e-04
<i>Estrato 6</i>	2,045e+07	-8,416e+01	-9,214e+04	1,099e-03

Fuente: Autor

5.2.1.2 Validación del modelo

Tabla 4. Herramientas para evaluación del modelo de regresión lineal múltiple

<i>Estrato</i>	<i>R²</i>	<i>p-value</i>	<i>Significancia (Pr> t)</i>			
			<i>B₀</i>	<i>B₁</i>	<i>B₂</i>	<i>B₃</i>
<i>Estrato 1</i>	0,95	2,2e-16	2e-16	2e-16	0,0105	2e-16
<i>Estrato 2</i>	0,97	2,2e-16	2e-16	4,71e-12	0,000855	2e-16
<i>Estrato 3</i>	0,88	2,2e-16	2e-16	3,51e-14	7,66e-09	3,07e-09
<i>Estrato 4</i>	0,95	2,2e-16	2e-16	2e-16	0,00023	1,54e-06
<i>Estrato 5</i>	0,74	2,181e-11	2e-16	0,04175	0,00755	5,1e-05
<i>Estrato 6</i>	0,93	2,2e-16	2e-16	0,0383	7,38e-06	5,21e-09

Fuente: Autor

La Tabla 3 muestra el comportamiento de los coeficientes con respecto a la variable de salida. Se observa como los pesos de la variable de usuarios finales para los estratos 1, 2, 3, 4 tienen coeficientes de signo positivo y un valor alto dado que son los estratos con mayor número de usuarios finales, mientras que para los estratos 5 y 6 los coeficientes presentan signo negativo esto se da porque son los estratos con menores usuarios teniendo

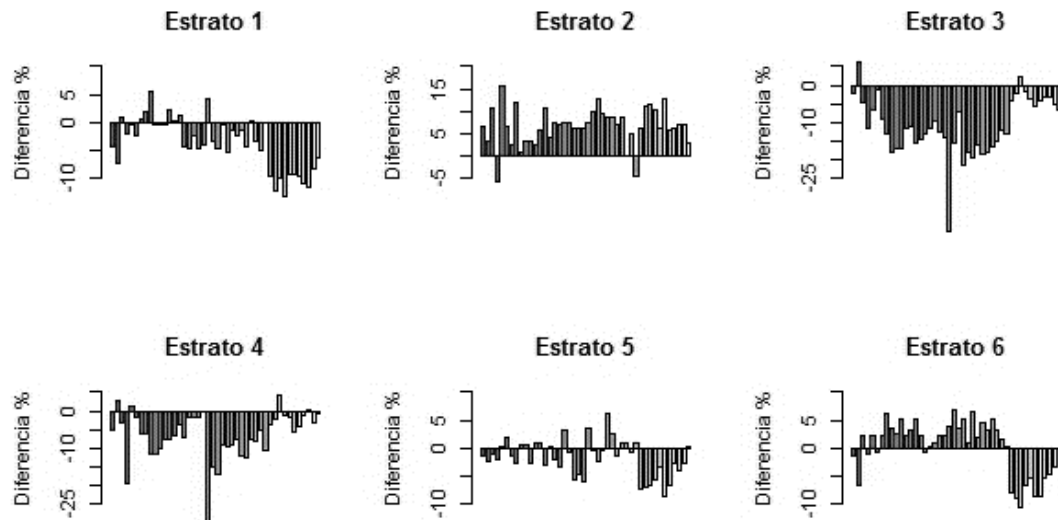
poco peso en la explicación de la demanda para estos estratos. Para la variable de temperatura superficial se evidencia como los únicos estratos que presentan coeficientes positivos son los estratos 3 y 4, dado que al haber un cambio en la temperatura afectando el valor de la oferta energética influirá en la demanda para estos estratos, dado que el estrato 3 es el que presenta menor subsidio y estrato 4 no cuenta con ninguno. Para la variable del precio de la energía los pesos más bajos de estos coeficientes son para los estratos 1, 2, 5 y 6; para los estratos 1 y 2 ya que cuentan con los subsidios gubernamentales que hacen que el precio de la energía no esté relacionada con la demanda y para los estratos 5 y 6 su poder adquisitivo explica que el valor de la energía es indiferente en su consumo.

De esta forma la variable de usuarios finales tiene el mayor peso para los 6 estratos, siendo una variable muy significativa ya que si trabajamos con un nivel de confianza del 95%, todos los valores de probabilidad que se encuentren por debajo del valor 0,05 son variables significativas. Para este caso todas las variables se encuentran en ese rango.

Adicionalmente, en la Tabla 4 se observa como en las regresiones para todos los estratos excepto el estrato 5, el coeficiente de determinación arroja valores cercanos a 1. Lo que da a entender que en dichas regresiones hay una relación marcada entre las variables independientes y la variable explicada. De la misma forma, en el análisis de los valores de los coeficientes se puede deducir algunos comportamientos relacionados con el estrato. Por ejemplo, en los estratos 3 y 4 la variable del precio de la energía tiene un valor alto, lo que significa que para este grupo socioeconómico el consumo de la energía puede depender del precio de la misma. Esto debido a que el estrato 4 no cuenta con ningún subsidio en su factura, ni hace contribuciones a los otros estratos. Así mismo el estrato 3 es el estrato que cuenta con el menor subsidio, así que el precio de este servicio influye en el consumo. Para los estratos 5 y 6, el precio de la energía es indiferente, lo mismo pasa para los estratos 1 y 2. Pero por el contrario, el precio de este servicio no tiene significancia dado que son grupos subsidiados hasta de un 50% de la factura. Es así como la temperatura a estos estratos no les genera tampoco importancia, dado que si llega a ocurrir un fenómeno climático que afecte la producción de energía y por tanto el precio de la misma, para ellos será indiferente.

A continuación se muestra el error relativo porcentual, mostrando la diferencia entre lo medido y lo simulado con la ecuación del modelo de regresión lineal múltiple.

Ilustración 11. Errores relativos porcentuales para el modelo 1



Fuente: Autor

De acuerdo con la Ilustración 11, la mayoría de los resultados del error relativo porcentual fueron menores al 5% con excepciones en el estrato 3 y 4 que tuvieron valores atípicos, mostrando diferencias porcentuales por encima del 10%. Esto indica que el valor simulado estuvo sobreestimado para los estratos 3 y 4, mientras que para los estratos 2 y 6 estuvo subestimado. Este modelo a pesar de tener pocas variables explicativas, demostró que puede ser útil de pronóstico, teniendo en cuenta variables climáticas, demográficas y económicas que ayudan a evaluar la demanda futura de la energía, y así mismo tomar las medidas pertinentes de carácter preventivo, antes de estos fenómenos, incluyendo la planeación de la oferta energética.

Este modelo entrega una herramienta que permite evaluar escenarios importantes en el ámbito ambiental, dado que cuenta con variables indicadoras de patrones de consumo. Por ejemplo, para el precio de la energía, variable que el modelo arrojó como resultado con uno de los coeficientes más altos, permitirá plantear escenarios donde se realicen ajustes a la facturación de este servicio, de tal forma que se pueda utilizar como herramienta de minimización de consumo.

De esta misma forma, este modelo se vuelve altamente eficiente en la estimación sobre la relación que debería existir entre la planeación territorial y decisiones de inversión para el sector eléctrico que conlleven a la obtención de una mayor eficiencia energética. Adicionalmente al tener incluida una variable como los usuarios finales, da un acercamiento a la evaluación de dinámicas de crecimiento y expansión de la ciudad permitiendo el uso del modelo con datos futuros que permitan tener diferentes escenarios

para una correcta planeación energética. Además, el modelo cuenta con una variable climática como lo es la temperatura superficial, lo cual se puede correr el modelo con predicciones de dicha temperatura en función de disminuir los riesgos en el abastecimiento futuro de la energía.

5.2.2 Modelo No. 2 Regresión Econométrica

Se realizó un modelo de regresión múltiple para cada uno de los estratos socioeconómicos de la ciudad de Bogotá. Para el cálculo de las regresiones se tuvieron en cuenta como variables explicativas económicas: el precio de la energía eléctrica, el producto interno bruto y los usuarios finales. A continuación se presentan los resultados.

5.2.2.1 Ecuación del modelo y elasticidades

$$\text{Consumo de Energía} = B_0 + B_1 \text{PIB} + B_2 \text{Precio energía} + B_3 \text{Usuarios}$$

$$\beta_{1=EQC} = \text{Elasticidad de PIB} = \frac{(1 + \frac{Q}{Q})}{(1 + \frac{PIB}{PIB})}$$

$$\beta_{2=EQC} = \text{Elasticidad de Precio} = \frac{(1 + \frac{Q}{Q})}{(1 + \frac{P}{P})}$$

$$\beta_{3=EQC} = \text{Elasticidad Usuarios} = \frac{(1 + \frac{Q}{Q})}{(1 + \frac{U}{U})}$$

$$B_0 = \text{Punto de corte con el eje Y}$$

Tabla 5. Resultados de las elasticidades del modelo regresión econométrica

<i>Estrato</i>	<i>Coefficientes</i>			
	<i>B₀</i>	<i>B₁</i>	<i>B₂</i>	<i>B₃</i>
<i>Estrato 1</i>	5196015,21	5231,598	0,001	58,725
<i>Estrato 2</i>	17743060,3	558358,108	0,007	73,161
<i>Estrato 3</i>	4,670E+10	1075040879	159,327	50703,484
<i>Estrato 4</i>	-1,512E+10	10417812	10417812	10417812
<i>Estrato 5</i>	18639246	203240,378	0,004	-103,059
<i>Estrato 6</i>	16688107,1	275914,509	0,006	114,853

Fuente: Autor

5.2.2.2 Validación del modelo

Tabla 6. Herramientas para evaluación del modelo de regresión econométrica

<i>Estrato</i>	<i>R²</i>	<i>p-value</i>	<i>Significancia (Pr> t)</i>			
			<i>B₀</i>	<i>B₁</i>	<i>B₂</i>	<i>B₃</i>
<i>Estrato 1</i>	0,95	2,2e-16	2,33e-05	0,911	3,01e-15	2e-16
<i>Estrato 2</i>	0,97	2,2e-16	0,00259	0,02520	2,21e-07	2e-16
<i>Estrato 3</i>	0,88	2,2e-16	2e-16	7,63e-10	0,0358	7,63e-10
<i>Estrato 4</i>	0,95	2,2e-16	2e-16	0,846014	0,000416	2e-16
<i>Estrato 5</i>	0,76	2,2e-16	2e-16	3,19e-05	0,01394	0,00371
<i>Estrato 6</i>	0,80	2,2e-16	2e-16	1,29e-06	0,00019	0,00615

Fuente: Autor

En la Tabla 5 se pueden observar los valores de elasticidades que resultan del modelo, reiterando que para los estratos 1, 2, 5, y 6, la demanda del precio de la energía es perfectamente inelástica, ya que sus valores se encuentran muy cercanos a cero. Es decir, un incremento en el precio, deja la cantidad demandada sin ningún cambio. Mientras que en los estratos 3 y 4 si llegara a ocurrir una disminución en la demanda, el valor del precio de la energía aumentaría. Un ejemplo es cuando ocurrieron fenómenos climáticos que modificaban la cantidad de energía ofertada, es decir era mayor la demanda que la oferta, por eso mismo se da un incremento de precio.

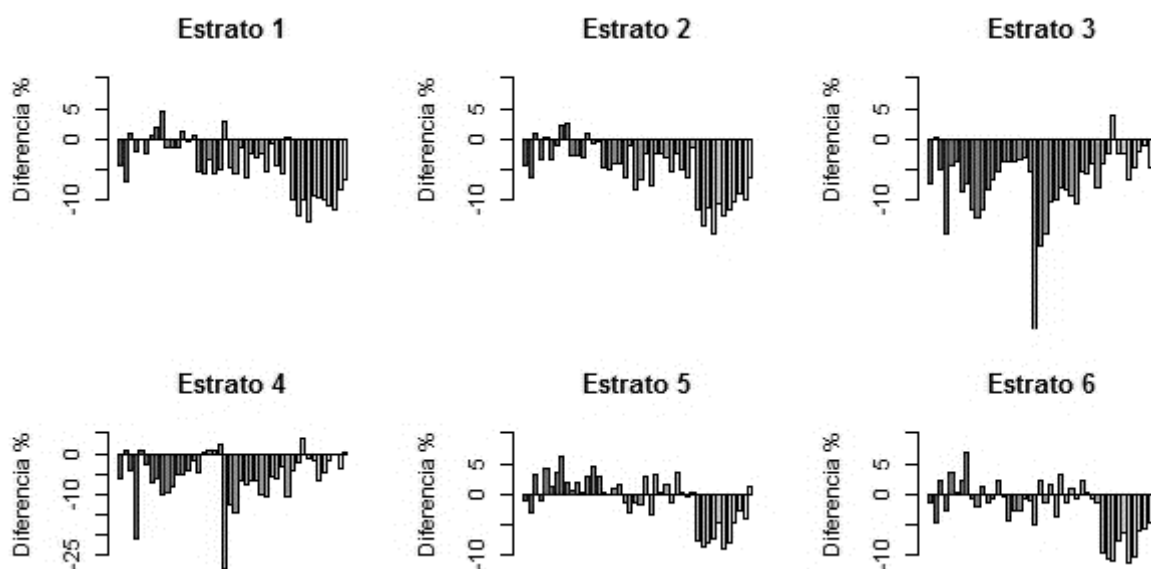
Dada la disminución en la generación, las empresas hidroeléctricas tienen que suplir la energía faltante con fuentes alternativas de energía y eso les genera gastos adicionales de producción, por lo tanto un aumento en el precio de este servicio, en estos estratos, se ve más marcado. Como se explicó en el modelo anterior, estos estratos son los que verdaderamente afecta su capital, el pago de la energía eléctrica. Para todos los estratos socioeconómicos la elasticidad del producto interno bruto es mayor a 1. Es decir, un cambio en el poder adquisitivo, genera un cambio positivo en la demanda, por consiguiente a mayor ingreso, mayor demanda. Por otra parte se debe tomar la demanda de energía eléctrica como un servicio necesario, que no importa cuanta sea la variación en su precio, siempre estaremos demandándola. Es por esto que la elasticidad del precio para muchos estratos dio un valor cercano a cero, es decir una demanda inelástica a largo plazo.

Por otra parte la regresión arroja valores que indican la utilidad del modelo, dado que presenta unos coeficientes de correlación por encima de 0,9, excepto el estrato 5, como en los otros modelos, se evidencia su falta de normalidad en los datos, tal como se muestra en la Tabla 6. Con estos valores de R^2 cercanos a 1, lo que se puede llegar a pensar es que las relaciones de las variables económicas con respecto a la demanda energética, son importantes. Para los estratos 1 y 2, la variable de poder adquisitivo como lo es el PIB no es significativo, ya que el valor de sus probabilidades es mayor a 0,05. Por el contrario, las

demás variables muestran significancia con la variable respuesta. Es por esto que se puede estudiar este modelo como herramienta de decisión y planeación con respecto a ofertas de demanda energética.

La Ilustración 12 muestra en general, que el modelo esta sobreestimado. En especial en los estratos 3 y 4 que presentan dos valores atípicos representados en una diferencia porcentual alta. En general, para los otros estratos, las variables explican bien el modelo y se logra una diferencia no mayor al 5%, tomando también este modelo dentro de las posibilidades de estudio.

Ilustración 12. Errores relativos porcentuales para el modelo 2



Fuente: Autor

Este modelo entrega una herramienta que permite evidenciar la relación del PIB con el consumo energético, dado que para todos los estratos, esta variable arrojó el mayor peso en los coeficientes de regresión. Presentando como innovación la forma en que el consumo energético se convierte en un indicador fiable del grado de desarrollo económico de una sociedad.

Este modelo permite suponer factores de realidad de consumo englobados en la variable del producto interno bruto. Por ejemplo la hipótesis que entre mayor sea el poder adquisitivo, mayor será el stock eléctrico que se tendrá en los hogares, como también la calidad de los aparatos eléctricos en cuanto a actualidad, comparados con aparatos de primera generación. Este modelo ratifica, como a mayor Producto Interno Bruto, mayor será el consumo

energético. Es así como los países con mayor desarrollo económico son los países con mayor consumo energético y mayor producción de gases efecto invernadero.

Esta herramienta adicionalmente permite crear el debate de las cuentas nacionales y el medio ambiente, dado que variables como el PIB para su cálculo ignora los activos ambientales, así como el deterioro y depreciación de los recursos naturales, por lo que refleja tasas que sobreestiman el desarrollo económico. Este modelo permite que en el futuro, se evalúen valores de PIB que incluyan en su cálculo el tema de patrimonio ambiental y de esta forma evaluar cómo sería el comportamiento de la demanda eléctrica con este cambio en la variable.

5.2.3 Modelo No.3 Regresión económica de doble logaritmo

Se realizó un modelo de regresión de doble logaritmo para cada uno de los estratos socioeconómicos de la ciudad de Bogotá. Para el cálculo de parámetros matemáticos se tuvieron en cuenta variables explicativas como lo son: el precio de la energía eléctrica, el ingreso per cápita de los usuarios, el precio del gas natural y los usuarios finales. A continuación se describen los resultados.

5.2.3.1 Ecuación del modelo y elasticidades

$$Cons.Electr. = \beta_0 \text{ Precio Energia}_1^{\beta_1} \text{ Ingresos}_2^{\beta_2} \text{ Precio Gas } N_3^{\beta_3} \text{ Usuarios}_4^{\beta_4} \exp(\varepsilon)$$

$$\beta_1 = EQc = Elasticidad de Precio = \frac{(1 + \frac{Q}{P})}{(1 + \frac{P}{P})}$$

$$\beta_2 = EQc = Elasticidad de Ingresos = \frac{(1 + \frac{Q}{Ing})}{(1 + \frac{Ing}{Ing})}$$

$$\beta_3 = EQc = Elasticidad Cruzada = \frac{(1 + \frac{Q}{Pg})}{(1 + \frac{Pg}{Pg})}$$

$$\beta_4 = EQc = Elasticidad Usuarios = \frac{(1 + \frac{Q}{U})}{(1 + \frac{U}{U})}$$

$$B_0 = \text{Punto de corte con el eje Y}$$

Tabla 7. Resultado de las elasticidades del modelo de regresión económica de doble logaritmo

<i>Estrato</i>	Elasticidades				
	B₀	B₁	B₂	B₃	B₄
<i>Estrato 1</i>	2,688	0,390	-0,250	0,031	0,376
<i>Estrato 2</i>	2,774	0,232	-0,174	0,107	0,478
<i>Estrato 3</i>	-4,279	0,633	1,154	0,040	0,353
<i>Estrato 4</i>	-3,762	0,658	0,289	0,023	1,263
<i>Estrato 5</i>	5,912	0,182	-0,525	0,031	0,035
<i>Estrato 6</i>	6,405	0,211	-0,671	0,049	0,515

Fuente: Autor

5.2.3.2 Validación del modelo

Tabla 8. Herramientas para la evaluación del modelo de regresión económica de doble logaritmo

<i>Estrato</i>	R²	p-value	Significancia ($Pr > t$)				
			B₀	B₁	B₂	B₃	B₄
<i>Estrato 1</i>	0,95	2,2e-16	2e-16	1,11e-13	0,0124	0,2846	2,61e-14
<i>Estrato 2</i>	0,97	2,2e-16	2e-16	2,98e-05	0,070936	0,000485	2e-16
<i>Estrato 3</i>	0,94	2,2e-16	1,3e-05	0,000813	2e-16	0,435208	0,012794
<i>Estrato 4</i>	0,95	2,2e-16	0,000103	0,000265	0,0137034	0,586659	2,9e-06
<i>Estrato 5</i>	0,74	2,2e-16	5,912007	0,000651	0,0525457	0,001767	0,031139
<i>Estrato 6</i>	0,79	2,2e-16	2e-16	1,13e-05	4,23e-10	9,67e-08	0,00131

Fuente: Autor

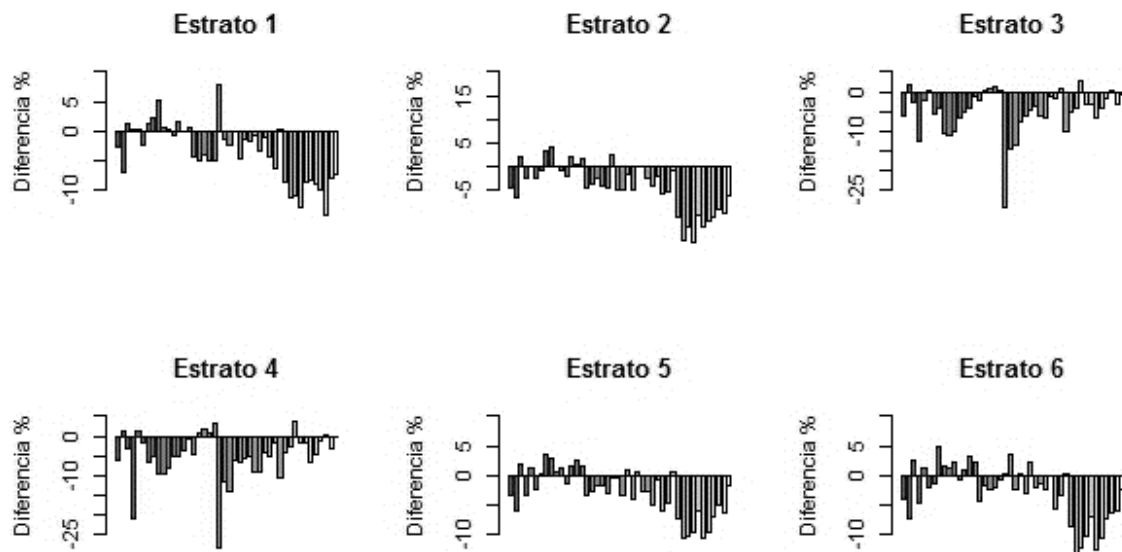
En la Tabla 7 se puede observar como la elasticidad cruzada que se calculó con base en un bien sustitutivo que es el gas natural, presenta un valor menor a 1. Lo que lo hace una inelasticidad. Esto quiere decir que el gas natural no se comporta como bien sustituto sino como bien complementario, que es el caso aplicable para la ciudad de Bogotá. También se puede analizar, como el precio se comporta de manera inelástica para todos los estratos. Esto sucede en bienes de lujo o bienes necesarios como lo es el servicio de energía, que es indiferente su cambio en la demanda si hay un incremento en el precio. En la elasticidad de los ingresos para la demanda, sobresale que el único estrato que presentó una elasticidad positiva fue el estrato 3, que asocia la demanda al nivel de ingresos. Dado que si se realiza un incremento en esta variable hará un incremento en la demanda energética, para este estrato también arroja un valor elástico en la relación de usuarios con la demanda, lo que indica que este estrato es el que tiene la mayor relación entre estas dos variables. Esto se debe a que es el estrato con mayor porcentaje de ocupación, esto quiere decir que su demanda se ve afectada positivamente por el número de usuarios.

Respecto a las herramientas de análisis de evaluación del modelo en la Tabla 8 se puede evidenciar como los coeficientes de relación, se encuentran en valores superiores a 0,9 en

todos los estratos excepto en los estratos 5 y 6 donde las variables independientes explican en un 70% el modelo. Para los valores de probabilidad de cada variable se observa cómo se encuentran dentro del rango menor a 0,05 dado que se está trabajando con un nivel de confianza del 95%. Este análisis de significancia ayuda a ver como el precio del gas natural no influye en el consumo de energía eléctrica, dado que para esta variable los valores de probabilidad fueron superiores a 0,05. Es así como se verifica una vez más que es un bien complementario, mas no sustituto.

En la ilustración 13 se observa como los estratos presentan una diferencia no mayor al 5%, menos los estratos 4 y 5 que se encuentran sobreestimados. En general tienen un buen porcentaje de error relativo, los estratos 5 y 6 son los que presentan mejor ajuste de error, sin embargo siguen estando sobreestimados.

Ilustración 13. Errores relativos porcentuales para el modelo 3

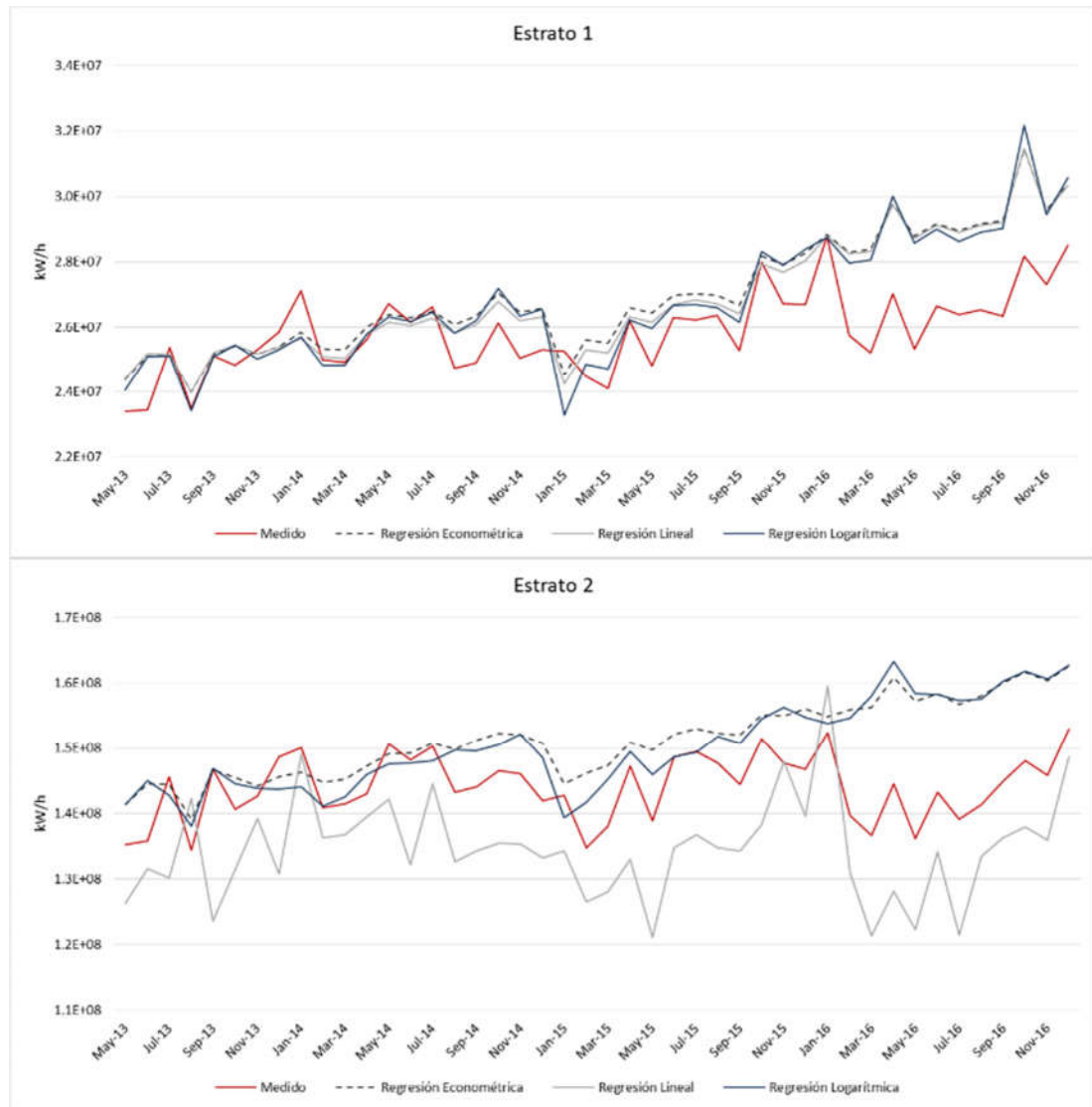


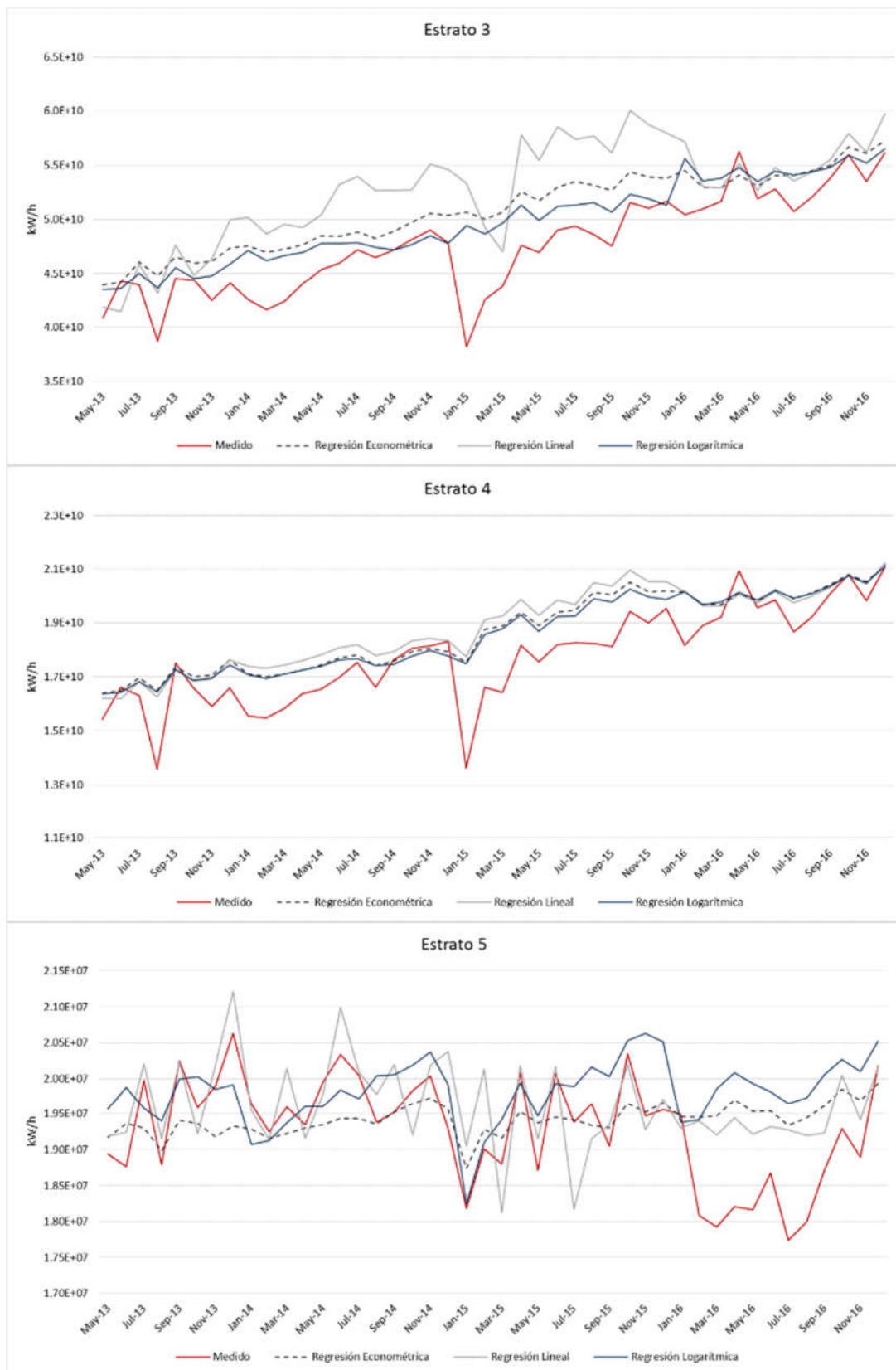
Fuente: Autor

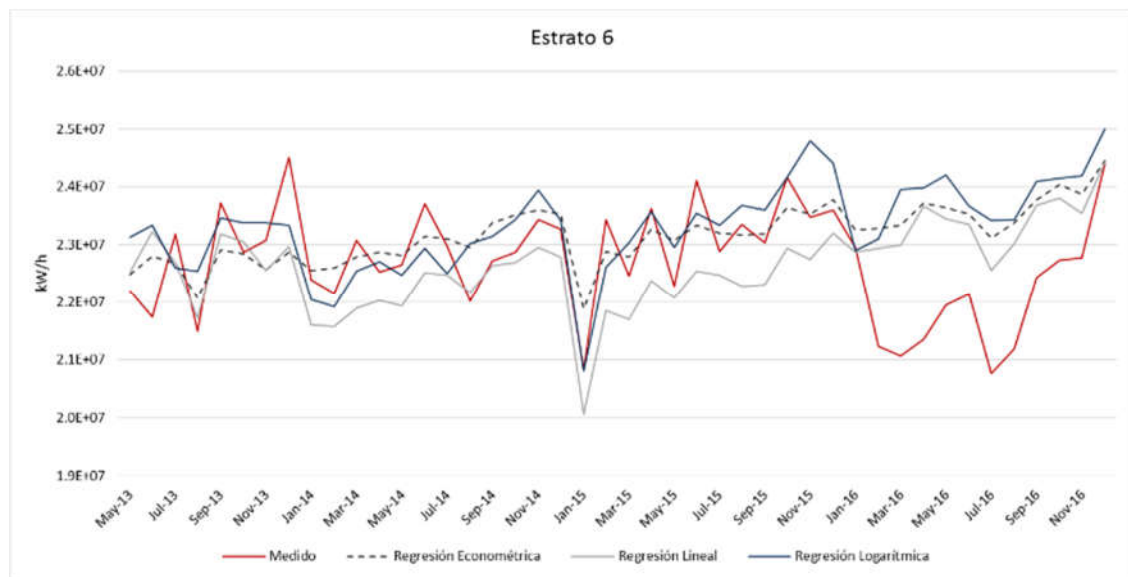
5.3 Comparación de los modelos.

A continuación se muestra el comportamiento de los 3 modelos realizados con los valores reportados para cada estrato.

Ilustración 14. Comparación gráfica de los modelos para cada estrato







Fuente: Autor

Finalmente en los tres modelos frente a los datos de validación, se observa un incremento de demanda de energía eléctrica excepto por el año 2016. Esto debido a la creciente necesidad de la sociedad por generar energía en su afán de desarrollo y de la interacción con el entorno. Esto ha generado una serie de acciones probablemente incorrectas, que han ocasionado consecuencias desfavorables para el medio ambiente agotando de alguna manera los recursos y herramientas que la naturaleza ofrece. Es así como el consumo de energía trae consigo las diferentes afectaciones a nuestro ecosistema desde el momento de la generación cuando se trata de termoeléctricas, productoras de gases efecto invernadero, hasta el momento del consumo final que es uno de los principales aportantes a la huella de carbono.

Al realizar la comparación gráfica de los modelos elaborados respecto a los datos medidos, se observa como a partir de finales del año 2015 hasta el diciembre de 2016 los estratos 1, 2, 5 y 6 tienen cambios sustanciales en los consumos de energía eléctrica. Esto se puede asociar a los eventos ocurridos en ese año en materia energética como lo son la disminución del nivel de los embalses al 30,49% y la campaña que se empieza en marzo de 2016 con el fin de reducir la demanda de energía en un 10% y evitar una racionalización [38].

De esta forma los modelos son sensibles a estos eventos donde se afecta la tendencia, llevando a valores de sobreestimación para este intervalo de tiempo. En general se observa una buena predicción del comportamiento de la demanda. En línea con los resultados se muestra como el mes de diciembre de 2016 significan los mayores consumos de energía, así mismo los meses de junio y julio de los años 2014 y 2015 picos altos de consumo. Esto se puede explicar mediante variables de eventos calendario (como lo son la clase de días del mes festivos o laborales, acontecimientos como el mundial de fútbol, copa América,

etc) que no fueron tenidas en cuenta en esta investigación. Los modelos econométricos presentan similitud de predicción, teniendo diferencias porcentuales no mayores al 5%.

Los estratos en los que se observa la mejor predicción de los modelos son el estrato 1 y 6 en los que se evidencia un buen comportamiento de la predicción en relación con los datos de validación, teniendo valores cercanos al 5% en los errores porcentuales, excepto en el segundo semestre del año 2016. Esto se debe a los valores atípicos de consumo que se presentaron en este rango, esto también explica el fenómeno que ocurrió en el estrato 5 para todos los modelos ya que arrojó coeficientes de correlación menores a 0,9 presentando irregularidades en la base datos.

Para el estrato 3 se encuentra un pico de bajo consumo para el mes de enero de 2015, mostrando que el único modelo que predijo tal tendencia fue el modelo de regresión lineal múltiple, el cual tiene como principal variable explicativa una variable climática. Por esto se puede decir que dicho evento puede ser respuesta a algún fenómeno relacionado con esta variable para ese año, como lo fueron las altas temperaturas ocasionando disminución de caudales medios para la generación de energía, haciendo que su demanda disminuyera.

Al haber realizado las validaciones de los modelos se obtiene que el mejor modelo para la predicción del consumo de energía es un modelo de regresión lineal múltiple con enfoque económico que tuvo como variable exógena el Producto Interno Bruto. Este modelo presenta coeficientes de correlación entre 0,8 y 0,9, mostrando la correlación de las variables exógenas a la variable respuesta, en este caso la demanda energética. Adicional a esto las diferencias porcentuales del error aleatorio no superan el 5% en su mayoría, los valores atípicos de sobre estimación se mencionaron anteriormente. Los otros dos modelos presentan una subestimación en mayor medida que el modelo de regresión lineal con enfoque económico.

Frente a los modelos presentados por la UPME la cual los realiza por medio de series temporales, los modelos presentados en esta investigación son modelos basados en la técnica de regresión, la cual presenta una ventaja frente a otros modelos de proyección revisados y es la precisión de las modelaciones invirtiendo pocos recursos. Adicionalmente, presenta una ventaja en el ámbito ambiental y estadístico, dado que se puede observar directamente la relación de las variables explicativas frente a la demanda; permitiendo el estudio de la variación de los diferentes escenarios que pueda presentar cada una de estas variables. Mientras que los modelos de series temporales presentan el inconveniente de no incluir un conjunto más amplio de variables explicativas, de modo que no se logra entender muy claro las relaciones que sin duda existen entre casi todas las variables económicas, demográficas, sociales y climáticas, perdiendo capacidad de análisis al tiempo que se renuncia, implícitamente, al estudio teórico previo.

Esta investigación a diferencia de las revisadas a nivel mundial, nacional y local presenta una ecuación diferente de regresión para cada uno de los estratos socioeconómicos, disminuyendo el error que pueda presentarse, debido a las diferencias porcentuales que existen en el consumo de energía por estrato.

Dado que este modelo permite la caracterización del consumo energético por medio del estudio de los factores que intervienen en la demanda energética, presenta la utilidad de reducir impactos ambientales mediante la prevención, dado que al entregar una ecuación confiable para dicho pronóstico permitirá que la planeación energética intervenga en impactos tales como construcciones innecesarias de líneas de distribución debido a la expansión de la ciudad, relacionada en este modelo por medio de la variable de usuarios finales.

Al encontrar una herramienta de pronóstico útil para el plan energético se facilitará el estudio de temas de seguridad energética, el desarrollo económico y la mitigación ambiental. Con el fin de incluir la eficiencia energética en todos los mercados por medio de implantación de capturas de carbono cuando la demanda proyectada sea superior y sea necesaria la generación de energía a partir de combustible fósil y redes inteligentes de distribución que permitan un mejor manejo de la demanda, la integración de las energías renovables, los sistemas de almacenamiento y el aumento de eficiencias.

6. IMPACTO SOCIAL

Debido al constante crecimiento del consumo de energía eléctrica, la implementación de programas de uso eficiente de energía eléctrica se convierte en una necesidad que permite beneficios, tanto para el usuario como para la sociedad. Para conseguir tales utilidades es necesario evaluar la efectividad de dichos programas, un modelo de pronóstico se convierte en una herramienta que ayuda a evaluar esta efectividad por medio de mediciones objetivas y precisas, más no de muestras empíricas e impresiones particulares dado que toma el análisis de variables significativas que pueden explicar de mejor forma el comportamiento del consumo.

El principal objetivo del sistema eléctrico es suministrar el servicio de energía de manera continua y confiable, por esta razón debe adaptarse continuamente a la demanda. Sin embargo, los sistemas eléctricos no son sistemas adaptativos, y para suplir dicha demanda requiere contar con una predicción estimada del valor demandado por dicho sistema. De este modo, el presente pronóstico entrega una herramienta que puede ser utilizada para la identificación de factores en los cuales se debe realizar modificaciones y cumplir con las exigencias del servicio. Ayudando a la toma de decisiones que puedan prevenir sobrecargas, evitar fallas de los equipos o apagones que implican grandes pérdidas y de esta manera mejorar el servicio de energía eléctrica.

Al entregar un modelo acertado, con variables explicativas que caractericen el consumo eléctrico se contribuye a una correcta planeación energética, con el fin de que tenga una correcta generación de unidades y no se tengan que realizar generaciones más costosas para atender la demanda o en el caso contrario prescindir de generaciones programadas, escenarios implicando mayores costos de generación.

Un modelo de pronóstico puede ser una herramienta importante en la formulación de campañas de incentivo en concientización ambiental por parte del gobierno a la ciudadanía. Mostrando los valores futuros que puede llegar a tener la demanda energética si se continúan con hábitos actuales, generando incentivos para disminuir el consumo.

7. CONCLUSIONES

Esta investigación presenta el método de regresión lineal con interpretación económica para predecir la demanda de energía eléctrica y explora la efectividad de este modelo para escalas de largo plazo. Este modelo económico muestra ser superior al modelo de regresión lineal múltiple con enfoque climático y al modelo econométrico de logaritmo doble en términos de precisión en el cálculo de la demanda de energía eléctrica como se evidencia en las herramientas de evaluación del modelo empleadas, como el coeficiente de determinación con valores superiores a 0,9 excepto en el estrato 5. Así como también en la diferencia porcentual del error relativo con valores menores al 5%. A excepción de este estrato se presenta una sobreestimación de la demanda debido a los consumos atípicos del segundo semestre del año 2016.

En línea con la investigación, se llega a que la demanda de energía eléctrica se ve explicada en gran parte por los usuarios, dado que ellos son los principales actores en la misma. Es por esto que los estratos con mayor ocupación tienen los mayores consumos energéticos.

Es importante resaltar que se prefiere el modelo económico ya que es el único modelo que no tiene subestimaciones marcadas ya que cuenta con variables cuantitativas que pueden llegar a explicar parcialmente variables cualitativas, como lo es el producto interno bruto que gracias al análisis del poder adquisitivo de los usuarios se pueden analizar consumos hipotéticamente en base a los modelos de electrodomésticos que tiene en sus hogares. Como también la inelasticidad de la demanda de energía respecto al precio de la misma en estratos donde se tienen subsidios o poderes adquisitivos altos como lo son el grupo de estratos 1-2 y 5-6. En consecuencia cabe mencionar lo importante que es analizar el comportamiento de la demanda agrupando los datos por estratos socioeconómicos, mostrando como los subsidios y contribuciones hacen que esta demanda se mantenga inelástica en el tiempo.

En la investigación se puede llegar a concluir con base en las elasticidades, como la energía hace parte de un servicio necesario y por tanto no tiene servicios sustitutos que puedan hacer variar la demanda de ésta respecto al precio. Es por esto que la elasticidad de la demanda eléctrica con base al gas natural arroja el resultado de un bien complementario. Este análisis es importante en el afán de incluir energías limpias que puedan ser bienes sustitutos o complementarios de la energía eléctrica haciendo que la oferta energética se encuentre diversificada.

Se encuentra como un modelo de pronóstico ofrece una herramienta precisa y efectiva para estudios de planes energéticos, por medio de análisis de factores que intervienen en el consumo; permitiendo así una mejor caracterización de la demanda. De esta forma cuando

se realiza una correcta planeación energética se pueden minimizar los impactos ambientales mediante una correcta predicción de la demanda energética futura, evitando sobre estimaciones, que pueden llegar regular las creaciones de centrales de generación o líneas eléctricas innecesarias.

Finalmente se evidencia la dificultad de predecir el consumo de energía, dado que incluso el modelo más sofisticado tendría alguna parte de la realidad que no podría explicarse, ya que el número de factores en los fenómenos de la vida real es infinito.

8. RECOMENDACIONES

Para tener una mayor precisión en el pronóstico energético se recomienda incluir más variables para una investigación continuada teniendo en cuenta estilos de vida mediante encuestas y stock eléctricos por usuario, para así demostrar la relación directamente proporcional del poder adquisitivo al del consumo.

Se sugiere también a las empresas prestadoras del servicio de energía, facilitar investigaciones de este tipo ya que pueden ser incluidas en la toma de decisiones de gestión tanto interna, como externa.

Adicional a esto se recomienda al gobierno, tener mayor control de calidad en los datos abiertos al público, como también la permanencia de los mismos en el sistema.

Este estudio ayuda a concluir que los fenómenos climáticos influyen significativamente en la demanda de energía, por esto se recomienda a las empresas generadoras dar mayor importancia a los planes preventivos antes de contingencia en tema de disminución de caudales.

Se recomienda estudios complementarios de la inclusión del modelo de pronóstico para la implementación de redes inteligentes de energía, que permitan el manejo avanzado del consumo, utilizando la infraestructuras de redes existentes para montar sobre ellas una red de comunicación por la cual se transmitan datos que permitan operar en forma mucho más eficiente la red de distribución.

9. BIBLIOGRAFÍA

- [1] World Bank, "Progress Toward Sustainable Energy," New York , 2015.
- [2] International Energy Agency , *World Energy Outlook*, Paris , 2015 .
- [3] H. Molina, "DANE Proyecciones de estudio de poblacion," Bogotá, 2013.
- [4] Universidad Nacional de Colombia, *Determinación del consumo final de energía en los sectores residencial urbano, comercial y determinación de consumos para equipos domésticos de energía eléctrica y gas.*, Bogota, 2006.
- [5] E. Siegel, *Predictive Analytics: The Power to Predict Who Will Click, Buy, Lie, or Die*, Revised and Updated, Wiley, 2016, p. 17.
- [6] P. P. Merino, "Ecommerce News," [Online]. Available: <https://ecommerce-news.es/los-datos-nuevo-petroleo-del-siglo-xxi-41824>.
- [7] E. Carbonell, *Regresión Lineal: Un enfoque conceptual y práctico*, INIA, 1983.
- [8] "Las desventajas de la Regresión lineal múltiple.," 2015. Available: <http://www.cusiritati.com/G4mP2LNBa/>.
- [9] R. Kizys, "Modelo de regresión lineal múltiple en la economía aplicada," UOC, Madrid, 2012.
- [10] A. Marshall, "Principios de Economía," 1890.
- [11] M. P. C. Navarrete, "Aplicación del método de regresión lineal en el análisis de los determinantes de la inversión extranjera en Colombia.," San Francisco, California , 2011.
- [12] A. Sancho, *Econometría de Regresiones Económicas*, Madrid.
- [13] J. Browlee, "Towards Data Science," 2017. Available: <https://towardsdatascience.com/train-validation-and-test-sets-72cb40cba9e7>.
- [14] Análisis predictivo: técnicas , modelos utilizados y aplicaciones del mismo tipo de herramientas Open Source. , *Carlos Espino Timon.*, Catalunya: Universidad Oberta de Catalunya, 2017.

- [15] J. Strickland, *Predictive Analytics using R*, 2014.
- [16] E. Paradis, "R for beginners," Institut des Sciences de l'Evolution, Universit Montpellier , Paris, 2005.
- [17] E. Mayor, *Learning Predictive Analytics with R.*, 2015.
- [18] World Energy Council , *Mapa de Energía Mundial*, 2014.
- [19] S. K. C. T. S. Saravanan, *India's Electricity demanda forecast using regression analysis and artificial neural networks based on principal components.*, Chennai : Deparmebt of Electronics Engineering, Kalasalingam University India, 2012.
- [20] *Modelling and Forecasting Residential Electrycity Consumption in the U.S Mountain Region*, 2005.
- [21] Z. Mohammed, *Forecasting electric consumption in New Zeland usin economis and demographic variables*, Christchurch: Departamento de Ingeniería Eléctrica e Informática, Universidad de Canterbury, 2003.
- [22] XM, "Informe de Operación del SIN y Administración de Mercado.," 2015. Available: <http://informesanuales.xm.com.co/2014/SitePages/operacion/3-1-Demanda-de-energia-nacional.aspx>.
- [23] Sistema Único de Información para servicios dmiciliarios , "SUI," 2016. Available: http://reportes.sui.gov.co/fabricaReportes/frameSet.jsp?idreporte=ele_com_067.
- [24] J. O. V. M. G. Andres Felipe Barrientos, "Un modelo spline para el pronóstico de la demanda de energía eléctrica," *Revista Colombiana de Estadística* , vol. 30, no. 2, p. 187 a 202, 2007.
- [25] UPME, *Proyección de demanda de Energía Eléctrica en Colombia*, Bogotá, 2012.
- [26] R. Arce, *MODELOS ARIMA*, Dpto Economía Aplicada..
- [27] C. A. Garcia, *Modelo para la proyección de demanda de energía eléctrica en Colombia.*, Bogotá: Subdireccion de Demanda UPME, 2014.
- [28] UPME, *Proyección regional de demanda de energía eléctrica.*, Bogotá , 2016.

- [29] FEDESARROLLO, Centro de investigación económica y social., "Análisis de la situación energetica en Bogotá y Cundinamarca.," Bogotá, 2015.
- [30] Congreso de la República de Colombia, *Ley 142 de 1994, Regimen de los servicios publicos domiciliarios.*, 1994.
- [31] Congreso de la República de Colombia , *Ley 689 de 2001*, 2001.
- [32] Ministerio de Minas y Energía, *Decreto 3683*, Bogotá, 2003.
- [33] Ministerio de Minas y Energía, "Programa de uso racional y eficiente de energía y fuentes no convencionales.," Bogotá, 2010.
- [34] C. N. d. l. r. d. Colombia, *Ley 1715*, Bogotá, 2014.
- [35] Departamento Administrativo Nacional de Estadística, *Archivo de estimación y proyección de población Nacional, Departamental y Municipal total por área (1985-2020)*, Información Estadística, 2011.
- [36] Departamento Administrativo Nacional de Estadística, *Cuentas Nacionales Departamentales*, Bogotá: Informacion estadística, 2016.
- [37] UPME, Unidad de Planeación Minero Energetica, "Cobertura de energía electrica base por departamento.," Generador de consultas, Bogota, 2016.
- [38] UPME, Unidad de Planeación Minero Energetica, "Proyeccion de demanda de energía Electrica y potencia máxima en Colombia.," Bogota, 2016.
- [39] J. d. Quinto, *Seguridad de suministro: Un valor en alza para la politica energetica y en la política de seguridad nacional.*, Madrid: UNISCI, 2007.
- [40] F. Barrero, *Sistemas de energia electrica*, Madrid, España: Thomson, 2004.
- [41] Departamento Administrativo Nacional de Estadística, "DANE," 2015. Available: <http://www.dane.gov.co/index.php/estratificacion-socioeconomica/metodologia>. [Accessed 11 2017].
- [42] Secretaria Distrital de Planeacion , *Boletin No. 60: Ultima actualización de estratificacion en Bogotá, Boletin de prensa.*, Bogotá: Volumen 1, 2015.

- [43] Comision de Regulación de Energía y Gas., *Resolución 119*, Bogota , 2007.
- [44] Comision de Regulacion de Energía y Gas., *Plan Tarifario de Energía*, Bogotá, 2007.
- [45] Congreso Nacional de la República de Colombia, *Ley 697*, Bogotá, 2001.
- [46] Comisión de Regulación de Energía y Gas. , "Indice de conceptos Subsidios en electricidad y gas 003728," Bogota , 2004.
- [47] Empresa de servicios publicos de Colombia , "Aplicaciones, subsidios y contribuciones EPM," 2015.. Available: <http://aplicaciones.chec.com.co/sitioweb/node/377>. [Accessed 18 11 2017].
- [48] Etiquetado Energético Colombia, "Programa de Etiquetado," 2016. Available: <http://www.etiquetaenergetica.gov.co/?p=1644>.
- [49] Ministerio de Minas y Energía de Colombia, *Resolución 41012*, Bogotá, 2015.
- [50] Departamento Administrativo Nacional de Estadística , "Producto Interno Bruto," DANE, Bogotá, 2017.
- [51] V. S. G. Jacobo Campo Robledo, *Relación Consumo de energía eléctrica y PIB: Evidencia desde un panel cointegrado de 10 paises de America Latina.*, Bogotá: Universidad Catolica , 2013.
- [52] J. P. Ana Maria Macias Parra, "Estudio de generación electrica bajo escenario de cambio climatico UPME," 2014. Available: http://www1.upme.gov.co/Documents/generacion_electrica_bajo_escenarios_cambio_climatico.pdf. [Accessed Diciembre 2017].
- [53] Ecopetrol, 22 Septiembre 2014. Available: https://www.ecopetrol.com.co/wps/portal/es/ecopetrol-web/productos-y-servicios/productos/gas-natural/Informaci%C3%B3n%20General/que-es-el-gas-natural/!ut/p/z0/04_Sj9CPykssy0xPLMnMz0vMAfIjo8ziLQIMHd09DQy9DZwt3QwcjTwsQxw9g4I8nIz0C7IdFQEONbdQ/. [Accessed Diciembre 2017].
- [54] Unigas , 2015. Available: <http://www.unigas.com.co/nosotros/que-es-glp>. [Accessed 2017].

- [55] T. Mueller, *Oferta y demanda de energía y electricidad: consecuencias para el medio ambiente global.*, Helsinki, 2010.
- [56] Mónica Loustaunau, *Aspectos e impactos ambientales.*, Veracruz , 2014.
- [57] Instituto para la Diversificación y Ahorro de la Energía, *Impactos ambientales de la producción de electricidad: Estudio comparativo de ocho tecnologías de generación eléctrica.*, Madrid., 2015.
- [58] Gas Natural Fenosa , *El impacto ambiental de las distintas fuentes energéticas de generación eléctrica.*, Bogotá: Energía y medio ambiente, 2013.
- [59] Banco Mundial, "Emisiones de CO2 originadas por edificios residenciales y servicios comerciales y públicos.," 2016. Available: <https://datos.bancomundial.org/indicador/EN.CO2.ETOT.ZS>. [Accessed 2018].
- [60] Universidad de los Andes, *Hidroeléctricas un salvavidas o una amenaza a el calentamiento global.*, Bogotá, 2011.
- [61] A. B. Friedman, *El agotamiento de las reservas, más cerca de lo que se piensa: Cuando se acabe el petróleo.*, New York City, 2006.
- [62] Banco Mundial , *Enviromental Policy for Dam and Reservoir Projects.*, Washington D.C, 2010.
- [63] Semana , "Áreas protegidas son insuficientes para proteger los grandes vertebrados de Colombia.," 19 04 2018. [Online]. Available: <https://sostenibilidad.semana.com/impacto/articulo/areas-protegidas-son-insuficientes-para-proteger-los-grandes-vertebrados-de-colombia/40859>. [Accessed 09 2018].
- [64] E. J. B. Cabal, *Revisión de emisiones de CO2 en Colombia por la generación de energía eléctrica para el sistema interconectado Nacional en época de fenómeno de El Niño entre los años 1990-2016.*, Bogotá, 2017.
- [65] M. K. Jiawei Han, *Data Maning: Concepts and Techniques*, San Francisco: Morgan Kauffman Publishers, 2006.
- [66] Consejo Nacional de Electricad, *Plan Maestro de Electrificacion 2013 y 2022*, Quito, 2011.

- [67] Minitab, "Support Minitab," 2013. Available: <https://support.minitab.com/es-mx/minitab/18/help-and-how-to/modeling-statistics/regression/how-to/partial-least-squares/interpret-the-results/all-statistics-and-graphs/model-selection-table/>.
- [68] F. Rivas, *El significado de la significancia*.
- [69] J. M. D. P. R. Carlos Peña, *Forecasting Water Demand in Residential, commercial and Industrial Zones in Bogota, Colombia*, Alicante : Universidad de Alicante , 2016.
- [70] Ministerio de Minas y Energía, "Evolución Mercado Energético," Congreso República de Colombia, Bogotá, 2012.
- [71] Congreso Nacional de Colombia , *Ley 607*, Bogota, 2001.
- [72] SIU, "Sistema Unico de Información de Servicios Públicos Domiciliarios.," Available: <http://www.sui.gov.co/web/energia>. [Accessed 2016].
- [73] DANE, *Distribución de la población por estratos en las grandes ciudades.*, Bogotá, 2015.
- [74] Departamento Administrativo Nacional de Estadística, *Producto Interno Bruto Historico de Bogotá por ramas de actividad economica*, Bogota: Informacion Estadística , 2016.
- [75] Camara de Comercio de Bogota, *La competitividad de Bogotá en el marco del POT*, Bogota, 2017.
- [76] IDEAM, *Datos historicos multianuales de Temperatura Superficial*, Bogotá.
- [77] XM , "Por fenómeno El Niño, niveles de embalses cayeron en octubre y se ubicaron en 62,5%: XM," Noviembre 2015. Available: <http://dataifx.com/noticias/por-fen%C3%B3meno-el-ni%C3%B1o-niveles-de-embalses-cayeron-en-octubre-y-se-ubicaron-en-625-xm>. [Accessed Diciembre 2017].
- [78] SUI, "Sistema Unico de Informacion de Servicios publicos domiciliarios," Available: <http://www.sui.gov.co/web/gas-natural>.
- [79] J. Barrientos, "Modelo para el pronóstico del precio de la energía eléctrica en Colombia," Medellin, 2012.

- [80] U.S Energy Information Administration., "Consumption & Efficiency," Independent Statistics & Analysis , Washington, 2013.
- [81] Secretaria Distrital de Planeación , *La estratificación en Bogota D.C. y estudios relacionados*, Bogotá: Alcaldía Mayor de Bogotá , 2014.
- [82] Comisión de Regulación de Energía y Gas , *Definicion de la formula tarifaria de energia electrica, para el proximo periodo tarifario.*, Bogotá , 2015.
- [83] Semana , "Curiosidades del gran apagon que amenaza con repetirse.," 2015.
Available: <http://www.semana.com/nacion/articulo/asi-fue-el-rationamiento-de-energia-en-1992-en-el-gobierno-de-cesar-gaviria/448643-3>. [Accessed Diciembre 2017].
- [84] R. M. Granados, "Modelos de regresión lineal múltiple," Departamento de Economía Aplicada, Granada, España, 2016.
- [85] Congreso Nacional de la Republica de Colombia, *Ley 143 de 1994*, 1994.
- [86] J. M. P. Gomez, Interviewee, *Consulta sobre manejo de pronosticos de demanda energetica.*. [Interview]. Febrero 2017.

10. ANEXOS

Anexo 1 Resumen de revisión bibliográfica

Titulo Investigación	Lugar de estudio	Tipo de modelo	Variables	Resumen	Metodología	Conclusiones
Modelo para el pronóstico del precio de la energía eléctrica en Colombia [79]	Colombia	Regresión Económica	Independientes : PIB, demanda energética, nivel de los embalses	Se investigaron los factores que determinan el precio de la energía eléctrica en el mercado colombiano. También se lleva a cabo un ejercicio de pronóstico de largo plazo para los precios de la energía transados en la bolsa energética, para este propósito se utilizaron técnicas de vectores de corrección de errores y el enfoque de redes neuronales.	Los datos utilizados para el pronóstico fueron tomados de la UPME y por la compañía XM Expertos en Mercado para la demanda, oferta y nivel de embalses. Para un mejor desempeño de la RNA se ajustó a 5 variables de entrada correspondientes a: Demanda de energía eléctrica, Oferta real, nivel de embalses actual, nivel de embalses en el periodo t-1 y nivel de embalses en el periodo t-2; y una de salida siendo el precio, los datos de ingreso fueron tomados mensualmente entre 1996 y 2009, de esta manera las predicciones del costo de energía fueron más acertadas. Los criterios de análisis fueron: Error máximo, Error mínimo, Error medio cuadrático, Raíz de errores medio cuadrático, Raíz de error medio cuadrático porcentual, Error medio absoluto y Error medio absoluto porcentual. Debido que la predicción del precio a partir del año 2010 mostro un bajo desempeño.	El modelo econométrico evidenció una relación inversa entre el precio y el nivel de los embalses, concluyendo que a mayor oferta de energía de origen hídrico menor debe ser el precio de la energía; sin embargo mediante la RNA no se evidencio con la misma notoriedad esta relación. Los precios medios proyectados para el periodo de 2010-2017 mediante la RNA oscilaron entre 100\$/kWh y 150\$/kWh.
			Dependiente: Precio de la Energía			
		Redes Neuronales	Independiente: Demanda energética, Oferta de electricidad, nivel de los embalses			
			Dependiente: Precio de la energía			
India's electricity demand forecast using regression analysis and artificial neural networks based on principal components [19]	India	Red Neuronal	Independiente: Emisiones de CO2, Población per cápita, PIB, Ingreso neto per cápita, Ahorro interno neto, Industria, Índice de precio del consumidor, Índice de venta al por mayor, Importaciones, Exportaciones y Consumo de energía per cápita	El objetivo de este estudio fue proyectar la demanda de consumo energético en India para un periodo de 19 años desde 2012 hasta 2030, mediante una metodología basada en redes neuronales artificiales para la cual se necesitaron en total 11 variables de entrada y sus resultados fueron comparados con múltiples regresiones lineales basadas en datos originales de los principales componentes, determinando la	Se realiza un para predecir el consumo de energía en ese país. Los autores aplican tres modelos: el modelo de Grey-Marhov que es más utilizado para pronosticar el consumo de crudo, mientras que el Grey-Model con mecanismo de rotadura para pronosticar carbón y electricidad y el análisis de espectro singular para el pronóstico del consumo de gas natural. Los resultados obtenidos los compararon con la comisión de planificación de la proyección de la India	Los resultados mostraron que el usar redes neuronales artificiales deja resultados más cercanos a la realidad que usando regresiones lineales debido a que el consumo energético es complejo influenciado por múltiples factores, que los modelos de predicción regulares no tienen en cuenta y las redes neuronales artificiales si. El valor medio calculado para estos 19 años fue 1506,69 BkWh

Título Investigación	Lugar de estudio	Tipo de modelo	Variables	Resumen	Metodología	Conclusiones
		Regresión Lineal	Dependiente: Demanda de consumo energético	efectividad del uso de redes neuronales artificiales para la predicción de estos consumos de energía.		
Modelling and Forecasting Residential Electricity Consumption in the U.S. Mountain Region [20]	Estados Unidos	Económico	Independiente: Precio de electricidad, Ingreso real per cápita, número de hogares, Precio del gas Natural y Variables meteorológicas Dependiente: Demanda de electricidad	El objetivo del estudio fue desarrollar dos simulaciones para analizar la demanda energética doméstica en la región montañosa de los EE. UU. En un periodo de 19 años, teniendo en cuenta las variaciones climáticas y los gases de efecto invernadero.	El objetivo del estudio fue desarrollar dos simulaciones para analizar la demanda energética doméstica en la región montañosa de los EE. UU. En un periodo de 19 años, teniendo en cuenta las variaciones climáticas y los gases de efecto invernadero.	Los resultados obtenidos en el estudio sugieren que para la primera modelación al incrementar el precio de la energía en un 10% para el 2030 se habrá reducido el consumo de energía en un 2% y en mas de un 2% las emisiones de CO2. Para la segunda modelación se concluyó que entre 2020 y 2030 el consumo de energía a mayor temperatura en la Tierra aumentará de un 27% a un 40% debido al mayor uso de refrigeración y en un 23% crecerán las emisiones de CO2. Por lo tanto se concluye que la sensibilidad de la demanda de electricidad es inelástica (poca variación) al aumentar el precio, lo cual sugiere que las variaciones climáticas tienen mayor sensibilidad en el cambio de la demanda energética en los hogares de las regiones montañosas de los Estados Unidos.
Forecasting electricity consumption in New Zealand [21]	Nueva Zelanda	Análisis de Regresión lineal múltiple	Independiente: Promedio del precio de electricidad, Población y PIB Dependiente: Consumo energético	El modelo para la predicción del consumo de electricidad en Nueva Zelanda se realizó mediante análisis de regresión lineal múltiple, donde los datos de las variables de entrada se tomaron en los periodos de 1965 - 1999 y el resultado de esta proyección fue comparado con otras proyecciones nacionales disponibles.	Los datos del consumo de energía fueron obtenidos por los Reportes de Planeación Energética, publicados por el Ministerio de Energía de Nueva Zelanda, los archivos de datos de energía y los datos de los precios de energía se obtuvieron de las publicaciones del Ministerio de Desarrollo Económico (MED), y los datos de PIB se tomaron de Nueva Zelanda Estadística. Las proyecciones con las que se compararon los precios hallados en este trabajo fueron publicadas por el MED y por el Centro de Ingeniería Avanzada (CIA), estas proyecciones fueron realizadas por la Unidad de	Realizando la comparación de las predicciones se determinó que los precios en promedio de la proyección del artículo son más altos que los realizados por el MED y el CIA para el sector doméstico. El consumo promedio proyectado por medio de la regresión lineal fue de 3,5 GWh

Título Investigación	Lugar de estudio	Tipo de modelo	Variables	Resumen	Metodología	Conclusiones
					Modelación y Estadística de Energía den Ministerio de Comercio.	
Plan maestro de electrificación 2013-2022 [66]	Quito, Ecuador	Regresión logarítmica lineal	Independiente: Producto interno bruto, Población nacional, número de viviendas, y las viviendas con energía eléctrica del país	El objetivo era elaborar un pronóstico de energía eléctrica, para corto, mediano y largo plazo, que incluyera, variables políticas, económicas, demográficas y ambientales. Para que con los resultados arrojados permitiera llegar a una adecuada expansión del sector con el fin de abastecer del suministro de energía con niveles de confiabilidad	Para el estudio de esta investigación se contaron con bases de datos históricos del 1999 al 2011, adicional se realizaron proyecciones de variables demográficas para la estimación al modelo.	Se estimaron y proyectaron las ventas en unidades físicas, clientes y energía, de cada una de las categorías denominadas "Categorías Estadísticas", es decir por uso o grupo de consumo. Ellas son: Residencial, comercial, industrial, alumbrado público y otros. De este modo se agrupan las demandas en categorías homogéneas desde el punto de vista de las variables que explican su comportamiento. Llevan a la conclusión que los mejores modelos para la proyección de energía son de tipo econométrico, ya que les permiten integrar variables que están directamente relacionadas con propiedades cualitativas de la población.

Anexo 2. Análisis de correlación de variables en R studio

	<i>Consumo Energía</i>	<i>Facturación Energía</i>	<i>Usuarios</i>	<i>Ingresos</i>	<i>Producto Interno Bruto</i>	<i>Temperatura Superficial</i>	<i>Facturación Gas</i>
<i>Consumo Energía</i>	1.00000000	0.9617790	0.9283928	0.88548816	0.89490444	0.843101	0.7169575
<i>Facturación Energía</i>	0.9617790	1.00000000	0,973546	0,809789	0,912675	0,678910	0,669083
<i>Usuarios</i>	0.9283928	0,973546	1.00000000	0,432819	0,567354	0.15588825	0.35916169
<i>Ingresos</i>	0.885488165	0,809789	0,432819	1.00000000	0.8012057	0.001874	0.6561103
<i>Producto Interno Bruto</i>	0.89490444	0,912675	0,567354	0.8012057	1.00000000	0,0356998	0,794521
<i>Temperatura Superficial</i>	0.843101	0,678910	0.15588825	0.001874	0,0356998	1.00000000	0,6561103
<i>Facturación Gas</i>	0.7169575	0,669083	0.35916169	0.6561103	0,794521	0,6561103	1.00000000

Anexo 3. Resultados Regresiones Lineales por Estrato en programa R studio.

REGRESION LINEAL MULTIPLE VARIABLE CLIMATICA Y ECONOMICA.

✓ **Estrato 1:**

Call:
lm(formula = DataR1_70\$C_energia ~ DataR1_70\$Fac_energia + DataR1_70\$Temp_Sup +
DataR1_70\$Suscriptores)

Residuals:
Min 1Q Median 3Q Max
-1510482 -384597 26147 357710 1529020

Coefficients:
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 5.872e+06 5.242e+05 11.201 <2e-16 ***
DataR1_70\$Fac_energia 1.073e-03 5.868e-05 18.288 <2e-16 ***
DataR1_70\$Temp_Sup -3.220e+04 1.968e+04 -1.636 <0.0105 **
DataR1_70\$Suscriptores 5.551e+01 4.916e+00 11.291 <2e-16 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 615000 on 96 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9608, Adjusted R-squared: 0.9596
F-statistic: 783.9 on 3 and 96 DF, p-value: < 2.2e-16

✓ **Estrato 2:**

Call:
lm(formula = DataR2_70\$C_energia ~ DataR2_70\$Fac_energia + DataR2_70\$Temp_Sup + DataR2_70\$Suscriptores)

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-10020151	-1482975	465247	2025952	6197988

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	3.707e+07	2.626e+06	14.119	< 2e-16 ***
DataR2_70\$Fac_energia	1.060e-03	9.702e-05	10.921	< 2e-16 ***
DataR2_70\$Temp_Sup	-3.768e+05	1.094e+05	-3.443	0.000855 ***
DataR2_70\$Suscriptores	5.565e+01	7.047e+00	7.896	4.71e-12 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 3147000 on 96 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9786, Adjusted R-squared: 0.9779
F-statistic: 1464 on 3 and 96 DF, p-value: < 2.2e-16

✓ Estrato 3:

Call:

```
lm(formula = DataR3_70$C_energia ~ DataR3_70$Fac_energia + DataR3_70$Temp_Sup +  
    DataR3_70$Suscriptores)
```

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-4.212e+09	-1.647e+09	-7.626e+08	1.027e+09	7.382e+09

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-6.724e+10	4.186e+09	-16.064	< 2e-16 ***
DataR3_70\$Fac_energia	4.371e+02	6.691e+01	6.533	3.07e-09 ***
DataR3_70\$Temp_Sup	4.823e+08	7.614e+07	6.335	7.66e-09 ***
DataR3_70\$Suscriptores	7.531e+04	8.466e+03	8.895	3.51e-14 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.466e+09 on 96 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.8865, Adjusted R-squared: 0.8829
F-statistic: 249.8 on 3 and 96 DF, p-value: < 2.2e-16

✓ Estrato 4:

Call:

```
lm(formula = DataR4_70$C_energia ~ DataR4_70$Fac_energia + DataR4_70$Temp_Sup +  
    DataR4_70$Suscriptores)
```

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-999561953	-418770232	-42206699	270420035	1433421412

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-1.638e+10	9.638e+08	-16.998	< 2e-16 ***
DataR4_70\$Fac_energia	2.241e+02	4.373e+01	5.124	1.54e-06 ***
DataR4_70\$Temp_Sup	6.357e+07	1.661e+07	3.828	0.00023 ***

DataR4_70\$Suscriptores 8.656e+04 5.147e+03 16.816 < 2e-16 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 551500000 on 96 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.9608, Adjusted R-squared: 0.9595

F-statistic: 783.4 on 3 and 96 DF, p-value: < 2.2e-16

✓ *Estrato 5:*

Call:

```
lm(formula = DataR5_70$C_energia ~ DataR5_70$Fac_energia + DataR5_70$Temp  
_Sup +  
DataR5_70$Suscriptores)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-1553350	-321275	111918	417511	1083256

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	2.030e+07	1.760e+06	11.535	< 2e-16 ***
DataR5_70\$Fac_energia	8.188e-04	1.930e-04	4.242	5.1e-05 ***
DataR5_70\$Temp_Sup	-4.997e+04	1.831e+04	-2.729	0.00755 **
DataR5_70\$Suscriptores	-7.282e+01	3.529e+01	-2.064	0.04175 *

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 584600 on 96 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.74206, Adjusted R-squared: 0.74025

F-statistic: 23.23 on 3 and 96 DF, p-value: 2.181e-11

✓ *Estrato 6:*

Call:

```
lm(formula = DataR6_70$C_energia ~ DataR6_70$Fac_energia + DataR6_70$Temp  
_Sup +  
DataR6_70$Suscriptores)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-1807442	-417056	47558	494078	1391115

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	2.045e+07	1.492e+06	13.713	< 2e-16 ***
DataR6_70\$Fac_energia	1.099e-03	1.712e-04	6.419	5.21e-09 ***
DataR6_70\$Temp_Sup	-9.214e+04	1.943e+04	-4.741	7.38e-06 ***
DataR6_70\$Suscriptores	-8.416e+01	4.007e+01	-2.100	0.0383 *

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 635200 on 96 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.9391, Adjusted R-squared: 0.9309

F-statistic: 90.63 on 3 and 96 DF, p-value: < 2.2e-16

1. Resultados Regresiones Lineales por Estrato en programa R studio.
REGRESION LINEAL MULTIPLE VARIABLES ECONOMETRICAS,
ELASTICIDADES.

✓ **Estrato 1:**

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-1470830	-385961	89541	354152	1720569

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	5.196e+06	1.168e+06	4.448	2.33e-05	***
DataR1_70\$Fac_energia	1.040e-03	1.108e-04	9.392	3.01e-15	***
DataR1_70\$Suscriptores	5.873e+01	5.369e+00	10.938	< 2e-16	***
DataR1_70\$PIB	5.232e+03	4.676e+04	0.112	0.911	

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 623500 on 96 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9597, Adjusted R-squared: 0.9584
F-statistic: 761.8 on 3 and 96 DF, p-value: < 2.2e-16

✓ **Estrato 2:**

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-8772709	-1623369	490492	1991256	7700689

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	1.774e+07	5.736e+06	3.093	0.00259	**
DataR2_70\$Fac_energia	7.100e-04	1.272e-04	5.582	2.21e-07	***
DataR2_70\$Suscriptores	7.316e+01	6.721e+00	10.886	< 2e-16	***
DataR2_70\$PIB	5.584e+05	2.456e+05	2.274	0.02520	*

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 3249000 on 96 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9772, Adjusted R-squared: 0.9765
F-statistic: 1372 on 3 and 96 DF, p-value: < 2.2e-16

✓ **Estrato 3:**

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-5.449e+09	-1.593e+09	-4.269e+08	1.596e+09	7.561e+09

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	-4.671e+10	4.038e+09	-11.567	< 2e-16	***
DataR3_70\$Fac_energia	1.593e+02	7.485e+01	2.129	0.0358	*
DataR3_70\$Suscriptores	5.070e+04	8.718e+03	5.816	7.90e-08	***

DataR3_70\$PIB 1.075e+09 1.573e+08 6.833 7.63e-10 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.409e+09 on 96 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.8917, Adjusted R-squared: 0.8883

F-statistic: 263.4 on 3 and 96 DF, p-value: < 2.2e-16

✓ Estrato 4:

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-1.198e+09	-4.082e+08	-8.060e+07	3.800e+08	1.604e+09

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-1.513e+10	1.017e+09	-14.867	< 2e-16 ***
DataR4_70\$Fac_energia	1.928e+02	5.272e+01	3.658	0.000416 ***
DataR4_70\$Suscriptores	8.802e+04	6.426e+03	13.698	< 2e-16 ***
DataR4_70\$PIB	1.042e+07	5.350e+07	0.195	0.846014

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 5.92e+08 on 96 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.9548, Adjusted R-squared: 0.9534

F-statistic: 675.7 on 3 and 96 DF, p-value: < 2.2e-16

✓ Estrato 5:

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-1614282	-293258	71290	347667	1480399

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	1.864e+07	1.531e+06	12.171	< 2e-16 ***
DataR5_70\$Fac_energia	4.507e-04	1.799e-04	2.505	0.01394 *
DataR5_70\$Suscriptores	-1.031e+02	3.464e+01	-2.975	0.00371 **
DataR5_70\$PIB	2.032e+05	4.654e+04	4.367	3.19e-05 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 554300 on 96 degrees of freedom

(44 observations deleted due to missingness)

Multiple R-squared: 0.7791, Adjusted R-squared: 0.7628

F-statistic: 29.43 on 3 and 96 DF, p-value: 1.402e-13

✓ Estrato 6:

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-1367855	-404318	49780	415923	1456202

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	1.669e+07	1.390e+06	12.004	< 2e-16 ***

```
DataR6_70$Fac_energia 6.633e-04 1.709e-04 3.882 0.00019 ***
DataR6_70$Suscriptores -1.149e+02 4.100e+01 -2.802 0.00615 **
DataR6_70$PIB 2.759e+05 5.339e+04 5.168 1.29e-06 ***
---
```

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 624200 on 96 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.7481, Adjusted R-squared: 0.7802
F-statistic: 95.01 on 3 and 96 DF, p-value: < 2.2e-16

REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE VARIABLES ECONOMÉTRICAS, SERVICIO COMPLEMENTARIO.

✓ Estrato 1:

```
Call:
lm(formula = log10(DataR1_70$C_energia) ~ log10(DataR1_70$Ingresos_Usu) +
    log10(DataR1_70$Fac_energia) + log10(DataR1_70$Fac_gas) +
    log10(DataR1_70$Suscriptores))
```

```
Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.032622 -0.010077  0.001305  0.007496  0.046427
```

```
Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)    2.68789    0.23425   11.475 < 2e-16 ***
log10(DataR1_70$Ingresos_Usu) -0.25037    0.09822   -2.549  0.0124 *
log10(DataR1_70$Fac_energia)  0.38979    0.04493    8.676 1.11e-13 ***
log10(DataR1_70$Fac_gas)      0.03130    0.02909    1.076  0.2846
log10(DataR1_70$Suscriptores) 0.37591    0.04190    8.971 2.61e-14 ***
---
```

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.01409 on 95 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9579, Adjusted R-squared: 0.9562
F-statistic: 540.9 on 4 and 95 DF, p-value: < 2.2e-16

✓ Estrato 2:

```
Call:
lm(formula = log10(DataR2_70$C_energia) ~ log10(DataR2_70$Ingresos_usuario) +
    log10(DataR2_70$Fac_energia) + log10(DataR2_70$Fac_gas) +
    log10(DataR2_70$Suscriptores))
```

```
Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.035723 -0.006971  0.000481  0.008942  0.034548
```

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	2.77471	0.21826	12.713	< 2e-16 **
* log10(DataR2_70\$Ingresos_usuario)	-0.17380	0.09516	-1.826	0.070936 .
* log10(DataR2_70\$Fac_energia)	0.23240	0.05298	4.387	2.98e-05 **
* log10(DataR2_70\$Fac_gas)	0.10706	0.02963	3.613	0.000486 **
* log10(DataR2_70\$Suscriptores)	0.47769	0.04449	10.738	< 2e-16 **

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.01382 on 95 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9741, Adjusted R-squared: 0.973
F-statistic: 892.4 on 4 and 95 DF, p-value: < 2.2e-16

✓ Estrato 3

Call:
lm(formula = log10(DataR3_70\$C_energia) ~ log10(DataR3_70\$Ingresos) +
log10(DataR3_70\$Fac_energia) + log10(DataR3_70\$Fac_gas) +
log10(DataR3_70\$Suscriptores))

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.050719	-0.016812	0.002312	0.018059	0.061665

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-4.27867	0.93003	-4.601	1.3e-05 ***
log10(DataR3_70\$Ingresos)	1.15319	0.08801	13.102	< 2e-16 ***
log10(DataR3_70\$Fac_energia)	0.63278	0.18292	3.459	0.000813 ***
log10(DataR3_70\$Fac_gas)	0.04038	0.05154	0.784	0.435208
log10(DataR3_70\$Suscriptores)	0.35207	0.13875	2.537	0.012794 *

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.02387 on 95 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9457, Adjusted R-squared: 0.9434
F-statistic: 413.7 on 4 and 95 DF, p-value: < 2.2e-16

✓ Estrato 4

Call:
lm(formula = log10(DataR4_70\$C_energia) ~ log10(DataR4_70\$Ingresos) +
log10(DataR4_70\$Fac_energia) + log10(DataR4_70\$Fac_gas) +
log10(DataR4_70\$Suscriptores))

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.038371	-0.015430	0.000311	0.014911	0.054165

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	-3.76218	0.92789	-4.055	0.000103	***
log10(DataR4_70\$Ingresos)	0.28978	0.19324	1.500	0.137034	
log10(DataR4_70\$Fac_energia)	0.65751	0.17349	3.790	0.000265	***
log10(DataR4_70\$Fac_gas)	0.02358	0.04323	0.546	0.586659	
log10(DataR4_70\$Suscriptores)	1.26262	0.25380	4.975	2.9e-06	***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.0214 on 95 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9583, Adjusted R-squared: 0.9565
F-statistic: 545.5 on 4 and 95 DF, p-value: < 2.2e-16

✓ Estrato 5

Call:

```
lm(formula = log10(DataR5_70$C_energia) ~ log10(DataR5_70$Ingresos) +
    log10(DataR5_70$Fac_energia) + log(DataR5_70$Fac_gas) + log10(DataR5_70$Suscriptores))
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.030824	-0.005312	0.002115	0.007645	0.027116

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	5.912007	0.333205	17.743	< 2e-16	***
log10(DataR5_70\$Ingresos)	-0.525457	0.113938	-4.612	1.24e-05	***
log10(DataR5_70\$Fac_energia)	0.181612	0.051501	3.526	0.000651	***
log(DataR5_70\$Fac_gas)	0.031497	0.009788	3.218	0.001767	**
log10(DataR5_70\$Suscriptores)	0.501419	0.229190	2.188	0.031139	*

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.01243 on 95 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.75182, Adjusted R-squared: 0.7498
F-statistic: 25.55 on 4 and 95 DF, p-value: 2.201e-14

✓ Estrato 6

Call:

```
lm(formula = log10(DataR6_70$C_energia) ~ log10(DataR6_70$Ingresos) +
    log10(DataR6_70$Fac_energia) + log(DataR6_70$Fac_gas) + log10(DataR6_70$Suscriptores))
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.023776	-0.006663	0.001022	0.007770	0.029585

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	6.405392	0.228231	28.065	< 2e-16	***
log10(DataR6_70\$Ingresos)	-0.671003	0.096324	-6.966	4.23e-10	***
log10(DataR6_70\$Fac_energia)	0.210564	0.045422	4.636	1.13e-05	***
log(DataR6_70\$Fac_gas)	0.048727	0.008438	5.775	9.67e-08	***
log10(DataR6_70\$Suscriptores)	0.515337	0.155599	3.312	0.00131	**

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.01135 on 95 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.7988, Adjusted R-squared: 0.7903

F-statistic: 94.27 on 4 and 95 DF, p-value: < 2.2e-16