

MÓDULO

ANUALIDADES Y AMORTIZACIONES

Financiación y
refinanciación en moneda
nacional y extranjera
Aplicaciones



José Antonio Fernández Navarrete



Anualidades y amortizaciones

**ANUALIDADES
Y AMORTIZACIONES**
**Financiación y refinanciación en
moneda nacional y extranjera**
Aplicaciones

José Antonio Fernández Navarrete

Fernández Navarrete, José Antonio

Módulo anualidades y amortizaciones: Financiación y refinanciación en moneda nacional y extranjera Aplicaciones/ José Antonio Fernández Navarrete, Bogotá: Universidad Santo Tomás, 2017.

70 páginas; cuadros, gráficos, tablas,

Incluye referencias bibliográficas (página 70)

E-ISBN 978-958-782-056-0

1. Anualidades 2. Prestamos -- Crédito 3. Amortización 4. Interés -- Servicio de la deuda 5. Tasas de interés 6. Finanzas -- Inflación I. Universidad Santo Tomás (Colombia).

CDD 658.1

CO-BoUST



© José Antonio Fernández Navarrete

© Universidad Santo Tomás, 2017

Ediciones USTA Carrera 9 n.º 51-11

Edificio Luis J. Torres sótano 1

Bogotá D. C., Colombia

Teléfono: (+571) 5878797, ext. 2991

editorial@usantotomas.edu.co

<http://ediciones.usta.edu.co>

Coordinación de libros: Karen Grisales Velosa

Asistente editorial: Andrés Felipe Andrade

Diagramación: Kilka Diseño Gráfico

Corrección de estilo: Laura Arjona

Hecho el depósito que establece la ley

E-ISBN: 978-958-782-056-0

Primera edición, 2017

Se prohíbe la reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio, sin la autorización previa por escrito del titular de los derechos.

Contenido

Presentación	7
Objetivos	8
Concepto de anualidad	9
Anualidad vencida	9
Anualidad anticipada	9
Anualidad diferida	9
Anualidad perpetua	10
Operacionalización y aplicaciones de las anualidades vencidas	11
Representación gráfica de un crédito	12
Cálculo del valor de una cuota periódica uniforme	13
Préstamos con periodos de gracia	16
Préstamos con abonos extraordinarios	19
Disminución de plazo (cuota bimestral igual)	22
El mismo plazo con disminución del valor de la cuota bimestral	23
Préstamo con reliquidación por cambio de tasa de interés, cambio de plazo, cambio de período de pago y abonos extraordinarios	25
Ejercicios propuestos	31
Valor futuro de una anualidad vencida	33
Representación gráfica	33
Cálculo del valor de una cuota periódica uniforme	34
Representación gráfica	40
Ejercicios propuestos	42

Financiación en moneda extranjera	43
Tasas compuestas internacionales	43
Tasa de interés real	44
Tasa de devaluación de paridad	45
Cálculo por el diferencial de tasas de inflación	45
Cálculo por el diferencial de tasas de interés	46
Operacionalización de los créditos en moneda extranjera	47
Préstamo con cuotas fijas	47
Refinanciación con cambios en tasa de interés, periodos de pago y abonos a capital diferentes	52
Refinanciación de préstamos con reducción de tasa de interés y deuda en moneda diferente al crédito inicial	55
Ejercicios propuestos	63
Resumen de fórmulas y glosario	65
Referencias	69

Presentación

En el mercado financiero, es usual otorgar préstamos para ser pagados en cuotas uniformes y en períodos regulares de tiempo, cuya estimación está asociada a la tasa de interés cobrada y al plazo de pago pactado, de la misma manera, depósitos periódicos uniformes que a una tasa de interés de captación permiten obtener un monto de ahorro futuro.

En ambos casos, se tipifica el concepto de *anualidad*, el cual dista de ser un pago anual para convertirse en un monto uniforme cuya periodicidad (mensual, bimestral, trimestral, semestral, anual, entre otras) es pactada con la entidad financiera.

De otra parte, la vigencia de un préstamo en el tiempo permite al deudor evaluar diversas posibilidades para cancelar más rápido la deuda, optando por abonos extraordinarios, los cuales, al ser aplicados al monto de capital adeudado, permitirían disminuir el plazo pactado, manteniendo igual el monto de la cuota periódica, o mantener el mismo plazo faltante, disminuyendo el valor del pago periódico (anualidad), lo que facilitaría tener un flujo de caja más liviano. Y en el escenario de créditos en moneda extranjera, es usual efectuar refinanciaciones por bajas en las tasas de interés e incluso cambiar una deuda otorgada en una moneda por una deuda en otra moneda, cuando además de la tasa de interés cobrada, la tasa de devaluación resulta más favorable para el deudor. Estos escenarios serán desarrollados en este documento a partir de ejercicios prácticos.

Objetivos

Al finalizar el estudio de este documento el lector:

Entenderá el concepto de anualidad y las modalidades que existen.

Comprenderá la aplicación que tienen en el mercado financiero.

Calculará el valor del pago periódico y construirá la tabla de amortización de un préstamo.

Calculará el monto de ahorro para la obtención de un valor futuro.

Comprenderá y aplicará alternativas de abonos extraordinarios a una deuda, tanto en moneda nacional como en moneda extranjera.

Concepto de anualidad

En finanzas, una anualidad es una equivalencia entre un valor presente y una serie de pagos futuros uniformes, efectuados en períodos regulares de tiempo; o es también una equivalencia entre una serie de pagos uniformes, efectuados en períodos regulares de tiempo y un monto futuro.

Las anualidades se pueden clasificar según su pago como: vencidas, anticipadas, diferidas y perpetuas.

Anualidad vencida

Es aquella en la que el pago uniforme se hace al final de cada período (mes, bimestre, trimestre, semestre, año, según haya sido convenida). Es la más comúnmente aplicada en el contexto financiero y de la cual nos ocuparemos en este documento. Esta modalidad permite estimar el pago periódico a partir del valor presente y del valor futuro.

Anualidad anticipada

Es aquella en la que el pago uniforme se hace al comienzo de cada período (mes, bimestre, trimestre, semestre, año; según haya sido convenida).

Anualidad diferida

Es aquella en la que el primer pago uniforme se hace algunos períodos después de iniciada la operación financiera, es decir que otorga un período de gracia para comenzar a pagar la deuda.

Anualidad perpetua

Es aquella en donde el pago uniforme acordado se realiza en forma permanente, es decir que no se estima un último pago y tampoco se puede calcular un valor futuro.

Operacionalización y aplicaciones de las anualidades vencidas

Veremos, en primer lugar, la equivalencia entre un valor presente y una serie de pagos periódicos iguales. Su aplicación se da en los préstamos bancarios sea cual sea la línea de crédito (destino de los recursos), siempre que los pagos sean uniformes. Para hallar el valor de la anualidad o pago periódico se utiliza la siguiente fórmula:

$$P = \frac{VP * ip\% (1 + ip\%)^n}{(1 + ip\%)^n - 1}$$

Donde:

P = Pago periódico uniforme

VP = valor presente de dinero

n = número de pagos periódicos uniformes que se deben hacer

ip % = tasa de interés periódica aplicada (costo del capital)

La tasa de interés aplicada y el período de la operación deben estar alineados. Si la tasa de interés está expresada en términos anuales y el préstamo debe pagarse en cuotas bimestrales iguales, debe convertirse la tasa anual a una tasa bimestral.

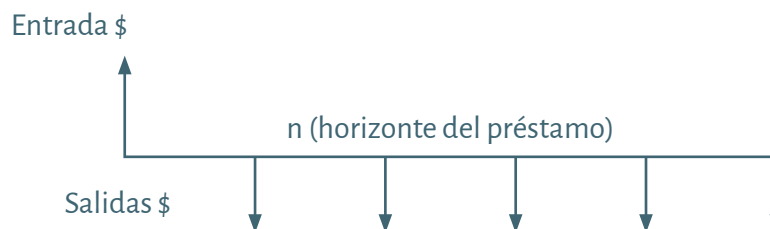
Representación gráfica de un crédito

En finanzas, es de gran utilidad representar una operación crediticia en forma gráfica, por cuanto permite entender el planteamiento del problema y visualizar la solución. El diagrama base se construye así:

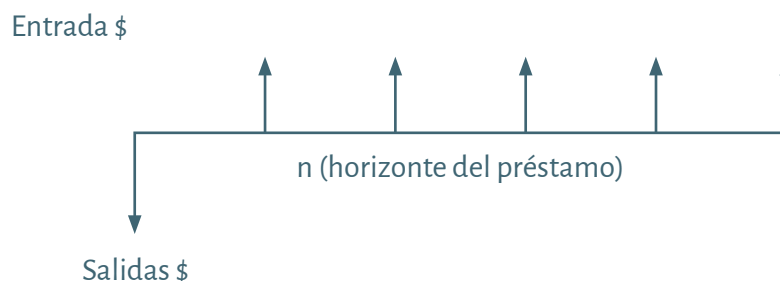
1. Una línea horizontal, la cual representa el horizonte de la operación (tiempo).
2. Una flecha hacia arriba al comienzo de la línea horizontal que representa la entrada del dinero al deudor.
3. Unas flechas iguales en tamaño hacia abajo de la línea horizontal, las cuales representan los pagos periódicos del dinero recibido en préstamo.

Nota: cuando la gráfica es para representar un préstamo otorgado por una entidad financiera, el sentido de las flechas es al contrario.

Préstamo recibido por un deudor:



Préstamo otorgado por una entidad financiera:



Cálculo del valor de una cuota periódica uniforme

Ejemplo N.º 1

Recibimos del Banco Popular un crédito por valor de \$ 30.000.000, para la compra de un automóvil, a una tasa de interés del 22 % efectivo anual, pagadero en 48 cuotas mensuales iguales. Halle el valor del pago periódico.

Solución:

Representación gráfica de la operación



Para hallar la cuota mensual debemos primero convertir la tasa efectiva en mensual:

$$ip\%mes = ((1 + ip\%)^{\frac{1}{12}} - 1) * 100$$

Entonces,

$$ip\%mes = ((1 + 0.22)^{\frac{1}{12}} - 1) * 100 = 1,67\% \text{ mensual}$$

Ahora calculamos el valor de la cuota mensual así:

$$\frac{0.0167 * (1 + 0.016708964)^{48}}{(1 + 0.016708964)^{48} - 1} * 30.000.000 = 913.722,35$$

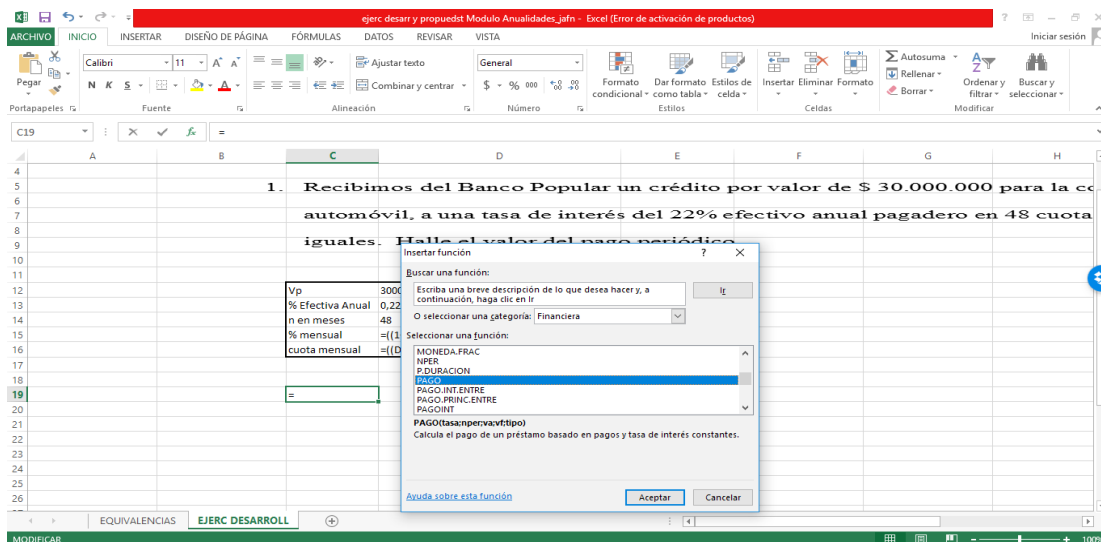
En hoja de cálculo de Excel sería:

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data in cells C12 to C16:

Vp	30000000		30000000
% Efectiva Anual	0,22		0,22
n en meses	48		48
% mensual	$=(1+D13)^(1/12)-1$		0,0167089638731281
cuota mensual	$=(D15*(1+D15)^D14)/((1+D15)^D14-1)*D12$		913722,35304324

La hoja de cálculo de Excel tiene desarrolladas funciones financieras entre ellas la del valor del pago la anualidad; veamos la solución:

1. Seleccionamos insertar función y en el campo de categoría escogemos “financiera”; digitamos en el campo “Seleccionar una función”: PAGO.



Al digitar PAGO, se abre el cuadro argumentos de función, en el cual se digitan las variables necesarias para estimar la cuota; digitamos o traemos la información de las variables ya escritas en la hoja de cálculo así: la tasa de interés periódica, el número de períodos, el valor actual del préstamo

Argumentos de función

PAGO

Tasa E15 = 0,016708964

Nper E14 = 48

Va E12 = 30000000

Vt = número

Tipo = número

Calcula el pago de un préstamo basado en pagos y tasa de interés constantes.
Va es el valor actual: la cantidad total de una serie de pagos futuros.

Resultado de la fórmula = -913722,353

Ayuda sobre esta función

Aceptar Cancelar

Presionamos la tecla “enter” y obtenemos el valor de la cuota mensual que se debe pagar.

ejerc desari y propuesd Modulo Anualidades_jafn - Excel (Error de activación de productos)

ARCHIVO INICIO INSERTAR DISEÑO DE PÁGINA FÓRMULAS DATOS REVISAR VISTA

Calibri 11 A A

Fuente Alineación Número Estilos

Portapapeles

D24

1. Recibimos del Banco Popular un crédito por valor de \$ 30.000.000 para la compra de un automóvil, a una tasa de interés del 22% efectivo anual pagadero en 48 cuotas mensuales iguales. Halle el valor del pago periódico.

Vp 30000000 30000000

% Efectiva Anual 0,22 0,22

n en meses 48 48

% mensual =((1+D13)^(1/12))-1 0,0167089638731281

cuota mensual =(D15*(1+D15)^D14)/(((1+D15)^D14)-1)*D12 913722,35304324

n 48

ip% 0,0167089638731281

VP 30000000

PAGO =PAGO(D20;D19;D21) 913722,35304324

LISTO

Cabe señalar que el valor de pago o cuota periódica tiene dos componentes: una parte representa los intereses del período por el uso del dinero y la otra, el monto de dinero que se destinará a disminuir el saldo de la deuda.

Préstamos con periodos de gracia

Consiste en retrasar el pago de la primera cuota de un préstamo, previo acuerdo entre las partes. Ello naturalmente hace que entre la fecha del desembolso y la fecha del primer pago se generen intereses sobre el capital, los cuales deben ser acumulados para estimar la anualidad.

Existe también el período de gracia a capital, en donde durante el plazo de gracia, o plazo muerto, se pagan los intereses sin afectar el saldo de la deuda.

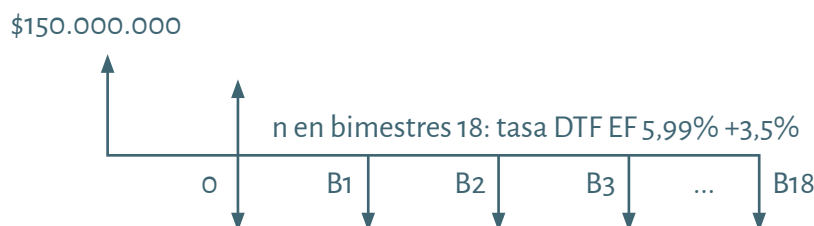
Esta práctica es usual en créditos de fomento como los otorgados por el Banco de Comercio Exterior Bancoldex, la Financiera de Desarrollo Territorial FINDETER y el Fondo para el Financiamiento del Sector Agropecuario FINAGRO.

Ejemplo N.º 2

Bancoldex concede a nuestra empresa un préstamo para compra de activos por valor de \$150.000.000 a una tasa DTF EF 5,99% +3,5% a un plazo de 3 años, con cuotas bimestrales iguales. Igualmente, otorga un período de gracia de 1 mes para capital e intereses. Estime el valor de las cuotas bimestrales.

Solución:

Representación gráfica de la operación



Dado el período de gracia de 1 mes para pago de capital e intereses, debemos actualizar la deuda mediante el cálculo del valor futuro.

Ahora bien, como tenemos una tasa compuesta donde la tasa principal esta expresada en términos efectivos, aplicamos la siguiente fórmula:

$$\% EF = ((1 + \% \text{ Principal}) * (1 + \% \text{ spread})) - 1$$

$$\% EF = ((1 + 0.0599) * (1 + 0.035) - 1) * 100 = 9.69965\% \text{ mensual}$$

Ahora convertimos la efectiva a mensual así:

$$ip\%mes = (1 + EF)^{\frac{1}{12}} - 1$$

$$ip\%mes = (1 + 0.0969965)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0.07744501\% \text{ mensual}$$

Conocida la tasa mensual, actualizamos el valor de la deuda 1 mes adelante, en razón al período de gracia de capital e intereses.

$$VF = 150.000.000 * (1 + 0,7744\%)^1 = 151.161.675.09$$

Este es el monto de la deuda un mes después de recibido el préstamo y sobre él debemos estimar el valor de la cuota bimestral.

Calculamos la tasa de interés bimestral así:

$$ip\% bimestral = (1 + EF)^{\frac{1}{6}} - 1$$

$$ip\% bimestral = (1 + 0.007744501)^{\frac{1}{6}} - 1 = 1.5548978\% \text{ bimestral}$$

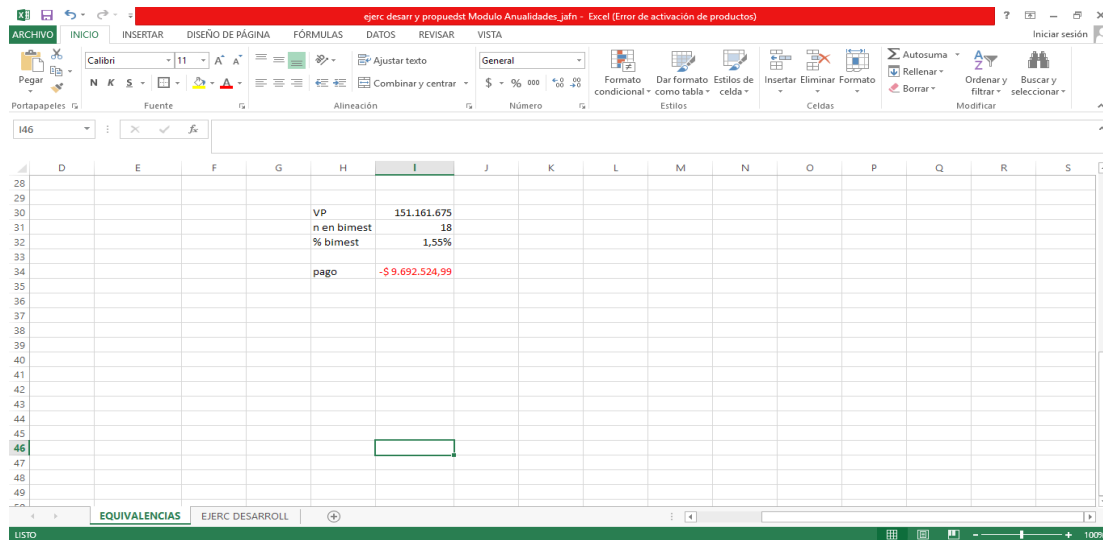
Hallamos el valor de la cuota bimestral.

$$P = \frac{0.015548978(1 + 0.015548978)^{18}}{(1 + 0.015548978)^{18} - 1} * 151.161.675.09 = 9.692.524.99$$

En hoja de cálculo de Excel el desarrollo del ejemplo sería:

	A	B	C	D	E	F	G	H
34								
35			Tasa Principal DTF EF	0,0599	0,0599			
36			Tasa Spread	0,035	0,035			
37			Tasa Efectiva	=((1+D35)*(1+D36))-1	0,0969964999999999			
38			Tasa mensual	=((1+(E37/100))^(1/12))-1	0,00774450060457155			
39			Vp	150000000				
40			VF	=D40*(1+D39)^1	151161675,090686			
41			% Bimestral	=((1+D37)^(1/6))-1	0,0155489784987575			
42								
43			Vp	150000000				
44			% Efectiva Anual	=D37				
45			n en bimestres	=6*3				
46			% Bimestral	=D42				
47			cuota bimestral	=((D47*(1+D47)^D46)/(((1+D47)^D46)-1))*D44	-9692524,99115887			
48								
49								
50								
51								
52								
53								
54								
55								

El cálculo de la cuota bimestral por la función financiera de Excel sería:



	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
28																
29																
30					VP	151.161,675										
31					n en bimest	18										
32					% bimest	1,55%										
33																
34					pago	-\$ 9.692,524,99										
35																
36																
37																
38																
39																
40																
41																
42																
43																
44																
45																
46																
47																
48																
49																

Préstamos con abonos extraordinarios

(Abono extraordinario a saldo de la deuda para disminución de plazo o para disminución del valor de la cuota periódica)

Durante la vida de una obligación financiera es posible efectuar pagos extras a las cuotas periódicas regulares, con el fin de disminuir el tiempo del crédito o reducir el monto de la cuota periódica. En ambos casos, es notable la reducción de los intereses pagados.

Ejemplo N.º 3

Del ejemplo N.º 2 asumimos que una vez pagada la cuota N.º 6, nuestra empresa efectúa un abono extraordinario por valor de \$25 millones; deseamos considerar dos alternativas así:

- Disminución del plazo (cuota bimestral igual)
- El mismo plazo con disminución del valor de la cuota bimestral.

En ambos casos, debemos conocer el saldo de la deuda en el momento del abono extraordinario.

Desarrollamos la tabla de amortización del préstamo. Desde Excel se presenta a continuación en formato de fórmulas.

Bimestre	cuota bimest	intereses	abono a capital	saldo
0				=H30
1	=H34	=L37*H32	=H38-J38	=L37-K38
2	=H34	=L38*H32	=H39-J39	=L38-K39
3	=H34	=L39*H32	=H40-J40	=L39-K40
4	=H34	=L40*H32	=H41-J41	=L40-K41
5	=H34	=L41*H32	=H42-J42	=L41-K42
6	=H34	=L42*H32	=H43-J43	=L42-K43
7	=H34	=L43*H32	=H44-J44	=L43-K44
8	=H34	=L44*H32	=H45-J45	=L44-K45
9	=H34	=L45*H32	=H46-J46	=L45-K46
10	=H34	=L46*H32	=H47-J47	=L46-K47
11	=H34	=L47*H32	=H48-J48	=L47-K48
12	=H34	=L48*H32	=H49-J49	=L48-K49
13	=H34	=L49*H32	=H50-J50	=L49-K50
14	=H34	=L50*H32	=H51-J51	=L50-K51
15	=H34	=L51*H32	=H52-J52	=L51-K52
16	=H34	=L52*H32	=H53-J53	=L52-K53
17	=H34	=L53*H32	=H54-J54	=L53-K54
18	=H34	=L54*H32	=H55-J55	=L54-K55

La estructura de la tabla de amortización es la siguiente:

1. La primera columna registra los bimestres.
2. La segunda columna registra el valor de la anualidad o pago bimestral.
3. La tercera columna registra el valor de los intereses los cuales se calculan así: se toma el saldo de la deuda (última columna de la tabla) y se multiplica por la tasa de interés bimestral (1,55%).
4. La cuarta columna registra el abono a capital y se calcula restando del valor de la cuota bimestral, el monto de los intereses.
5. La quinta y última columna registra el saldo de la deuda. Se calcula restando del saldo de la deuda del período anterior, el abono a capital del período siguiente.

En valores absolutos quedaría:

VP	151.161.675	151.161.675
n en bimestral	18	
% bimestral	1,55%	
pago	-\$ 9.692.524,99	

Bimestre	Cuota bimestral	Intereses	Abono a capital	Saldo de la deuda
0				151.161.675,09
1	9.692.524,99	2.350.409,64	7.342.115,36	143.819.559,74
2	9.692.524,99	2.236.247,24	7.456.277,75	136.363.281,99
3	9.692.524,99	2.120.309,74	7.572.215,25	128.791.066,73
4	9.692.524,99	2.002.569,53	7.689.955,46	121.101.111,27
5	9.692.524,99	1.882.998,58	7.809.526,42	113.291.584,86
6	9.692.524,99	1.761.568,42	7.930.956,57	105.360.628,28
7	9.692.524,99	1.638.250,14	8.054.274,85	97.306.353,43
8	9.692.524,99	1.513.014,40	8.179.510,59	89.126.842,84
9	9.692.524,99	1.385.831,36	8.306.693,63	80.820.149,21
10	9.692.524,99	1.256.670,76	8.435.854,23	72.384.294,98
11	9.692.524,99	1.125.501,85	8.567.023,14	63.817.271,84
12	9.692.524,99	992.293,39	8.700.231,60	55.117.040,23
13	9.692.524,99	857.013,67	8.835.511,32	46.281.528,92
14	9.692.524,99	719.630,50	8.972.894,49	37.308.634,42
15	9.692.524,99	580.111,15	9.112.413,84	28.196.220,59
16	9.692.524,99	438.422,43	9.254.102,56	18.942.118,02
17	9.692.524,99	294.530,59	9.397.994,41	9.544.123,62
18	9.692.524,99	148.401,37	9.544.123,62	0,00

El saldo al final del bimestre 6, después del pago de la cuota, es de \$105.360.628,28. En ese momento se efectúa el abono extraordinario de \$25 millones.

Disminución de plazo (cuota bimestral igual)

Al escoger la opción de disminución de plazo, el monto de la cuota bimestral se mantiene igual. La sensibilización sobre la amortización es la siguiente:

Bimestre	Cuota bimest.	Intereses	Abono a capital	Saldo de la deuda	
0				151.161.675,09	
1	9.692.524,99	2.350.409,64	7.342.115,36	143.819.559,74	
2	9.692.524,99	2.236.247,24	7.456.277,75	136.363.281,99	
3	9.692.524,99	2.120.309,74	7.572.215,25	128.791.066,73	
4	9.692.524,99	2.002.569,53	7.689.955,46	121.101.111,27	
5	9.692.524,99	1.882.998,58	7.809.526,42	113.291.584,86	ABONO EXTRAORDINARIO 25.000.000,00
6	9.692.524,99	1.761.568,42	7.930.956,57	80.360.628,28	
7	9.692.524,99	1.249.525,68	8.442.999,31	71.917.628,97	
8	9.692.524,99	1.118.245,67	8.574.279,32	63.343.349,65	
9	9.692.524,99	984.924,38	8.707.600,61	54.635.749,04	
10	9.692.524,99	849.530,09	8.842.994,90	45.792.754,13	
11	9.692.524,99	712.030,55	8.980.494,44	36.812.259,69	
12	9.692.524,99	572.393,03	9.120.131,96	27.692.127,73	
13	9.692.524,99	430.584,30	9.261.940,69	18.430.187,04	
14	9.692.524,99	286.570,58	9.405.954,41	9.024.232,63	Valor cuota 15 9.164.550,23
15	9.692.524,99	140.317,60	9.552.207,39	-527.974,76	
16	9.692.524,99	-8.209,47	9.700.734,46	-10.228.709,22	
17	9.692.524,99	-159.045,98	9.851.570,97	-20.080.280,19	
18	9.692.524,99	-312.227,84	10.004.752,84	-30.085.033,03	

Este abono disminuye el plazo de la deuda en 3 bimestres (6 meses); el valor de la cuota del trimestre 15, necesario para cancelar el monto total, es de \$9.164.550,23 el cual corresponde a \$9.024.232,63 de capital y \$140.317,60 de intereses. Esta opción genera un ahorro de intereses equivalente a:

- Cuota 15: \$580.111,15 menos 140.317,60 = 439.793,56
- Cuota 16: \$438.422,43
- Cuota 17: \$294.530,59
- Cuota 18: \$148.401,37
- En total serían: **\$1.321.147.94**

Así mismo, el monto de los intereses que se pagarán desde el bimestre 7 hasta el bimestre 15 es de: \$6.344.121,88

7	1.249.525,68
8	1.118.245,67
9	984.924,38
10	849.530,09
11	712.030,55
12	572.393,03
13	430.584,30
14	286.570,58
15	140.317,60

El mismo plazo con disminución del valor de la cuota bimestral

En este caso descontamos del saldo de la deuda después del pago de la cuota N.º 6, el abono a capital así:

- Saldo de la deuda: \$ 105.360.628,28
- Abono extraordinario \$ 25.000.000.00
- Nuevo saldo: \$ 80.360.628.28

El plazo faltante es: 12 bimestres.

Calculamos el valor de la nueva cuota bimestral así:

$$P = \frac{0.015548978(1 + 0.015548978)^{12}}{(1 + 0.015548978)^{12} - 1} * 80.360.628,28 = 7.392.679.89$$

El nuevo monto de la cuota bimestral que debemos pagar por los próximos dos años es de \$ 7.392.679,89 y la nueva tabla de amortización será:

VP	80.360.628
n en bimest	12
% bimest	1,55%
pago	-\$ 7.392.679,89

Bimestre	Cuota bimestral	Intereses	Abono a capital	Saldo de la deuda
0				80.360.628,28
1	7.392.679,89	1.249.525,68	6.143.154,21	74.217.474,07
2	7.392.679,89	1.154.005,91	6.238.673,98	67.978.800,09
3	7.392.679,89	1.057.000,90	6.335.678,99	61.643.121,10
4	7.392.679,89	958.487,56	6.434.192,33	55.208.928,78
5	7.392.679,89	858.442,45	6.534.237,44	48.674.691,33
6	7.392.679,89	756.841,73	6.635.838,16	42.038.853,17
7	7.392.679,89	653.661,22	6.739.018,67	35.299.834,50
8	7.392.679,89	548.876,37	6.843.803,52	28.456.030,98
9	7.392.679,89	442.462,21	6.950.217,68	21.505.813,31
10	7.392.679,89	334.393,43	7.058.286,46	14.447.526,84
11	7.392.679,89	224.644,28	7.168.035,61	7.279.491,24
12	7.392.679,89	113.188,65	7.279.491,24	0,00

El monto total de los intereses que serán pagados en los 12 bimestres faltantes asciende a la suma de \$8.351.530,40.

La comparación de las dos alternativas nos muestra que desde el punto financiero resulta más onerosa la segunda, la cual aunque el monto de la cuota bimestral es menor en \$2.299.845,10 (9.692.524,99 - 7.392.679,89), genera un desembolso de intereses superior en \$2.007.408,52 (8.351.530,40 - 6.344.121,88).

Préstamo con reliquidación por cambio de tasa de interés, cambio de plazo, cambio de período de pago y abonos extraordinarios

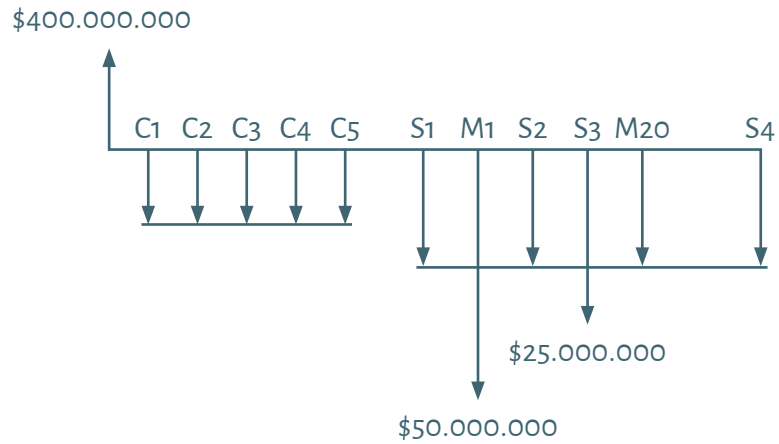
Es también muy usual solicitar a una entidad financiera reliquidar un préstamo en cualquier momento, buscando un menor costo financiero cuando el mercado ofrece tasas más bajas. Adicionalmente, los flujos de caja de los deudores (mayoritariamente las personas jurídicas) inducen a plantear diferentes formas de pago, entre ellas cambio en la periodicidad, en el plazo y en cuantías diferentes en abonos extraordinarios.

Ejemplo N.º 4

Un préstamo de \$400 millones otorgado por el Banco Popular a una empresa industrial debe ser pagado en cuotas cuatrimestrales iguales (cada 4 meses), a una tasa NACV de 24 % a un plazo de 5 años; 20 meses después, ya pagada la cuota correspondiente, se reliquida el préstamo a una tasa 2 % anual inferior al costo inicial, a un nuevo plazo de 2 años con pagos semestrales iguales y 2 abonos extraordinarios a capital: en el mes 10 del nuevo plazo por valor de \$50 millones y en el mes 20 del nuevo plazo por valor de \$25 millones. Efectúe las tablas de amortización del préstamo.

Solución

Representación gráfica de la operación:



En primer lugar, hallamos el valor de la cuota cuatrimestral a pagar:

$$\% \text{ NACV} = 24\%$$

$$ip\% = \frac{\text{NACV}\%}{3} \text{ cuatrimestral}$$

$$ip\% = \frac{24\%}{3} = 8\% \text{ cuatrimestral}$$

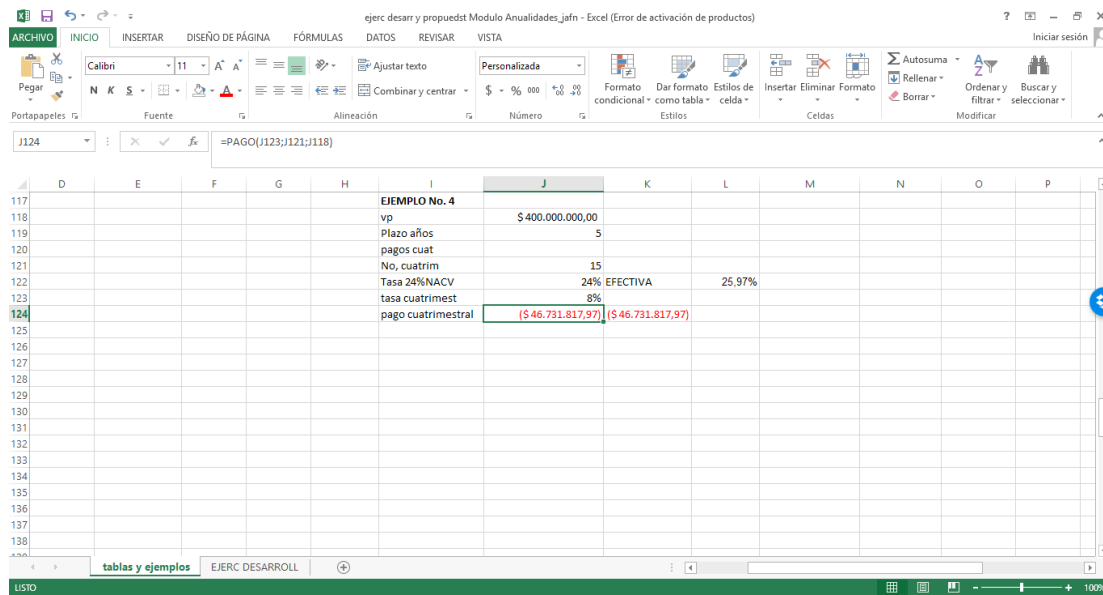
$$n \text{ en años} = 5$$

$$n \text{ en cuatrimestres} = 5 \text{ años} * 3 \text{ cuatrimestres por año} = 15$$

Cuota cuatrimestral

$$P = \frac{0.08 (1 + 0.08)^{15}}{(1 + 0.08)^{15} - 1} * 400.000.000 = 46.731.817.97$$

El cálculo de la cuota bimestral por la función financiera de Excel sería:



Construimos la tabla de amortización de la deuda para establecer el saldo al final de la cuota N.º 5.

Cuatrimestres	cuota	Intereses	Abono a capital	Saldo de la deuda
0				400.000.000,00
1	46.731.817,97	32.000.000,00	14.731.817,97	385.268.182,03
2	46.731.817,97	30.821.454,56	15.910.363,41	369.357.818,61
3	46.731.817,97	29.548.625,49	17.183.192,49	352.174.626,13
4	46.731.817,97	28.173.970,09	18.557.847,88	333.616.778,24
5	46.731.817,97	26.689.342,26	20.042.475,71	313.574.302,53
6	46.731.817,97	25.085.944,20	21.645.873,77	291.928.428,76
7	46.731.817,97	23.354.274,30	23.377.543,67	268.550.885,08
8	46.731.817,97	21.484.070,81	25.247.747,17	243.303.137,92
9	46.731.817,97	19.464.251,03	27.267.566,94	216.035.570,97
10	46.731.817,97	17.282.845,68	29.448.972,30	186.586.598,68
11	46.731.817,97	14.926.927,89	31.804.890,08	154.781.708,60
12	46.731.817,97	12.382.536,69	34.349.281,29	120.432.427,31

Cuatrimestres	cuota	Intereses	Abono a capital	Saldo de la deuda
13	46.731.817,97	9.634.594,18	37.097.223,79	83.335.203,52
14	46.731.817,97	6.666.816,28	40.065.001,69	43.270.201,83
15	46.731.817,97	3.461.616,15	43.270.201,83	0,00

El saldo para la reliquidación del préstamo es **\$313.574.302,53**

A continuación hallamos la tasa de interés de financiación en la reliquidación.

Tasa de liquidación del préstamo:

% NACV = 24 %, % cuatrimestral = 8 % hallamos la tasa efectiva así:

$$EF\% = (1 + ip\%)^n - 1$$

$$EF\% = (1 + 0.08)^3 - 1 = 27,9712\% \text{ EF}$$

$$\text{Tasa efectiva anual de la Reliquidación} = 25.9712\% - 2\% = 23.9712\%$$

Dado que la forma de pago en la reliquidación incluye además de las cuotas semestrales iguales, dos abonos extraordinarios en los meses 10 y 20 del nuevo plazo, debemos entonces traer a valor presente esos dos pagos futuros, descontarlos del saldo total de la deuda y con ese nuevo valor hallar la cuota semestral uniforme. Esta práctica busca hacer la equivalencia de los abonos extraordinarios en la fecha de la reliquidación.

Como los abonos extraordinarios se harán en los meses 10 y 20 respectivamente, necesitamos disponer de la tasa de interés mensual.

$$ip\% = (1 + EF\%)^{\frac{1}{12}} - 1$$

$$ip\% = (1 + 0.239712)^{\frac{1}{12}} - 1 = 1.806787546\% \text{ mensual}$$

Conocida la tasa mensual traemos a valor presente los abonos extraordinarios así:

$$VP1 = \frac{\$50.000.000}{(1 + 0.1806787546)^{10}} = \$41.802.539,58$$

$$VP2 = \frac{\$25.000.000}{(1 + 0.1806787546)^{20}} = \$17.474.523,16$$

Ahora, del saldo que se va a reliquidar restamos el valor presente de los abonos futuros.

Saldo que se reliquidará	\$ 313.574.302,53
VP de 50 millones	(\$ 41.802.539,58)
VP de 25 millones	(\$ 17.474.523,16)
	\$ 254.297.239,79

El resultado es el monto de capital que será cancelado con los pagos semestrales iguales.

Para hallar la cuota debemos disponer de la tasa de interés semestral:

$$ip\% = (1 + EF\%)^{\frac{1}{2}} - 1 \text{ semestral}$$

$$ip\% = (1 + 0.239712)^{\frac{1}{2}} - 1 = 11.342354924 \text{ semestral}$$

Hallamos el valor del pago semestral

$$P = \frac{0.11342354924 (1 + 0.11342354924)^4}{(1 + 0.11342354924)^4 - 1} * 254.297.239,79 = 82.566.625.84$$

En Excel sería:

	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
155												
156												
157				SALDO A REFINAC	\$ 313.574.302,53	\$ 313.574.302,53	Saldo a reliquidar	\$ 313.574.302,53				
158				Tasa % de liquidación			VP de 50 millones	(\$ 41.802.539,58)				
159				Tasa 24%NACV	24%		VP de 25 millones	(\$ 17.474.523,16)				
160				tasa cuatrimest	8%			\$ 254.297.239,79				
161				Tasa efectiva	25,97%							
162				tasa efectiva reliquidación	23,97%							
163				Nuevo Plazo en años	2							
164				No. Pagos semestrales	4							
165				12 Tasa mensual	1,81%							
166				6 Tasa bimestral	3,65%							
167				2 Tasa semestral	11,34%							
168				3 Tasa Cuatrimestral	7,43%							
169												
170				Abonos extraordinarios así	VF							
171				10 mes 10	\$ 50.000.000,00	\$ 41.802.539,58	\$ 41.802.539,58					
172				20 mes 20	\$ 25.000.000,00	\$ 17.474.523,16	\$ 17.474.523,16					
173				VALOR NETO PARA ANUALIDAD		\$ 254.297.239,79						
174				PAGO	(\$ 82.566.625,84)	(\$ 82.566.625,84)						
175												
176												

Ahora construimos la tabla de amortización de la reliquidación.

Mes	Semestre	cuota	Intereses	abono a Capital	Saldo de la deuda
0					\$ 313.574.302,53
6	1	\$ 82.566.625,84	\$ 35.566.710,34	\$ 46.999.915,50	\$ 266.574.387,03
10		\$ 50.000.000,00	\$ 19.794.185,23	\$ 30.205.814,77	\$ 236.368.572,26
12	2	\$ 82.566.625,84	\$ 8.618.517,93	\$ 73.948.107,91	\$ 162.420.464,34
18	3	\$ 82.566.625,84	\$ 18.422.305,53	\$ 64.144.320,31	\$ 98.276.144,03
20		\$ 25.000.000,00	\$ 3.583.364,33	\$ 21.416.635,67	\$ 76.859.508,36
24	4	\$ 82.566.625,84	\$ 5.707.117,48	\$ 76.859.508,36	\$ 0,00

Debe apreciarse que los abonos extraordinarios no aplican en su totalidad como abono a capital de la deuda, por cuanto no serán efectuados en la misma fecha de los pagos semestrales regulares. En consecuencia, el banco liquidará intereses entre la fecha del pago anterior y el nuevo pago.

La tabla de amortización tiene una columna adicional de tiempo en meses, con el fin de identificar fácilmente las tasas de interés periódicas que debemos utilizar para el cálculo de intereses.

Así, tenemos que el primer pago se hará 6 meses después de la reliquidación, luego la tasa de interés que se utilizará para el cálculo de los intereses es la semestral.

Los intereses se calculan así: $\$ 313.574.302,53 * 11.342354924\% = \$ 35.566.710,34$

No podemos utilizar la tasa de interés mensual y aplicarla 6 veces, por cuanto la capitalización corresponde al tiempo de pago (en este caso 6 meses).

El segundo pago se hará en el mes 10 y corresponde al primer abono extraordinario, entonces necesitamos una tasa cuatrimestral.

$$ip\% = (1 + EF\%)^{\frac{1}{3}} - 1$$

$$ip\% = (1 + 0.239712)^{\frac{1}{3}} - 1 = 7.425389\% \text{ Cuatrimestral}$$

Los intereses se calculan así: $\$ 266.574.387,03 * 7.425389\% = \$ 19.794.185,23$

El tercer pago se hará dos meses después, luego necesitamos disponer de una tasa bimestral.

$$ip\% = (1 + EF\%)^{\frac{1}{6}} - 1$$

$$ip\% = (1 + 0.239712)^{\frac{1}{6}} - 1 = 3.6462199\%$$

Los intereses se calculan así:

$$\$ 236.368.572,26 * = \$ 8.618.517,93$$

El cuarto pago se hará 6 meses después, luego utilizamos la tasa de interés semestral y los intereses se calculan así: $\$ 162.420.464,34 * 11.342354924\% = \$ 18.422.305,53$

El quinto pago se hará dos meses después y corresponde al segundo abono extraordinario, entonces necesitamos la tasa bimestral. Los intereses se calculan así:

$$\$ 98.276.144,03 * = \$ 3.583.364,33$$

Y el último pago se hará cuatro meses después; por tanto, se requiere la tasa cuatrimestral; los intereses se calculan así: $\$ 76.859.508,36 * 7,425389\% = \$ 5.707.117,48$

De esta forma la tabla de amortización después del último pago deja la deuda en cero.

Ejercicios propuestos

1. Vendemos un automóvil usado por valor de \$25 millones y el comprador nos ofrece pagar 6 cuotas mensuales iguales de \$4.391.000, o el valor total de contado; si nuestra expectativa de rentabilidad es del 18 % NAMV, ¿cuál de las dos opciones de pago nos conviene más?

Respuesta: Es mejor recibir las seis cuotas.

2. El ICETEX nos presta el valor de la matrícula de la universidad para el próximo semestre cuyo valor es de \$5.450.000 el cual debemos pagar en 6 cuotas mensuales iguales; si la tasa de interés cobrada es DTF 5,84 NASV + 2 %, ¿cuánto debemos pagarle cada mes?

Respuesta: \$928.881,69

3. Recibimos en préstamo \$550 millones a una tasa DTF 6.09 % NATV y un *spread* de 2,5 % Bimestre Anticipado. Debemos cancelarlo en un término de 18 meses en cuotas trimestrales cuyo abono a capital debe ser: 24 %, 22 %, 17 %, 15 %, 12 % y 10 % respectivamente, en cada pago; al cabo de un año, después de cancelada la cuota correspondiente nos hacen refinanciación con ampliación de la deuda en un 50 % del

saldo de capital. El nuevo plazo es de 3 años, Tasa inferior en 2.8 % efectivos al costo de la deuda inicialmente contraída; con pagos mensuales iguales y tres abonos extraordinarios en los meses 7, 17 y 27 cada uno por valor de $\frac{1}{5}$ del valor de la nueva deuda. Haga la tabla de amortización de la refinanciación.

Respuesta: Monto de la refinanciación \$ 181.500.000; tasa efectiva de refinanciación: 20.86 %; Cuota mensual de la refinanciación: \$ 3.580.102,77

Valor futuro de una anualidad vencida

Veremos ahora la equivalencia entre un valor futuro y una serie de pagos periódicos iguales. Su aplicación se da en el principio de ahorro de un monto de dinero que se espera acumular en una fecha futura y el cual se logra entre los montos de ahorro y los intereses que genera su inversión. Para hallar el valor de la anualidad o pago periódico se utiliza la siguiente fórmula:

$$P = \frac{VF}{\frac{(1 + ip\%)^n - 1}{ip\%}}$$

$$VF = P \frac{(1 + ip\%)^n - 1}{ip\%}$$

Donde:

P = Pago periódico uniforme

VF = valor futuro de dinero

n = número de pagos periódicos uniformes que se deben hacer

ip% = tasa de interés aplicada (costo del capital)

La tasa de interés aplicada y el período de la operación deben estar alineados.

Representación gráfica



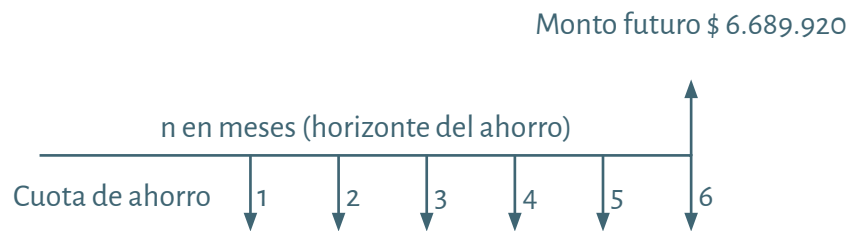
Cálculo del valor de una cuota periódica uniforme

Ejemplo N.º 1

Deseamos genera un ahorro mensual uniforme vencido durante los próximos 6 meses para completar el valor de la matrícula del próximo semestre académico que costará \$6.689.920; el ahorro será invertido en una entidad financiera que nos rentará una tasa del 6,23 % EF. ¿Cuál será el monto de ahorro mensual que debemos efectuar?

Solución:

Diagrama



En primer lugar hallamos la tasa mensual de rentabilidad así:

$$\%MES = (1 + \%EF)^{\frac{1}{12}} - 1$$

$$\%MES = (1 + 0.0623)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0.5049068\%$$

Ahora hallamos el valor de la cuota mensual de ahorro:

$$P = \frac{VF}{\frac{(1 + ip\%)^n - 1}{ip\%}}$$

$$P = \frac{6.689.920}{\frac{(1 + 0.005049068)^6 - 1}{0.005049068}} = \$1.100.995.25$$

En Excel sería:

	B	C	D	E	F	G	H	I
49								
50								
51								
52								
53			Matricula 2018	6689920				
54			VF	=E52				
55			tasa % mes	0,005				
56			meses de ahorro	6				
57			pago	=PAGO(E54;E55;E53)	1101130,43062263			
58								
59								
60								
61								
62								
63								
64								
65								
66								
67								
68								
69								
70								

El valor de cada cuota mensual de ahorro es de \$1.100.995,25.

Cada uno de estos valores será invertido a la tasa mensual del 0.5 % para completar el valor de la matrícula. Veamos.

El primer ahorro será invertido durante 5 meses así:

$$\$1.100.995,25 * (1 + 0.05049068)^5 = \$1.129.072,35$$

El segundo ahorro será invertido durante 4 meses así:

$$\$1.100.995,25 * (1 + 0.05049068)^4 = \$1.123.400,22$$

El tercer ahorro será invertido durante 3 meses así:

$$\$1.100.995,25 * (1 + 0.05049068)^3 = \$1.117.756,60$$

El cuarto ahorro será invertido durante 2 meses:

$$\$1.100.995,25 * (1 + 0.05049068)^2 = \$1.112.141,32$$

El quinto ahorro será invertido durante 1 mes así:

$$\$1.100.995,25 * (1 + 0.05049068)^1 = \$1.106.554,25$$

El sexto ahorro no será invertido puesto que se aportará el de consolidación del dinero para el pago de la matrícula, por tanto mantiene su valor.

Veamos el registro.

Meses de inversión	Períodos de ahorro	Ahorro mensual	Ahorro Valorizado
5	1	1.100.995	1.129.072
4	2	1.100.995	1.123.400
3	3	1.100.995	1.117.757
2	4	1.100.995	1.112.141
1	5	1.100.995	1.106.554
0	6	1.100.995	1.100.995
			6.689.920

Ejemplo N.º 2

Seguros Bolívar nos ofrece un ahorro en una cédula de capitalización por valor de \$3.000.000, para ser depositados en cuotas mensuales iguales de \$100.000 y nos reconoce una tasa de interés anual del 5 %. Además, ofrece incentivos de sorteos mensuales con premio equivalente a 100 veces el monto del ahorro mensual. ¿Cuánto dinero recibiremos al final si nos descuentan por concepto de retención en la fuente el 4 % sobre los intereses devengados?

Solución:



En primer lugar hallamos la tasa mensual de rentabilidad así:

$$\%ip\ MES = (1 + EF\%)^{\frac{1}{12}} - 1$$

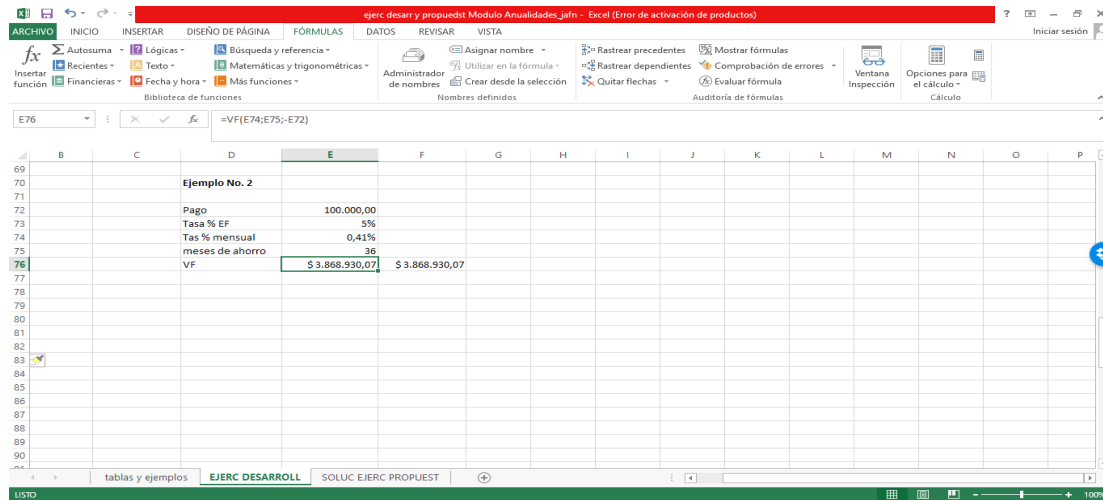
$$\%ip\ MES = (1 + 0.05)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0.4074124\%$$

Ahora hallamos el valor futuro de la anualidad:

$$VF = P \frac{(1 + ip\%)^n - 1}{ip\%}$$

$$VF = 100.000 * \frac{(1 + 0.004074124)^{36} - 1}{0.004074124} = 3.868.930,07$$

En Excel sería:



Cada uno de los ahorros mensuales de \$100.000 será invertido a la tasa mensual del 0.4074124% para completar el valor de la matrícula. Veamos.

El primer ahorro será invertido durante 35 meses así:

$$\$ 100.000 * (1 + 0.004074124)^{35} = 115.292,78$$

El segundo ahorro será invertido durante 34 meses así:

$$\$ 100.000 * (1 + 0.004074124)^{34} = 114.824,97$$

Así sucesivamente para los demás ahorros.

Veamos el registro.

Meses de inversión	Períodos de ahorro	Ahorro mensual	Ahorro Valorizado
35	1	1.100.995	115.293
34	2	1.100.995	114.825
33	3	1.100.995	114.359
32	4	1.100.995	113.895
31	5	100.000	113.433
30	6	100.000	112.973

Meses de inversión	Períodos de ahorro	Ahorro mensual	Ahorro Valorizado
29	7	100.000	112.514
28	8	100.000	112.058
27	9	100.000	111.603
26	10	100.000	111.150
25	11	100.000	110.699
24	12	100.000	110.250
23	13	100.000	109.803
22	14	100.000	109.357
21	15	100.000	108.913
20	16	100.000	108.471
19	17	100.000	108.031
18	18	100.000	107.593
17	19	100.000	107.156
16	20	100.000	106.722
15	21	100.000	106.289
14	22	100.000	105.857
13	23	100.000	105.428
12	24	100.000	105.000
11	25	100.000	104.574
10	26	100.000	104.150
9	27	100.000	103.727
8	28	100.000	103.306
7	29	100.000	102.887
6	30	100.000	102.470
5	31	100.000	102.054
4	32	100.000	101.640
3	33	100.000	101.227
2	34	100.000	100.816
1	35	100.000	100.407
0	36	100.000	100.000
			3.868.930

Ahora calculamos los intereses recibidos.

Dado que del total de los intereses se descuenta la retención en la fuente del 4 %, tendremos:

Valor futuro	3.868.930
Ahorro	3.600.000
Intereses devengados	268.930
Retención en la Fuente	10.757
Intereses Netos	258.173
Neto Recibido	3.858.173

Ejemplo N.º 3

Planeamos salir de vacaciones en familia (padre, madre y 2 hijos) para el próximo fin de año. Recibimos una atractiva oferta de un operador turístico consistente en Viaje a Miami (3 noches), Orlando (3 noches) y Crucero por las Bahamas (4 noches); en total 10 noches, 11 días por valor total de USD 999 con desayunos incluidos en Miami y Orlando y todo incluido en el crucero. Los tiquetes aéreos por viajero cuestan \$2.250.000. Investigando los demás costos del viaje tendremos: gastos diarios de alimentación y extras por viajero USD 30 por 7 días; alquiler de auto por una semana USD 450 y un paquete de entrada a parques de diversión para el grupo familiar por USD 500. Para aprovechar la oferta, debemos cancelar hoy el 30 % del valor del plan más el 100 % del valor de los tiquetes aéreos. Estime el monto de ahorro mensual uniforme que durante 8 meses tendremos que hacer y que invertido en una cooperativa financiera nos reconocerá una tasa de interés del 4,88 % efectivo, con el fin de completar todos los costos del viaje. Asuma una tasa de cambio en la fecha de cierre del negocio de 2.961 COP/USD. Para efectos de estimar el crecimiento de la tasa de cambio asuma una tasa de devaluación de peso/dólar anual de 12 % y aplíquela en forma proporcional.

Solución:

Primero establecemos el pago inicial para el cierre del negocio.

Tiquetes aéreos $4 * 2.250.000 =$ \$ 9.000.000

Plan: $999 \text{ USD} * 30\% * \$2.961 =$ \$ 887.411.60

Total cuota inicial \$ 9.887.411.60

Saldos pendientes

Conceptos	Dolares	
Saldo del plan	70%	699,3
Otros gastos		
Alimentación 30 USD diario * 7d * 4Pax	en USD	840
Alquiler auto	en USD	450
Entrada a parques	en USD	500
Saldo a disponer dentro de 8 meses	en USD	2489,3

La tasa de cambio inicial (\$2.961 COP/USD) se llama TASA SPOT y debe proyectarse a 8 meses, es decir hallar una tasa futura que se llama TASA FORWARD. Para ello, utilizamos la tasa de devaluación del peso con respecto al dólar, así:

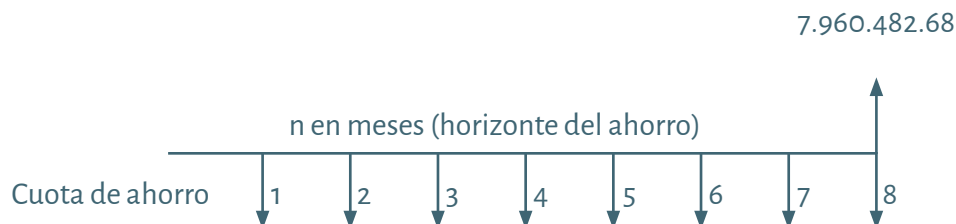
$$\text{TASA FORWARD} = \text{TASA SPOT} * (1 + \% \text{ DEVALUACIÓN})$$

$$\text{TASA FORWARD} = \$2.961 * \left(1 + \frac{0.12}{12} * 8\right) = \$3.197,88$$

Observe que la tasa anual de devaluación fue aplicada proporcionalmente para los 8 meses requeridos.

En pesos, el valor futuro será $2.489,3 \text{ USD} * 3.197,88 \text{ COP} = \$7.960.482,68$

Representación gráfica



Conocido el valor futuro, calculamos la cuota mensual de ahorro. Para ello necesitamos hallar la tasa mensual a partir de la tasa efectiva.

$$\%ip \text{ MES} = (1 + EF\%)^{\frac{1}{12}} - 1$$

$$\%ip \text{ MES} = (1 + 0.0488)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0.3978448\%$$

Ahora hallamos el valor de la cuota mensual de ahorro.

$$P = \frac{VF}{(1 + ip\%)^n - 1}$$

$$P = \frac{7.960.482,68}{(1 + 0.003978448)^8 - 1} = \$981.287,07$$

En Excel sería:

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data in columns B through M:

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
272												
273						Tasa efectiva	4,88%					
274						Tasa mensual	0,398%					
275						Meses de ahorro	8					
276						pago	(\$ 981.287,07)	(\$ 981.287,07)				
277												
278												
279												
280												
281												
282												
283												
284												
285												
286												
287												
288												
289												
290												
291												
292												
293												

The formula bar shows the formula: `=PAGO(H274;H275;;J268)`.

Cada uno de los ahorros mensuales de \$981.287,07 será invertido a la tasa mensual del 0,398 % para completar el valor de la matrícula. Veamos:

El primer ahorro será invertido durante 7 meses así:

$$981.287,07 * (1 + 0.003978448)^7 = \$ 1.008.943,41$$

El segundo ahorro será invertido durante 6 meses así:

$$981.287,07 * (1 + 0.003978448)^6 = \$ 1.004.945,29$$

Así sucesivamente para los demás ahorros.

Veamos el registro.

Meses de inversión	Períodos de ahorro	Ahorro mensual	Ahorro Valorizado
7	1	981.287	1.008.943,41
6	2	981.287	1.004.945,29
5	3	981.287	1.000.963,01
4	4	981.287	996.996,51
3	5	981.287	993.045,73
2	6	981.287	989.110,60
1	7	981.287	985.191,07
0	8	981.287	981.287,07
			7.960.482,68

Ejercicios propuestos

Al final de cada mes, de nuestro sueldo depositamos \$300.000 en una entidad financiera que nos renta 7,45 % anual. ¿Cuánto dinero tendremos al cabo de 2 años?

Respuesta: \$ 7.719.899,75

En nuestra empresa contamos con un Fondo Mutuo de Inversión que nos reconoce por nuestros ahorros el 10.5 % anual. Si nuestro aporte es de 230.000 y la empresa aporta por nosotros la mitad de nuestro ahorro, establezca el monto de dinero que tendremos dentro de 15 meses.

Respuesta: \$ 5.488.903,51

Financiación en moneda extranjera

La globalización de los mercados facilita a las empresas tener acceso a recursos financieros de otros países, en otras monedas y a tasas de interés internacionales, las cuales sumadas a las tasas de devaluación de paridad, en muchos casos y en diferentes momentos del tiempo, pueden resultar más favorables para los empresarios sobre las condiciones financieras de los bancos nacionales.

Igualmente, empresas multinacionales con filiales en diferentes países pueden estar atentas a los cambios en las condiciones financieras de cada país para sacar provecho al cambiar deudas adquiridas en una moneda, por deudas en otra moneda.

Para explicar la operacionalización de créditos en otras monedas, así como refinanciaciones, es preciso presentar los conceptos relacionados.

Tasas compuestas internacionales

Las tasas de interés comúnmente usadas en el exterior son: la tasa PRIME RATE (en Estados Unidos) y la tasa LIBOR (en EUROPA).

Tanto la tasa PRIME (PRIME RATE) como la tasa LIBOR se consideran tasas anuales. El concepto de tasa nominal y efectiva en el exterior no se aplica. Para operacionalizar estas tasas debe sumarse la tasa principal con la tasa *spread* y aplicarse proporcionalmente al periodo de la inversión o del préstamo.

Así, una inversión en un banco americano reconoce una tasa de interés PRIME + 50 pbs.

En este caso la rentabilidad se estima así:

$TC = \text{PRIME } 3,5\% + 50 \text{ pbs}$: los 50 pbs son equivalentes a $50/100 = 0,5\%$

$TC = \text{PRIME } 3,5\% + 0,5\% = 3,55\% \text{ anual}$

Igual ocurre con la TASA LIBOR, la cual se emplea en Europa.

Tasa de interés real

Es aquella que descuenta a la tasa de rentabilidad ofrecida en una inversión, el valor de la inflación. Es decir que mantiene el poder de compra del dinero invertido, y refleja la tasa de interés realmente ganada.

Se obtiene a partir de la siguiente fórmula:

$$\%IR = \left(\frac{1 + \%EF}{1 + \%INFLAC} - 1 \right) * 100$$

Es preciso mencionar que para efectuar el cálculo, la tasa anual ganada debe estar expresada en términos efectivos anuales.

Tasa de devaluación de paridad

Es la tasa de interés que genera la paridad en el poder de compra de dos monedas. La equivalencia entre ellas se puede obtener de dos maneras:

- PRIMERA: por el diferencial de la inflación de los países cuyas monedas se encuentran vinculadas en una tasa de cambio.
- SEGUNDA: por el diferencial de las tasas de interés libres de riesgo de los dos países cuyas monedas se encuentran vinculadas en una tasa de cambio.

La diferencia entre las dos inflaciones o de las tasas de interés representa el mayor valor que debe pagar la moneda del país con mayor inflación o mayor tasa de interés por la otra moneda, como compensación por tener precios locales más altos.

Cálculo por el diferencial de tasas de inflación

Se estima así:

$$\% TDP = \left(\frac{1 + \text{Inflación País A}}{1 + \text{Inflación País B}} \right) - 1$$

Donde

% TDP = Tasa de devaluación de paridad

País A y País B = cada uno de ellos se identifica en el orden en el cual está expresada la tasa de cambio.

Ejemplo: 3.000 COP/USD, se lee como una equivalencia de 3.000 pesos colombianos que deben darse por 1 dólar americano.

Las iniciales de cada moneda en general (aunque hay algunas excepciones) se expresan con tres letras; las dos primeras son las iniciales del país y la tercera es la inicial del nombre de la moneda.

Así, COP significa Colombia Peso y USD Estados Unidos Dólares.

En la relación COP/USD el país A es Colombia y el país B es Estados Unidos.

Con base en la tasa de devaluación de paridad, se ajusta la tasa de cambio futuro (TASA FORWARD), partiendo de la tasa de cambio inicial (TASA SPOT) y se halla así:

$$\text{TASA FORWARD} = \text{TASA SPOT} * (1 + \% \text{ DEVALUACIÓN})$$

Donde:

TASA FORWARD = Tasa de cambio futura (ajustada por inflación)

TASA SPOT = Tasa de cambio inicial

Cálculo por el diferencial de tasas de interés

Se estima así:

$$\text{TASA FORWARD} = \text{TASA SPOT} + \text{PUNTOS SWAP}$$

$$\text{PUNTOS SWAP} = \text{TASA SPOT} * (\% \text{ I LR país A} - \% \text{ I LR país B}) * \frac{n \text{ días}}{360}$$

Donde:

% I LR país A = Tasa de interés libre de riesgo del país A

% I LR país B = Tasa de interés libre de riesgo del país B

n en días = número de días entre la fecha inicial de la TASA SPOT y la fecha futura de la TASA FORWARD.

Operacionalización de los créditos en moneda extranjera

Así como los créditos en moneda local, los créditos nominados en monedas diferentes a la del país pueden someterse a proceso de refinanciación por cambio en tasas de interés de financiación, variaciones en tasas de inflación, tasas de devaluación, cambios en modalidades de pago, abonos extraordinarios. Veremos a través de varios ejemplos estas posibilidades.

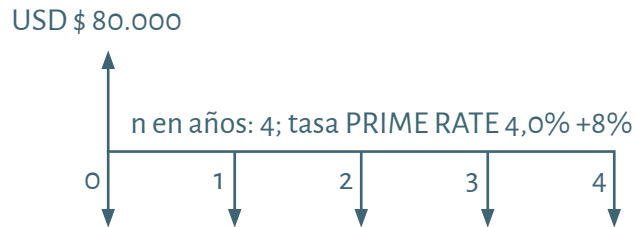
Préstamo con cuotas fijas

Ejemplo N.º 1

El City Bank of Miami nos otorga un préstamo de US\$80.000 a una tasa de Prime Rate (4,0 %) + 800 puntos básicos a un plazo de 4 años con pagos anuales iguales. La inflación proyectada por el DANE para los próximos 4 años es de 4.67 %, 4,30 %, 4 % y 3.80 %, respectivamente. La economía norteamericana ha mostrado signos de crecimiento estable, por lo que se supone un inflación de 2.3 %, 2,1 %, 2.0 % y 1.8 % para cada uno de los años venideros. Efectúe la tabla de amortización en dólares americanos y en pesos colombianos con el fin de planear los desembolsos de dinero para atender la deuda; asuma que la tasa de cambio en la fecha de desembolso del préstamo es de 3.000 COP/USD.

Solución

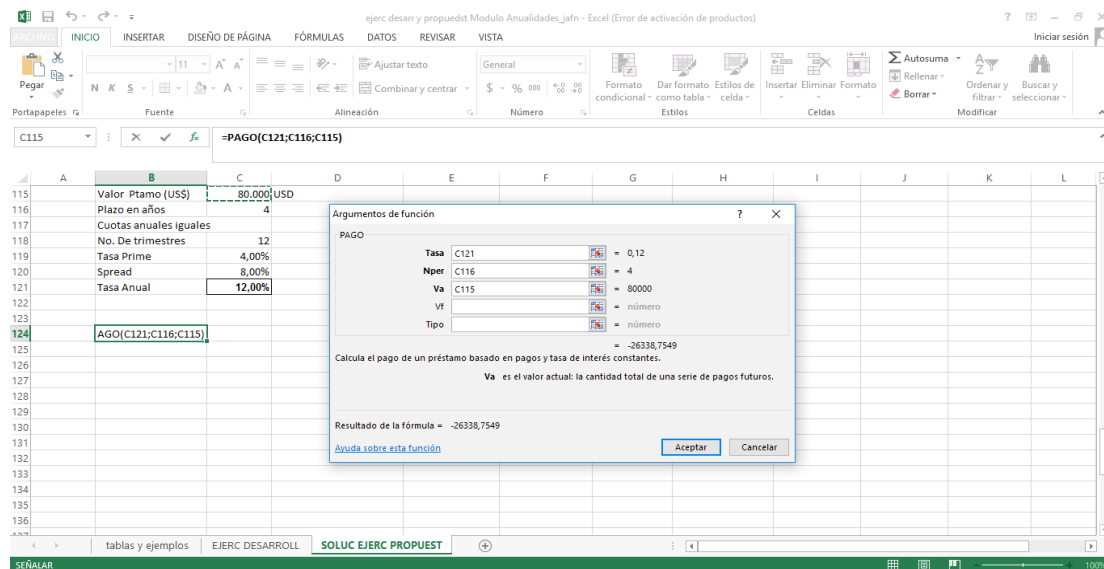
Representación gráfica de la operación



Calculamos el valor de la cuota anual.

$$P = \frac{0.12 * (1 + 0.12)^4}{(1 + 0.12)^4 - 1} * \$80.000 = \$26.338,45$$

En Excel sería:



Ahora hallamos la tasa de devaluación de paridad para los 4 años de la deuda, con el fin de proyectar la tasa de cambio. Usamos la fórmula del diferencial de tasas de inflación.

Para el primer año sería:

$$\%TDP = \frac{1 + \text{Inflación País A}}{1 + \text{Inflación País B}} - 1$$

$$\%TDP = ((1 + 0,0467) / (1 + 0,023)) - 1 = 2,3167\%$$

$$\%TDP = \frac{1 + 0.0467}{1 + 0.023} - 1 = 2,3167\%$$

Para el segundo año sería:

$$\%TDP = \frac{1 + \text{Inflación País A}}{1 + \text{Inflación País B}} - 1$$

$$\%TDP = \frac{1 + 0.0430}{1 + 0.0210} - 1 = 2,1548\%$$

Para el tercer año sería:

$$\%TDP = \frac{1 + \text{Inflación País A}}{1 + \text{Inflación País B}} - 1$$

$$\%TDP = \frac{1 + 0.04}{1 + 0.02} - 1 = 1,9608\%$$

Para el cuarto año sería:

$$\%TDP = \frac{1 + \text{Inflación País A}}{1 + \text{Inflación País B}} - 1$$

$$\%TDP = \frac{1 + 0.038}{1 + 0.018} - 1 = 1,9646\%$$

Conocidas las tasas de devaluación de paridad, proyectamos la tasa de cambio así para el año 1:

$$\text{TASA FORWARD} = \text{TASA SPOT} * (1 + \% \text{ DEVALUACIÓN})$$

$$\text{TASA FORWARD (1 año)} = 3.000 * (1 + 0,023167) = 3.069.50$$

Para el año 2:

$$\text{TASA FORWARD (2 año)} = 3.069,50 * (1 + 0,021548) = 3.135.64$$

Y así sucesivamente.

Las estimaciones se consolidan en la siguiente tabla.

Año	% Inflación Colombia	% Inflación E.U.	Tasa Paridad	Tasas de cambio
				3000
1	4,67%	2,30%	2,3167%	3069,50
2	4,30%	2,10%	2,1548%	3135,64
3	4,0%	2,00%	1,9608%	3197,12
4	3,80%	1,8%	1,9646%	3259,94

Ya podemos construir la tabla de amortización en dólares.

Dolares				
Años	Saldo deuda	Abono a capital	Intereses	Cuota
0	80.000			
1	63.261,25	16.738,75	9.600,00	26.338,75
2	44.513,84	18.747,41	7.591,35	26.338,75
3	23.516,75	20.997,09	5.341,66	26.338,75
4	0,00	23.516,75	2.822,01	26.338,75

Al igual que la tabla de amortización de préstamos en moneda nacional, los cálculos se realizan así:

Intereses año 1 = Saldo de la deuda año anterior (0) * tasa de interés

Intereses año 1 = $80.000 * 12\% = 9.600$ dólares

Abono a capital año 1 = Valor cuota anual – intereses

Abono a capital año 1 = $26.338,75 - 9.600 = 16.738,75$ dólares

Saldo de capital año 1 = Saldo de capital año anterior (0) – Abono a capital año 1

Saldo de capital año 1 = $80.000 - 16.738,75 = 63.261,25$ dólares

Para los años siguientes se proyecta de la misma forma.

Ya podemos proyectar la tabla de amortización en pesos, la cual quedaría así:

Años	DOLARES				COP/USD		PESOS			
	Saldo deuda	Abono a capital	Intereses	Cuota	Tasa de cambio	Saldo deuda	Abono a capital	Intereses	Cuota	Dif. en cambio
0	80.000				3.000,00	240.000.000,00				
1	63.261,25	16.738,75	9.600,00	26.338,75	3.069,50	194.180.484,58	51.379.632,72	29.467.214,08	80.846.846,80	-5.560.117,30
2	44.513,84	18.747,41	7.591,35	26.338,75	3.135,64	139.579.445,30	58.785.143,74	23.803.750,69	82.588.894,43	-4.184.104,47
3	23.516,75	20.997,09	5.341,66	26.338,75	3.197,12	75.185.968,32	67.130.328,85	17.077.955,66	84.208.284,52	-2.736.851,87
4	0,00	23.516,75	2.822,01	26.338,75	3.259,94	0,00	76.663.099,33	9.199.571,92	85.862.671,24	-1.477.131,01
										-13.958.204,65

Veamos la forma de calcular los componentes de la tabla en pesos.

Saldo de la deuda en COP = Saldo de la deuda en dólares * tasa de cambio de ese mismo período.

Saldo de la deuda en COP (año 0) = 80.000 USD * 3.000 COP/USD = 240.000.000 COP; Abono a capital en COP = Abono a Capital en USD * Tasa de cambio de ese mismo momento.

Abono a capital en COP = Abono a Capital en USD * Tasa de cambio de ese mismo momento.

Abono a capital en COP (año 1) = 16.738,75 USD * 3.069,50 COP/USD = 51.379.632,72 COP

Intereses en COP = Intereses en USD * Tasa de cambio de ese mismo momento.

Intereses en COP (año 1) = 9.600 USD * 3.069,50 COP/USD = 29.467.214,08 COP, Cuota en COP = Cuota en USD * Tasa de cambio de ese mismo momento.

Cuota en COP (año 1) = 26.338,75 USD * 3.069,50 COP/USD = 80.846.846,80 COP

Se observa que la tabla contiene una última columna llamada diferencia en cambio, la cual representa la pérdida o utilidad en PESOS que se genera al convertir por el diferencial en la tasa de cambio de año a año. En este ejemplo, la cantidad de PESOS que deben darse por un dólar crece año a año debido al porcentaje de devaluación generado por la mayor tasa de inflación en Colombia.

La diferencia en cambio se estima así:

Diferencia en cambio (año 1) = saldo en COP año 0 – abono a capital en COP año 1 – saldo de capital en COP (año 1)

Diferencia en cambio (año 1) = 240.000.000 COP – 51.379.632,72 COP – 194.180.484,58 COP = -5.560.117,30 PESOS

Este resultado significa que el deudor, por efecto de pagar en el año 1 la cuota en dólares con tasa de cambio COP/USD mayor, tiene un sobre costo en pesos que representa un costo financiero mayor.

Refinanciación con cambios en tasa de interés, periodos de pago y abonos a capital diferentes

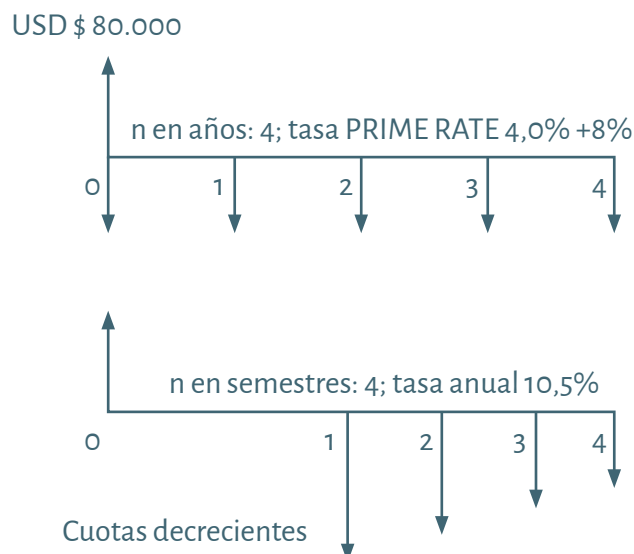
Cuando en una deuda los abonos a capital representan porcentajes diferentes sobre el total del capital adeudado, el valor de la cuota periódica no es uniforme y es decreciente en valores absolutos (pesos, dólares, etc.).

Ejemplo N.º 2

A partir del ejercicio anterior, asumimos que transcurridos dos años del crédito, conseguimos refinanciación con Banco de Bogotá a una tasa efectiva anual del 10.50 %, a un plazo de dos años, con pagos semestrales donde los abonos semestrales a capital equivalen al 40 %, 30 %, 20 % y 10 % respectivamente, del saldo de capital que se va a refinanciar. Suponga una tasa de devaluación anual del 4.5 % para cada uno de los dos últimos años y aplique en forma proporcional a los periodos semestrales. Efectúe la tabla de amortización en pesos.

Solución

Representación gráfica de la operación



Proyectamos la tabla de amortización en dólares

Dolares				
Años	Saldo deuda	Abono a capital	Intereses	Cuota
0	44.513,84			
1	26.708,30	17.805,54	4.673,95	22.479,49
2	13.354,15	13.354,15	2.804,37	16.158,52
3	4.451,38	8.902,77	1.402,19	10.304,95
4	0,00	4.451,38	467,40	4.918,78

La refinanciación inicia con el saldo de capital pendiente después del segundo pago anual, el cual quedó en 44.513,84 USD.

Los abonos a capital se obtienen así:

Saldo de capital * porcentaje de abono definido para el semestre correspondiente:

En el primer pago semestral = $44.513,84 \text{ USD} * 40\% = 17.805,54 \text{ USD}$

En el segundo pago semestral = $44.513,84 \text{ USD} * 30\% = 13.354,15 \text{ USD}$

En el tercer pago semestral = $44.513,84 \text{ USD} * 20\% = 8.902,77 \text{ USD}$

En el cuarto y último pago semestral = $44.513,84 \text{ USD} * 10\% = 4.451,38 \text{ USD}$

Las cuotas semestrales se obtiene de la suma del abono a capital y de los intereses; el primer pago semestral será de $17.805,54 \text{ USD} + 4.673,95 \text{ USD} = 22.479,49 \text{ USD}$; las demás cuotas semestrales se estiman de la misma forma.

Terminada la tabla de amortización en USD, necesitamos construir la proyección de la tasa de cambio COP/USD semestre a semestre que nos permita proyectar la tabla de amortización en COP. Entonces:

$$\text{TASA FORWARD} = \text{TASA SPOT} * (1 + \% \text{ DEVALUACIÓN})$$

El ejemplo plantea una devaluación anual del 4,5 % que debe aplicarse con proporción semestral. Esto equivale a dividir 4,5 % en 2, lo que nos da una devaluación semestral del 2,25 %. Entonces:

$$\text{TASA FORWARD (semestre 1)} = 3.135,64 * (1 + 0,0225) = 3.206,19$$

Para el semestre 2:

$$\text{TASA FORWARD (semestre 2)} = 3.206,19 * (1 + 0,0225) = 3.278,33$$

Y así sucesivamente.

Las estimaciones se consolidan en la siguiente tabla:

Semestre	Tasa de devaluación	Tasa de cambio
0		3.135,64
1	2,25%	3206,19
2	2,25%	3278,33
3	2,25%	3352,10
4	2,25%	3427,52

Ahora construimos la tabla de amortización en COP.

Semestre	DOLARES				COP/USD		PESOS			
	Saldo deuda	Abono a capital	Intereses	Cuota	Tasa de cambio	Saldo deuda	Abono a capital	Intereses	Cuota	Dif. en cambio
0	44.513,84				3.135,64	139.579.445,30				
1	26.708,30	17.805,54	4.673,95	22.479,49	3.206,19	85.631.989,69	57.087.993,13	14.985.598,20	72.073.591,33	-3.140.537,52
2	13.354,15	13.354,15	2.804,37	16.158,52	3.278,33	43.779.354,73	43.779.354,73	9.193.664,49	52.973.019,22	-1.926.719,77
3	4.451,38	8.902,77	1.402,19	10.304,95	3.352,10	14.921.463,40	29.842.926,81	4.700.260,97	34.543.187,78	-985.035,48
4	0,00	4.451,38	467,40	4.918,78	3.427,52	0,00	15.257.196,33	1.602.005,61	16.859.201,95	-335.732,93
										-6.388.025,70

La dinámica de la construcción de la tabla es la misma planteada en el ejemplo anterior. El cambio sustantivo radica en que los pagos son semestrales, los abonos a capital como componentes de las cuotas semestrales representan porcentajes definidos desde un comienzo, en relación con el saldo de capital, y donde la suma de esos porcentajes es el 100 %, lo que asegura el cubrimiento del saldo total de la deuda; estos abonos proyectan cuotas semestrales diferentes y más bajas semestre a semestre.

Refinanciación de préstamos con reducción de tasa de interés y deuda en moneda diferente al crédito inicial

Ejemplo N.º 3

Bancolombia Sede Nueva York nos otorga un préstamo de US\$120.000 a una tasa de Prime Rate (4,0%) + 350 PBS a un plazo de 3 años con pagos trimestrales iguales. La inflación proyectada para Colombia según el Banco de la República será para los próximos 3 años 5,1 %, 4,7 % y 4.0 %, respectivamente. La inflación en USA fue proyectada en 2.2 %, 2.1 % y 2.0 % para cada uno de los años venideros (aplique proporcionalmente a los periodos trimestrales para la amortización del crédito inicial). Al cabo de un año, conseguimos refinanciación del saldo de la deuda en libras esterlinas a una tasa de Libor 1,85 % +300 pbs, a un plazo de dos años con pagos cuatrimestrales iguales. Estime las variaciones en las tasas de cambio para la refinanciación mediante las variaciones en las tasas de interés; elabore las tablas de amortización del crédito (financiación: dólares americanos-pesos colombianos; refinanciación: libras esterlinas-pesos colombianos) que le permita planear sus flujos de caja. La información conocida en la fecha de desembolso del préstamo inicial es la siguiente:

TRM equivalente a \$2.990.59

1 libra esterlina = 1,38275 dólares americanos

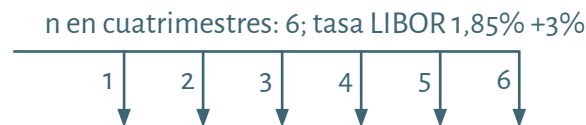
Tasa de Interés libre de riesgo: Colombia: 5,97%; Inglaterra 1,95%; USA 2,5%

Solución

Representación gráfica de la operación



Refinanciación del saldo de la deuda



Calculamos el pago trimestral del crédito inicial así:

$$P = \frac{0.0188 * (1 + 0.0188)^{12}}{(1 + 0.0188)^{12} - 1} * \$120.000 = \$11.260,22$$

Debe considerarse que el número de pagos trimestrales necesarios para pagar el préstamo es de 12, independientemente de que se hará refinanciación un año después del desembolso del préstamo.

En Excel sería:

ejerc desar y propuest Modulo Anualidades.jafn - Excel (Error de activación de productos)

INICIO INSERTAR DISEÑO DE PÁGINA FÓRMULAS DATOS REVISAR VISTA

Portapapeles Fuente Alineación Número Estilos Celdas Modificar

Portapapeles Fuente Alineación Número Estilos Celdas Modificar

Valor Ptamo (USD) 120.000,00
Plazo 3 años 3
Cuotas TRIMESTRALES iguales
No. De trimestre 12
Tasa Prime 4,00%
Spread 3,50%
Efectiva anual 7,50%
Tasa trimestral 1,88%
Valor cuota trim -11260,22

Argumentos de función

PAGO

Tasa C190 0,01875
Nper 12 12
Va C183 120000
Vf
Tipo
Resultado de la fórmula -11260,22204

Calcula el pago de un préstamo basado en pagos y tasa de interés constantes.
Va es el valor actual: la cantidad total de una serie de pagos futuros.

Resultado de la fórmula -11260,22204

Ayuda sobre esta función Aceptar Cancelar

tablas y ejemplos EJERC DESARROLL SOLUC EJERC PROPUEST

SEÑALAR

Ahora construimos la tabla de amortización en dólares.

Años	Dolares			
	Saldo deuda	Abono a capital	Intereses	Cuota
0	120.000			
1	110.989,78	9.010,22	2.250,00	11.260,22
2	101.810,61	9.179,16	2.081,06	11.260,22
3	92.459,34	9.351,27	1.908,95	11.260,22
4	82.932,73	9.526,61	1.733,61	11.260,22
5	73.227,50	9.705,23	1.554,99	11.260,22
6	63.340,29	9.887,21	1.373,02	11.260,22
7	53.267,70	10.072,59	1.187,63	11.260,22
8	43.006,25	10.261,45	998,77	11.260,22
9	32.552,39	10.453,85	806,37	11.260,22
10	21.902,53	10.649,86	610,36	11.260,22
11	11.052,98	10.849,55	410,67	11.260,22
12	0,00	11.052,98	207,24	11.260,22

Como al final del primer año hacemos refinanciación, tomamos el saldo de la deuda al final primer año (pago del cuarto trimestre), y solamente proyectamos la tabla de amortización en pesos hasta el primer año, ya que debemos conocer el flujo de caja requerido para atender la obligación.

Para el efecto, proyectamos la tasa de devaluación de paridad para el primer año, mediante el diferencial de las tasas de inflación de Colombia y Estados Unidos.

Para el primer año sería:

$$\%TDP = \frac{1 + \text{Inflación País A}}{1 + \text{Inflación País B}} - 1$$

$$\%TDP = \frac{1 + 0.0510}{1 + 0.0220} - 1 = 2.84\%$$

Como requerimos proyectar la tasa de cambio en períodos trimestrales, entonces dividimos la tasa de devaluación anual en 4. Resulta:

$$\frac{2.84\%}{4} = 0.709\%$$

La proyección de tasa de cambio para el primer trimestre sería:

$$\text{TASA FORWARD} = \text{TASA SPOT} * (1 + \% \text{ DEVALUACIÓN})$$

$$\text{TASA FORWARD (trimestre 1)} = 2.990,59 * (1 + 0,00709) = 3.011,81$$

Para el trimestre 2:

$$\text{TASA FORWARD (trimestre 2)} = 3.011,81 * (1 + 0,00709) = 3.033,17$$

Y así sucesivamente.

Las estimaciones se consolidan en la siguiente tabla:

Trimestres	Tasa de devaluación paridad	Tasa de cambio
0		2.990,59
1	0,71%	3011,81
2	0,71%	3033,17
3	0,71%	3054,69
4	0,71%	3076,36

Ahora construimos la tabla de amortización en COP.

Trimestre	Saldo deuda	Abono a capital	Intereses	Cuota	Tasa de cambio	Saldo deuda	Abono a capital	Intereses	Cuota	Dif. en cambio
0	120.000				2.990,59	358.870.800,00				
1	110.989,78	9.010,22	2.250,00	11.260,22	3011,81	334.279.573,37	27.137.032,20	6.776.561,35	33.913.593,56	-2.545.805,58
2	101.810,61	9.179,16	2.081,06	11.260,22	3033,17	308.808.961,04	27.841.969,39	6.312.204,95	34.154.174,33	-2.371.357,05
3	92.459,34	9.351,27	1.908,95	11.260,22	3054,69	282.434.412,57	28.565.218,69	5.831.243,09	34.396.461,78	-2.190.670,22
4	82.932,73	9.526,61	1.733,61	11.260,22	3076,36	255.130.727,70	29.307.255,80	5.333.212,19	34.640.467,99	-2.003.570,93

La dinámica de la construcción de la tabla es la misma planteada en el ejemplo anterior.

Ahora realizaremos los pasos para la refinanciación de la deuda.

Como se cambiará la deuda en dólares (USD) por deuda en libras esterlinas (GBP), debemos conocer cuántas libras esterlinas se requieren para pagar el saldo en dólares, es decir, debemos generar una relación de GBP/USD.

Las tasas de cambio SPOT en el momento de la liquidación del préstamo en dólares fueron:

2.937,59 COP/USD

1,38275 USD/GBP

Como necesitamos una tasa de cambio de GBP/USD y tenemos la relación USD/GBP, entonces hacemos el inverso así:

$$\frac{1}{1,38275 \text{ USD/GBP}} = 0,723196528656663 \text{ GBP/USD}$$

Quiere decir que se daban 0,72 libras esterlinas por cada dólar en la fecha de desembolso del préstamo inicial.

Ahora hallamos la tasa FORWARD a un año (por el diferencial de tasas de interés) para poder establecer cuantas libras esterlinas (GBP) se requieren para cancelar los 82.392.73 dólares (USD) que se deben.

Tasa libre de riesgo en USA 2,50%

Tasa libre de riesgo en Gran Bretaña 1,95%

TASA FORWARD = TASA SPOT + PUNTOS SWAP

$$\text{PUNTOS SWAP} = \text{TASA SPOT} * (\% \text{ILR país A} - \% \text{ILR país B}) * \frac{n \text{ días}}{360}$$

$$\begin{aligned} \text{TASA FORWARD (1 AÑO)} &= 0.723196528656663 + 0.723196528656663 \\ &((1.95\% - 2.50\%) * \frac{360}{360}) = 0.719218947749051 \text{ GBP/USD} \end{aligned}$$

Calculamos el saldo en libras esterlinas (GBP) para la refinanciación, así:

$$\text{Saldo en GBP} = \text{Saldo en USD} * \text{tasa de cambio GBP/USD}$$

$$\text{Saldo en GBP} = 82.932,73 \text{ USD} * 0.719218947749051 \text{ GBP/USD} = 59.646,79 \text{ GBP (LIBRAS ESTERLINAS)}$$

Calculamos la cuota cuatrimestral uniforme que se pagará en LIBRAS ESTERLINAS en la refinanciación así:

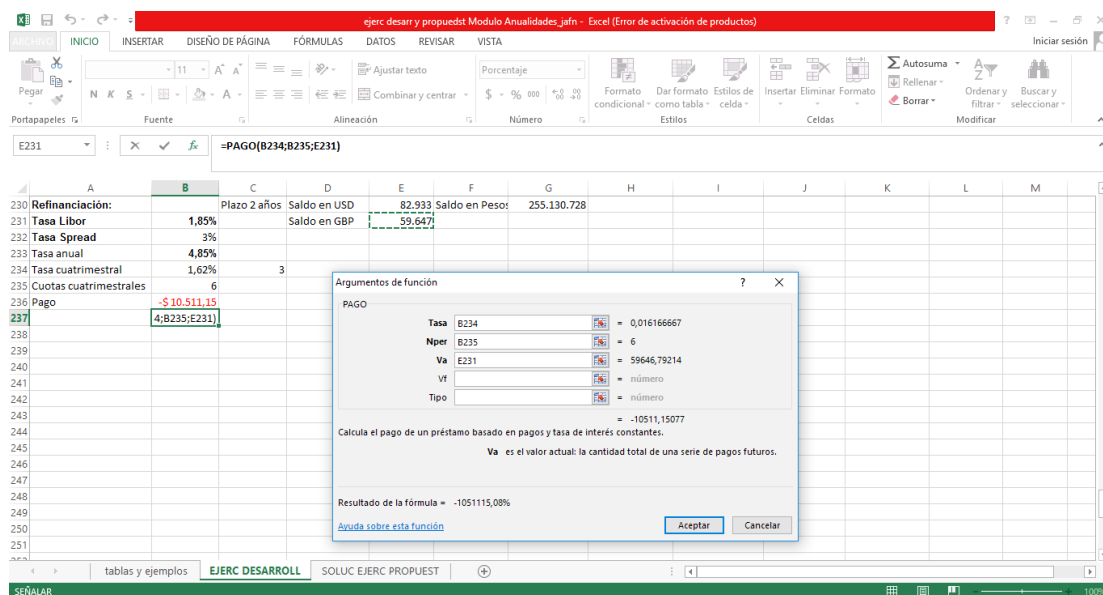
$$\text{Tasa anual } 1,85\% \text{ Libor} + 3\% = 4,85\%$$

$$\text{Tasa cuatrimestral} = 4,85\% / 3 = 1,62\%$$

Cuotas cuatrimestrales a pagar: 6 (equivalente a 2 años de plazo)

$$P = \frac{0.0162 * (1 + 0.0162)^6}{(1 + 0.0162)^6 - 1} * 59.646,79 = 10.511,15 \text{ GBP}$$

En Excel sería:



Construimos la tabla de amortización del crédito el GBP (libras esterlinas).

Periodo	Años	Capital	Abono a capital	Intereses	Cuota
	0	59.646,79			
cuatrim 1	1	50.099,93	9.546,86	964,29	10.511,15
cuatrim 2	1	40.398,73	9.701,20	809,95	10.511,15
cuatrim 3	1	30.540,69	9.858,04	653,11	10.511,15
cuatrim 4	2	20.523,28	10.017,41	493,74	10.511,15
cuatrim 5	2	10.343,92	10.179,36	331,79	10.511,15
cuatrim 6	2	0,00	10.343,92	167,23	10.511,15

La dinámica de la construcción de la tabla es la misma planteada en ejemplos anteriores.

Ahora, debemos proyectar la tasa de cambio COP/GBP para cada uno de los seis (6) cuatrimestres en los que pagara la deuda en GBP; esto nos permitirá construir la tabla de amortización de la refinanciación en COP.

Las tasas de cambio SPOT en el momento de la liquidación del préstamo en dólares fueron:

2.937,59 COP/GBP

1,38275 USD/GBP

Observamos en las tasas de cambio que hay una moneda común entre las libras esterlinas y los pesos colombianos, que son los dólares; para generar la relación COP/GBP debemos eliminar la moneda USD. Entonces hacemos la relación inversa de USD/GBP así

$$\frac{1}{1.38275} \frac{\text{USD}}{\text{GBP}} = 0,723196528656663 \frac{\text{GBP}}{\text{USD}}$$

Ahora relacionamos las dos tasas de cambio donde la moneda común es el dólar para eliminarlo, así:

$$\frac{2.937,59 \text{ COP/USD}}{0,723196528656663 \text{ GBP/USD}} = 4061,9525725 \text{ COP/GBP}$$

Como ya tenemos la tasa SPOT de PESOS por LIBRA ESTERLINA COP/GBP, en la fecha de desembolso del crédito inicial, calculamos la tasa FORWARD por el diferencial entre las tasas de interés libre de riesgo de Colombia y Estados Unidos, a un año así:

TASA FORWARD = TASA SPOT + PUNTOS SWAP

PUNTOS SWAP = TASA SPOT * (%ILR país A - %ILR país B) * $\frac{n \text{ días}}{360}$

$$\begin{aligned} \text{TASA FORWARD (1 AÑO)} &= 4061,9525725 + (4061,9525725 * (5,97\% - 1,95\%) \\ &* \frac{360}{360} = 4225,2430659145 \text{ COP/GBP} \end{aligned}$$

A continuación, estimamos las tasas FORWARD para cada uno de los seis cuatrimestres siguientes, así:

Para el cuatrimestre 1:

$$\begin{aligned} \text{TASA FORWARD (120 días)} &= 4225,2430659145 + (4225,2430659145 * (5,97\% \\ &- 1,95\%) * \frac{120}{360} = 4281,86132299775 \text{ COP/GBP} \end{aligned}$$

Para el cuatrimestre 2:

$$\begin{aligned} \text{TASA FORWARD (120 días)} &= 4281,86132299775 + (4281,86132299775 * \\ &(5,97\% - 1,95\%) * \frac{120}{360} = 4339,23826472592 \text{ COP/GBP} \end{aligned}$$

Para el cuatrimestre 3:

$$\begin{aligned} \text{TASA FORWARD (120 días)} &= 4339,23826472592 + (4339,23826472592 * \\ &(5,97\% - 1,95\%) * \frac{120}{360} = 4397,38405747325 \text{ COP/GBP} \end{aligned}$$

Y así sucesivamente para los demás cuatrimestres.

Las estimaciones se consolidan en la siguiente tabla.

COP/GBP	
	tasas de cambio
	4225,243066
cuatrim 1	4281,861323
cuatrim 2	4339,238265
cuatrim 3	4397,384057
cuatrim 4	4456,309004
cuatrim 5	4516,023544
cuatrim 6	4576,53826

Ahora construimos la tabla de amortización en COP.

LIBRAS ESTERLINAS (GBP)						COP/GBP		PESOS COLOMBIANOS (COP)			
Periodo	Año	Capital	Abono a capital	Intereses	Cuota	Tasa de cambio	Capital	Abono a capital	Intereses	Cuota \$	Dif. en cambio
	0	59.646,79				4225,24	4.225				
cuatrim 1	1	50.099,93	9.546,86	964,29	10.511,15	4281,86	214.520.958	40.878.335	4.128.955	45.007.290	-255.395.067
cuatrim 2	1	40.398,73	9.701,20	809,95	10.511,15	4339,24	175.299.712	42.095.826	3.514.561	45.610.388	-2.874.581
cuatrim 3	1	30.540,69	9.858,04	653,11	10.511,15	4397,38	134.299.149	43.349.579	2.871.988	46.221.567	-2.349.016
cuatrim 4	2	20.523,28	10.017,41	493,74	10.511,15	4456,31	91.458.085	44.640.673	2.200.263	46.840.936	-1.799.609
cuatrim 5	2	10.343,92	10.179,36	331,79	10.511,15	4516,02	46.713.404	45.970.219	1.498.385	47.468.604	-1.225.538
cuatrim 6	2	0,00	10.343,92	167,23	10.511,15	4576,54	0	47.339.364	765.320	48.104.684	-625.960
											-264.269.771

La dinámica de la construcción de la tabla es la misma planteada en el ejemplo anterior. El cambio sustantivo radica en que los pagos son cada cuatro meses.

Ejercicios propuestos

Ejercicio N.º 1

Itaú Unibanco nos otorga un préstamo de US\$55.000 a una tasa de Prime Rate (4,0%) + 630 puntos básicos a un plazo de 3 años con pagos bimestrales iguales. La inflación proyectada por el DANE para los próximos 4 años es de 4.39 %, 4,20 %, 4,01 % y 3.95 %, respectivamente. La inflación en Estados Unidos se estima en 2.0 %, para cada uno de los años venideros. Efectúe la tabla de amortización en dólares americanos y en pesos colombianos con el fin de planear los desembolsos de dinero para atender la deuda. Asuma que la tasa de cambio en la fecha de desembolso del préstamo es de 3.050 COP/USD, aplique la tasa de devaluación de paridad proporcional a los períodos bimestrales.

Ejercicio N.º 2

Del ejercicio N.º 1, asuma que al finalizar el año 2, el Banco de Occidente nos otorga un préstamo nominado en dólares americanos para cancelar el anterior, a una tasa de interés inferior en 100 puntos básicos y nos ofrece la oportunidad de efectuar pagos trimestrales por espacio de 1,5 años con cuotas periódicas con abono a capital igual en todos los trimestres. Efectúe la tabla de amortización de la refinanciación en pesos; asuma la tasa de devaluación de paridad proporcional a los períodos trimestrales.

Ejercicio N.º 3

Banco de Bogotá nos otorga un préstamo nominado en dólares por la suma de US\$75.000 a una tasa de Prime Rate (4,0%) + 570 pbs, a un plazo de 3 años, con pagos mensuales iguales. Al cabo de 15 meses conseguimos refinanciación del saldo de la deuda en francos franceses (FRF), a una tasa Libor 1,858 % +345 pbs, a un plazo de dos años con pagos bimestrales iguales.

Efectúe la tablas de amortización del crédito (financiación: dólares americanos-pesos colombianos; refinanciación: francos franceses-pesos colombianos) que le permita planear sus flujos de caja. La información conocida en la fecha de desembolso del préstamo inicial es la siguiente:

TRM equivalente a \$2.970.33

1 dólar americano = 5,88714 francos franceses

Tasa de Interés libre de riesgo: Colombia: 5,41%; Francia 1,65%; USA 2%

Resumen de fórmulas y glosario

El concepto de tasa efectiva debe entenderse como una tasa anual.

Tasa efectiva (a partir de una tasa nominal vencida):

$$\%EF = ((1 + ip\%)^n - 1) * 100$$

Tasa efectiva (a partir de una tasa nominal anticipada):

$$\%EF = ((1 - \%ip)^{-n} - 1) * 100$$

Donde:

% EF = Tasa efectiva

% ip = Tasa periódica

n = número de períodos que hay en un año

Tasa nominal vencida (a partir de una tasa efectiva):

$$Nominal Vencida = ((1 + \%EF)^{\frac{1}{n}} - 1) * 100 * n$$

Tasa nominal anticipada (a partir de una tasa efectiva):

$$Nominal anticipada = 1 - ((1 + \%EF)^{-1/n}) * 100 * n$$

Tasa compuesta

$$TC = (((1 + \% tasa principal) * (1 + \% tasa spread)) - 1) * 100;$$

Tanto % tasa principal y % de tasa *spread* deben estar expresadas como tasas efectivas anuales.

Tasa real

$$\%IR = \left(\frac{1 + \%EF}{1 + \%INFLAC} - 1 \right) * 100$$

Donde:

% IR = Tasa real ganada

% EF = Tasa efectiva anual ganada

% INFLAC = tasa de inflación anual

Valor del dinero en el tiempo

$$VF = VP * (1 + ip\%)^n$$

$$VP = \frac{VF}{(1 + ip\%)^n}$$

$$n = \frac{\log \left(\frac{VF}{VP} \right)}{\log (1 + ip\%)}$$

$$ip\% = \left(\frac{VF}{VP} \right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

Donde:

VF: valor del dinero en el futuro

VP: valor del dinero hoy (en el momento de realizar la operación financiera)

n: tiempo de la operación

ip%: tasa de interés periódica aplicable a esa operación

Anualidades

Valor presente de una anualidad

$$P = VP * \frac{(ip\% * (1 + ip\%)^n)}{(1 + ip\%)^n - 1}$$

Donde:

P = Pago periódico uniforme

VP = valor presente de dinero

n = número de pagos periódicos uniformes que se deben hacer

ip% = tasa de interés aplicada (costo del capital)

Valor futuro de una anualidad

$$P = \frac{VF}{\frac{(1 + ip\%)^n - 1}{ip\%}}$$

$$VF = P * \frac{(1 + ip\%)^n - 1}{ip\%}$$

Donde:

P = Pago periódico uniforme

VF = valor futuro de dinero

n = número de pagos periódicos uniformes que se deben hacer

ip% = tasa de interés aplicada (costo del capital)

Tasa de devaluación de paridad

Por el diferencial de las tasas de inflación se estima así:

$$\%TDP = \frac{1 + \text{Inflación País A}}{1 + \text{Inflación País B}} - 1$$

Donde

% TDP = Tasa de devaluación de paridad

País A y País B = cada uno de ellos se identifica en el orden en el cual está expresada la tasa de cambio.

TASA FORWARD = TASA SPOT * (1 + % DEVALUACIÓN)

Donde:

TASA FORWARD = Tasa de cambio futura (ajustada por inflación)

TASA SPOT = Tasa de cambio inicial

Por el diferencial de las tasas de interés se estima así:

TASA FORWARD = TASA SPOT + PUNTOS SWAP

PUNTOS SWAP = TASA SPOT * (%ILR país A - %ILR país B) * $\frac{n \text{ días}}{360}$

Donde:

% I LR país A = Tasa de interés libre de riesgo del país A

% I LR país B = Tasa de interés libre de riesgo del país B

n en días = número de días entre la fecha inicial de la TASA SPOT y la fecha futura de la TASA FORWARD

Referencias

- Álvarez, A. (2005). *Matemáticas financieras*. Bogotá: Mc Graw Hill.
- Baca, G. (1998). *Matemáticas financieras*. Bogotá: Politécnico Grancolombiano.
- García, J. (2000). *Matemáticas financieras con ecuaciones de diferencia finita*. Bogotá: Pearson.
- Hull, J. C. (2007). *Introducción a los mercados de futuros y opciones* (4.a ed.). México: Pearson Prentice Hall.
- Kozikowski, Z. (2007). *Finanzas internacionales*. México: McGraw-Hill.
- Levi, M. D. (1997). *Finanzas internacionales* (3.a ed.). México: McGraw Hill.
- Madura, J. (2009). *Administración financiera internacional* (9.a ed.). Bogotá: Cengage Learning.
- Mesa Orozco, J. de J. (2013). *Matemáticas financieras aplicadas* (5.ª ed.). Bogotá: Ecoe Ediciones Ltda.
- Portus Lincoyán, G. (1997). *Matemáticas financieras* (4.a ed.). Bogotá: McGraw Hill.
- Rosillo, J. (2009). *Matemáticas financieras para decisiones de inversión y financiación*. Bogotá: Cengage Learning.
- Vidaaurri, H. M. (2004). *Matemáticas financieras*. Bogotá: Thomson.
- Villalobos, J. (1993). *Matemáticas financieras*. México: Grupo Editorial Iberoamericana.

Esta obra se editó en Ediciones USTA,
Departamento Editorial de la Universidad
Santo Tomás. Tipografía: Alegreya Sans.

2017



UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
FACULTAD DE ESTADÍSTICA

