

DISEÑO MECÁNICO DE UN MANIPULADOR INDUSTRIAL PARA EMULAR EL
MOVIMIENTO DEL BRAZO HUMANO.

MARIANA CIFUENTES GÓMEZ.

UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA
DIVISIÓN DE INGENIERÍAS
BOGOTÁ D.C., 2019

DISEÑO MECÁNICO DE UN MANIPULADOR INDUSTRIAL PARA EMULAR EL
MOVIMIENTO DEL BRAZO HUMANO.

MARIANA CIFUENTES GÓMEZ.

Proyecto de trabajo de grado en la modalidad de solución a un problema de
ingeniería para optar al título de Ingeniera Mecánica.

Director

Ing. Jesús David Villarreal López.

Codirector

Ing. Andrés Gerardo Clavijo Vargas.

UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA
DIVISIÓN DE INGENIERÍAS
BOGOTÁ D.C., 2019

RESUMEN

Por medio de este proyecto se llegó al diseño mecánico de un manipulador industrial de cuatro grados de libertad, viable para su manufactura y puesta en marcha, este robot tiene como objetivo la emulación e imitación de movimientos de un operario. El procedimiento de diseño se realizó mediante el reconocimiento de los requerimientos del proyecto Fodein 2020, por parte de los investigadores y de la situación misma en la que se proyectó el uso del manipulador, el diseño también se direccionó a partir del método de manufactura y materiales disponibles en la Universidad Santo Tomas.

Por otra parte, el proceso para elegir la adecuada configuración del robot se basa en las diferentes configuraciones de su morfología y sus implicaciones en cuanto a cómo estas influyen en las trayectorias, se decide a partir de un análisis de alternativas, con los criterios basados en los requerimientos generados, la más adecuada. Se optó por una configuración de robot articular, con cuatro grados de libertad, ya que, para desarrollar los movimientos deseados que corresponden a movimientos del brazo humano estos cuatro grados son suficientes.

El diseño de manipuladores requiere de forma imprescindible de modelos cinemáticos y cinéticos, esto como fundamento de los torques necesarios para realizar las trayectorias. Estos modelos se realizaron de manera consecuente, en primer lugar, se generaron cálculos para la cinemática directa e inversa del robot, las cuales dan como resultado ecuaciones para la posición y orientación del efector final y posterior, los ángulos de rotación de cada articulación. En cuanto al modelo dinámico se trabajaron modelos de Newton Euler y Lagrange para conocer velocidades, aceleraciones y torques de las articulaciones.

Para el desarrollo del diseño de detalle se parte de los actuadores elegidos con un cálculo preliminar de torque en función de la inercia y la aceleración angular. La forma, tamaño y disposición de ensamble de los actuadores elegidos, ofrece soluciones óptimas para este tipo de desarrollos, los motores son MX-64 y MX-28, servomotores con encoder y carcasa. Estas características son esenciales en el diseño del manipulador ya que los mismos motores funcionan como articulaciones. Con este diseño preliminar se realizan análisis por elementos finitos, obteniendo las deformaciones, esfuerzos de Von Misses y factor de seguridad del modelo. La planeación de la manufactura se basa en el prototipado rápido de modelado por deposición fundida (FDM), en impresora 3D con material ZUltra (ABS).

CONTENIDO

| | |
|--|----|
| 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA..... | 10 |
| 2. JUSTIFICACIÓN..... | 12 |
| 3. OBJETIVOS..... | 13 |
| 3.1 OBJETIVO GENERAL | 13 |
| 3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS | 13 |
| 4. MARCO REFERENCIAL | 14 |
| 4.1 MARCO CONCEPTUAL..... | 14 |
| 4.1.1 GRADOS DE LIBERTAD (GDL) | 14 |
| 4.1.2 ROBÓTICA INDUSTRIAL | 14 |
| 4.1.3 ARQUITECTURA DE MANIPULADORES..... | 14 |
| 4.1.4 TIPOS DE PROGRAMADORES | 15 |
| 4.1.5 CINEMÁTICA DE MANIPULADORES | 15 |
| 4.1.6 METODOLOGÍA DE DENAVIT HARTENBERG PARA EL PLANTEAMIENTO DE LA CINEMÁTICA DIRECTA [1]..... | 16 |
| 4.1.7 CINEMÁTICA INVERSA MÉTODO GEOMÉTRICO | 17 |
| 4.1.8 DINÁMICA | 18 |
| 4.1.9 DINÁMICA INVERSA FORMULACIÓN DE LAGRANGE..... | 18 |
| 4.1.10 DINÁMICA INVERSA MÉTODO DE NEWTON EULER..... | 20 |
| 4.1.11 ANÁLISIS POR ELEMENTOS FINITOS | 20 |
| 4.1.12 IMPRESIÓN 3D FDM..... | 21 |
| 4.2 ESTADO DEL ARTE | 23 |
| 4.2.1 REFERENTES COMERCIALES..... | 23 |
| 4.2.2 PROYECTOS ACADÉMICOS | 23 |
| 4.2.3 MODELOS LIBRES ONLINE | 24 |
| 5. METODOLOGÍA..... | 25 |
| 5.1 PLANTEAMIENTO DE ACCIONES PARA SOLUCIONAR UN PROBLEMA DE DISEÑO..... | 26 |
| 5.2 APLICACIÓN DE FILTROS PARA SELECCIÓN DE LA ALTERNATIVA FINAL..... | 27 |
| 5.3 EVALUACIÓN DE CADA CRITERIO EN LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA ELEGIDA..... | 28 |
| 6. ANÁLISIS DE ALTERNATIVAS PARA LA SELECCIÓN DE LA CONFIGURACIÓN DEL MANIPULADOR | 31 |
| 6.1 INTRODUCCIÓN | 31 |
| 6.2 ANÁLISIS DE POSIBLES SOLUCIONES AL PROBLEMA DE DISEÑO | 31 |
| 6.3 DESARROLLO DE LA ALTERNATIVA | 33 |

| | | |
|-------|--|----|
| 6.4 | CÁLCULO PRELIMINAR PARA EL DIMENSIONAMIENTO DE ACTUADORES | 35 |
| 7. | MODELO CINEMÁTICO Y DINÁMICO..... | 39 |
| 7.1 | CINEMÁTICA DIRECTA..... | 39 |
| 7.2 | CINEMÁTICA INVERSA..... | 40 |
| 7.3 | DINÁMICA INVERSA, FORMULACIÓN DE LAGRANGE | 43 |
| 7.4 | MODELO DE NEWTON EULER..... | 45 |
| 7.5 | TRAYECTORIA PARA EL CÁLCULO DE PARES MOTORES EN CADA ARTICULACIÓN..... | 45 |
| 7.5.1 | TRAYECTORIA 1 | 45 |
| 7.5.2 | TRAYECTORIA 2..... | 46 |
| 7.6 | SIMULACIÓN DE TRAYECTORIAS EN INVENTOR | 48 |
| 7.6.1 | TRAYECTORIA 1..... | 48 |
| 7.6.2 | TRAYECTORIA 2..... | 50 |
| 8. | DISEÑO DE DETALLE | 53 |
| 8.1 | VERIFICACIÓN DE ESPECIFICACIONES MECÁNICAS..... | 53 |
| 8.1.1 | MORFOLOGÍA..... | 53 |
| 8.1.2 | MATERIALES | 55 |
| 8.1.3 | TORNILLOS..... | 56 |
| 8.1.4 | RODAMIENTOS | 56 |
| 8.1.5 | ENSAMBLE | 57 |
| 8.2 | COMPROBACIÓN DE RESULTADOS | 59 |
| 9. | PLANEACIÓN DE LA MANUFACTURA DEL MANIPULADOR..... | 61 |
| 10. | CONCLUSIONES | 67 |
| 11. | BIBLIOGRAFÍA | 89 |

FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1. Clasificación de manipuladores según su numero de GDL y configuración [1]. | 15 |
| Figura 2. Relación entre la cinemática directa e inversa [1]. | 16 |
| Figura 3. Ejemplo de análisis por elementos finitos de una viga en voladizo con muesca [13]. | 21 |
| Figura 4. Ejes de impresora 3D FDM[15]. | 22 |
| Figura 5. Fenómeno de warping en una pieza impresa[16]. | 22 |
| Figura 6. Manipulador industrial Trossen Robotics [17]. | 23 |
| Figura 7. Arquitectura de robot Scara usado por la UPS para implementar sistema de control [18]. | 23 |
| Figura 8. Modelo Thor (Robot de seis grados de libertad) manufacturado a partir de impresión 3D [19]. | 24 |
| Figura 9. Modelo WE-R 2.4 (Robot de seis grados de libertad) fabricado a partir de impresión 3D [19]. | 24 |
| Figura 10. Modelo WE-R 2.4 (Robot de seis grados de libertad) fabricado a partir de impresión 3D [20]. | 25 |
| Figura 11. Flujograma para el desarrollo del proyecto. | 29 |
| Figura 12. Modelo CAD del manipulador de 4 GDL. | 34 |
| Figura 13. Posición A de la trayectoria critica para validar el torque del manipulador respecto a los actuadores. | 36 |
| Figura 14. Posición B de la trayectoria critica para validar el torque del manipulador respecto a los actuadores. | 36 |
| Figura 15. Sistemas de coordenadas de cada GDL según parámetros de DH. | 39 |
| Figura 16. Relación geometrica existente entre las coordenadas de posición. | 41 |
| Figura 17. Triángulo formado por las componentes de la posición en x y y. | 41 |
| Figura 18. relación entre las coordenadas de posición y la longitud de los eslabones. | 42 |
| Figura 19. Triangulo que representa las posibles combinaciones de codo arriba y abajo. | 42 |
| Figura 20. Grafica obtenida del modelo dinámico para el torque en la articulación 2 trayectoria 1 | 45 |
| Figura 21. Grafica obtenida del modelo dinámico para el torque en la articulación 1 trayectoria 2 | 46 |
| Figura 22. Grafica obtenida del modelo dinámico para el torque en la articulación 2 trayectoria 2 | 47 |
| Figura 23. Grafica obtenida del modelo dinámico para el torque en la articulación 3 trayectoria 2 | 47 |
| Figura 24. Grafica obtenida del modelo dinámico para el torque en la articulación 4 trayectoria 2 | 48 |
| Figura 25. Trayectoria 1 para el manipulador simulada en el Software. | 48 |
| Figura 26. Gr Grafica de torque alrededor del eje x, en función del tiempo para la articulación 1. | 49 |
| Figura 27. Trayectoria 2 para el manipulador simulada en el Software | 50 |

| | |
|---|----|
| Figura 28. Grafica en función del tiempo para el torque de la articulación 1 | 50 |
| Figura 29. Grafica en función del tiempo para el torque de la articulación 2 | 51 |
| Figura 30. grafica en función del tiempo para el torque de la articulación 3. | 51 |
| Figura 31. Grafica en función del tiempo para el torque de la articulación 4 | 52 |
| Figura 32. Plano de detalle del motor MX-64 de Dynamixel [6]. | 54 |
| Figura 33. Plano de detalle del motor MX-28 de Dynamixel [6]. | 54 |
| Figura 34. Desplazamiento simulado en el Software con un peso de 3.9 N en el efector final. | 55 |
| Figura 35. Esfuerzos de Von Misses simulados en el Software con un peso de 3.9 N en el efector final. | 56 |
| Figura 36. Explosionado del ensamblaje del manipulador..... | 57 |
| Figura 37. Ensamble de la primera articulación | 58 |
| Figura 38. Ensamble de la segunda articulación | 58 |
| Figura 39. Ensamble de las articulaciones 3 y 4..... | 59 |
| Figura 40. Factor de seguridad simulado en elSoftware con un peso de 3.9 N en el efector final. | 59 |
| Figura 41. Proceso para imprimir..... | 61 |
| Figura 42. Parámetros básicos de impresión de la base del manipulador. | 61 |
| Figura 43. Parámetros básicos de impresión de la horquilla del manipulador (GDL 1). | 62 |
| Figura 44. Parámetros básicos de impresión de uno de los componentes del eslabón 1 (GDL 2). | 62 |
| Figura 45. Parámetros básicos de impresión del primer componente del eslabón 2 (GDL 3) | 63 |
| Figura 46. Parámetros básicos de impresión del segundo componente del eslabón 1 (GDL 2). | 63 |
| Figura 47. Parámetros básicos de impresión para la primera parte del eslabón 3 (GDL 4). | 64 |
| Figura 48. Parámetros básicos de impresión del segundo componente del eslabón 2 (GDL 3). | 64 |
| Figura 49. Parámetros básicos de impresión para la segunda parte del eslabón 3 (GDL 4) | 65 |
| Figura 50. Parámetros básicos de impresión para la pista del rodamiento..... | 65 |

TABLAS

| | |
|--|----|
| Tabla 1. Ponderación de la influencia de cada criterio en las alternativas planteadas. | 27 |
| Tabla 2. Tabla 4. Definición de los tipos de robot según su arquitectura basados en la figura 1. | 31 |
| Tabla 3. Diagrama para la evaluación de alternativas de diseño según arquitectura de manipuladores. | 32 |
| Tabla 4. Propiedades del material seleccionado para manufacturar las partes del manipulador. | 33 |
| Tabla 5. Características del actuador con referencia MX-64T [24]. | 35 |
| Tabla 6. características del actuador con referencia MX-28T [24]..... | 35 |
| Tabla 7. Volumen y densidad de los motores del manipulador..... | 37 |
| Tabla 8. Parámetros de Denavit Hatenberg..... | 39 |
| Tabla 9. Valores de cada articulación para la trayectoria 2. | 46 |
| Tabla 10. Tornillos y tuercas del sistema..... | 56 |

ANEXOS

| | |
|--|--------------------------------------|
| A. 1 Códigos de cinemática directa e inversa desarrollados en Wólfram Mathematica | 69 |
| A. 2 Código de modelo dinámico de Newton Euler desarrollado en Wólfram Mathematica | 72 |
| A. 3 Modelo dinámico de Lagrange desarrollado en el software Wólfram Mathematica | 77 |
| A. 4 Plano de explosionado | ¡Error! Marcador no definido. |
| A. 5 Plano de base..... | ¡Error! Marcador no definido. |
| A. 6 Plano de horquilla..... | ¡Error! Marcador no definido. |
| A. 7 Plano pista de rodamiento y eslabón 1.1 | ¡Error! Marcador no definido. |
| A. 8 Plano de eslabón 1 | ¡Error! Marcador no definido. |
| A. 9 Plano de eslabón 2..... | ¡Error! Marcador no definido. |

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la industria, existen labores de manufactura que no son del todo seguras o de fácil acceso para los operarios, labores como la manipulación de sustancias peligrosas y la ejecución de acciones repetitivas, generan riesgos considerables en la salud de los trabajadores, así como también, retrasos y aumento en el margen de error de la producción [1]. La robótica industrial, es una solución a dichos problemas; esta es definida por la norma ISO 8373, como el desarrollo y uso de manipuladores programables en tres o más ejes, controlados automáticamente y reprogramables [2].

Teniendo en cuenta aspectos importantes en la manufactura, como la productividad, calidad, seguridad y flexibilidad de los procesos, la tecnología de manipuladores y robots busca complementar o sustituir al ser humano en labores no aptas para los mismos [3]. Por ejemplo, el instituto avanzado de ciencia y tecnología de Corea desarrolló un robot con control manual, para la exploración de terreno posterior al desastre nuclear de Fukushima, complementando el trabajo de los investigadores en la zona y evitando así el riesgo de exposición a la radiación [4].

En áreas de la medicina como la cirugía, se han adoptado complementos de robótica para lograr procedimientos menos invasivos que generan reacciones favorables y de pronta recuperación para los pacientes, sin embargo, hay que tener en cuenta que estos instrumentos funcionan bajo el control de personal especializado en procedimientos quirúrgicos, lo que obliga a los programadores a avanzar en sistemas de control tele operados [5].

En cuanto al diseño de detalle de este tipo de robots, es fundamental tener en cuenta características como la ligereza, sensibilidad al movimiento y respuesta rápida de operación. Una de las clasificaciones más importantes en el desarrollo de manipuladores es la que se genera a partir de los grados de libertad, las diferentes combinaciones de estos en las articulaciones del robot, definen la configuración de su estructura mecánica [6].

El control de dichos dispositivos es automático, gran parte de los manipuladores usados en la industria cuentan con control Hand Held. Sin embargo, se requiere de aparatos adicionales para enviar las señales al sistema de control, además de entrenamiento para la realización de actividades específicas. Este proceso requiere de la caracterización de condiciones físicas; como el espacio, peso y velocidad de operación, entre otros factores, los cuales conllevan mayor tiempo y costo en la implementación de la tecnología [7].

Se busca desarrollar un manipulador industrial, para verificar el movimiento a partir de las señales obtenidas por medio de un sensor Kinect. Desarrolladores como Trossen Robotics, Kuka y Yaskawa, ofrecen soluciones en dispositivos programables con características similares a las requeridas. Sin embargo, su costo

oscila alrededor de los 2000 USD, por lo que adquirir un modelo para desarrollar las pruebas no es viable, ya que es un dispositivo de uso industrial avanzado con el cual no se aprovechan del todo sus características [8] y [9].

Este proyecto propone desarrollar el diseño mecánico de un prototipo funcional de manipulador industrial para emular movimientos, obteniendo las señales captadas por un sensor Kinect, llegando así el diseño de detalle basado en la selección de arquitectura de robots por medio del concepto de grados de libertad y selección de actuadores con base en el modelo cinemático y dinámico del manipulador.

2. JUSTIFICACIÓN

Actualmente la industria dispone de modelos comerciales de brazo robótico, sin embargo, suelen tener precios muy altos que no cumplen con los requisitos económicos y funcionales para el caso específico del proyecto, puesto que se consideran modelos sobredimensionados para realizar este tipo de experimentación. En cuanto a los beneficios institucionales se encuentra la disposición del diseño del robot en la facultad para posteriores estudios.

El planteamiento de este proyecto surge de una propuesta a la convocatoria al fomento de la investigación e innovación 2020 (Fodein), que integra a las facultades de ingeniería mecánica e ingeniería electrónica de la Universidad Santo Tomás. Se busca en primer lugar, desarrollar y manufacturar un manipulador industrial para ser operado a partir de la imitación de movimientos del operario y, en segundo lugar, ampliar el campo de acción de los ingenieros mecánicos en la automatización por medio de conocimientos interdisciplinarios.

En espacios académicos como la automatización, se considera fundamental que los sistemas de control se puedan llevar a la práctica, razón por la cual las universidades contemplan robots dentro de su infraestructura. Instituciones como la Universidad Nacional de Colombia, en su laboratorio LabFabEx, tiene disponible un brazo Motoman de la marca Yaskawa, un robot Scara y una malla de experimentación [10]. Los dos últimos hechos por estudiantes, con el fin de dar disponibilidad para emular los diferentes modelos de control diseñados. Por otra parte, la universidad Militar Nueva Granada tiene un dispositivo de cuatro grados de libertad, sobre el cual se desarrolló un sistema de control a partir de un sensor Kinect y un Joystick [11].

3. OBJETIVOS

3.1 Objetivo general

Diseñar un manipulador industrial a partir de modelos cinemático y dinámico, por medio de impresión 3D para la verificación de desplazamiento a partir de recepción de señales de un sensor Kinect.

3.2 Objetivos específicos

- Seleccionar la configuración del manipulador por medio de análisis de alternativas para la definición de su arquitectura y materiales.
- Realizar el modelo cinemático y dinámico del manipulador para generar su sistema de control.
- Realizar el diseño de detalle del manipulador con base en la alternativa definida, para la generación de estrategias de fabricación por medio de manufactura aditiva.
- Planear la manufactura del manipulador por medio de software de simulación de prototipado rápido para el ensamble y puesta a punto del robot.

4. MARCO REFERENCIAL

4.1 Marco conceptual

4.1.1 Grados de libertad (GDL)

En un sistema mecánico, la composición de parámetros que generan el desplazamiento total del mismo, se conoce como grados de libertad (GDL), estos se consideran desde un punto de referencia y pueden darse en todo tipo de coordenadas, un ejemplo para definir la cantidad de grados de libertad de un elemento o mecanismo es contar la cantidad de restricciones que se debe tener para que esté completamente estático [1].

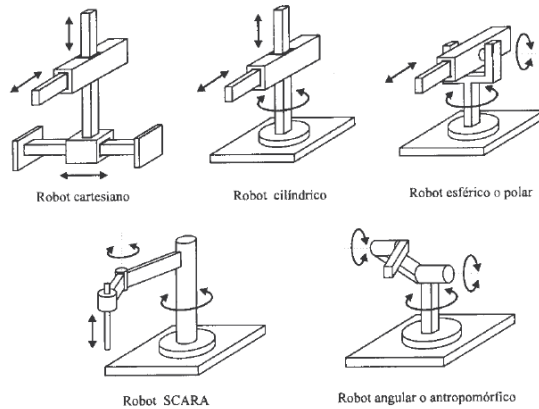
4.1.2 Robótica Industrial

Según la AFRI (Asociación Francesa de Robótica Industrial), los robots se clasifican de acuerdo a su control, existen cuatro tipos, el tipo A refiere a un control manual o tele operado, el tipo B corresponde al control automático con ciclos previamente ajustados, el tipo C contempla un control con trayectoria punto a punto y por último el tipo D, el cual es capaz de adquirir datos de su entorno y retroalimentar tareas [1].

4.1.3 Arquitectura de manipuladores

La morfología del robot depende de su estructura mecánica, del sistema de transmisión de potencia, de los actuadores, de los sensores y por último de su sistema de control. Al tener en cuenta la composición descrita, uno de los aspectos más importantes es el diseño de detalle de la estructura mecánica, para su definición y desarrollo se ha generado el criterio de grados de libertad. Con base en la variación y configuración de los GDL se define lo que se conoce como arquitectura. La figura 1 muestra cinco diferentes tipos de robot, basados en los grados de libertad, la cantidad de los GDL difiere de su configuración, por ejemplo, el robot cartesiano y el robot cilíndrico tienen tres GDL, sin embargo, lo que varía es que la cilíndrica gira alrededor de su propio eje mientras que el cartesiano genera únicamente desplazamiento axial en uno de sus ejes [1].

Figura 1. Clasificación de manipuladores según su numero de GDL y configuración [1].



4.1.4 Tipos de programadores

En robótica existen tres diferentes tipos de programador; manuales (Hand Held), de video y equipos de cómputo. Estos refieren a el medio de comunicación entre hombre y máquina [1]. Se han desarrollado trabajos que permiten usar una cámara como programador, para tomar datos de posición en tres dimensiones y traducirlas posteriormente como una nube de puntos, convirtiéndolas en señales para el movimiento de robots [12].

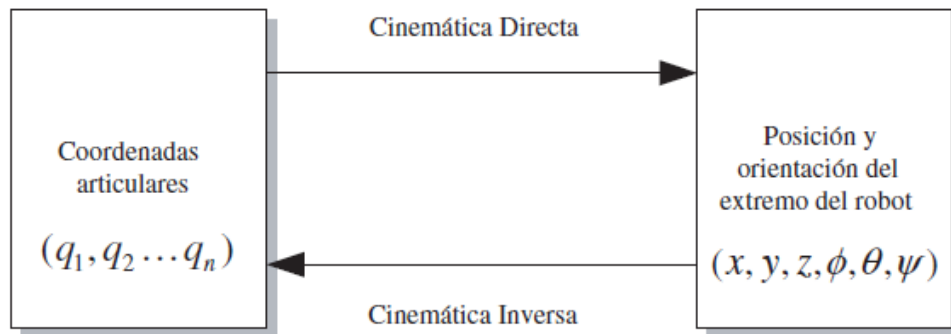
4.1.5 Cinemática de manipuladores

La cinemática del robot se define como el movimiento respecto a un punto de referencia, hay dos formas para analizar y dar solución a los planteamientos de la cinemática del manipulador, el primer se conoce como problema cinemático directo que consiste en determinar la posición del extremo final el brazo respecto al sistema coordinado definido, mientras que el segundo se conoce como problema cinemático inverso, que básicamente consiste en resolver la configuración mediante coordenadas relativas [1].

La cinemática es el desarrollo del estudio del movimiento, asociando el movimiento espacial con el tiempo, dejando a un lado las posibles fuerzas que intervienen en el sistema[1]. Particularmente de este proceso resultan ecuaciones para la orientación y posiciones tanto del efector final como de cada grado de libertad del manipulador.

Este proceso tiene para su desarrollo disponibles varias metodologías las cuales parten de dos principios, primero es la cinemática directa, en esta se llega a la posición y orientación del efector final a partir de la configuración de cada uno de los grados de libertad, mientras que el segundo, la cinemática inversa parte de la posición y orientación del efector final para llegar a los valores de cada una de variables que representan los grados de libertad, por ejemplo, si son grados de libertad rotacionales se llegara a los ángulos de rotación respecto del tiempo necesarios para que el efector final se encuentre y se oriente de la forma propuesta [1].

Figura 2. Relación entre la cinemática directa e inversa [1].



4.1.6 Metodología de Denavit Hartenberg para el planteamiento de la cinemática directa [1].

DH1: Numerar los eslabones de 1 a n

DH2: Identificar los ejes de movimiento, prismáticos o rotacionales

DH3: Definir articulaciones q1 a qn

DH4: Sobre cada GDL colocar un Zi

DH5: Colocar un origen fijo Z0

DH6: A partir de los Zi puestos, colocar Xi y Yi dextrógiro

DH7: Colocar x_i en la línea normal común a Z_{i-1} y Z_i

DH8: Obtener la tabla de parámetro de DH para cada eslabón respecto a las 4 variables mostradas a continuación.

θ : Angulo formado entre X_{i-1} y X_i medido a lo largo de Z_{i-1} (Rot z , θ_i)

d : Distancia de O_{i-1} a la intersección del eje X_i con Z_{i-1} medida a lo largo de Z_i (Tras z , d_i)

a : Distancia desde la intersección de Z_{i-1} con X_i a O_i medida a lo largo de X_i (Tras x , a_i)

α : Angulo que forma Z_{i-1} con Z_i medido a lo largo de X_i (Rot x , α_i)

DH9: Obtener las matrices de transformación a partir de la matriz base descrita en la ecuación 1.

$${}^i - 1_{A^i} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i S\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

DH9: Obtener la matriz de transformación general del sistema por medio de la ecuación 2.

$$T = A_1 A_2 A_3 A_4 \quad (2)$$

De acuerdo a la forma que se obtiene de la matriz general del sistema, la cual se muestra en la matriz de la ecuación 3, se obtienen las ecuaciones que definen la posición y orientación de efector final en función de los ángulos de rotación de cada uno de los grados de libertad, siendo n , o y a la orientación y p la posición.

$$T = \begin{pmatrix} nx & ox & ax & px \\ ny & oy & ay & py \\ nz & oz & az & pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

4.1.7 Cinemática inversa método geométrico

En cuanto al planteamiento cinemático inverso, cabe aclarar que para que el actuador final este en una posición y orientación propuestas, existen diferentes configuraciones, por lo tanto, este problema es mucho más complejo de abordar a

partir de una metodología con la utilización de matrices homogéneas, por lo que se considera viable para un proceso computacional partir de la cinemática directa y un método paramétrico plantear las diferentes soluciones de las variables articulares[1].

El método geométrico esta propuesto para manipuladores con pocos grados de libertad, puesto que al aumentar las articulaciones aumentan las posibles configuraciones de las mismas para llegar a la posición y orientación deseadas para el punto final. En síntesis, este procedimiento establece la relación geométrica que existe entre las variables p_x , p_y y p_z , (Posición del efector final), encontradas anteriormente en la cinemática directa para llegar a los valores de los ángulos de cada grado de libertad. Este procedimiento también sugiere su realización en tiempo real para lograr mejores resultados[1].

4.1.8 Dinámica

La dinámica, en el caso de los manipuladores plantea el efecto de las fuerzas que se aplican al sistema y su contribución en el mismo, al igual que en la cinemática el modelo dinámico tiene dos componentes, el componente directo y el componente inverso. Las variables que se encuentran implícitas en el modelo dinámico son en primer lugar la configuración de posiciones del robot, en segundo lugar, las fuerzas y torques aplicados y en tercer lugar parámetros morfológicos y físicos como longitud inercias y masas del sistema. Este proceso se realiza con fines de control, diseño y evaluación de la estructura mecánica, dimensionamiento y validación de actuadores y diseño del control dinámico en tiempo real del robot[1].

4.1.9 Dinámica inversa formulación de Lagrange

Este problema plantea llegar a las fuerzas y torques del sistema a partir de las variables articulares de cada grado de libertad. Tiene como fin describir el movimiento en tiempo real dependiendo de las trayectorias planeadas, es decir que en este modelo se visualiza el valor de las fuerzas necesarias para que los actuadores posiciones las articulaciones a la disposición deseada[1].

Algoritmo para la implementación de la formulación de Lagrange[1].

L1: Referenciar cada eslabón de acuerdo a las normas de DH

L2: Obtener las matrices de transformación

L3: Obtener las matrices U_{ij} a partir de la ecuación 4.

$$U_{ij} = \frac{\partial \theta_{Ai}}{\partial q_j} \quad (4)$$

L4: Obtener las matrices U_{ijk} a partir de la ecuación 5.

$$U_{ijk} = \frac{\partial U_{ij}}{\partial q_k} \quad (5)$$

L5: Obtener las matrices de pseudoinercia a partir de la matriz mostrada en la ecuación 6.

$$J_i = \begin{bmatrix} \int i x_i^2 dm & \int i x_i x_i dm & \int i x_i z_i dm & \int i x_i dm \\ \int i y_i x_i dm & \int i y_i^2 dm & \int i y_i z_i dm & \int i y_i dm \\ \int i z_i x_i dm & \int i z_i y_i dm & \int i z_i^2 dm & \int i z_i dm \\ \int i x_i dm & \int i y_i dm & \int i z_i dm & \int i dm \end{bmatrix} \quad (6)$$

L6: Obtener matriz de inercias D a partir de la ecuación 7.

$$d_{ij} = \sum_{k=\max(i,j)}^n \text{Traza}(U_{ij} J_k U_{ki}^T) \quad (7)$$

Con $i, j = 1, 2, \dots, n$

n : cantidad de grados de libertad

L7: Obtener h_{ikm} a partir de la ecuación 8.

$$h_{ikm} = \sum_{j=\max(i,k,m)}^n \text{Traza}(U_{jkm} J_j U_{ji}^T) \quad (8)$$

L8: Obtener la matriz de fuerzas Coriolis y centrípeta H a partir de la ecuación 9.

$$h_{ikm} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n j_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m \quad (9)$$

L9: Obtener la matriz columna de fuerzas de gravedad C a partir de la ecuación 10.

$$c_i = \sum_{j=1}^n (-m_j g U_{ji} j r_j) \quad (10)$$

L10: Plantear la ecuación dinámica del sistema a partir de la ecuación 11.

$$\tau = D\ddot{q} + H + C \quad (11)$$

4.1.10 Dinámica Inversa método de Newton Euler

NE1: Referenciar cada eslabón con un sistema de referencia de acuerdo a las normas de DH.

NE2: Plantear las condiciones iniciales del sistema

NE3: Obtener las matrices de rotación y sus inversas (Paso 9 en el algoritmo de DH)

NE4: Obtener la velocidad angular del sistema Si a partir de la ecuación 12

$${}^i R_{i-1}({}^{i-1} \omega_{i-1} + Z_0 \dot{q}_i) \quad (12)$$

NE5: Obtener la aceleración angular del sistema Si a partir de la ecuación 13

$${}^i R_{i-1}({}^{i-1} \dot{\omega}_{i-1} + Z_0 \ddot{q}_i) + ({}^{i-1} \omega_{i-1} \times Z_0 \dot{q}_i) \quad (13)$$

NE6: Obtener la aceleración angular del sistema Si a partir de la ecuación 14

$$i \dot{\omega}_i \times i p_i + i \omega_i \times (i \omega_i \times i p_i) + {}^i R_{i-1} ({}^{i-1} \dot{\omega}_{i-1} + Z_0 \ddot{q}_i) \quad (14)$$

NE7: Obtener la aceleración lineal del centro de gravedad de los eslabones i a n a partir de la ecuación 15

$$i \dot{\omega}_i \times i s_i + i \omega_i \times (i \omega_i \times i s_i) + i \ddot{v}_i \quad (15)$$

NE8: Obtener la fuerza ejercida sobre los eslabones i a n a partir de la ecuación 16

$${}^i R_{i+1} ({}^{i+1} f_{i+1} + m_i i a_i) \quad (16)$$

NE9: Obtener el par ejercido sobre los eslabones i a n a partir de la ecuación 17

$${}^i R_{i+1} [i + 1 n_{i+1} + (i + 1 R_i i p_i) \times i + 1 f_{i+1}] + (i p_i + i s_i) \times m_i i a_i + i l_i i \omega_i + i \omega_i \times (i l_i i \omega_i) \quad (17)$$

4.1.11 Análisis por elementos finitos

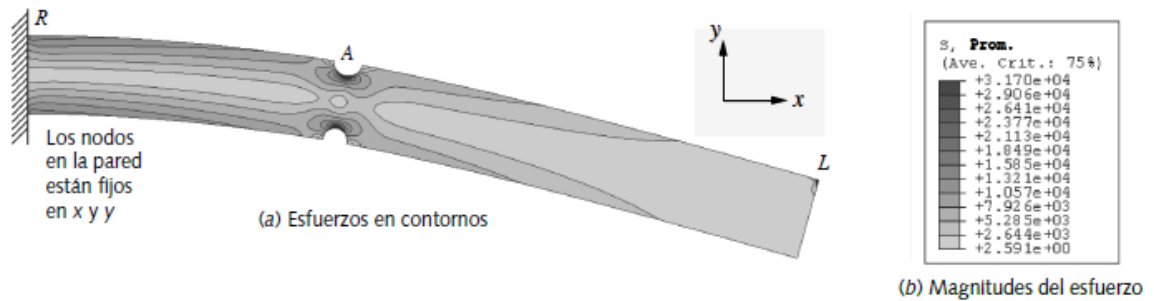
El análisis por elementos finitos consiste en la generación de una malla sobre el objeto o mecanismo a analizar, esta malla divide el cuerpo en diferenciales de masa, los cuales están compuestos por links y nodos. Este proceso conocido como enmallado es fundamental puesto que a partir del mismo los esfuerzos se distribuyen sobre el cuerpo, si se tiene un enmallado inadecuado los resultados pueden no ser confiables. Los análisis por elementos finitos generan un gran costo computacional, por lo que es necesario plantear de la mejor forma este proceso de refinación de la malla; es decir, no significa que colocar una malla muy fina sea la mejor solución [6].

Posterior al enmallado se plantean las condiciones de frontera del sistema, en donde va a estar restringido de manera estática, y las fuerzas que actúan sobre el

mismo. En esta sección es importante definir los materiales y sus propiedades físicas para proceder a realizar la simulación[6].

El paso final de la simulación da lugar al postproceso, en donde se evalúan los resultados de la simulación, es importante que la persona que realiza este proceso tenga criterio para analizar de forma correcta el proceso que se realiza. En la figura 3 se muestra un ejemplo de un análisis por elementos finitos a una viga en voladizo[13].

Figura 3. Ejemplo de análisis por elementos finitos de una viga en voladizo con muesca [13].

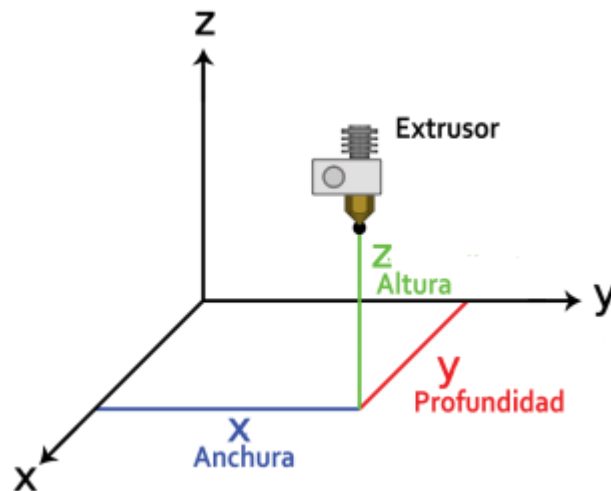


En esta figura se muestran los resultados de esfuerzo que genera una fuerza aplicada en el extremo derecho de la viga, esta cuenta con una muesca. Los esfuerzos de contorno, muestran que hay gran concentración en la pared en la que se encuentra fija, debido al momento que genera en z y debido al concentrador de esfuerzos que es esta muesca alrededor de la misma se evidencian mayores esfuerzos[13].

4.1.12 Impresión 3D FDM

La impresión 3D es una tecnología que permite generar prototipos por medio de la manufactura aditiva, es decir, que a medida que avanza construyendo el modelo. Específicamente, la técnica FDM por sus siglas que significan modelado por deposición fundida, funciona a partir de un extrusor el cual se calienta y funde el filamento de material termoplástico para depositarlo de acuerdo a las formas requeridas. La máquina cuenta con 3 ejes, como se muestra en la figura 4 para ir de forma progresiva depositando por laminas el material fundido[14].

Figura 4. Ejes de impresora 3D FDM[15].

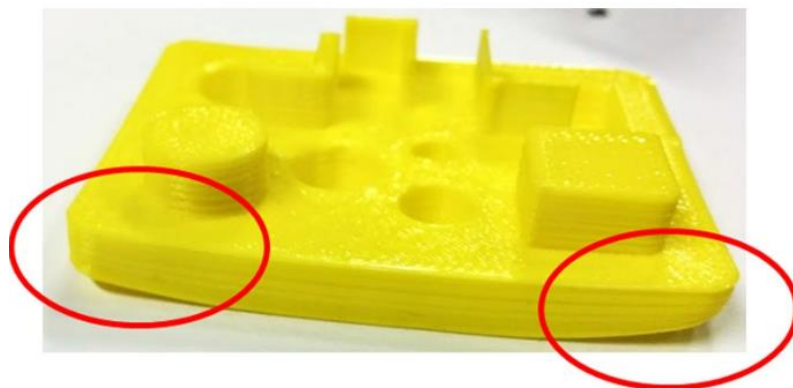


Fenómenos de falla en la impresión 3D

La impresión 3D tiene cierto tipo de errores que generan fenómenos ya conocidos dentro de este tipo de manufactura, estos dependen de factores como la temperatura de fundición del material, la temperatura del entorno, entre otras [16]. En la figura 5 se muestra como el warping puede afectar una pieza impresa. Uno de los fenómenos más recurrentes, este se da por factores como:

- Poca o nula adhesión de las primeras capas de impresión a la cama
- Elevado coeficiente de contracción del material (Común en el ABS)
- La primera capa se deposita lejos de la cama

Figura 5. Fenómeno de warping en una pieza impresa[16].



4.2 Estado del arte

4.2.1 Referentes comerciales

El diseño de detalle de manipuladores industriales de tipo A según AFRI, se encuentra muy avanzado, permitiendo disponer de una gran variedad de estructuras mecánicas, las cuales están en función de su configuración cinemática, de estrategias de manufactura y materiales [17]. Trossen Robotics desarrolla manipuladores, algunos de los más conocidos tienen seis grados de libertad, tienen una morfología bastante sencilla, como se muestra en la figura 6. La disposición de estos prototipos tiene como cualidad positiva la facilidad en términos de su fabricación y ensamble[18].

Figura 6. Manipulador industrial Trossen Robotics [17].



4.2.2 Proyectos académicos

La Universidad Politécnica Salesiana desarrolló una interface hombre máquina, usando un sensor Kinect para controlar un robot Scara (cuatro grados de libertad). Como se muestra en la figura 7, tres de las articulaciones del robot son horizontales, sumando al extremo un actuador con articulación prismática [19].

Figura 7. Arquitectura de robot Scara usado por la UPS para implementar sistema de control [18].



4.2.3 Modelos libres Online

Soluciones en tecnología como Thingiverse, proporciona modelos libres de diversos prototipos, la dinámica consiste en tomar referentes para la generación de alternativas de diseño para generar su impresión y ensamble, la figura 8 muestra el prototipo Thor, un robot con sistema de código abierto, y la figura 9 muestra un modelo WE-R2.4. Ambos cuentan con seis grados de libertad y fueron fabricados a partir de manufactura aditiva por medio de impresión 3D [20].

Figura 8. Modelo Thor (Robot de seis grados de libertad) manufacturado a partir de impresión 3D [19].



Figura 9. Modelo WE-R 2.4 (Robot de seis grados de libertad) fabricado a partir de impresión 3D [19].

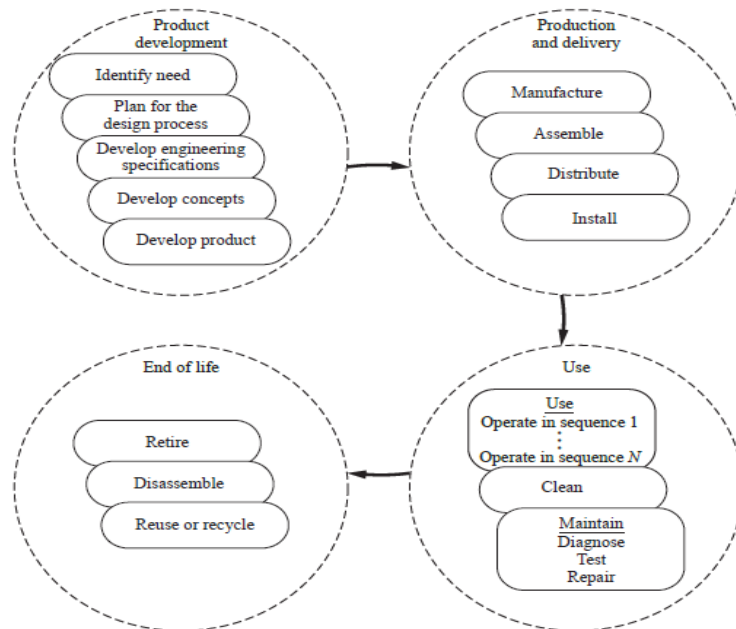


5. METODOLOGÍA

Teniendo en cuenta el proceso de diseño desde la perspectiva de David Ullman, en el cual se plantea como acción básica a la solución de un problema, una secuencia de pasos que van desde conocer la problemática, hasta abarcar todas las variables que puedan tener relación en el desarrollo de la misma, esta serie de 7 pasos lleva a un proceso de diseño mecánico que resulta en una solución eficaz al problema planteado [21].

En la Figura 10 se muestra un diagrama de ciclo de vida del producto en donde se muestra el mismo desde su punto de partida, pasando por la producción, uso y final de vida del producto. Es necesario analizar cada una de estas etapas en el proyecto puesto que nos lleva no solo a verificar su buen desarrollo, sino su correcto funcionamiento y disposición después de su vida útil [22].

Figura 10. Modelo WE-R 2.4 (Robot de seis grados de libertad) fabricado a partir de impresión 3D [20].



5.1 Planteamiento de acciones para solucionar un problema de diseño.

1. Establecer la necesidad teniendo claro cuál es el problema a solucionar.
2. Planear cómo se va a solucionar el problema.
3. Entender el problema para desarrollar requerimientos y plantear posibles soluciones basadas en problemas similares.
4. Generar alternativas de solución
5. Evaluar por comparación las alternativas con base en los criterios de los requerimientos de diseño y demás variables a tener en cuenta.
6. Decidir cuál es la solución más aceptable.
7. Comunicar los resultados.

Aplicando la teoría de solución de problemas de diseño descrita anteriormente, se procede a plantear el proyecto para la realización del diseño mecánico de un manipulador industrial para emular el movimiento del brazo humano.

Análisis de posibles soluciones al problema

El problema de diseño al que se quiere dar solución será desarrollado como proyecto de grado de pregrado, consiste en el diseño mecánico de un manipulador industrial que será controlado a partir de los movimientos de una persona. Este proceso de diseño abarca desde el diseño conceptual, pasando por el diseño del modelo y de la planeación de su manufactura.

Planteamiento de soluciones a la problemática de diseño

Con base en las variables que definen el diseño del manipulador se identifican las siguientes posibles soluciones a la problemática de diseño, para el desarrollo del proyecto.

Solución 1: Investigar proyectos similares, basándose en proyectos anteriores y con estos realizar una semejanza del diseño del robot para diseñar a partir de la configuración más conveniente, teniendo en cuenta que las necesidades del proyecto son específicas y otro modelo puede no puede funcionar de forma óptima.

Solución 2: Partir de un manipulador previamente diseñado y tomar un modelo Open Source para reformular en él, modificaciones y ajustarlo a las necesidades del proyecto.

Solución 3: Listar los tipos de configuración de manipuladores según bibliografía de robótica y verificar cuál de ellos se adapta a el modelo de brazo que va a ser usado (se necesita un robot que se asemeje a un brazo humano, ya que lo que se pretende realizar es controlarlo a partir de los movimientos de un operario por medio de señales humanas con el sensor de una cámara). Es importante que dentro de los

tipos se definen los tipos de grados de libertad y así mismo cual es la configuración más conveniente.

Solución 4: Realizar un estado del arte con los manipuladores que actualmente son usados para fines industriales y basar el diseño en la configuración de los mismos.

Planteamiento de criterios para la selección de la mejor solución:

Criterio 1: Presupuesto para la manufactura

Criterio 2: Mantenimiento del manipulador

Criterio 3: Manufactura

Criterio 4: Disponibilidad de recursos

Criterio 5: Ensamblabilidad

Criterio 6: Tiempo de diseño

Criterio 7: Funcionalidad según los objetivos del proyecto

Criterio 8: Precisión de los actuadores

Criterio 9: Obtención de recursos necesarios

Para tener una elección más eficiente de la solución a seleccionar, se realiza una tabla para relacionar los criterios y las alternativas puntuando según su importancia entre 0 que significa que el criterio es irrelevante en dicha solución y 1 influyente en dicha solución.

5.2 Aplicación de filtros para selección de la alternativa final

Tabla 1. Ponderación de la influencia de cada criterio en las alternativas planteadas.

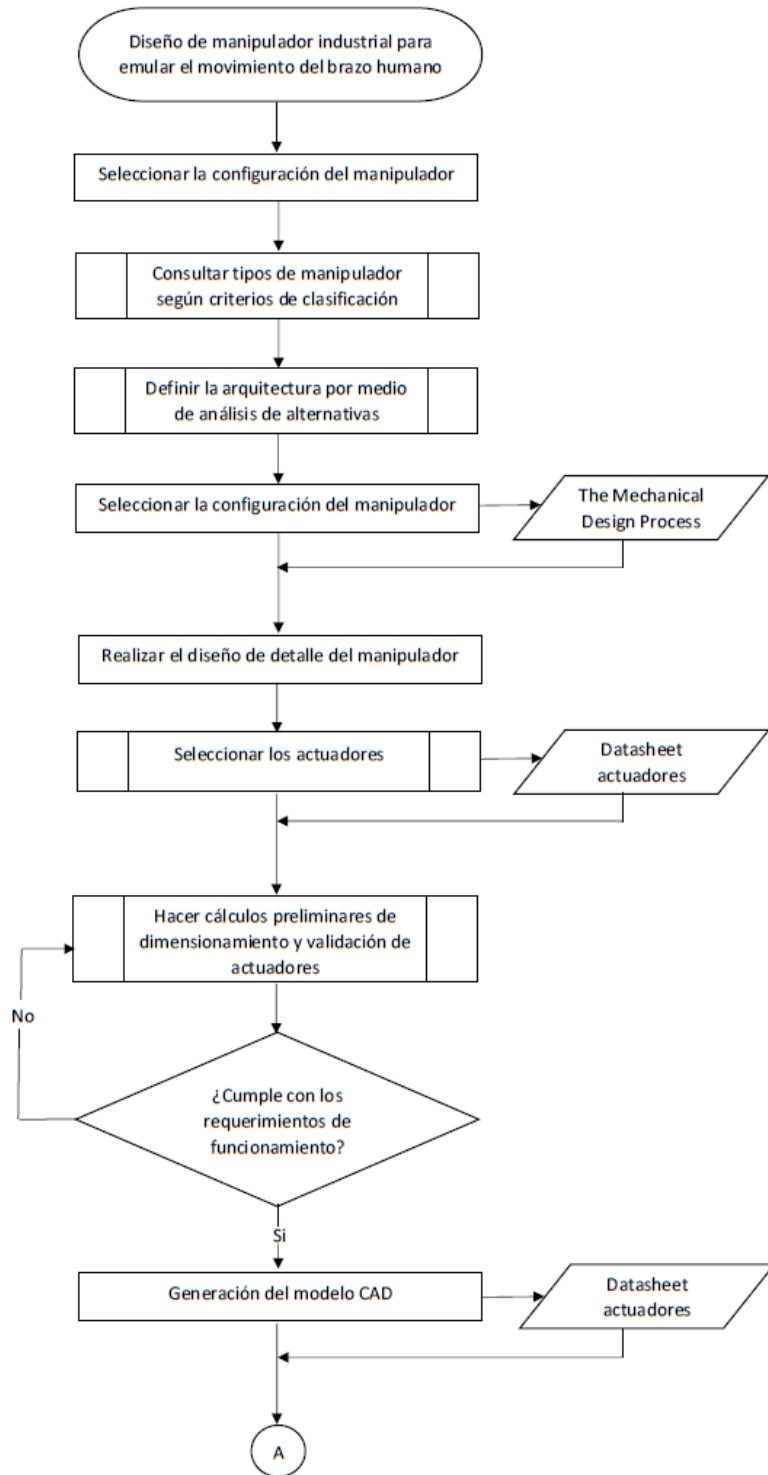
| Criterio | Alternativa 1 | Alternativa 2 | Alternativa 3 | Alternativa 4 |
|------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 6 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 8 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 9 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Sumatoria | 2 | 5 | 9 | 3 |

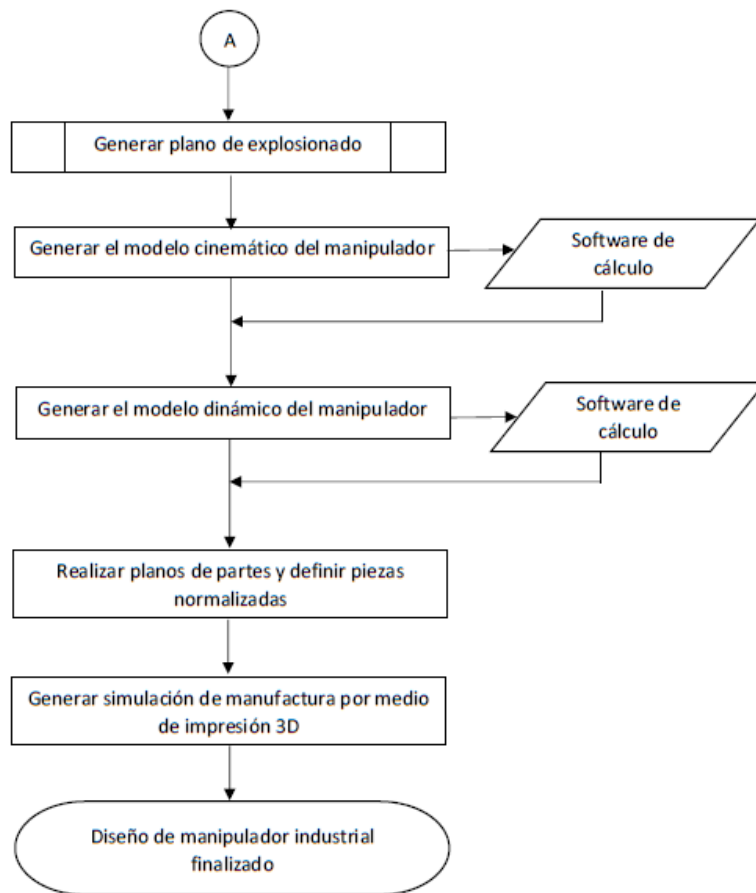
5.3 Evaluación de cada criterio en la solución del problema elegida

El diseño se desarrolla completamente basado en las necesidades del prototipo, el presupuesto de la manufactura se ajusta a la disponibilidad de recursos. Los actuadores, considerados como parte fundamental en el diseño y control del robot, deben comprarse en Colombia y tener compatibilidad con el modelo a generar, en cuanto a la ensamblabilidad se propone un diseño con pocas piezas ya que esto permite una mejor y más viable planeación de su manufactura y mantenimiento.

De acuerdo al análisis realizado para seleccionar la forma de solución de la problemática planteada en este proyecto, y basar el diseño en los criterios propuestos teniendo en cuenta la influencia de estos sobre el desarrollo del robot, se plantea el diagrama de la figura 11.

Figura 11. Flujograma para el desarrollo del proyecto.





6. ANÁLISIS DE ALTERNATIVAS PARA LA SELECCIÓN DE LA CONFIGURACIÓN DEL MANIPULADOR

6.1 Introducción

La clasificación de los manipuladores basada en su configuración o arquitectura únicamente está disponible para robots con cadena cinemática, debido a que el tipo de movimiento que este maneje estará dado por la unión entre dos eslabones consecutivos. Dentro de la clasificación de los manipuladores, por el criterio de su configuración, se encuentran los siguientes; cartesianos, cilíndricos, polares o esféricos, articulares, Scara y paralelos. Retomando la Figura 1 presente al inicio de este documento, se tienen en cuenta diferentes criterios cinemáticos para el planteamiento de las alternativas que definirán la morfología y materiales para el diseño del manipulador [1].

Tabla 2. Tabla 4. Definición de los tipos de robot según su arquitectura basados en la figura 1.

| Tipo de robot | Definición según su arquitectura |
|--------------------------|--|
| Cartesiano | Sus grados de libertad tienen desplazamiento lineal y forman un ángulo recto |
| Cilíndrico | Su grado de libertad principal gira alrededor de su propio eje y sus siguientes grados de libertad son prismáticos |
| Esférico o polar | Sus grados de libertad son cilíndrico, esférico y prismático |
| Scara | cuenta con tres grados de libertad consecutivos cilíndricos y uno prismático a que se desplaza en |
| Angular o antropomórfico | todos sus grados de libertad son rotacionales, el primero gira alrededor de sí mismo y los siguientes alrededor de otro eje coordenado |

6.2 Análisis de posibles soluciones al problema de diseño

Alternativas de diseño según morfología de manipuladores:

- 1) Robot cartesiano
- 2) Robot cilíndrico
- 3) Robot esférico o polar

- 4) Robot Scara
- 5) Robot angular o antropomórfico

A partir del planteamiento anterior se definen las consideraciones de diseño con las cuales se evalúan las alternativas.

- 1) Precisión en los movimientos
- 2) La velocidad de los desplazamientos no es relevante
- 3) Es necesario que tenga un volumen de trabajo considerable (se define aproximadamente un espacio de 1/2 metro cúbico)
- 4) Modelo liviano
- 5) Mantenimiento accesible en las instalaciones de la Universidad Santo Tomás
- 6) Manufactura hecha dentro de la Universidad con la tecnología disponible
- 7) Fácil ensamblabilidad
- 8) Que el volumen del manipulador no interfiera en el volumen de trabajo del mismo
- 9) Que se asemeje al brazo humano, ya que el objetivo general del robot es controlarlo por medio de los movimientos de un operario.
- 10) Flexibilidad de las trayectorias en los movimientos para imitar los del operario.
- 11) Sistema de conexión básico

Tabla 3. Diagrama para la evaluación de alternativas de diseño según arquitectura de manipuladores.

| Criterio | Cartesiano | Cilíndrico | Esférico | Scara | Angular |
|------------------|-------------------|-------------------|-----------------|--------------|----------------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 10 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Sumatoria | 5 | 5 | 6 | 9 | 11 |

Del procedimiento resultante en la tabla 3 se deduce que la configuración del manipulador es angular o antropomórfica, así mismo se plantea la manufactura del

manipulador por medio de impresión 3D, ya que es un recurso óptimo para la planeación de la manufactura con la tecnología que se dispone. La impresora para la cual se diseña el proceso de manufactura es la M200 de Zortrax perteneciente a la facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad Santo Tomas. Es necesario tener en cuenta que es este un criterio de peso para la alternativa seleccionada, puesto que otros tipos de configuración requieren metales y planeación de procesos más extensos.

6.3 Desarrollo de la alternativa

Para este tipo de manipulador es necesario tener en cuenta que aplica únicamente para robots con cadena cinemática, es decir que sus grados de libertad estén conectados en secuencia. Un factor determinante en la arquitectura del robot es que debe asimilar los movimientos del brazo humano, por lo tanto, su morfología debe ser similar. De acuerdo a la clasificación de robots por su arquitectura el más viable es el robot con grados de libertad rotacionales. Teniendo en cuenta los modelos de la industria y los demás modelos investigados, estos manipuladores suelen tener seis grados de libertad, como en el proyecto se plantea únicamente el problema de emular los movimientos de una persona, se omite la muñeca y los dedos para enfocar el diseño en cuatro grados de libertad rotacionales.

En cuanto a la manufactura debido a los criterios enunciados en el análisis de alternativas, se encuentra viable realizarlo a partir de impresión 3D con tecnología FDM, se busca dentro de los materiales disponibles por Zortrax, que es uno de los equipos disponibles en la infraestructura de la Universidad, el que mejor se adecue a las características del brazo. El material seleccionado es ZUltra. A continuación, en la Tabla 4 se muestran las características más relevantes del material y sus propiedades más favorables para el proyecto [23].

Tabla 4. Propiedades del material seleccionado para manufacturar las partes del manipulador.

| Material: ZUltra | Nombre convencional: ABS | Marca: Zortrax |
|---|---------------------------------|-----------------------|
| Propiedad | Valor | Unidades |
| Esfuerzo de tensión | 32.6 | Mpa |
| Esfuerzo de rotura | 30.7 | Mpa |
| Esfuerzo de flexión | 1.85 | Gpa |
| Temperatura de transición de cristalización | 106.4 | °C |
| Densidad específica | 1.179 | g/cm^3 |

Es un material caracterizado por su resistencia al impacto, genera un acabado uniforme en las capas de los modelos impresos. Este material es usado para imprimir partes que requieran larga duración, incluso puede ser comparado con materiales plásticos usados en inyección. Sus usos más comunes son prototipos funcionales, carcasas de prueba y partes mecánicas[23].

En cuanto al modelo mecánico, en primer lugar, se definen los motores, los cuales influyen de manera directa en todo el proceso de diseño. Se consideran actuadores de la línea MX de la marca Robotis, por su trayectoria en la fabricación de manipuladores. En las tablas 5 y 6 se muestran las propiedades necesarias para dar dimensión al diseño a partir de un cálculo preliminar. El manipulador usa tres motores MX-64T y uno MX-28T.

La figura 12 muestra el diseño del manipulador, cuenta con la base que contiene dos grados de libertad y tres eslabones para los siguientes dos grados de libertad, el último de los eslabones tiene la capacidad de ensamblar más grados de libertad.

Figura 12. Modelo CAD del manipulador de 4 GDL

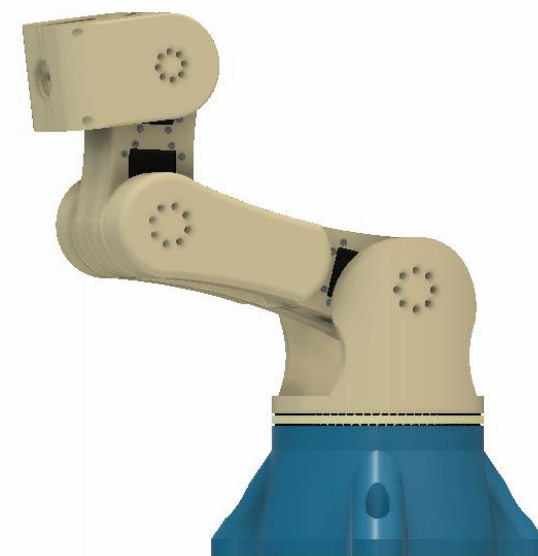


Tabla 5. Características del actuador con referencia MX-64T [24].



| MX-64T | | | | | |
|----------|---------|--------------|---|-----|---------------|
| Peso | 126 | g |  | | |
| Alto | 40,2 | mm | | | |
| Ancho | 61,1 | mm | | | |
| Largo | 41 | mm | | | |
| Relación | 200 a 1 | Adimensional | Velocidad | | |
| Torque | 5,5 | Nm | 58 | rpm | 11,1 V-3,9 A |
| Torque | 6 | Nm | 63 | rpm | 12 V- 4,1 A |
| Torque | 7,3 | Nm | 78 | rpm | 14,8 V- 5,2 A |

Tabla 6. características del actuador con referencia MX-28T [24]

| MX-28T | | | | | |
|----------|--------|--------------|---|-----|---------------|
| Peso | 72 | g |  | | |
| Alto | 35,6 | mm | | | |
| Ancho | 50,6 | mm | | | |
| Largo | 35,5 | mm | | | |
| Relación | 193a 1 | Adimensional | Velocidad | | |
| Torque | 2,3 | Nm | 50 | rpm | 11,1 V- 1,3 A |
| Torque | 2,5 | Nm | 55 | rpm | 12 V1,4 A |
| Torque | 3,1 | Nm | 67 | rpm | 14,8V-1,7 A |

6.4 Cálculo preliminar para el dimensionamiento de actuadores

Para el correcto dimensionamiento del manipulador, en función de sus propiedades físicas y partiendo de un modelo CAD preliminar el cual se muestra en la figura 12. Usando la ecuación 1, que contiene la inercia y aceleración angular se valida que el

torque de uno de los actuadores, para este caso se decide usar un punto crítico que es el grado de libertad dos del manipulador en la siguiente situación:

El manipulador debe recorrer la trayectoria del punto A al punto B, como se muestra en las figuras 13 y 14, en un tiempo de 2 segundos.

Figura 13. Posición A de la trayectoria crítica para validar el torque del manipulador respecto a los actuadores.

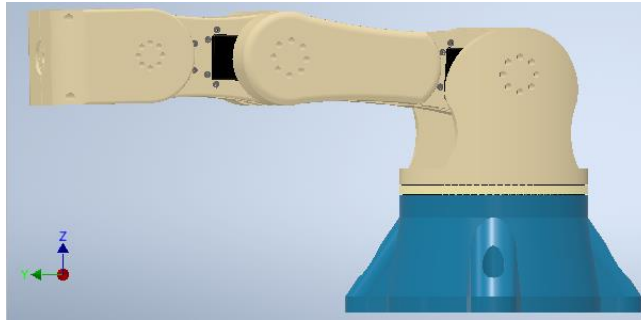
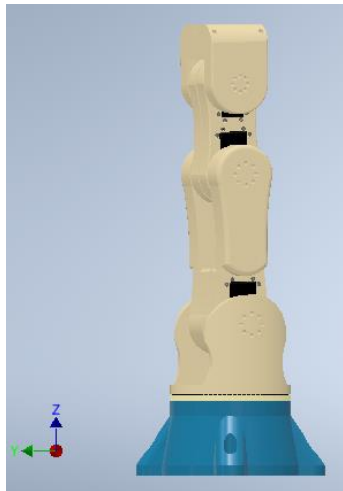


Figura 14. Posición B de la trayectoria crítica para validar el torque del manipulador respecto a los actuadores.



$$T = I \alpha \quad (18)$$

En donde:

T: Torque

I: Tensor de inercias

α : aceleración angular

Tabla 7. Volumen y densidad de los motores del manipulador

| Densidad motores | Valor | Unidades |
|------------------|--------|-------------------|
| Volumen MX-64T | 100.71 | cm ³ |
| Volumen MX-28T | 129.70 | cm ³ |
| Densidad MX-64T | 1.25 | g/cm ³ |
| Densidad MX-28T | 0.56 | g/cm ³ |

El tensor de inercias del conjunto, definido de forma genérica en la ecuación 19, se deduce por medio del Software Inventor, anteriormente en el proceso de modelado se definen los materiales y se verifica que este acorde al sistema principal de coordenadas [1].

$$I = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$I = \begin{pmatrix} 0,441 & 0 & 0 \\ 0,001 & 0,411 & 0 \\ 0,014 & -0,027 & 0,009 \end{pmatrix} \quad (20)$$

En cuanto a la aceleración angular, esta resulta de la condición de desplazamiento entre A y B (0 a 90°) bajo el sistema de referencia mostrado en las imágenes 13 y 14, en un tiempo total de 2 segundos.

Bajo el criterio del caso a evaluar, para el caso estático, como condición crítica se contempla únicamente la aceleración angular en x, ya que como se muestra en la figura 13 este es el eje sobre el que rota el brazo robótico. Por lo tanto, el vector aceleración angular es el mostrado en la ecuación 21.

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0,392 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

De manera que el torque que realiza el motor del grado de libertad 2 del manipulador, mostrado en la figura 13 para las posiciones indicadas es de

$$\tau = \begin{pmatrix} 0,1732 \\ 0,0004 \\ 0,0056 \end{pmatrix} \quad (22)$$

El vector resultante del torque da como respuesta el valor que necesita realizar el motor para cumplir con la trayectoria planteada, si se compara respecto al valor nominal mostrado en la tabla 5 el cual equivale a 5,5 Nm, este valor de 0,17 Nm se encuentra bajo las condiciones sobre las que el motor puede trabajar.

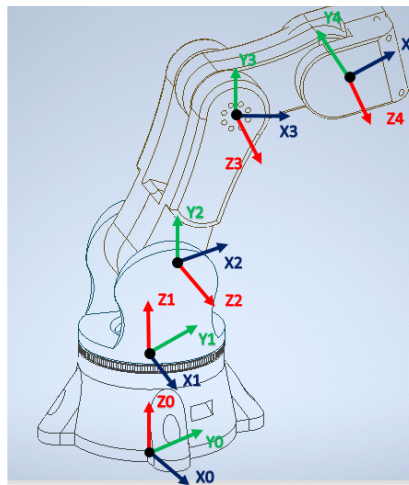
Se puede observar que el análisis detallado de las diferentes composiciones de manipuladores, al igual que la manera en cómo se mueve cada uno de sus grados de libertad influyen directamente en el desarrollo de las labores que se quieren implementar, razón de peso para enfocar el diseño en las necesidades específicas de la situación, en el desarrollo de este modelo preliminar se tiene en cuenta el factor mecánico del torque como la variable más relevante, por lo que respaldar y validar sus valores se considera el punto de partida.

7. MODELO CINEMÁTICO Y DINÁMICO

7.1 Cinemática directa

El modelo cinemático directo se desarrolla por medio de la metodología de transformación de Denavit Hatenberg, a continuación, se describe el proceso mediante el cual se obtienen las ecuaciones que definen la posición y orientación del actuador final en función de los ángulos de rotación de cada uno de los grados de libertad [25].

Figura 15. Sistemas de coordenadas de cada GDL según parámetros de DH.



Con base en la configuración de los sistemas de coordenadas puestos en la figura 15 se deduce la tabla 8, que contiene los parámetros de DH.

Tabla 8. Parámetros de Denavit Hatenberg

| Eslabón | θ_i | d_i | a_i | α_i |
|---------|------------|-------|-------|------------|
| 1 | q_1 | L_1 | 0 | $\pi/2$ |
| 2 | q_2 | 0 | d_2 | 0 |
| 3 | q_3 | 0 | d_3 | 0 |
| 4 | q_4 | 0 | d_4 | 0 |

Por lo tanto, se extraen las ecuaciones de 23 a 34, en función de los ángulos q_1 , q_2 , q_3 y q_4 .

$$nx = \text{Cos}(q2 + q3 + q4) \text{Cos}(q1) \quad (23)$$

$$ny = \text{Sin}(q1) \text{Cos}(q2 + q3 + q4) \quad (24)$$

$$nz = \text{Sin}(q2 + q3 + q4) \quad (25)$$

$$ox = -\text{Cos}(q1) \text{Sin}(q2 + q3 + q4) \quad (26)$$

$$oy = -\text{Sin}(q1) \text{Sin}(q2 + q3 + q4) \quad (27)$$

$$oz = \text{Cos}(q2 + q3 + q4) \quad (28)$$

$$ax = \text{Sin}(q1) \quad (29)$$

$$ay = -\text{Cos}(q1) \quad (30)$$

$$az = 0 \quad (31)$$

$$px = \frac{1}{2} [d2\text{Cos}(q1 - q2) + d2\text{Cos}(q1 + q2) + d3\text{Cos}(q1 - q2 - q3) + d3\text{Cos}(q1 + q2 + q3 + d4(\text{Cos}(q1 - q2 - q3 - q4) + d4\text{os}(q1 + q2 + q3 + q4) + 2d2\text{Si}(q1) + 2d4\text{Sin}(q1))] \quad (32)$$

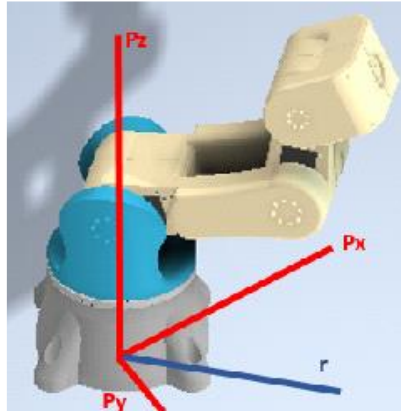
$$py = (-d2 - d3 - d4)\text{Cos}(q1) + (d2\text{Cos}(q2) + d3\text{Cos}(q2 + q3) + d4\text{Cos}(q2 + q3 + q4))\text{Sin}(q1) \quad (33)$$

$$pz = l2 + d4 \text{Sin}(q2) + d3\text{Sin}(q2 + q3) + d4\text{Sin}(q2 + q3 + q4) \quad (34)$$

7.2 Cinemática inversa

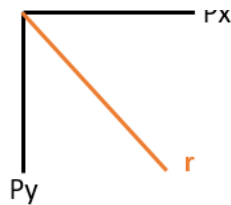
La cinemática inversa se realiza por medio del método geométrico, este proceso consiste en plantear el modelo conociendo la posición y orientación del efector final y desconociendo los ángulos de rotación de cada grado de libertad. Para iniciar con este procedimiento se sitúa el sistema de ejes coordenados correspondientes a la posición del efector final, la cual se dará en función de las variables px , py y pz , como se muestra en la figura 16 [26].

Figura 16. Relación geométrica existente entre las coordenadas de posición.



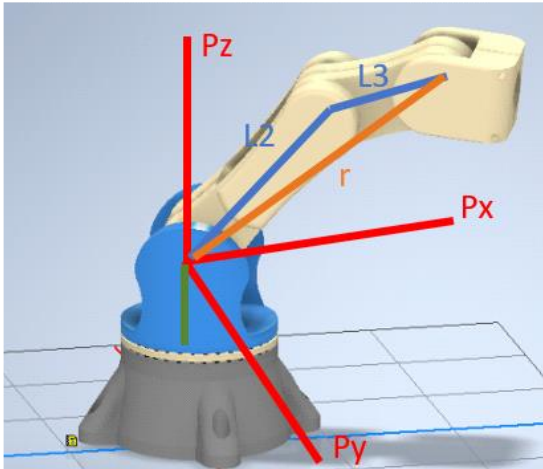
Por la proyección de la vista superior de la figura 16 del manipulador, se deduce el triángulo de la figura 17 que contiene las variables de la posición en x y y dl extremo final del manipulador. El ángulo del primer grado de libertad (θ_1) está contenido en este plano (x,y), es el ángulo que genera un par alrededor del eje de pz. De esta forma se deduce la ecuación 35 que da lugar al valor de θ_1 , el cual varía en un rango de 0 a 360°.

Figura 17. Triángulo formado por las componentes de la posición en x y y.



$$Q_1 = \tan^{-1} \frac{py}{px} \quad (35)$$

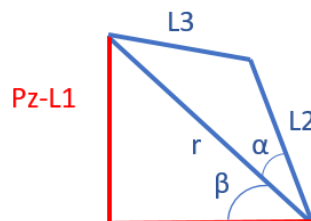
Figura 18. relación entre las coordenadas de posición y la longitud de los eslabones.



Del análisis geométrico de la figura 17 se relaciona pz con las longitudes de cada eslabón, por medio del teorema de cosenos se obtiene el ángulo de la articulación 3 (θ_3) mostrado en la ecuación 36. Así como también se deduce el valor de r, mostrado en la ecuación 37, vector útil en la deducción de las ecuaciones de los ángulos de rotación.

$$Q_3 = \cos^{-1} \frac{r^2 - l_3^2 - l_2^2}{2 * l_2 * l_3} \quad (36)$$

Figura 19. Triangulo que representa las posibles combinaciones de codo arriba y abajo.



$$r = \sqrt{px^2 + py^2 + pz^2} \quad (37)$$

Del razonamiento geométrico de la figura 18 se obtienen los triángulos de la figura 19, los cuales son necesarios para definir las dos posibles configuraciones del segundo grado de libertad, en donde los ángulos α y β definen las posiciones de codo arriba y codo debajo de la articulación. En las ecuaciones 38 y 39 se muestra el valor del ángulo 2 para ambas configuraciones.

$$Q21 = \alpha + \beta \quad (38)$$

$$Q22 = \beta - \alpha \quad (39)$$

$$\beta = \sin^{-1} \frac{pz - l1}{r} \quad (40)$$

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{l2^2 - l3^2 - r^2}{2 l3 r} \quad (41)$$

La ecuación 34 contiene el valor del ángulo del grado de libertad 4, 2 y 3, desconociendo el ángulo 4 e procede a realizar despeje directo y se obtiene la ecuación 42.

$$Q4 = -q2 - q3 - \sin^{-1} \frac{-l1 - d2 \sin(q2) - d3 \sin(q2 + q3)}{d4} + 2\pi c1, c1 \in Z \quad (42)$$

7.3 Dinámica inversa, Formulación de Lagrange

El modelo cinético de Lagrange permite conocer las implicaciones de las fuerzas y el comportamiento del movimiento dentro del sistema, se relaciona la inercia, energía cinética, potencial, fuerzas de gravedad y de Coriolis, el resultante de este modelo es; para el sistema propuesto de 4 grados de libertad, 4 ecuaciones de torque, que corresponden al torque que debe aplicarse a cada articulación para que genere las trayectorias deseadas [1].

Siguiendo el algoritmo computacional propuesto, las matrices de psedoinercia calculadas a partir de la ecuación 6, son las mostradas en las ecuaciones 43,44,45 y 46.

$$J1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l1^2 m1 & 0 & l1^2 m1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l1^2 m1 & 0 & m1 \end{pmatrix} \quad (43)$$

$$J2 = \begin{pmatrix} l2^2 m2 & 0 & 0 & l2 m2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l2^2 m2 & 0 & m2 \end{pmatrix} \quad (44)$$

$$J3 = \begin{pmatrix} l3^2 m3 & 0 & 0 & l3 m3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l3^2 m3 & 0 & m3 \end{pmatrix} \quad (45)$$

$$J4 = \begin{pmatrix} l4^2 m4 & 0 & 0 & l4 m4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l4^2 m4 & 0 & m4 \end{pmatrix} \quad (46)$$

En donde li son longitudes y mi masas de los eslabones del manipulador.

El resultado de manera matricial del modelo Lagrangiano para el sistema de 4 grados de libertad rotacionales es el mostrado en la ecuación 11. De este modelo se extraen las 4 ecuaciones para el torque, estas se expresan en las ecuaciones 47, 48, 49 y 50 [27].

$$\tau1 = (d11\ddot{q}1 + d12\ddot{q}2 + d13\ddot{q}3 + d14\ddot{q}4) + h1 + c1 \quad (47)$$

$$\tau2 = (d21\ddot{q}1 + d22\ddot{q}2 + d123\ddot{q}3 + d24\ddot{q}4) + h2 + c2 \quad (48)$$

$$\tau3 = (d31\ddot{q}1 + d32\ddot{q}2 + d33\ddot{q}3 + d34\ddot{q}4) + h3 + c3 \quad (49)$$

$$\tau4 = (d41\ddot{q}1 + d42\ddot{q}2 + d43\ddot{q}3 + d44\ddot{q}4) + h4 + c4 \quad (50)$$

En donde:

τi = Fuerzas y pares motores a aplicar en la articulación

dij =Matrices de inercia

$\ddot{q}i$ =Aceleracion angular

hi =Matriz columna de fuerzas de Coriolis y centrípeta

ci =Matriz columna de fuerzas de gravedad

7.4 Modelo de Newton Euler

Este modelo es imprescindible en el modelado del movimiento del robot, puesto que por medio de esta metodología se consiguen los valores para las velocidades y aceleraciones de cada articulación, tanto lineales como angulares. Además de funciona como respaldo en la verificación del torque obtenido a partir del modelo Lagrangiano [1].

El tensor de inercia de cada eslabón respecto a su centro de masa se obtiene por medio de Software y la ecuación 19, obtenido para realizar el dimensionamiento preliminar del manipulador[28].

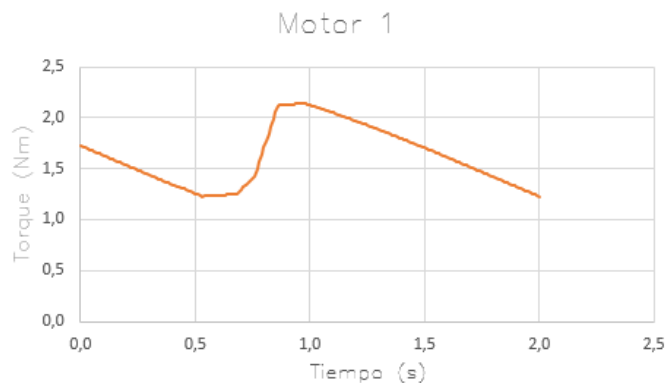
7.5 Trayectoria para el cálculo de pares motores en cada articulación

Para el modelado del sistema se proponen 2 trayectorias, la primera de estas es realizar la validación de las figuras 13 y 14 es decir que el ángulo de la primera articulación (Q_2) varia entre 0 y $\frac{\pi}{2}$ en un tiempo de 2 segundos y el valor de las demás coordenadas articulares equivalen a 0 ya que no hay movimiento de las mismas. En la figura 20 se muestra el resultado del torque en la articulación en función del tiempo. La figura 21, 22, 23 y 24 muestran el comportamiento del torque para cada articulación en función tiempo partiendo de la trayectoria 2 mostrada en la figura 25 [29].

En el Software a partir del modelo creado se genera una simulación de las trayectorias propuestas, para verificar y comparar los resultados del modelo matemático de la dinámica del robot. En la figura 25 se muestra la trayectoria en la que la segunda articulación va de 0 a 90 grados. Estas trayectorias se simulan con un peso en la punta de 3.9 N [30].

7.5.1 Trayectoria 1

Figura 20. Grafica obtenida del modelo dinámico para el torque en la articulación 2 trayectoria 1



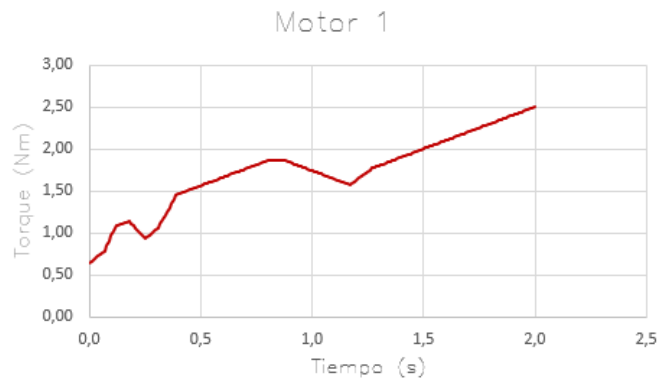
Para la trayectoria 1, a partir de la figura 20 se evidencia que la articulación 2 inicia realizando un torque de aproximadamente 1.7 Nm y que el torque máximo que necesita para elevar el brazo en de aproximadamente 2.3 Nm, al cabo de dos segundos cuando el manipulador llega a su posición final, este torque tiene tendencia a reducirse cada vez más.

7.5.2 Trayectoria 2

Tabla 9. Valores de cada articulación para la trayectoria 2.

| Trayectoria 2 | |
|---------------|----------------------------------|
| Articulación | Intervalo de movimiento (Grados) |
| θ_1 | 0 a 10 |
| θ_2 | 90 a 0 |
| θ_3 | 0 a 30 |
| θ_4 | 0 a 45 |

Figura 21. Grafica obtenida del modelo dinámico para el torque en la articulación 1 trayectoria 2



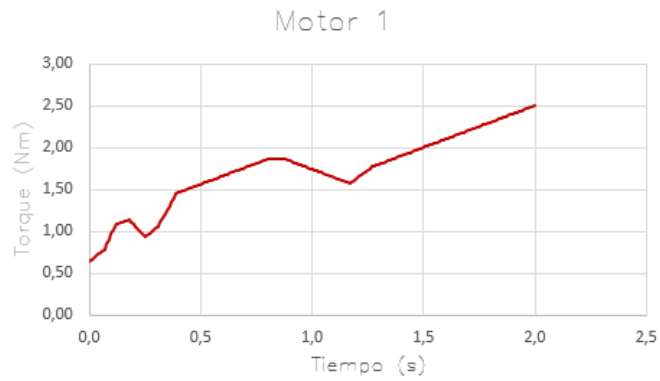


Figura 22. Grafica obtenida del modelo dinámico para el torque en la articulación 2 trayectoria 2

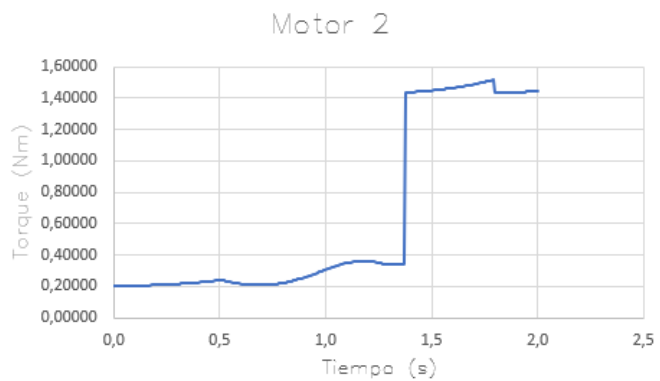


Figura 23. Grafica obtenida del modelo dinámico para el torque en la articulación 3 trayectoria 2

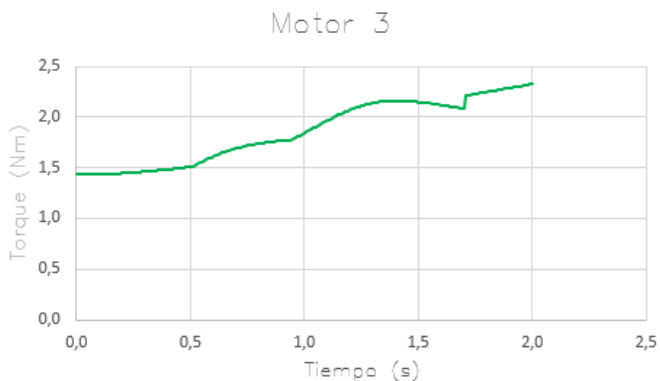
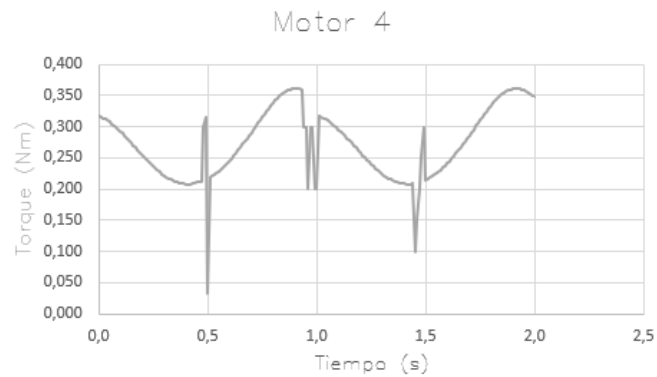


Figura 24. Grafica obtenida del modelo dinámico para el torque en la articulación 4 trayectoria 2



De las gráficas mostradas en las figuras 21 a 24 en donde se grafica el torque en función del tiempo para la trayectoria 2 planteada en la tabla 9, se deduce que los motores cumplen con los valores necesarios para realizar los movimientos.

7.6 Simulación de trayectorias en Inventor

7.6.1 Trayectoria 1

Con el modelo realizado en el Software se realizan simulaciones dinámicas tratando de comparar las trayectorias y resultados obtenidos matemáticamente. Como se muestra a continuación en las figuras 25 y 27 el robot realiza movimientos similares a los planteados para deducir las graficas de los modelos cinéticos.

Figura 25. Trayectoria 1 para el manipulador simulada en el Software.

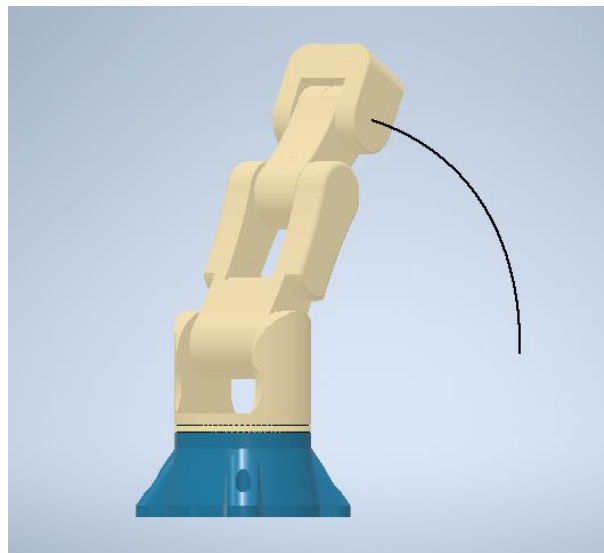
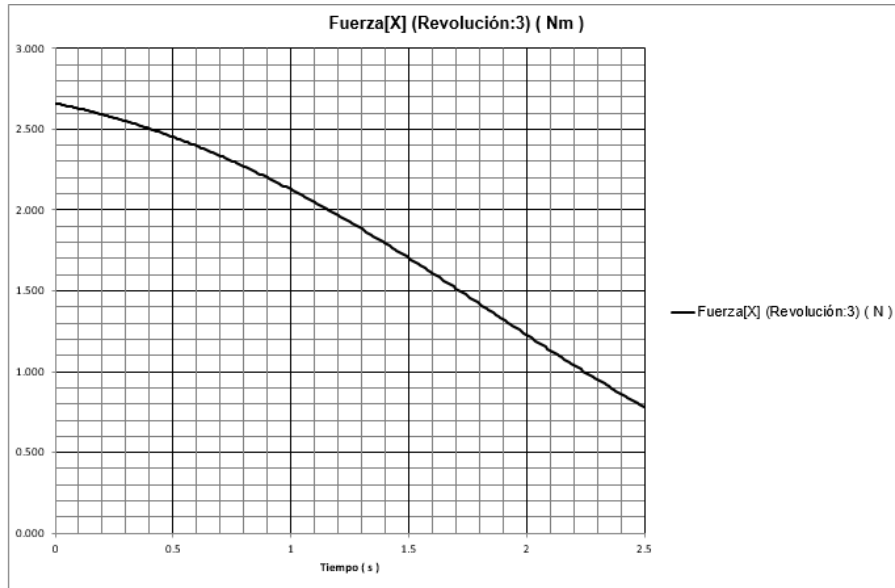


Figura 26. Gráfica de torque alrededor del eje x, en función del tiempo para la articulación 1.



La gráfica mostrada en la figura 26, muestra el comportamiento del torque, el cual en un instante de tiempo 0 cuando es necesario desplazar el manipulador únicamente moviendo la articulación 2, el torque es de aproximadamente 2.7 Nm mientras que al ir posicionando el brazo de forma mas vertical este torque tiende a disminuir, corroborando estos datos con los de la figura 20, es correcto afirmar que al inicio es necesario aplicar un mayor torque para vencer la inercia mientras que cuando ya se encuentra vertical es menor el torque a aplicar en esta articulación.

7.6.2 Trayectoria 2

Figura 27. Trayectoria 2 para el manipulador simulada en el Software

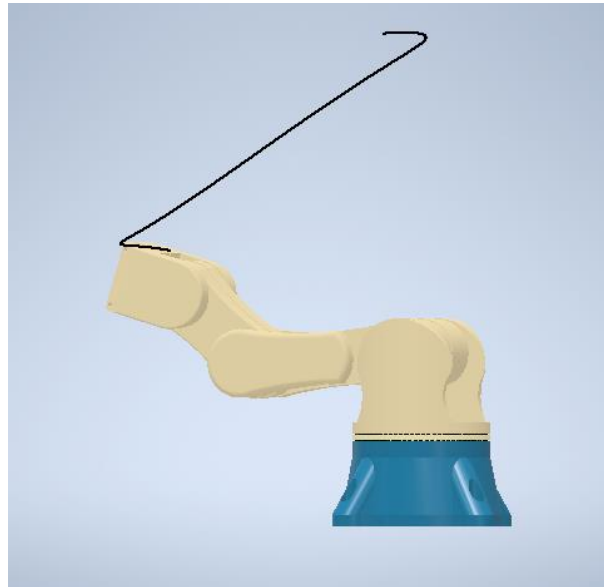


Figura 28. Grafica en función del tiempo para el torque de la articulación 1

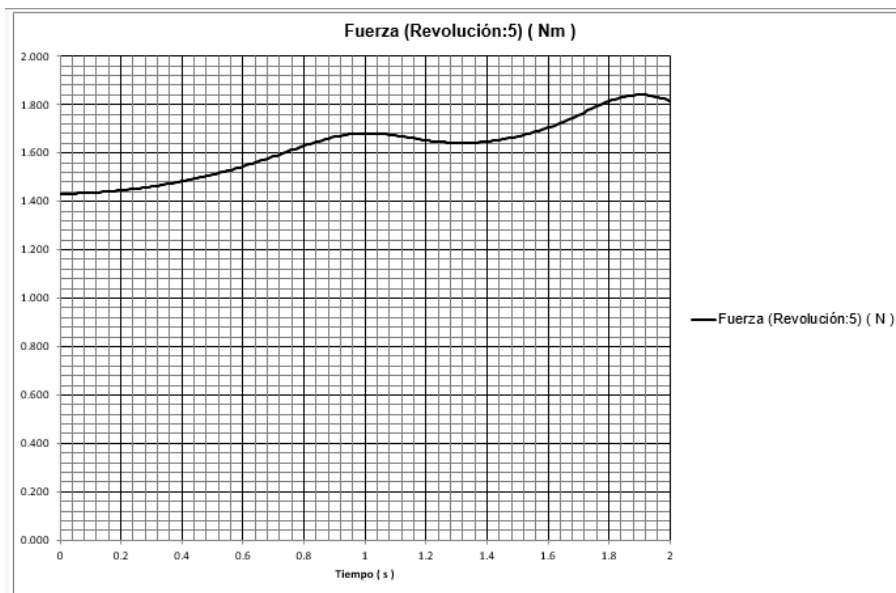


Figura 29. Grafica en función del tiempo para el torque de la articulación 2

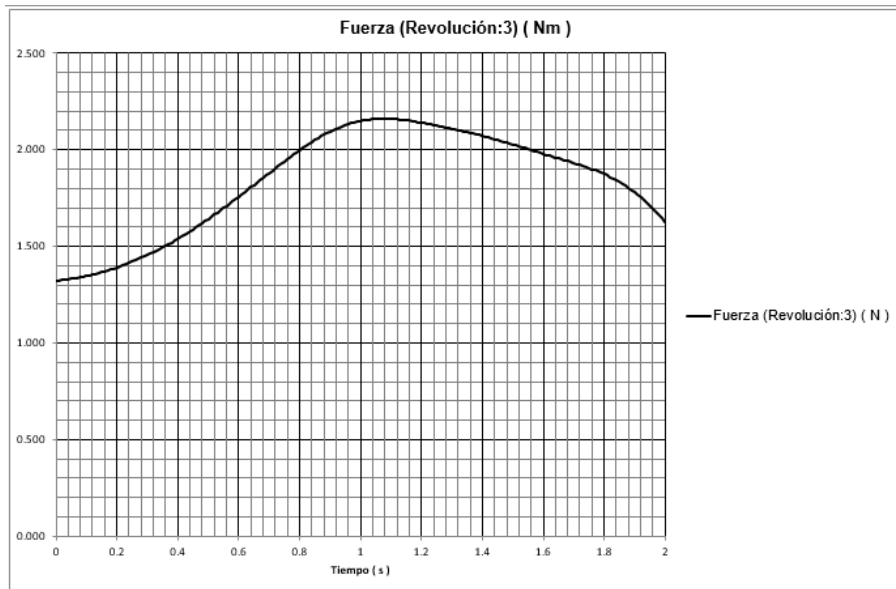


Figura 30. grafica en función del tiempo para el torque de la articulación 3.

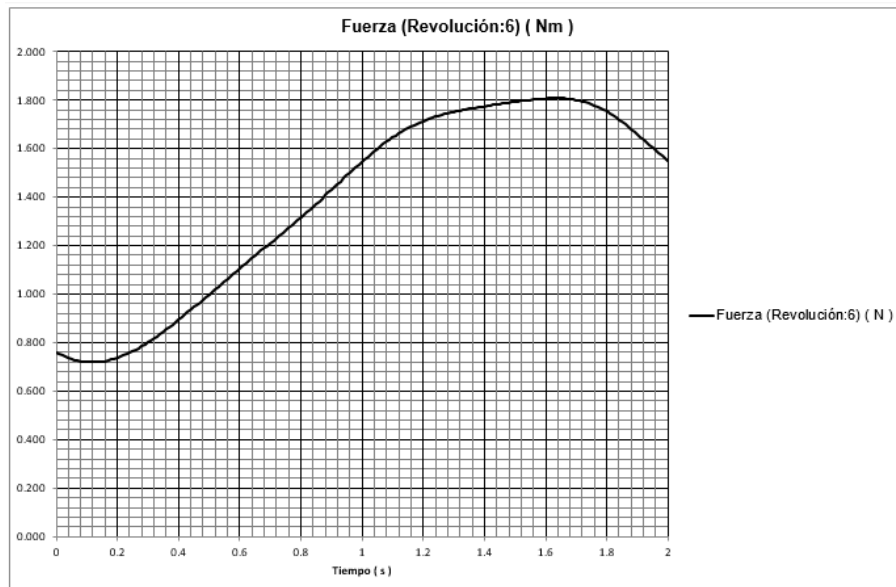
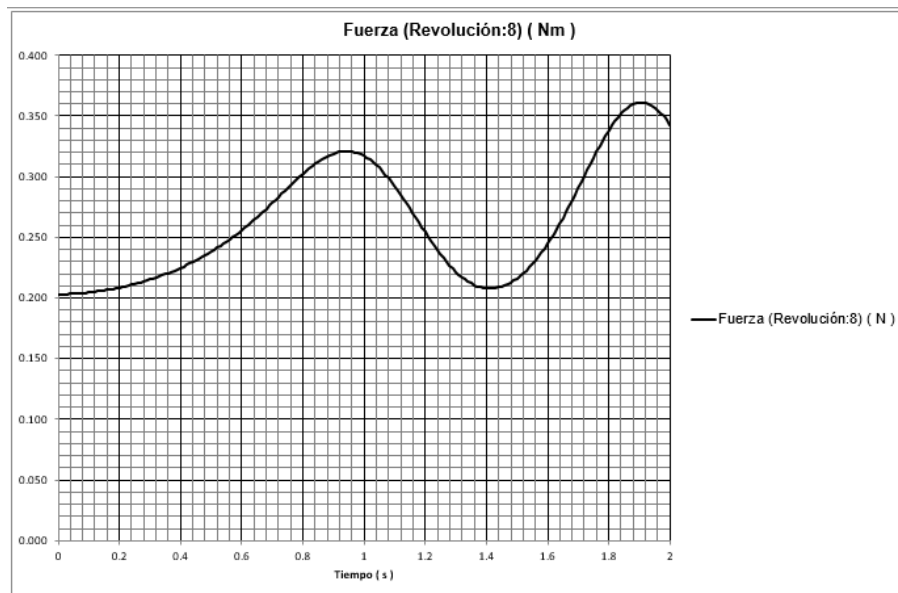


Figura 31. Grafica en función del tiempo para el torque de la articulación 4



De las figuras 28 a 31 se muestra como para diferentes posiciones en las articulaciones del robot, este tiende a incrementar o disminuir el torque, por ejemplo, en la figura 28, que es el torque para la articulación 1, es decir la base del robot, este tiende a tener una curva uniforme, puesto que este grado de libertad tiende a necesitar un valor muy similar en cualquier intervalo de ángulos a rotar. Mientras que para la articulación 4, como se muestra en la figura 31, la punta del manipulador sube y baja, razón por la que la curva obtenida suele tener las variaciones identificadas.

El modelamiento matemático de robots permite la visualización y proyección de las variables que influyen en los movimientos del mismo, teniendo en cuenta posición, velocidad, aceleración, inercia, energías y fuerzas. Partiendo del análisis cinemático y posteriormente el cinético se logra conocer el comportamiento del robot bajo ciertas condiciones, se definen trayectorias y se evalúan los modelos, al comparar los valores con las simulaciones realizadas en el Software se tienen resultados validos que se encuentran dentro de los valores de operación de los motores.

8. DISEÑO DE DETALLE

8.1 Verificación de especificaciones mecánicas

8.1.1 Morfología

Partiendo del estado del arte y de las consideraciones de diseño planteadas en el análisis de alternativas, se modela el robot de la forma más similar al brazo humano posible, para esto ha sido necesario formar los eslabones con curvas y vaciados que eliminen peso innecesario, permitiendo el movimiento de sus articulaciones, se han generado superficies curvas en los bordes de los eslabones para evitar lesiones del operario [21].

En cuanto al primer grado de libertad es necesario incluir un rodamiento alrededor de la horquilla, puesto que sobre esta primera articulación descansara el peso del manipulador cuando este encuentre en reposo y sufrirá los efectos de las cargas cuando se encuentre en movimiento. En la figura 12 se muestra a detalle el modelo CAD generado.

Para la validación mecánica del modelo se genera un análisis estructural en el Software, el cual muestra los resultados de las figuras 34, 35 y 39, bajo las cargas sometidas del peso que el manipulador propone trasladar y las mismas cargas del modelo y un peso de 400 gr en el efector final. Este proceso requiere la parametrización de cada uno de los elementos en los que se divide el conjunto principal, para este planteamiento se genera un análisis estático, el cual se divide en 4 partes, e primer lugar se discretizo el brazo con un tamaño de malla como se muestra en la figura 34, para las condiciones de frontera, se asume la base del robot con una restricción de empotramiento y en la punta una fuerza de peso 3,9 N ejercida por el peso de 400 g que pende de la misma [31].

Figura 32. Plano de detalle del motor MX-64 de Dynamixel [6].

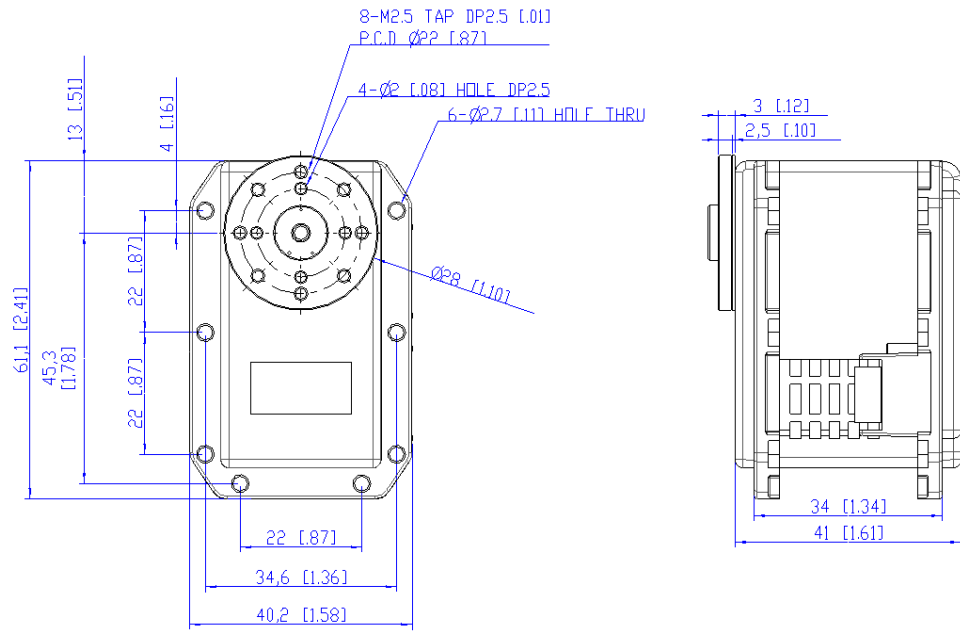


Figura 33. Plano de detalle del motor MX-28 de Dynamixel [6].

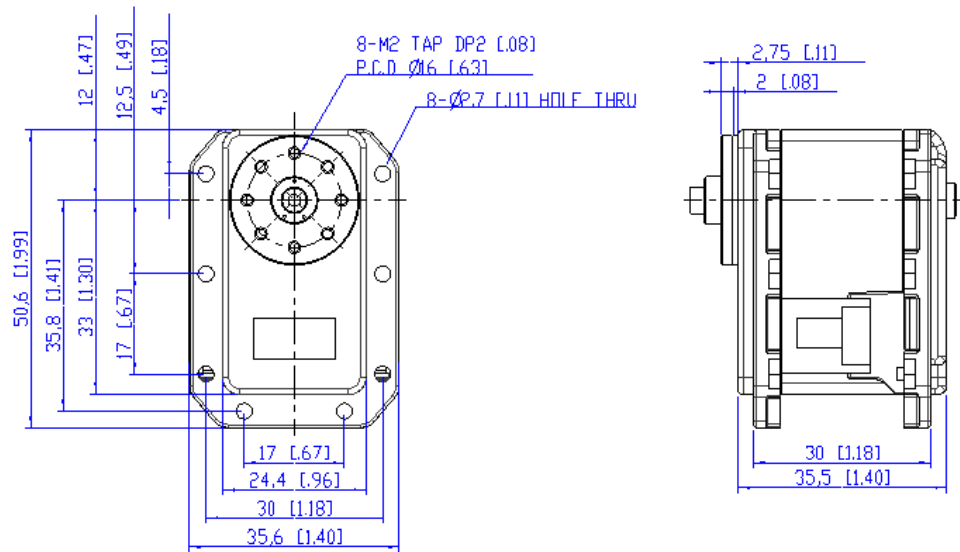
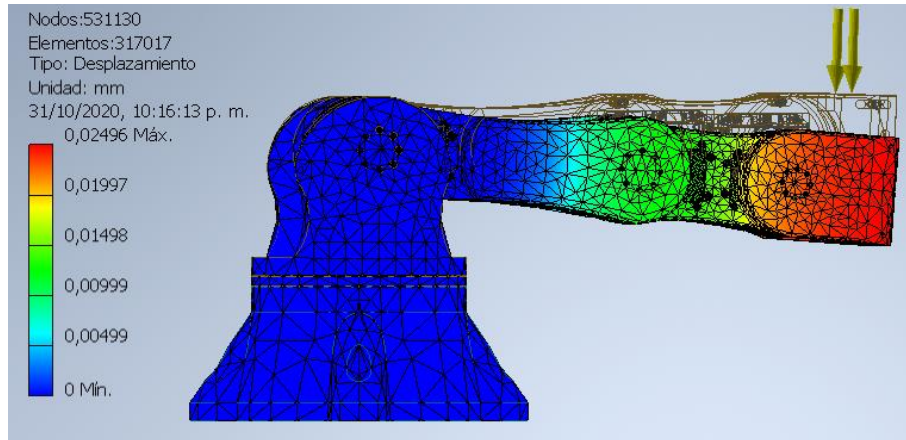


Figura 34. Desplazamiento simulado en el Software con un peso de 3.9 N en el efector final.

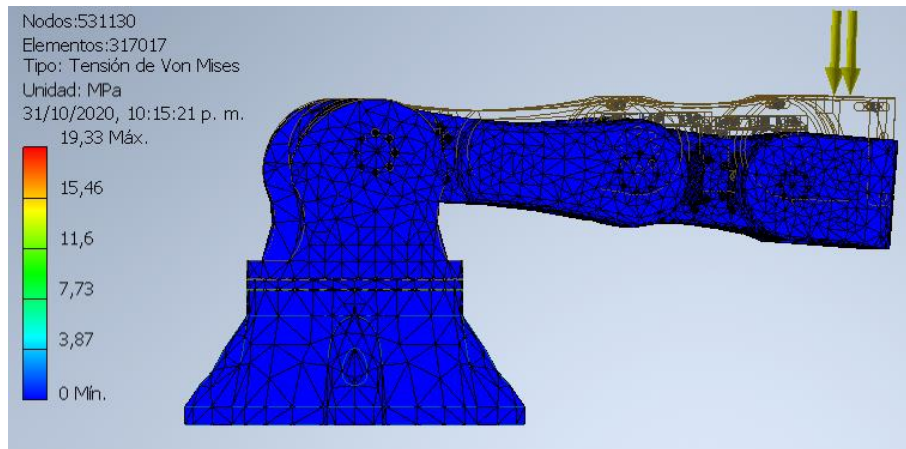


De la figura 34 se deduce el desplazamiento que resulta como consecuencia de aplicar una fuerza en la punta del manipulador, en la escala de desplazamiento se evidencian valores muy bajos, los cuales en realidad no afectan el diseño del mismo.

8.1.2 Materiales

El principal material del brazo es ABS, se decide la utilización de este ya que desde el inicio del proyecto se realizó el planteamiento de desarrollar la manufactura a partir de prototipado rápido, específicamente impresión 3D con tecnología FDM, se realiza un análisis dentro de los materiales de impresión, verificando que el ABS es ideal para fines mecánicos, ya que resiste bien los esfuerzos tanto de tensión como compresión y rotura están dentro de las mejores características de los ofrecidos por el fabricante. Un punto importante es la temperatura de cristalización del material, ya que, si esta es muy baja, hará que las propiedades mecánicas del modelo cambien muy fácilmente [23].

Figura 35. Esfuerzos de Von Mises simulados en el Software con un peso de 3.9 N en el efector final.



La simulación arroja resultados para el análisis de esfuerzos de Von Mises mostrados en la figura 35, estos son muy bajos, vemos que sobre el manipulador no se generan esfuerzos mayores a 3,5 Mpa aproximadamente. Lo que estructuralmente no tiene consecuencias significativas estructuralmente.

8.1.3 Tornillos

Las fijaciones realizadas en robot tienen punto de partida en las partes normalizadas, como los agujeros que tienen los encoders y la carcasa de los motores, en la tabla 9 se muestran los tornillos que tiene el ensamble su ubicación y las cantidades necesarias. En la figura 32 se muestran las dimensiones del actuador MX-64 y en la figura 33 las dimensiones del actuador MX-28.

Tabla 10. Tornillos y tuercas del sistema

| Fijación | | | | |
|----------|---|---------------|-----------------|----------|
| Ítem | Tipo de tornillo | Referencia SI | Ubicación | Cantidad |
| 1 | Cabeza cilíndrica con agujero hexagonal | M2,5X4 | Encoder | 32 |
| 2 | Avellanado estrella | M2,5X5 | Carcasa motores | 32 |
| 3 | Cabeza cilíndrica con agujero hexagonal | M10X26 | Eslabón final | 2 |
| 4 | Cabeza cilíndrica con agujero hexagonal | M3X20 | Unión eslabones | 12 |
| 5 | Tuerca | M3 | Unión eslabones | 12 |
| 6 | Tuerca | M10 | Eslabón final | 2 |

8.1.4 Rodamientos

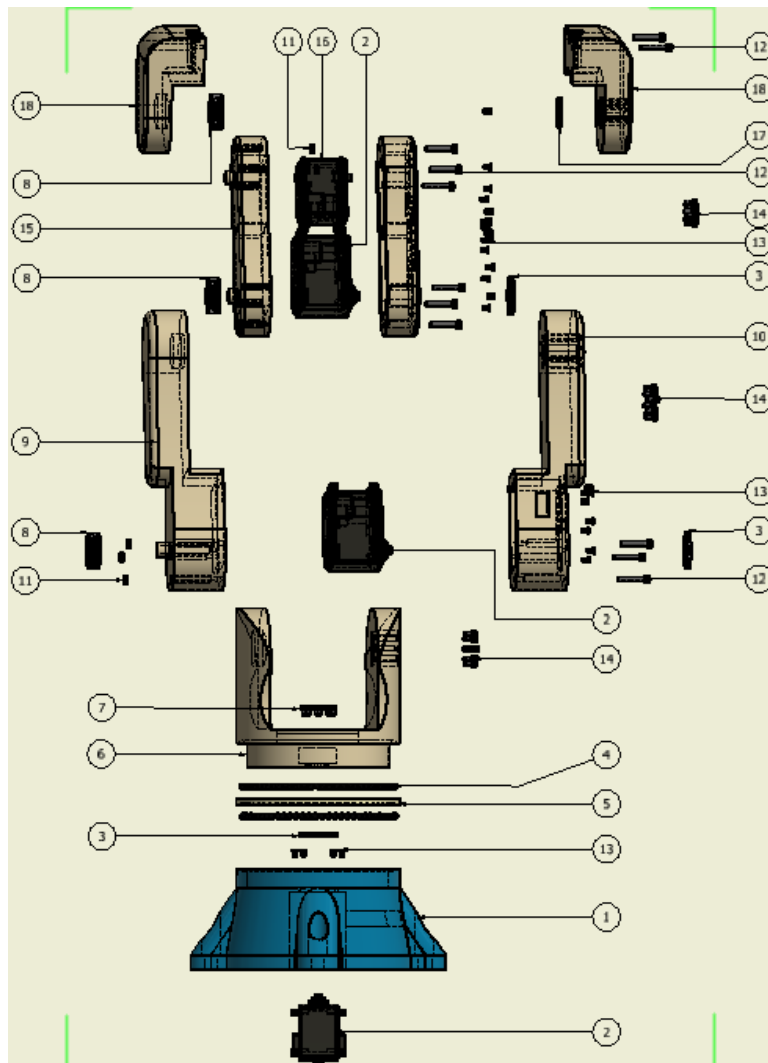
Como parte fundamental para el correcto funcionamiento de las articulaciones se definen cojinetes de bola (de contacto angular) para reducir al máximo la fricción

entre la unión de los eslabones, se elige este tipo de rodamiento, en primer lugar, por la sencillez de su funcionamiento y su tamaño. Los ajustes son definidos como k6 para el eje y K7 para el alojamiento, la teoría de rodamientos define que el elemento que gira debe tener ajuste de interferencia para su correcto funcionamiento, mientras que el alojamiento debe tener ajuste de transición. Sin embargo, al ser insertados en un material plástico se evita que tengan un ajuste muy forzado para evitar la fractura del mismo.

8.1.5 Ensamble

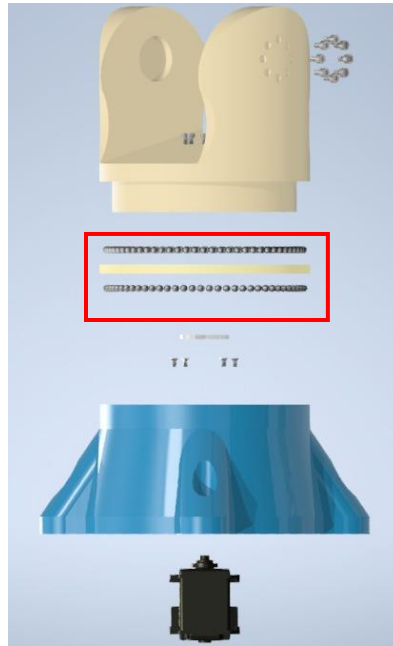
En la figura 36 se muestra el explosionado del ensamble del modelo realizado para el robot, este ha sido planificado en consecuencia con el ensamble real que tendrá a la posterior impresión de cada una de sus partes.

Figura 36. Explosionado del ensamble del manipulador.



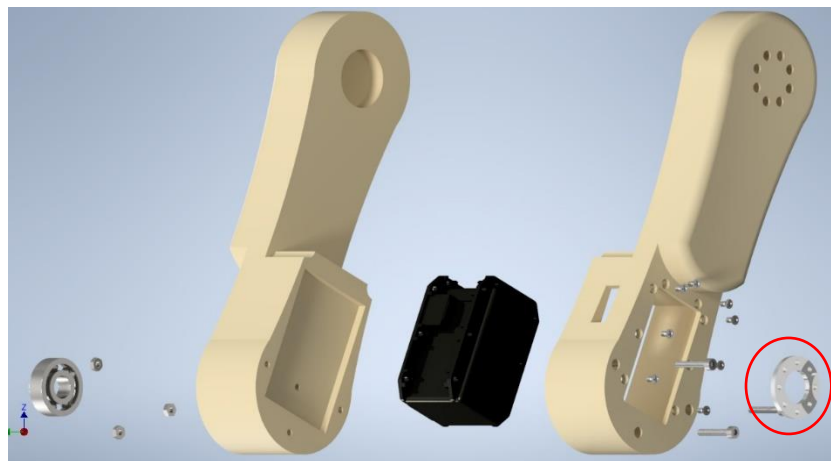
A groso modo, este primer ensamble contiene la base del manipulador, parte azul en la figura 36, un motor MX-64, un cojinete diseñado para imprimirse y complementado por 128 esferas distribuidas a su alrededor, como se muestra en el recuadro rojo de la figura 36. La horquilla que hace referencia al primer eslabón, que gira alrededor de su propio eje y sus correspondientes tornillos.

Figura 37. Ensamble de la primera articulación



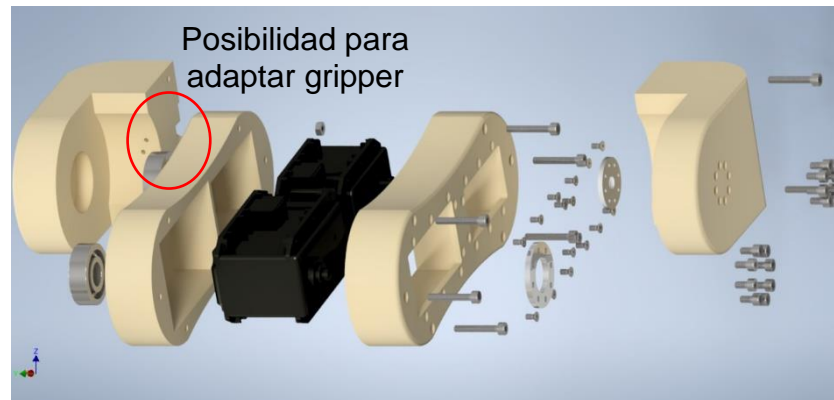
Para el primer eslabón se ha modelado una carcasa la cual contiene el motor MX-64 situado para rotar este eslabón gracias al encoder y el rodamiento, señalado en la figura 37. Este es acoplado a la horquilla (anterior grado de libertad).

Figura 38. Ensamble de la segunda articulación



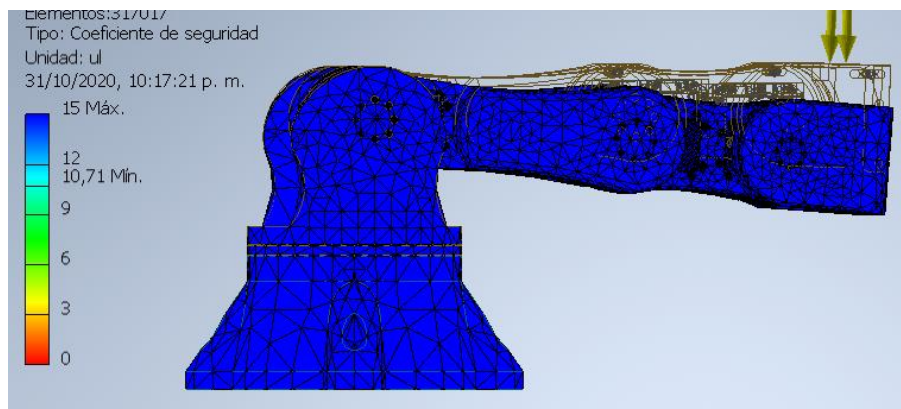
Los eslabones 3 y 4 funcionan de la misma forma que el 2, se articulan directamente a partir de los actuadores, este último eslabón cuenta con un vaciado que permite atornillar más motores si se desea agregar muñeca o gripper. Como se muestra en la figura 38.

Figura 39. Ensamble de las articulaciones 3 y 4



8.2 Comprobación de resultados

Figura 40. Factor de seguridad simulado en elSoftware con un peso de 3.9 N en el efector final.



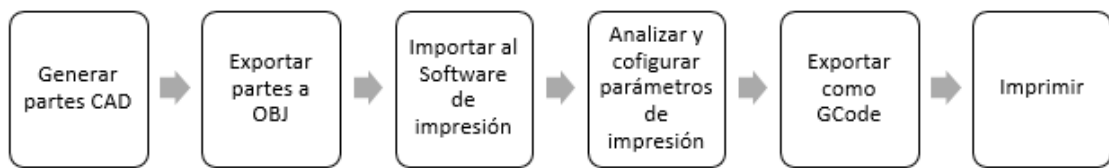
Como se evidencia en la figura 39 el factor de seguridad estático en el brazo es un criterio importante de diseño que permite verificar la confiabilidad del diseño en cuanto a su forma y materiales, se encuentra en un valor aproximado de 13, lo cual es un nivel alto de confiabilidad para el diseño mecánico.

De las simulaciones planteadas, se infiere que el modelo es completamente seguro para los objetivos proyectados, las partes diseñadas interactúan de manera correcta con los motores y demás piezas normalizadas. El trabajo realizado en el Software arroja respuestas verídicas en cuanto a las condiciones de peso y resistencia de materiales ingresadas.

9. PLANEACIÓN DE LA MANUFACTURA DEL MANIPULADOR

Puesto que uno de los principales factores de diseño es realizar la manufactura dentro de las instalaciones de la universidad Santo Tomas, por medio de la impresora 3D FDM, se elige la Zortrax M200 por criterio ingenieril. A continuación, en la figura 40 se muestra el diagrama que lleva a cabo cada pieza para ser manufacturada. En la figura tal se muestran los que deben seguirse para la impresión de cada una de las partes.

Figura 41. Proceso para imprimir



El despiece del brazo cuenta con 9 partes individuales, para la impresión de la base del manipulador, la base se importa al software de impresión como se muestra en la figura 42.

Figura 42. Parámetros básicos de impresión de la base del manipulador.

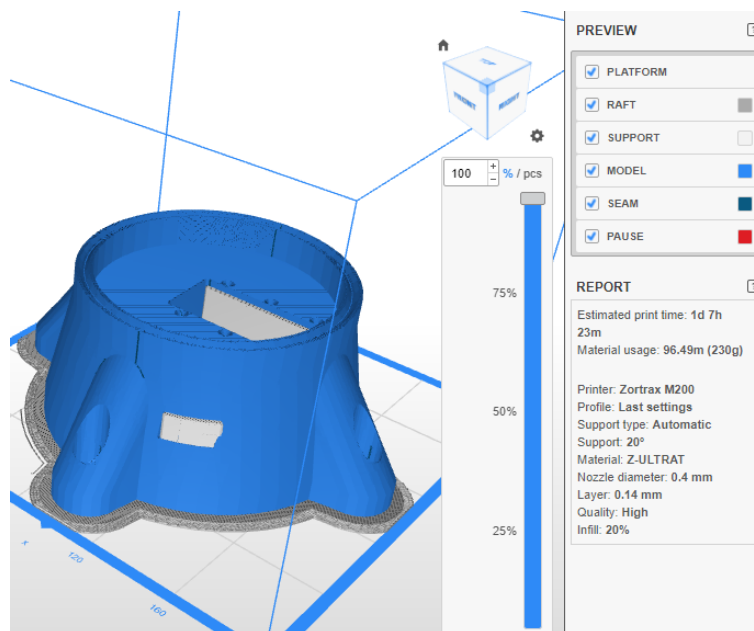


Figura 43. Parámetros básicos de impresión de la horquilla del manipulador (GDL 1).

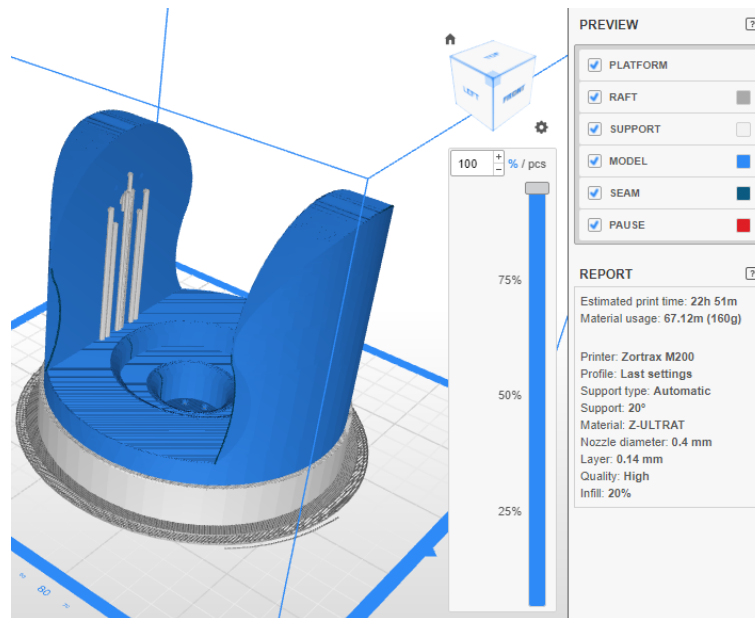


Figura 44. Parámetros básicos de impresión de uno de los componentes del eslabón 1 (GDL 2).

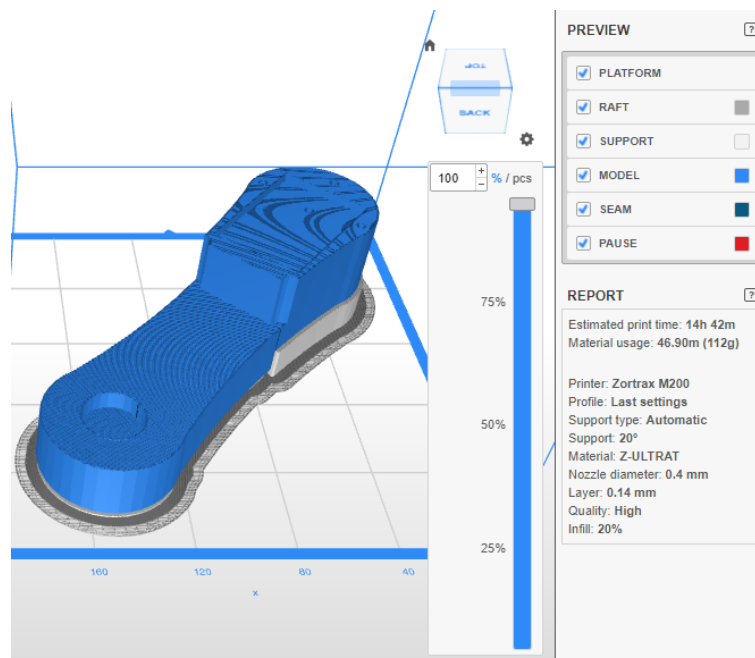


Figura 46. Parámetros básicos de impresión del segundo componente del eslabón 1 (GDL 2).

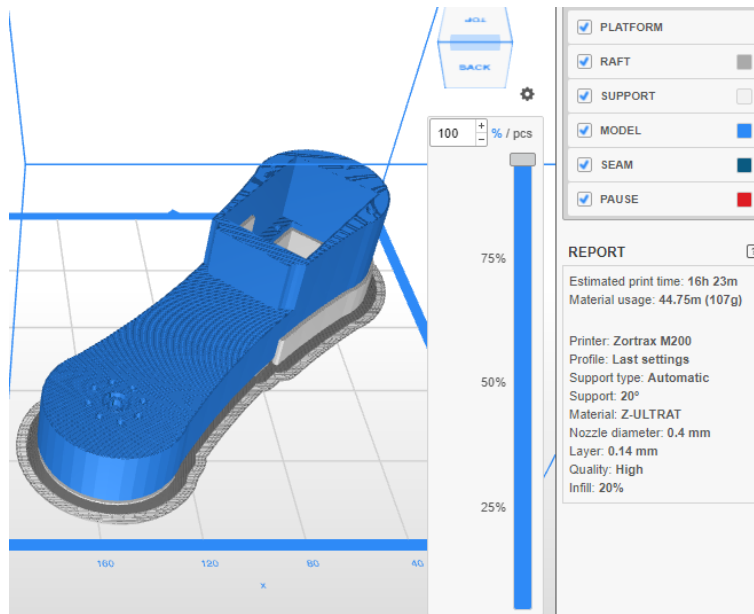


Figura 45. Parámetros básicos de impresión del primer componente del eslabón 2 (GDL 3).

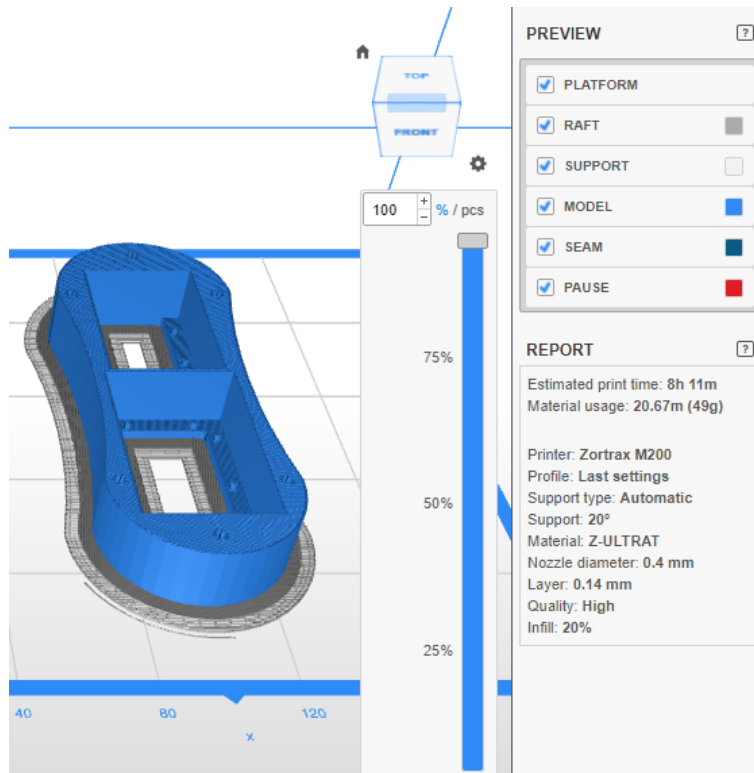


Figura 48. Parámetros básicos de impresión del segundo componente del eslabón 2 (GDL 3).

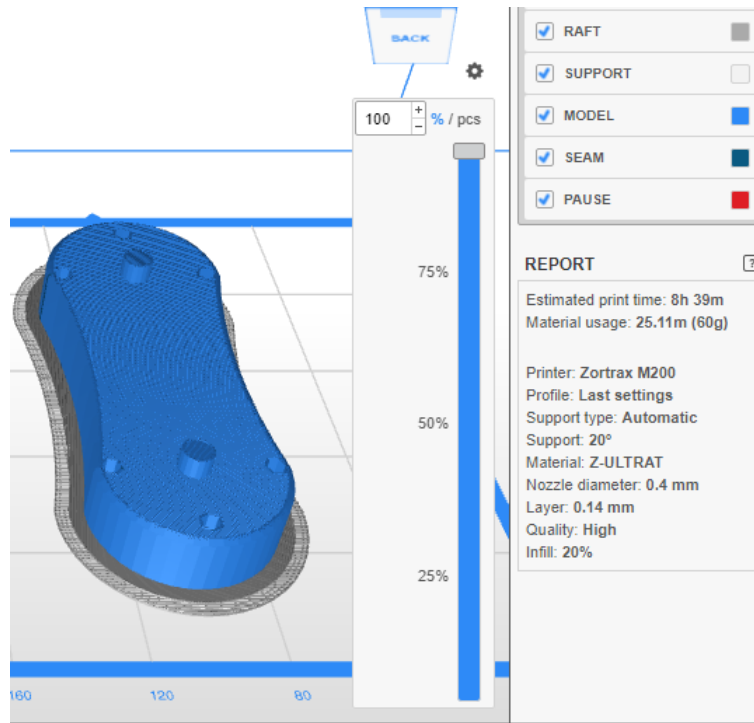


Figura 47. Parámetros básicos de impresión para la primera parte del eslabón 3 (GDL 4).

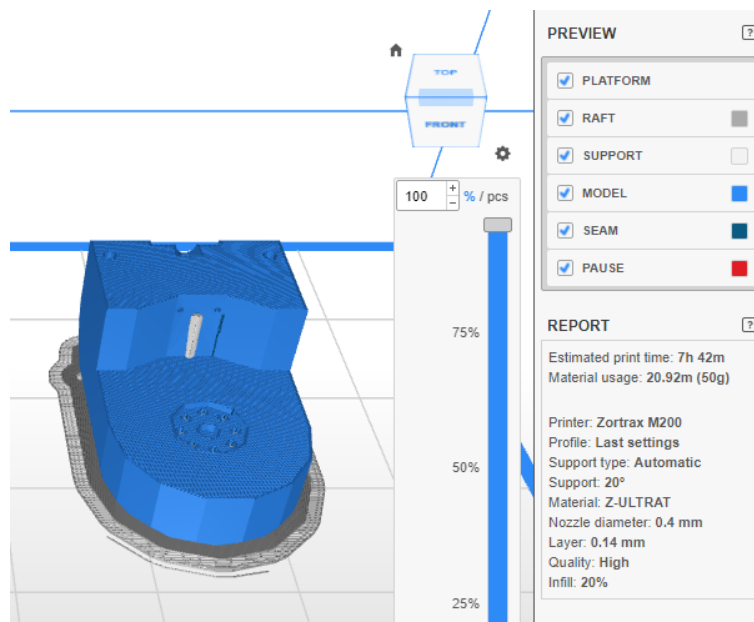


Figura 49. Parámetros básicos de impresión para la segunda parte del eslabón 3 (GDL 4)

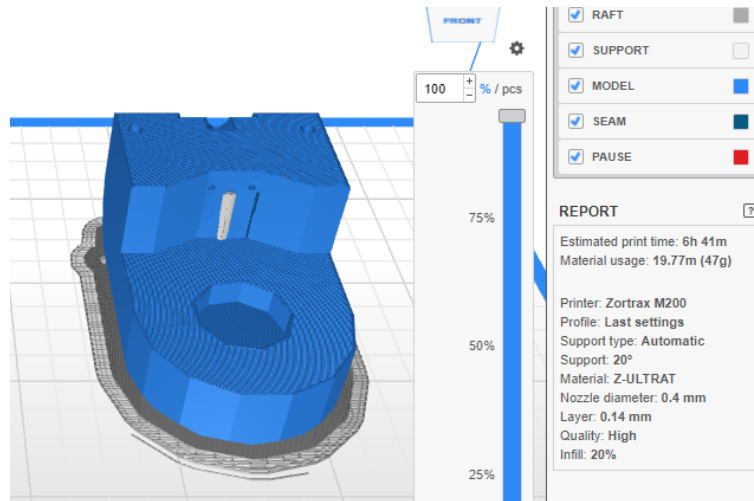
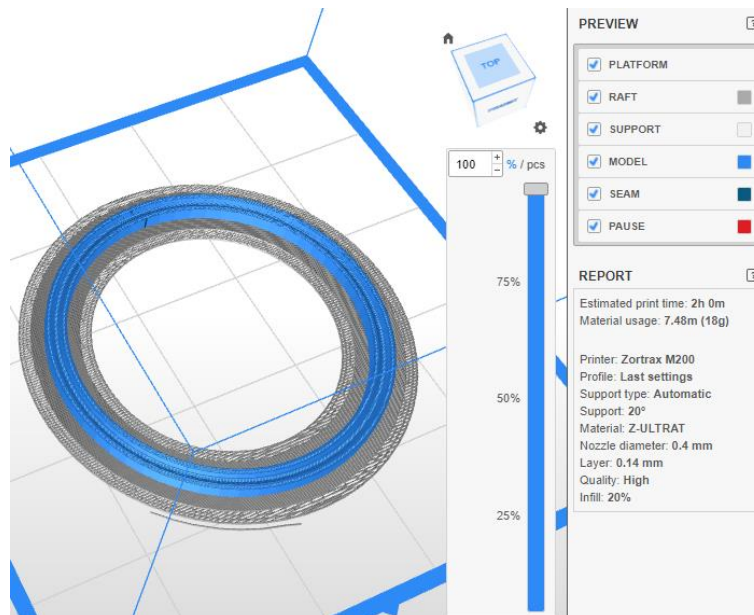


Figura 50. Parámetros básicos de impresión para la pista del rodamiento.



La impresión se debe llevar a cabo en la maquina M200 de Zortrax, ya que sus parámetros de impresión están completamente acordes a la misma. La boquilla debe ser de 0.4 mm, todas las partes deben llevar soporte debido a que en todas

las partes hay geometrías con más de 45° de voladizo, al no colocar material de soporte el filamento se deposita en vacío deformando la pieza, en el peor de los casos dejándola para desechar. En las figuras 42 a 50 se evidencia la configuración de parámetros básicos de la impresión, así como también el cálculo que realiza el programa ZSuite (Software laminador de Zortrax) para el tiempo de impresión de cada pieza.

Metodología para imprimir

- Encender la impresora
- Verificar que el material colocado concuerde con ZUltra
- Calibrar el eje z de la maquina
- Insertar la memoria SD con los archivos ZCode
- Seleccionar archivo a imprimir
- Verificar que la impresora este sellada (No influencia de corrientes de aire)

A partir de los tiempos de impresión década parte, como se muestra en las figuras 42 a 50 el tiempo total de impresión es de 118 Horas con 53 minutos y 830 gramos de material.

La forma de cada parte en el proceso de configuración de parámetros para impresión, muestra una adecuada manufactura, se conoce que la impresión 3D permite prototipar las formas diseñadas sin ningún inconveniente, teniendo en cuenta que las partes deben ser lo suficientemente robustas como se requiere en el diseño de detalle.

10. CONCLUSIONES

Las herramientas tecnológicas como los manipuladores industriales no buscan reemplazar a los operadores, de lo contrario lo que se busca es generar condiciones más dignas y seguras, este proyecto se basó en el desarrollo netamente mecánico de un brazo robótico, que como tal deriva de un proyecto general que busca el control de estos dispositivos a partir de las señales emitidas por un operario.

El desarrollo de un robot depende directamente del uso específico para el que este proyectado, ya que se parte de este fundamento, se generan ecuaciones y sistemas particulares para modelar el comportamiento bajo las condiciones para las que se va a manufacturar, estos sistemas son robustos y dependen directamente de la cantidad de grados de libertad del robot. Es necesario contar con herramientas computacionales para su formulación y resultados.

Los servomotores seleccionados, son óptimos no solo por su capacidad de torque, sino por su forma, esta permite un desarrollo mecánico sencillo, evitando un gran despliegue de partes mecánicas ya sean normalizadas o diseñadas. Cuentan con reducciones 200 a 1 y 193 a 1, esto permite lograr torques de 5 Nm aproximadamente con un consumo máximo de 3.9 A y 1.3 A para el MX-64 Y MX-20 respectivamente a 11.1 V.

El tiempo y gasto de material en el prototipado es favorable, tarda aproximadamente 5 días en su impresión y se consume menos de 1 Kg de material. El previo diseño y validación durante el proyecto, garantiza que el ensamble y puesta en marcha del brazo no va a tener reprocesos.

El modelo cinemático planteado y desarrollado funciona como planteamiento para generar el posterior sistema de control del manipulador, teniendo como variables de entrada los ángulos de rotación de cada articulación y controlando los torques de las mismas.

El desarrollo autónomo de esta tecnología conlleva ventajas en cuanto al costo de implementación de manipuladores, en primera instancia, no se invierte una gran cantidad de dinero en un robot, en segunda instancia al ser un diseño concreto para las necesidades planteadas, se aprovechan del todo las características del mismo.

11. RECOMENDACIONES

La selección de actuadores no debe basarse en su costo, es necesario que cumplan con requisitos de torque adecuados, además de proyectar como va a ser el control del sistema, el hecho de elegir unos motores que no favorezcan en este aspecto puede generar mayores gastos no solo económicos sino en el tiempo de desarrollo de sistemas para implementar el control.

El planteamiento cinemático y cinético es la base para cualquier sistema de control, entre más variables se tengan en cuenta dentro de estas formulaciones, el modelo se acerca más a la realidad, siendo este el punto de partida del manipulador un modelo robusto dará más precisión en su funcionamiento.

Es esencial conocer las condiciones reales en las que el robot va a funcionar y realizar un análisis completo de como esas condiciones influyen en el funcionamiento del mismo, variables como velocidad de operación, volumen de trabajo, temperatura del entorno, sitio de instalación y demás, afectan el desarrollo de las partes.

Es ideal diseñar de tal manera que se generen superficies con voladizos de menos de 45° desde la posición de impresión de cada parte, ya que esto genera más soportes haciendo obsoleto el diseño.

ANEXOS

A. 1 Códigos de cinemática directa e inversa desarrollados en Wólfram Mathematica

Cinemática directa (Parámetros de Denavit - Hartenberg)

A1: Matriz de transformación articulación 0 a 1.

A2: Matriz de transformación articulación 1 a 2.

A3: Matriz de transformación articulación 2 a 3.

A4: Matriz de transformación articulación 3 a 4. □

```
In[2]:= A1={{Cos[q1],0,Sin[q1],0},{Sin[q1],0,-Cos[q1],0},{0,1,0,l1},{0,0,0,1}};
```

```
In[43]:= A2={{Cos[q2],-  
Sin[q2],0,d2*Cos[q2]},{Sin[q2],Cos[q2],0,d2*Sin[q2]},{0,0,1,d2},{0,0,0,1}};
```

```
In[106]:= A3={{Cos[q3],-  
Sin[q3],0,d3*Cos[q3]},{Sin[q3],Cos[q3],0,d3*Sin[q3]},{0,0,1,d3},{0,0,0,1}};
```

```
In[101]:= A4={{Cos[q4],-  
Sin[q4],0,d4*Cos[q4]},{Sin[q4],Cos[q4],0,d4*Sin[q4]},{0,0,1,d4},{0,0,0,1}};
```

```
In[3]:= T=Simplify[A1.A2.A3.A4];
```

```
nx=Cos[q1] Cos[q2+q3+q4];
```

```
ny=Cos[q2+q3+q4] Sin[q1];
```

```
nz=Sin[q2+q3+q4];
```

```
ox=-Cos[q1] Sin[q2+q3+q4];
```

```
oy=-Sin[q1] Sin[q2+q3+q4];
```

```
oz=Cos[q2+q3+q4];
```

```
ax=Sin[q1];
```

```
ay=-Cos[q1];
```

```
In[57]:= az=0;
```

```
In[114]:= px=1/2 (d2 Cos[q1-q2]+d2 Cos[q1+q2]+d3 Cos[q1-q2-q3]+d3  
Cos[q1+q2+q3]+d4 Cos[q1-q2-q3-q4]+d4 Cos[q1+q2+q3+q4]+2 d2 Sin[q1]+2 d3  
Sin[q1]+2 d4 Sin[q1]);
```

```
In[116]:= py=-(d2+d3+d4) Cos[q1]+(d2 Cos[q2]+d3 Cos[q2+q3]+d4  
Cos[q2+q3+q4]) Sin[q1];
```

In[118]:= pz=l1+d2 Sin[q2]+d3 Sin[q2+q3]+d4 Sin[q2+q3+q4];

Cinemática inversa (Método geométrico)

In[119]:= q11=ArcTan[py/px]

Out[119]= ArcTan[(2 ((-d2-d3-d4) Cos[q1]+(d2 Cos[q2]+d3 Cos[q2+q3]+d4 Cos[q2+q3+q4]) Sin[q1]))/(d2 Cos[q1-q2]+d2 Cos[q1+q2]+d3 Cos[q1-q2-q3]+d3 Cos[q1+q2+q3]+d4 Cos[q1-q2-q3-q4]+d4 Cos[q1+q2+q3+q4]+2 d2 Sin[q1]+2 d3 Sin[q1]+2 d4 Sin[q1])]

In[120]:= q33=ArcCos[(r^2-l3^2-l2^2)/(2*l2*l3)]

Out[120]= ArcCos[1/(2 l2 l3) (-l2^2-l3^2+1/4 (d2 Cos[q1-q2]+d2 Cos[q1+q2]+d3 Cos[q1-q2-q3]+d3 Cos[q1+q2+q3]+d4 Cos[q1-q2-q3-q4]+d4 Cos[q1+q2+q3+q4]+2 d2 Sin[q1]+2 d3 Sin[q1]+2 d4 Sin[q1])^2+((-d2-d3-d4) Cos[q1]+(d2 Cos[q2]+d3 Cos[q2+q3]+d4 Cos[q2+q3+q4]) Sin[q1])^2+(l1+d2 Sin[q2]+d3 Sin[q2+q3]+d4 Sin[q2+q3+q4])^2)]

In[68]:= Clear[px,py,pz]

In[69]:= d1=0

Out[69]= 0

In[121]:= r=Simplify[Sqrt[px^2+py^2+(pz-d1)^2]]

Out[121]= Sqrt[2 d2^2+2 d2 d3+2 d3^2+2 d2 d4+2 d3 d4+2 d4^2+l1^2+2 d2 d3 Cos[q3]+2 d3 d4 Cos[q4]+2 d2 d4 Cos[q3+q4]+2 d2 l1 Sin[q2]+2 d3 l1 Sin[q2+q3]+2 d4 l1 Sin[q2+q3+q4]]

In[71]:= q21=α+β

Out[71]= α+β

In[72]:= q22=β-α

Out[72]= -α+β

In[73]:= β=Simplify[ArcSin[(pz-l1)/(r)]]

Out[73]= ArcSin[(-l1+pz)/Sqrt[px^2+py^2+pz^2]]

In[74]:= α=Simplify[ArcCos[(l2^2-l3^2-r^2)/(2*l3*r)]]

Out[74]= ArcCos[(l2^2-l3^2-px^2-py^2-pz^2)/(2 l3 Sqrt[px^2+py^2+pz^2])]

In[75]:= N[α]

```
Out[75]= ArcCos[(0.5 (l2^2-1. l3^2-1. px^2-1. py^2-1. pz^2))/(l3 Sqrt[px^2+py^2+pz^2])]
```

```
In[76]:= Clear[q1,q2,q3,q4]
```

```
In[77]:= Solve[74+89 *Cos[q4] *Sin[q3]+89 *Cos[q3]* Sin[q4]==0,q4]
```

```
Out[77]= {{q4->ConditionalExpression[ArcTan[(-74 Sin[q3]-Sqrt[-5476 Cos[q3]^2+7921 Cos[q3]^4+7921 Cos[q3]^2 Sin[q3]^2)]/(89 (Cos[q3]^2+Sin[q3]^2)),1/89 Sec[q3] (-74+(74 Sin[q3]^2)/(Cos[q3]^2+Sin[q3]^2)+(Sin[q3] Sqrt[Cos[q3]^2 (-5476+7921 Cos[q3]^2+7921 Sin[q3]^2)))/(Cos[q3]^2+Sin[q3]^2))]+2 π Subscript[□, 1],Subscript[□, 1]∈□},{q4->ConditionalExpression[ArcTan[(-74 Sin[q3]+Sqrt[-5476 Cos[q3]^2+7921 Cos[q3]^4+7921 Cos[q3]^2 Sin[q3]^2)]/(89 (Cos[q3]^2+Sin[q3]^2)),1/89 Sec[q3] (-74+(74 Sin[q3]^2)/(Cos[q3]^2+Sin[q3]^2)-(Sin[q3] Sqrt[Cos[q3]^2 (-5476+7921 Cos[q3]^2+7921 Sin[q3]^2)))/(Cos[q3]^2+Sin[q3]^2))]+2 π Subscript[□, 1],Subscript[□, 1]∈□}}
```

```
In[78]:= Simplify[ArcTan[(-74 Sin[q3]-Sqrt[-5476 Cos[q3]^2+7921 Cos[q3]^4+7921 Cos[q3]^2 Sin[q3]^2)]/(89 (Cos[q3]^2+Sin[q3]^2)))]
```

```
Out[78]= ArcTan[1/89 (-Sqrt[2445] Sqrt[Cos[q3]^2]-74 Sin[q3])]
```

A. 2 Código de modelo dinámico de Newton Euler desarrollado en Wólffram Mathematica

Dinámica Newton Euler

R1: Matriz de rotación 0 a 1.

R2: Matriz de rotación 1 a 2.

R3: Matriz de rotación 2 a 3.

R4: Matriz de rotación 3 a 4.

R5: Matriz de rotación 0 a 4.

R1I: Matriz inversa de rotación 1 a 0.

R2I: Matriz inversa de rotación 2 a 1.

R3I: Matriz inversa de rotación 3 a 2.

R4I: Matriz inversa de rotación 4 a 3.

```
In[481]:= R1={{Cos[q1],0,Sin[q1],0},{Sin[q1],0,-Cos[q1],0},{0,1,0,1},{0,0,0,1}};
```

```
In[482]:= R1I=Inverse[R1];
```

```
In[483]:= R2={{Cos[q2],-  
Sin[q2],0,d2*Cos[q2]},{Sin[q2],Cos[q2],0,d2*Sin[q2]},{0,0,1,d2},{0,0,0,1}};
```

```
In[484]:= R2I=Inverse[R2];
```

```
In[485]:= R3={{Cos[q3],-  
Sin[q3],0,d3*Cos[q3]},{Sin[q3],Cos[q3],0,d3*Sin[q3]},{0,0,1,d3},{0,0,0,1}};
```

```
In[486]:= R3I=Inverse[R3];
```

```
In[487]:= R4={{Cos[q4],-  
Sin[q4],0,d4*Cos[q4]},{Sin[q4],Cos[q4],0,d4*Sin[q4]},{0,0,1,d4},{0,0,0,1}};
```

```
In[488]:= R4I=Inverse[R4];
```

Primer elemento s1

```
In[489]:= w00={0,0,0};
```

```
In[490]:= z0={0,0,1};
```

```
In[491]:= q1p={0,0,Subscript[Overscript[θ, .], 1]};
```

```
In[4]:= w11=R1I(z0.q1p);
```

Segundo elemento

```
In[494]:= q2p={0,0,Subscript[Overscript[θ, .], 2]};
```

```
In[495]:= w22=R2I.(w11+z0*q2p);
```

Tercer elemento

In[496]:= q3p={0,0,Subscript[Overscript[θ, .], 3]};

In[5]:= w33=Simplify[R3l.(w22+z0*q3p)];

Cuarto elemento

In[499]:= q4p={0,0,Subscript[Overscript[θ, .], 4]};

In[6]:= w44=Simplify[R4l.(w33+z0*q4p)];

In[502]:= Subscript[Overscript[W, .], 0]=[0,0,0]

Primer elemento

In[502]:= dw00={0,0,0};

In[503]:= q1pp={0,0,Subscript[Overscript[θ, ``], 1]};

In[7]:= dw11=R1l.(dw00+z0*q1pp)+Cross[w00,z0*q1p];

Segundo elemento

In[506]:= q2pp={0,0,Subscript[Overscript[θ, ``], 2]};

In[8]:= dw22=R2l.(dw11+q2pp)+Cross[w11,z0*q2p];

Tercer elemento

In[509]:= q3pp={0,0,Subscript[Overscript[θ, ``], 3]};

In[9]:= dw33=R3l.(dw22+q3pp)+Cross[w22,q3p];

Cuarto elemento

In[512]:= q4pp={0,0,Subscript[Overscript[θ, ``], 4]};

In[10]:= dw44=Simplify[R4l.(dw33+q3pp)+Cross[w33,q4p]];

In[515]:= p00={0,0,0};

In[516]:= p11={0,0*Sin[0],0*Cos[0]};

In[517]:= p22={0,l2*Cos[(Pi/2)],l2*Cos[(Pi/2)]};

In[518]:= p33={d3,l3*Sin[0],l3*Cos[0]};

In[519]:= p44={d4,l4*Sin[0],l4*Cos[0]};

In[520]:= dv00={0,0,-g};

Primer elemento

In[579]:= dv11=Simplify[dw11□p11+w11□(w11□p11)+R1l.dv00];

Segundo elemento

In[580]:= dv22=dw22□p22+w22□(w22□p22)+R2l.dv11;

Tercer elemento

In[581]:= dv33=Simplify[dw33□p33+w33□(w33□p22)+R3l.dv22];

Cuarto elemento

In[582]:= dv44=Simplify[dw33□p44+w44□(w44□p22)+R4l.dv33];

In[529]:= cm2=0.072;

cm3=0.045;

In[531]:= s11={0,0,d2};

In[532]:= s22={0,cm2,0};

In[533]:= s33={0,cm3,0};

In[534]:= s44={0,0,0};

Primer elemento

In[583]:= a11=dw11□s11+w11□(w11□s11)+dv11;

Segundo elemento

In[584]:= a22=dw22□s22+w22□(w22□s22)+dv22;

Tercer elemento

In[586]:= a33=Simplify[dw33□s33+w33□(w33□s33)+dv33];

Cuarto elemento

In[539]:= a44=Simplify[dw44□s44+w44□(w44□s44)+dv44];

Cuarto elemento

In[541]:= f55={0,0,0};

In[587]:= f44=m4*a22;

Tercer elemento

In[543]:= f33=Simplify[R4.f44+m3*a33];

Segundo elemento

In[545]:= f22=Simplify[R3.f33+m2*a22];

Primer elemento

In[547]:= f11=Simplify[R2.f22+m1*a11];

In[549]:= l11={{1337.7,0,0},{0,1108.5,3.984},{0,0,868.6}};

In[551]:= l44={{26371,-51.1,-780.9},{0,26413.3,719.6},{0,0,3689.8}};

In[553]:= l33={{19299.8,35.58,-612.8},{0,19280.1,790.9},{0,0,3519.2}};

In[555]:= l22={{12226.1,-245.2,-463.3},{0,12367.3,513.3}, {0,0,4226.1}};

Cuarto elemento

In[557]:= m44=0.135*2;

In[558]:= n44=Simplify[(p44+s44)□(m44*a44)+l44.w44□(l44.w44)];

Tercero elemento

In[560]:= m33=1.44;

In[561]:=

n33=R4.(n44+(R4l.p33)□f44)+(p33+s33)□(m33*a33)+l33.w33□(l33.w33);

Segundo elemento

In[563]:= m22=0.72;

In[564]:=

n22=R3.(n33+(R3l.p22)□f33)+(p22+s22)□(m22*a22)+l22.w22□(l22.w22);

Primer elemento

In[566]:= m11=0.5;

In[567]:=

n11=R2.(n22+(R2l.p11)□f22)+(p11+s11)□(m11*a11)+l11.w11□(l11.w11);

Cuarto elemento

In[570]:= T44=Simplify[{n44.R4l.z0}];

Tercer elemento

In[572]:= T33=Simplify[{n33.R3l.z0}];

Segundo elemento

In[574]:= T22=Simplify[{n22.R2l.z0}];

Primer elemento

In[576]:= T11=Simplify[{n11.R1l.z0}];

A. 3 Modelo dinámico de Lagrange desarrollado en el software Wólfram Mathematica

Dinámica Formulación Lagrange

```
In[2]:= A01={{Cos[q1],0,Sin[q1],0},{Sin[q1],0,-Cos[q1],0},{0,1,0,1},{0,0,0,1}};
```

```
In[3]:= A12={{Cos[q2],-  
Sin[q2],0,d2*Cos[q2]},{Sin[q2],Cos[q2],0,d2*Sin[q2]},{0,0,1,d2},{0,0,0,1}};
```

```
In[4]:= A02=Simplify[A01.A12];
```

```
In[5]:= A23={{Cos[q3],-  
Sin[q3],0,d3*Cos[q3]},{Sin[q3],Cos[q3],0,d3*Sin[q3]},{0,0,1,d3},{0,0,0,1}};
```

```
In[6]:= A03=Simplify[A01.A12.A23];
```

```
In[7]:= A34={{Cos[q4],-  
Sin[q4],0,d4*Cos[q4]},{Sin[q4],Cos[q4],0,d4*Sin[q4]},{0,0,1,d4},{0,0,0,1}};
```

```
In[8]:= A04=Simplify[A01.A12.A23.A34];
```

Matrices Uij

```
In[10]:= U11=D[A01,q1];
```

```
In[11]:= U12=D[A01,q2];
```

```
In[12]:= U13=D[A01,q3];
```

```
In[13]:= U14=D[A01,q4];
```

```
In[14]:= U21=D[A02,q1];
```

```
In[15]:= U22=D[A02,q2];
```

```
In[16]:= U23=D[A02,q3];
```

```
In[17]:= U24=D[A02,q4];
```

```
In[18]:= U31=D[A03,q1];
```

```
In[19]:= U32=D[A03,q2];
```

```
In[20]:= U33=D[A03,q3];
```

```
In[21]:= U34=D[A03,q4];
```

```
In[22]:= U41=D[A04,q1];
```

```
In[23]:= U42=D[A04,q2];
```

```
In[24]:= U43=D[A04,q3];
```

In[25]:= U44=D[A04,q4];
Matrices Uijk
In[27]:= U111=D[U11,q1];
In[28]:= U112=D[U11,q2];
In[29]:= U113=D[U11,q3];
In[30]:= U114=D[U11,q4];
In[31]:= U121=D[U12,q1];
In[32]:= U122=D[U12,q2];
In[33]:= U123=D[U12,q3];
In[34]:= U124=D[U12,q4];
In[35]:= U131=D[U13,q1];
In[36]:= U132=D[U13,q2];
In[37]:= U133=D[U13,q3];
In[38]:= U134=D[U13,q4];
In[39]:= U141=D[U14,q1];
In[40]:= U142=D[U14,q2];
In[41]:= U143=D[U14,q3];
In[42]:= U144=D[U14,q4];
In[43]:= U211=D[U21,q1];
In[44]:= U212=D[U21,q2];
In[45]:= U213=D[U21,q3];
In[46]:= U214=D[U21,q4];
In[47]:= U221=D[U22,q1];
In[48]:= U222=D[U22,q2];
In[49]:= U223=D[U22,q3];
In[50]:= U224=D[U22,q4];

In[51]:= U231=D[U23,q1];
In[52]:= U232=D[U23,q2];
In[53]:= U233=D[U23,q3];
In[54]:= U234=D[U23,q4];
In[55]:= U241=D[U24,q1];
In[56]:= U242=D[U24,q2];
In[57]:= U243=D[U24,q3];
In[58]:= U244=D[U24,q4];
In[59]:= U311=D[U31,q1];
In[60]:= U312=D[U31,q2];
In[61]:= U313=D[U31,q3];
In[62]:= U314=D[U31,q4];
In[63]:= U321=D[U32,q1];
In[64]:= U322=D[U32,q2];
In[65]:= U323=D[U32,q3];
In[66]:= U324=D[U32,q4];
In[67]:= U331=D[U33,q1];
In[68]:= U332=D[U33,q2];
In[69]:= U333=D[U33,q3];
In[70]:= U334=D[U33,q4];
In[71]:= U341=D[U34,q1];
In[72]:= U342=D[U34,q2];
In[73]:= U343=D[U34,q3];
In[74]:= U344=D[U34,q4];
In[75]:= U411=D[U41,q1];
In[76]:= U412=D[U41,q2];

In[77]:= U413=D[U41,q3];

In[78]:= U414=D[U41,q4];

In[79]:= U421=D[U42,q1];

In[80]:= U422=D[U42,q2];

In[81]:= U423=D[U42,q3];

In[82]:= U424=D[U42,q4];

In[83]:= U431=D[U43,q1];

In[84]:= U432=D[U43,q2];

In[85]:= U433=D[U43,q3];

In[86]:= U434=D[U43,q4];

In[87]:= U441=D[U44,q1];

In[88]:= U442=D[U44,q2];

In[89]:= U443=D[U44,q3];

In[90]:= U444=D[U44,q4];

Matrices de pseudoinercias J

In[91]:= J1={{0,0,0,0},{0,m1*I1^2,0,m1*I1},{0,0,0,0},{0,m1*I1^2,0,m1}};

In[92]:= J2={{m2*I2^2,0,0,m2*I2},{0,0,0,0},{0,0,0,0},{0,m2*I2^2,0,m2}};

In[93]:= J3={{m3*I3^2,0,0,m3*I3},{0,0,0,0},{0,0,0,0},{0,m3*I3^2,0,m3}};

In[94]:= J4={{m4*I4^2,0,0,m4*I4},{0,0,0,0},{0,0,0,0},{0,m4*I4^2,0,m4}};

Matriz de Inercias D

In[96]:=

d11=Simplify[Tr[U11.J1.Transpose[U11]]+Tr[U21.J2.Transpose[U21]]+Tr[U31.J3.Transpose[U31]]+Tr[U41.J4.Transpose[U41]]];

In[97]:=

d12=Simplify[Tr[U12.J1.Transpose[U11]]+Tr[U22.J2.Transpose[U21]]+Tr[U32.J3.Transpose[U31]]+Tr[U42.J4.Transpose[U41]]];

In[98]:=

d13=Simplify[Tr[U13.J1.Transpose[U11]]+Tr[U23.J2.Transpose[U21]]+Tr[U33.J3.Transpose[U31]]+Tr[U43.J4.Transpose[U41]]];

```

In[99]:=
d14=Simplify[Tr[U14.J1.Transpose[U11]]+Tr[U24.J2.Transpose[U21]]+Tr[U34.J3.T
ranspose[U31]]+Tr[U44.J4.Transpose[U41]]];

In[100]:=
d21=Simplify[Tr[U11.J1.Transpose[U12]]+Tr[U21.J2.Transpose[U22]]+Tr[U31.J3.T
ranspose[U32]]+Tr[U41.J4.Transpose[U42]]];

In[101]:=
d22=Simplify[Tr[U12.J1.Transpose[U12]]+Tr[U22.J2.Transpose[U22]]+Tr[U32.J3.T
ranspose[U32]]+Tr[U42.J4.Transpose[U42]]];

In[102]:=
d23=Simplify[Tr[U13.J1.Transpose[U12]]+Tr[U23.J2.Transpose[U22]]+Tr[U33.J3.T
ranspose[U32]]+Tr[U43.J4.Transpose[U42]]];

In[103]:=
d24=Simplify[Tr[U14.J1.Transpose[U12]]+Tr[U24.J2.Transpose[U22]]+Tr[U34.J3.T
ranspose[U32]]+Tr[U44.J4.Transpose[U42]]];

In[104]:=
d31=Simplify[Tr[U11.J1.Transpose[U13]]+Tr[U21.J2.Transpose[U23]]+Tr[U31.J3.T
ranspose[U33]]+Tr[U41.J4.Transpose[U43]]];

In[105]:=
d32=Simplify[Tr[U12.J1.Transpose[U13]]+Tr[U22.J2.Transpose[U23]]+Tr[U32.J3.T
ranspose[U33]]+Tr[U42.J4.Transpose[U43]]];

In[106]:=
d33=Simplify[Tr[U13.J1.Transpose[U13]]+Tr[U23.J2.Transpose[U23]]+Tr[U33.J3.T
ranspose[U33]]+Tr[U43.J4.Transpose[U43]]];

In[107]:=
d34=Simplify[Tr[U14.J1.Transpose[U13]]+Tr[U24.J2.Transpose[U23]]+Tr[U34.J3.T
ranspose[U33]]+Tr[U44.J4.Transpose[U43]]];

In[108]:=
d41=Simplify[Tr[U11.J1.Transpose[U14]]+Tr[U21.J2.Transpose[U24]]+Tr[U31.J3.T
ranspose[U34]]+Tr[U41.J4.Transpose[U44]]];

In[109]:=
d42=Simplify[Tr[U12.J1.Transpose[U14]]+Tr[U22.J2.Transpose[U24]]+Tr[U32.J3.T
ranspose[U34]]+Tr[U42.J4.Transpose[U44]]];

In[110]:=
d43=Simplify[Tr[U13.J1.Transpose[U14]]+Tr[U23.J2.Transpose[U24]]+Tr[U33.J3.T
ranspose[U34]]+Tr[U43.J4.Transpose[U44]]];

```

In[111]:=
d44=Simplify[Tr[U14.J1.Transpose[U14]]+Tr[U24.J2.Transpose[U24]]+Tr[U34.J3.T
ranspose[U34]]+Tr[U44.J4.Transpose[U44]]];

In[112]:=
dij={{d11,d12,d13,d14},{d21,d22,d23,d24},{d31,d32,d33,d34},{d41,d42,d43,d44}};

Términos hikm

In[115]:=
h111=Simplify[Tr[U111.J1.Transpose[U11]]+Tr[U211.J2.Transpose[U21]]+Tr[U311
.J3.Transpose[U31]]+Tr[U411.J4.Transpose[U41]]];

In[116]:=
h112=Simplify[Tr[U112.J1.Transpose[U11]]+Tr[U212.J2.Transpose[U21]]+Tr[U312
.J3.Transpose[U31]]+Tr[U412.J4.Transpose[U41]]];

In[117]:=
h113=Simplify[Tr[U113.J1.Transpose[U11]]+Tr[U213.J2.Transpose[U21]]+Tr[U313
.J3.Transpose[U31]]+Tr[U413.J4.Transpose[U41]]];

In[118]:=
h114=Simplify[Tr[U114.J1.Transpose[U11]]+Tr[U214.J2.Transpose[U21]]+Tr[U314
.J3.Transpose[U31]]+Tr[U414.J4.Transpose[U41]]];

In[119]:=
h121=Simplify[Tr[U121.J1.Transpose[U11]]+Tr[U221.J2.Transpose[U21]]+Tr[U321
.J3.Transpose[U31]]+Tr[U421.J4.Transpose[U41]]];

In[120]:=
h122=Simplify[Tr[U122.J1.Transpose[U11]]+Tr[U222.J2.Transpose[U21]]+Tr[U322
.J3.Transpose[U31]]+Tr[U422.J4.Transpose[U41]]];

In[121]:=
h123=Simplify[Tr[U123.J1.Transpose[U11]]+Tr[U223.J2.Transpose[U21]]+Tr[U323
.J3.Transpose[U31]]+Tr[U423.J4.Transpose[U41]]];

In[122]:=
h124=Simplify[Tr[U124.J1.Transpose[U11]]+Tr[U224.J2.Transpose[U21]]+Tr[U324
.J3.Transpose[U31]]+Tr[U424.J4.Transpose[U41]]];

In[123]:=
h131=Simplify[Tr[U131.J1.Transpose[U11]]+Tr[U231.J2.Transpose[U21]]+Tr[U331
.J3.Transpose[U31]]+Tr[U431.J4.Transpose[U41]]];

In[124]:=
h132=Simplify[Tr[U131.J1.Transpose[U11]]+Tr[U232.J2.Transpose[U21]]+Tr[U332
.J3.Transpose[U31]]+Tr[U432.J4.Transpose[U41]]];

In[125]:=

h133=Simplify[Tr[U133.J1.Transpose[U11]]+Tr[U233.J2.Transpose[U21]]+Tr[U333

.J3.Transpose[U31]]+Tr[U433.J4.Transpose[U41]]];

In[126]:=

h134=Simplify[Tr[U134.J1.Transpose[U11]]+Tr[U234.J2.Transpose[U21]]+Tr[U334

.J3.Transpose[U31]]+Tr[U434.J4.Transpose[U41]]];

In[127]:=

h141=Simplify[Tr[U141.J1.Transpose[U11]]+Tr[U241.J2.Transpose[U21]]+Tr[U341

.J3.Transpose[U31]]+Tr[U441.J4.Transpose[U41]]];

In[128]:=

h142=Simplify[Tr[U142.J1.Transpose[U11]]+Tr[U242.J2.Transpose[U21]]+Tr[U342

.J3.Transpose[U31]]+Tr[U442.J4.Transpose[U41]]];

In[129]:=

h143=Simplify[Tr[U143.J1.Transpose[U11]]+Tr[U243.J2.Transpose[U21]]+Tr[U343

.J3.Transpose[U31]]+Tr[U443.J4.Transpose[U41]]];

In[130]:=

h144=Simplify[Tr[U144.J1.Transpose[U11]]+Tr[U244.J2.Transpose[U21]]+Tr[U344

.J3.Transpose[U31]]+Tr[U444.J4.Transpose[U41]]];

In[131]:=

h211=Simplify[Tr[U111.J1.Transpose[U12]]+Tr[U211.J2.Transpose[U22]]+Tr[U311

.J3.Transpose[U32]]+Tr[U411.J4.Transpose[U42]]];

In[132]:=

h212=Simplify[Tr[U112.J1.Transpose[U12]]+Tr[U212.J2.Transpose[U22]]+Tr[U312

.J3.Transpose[U32]]+Tr[U412.J4.Transpose[U42]]];

In[133]:=

h213=Simplify[Tr[U113.J1.Transpose[U12]]+Tr[U213.J2.Transpose[U22]]+Tr[U313

.J3.Transpose[U32]]+Tr[U413.J4.Transpose[U42]]];

In[134]:=

h214=Simplify[Tr[U114.J1.Transpose[U12]]+Tr[U214.J2.Transpose[U22]]+Tr[U314

.J3.Transpose[U32]]+Tr[U414.J4.Transpose[U42]]];

In[135]:=

h221=Simplify[Tr[U121.J1.Transpose[U12]]+Tr[U221.J2.Transpose[U22]]+Tr[U321

.J3.Transpose[U32]]+Tr[U421.J4.Transpose[U42]]];

In[136]:=

h222=Simplify[Tr[U122.J1.Transpose[U12]]+Tr[U222.J2.Transpose[U22]]+Tr[U322

.J3.Transpose[U32]]+Tr[U422.J4.Transpose[U42]]];

In[137]:=

h223=Simplify[Tr[U123.J1.Transpose[U12]]+Tr[U223.J2.Transpose[U22]]+Tr[U323

.J3.Transpose[U32]]+Tr[U423.J4.Transpose[U42]]];

In[138]:=

h224=Simplify[Tr[U124.J1.Transpose[U12]]+Tr[U224.J2.Transpose[U22]]+Tr[U324

.J3.Transpose[U32]]+Tr[U424.J4.Transpose[U42]]];

In[139]:=

h231=Simplify[Tr[U131.J1.Transpose[U12]]+Tr[U231.J2.Transpose[U22]]+Tr[U331

.J3.Transpose[U32]]+Tr[U431.J4.Transpose[U42]]];

In[140]:=

h232=Simplify[Tr[U132.J1.Transpose[U12]]+Tr[U232.J2.Transpose[U22]]+Tr[U332

.J3.Transpose[U32]]+Tr[U432.J4.Transpose[U42]]];

In[141]:=

h233=Simplify[Tr[U133.J1.Transpose[U12]]+Tr[U233.J2.Transpose[U22]]+Tr[U333

.J3.Transpose[U32]]+Tr[U433.J4.Transpose[U42]]];

In[142]:=

h234=Simplify[Tr[U134.J1.Transpose[U12]]+Tr[U234.J2.Transpose[U22]]+Tr[U334

.J3.Transpose[U32]]+Tr[U434.J4.Transpose[U42]]];

In[143]:=

h241=Simplify[Tr[U141.J1.Transpose[U12]]+Tr[U241.J2.Transpose[U22]]+Tr[U341

.J3.Transpose[U32]]+Tr[U441.J4.Transpose[U42]]];

In[144]:=

h242=Simplify[Tr[U142.J1.Transpose[U12]]+Tr[U242.J2.Transpose[U22]]+Tr[U342

.J3.Transpose[U32]]+Tr[U442.J4.Transpose[U42]]];

In[145]:=

h243=Simplify[Tr[U143.J1.Transpose[U12]]+Tr[U243.J2.Transpose[U22]]+Tr[U343

.J3.Transpose[U32]]+Tr[U443.J4.Transpose[U42]]];

In[146]:=

h244=Simplify[Tr[U144.J1.Transpose[U12]]+Tr[U244.J2.Transpose[U22]]+Tr[U344

.J3.Transpose[U32]]+Tr[U444.J4.Transpose[U42]]];

In[147]:=

h311=Simplify[Tr[U111.J1.Transpose[U13]]+Tr[U211.J2.Transpose[U23]]+Tr[U311

.J3.Transpose[U33]]+Tr[U411.J4.Transpose[U43]]];

In[148]:=

h312=Simplify[Tr[U112.J1.Transpose[U13]]+Tr[U212.J2.Transpose[U23]]+Tr[U312

.J3.Transpose[U33]]+Tr[U412.J4.Transpose[U43]]];

In[149]:=

h313=Simplify[Tr[U113.J1.Transpose[U13]]+Tr[U213.J2.Transpose[U23]]+Tr[U313

.J3.Transpose[U33]]+Tr[U413.J4.Transpose[U43]]];

In[150]:=

h314=Simplify[Tr[U114.J1.Transpose[U13]]+Tr[U214.J2.Transpose[U23]]+Tr[U314

.J3.Transpose[U33]]+Tr[U414.J4.Transpose[U43]]];

In[151]:=

h321=Simplify[Tr[U121.J1.Transpose[U13]]+Tr[U221.J2.Transpose[U23]]+Tr[U321

.J3.Transpose[U33]]+Tr[U421.J4.Transpose[U43]]];

In[152]:=

h322=Simplify[Tr[U122.J1.Transpose[U13]]+Tr[U222.J2.Transpose[U23]]+Tr[U322

.J3.Transpose[U33]]+Tr[U422.J4.Transpose[U43]]];

In[153]:=

h323=Simplify[Tr[U123.J1.Transpose[U13]]+Tr[U223.J2.Transpose[U23]]+Tr[U323

.J3.Transpose[U33]]+Tr[U423.J4.Transpose[U43]]];

In[154]:=

h324=Simplify[Tr[U124.J1.Transpose[U13]]+Tr[U224.J2.Transpose[U23]]+Tr[U324

.J3.Transpose[U33]]+Tr[U424.J4.Transpose[U43]]];

In[155]:=

h331=Simplify[Tr[U131.J1.Transpose[U13]]+Tr[U231.J2.Transpose[U23]]+Tr[U331

.J3.Transpose[U33]]+Tr[U431.J4.Transpose[U43]]];

In[156]:=

h332=Simplify[Tr[U132.J1.Transpose[U13]]+Tr[U232.J2.Transpose[U23]]+Tr[U332

.J3.Transpose[U33]]+Tr[U432.J4.Transpose[U43]]];

In[157]:=

h333=Simplify[Tr[U133.J1.Transpose[U13]]+Tr[U233.J2.Transpose[U23]]+Tr[U333

.J3.Transpose[U33]]+Tr[U433.J4.Transpose[U43]]];

In[158]:=

h334=Simplify[Tr[U134.J1.Transpose[U13]]+Tr[U234.J2.Transpose[U23]]+Tr[U334

.J3.Transpose[U33]]+Tr[U434.J4.Transpose[U43]]];

In[159]:=

h341=Simplify[Tr[U141.J1.Transpose[U13]]+Tr[U241.J2.Transpose[U23]]+Tr[U341

.J3.Transpose[U33]]+Tr[U441.J4.Transpose[U43]]];

In[160]:=

h342=Simplify[Tr[U142.J1.Transpose[U13]]+Tr[U242.J2.Transpose[U23]]+Tr[U342

.J3.Transpose[U33]]+Tr[U442.J4.Transpose[U43]]];

In[161]:=

$$h343 = \text{Simplify}[\text{Tr}[U143.J1.\text{Transpose}[U13]] + \text{Tr}[U243.J2.\text{Transpose}[U23]] + \text{Tr}[U343.J3.\text{Transpose}[U33]] + \text{Tr}[U443.J4.\text{Transpose}[U43]]];$$

In[162]:=

$$h344 = \text{Simplify}[\text{Tr}[U144.J1.\text{Transpose}[U13]] + \text{Tr}[U244.J2.\text{Transpose}[U23]] + \text{Tr}[U344.J3.\text{Transpose}[U33]] + \text{Tr}[U444.J4.\text{Transpose}[U43]]];$$

In[163]:=

$$h411 = \text{Simplify}[\text{Tr}[U111.J1.\text{Transpose}[U14]] + \text{Tr}[U211.J2.\text{Transpose}[U24]] + \text{Tr}[U311.J3.\text{Transpose}[U34]] + \text{Tr}[U411.J4.\text{Transpose}[U44]]];$$

In[164]:=

$$h412 = \text{Simplify}[\text{Tr}[U112.J1.\text{Transpose}[U14]] + \text{Tr}[U212.J2.\text{Transpose}[U24]] + \text{Tr}[U312.J3.\text{Transpose}[U34]] + \text{Tr}[U412.J4.\text{Transpose}[U44]]];$$

In[165]:=

$$h413 = \text{Simplify}[\text{Tr}[U113.J1.\text{Transpose}[U14]] + \text{Tr}[U213.J2.\text{Transpose}[U24]] + \text{Tr}[U313.J3.\text{Transpose}[U34]] + \text{Tr}[U413.J4.\text{Transpose}[U44]]];$$

In[166]:=

$$h414 = \text{Simplify}[\text{Tr}[U114.J1.\text{Transpose}[U14]] + \text{Tr}[U214.J2.\text{Transpose}[U24]] + \text{Tr}[U314.J3.\text{Transpose}[U34]] + \text{Tr}[U414.J4.\text{Transpose}[U44]]];$$

In[167]:=

$$h421 = \text{Simplify}[\text{Tr}[U121.J1.\text{Transpose}[U14]] + \text{Tr}[U221.J2.\text{Transpose}[U24]] + \text{Tr}[U321.J3.\text{Transpose}[U34]] + \text{Tr}[U421.J4.\text{Transpose}[U44]]];$$

In[168]:=

$$h422 = \text{Simplify}[\text{Tr}[U122.J1.\text{Transpose}[U14]] + \text{Tr}[U222.J2.\text{Transpose}[U24]] + \text{Tr}[U322.J3.\text{Transpose}[U34]] + \text{Tr}[U422.J4.\text{Transpose}[U44]]];$$

In[169]:=

$$h423 = \text{Simplify}[\text{Tr}[U123.J1.\text{Transpose}[U14]] + \text{Tr}[U223.J2.\text{Transpose}[U24]] + \text{Tr}[U323.J3.\text{Transpose}[U34]] + \text{Tr}[U423.J4.\text{Transpose}[U44]]];$$

In[170]:=

$$h424 = \text{Simplify}[\text{Tr}[U124.J1.\text{Transpose}[U14]] + \text{Tr}[U224.J2.\text{Transpose}[U24]] + \text{Tr}[U324.J3.\text{Transpose}[U34]] + \text{Tr}[U424.J4.\text{Transpose}[U44]]];$$

In[171]:=

$$h431 = \text{Simplify}[\text{Tr}[U131.J1.\text{Transpose}[U14]] + \text{Tr}[U231.J2.\text{Transpose}[U24]] + \text{Tr}[U331.J3.\text{Transpose}[U34]] + \text{Tr}[U431.J4.\text{Transpose}[U44]]];$$

In[172]:=

$$h432 = \text{Simplify}[\text{Tr}[U132.J1.\text{Transpose}[U14]] + \text{Tr}[U232.J2.\text{Transpose}[U24]] + \text{Tr}[U332.J3.\text{Transpose}[U34]] + \text{Tr}[U432.J4.\text{Transpose}[U44]]];$$

In[173]:=
h433=Simplify[Tr[U133.J1.Transpose[U14]]+Tr[U233.J2.Transpose[U24]]+Tr[U333
.J3.Transpose[U34]]+Tr[U433.J4.Transpose[U44]]];

In[174]:=
h434=Simplify[Tr[U134.J1.Transpose[U14]]+Tr[U234.J2.Transpose[U24]]+Tr[U334
.J3.Transpose[U34]]+Tr[U434.J4.Transpose[U44]]];

In[175]:=
h441=Simplify[Tr[U141.J1.Transpose[U14]]+Tr[U241.J2.Transpose[U24]]+Tr[U341
.J3.Transpose[U34]]+Tr[U441.J4.Transpose[U44]]];

In[176]:=
h442=Simplify[Tr[U142.J1.Transpose[U14]]+Tr[U242.J2.Transpose[U24]]+Tr[U342
.J3.Transpose[U34]]+Tr[U442.J4.Transpose[U44]]];

In[177]:=
h443=Simplify[Tr[U143.J1.Transpose[U14]]+Tr[U243.J2.Transpose[U24]]+Tr[U343
.J3.Transpose[U34]]+Tr[U443.J4.Transpose[U44]]];

In[178]:=
h444=Simplify[Tr[U144.J1.Transpose[U14]]+Tr[U244.J2.Transpose[U24]]+Tr[U344
.J3.Transpose[U34]]+Tr[U444.J4.Transpose[U44]]];

Matriz columna de fuerzas de gravedad C

In[187]:= r11={0,0,0,1};

In[188]:= r22={0,l2/2,0,10};

In[189]:= r33={0,0,l3/2,1};

In[190]:= r44={0,0,l4/2,1};

In[191]:= g={0,0,-G,0};

In[192]:= c1=(-m1)*g.U11.r11+(-m2)*g.U21.r11+(-m3)*g.U13.r11+(-m4)*g.U41.r11;

In[193]:= c2=(-m1)*g.U12.r22+(-m2)*g.U22.r22+(-m3)*g.U23.r22+(-m4)*g.U42.r22;

In[194]:= c3=(-m1)*g.U13.r33+(-m2)*g.U23.r22+(-m3)*g.U13.r33+(-m4)*g.U43.r33;

In[195]:= c4=(-m1)*g.U14.r44+(-m2)*g.U42.r44+(-m3)*g.U14.r44+(-m4)*g.U44.r44;

In[196]:= MatrizC={c1,c2,c3,c4};

Planteamiento de la ecuación dinámica del sistema

In[236]:= τ1=Simplify[{d11,d12,d13,d14}.{q1pp,q2pp,q3pp,q4pp}+h1+c1];

In[199]:= $\tau_2 = \text{Simplify}[\{d_{21}, d_{22}, d_{23}, d_{24}\} \cdot \{q_{1pp}, q_{2pp}, q_{3pp}, q_{4pp}\} + h_2 + c_2];$

In[200]:= $\tau_3 = \text{Simplify}[\{d_{31}, d_{32}, d_{33}, d_{34}\} \cdot \{q_{1pp}, q_{2pp}, q_{3pp}, q_{4pp}\} + h_3 + c_3];$

In[201]:= $\tau_4 = \text{Simplify}[\{d_{41}, d_{42}, d_{43}, d_{44}\} \cdot \{q_{1pp}, q_{2pp}, q_{3pp}, q_{4pp}\} + h_4 + c_4];$

12. BIBLIOGRAFÍA

- [1] L. Peñín, C. Balaguer, and R. Aracil, "Fundamentos de Robotica.pdf." p. 314, 2017, [Online]. Available: https://kupdf.net/download/fundamentos-de-robotica-antonio-barrientos-luis-f-pe-ntilde-iacute-n-carlos-balaguer-rafael-aracil-2da-ed_58dc8e51dc0d600537897110_pdf.
- [2] ISO, "ISO 8373:2012(en), Robots and robotic devices," *ISO Online Browsing Platform*, 2012. .
- [3] Manuel Arenas, "Brazos robóticos: una tendencia que en menos de un año puedes tener en casa," *Tecnol. tu a tu*, 2016, [Online]. Available: <https://www.tecnologiadetuuat.elcorteingles.es/actualidad/brazos-roboticos-tendencia-tener-en-casa/>.
- [4] A. López, "Prospectiva, robótica avanzada y salud laboral," *Sección Técnica*, vol. 6, no. January 2000, pp. 14–21, 2000, [Online]. Available: https://www.insst.es/InshtWeb/Contenidos/Documentacion/TextosOnline/Rev_INSHT/2000/6/seccionTecTextCompl2.pdf.
- [5] H. R. Olvera, "Artículo de revisión Telemedicina y cirugía robótica en ginecología," vol. 76, no. 3, 2008.
- [6] L. Norton Robert., *Diseño de maquinaria Síntesis y análisis de máquinas y mecanismos*. 2001.
- [7] A. Carlos and R. Villarreal, "Controladores Lógicos Programables," pp. 1–26.
- [8] Yaskawa, "Industrial Robots." .
- [9] Kuka, "Productos Kuka." .
- [10] Agencia de Noticias UN, "LabFabEx, un laboratorio para mostrar.," *LabFabEx, un laboratorio para mostrar.*, p. 2, 2019.
- [11] J. D. Hurtado-Chaves, A. A. Nástar-Guacales, and O. A. Vivas-Albán, "Sistema de captura de gestos con KINECT para la manipulación de robots quirúrgicos virtuales," *Iteckne*, vol. 12, no. 1, 2015, doi: 10.15332/iteckne.v12i1.817.
- [12] G. Darío, B. Salazar, O. Lucía, and R. Sandoval, "Sistema Teledirigido De Un Brazo Robótico De 4 Grados De Libertad Aplicando Visión De Máquina Remote Control System of a Robotic Arm 4 Degrees of Freedom Using Machine Vision Sistema De Controle Remoto De Um Braço Robótico 4 Graus De Liberdade Aplicando V," *Carrera*, vol. 11, no. 571, pp. 101–80, 1237, doi: 10.14508/reia.2015.12.24.121-129.

- [13] K. N. Richard G. Budynas, *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*. 2012.
- [14] FormLabs, “Comparación de tecnologías de impresión 3D: FDM, SLA o SLS.” p. 3, 2020, [Online]. Available: <https://formlabs.com/es/blog/fdm-sla-sls-como-elegir-tecnologia-impresion-3d-adeuada/>.
- [15] T. Nadal, “Impresoras FFF: LA ESTRUCTURA.” p. 4, 2020, [Online]. Available: <http://toninadal.frax3d.com/impresoras-fff-las-estructuras>.
- [16] C. 3D, “IDENTIFICAR Y CORREGIR PROBLEMAS DE IMPRESIÓN 3D,” 2020, [Online]. Available: <https://cults3d.com/es/blog/articulos/identificar-corregir-defectos-problemas-impresion-3D>.
- [17] F. Pérez, “Desarrollo de sistema de control para un manipulador de seis grados de libertad,” 2014, [Online]. Available: <http://digibuo.uniovi.es/dspace/bitstream/10651/29532/3/TFMFidelPerezMendezProteg.pdf>.
- [18] “Trossen Robotics,” *Arm*. .
- [19] C. Pillajo and J. E. Sierra, “Human Machine Interface HMI using Kinect sensor to control a SCARA robot,” *2013 IEEE Colomb. Conf. Commun. Comput. COLCOM 2013 - Conf. Proc.*, pp. 1–5, 2013, doi: 10.1109/ColComCon.2013.6564822.
- [20] “Thingiverse,” *Arm*. .
- [21] David G Ullman, *The Mechanical Design Process*, vol. 53, no. 9. 2013.
- [22] F. Spadafora, M. Muzzupappa, F. Bruno, D. Ribas, and P. Ridao, “Design and construction of a robot hand prototype for underwater applications,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 28, no. 2, pp. 294–299, 2015, doi: 10.1016/j.ifacol.2015.06.048.
- [23] Zortrax, “Zortrax Ultra T Filaments,” [Online]. Available: <https://zortrax.com/filaments/z-ultrat/>.
- [24] Robotis, “ROBOTIS.” [Online]. Available: <http://www.robotis.us/dynamixel-pro/>.
- [25] J. Arturo and C. Alamo, “Modelado Cinematico Y Dinamico De Un Manipulador De 5 Grados De Libertad Articulado Verticalmente,” 2011.
- [26] L. A. Cuevas Ramírez, I. Ramírez Vargas, and F. Cruz Hernández, “Análisis y construcción de un manipulador de cuatro grados de libertad,” *Memorias del xviii Congr. Int. Anu. la SOMIM, ISBN 978-607-95309-6-9*, pp. 1046–1056, 2012, [Online]. Available: <http://somim.org.mx/articulos2010/memorias/memorias2012/articulos/pdfs/A>

4/A4_76.pdf.

- [27] R. Kelly and V. Santibáñez, *Control de Movimiento de Robots Manipuladores*, vol. 154 Suppl. 2003.
- [28] N. A. L. Cosio, *025_Robótica avanzada*. .
- [29] R. Hernández Alvarado, “Análisis Dinámico y Control de un Robot para Inspección de Líneas de Transmisión,” 2010.
- [30] H. E. Jenkins, M. L. Nagurka, and T. R. Kurfess, “Robot dynamics and controls,” *Syst. Control. Embed. Syst. Energy, Mach.*, pp. 14-13-14–37, 2017, doi: 10.1201/9781420037043.
- [31] Dylan Trotsek, “DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN MANIPULADOR ANTROPOMÓRFICO DE 4 GRADOS DE LIBERTAD PARA MANIPULACIÓN DE ALIMENTOS,” *J. Chem. Inf. Model.*, vol. 110, no. 9, pp. 1689–1699, 2017.