

Estado del arte del Control PID fraccionario en el control de procesos industriales.

Diego A. Duarte
Ingeniería Mecatrónica
Facultad de Ingenierías
Universidad Santo Tomas
Bucaramanga, Colombia

Email: diegoalexander.duarte@ustabuca.edu.co

Edwar Corredor
Ingeniería Mecatrónica
Facultad de Ingenierías
Universidad Santo Tomas
Bucaramanga, Colombia

Email:Edwar.corredor@ustabuca.edu.co

Resumen—Through a systemic review over the last twenty years, key questions are answered to understand the concept of fractional control, identify and classify fractional order systems, determine the design and implementation techniques of fractional PID controllers, and mention some successful cases where fractional PID has been applied in the industry.

Resumen—A través de una revisión sistémica en los últimos veinte años, se responde a las preguntas clave para comprender el concepto de control fraccionario, identificar y clasificar los sistemas de orden fraccionario, determinar las técnicas de diseño e implementación de los controladores PID fraccionarios y mencionar algunos casos exitosos en los que se ha aplicado el PID fraccionario en la industria.

Index Terms—PID, Control Systems, Fractional PID controller;

I. INTRODUCCIÓN

En los grados superiores de estudio escolar, en cálculo se abordan las derivadas e integrales de tipo entero; y quizá en ese momento a ningún estudiante se le paso por la mente que sucedería si el orden de la integral o derivada no fuese estrictamente entero. No obstante, en el año 1965 Leibniz si se cuestionó planteando qué sucedería si el orden de una derivada fuera 0.5[1], esta duda se ha tratado durante cerca de 325 años, dando paso a lo que hoy se conoce como cálculo fraccionario, que es una generalización de la derivada y la integral ordinaria de tipo arbitrarios (no enteros).

Convirtiéndose así el control fraccionario, en una modalidad de control basada en el cálculo fraccionario para diseñar y controlar sistemas de orden no entero. El “Control PID de orden fraccionario” se ha convertido en un segmento cada vez más importante en la industria, ya que según plantean diverferentes autores como Raúl Rivas-Pérez el FOPID tiene un comportamiento más robusto frente a variaciones en la respuesta dinámica[29], las autoras Paula Andrea Ortiz Valencia y Lorena Cardona Rendón el FOPID es más robusto frente a perturbaciones [31] y permite obtener un control más robusto a los cambios en la ganancia de la planta según Isarael Cerón Morales [17], se propone este trabajo de investigación como una revisión documental acerca de la forma en que diferentes autores han tratado este tema, de tal

manera que permita el estudio del conocimiento acumulado.

Con el fin de realizar un estado del arte, se define una estructura de búsqueda que se ira desarrollando a lo largo del documento y se plantea el estudio del tema mediante un estado del arte. Esta estructura sirve como una guía orientadora en donde primero se consulta en bases de datos científicas recopilando la información a partir de la ecuación de búsqueda correspondiente. Luego se organiza la información, se analiza y se sintetiza formando el cuerpo de este documento y realizando un aporte a la creación de un lenguaje común que posibilite un estudio para futuros investigadores.

En este documento se presenta una breve introducción sobre el PID de orden fraccionario (FOPID) con ecuaciones básicas y diagrama de bloques. En la sección siguiente se enumeran las ventajas y diferencias del FOPID vs PID tradicional, con una gráfica que permite ver la diferencia en el campo de convergencia entre ambos. Otra sección presenta las técnicas de diseño y sintonización teniendo en cuenta que la sintonización de un FOPID es un trabajo desafiante, ya que hay cinco parámetros a sintonizar, dos más en comparación con un PID clásico. Además se han cubierto brevemente algunos casos de éxito en aplicación del FOPID en la industria y se han propuesto dos ejemplos aplicando el PID y el FOPID en cada ejercicio, uno académico y otro industrial. Por último, una sección en la que se presentan las conclusiones respectivas al FOPID, seguidas de las referencias.

II. ESTRUCTURA DE LA BÚSQUEDA

Se definen las preguntas que orientan la búsqueda y el propósito que tiene cada una de estas, la información se organiza por medio de una tabla; con esto se busca generar las ecuaciones de búsqueda con ayuda de las preguntas y palabras claves.

Se realizan búsquedas en bases de datos científicas como lo son Latindex, Scopus, Scielo, Dialnet entre otras, para obtener y organizar información relevante, actualizada, precisa, contrastada y de calidad que además nos permita estudiar la teoría del FOPID mediante una revisión del estado del arte.

- Para un sistema con un retardo de tiempo largo, un controlador PID fraccionario proporciona mejores resultados que el controlador PID clásico, ya que logra reducir estos tiempos[14], [15], [51].
- Un controlador PID clásico proporciona una menor estabilidad robusta, mientras que el controlador PID fraccional es más robusto y estable, esto se puede decir porque el FOPID tiene mayor numero de parámetros permitiéndolo ser mas flexible en ocasiones que el PID, por ejemplo la presencia de la derivada fraccionaria se puede interpretar como un operador de alto orden o mayor, y se sabe que los controladores de alto orden mayor presentan más grados de libertad y estos se asocian a sistemas de control más robustos[14], [16], [57].
- Generalmente, un sistema no lineal se logra linealizar en diferentes puntos de operación, y los controladores se diseñan para diferentes puntos de operación esto en PID, mientras que un controlador PID fraccionario es suficiente para el sistema no lineal[14].

Cabe aclarar que a pesar de lo dicho anteriormente de la dificultad de sintonización, la parte de diseño de un controlador y la parte de simulación de un sistema de orden fraccionario no es tan complicada de realizar gracias a las herramientas que se han desarrollado [20]. Algo para resaltar es que en cuanto a los controladores, el PID clásico sigue mostrando muy buenos resultados de desempeño, pero está más que comprobado que, en general, los controladores PID de orden fraccionario superan el desempeño del PID[2], [18], [19], [21], [51].

Con el fin de observar los beneficios del FOPID vs PID de manera visual, se realizó una gráfica (figura 3) en el plano cartesiano de orden derivativo vs orden integral, en donde los puntos simbolizan los diferentes controladores tradicionales(PD, PI y PID), mientras que el plano de líneas diagonales comprende las posibilidades que hay para los controladores de tipo fraccionario, lo que nos da a entender que la convergencia de los controladores fraccionarios en cada sistema es mas amplia, y eso permite al ingeniero o diseñador del controlador aplicar el método que alcance de manera más eficiente sus requerimientos de control [1], [8], [25], [26], [27].

V. CASOS PRÁCTICOS DE APLICACIÓN DEL FOPID

Existe una gran diversidad de técnicas de implementación y diseño de controladores PID de orden fraccionario, estas varían dependiendo de la función, potencia del hardware, variables a manejar y comportamiento de la planta a la cual se le desea implementar un lazo de control. A continuación, menciono algunos de estos métodos en los que se evidencian los diferentes procedimientos: [47],[48],[49]

- Se implementa un filtro discreto tipo FIR (Respuesta impulso finita) en un PLC SIMATIC S7-300, los valores que se obtienen se deben a una combinación de aproximaciones, la primera aproximación es de tipo numérica

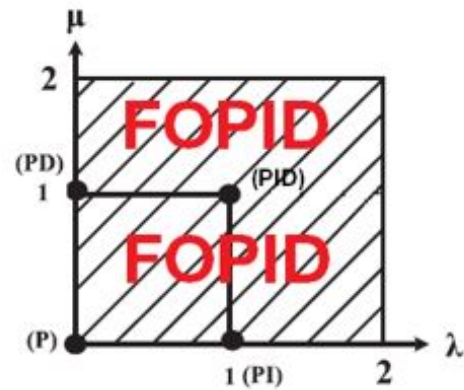


Figura 3. Campo de convergencia del FOPID vs P, PI, PD y PID.

de Grundwald-Letnikov y la segunda es de memoria corta, se busca que el tiempo de muestreo definido corresponda a la capacidad del PLC para señales de muestreo, en este caso fue de 60 s. Para la implementación se definen criterios tales como, una estructura modular en el código, implementación paralela del código de FPI Y PI para una conmutación entre estos y por último disponibilidad de las variables para supervisión del proceso. Esto se implementa en el primer tramo del canal principal Imperial de Aragón. A continuación en la figura 4 observamos el control en lazo cerrado implementado para el sistema de distribución de agua en el bocal, de la cual se concluyó que tiene un comportamiento más robusto frente a otros controladores tipo PI cuando presentan grandes cambios de parámetros dinámicos y reciben fuertes perturbaciones. [29].

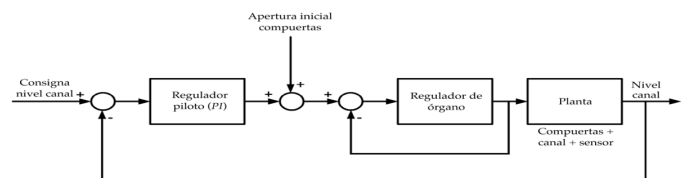


Figura 4. Diagrama de bloques funcional del sistema de control de la distribución de agua en el bocal [29]

- Para implementar un FOPID, se debe aproximar el operador entero mediante un operador discreto. Los métodos más conocidos para aproximaciones de tipo fraccionario, son la aproximación numérica que consiste en realizar una serie de ecuaciones para encontrar el operador discreto resultante teniendo así un filtro tipo FIR, y la aproximación en frecuencia que se basa en configurar los parámetros importantes para determinar la función de transferencia continua, mediante el uso de una herramienta de Matlab que facilita las aproximaciones de tipo fraccionario. Los valores en el dominio de la frecuencia comúnmente se usan para calcular los parámetros del controlador; dependiendo de la planta y la

forma del regulador que se desee, se emplean diferentes especificaciones, estas pueden estar relacionadas con la ganancia de cruce que ayuda a determinar la velocidad del sistema, también se usa el margen de fase que determina la sobre-oscilación de la respuesta temporal. Existen especificaciones frecuenciales adicionales para la sintonización de reguladores. En la figura 5 se comparan los resultados obtenidos mediante diferentes reguladores, mostrando así la respuesta temporal del sistema, y en el cuadro II se muestra la comparación de los resultados de los reguladores. [28].

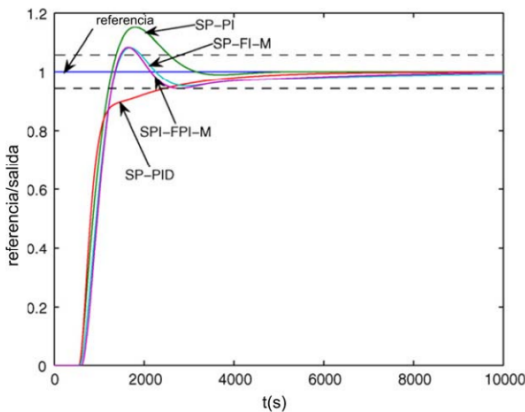


Figura 5. Respuesta temporal de los reguladores comparados [28]

Cuadro II
COMPARACIÓN DE RESULTADOS DE REGULADORES [28]

REG	F. Transferencia	t_s	M_p	τ_{max}
PI	$= 2,28 - 0,000956/s$	inestable	inestable	inestable
PI+	$= 2,26 - 0,0048/s$	2.51s	15.2 %	1.23s
PID+	$= 2,26 + 0,0018/s - 483s$	2.685s	0 %	1.41s
I α +	$= 0,2/s^{0,45}(s + 0,00007)/s$	1.98s	8.3 %	1.408s
PI α +	$= (-3,71 + \frac{1,89}{s^{0,2}})(\frac{s+0,00015}{s})$	1.871s	8.3 %	1.45s

- Para la implementación de un controlador de orden fraccionario en sistemas dinámicos electromecánicos se debe tener un modelo que capture la fenomenología del sistema real, es decir, el comportamiento y fenómenos que caracterizan el sistema, de esta manera es posible diseñar el controlador PID fraccionario. Se buscan obtener las diferentes derivadas fraccionarias del sistema de ecuaciones diferenciales para realizar el análisis de la sensibilidad del modelo por medio de cambio de parámetros e ir determinando los valores que generan inestabilidad. Con esto se implementó en MATLAB un controlador PID fraccionario y un controlador PID tradicional, para analizar el comportamiento de estos, y se obtuvo la conclusión que el controlador PID fraccionario presenta un menor esfuerzo para estabilizarse y menor cantidad de oscilaciones, aunque es más propenso a tener un mal modelado. En la figura 6 se observa el comportamiento del sistema controlado por el diseño

correcto de los controladores y en la figura 7 se observa el comportamiento controlado por el diseño incorrecto, el esfuerzo se da en términos de potencia eléctrica, en los cuales se analiza su comportamiento frente a seguimientos de referencia y robustez frente a cambios de parámetros.[23].

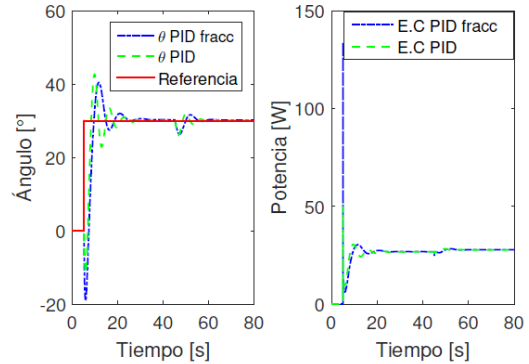


Figura 6. Modelos fraccionales con parámetros estimados[23]

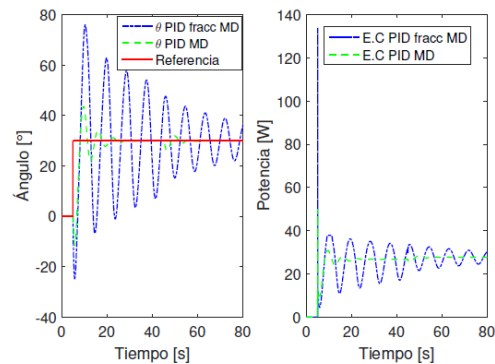


Figura 7. Modelos fraccionales con parámetros estimados[23]

- Para realizar el control PID fraccionario de un control móvil diferencial se realiza el seguimiento de trayectorias usando el método de elipsoide atractivo, y se usa el modelo cinemático del robot junto con un controlador que cambia entre una parte para el arranque y otra para el seguimiento de la trayectoria en un modelo cinemático extendido. Se implementa un controlador de orden fraccionario que utiliza el operador de Caputo para calcular las integrales y derivadas de orden fraccionario, para evitar incertidumbres en la función de transferencia se identifican los errores en los seguimientos en el plano. Para poder realizar la estrategia de control se debe realizar el cálculo de los operadores fraccionarios para así poder obtener el modelo cinemático del robot diferencial el cual será expuesto a diferentes análisis de manera virtual para comprobar que parámetros tendría el mejor desempeño en el seguimiento de trayectorias.

VI. MÉTODOS DE SINTONIZACIÓN PARA FOPID

Además de las técnicas de diseño e implementación se tienen métodos de sintonía para FOPID, donde se encuentran: métodos numéricos, métodos analíticos y reglas de sintonización.

- Métodos numéricos: Lo que se busca es lograr cierto grado de conformidad con respecto a las especificaciones de diseño, basándose en la evaluación numérica de una función objetivo. Esto se puede hacer por medio de un modelo de minimización numérica que permita hallar los parámetros que hagan óptimo el valor de la función objetivo. Por ejemplo, Monje et al. (2004, 2008) proponen que se utilice el método de minimización de búsqueda simplex *"(El método simplex es un procedimiento iterativo para resolver problemas de programación lineal, donde se busca obtener la solución óptima de la función objetivo que logre cumplir el conjunto de restricciones.)"*[56]). En este caso d. Valerio y d J. Sá Da Costa, página 4[24] proponen 6 parámetros de los cuales la idea es optimizarlos usando solo 5 de estos:
 - "Mínimo orden para λ
 - Valores para la frecuencia de cruce de ganancia y el margen de fase.
 - Valores para la frecuencia de cruce de fase y el margen de ganancia.
 - Valores para fase plana.
 - Rechazo al ruido de alta frecuencia.
 - Rechazo de las perturbaciones de salida a bajas frecuencias."
- Métodos analíticos, se encuentran propuestos en [24]:
 - Margen de fase y ganancia.
 - Fase plana.
 - Polos dominantes.
 - Control del modelo interno (IMC).
 - Algoritmo de F-MIGO.
- Reglas de sintonía: la mayoría de autores concuerdan en que reglas de sintonía pueden mejorarse mediante un ajuste fino por ensayo y error, planteados en [24].
 - Plantas con respuesta escalonada en forma de "S"
 - Planta con una ganancia crítica
 - Cambio en la unidad de tiempo

VII. INNOVACIÓN DEL PID FRACCIONARIO

El PID de orden fraccionario ha crecido lentamente en el uso o aplicación de las nuevas industrias, en particular en esas que necesitan de un grande nivel de solidez y un mejor tiempo de contestación de los controladores, ya que manejan procesos más delicados en los que es necesario optimizar la conducta de la planta para de esta forma reducir pérdidas y extender la vida eficaz de sus elementos. Se mencionan a continuación algunos casos en los cuales se implementó de manera exitosa

controladores de orden fraccionario, observando mejoría en tiempos de respuesta y robustez ante perturbaciones en el control: [37],[39],[41]

- Control PID tipo fraccionario para la posición del cabezal de una unidad de CD para aplicaciones en microscopía óptica. Para determinar la posición del cabezal se opta por usar un ratón de computador como sensor de posición, de esta manera eliminamos cualquier dependencia que exista por lo escrito en el CD. Se busca mejorar la robustez frente a las incertidumbres en la planta y que mejore el desempeño del sistema. La implementación del controlador se realiza con ayuda de una herramienta en Matlab, donde se logra analizar el comportamiento del sistema, el cual presenta respuesta rápida y sin sobrepaso, y se tiene una precisión aceptable para desarrollar un microscopio óptico. [31]
- Se desarrolla un controlador de orden fraccionario para el control robusto de la presión de vapor en el domo superior de una caldera bagacera, se implementa este tipo de controlador debido a el cambio brusco en la dinámica del sistema, el controlador se calcula en el dominio de la frecuencia el cual es expuesto a pruebas con diferentes parámetros para comparar su comportamiento frente a un controlador tradicional. El FOPID posee una mayor robustez frente a los cambios de la dinámica del sistema, con esto se busca mejorar el consumo energético de la planta.[44]
- Se crea un control adaptativo fraccionario optimizado por algoritmos genéticos, aplicado a reguladores automáticos de voltaje. Se utiliza la técnica por modelo de referencia (CAOFMR), y con ayuda de algoritmos genéticos optimizar la determinación de la función criterio del modelo RAV, con esto se obtienen mejoras frente a alteraciones en los parámetros del sistema presentando mayor rapidez de convergencia y robustez, obteniendo beneficios notorios frente a cambios en los parámetros no tomados en cuenta para el diseño del controlador. [45]

VIII. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Con el fin de observar analítica y gráficamente la comparación del controlador tradicional (PID), con el controlador fraccionario que se propone (FOPID), se plantearon dos ejemplos. Uno de aplicación académico y otro industrial.

VIII-A.

Para el primer ejemplo: Se tiene un sistema de control y se pide usar un PID para controlar el sistema, el cual plantea que se debe realizar mediante la sintonización de la regla de sintonía de Ziegler-Nichols de la siguiente planta, ecuación (3): [52]:

$$G1 = \frac{1}{s * (s + 1) * (s + 5)} \quad (3)$$

Como la planta presenta un integrador, se utiliza el segundo método de las reglas de sintonía de Ziegler-Nichols. Fijando $T_i = \infty$, $T_d = 0$, y K_p se calcula mediante el criterio de Routh, planteando la siguiente matriz:

$$\begin{pmatrix} s^3 & 1 & 5 \\ s^2 & 6 & K_p \\ s^1 & \frac{30 - K_p}{6} & 0 \\ s^0 & K_p & 0 \end{pmatrix}$$

Se encuentra que ocurrirá una oscilación sostenida si $K_p = 30$, lo que significa que la ganancia crítica $K_{cr} = 30$. El P_{er} se obtiene despejando w la ecuación característica (4) y despejando este valor en la ecuación (5):

$$jw^3 + 6jw^2 + jw + 30 \quad (4)$$

$$p_{er} = \frac{2\pi}{w} = \frac{2\pi}{\sqrt{5}} = 2,81 \quad (5)$$

Sus parámetros de sintonización se calculan reemplazando estos valores en la tercera fila de la tabla de Ziegler-Nichols, segundo método (cuadro III) y se obtiene que:

$$K_p = 0,6 * 30 = 18;$$

$$T_i = 0,5 * 2,81 = 1,405, K_i = K_p / T_i = 18 / 1,405 = 12,8$$

$$T_d = 0,125 * 2,81 = 0,3513, K_d = K_p * T_d = 6,322 \quad [52].$$

En la fig 8 se muestra la curva de respuesta ante un escalón unitario del controlador, donde se ve un sobre-pico aproximado al 50% y un tiempo de establecimiento de 12 segundos.

Cuadro III

REGLA DE SINTONÍA DE ZIEGLER-NICHOLS (SEGUNDO MÉTODO)[52].

Tipo Controlador	K_P	T_I	T_D
PID	$0,6K_{cr}$	$0,5P_{cr}$	$0,125P_{cr}$

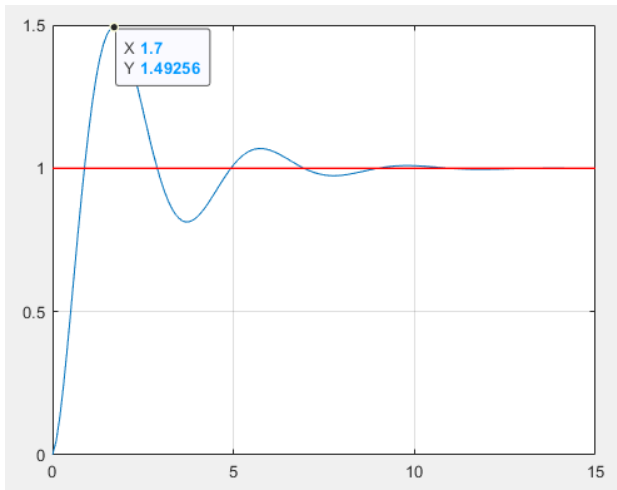


Figura 8. Curva de respuesta a un escalón unitario del sistema controlado PID

Para lograr la simulación y sintonización del FOPID se usó un método matemático que minimiza la integral del valor

absoluto del error, mediante MATLAB[53], [54], [55] y se obtienen los resultados mostrados en la figura 9.

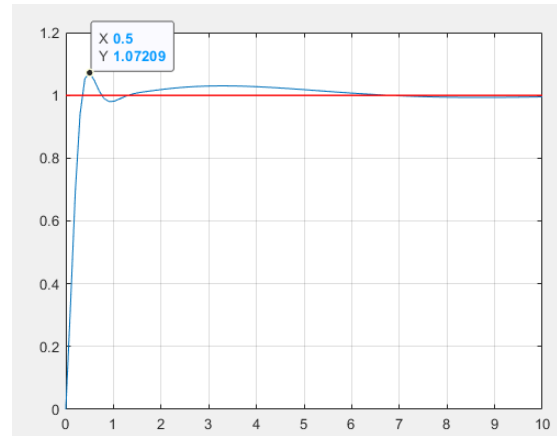


Figura 9. Curva de respuesta a un escalón unitario del sistema controlado FOPID

Cuadro IV
COMPARACIÓN DE PARÁMETROS

Controlador	K_P	K_I	λ	K_D	μ
PID	18	12,8	1	6,322	1
FOPID	18,16	38,38	0,762	83,71	0,987

Cuadro V

COMPARACIÓN DE DESEMPEÑO DE CONTROLADORES EJE. VII-A

Controlador	Tiempo E. [seg]	Sobre-pico
PID	12	49,40%
FOPID	6,48	7,62%

En el cuadro IV se observa los parámetros usados para cada controlador tanto el PID como el FOPID y el cuadro V nos muestra las diferencias que existen entre ambos, evidenciando un mejor comportamiento en el controlador tipo FOPID, pues el tiempo de establecimiento se mejora casi a un 50% y el sobre-pico en un 85% aproximadamente, además se presentan las funciones de transferencia para el controlador PID y FOPID ecuaciones (6) y (7), respectivamente.

$$G(s) = \frac{6,322s^2 + 18s + 12,81}{s} \quad (6)$$

$$G1(s) = 18,16 + \frac{38,38}{s^{0,7620}} + 83,71s^{0,987} \quad (7)$$

VIII-B.

En el siguiente ejercicio se simuló una planta de orden tres, que simula tres tanques en paralelo, cuya función de transferencia de la planta se encuentra en la ecuación (9). De la misma manera se usó un método matemático que minimiza la integral del valor absoluto del error y obtiene los valores de los parámetros deseados mediante un cierto número de iteraciones (400) tomando la que muestre el menor sobre-pico y menor

tiempo de establecimiento, mediante Matlab[53], [54], [55] se usó en este ejemplo para dar solución y simulación al controlador tipo PID y tipo FOPID, obteniendo los resultados de la figura 10, cuyos parámetros de sintonización se encuentran en el cuadro VI y cuadro VII se puede comparar analíticamente las diferencias en tiempos de establecimiento y sobre-pico:

$$G1 = \frac{1}{(s+1)^3} \quad (8)$$

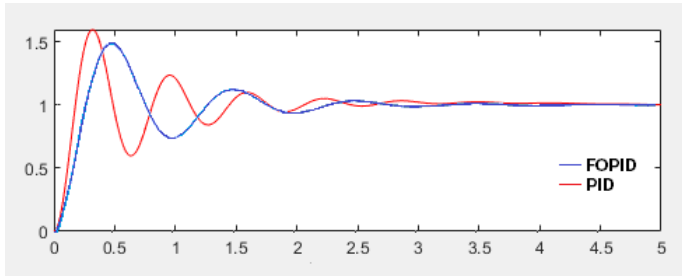


Figura 10. Curva de respuesta a un escalón unitario del sistema controlado FOPID

Cuadro VI
COMPARACIÓN DE DESEMPEÑO DE CONTROLADORES EJE. VII-B

Controlador	K_P	K_I	λ	K_D	μ
PID	10.19	64.46	1	98.014	1
FOPID	6.712	28.42	0.455	43.174	0.979

Cuadro VII
COMPARACIÓN DE PARÁMETROS

Controlador	Tiempo E. [seg]	Sobre-pico
PID	3.59	59.40 %
FOPID	2.63	47.56 %

En ambos casos evaluados anteriormente se puede demostrar la efectividad de la técnica propuesta mejorando el tiempo de establecimiento y el sobre-pico en respuesta frente a un step.

IX. CONCLUSIONES

De acuerdo con el estudio y desarrollo del documento se logran obtener las siguientes conclusiones de manera general:

Se analizaron los diferentes artículos científicos de las diversas bases de datos, y se logra realizar un documento que aporta de alguna manera a la creación de un lenguaje común que posibilita un estudio de manera práctica para futuros investigadores sobre el tema.

Se realizó el estudio de la teoría del control fraccionario PID (FOPID), incluyendo sus bases en el calculo fraccionario, además de evaluar las diferencias y ventajas que posee frente al control PID, destacando que es claro el nivel de mejoría y

desempeño de los controladores de orden fraccionario.

Se observa que en los diferentes casos donde se implementó el FOPID el tiempo de establecimiento del sistema disminuyó, aumentó la robustez del control y mejoró la operatividad de los sistemas logrando así satisfacer las demandas propuestas por los usuarios.

REFERENCIAS

- [1] J. Viola Villamizar, "CONTROL FRACCIONARIO APLICADO AL DISEÑO DE CONTROLADORES JAIRO BERNARDO VIOLA VILLAMIZAR UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA ESCUELA DE INGENIERÍA FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA PIEDRECUESTA 2012," Piedrecuesta, 2012.
- [2] U. Abdiel, V. Ortiz, J. S. Mijares, J. Antonio, and B. Triana, "COMPARACIÓN DE CONTROLADORES PID DE ORDEN FRACCIONARIO FRACTIONAL ORDER PID CONTROLLERS COMPARISON," 2021. [Online]. Available: <http://itcelaya.edu.mx/ojs/index.php/pistas>
- [3] U. Vázquez, J. González-Sierra, G. Fernández-Anaya, and E. G. Hernández-Martínez, "Performance analysis of a PID fractional order control in a differential mobile robot," RIAI - Revista Iberoamericana de Automatica e Informatica Industrial, vol. 19, no. 1, pp. 74–83, 2021, doi: 10.4995/riai.2021.15036.
- [4] IEEE Robotics and Automation Society, IEEE Conference on Decision and Control, International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics 17 2012.08.27-30 Miedzyzdroje, and MMAR 17 2012.08.27-30 Miedzyzdroje, 17th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2012 27-30 Aug. 2012, Miedzyzdroje, Poland.
- [5] H. Meneses, N. * Orlando, A. Orozco, and D. Rodríguez Aymerich, "Mejora en el Desempeño de Sistemas de Control provista por Controladores PID Fraccionales para Sistemas Auto-regulados e Integrantes. Improvement of the Control System Performance provided by Fractional PID Controllers for Self-regulated and Integrating Systems."
- [6] B. M. Vinagre and C. A. Monje, "INTRODUCCIÓN AL CONTROL FRACCIONARIO," 2006.
- [7] F. Merrikh-Bayat, N. Mirebrahimi, and M. R. Khalili, "Discrete-time fractional-order PID controller: Definition, tuning, digital realization and some applications," International Journal of Control, Automation and Systems, vol. 13, no. 1, pp. 81–90, Feb. 2015, doi: 10.1007/s12555-013-0335-y.
- [8] R. El-Khazali, "Fractional-order PI D controller design," Computers and Mathematics with Applications, vol. 66, no. 5, pp. 639–646, Sep. 2013, doi: 10.1016/j.camwa.2013.02.015.
- [9] P. Oziabło, D. Mozyrska, and M. Wyrwas, "Stability and robustness analysis of discrete-time fractional-piecewise-constant-order PID controller," Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences, vol. 69, no. 5, 2021, doi: 10.24425/bpasts.2021.137937.
- [10] H. Chao, Y. Luo, L. Di, and Y. Q. Chen, "Roll-channel fractional order controller design for a small fixed-wing unmanned aerial vehicle," Control Engineering Practice, vol. 18, no. 7, pp. 761–772, Jul. 2010, doi: 10.1016/j.conengprac.2010.02.003
- [11] Y. Song, "A Fractional PID Controller Based on Particle Swarm Optimization Algorithm," Journal of Autonomous Intelligence, vol. 3, no. 1, p. 10, Sep. 2020, doi: 10.32629/jai.v3i1.94.
- [12] R. P. Borase, D. K. Maghade, S. Y. Sondkar, and S. N. Pawar, "A review of PID control, tuning methods and applications," International Journal of Dynamics and Control. Springer, 2020. doi: 10.1007/s40435-020-00665-4.
- [13] S. Das, S. Saha, S. Das, and A. Gupta, "On the selection of tuning methodology of FOPID controllers for the control of higher order processes," ISA Transactions, vol. 50, no. 3, pp. 376–388, 2011, doi: 10.1016/j.isatra.2011.02.003.
- [14] P. Shah and S. Agashe, "Review of fractional PID controller," Mechatronics, vol. 38. Elsevier Ltd, pp. 29–41, Sep. 01, 2016. doi: 10.1016/j.mechatronics.2016.06.005.
- [15] V. Feliu-Battle, R. Rivas-Perez, and F. J. Castillo-Garcia, "Fractional order controller robust to time delay variations for water distribution in an irrigation main canal pool," Computers and Electro-

- tics in Agriculture, vol. 69, no. 2, pp. 185–197, Dec. 2009, doi: 10.1016/j.compag.2009.08.005.
- [16] I. David and B. Jiménez, “ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA.”
- [17] I. Cerón Morales, “Aplicación del control PID y PI D μ fraccional a una planta de primer orden con retardo,” 2016, doi: 10.13140/RG.2.2.29825.45920.
- [18] H. Vinagre and V. Feliu, “ON FRACTIONAL PID CONTROLLERS: A FREQUENCY DOMAIN APPROACH.”
- [19] D. Sierociuk and W. Malesza, “Fractional variable order anti-windup control strategy,” Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences, vol. 66, no. 4, pp. 427–432, Aug. 2018, doi: 10.24425/124258.
- [20] L. Cordova Viviano, “EVALUACIÓN Y ANÁLISIS COMPARATIVO DE LAS ESTRATEGIAS DE SINTONIZACIÓN, OPTIMIZACIÓN Y APROXIMACIÓN DE CONTROLADORES DE ORDEN FRACCIONARIO APLICADOS A SISTEMAS MECATRÓNICOS,” 2020.
- [21] A. O. Om, “The future of PID control,” 2001.
- [22] “UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA, Introducción al control fraccionario”
- [23] Rendón Roldán, J. (2018). Aplicaciones del cálculo fraccional en modelamiento y control de sistemas dinámicos electromecánicos.
- [24] D. Valério and J. Sá Da Costa, “A review of tuning methods for fractional PIDs Special Issue Mathematics (IF:1.747): ‘Mathematical Methods in Renewable Energies’ View project Special Issue ‘Fractional Calculus and Nonlinear Systems’ View project A review of tuning methods for fractional PIDs,” 2010. [Online]. Available: <https://www.researchgate.net/publication/228571059>
- [25] G. Tzounas, “Small-Signal Stability Techniques for Power System Modal Analysis, Control, and Numerical Integration,” Nov. 2021, [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/2111.01694>
- [26] A. M. Betti, M. A. Ebrahim, and M. A. Mustafa Hassan, “Modeling and Control of Stand-alone PV System Based on Fractional-Order PID Controller,” in 2018 20th International Middle East Power Systems Conference, MEPCON 2018 - Proceedings, Feb. 2019, pp. 377–382. doi: 10.1109/MEPCON.2018.8635293.
- [27] M. A. K. El-Shafei, M. I. El-Hawwary, and H. M. Emar, “Implementation of fractional-order PID controller in an industrial distributed control system,” in 2017 14th International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices, SSD 2017, Dec. 2017, vol. 2017-January, pp. 713–718. doi: 10.1109/SSD.2017.8167004.
- [28] A. Fernando, J. Castillo García, and V. Feliu Batlle, “Metodología de Diseño de Reguladores de Orden Fraccional a Partir de Especificaciones Temporales. Aplicación a Canales Principales de Riego.”
- [29] R. Rivas-Pérez, V. Feliu-Battle, F. Castillo-García, and • Luis Sánchez-Rodríguez, “Controlador robusto de orden fraccional implementado en el primer tramo del canal principal Imperial de Aragón.”
- [30] U. Vázquez, J. González-Sierra, G. Fernández-Anaya, and E. G. Hernández-Martínez, “Performance analysis of a PID fractional order control in a differential mobile robot,” RIAI - Revista Iberoamericana de Automatica e Informatica Industrial, vol. 19, no. 1, pp. 74–83, 2021, doi: 10.4995/riai.2021.15036.
- [31] “Dialnet-ControlPIDTipoFraccionalParaLaPosicionDelCabezalDe-4991604”.
- [32] M. E. Ortiz-Quisbert, M. A. Duarte-Mermoud, F. Milla, and R. Castro-Linares, “Control Adaptativo Fraccionario Optimizado por Algoritmos Genéticos, Aplicado a Reguladores Automáticos de Voltaje,” RIAI - Revista Iberoamericana de Automatica e Informatica Industrial, vol. 13, no. 4, pp. 403–409, Oct. 2016, doi: 10.1016/j.riai.2016.07.004.
- [33] “feliu-battle2013”.
- [34] “Dialnet-TransformadaFraccionalDeFourierEnElCasoDeUnPlanoIm-3697630”.
- [35] G. A. Muñoz-Hernández, A. Díaz-Sánchez, C. A. Gracios-Marín, and J. Castañeda-Camacho, “Evaluación de control y filtros fraccionales en la reducción de la interacción del acoplamiento cruzado en el modelo no lineal de una estación hidroeléctrica,” Nova Scientia, vol. 13, no. 26, May 2021, doi: 10.21640/ns.v13i26.2681.
- [36] C. Trujillo Rodríguez, J. Sánchez Choachí, and G. Baquero Roza, “Fractional order control for a bidirectional converter operating in a DC,” Informador Técnico, vol. 84, no. 1, Dec. 2019, doi: 10.23850/22565035.2387.
- [37] L. Nagua, J. Muñoz, L. Mena, C. A. Monje, and C. Balaguer, “Robust control strategy for improving the performance of a soft robotic link,” in XLII JORNADAS DE AUTOMÁTICA: LIBRO DE ACTAS, Servicio de Publicacións da UDC, 2021, pp. 499–506. doi: 10.17979/s-pudc.9788497498043.499.
- [38] U. Enfoque, “Fractional Order Modeling of a Nonlinear Electromechanical System (Modelamiento de orden fraccional de un sistema no lineal electromecánico),” vol. 4, pp. 45–56, 2018, [Online]. Available: <http://ingenieria.ute.edu.ec/enfoqueute/>
- [39] F. J. Castillo-García, V. Feliu-Battle, R. Rivas-Perez, and L. Sanchez, “Time domain tuning of a fractional order PI controller combined with a Smith Predictor for automation of water distribution in irrigation main channel pools,” in IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline), 2011, vol. 44, no. 1 PART 1, pp. 15049–15054. doi: 10.3182/20110828-6-IT-1002.03138.
- [40] I. Victor, H. Sauchelli, and I. S. Laboret, “CÁLCULO FRACCIONAL APLICADO A CONTROL AUTOMÁTICO Palabras claves: Cálculo fraccional-Controladores fraccionales-Robustez.”
- [41] “Advances in Industrial Control.”
- [42] “Dialnet-ControlPIDTipoFraccionalParaLaPosicionDelCabezalDe-4991604”.
- [43] X. Tian and S. Fei, “Robust control of a class of uncertain fractional-order chaotic systems with input nonlinearity via an adaptive sliding mode technique,” Entropy, vol. 16, no. 2, pp. 729–746, 2014, doi: 10.3390/e16020729.
- [44] R. Rivas-Perez, F. Castillo-García, J. Sotomayor-Moriano, and V. Feliu-Battle, “Control robusto de orden fraccionario de la presión del vapor en el domo superior de una caldera bagacera,” RIAI - Revista Iberoamericana de Automatica e Informatica Industrial, vol. 11, no. 1, pp. 20–31, 2014, doi: 10.1016/j.riai.2013.11.002.
- [45] M. E. Ortiz-Quisbert, M. A. Duarte-Mermoud, F. Milla, and R. Castro-Linares, “Control Adaptativo Fraccionario Optimizado por Algoritmos Genéticos, Aplicado a Reguladores Automáticos de Voltaje,” RIAI - Revista Iberoamericana de Automatica e Informatica Industrial, vol. 13, no. 4, pp. 403–409, Oct. 2016, doi: 10.1016/j.riai.2016.07.004.
- [46] “Metodología para la sintonización de controladores PID industriales.”
- [47] L. Nagua, J. Muñoz, L. Mena, C. A. Monje, and C. Balaguer, “Robust control strategy for improving the performance of a soft robotic link,” in XLII JORNADAS DE AUTOMÁTICA: LIBRO DE ACTAS, Servicio de Publicacións da UDC, 2021, pp. 499–506. doi: 10.17979/s-pudc.9788497498043.499.
- [48] U. Enfoque, “Fractional Order Modeling of a Nonlinear Electromechanical System (Modelamiento de orden fraccional de un sistema no lineal electromecánico),” vol. 4, pp. 45–56, 2018, [Online]. Available: <http://ingenieria.ute.edu.ec/enfoqueute/>
- [49] C. Flores, J. Muñoz, C. A. Monje, V. Milanés, and X. Y. Lu, “Iso-damping fractional-order control for robust automated car-following,” Journal of Advanced Research, vol. 25. Elsevier B.V., pp. 181–189, Sep. 01, 2020, doi: 10.1016/j.jare.2020.05.013.
- [50] V. Pommier-Budinger, Y. Janat, D. Nelson-Gruel, P. Lanusse, and A. Oustaloup, “Fractional robust control with ISO-damping property,” in Proceedings of the American Control Conference, 2008, pp. 4954–4959. doi: 10.1109/ACC.2008.4587279.
- [51] R. Saini, “Prediction of Source Code Quality Using Cyclomatic Complexity and Machine Learning,” International Journal of Advanced Trends in Computer Science and Engineering, vol. 9, no. 4, pp. 4414–4423, Aug. 2020, doi: 10.30534/ijatcse/2020/35942020.
- [52] K. Ogata, Ingeniería de Control Moderna. Pearson Educacion
- [53] A. Tepljakov, “FOMCON: Fractional-Order Modeling and Control Toolbox,” 2017, pp. 107–129. doi: 10.1007/978-3-319-52950-9-6.
- [54] N. Lachhab, F. Svaricek, F. Wobbe, and H. Rabba, “Fractional order PID controller (FOPID)-Toolbox,” in 2013 European Control Conference, ECC 2013, 2013, pp. 3694–3699. doi: 10.23919/ecc.2013.6669365.
- [55] A. Tepljakov, E. Petlenkov, J. Belikov, and J. Finajev, Fractional- order Controller Desing and Digital Implementation using FOMCON Toolbox for MATLAB. IEEE, 2013.
- [56] jMendez A. (n.d.). MÉTODO SIMPLEX PASO A PASO: EJEMPLOS DE MAXIMIZAR Y MINIMIZAR. Retrieved August 29, 2022, from <https://www.plandemjora.com/metodo-simplex-paso-a-paso-ejemplos-maximizar-minimizar/>
- [57] G. Lapa Grandi, “Comparaçãõ entre controladores PID e FOPID baseada em novo método de ajuste.”