

**Manipulo los números enteros. Una propuesta didáctica para la enseñanza de  
la adición y sustracción de los números enteros.**

**Tesis de Maestría**

**Autores:**

**Christian Octavio Hernández Villarreal**

**Clareth Yobana Ferrer González**

**Universidad Santo Tomás.**

**Facultad de Educación**

**Maestría en Didáctica**

**Valledupar – Cesar, 2018**

**Manipulo los números enteros. Una propuesta didáctica para la enseñanza de  
la adición y sustracción de los números enteros.**

**Tesis de Maestría**

**Trabajo de grado para optar al título de  
Magister en Didáctica**

**Asesora: Mag. Carmenza Sánchez Rodríguez**

**Universidad Santo Tomás.**

**Facultad de Educación**

**Maestría en Didáctica**

**Valledupar – Cesar, 2018**

Nota de aceptación

---

---

---

---

---

Firma del presidente del jurado

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado

Valledupar, septiembre de 2018

*Esta investigación se realiza bajo el programa de Becas para la excelencia docente del Ministerio de Educación 2016, la finalidad del proyecto es la transformación de la práctica docente y de enseñanza en las instituciones beneficiarias.*

## *AGRADECIMIENTOS*

*A Dios todopoderoso por permitirnos el llegar hasta esta instancia.*

*A nuestras familias, por su comprensión.*

*Al Ministerio de Educación Nacional por el programa de Becas para la excelencia docente.*

*A la Universidad Santo Tomás, por favorecer nuestro proceso como maestrantes.*

*A todos los profesores de la Maestría en Didáctica que de una u otra forma permitieron obtener los conocimientos necesarios para poder consolidar esta propuesta.*

*A los Alumnos que participaron en las experiencias de campo y que pusieron a disposición parte de su tiempo y conocimiento y entusiasmo.*

*A la institución Milciades Cantillo Costa y todos los profesores que colaboraron con sus aportes y experiencias.*

### **DEDICATORIA**

*A Dios, por darnos lo suficiente para alcanzar esta gran meta superando cada uno de los obstáculos que encontramos en esta ardua labor.*

*A nuestros asesores, Mag. Gloria Janeth Orjuela, Mag. Carmenza Sánchez, quienes con su conocimiento y entrega lograron direccionar nuestra propuesta.*

*A nuestros alumnos Milciadistas, los cuales estuvieron prestos siempre a participar de nuestras diferentes actividades.*

#### **De Crhistian Hernández:**

*A mis hijos, César Enrique y Helen Iunise por ser el motor que impulsó la obtención de este logro*

*A mis Padres, Gloria María Villarreal y César Hernández (Fallecido) por ser siempre la inspiración de todo lo bello en una familia*

#### **De Clareth Ferrer:**

*A mis hijos, Camilo de Jesús, Adriana Marcela y Gabriela Carolina, quienes soportaron la ausencia de su madre durante las largas jornadas de preparación para este gran logro.*

*A mis padres, Rosa Cristina González Guerra y Hermenegildo Ferrer quienes brindaron la formación adecuada para hacer de mí una persona luchadora.*



UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS  
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA

**CRAI-USTA**  
Centros de Recursos para el Aprendizaje y la Investigación

Bogotá, Octubre, 17, 2018.

Señores

Centro de Recurso para el Aprendizaje y la Investigación  
Universidad Santo Tomás Abierta y a Distancia  
Bogotá

Estimados Señores:

Nosotros, Christian Octavio Hernández Villarreal y Clareth Yobana Ferrer Gonzalez identificados con Cédula de Ciudadanía No. 77174531, 49766418, respectivamente, autores del trabajo de grado titulado: Manipulo los números enteros. Una propuesta didáctica para la enseñanza de la adición y sustracción de los números enteros presentado y aprobado en el año 2018 como requisito para optar al título de Magister en Didáctica, autorizamos al CRAI-USTA de la Universidad Santo Tomás, para que con fines académicos, muestre al mundo la producción intelectual de la Universidad representado en este trabajo de grado, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios pueden consultar el contenido de este trabajo de grado a través del Catálogo en línea y el Repositorio Institucional de la página Web del CRAI-USTA, así como en las redes de información del país y del exterior, con las cuales tenga convenio la Universidad Santo Tomás.

- Se permite la consulta, reproducción parcial, total o cambio de formato con fines de conservación, a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, siempre y cuando mediante la correspondiente cita bibliográfica se le dé crédito al trabajo de grado y a su autor.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores", los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

Cordialmente,

*Christian O. Hernández Villarreal*

Christian Octavio Hernández Villarreal  
C.C.No. 77174531 de Valledupar  
Correo Electrónico: christianhernandez@ustadistancia.edu.co

*Clareth Yobana Ferrer Gonzalez*

Clareth Yobana Ferrer Gonzalez  
C.C.No. 49766418 de Valledupar  
Correo Electrónico: clarethferrer@ustadistancia.edu.co



BOGOTÁ - Línea gratuita nacional: 01 8000 111180 PBX: (+571) 587 6797 / [www.usta.edu.co](http://www.usta.edu.co) / [admisiones@usantotomas.edu.co](mailto:admisiones@usantotomas.edu.co) / Carrera 9 No. 51-11  
VICERRECTORÍA GENERAL DE UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA (VUAD) - Tel.: (+571) 595 0000 / [www.ustadistancia.edu.co](http://www.ustadistancia.edu.co) / [admisiones@ustadistancia.edu.co](mailto:admisiones@ustadistancia.edu.co) / Carrera 10 No. 72-50



## Tabla de Contenido

|                                                                         |    |
|-------------------------------------------------------------------------|----|
| Resumen Analítico Estructurado - RAE                                    | 13 |
| Resumen                                                                 | 23 |
| Introducción                                                            | 25 |
| 1. Identificación de la problemática                                    | 28 |
| 1.1 Características socio – culturales                                  | 28 |
| 1.2 PEI: Modelo Pedagógico                                              | 29 |
| 1.3 Identificación de la Problemática Didáctica                         | 30 |
| 1.3.1 Diagnóstico                                                       | 30 |
| 2. Objetivos                                                            | 34 |
| 2.1 Objetivos Generales                                                 | 34 |
| 2.2 Objetivos Específicos                                               | 34 |
| 3. Antecedentes de investigación                                        | 35 |
| 4. Referentes                                                           | 38 |
| 4.1 La Investigación en Didáctica                                       | 38 |
| 4.2 La Investigación Acción                                             | 40 |
| 4.3 Teórico - Conceptuales                                              | 43 |
| 4.4 La Didáctica como campo de Conocimiento                             | 44 |
| 4.5 La Didáctica General y Las Didácticas Específicas                   | 46 |
| 5. Categorías Emergentes                                                | 52 |
| 5.1 Números Enteros                                                     | 52 |
| 5.2 Representación de Operaciones                                       | 54 |
| 5.3 Equivalencia Entre Operaciones Numéricas y las Acciones con Objetos | 55 |
| 5.4 Formulación Didáctica por Docentes                                  | 56 |
| 6. Propuesta Didáctica                                                  | 58 |
| 6.1 Propósitos de Implementación                                        | 59 |
| 6.2 Diseño                                                              | 61 |

|       |                                                                     |     |
|-------|---------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.3   | Reflexividad                                                        | 63  |
| 6.4   | Estrategia                                                          | 65  |
| 7.    | Metodología                                                         | 67  |
| 7.1   | Técnicas                                                            | 67  |
| 8.    | Implementación                                                      | 69  |
| 8.1   | Secuencia 1                                                         | 72  |
| 8.1.1 | Preguntas Problemáticas                                             | 72  |
| 8.1.2 | Situación Problemática                                              | 74  |
| 8.1.3 | Secuencia Didáctica 1                                               | 78  |
| 8.2   | Secuencia 2                                                         | 81  |
| 8.2.1 | Preguntas Problemáticas                                             | 81  |
| 8.2.2 | Reflexión Secuencia 2                                               | 82  |
| 8.2.3 | Secuencia Didáctica 2                                               | 84  |
| 8.3   | Secuencia 3                                                         | 86  |
| 8.3.1 | Preguntas Problemáticas                                             | 86  |
| 8.3.2 | Reflexión Secuencia 3                                               | 86  |
| 8.3.3 | Secuencia Didáctica 3                                               | 89  |
| 8.4   | Secuencia 4                                                         | 91  |
| 8.4.1 | Preguntas Problemáticas                                             | 91  |
| 8.4.2 | Reflexión Secuencia 4                                               | 91  |
| 8.4.3 | Secuencia Didáctica 4                                               | 94  |
| 9.    | Reflexiones Generales                                               | 96  |
| 9.1   | Desempeño En Operaciones En Enteros 2017-II                         | 96  |
| 9.2   | Datos Sobre Manejos de Operaciones En Entero<br>2018–II             | 96  |
| 9.3   | Manejo De Operaciones De Adición Con El<br>Uso De La Recta Numérica | 97  |
| 9.4   | Aceptación Docente En El Uso De Didácticas<br>Sustancialistas       | 97  |
| 10.   | Hallazgos                                                           | 99  |
| 10.1  | Manejo de Operaciones en Enteros periodo                            | 107 |

|                                                                              |     |
|------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 2017 - I                                                                     |     |
| 10.2 Manejo de Operaciones en Enteros en el<br>Periodo 2018-II               | 109 |
| 10.3 Valoraciones Docentes Respecto del Uso de<br>Didácticas Sustancialistas | 113 |
| 11. Proyección de la Estrategia a Dos Años                                   | 116 |
| Conclusiones                                                                 | 119 |
| Anexos                                                                       | 122 |
| Matriz de Análisis de Incidencia de<br>Secuencias Didácticas                 | 122 |
| Análisis de Triangulación                                                    | 133 |
| Instrumento de Recolección de Datos                                          | 160 |
| Evidencias Fotos Tomadas Durante La<br>Implementación de las secuencias      | 166 |
| Referentes Bibliográficos                                                    | 168 |
| Bibliografía                                                                 | 174 |
| Web grafía                                                                   | 180 |

## Índice De Tablas

|                                                                                                                        |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| TABLA 1. SECUENCIA DIDÁCTICA.....                                                                                      | 78  |
| TABLA3 2. SECUENCIA DIDÁCTICA 2.....                                                                                   | 84  |
| TABLA 3. SECUENCIA DIDÁCTICA 3.....                                                                                    | 89  |
| TABLA 4. SECUENCIA DIDÁCTICA 4.....                                                                                    | 94  |
| TABLA 5. DESEMPEÑOS EN OPERACIONES CON ENTEROS Y NOCIÓN DE ENTERO EN<br>ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO AÑO 2017-2. ....  | 96  |
| TABLA 6. DESEMPEÑOS EN OPERACIONES CON ENTEROS Y NOCIÓN DE ENTERO EN<br>ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO AÑO 2018- 2. .... | 96  |
| TABLA 7. MANEJO DE OPERACIONES DE ADICIÓN CON EL USO DE LA RECTA NUMÉRICA. ...                                         | 97  |
| TABLA 8. VALORACIONES DE LOS DOCENTES RESPECTO DEL USO DE DIDÁCTICAS<br>SUSTANCIALISTAS. ....                          | 97  |
| TABLA 9. MATRÍZ DE ANÁLISIS DE INCIDENCIA DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS.....                                                | 122 |
| TABLA 10. TRIANGULACIÓN Y REFLEXIONES ARTICULADORAS DEL PROBLEMA,<br>REFERENTES TEÓRICOS Y METODOLOGÍA.....            | 133 |

### Índice De Figuras

|                                                                                                                              |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| FIGURA 8. ESTADO MANEJO DE OPERACIONES EN GRADO SÉPTIMO AÑO 2017-I EN ADICIÓN.<br>.....                                      | 107 |
| FIGURA 9. ESTADO MANEJO DE OPERACIONES EN GRADO SÉPTIMO AÑO 2017-I EN<br>SUSTRACCIÓN.....                                    | 108 |
| FIGURA 10. ESTADO NOCIÓN DE ENTERO EN GRADO SÉPTIMO AÑO 2107-I.....                                                          | 108 |
| FIGURA 11. ESTADO MANEJO DE OPERACIONES EN GRADO SÉPTIMO AÑO 2018-II EN<br>ADICIÓN. ....                                     | 109 |
| FIGURA 12. ESTADO MANEJO DE SUSTRACCIÓN EN GRADO SÉPTIMO AÑO 2108-II. ....                                                   | 109 |
| FIGURA 13. ESTADO NOCIÓN DE ENTERO EN GRADO SÉPTIMO EN EL AÑO 2018- II.....                                                  | 110 |
| FIGURA 14. GRÁFICO ANÁLISIS OPERACIÓN DIRECTA DE ADICIÓN.....                                                                | 110 |
| FIGURA 15. GRÁFICO ANÁLISIS OPERACIÓN INVERSA DE ADICIÓN EN LA RECTA NUMÉRICA.<br>.....                                      | 111 |
| FIGURA 16. GRÁFICO ANÁLISIS INTERPRETACIÓN DISTANCIA EN LA RECTA NUMÉRICA....                                                | 111 |
| FIGURA 17. GRÁFICO ANÁLISIS CAMBIO DE PERCEPCIÓN EN DOCENTES EN EL USO DE<br>MATERIALES DIDÁCTICOS COMO OBJETOS FÍSICOS..... | 112 |
| FIGURA 18. GRÁFICO ANÁLISIS DE POTENCIALIDADES EN EL USO DE MATERIALES. ....                                                 | 113 |
| FIGURA 19. GRÁFICO ANÁLISIS DE MODELIZACIÓN DE CONCEPTOS CON EL USO DE<br>MATERIALES. ....                                   | 113 |
| FIGURA 20. GRÁFICO DESARROLLO DE CAPACIDAD CRÍTICA Y DE ANÁLISIS. ....                                                       | 114 |
| FIGURA 21. GRÁFICO DE ANÁLISIS DE FAVORABILIDAD EN EL USO DEL TIEMPO.....                                                    | 114 |
| FIGURA 22. GRÁFICO FAVORABILIDAD EN LA MODELIZACIÓN DE CONCEPTOS. ....                                                       | 115 |

### Resumen Analítico Estructurado - RAE:

| <b>1. Información general del documento</b> |                                                                                                                                    |
|---------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Tipo de documento</b>                    | Trabajo de maestría / Tesis de maestría                                                                                            |
| <b>Tipo de impresión</b>                    | Digital                                                                                                                            |
| <b>Nivel de circulación</b>                 | Público                                                                                                                            |
| <b>Título del documento</b>                 | <b>Manipulo los números enteros. Una propuesta didáctica para la enseñanza de la adición y sustracción de los números enteros.</b> |
| <b>Autor(es)</b>                            | <b>Crhistian Octavio Hernández Villarreal<br/>Clareth Yobana Ferrer González</b>                                                   |
| <b>Director</b>                             | <b>Mag. Carmenza Sánchez Rodríguez</b>                                                                                             |
| <b>Publicación</b>                          | Valledupar, 09 de Octubre de 2018. (N° de Páginas: 171)                                                                            |
| <b>Unidad Patrocinante</b>                  | Universidad Santo Tomas Abierta y a Distancia, Facultad de Educación, Maestría en didáctica. Línea de investigación en Didáctica   |
| <b>Palabras clave</b>                       | Manipulación de objetos, adición y sustracción, números enteros, situaciones didácticas.                                           |

| <b>2. Descripción del documento</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>El presente trabajo monográfico se desarrolla como producto de la reflexión acerca del quehacer diario del docente de matemáticas y la visualización de situaciones con dificultad en torno a los procesos de enseñanza de la adición y sustracción de los números enteros. Para ello, seguimos la metodología de la investigación acción que permite, a través de un proceso de reflexión – acción – reflexión, donde se identifica un problema de enseñanza, se planea una acción para superarlo, se reflexiona sobre esa acción y se vuelve a proponer una estrategia que permita regresar al inicio del problema y revalorar la implementación de la propuesta didáctica planteada. En esta investigación el referente epistemológico tomado es el paradigma socio crítico muy importante en nuestro entorno educativo.</p> <p>Se realiza una revisión de antecedentes, en torno a las categorías exploradas: el papel de los docentes en la enseñanza de las dos operaciones básicas (adición y sustracción) en los enteros, la importancia de la enseñanza en las matemáticas, las estrategias didácticas en el aula, las situaciones didácticas de Brousseau, y otras categorías relevantes acerca de la</p> |

manipulación de objetos como didáctica para la enseñanza en las matemáticas.

Se continúa con la contextualización, desde la mirada socio-cultural, que atiende a las particularidades geográficas, culturales, económicas y humanas, de la comunidad educativa con la que se trabajó. También se realiza una contextualización legal y otra sobre el modelo pedagógico institucional.

Los referentes teórico-conceptuales, que se trabajaron, hacen referencia de la investigación en didáctica general y en didáctica específica, siendo esta última la que se aborda en nuestro caso, desde Brousseau. Y se finaliza, este documento con la fase de implementación de las secuencias didácticas y sus respectivas reflexividades, donde se incluyen los análisis de las actividades e instrumentos de indagación e implementación. Una de las situaciones que más influyeron en el planteamiento del problema, asociado con los bajos niveles de comprensión en estudiantes de matemáticas de grado séptimo en el tema de números enteros, está relacionada con la dificultad de interpretación del lenguaje matemático, por un lado, y por otro, la práctica docente puesta en consideración como elemento mediador y posibilitador de accesos más favorables en las dinámicas de exposición, problematización, contextualización, modelización e interpretación de conceptos de las matemáticas en este grado. Las didácticas tradicionales enfocan su gestión en una labor de verbalización excesiva, lo que Brousseau denomina como predominio de un contrato didáctico de emisión y en el cual resalta solo la labor expositiva de conocimientos sin llegar a cuestionarse, el docente, a cerca de las dificultades de recepción generadas por estas situaciones unidireccionales de comunicación y que, por lo tanto, ponen en entredicho el tipo y nivel de comprensión obtenida por el estudiante; así las cosas, en matemáticas, específicamente en el tema de números enteros, se presentan dificultades relacionadas con bajos rendimientos y comprensión no estable de conceptos y operaciones en enteros y que aquí se pretende enfocar en los temas de adición y sustracción de dichos números como uno de los focos de atención que genera dificultades en las temáticas y grados subsiguientes en el que se tenga que ver con el uso de enteros y de las cantidades en general.

La investigación aquí realizada permitirá establecer, a los docentes de matemáticas de la Institución Educativa Milciades Cantillo Costa, el cuestionarse, de una forma metódica, el carácter asumible en la enseñanza de esta área, desde perspectivas que tengan

en cuenta el establecimiento de bases nocionales en el contexto mismo de las matemáticas, pero desde la inclusión de elementos tangibles o concretos, como lo son, la manipulación de objetos físicos como forma de brindar al pensamiento de los estudiantes su correspondiente noción no mental, sino real y concreta, permitiendo, en consecuencia, la representación y paso de unas nociones que pudiendo ser promotoras de acciones conceptualizantes de hechos y acciones naturales lleven en su constitución el poder ser simbolizadas desde las matemáticas y permitir con ello el establecimiento de conceptos base relacionados con los números enteros. En contrapartida permitir que el aprendizaje de procedimientos numéricos, de los cuales existe la molestia por parte de los docentes de no ser estables, encuentren en dichas acciones sobre objetos la génesis de sus representaciones operativas y con lo cual realizar ubicaciones conceptuales a manera de nociones básicas o fundamentales. En general, posibilitar en los docentes un cambio en la enseñanza de los enteros, como forma de abrir paso a aprendizajes activos en el que el descubrimiento de instancias salidas de lo tradicional permitan explorar nuevos ámbitos de generación de significados en el contexto de lo real y lo tangible. En general, posibilitar en los docentes un cambio en la enseñanza de los enteros, como forma de abrir paso a aprendizajes activos en el que el descubrimiento de instancias salidas de lo tradicional permitan explorar nuevos ámbitos de generación de significados en el contexto de lo real y lo tangible.

### 3. Fuentes del documento

- Brousseau, G. (1993). *“Fundamentos y métodos de didáctica de las matemáticas”*, en Sánchez, Ernesto (comp.) *Lecturas en didáctica de las matemáticas. La escuela francesa*. México: CINVESTAV-IPN.
- Brousseau. (1989). *El maestro y el contrato en la teoría Brousseauiana*. Universidad Pedagógica Nacional. Dirección de Investigación. Tomado de <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol13/02Avila.pdf>
- Camilloni, A. (2007). *El Saber Didáctico*. Tomado de [https://kupdf.com/queue/el-saber-didactico-camilloni-aliciapdf\\_59ab6708dc0d601605568edf\\_pdf?queue\\_id=-1&x=1529137075&z=MTgxLjQ5Ljg4Ljk0](https://kupdf.com/queue/el-saber-didactico-camilloni-aliciapdf_59ab6708dc0d601605568edf_pdf?queue_id=-1&x=1529137075&z=MTgxLjQ5Ljg4Ljk0)
- Carr, W., & Kemmis, S. (1988). *Teoría crítica de la enseñanza. La investigación acción en la formación del profesorado*. Barcelona, España: Martínez Roca S.A.
- Cid, Eva (s.f). *Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números enteros*.

Departamento de Matemáticas Universidad de Zaragoza. Tomado de <http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/cangas/Negativos.pdf>

D'Amore, B. & Godino, J. (2007). *El Enfoque Ontosemiótico como un desarrollo de la Teoría antropológica En Didáctica de la Matemática*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (2007), 10(2), 191-218 Tomado de: <http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v10n2/v10n2a2.pdf>

Garzón, M. (2015). *Desarrollo Y Comprensión De La Semiótica Matemática A Partir De La Semiótica Lingüística Y El Lenguaje Común* (Tesis de Maestría). Recuperado de: <http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/2090/1/Garz%C3%B3nCarre%C3%B1oMar%C3%ADaTeresa2015.pdf>

Godino, J.; Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Extraído el 28 de mayo de 2018, desde <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>

González, A.; Molina, J. & Sánchez, M. (2014). *La matemática nunca deja de ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas Educación Matemática*, 26(3). Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/405/40540689005.pdf>

Lewin K., Tax, S., Stavenhagen, R., Borda, O., Zamosc, L., Kemmis, S., Rahman, A. (1946). *Qué es la investigación acción-participativa. Perspectivas teóricas y metodológicas*. Cooperativa editorial: Magisterio. Bogotá, Colombia. Tomado de: <https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/35015397/Park.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1529273734&Signature=MBrAYdgV0gdQ8eyjYqEZy1YjhS4%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DPark.pdf>

Mejía, G. & Sierra, L. (2013). *Influencia Del Contexto En El Proceso De Resolución De Problemas De Probabilidad Condicional En Estudiantes De Grado Once*. Tesis de Maestría. Recuperado de: <http://repositorio.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/232/TO-15684.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

#### **4. Contenidos del documento**

En el primer capítulo se definieron los objetivos de investigación, uno general, que corresponde a dilucidar y aplicar una metodología didáctica que posibilite el cambio de las prácticas de enseñanza de los docentes en el área de matemáticas de la institución educativa Milciades Cantillo Costa y que permita, a los estudiantes de esta institución, avanzar en la comprensión del lenguaje matemático a través de interpretaciones enmarcadas en el planteamiento de situaciones didácticas que involucren el manejo concreto de objetos, que faciliten transposiciones didácticas en diferentes contextos interpretativos, analizar sus traslapamientos así como su significación según los conceptos pretendidos en la enseñanza de los números enteros; a través de la estrategia didáctica manipulado los números enteros, luego los objetivos específicos entre los que se encuentran el diseño y aplicación de secuencias didácticas que tengan un enfoque de enseñanza de tipo Brousseano.

El segundo capítulo corresponde a los referentes, entre los que se tiene inicialmente, los referentes epistemológicos y metodológicos: donde se incluyen la investigación en didáctica y la investigación-acción; seguidos de los referentes contextuales que a su vez involucran las características socio-culturales, la normatividad y el modelo pedagógico adoptado por la institución en su proyecto educativo institucional. Finalmente, se presentan los referentes teórico-conceptuales, los cuales están formados por, la didáctica como campo de conocimiento, la didáctica general y las didácticas específicas, estableciendo sus relaciones y diferencias.

En el tercer capítulo, se aborda la problemática didáctica inicial en relación con los derechos básicos de aprendizaje, estándares y competencias, luego en relación con los índices sintéticos de calidad: pruebas externas; sigue un espacio para las categorías emergentes y finalmente se visualizan los antecedentes de investigación.

En el cuarto capítulo, se presenta la propuesta didáctica “manipulando los enteros”, mostrando los propósitos de la implementación, el diseño y su respectiva reflexividad. Finalmente se muestra la Estrategia, la metodología y las técnicas.

En el quinto capítulo, se detalla paso a paso la implementación, cada una de las 4 secuencias didácticas y sus respectivas reflexividades terminando en unas reflexiones generales.

El sexto capítulo, contiene el análisis de datos (matriz de triangulación), luego los resultados por categorías y subcategorías, luego de la triangulación de datos, posteriormente los hallazgos, la proyección de la estrategia a dos años y finalmente las conclusiones de la propuesta como tal.

### 5. Metodología del documento

La metodología a desarrollar está enmarcada en tres fases, que permitirán alcanzar el propósito del modelo didáctico Dialogo Educativo, De Tipo Socrático; estas serían:

**Fase de aclaración (formulación de preguntas).** En ella los dialogantes se vinculan con el tema, que quieren discutir, y formulan claramente el tema o el problema y sus posiciones frente a ellos (definir las tareas de aprendizaje).

**Fase de interacción (duda o confusión productiva).** En ella la pareja dialogante aporta (proporciona) su conocimiento disponible, para posibilitar (aportar) una respuesta preocupándose de la validez del contenido y aprovechando los conocimientos contradictorios;

**Fase de aplicación (comprensión).** En esta fase la pareja dialogante formula los resultados de su diálogo y pone atención especial en los vacíos del conocimiento y la forma de mejorarlo.

Este proceso se desarrollará en cada momento del desarrollo de los temas que amerite aclarar conceptos que se les dificulte a los estudiantes para la evolución de los ejes temáticos.

Permitirá determinar aproximaciones, aclaraciones y establecimiento de dicotomías entre interpretaciones de tendencias surgidas en el manejo del lenguaje en contexto, de referencia a conceptos matemáticos en enteros y los otorgados por el lenguaje matemático y la mediación dada por el docente.

El grupo con el cual se quiere desarrollar esta propuesta es un grupo de 45 jóvenes estudiantes del grado séptimo del curso 05 de la institución educativa Milciades Cantillo Costa de la ciudad de Valledupar, entre los 12 y 14 años de edad, con un 57 % de género femenino y 43% género masculino de estrato 1 y 2 de las zonas vulnerables de la ciudad.

Las técnicas a utilizar en esta investigación, desde lo didáctico, están enmarcadas en

una participación activa del estudiante y, con el cual, permitir que éste pueda, a través de una exploración autónoma, ir estableciendo pautas en la formulación de las soluciones ante los retos planteados por el docente en las situaciones didácticas presentadas.

La formulación de situaciones matemáticas en un contexto del “hacer” permite desligar la dependencia de la didáctica tradicional por una enmarcada en la acción continua sobre situaciones o hechos reales y vivenciales, en los que el estudiante propenda por encontrar, desde su concepción de entorno, de espacio y de, las relaciones allí establecidas, como legítimas en interpretar, conocer y describir; esto de alguna manera plantea un reto en asumir las prácticas pedagógicas y didácticas como reflexiones continuas sobre la naturaleza del hacer docente y su incidencia sobre el crecimiento intelectual, a la vez que autónomo, en el aprehender de las formas de interpelar su punto de vista y la de los demás, ver el valor de la perspectiva del otro como posibilidad creciente de ahondar en acuerdos o desacuerdos cada vez más estables, pero también susceptibles de ser analizados y puestas en consideración por las miradas asumidas como verdaderas, en la medida en que se anteponen criterios de validación.

El manejo de preguntas orientadoras, claves en la consecución de las soluciones a que dieran lugar, permitirán en lo posible describir las formas en que los estudiantes obtienen las respuestas y sus posibles variantes, tanto en finalización como en los procedimientos empleados.

En este tipo de técnica, basada en la observación libre, el papel del docente es el de ser partícipe de los procesos de indagación, en el que otorgue, si es posible, preguntas adicionales a cada interrogante planteado por los estudiantes, y pueda con ello, abstraer algunos modos en que se obtienen las respuestas, así como también, comparar la eficacia del método en uso con la didáctica tradicional.

La elección de dos grupos de grado séptimo permitirá establecer la comparación entre el uso de una didáctica tradicional y aquella correspondiente a una didáctica Brousseana, comparar sus efectividades en relación al grado de conceptualización alcanzada, o por lo menos, la fundamentación en por menores de representación apoyada en lo concreto y su correspondiente transposición en lo formal, y que se pueda, con ello, argüir el grado de destreza que se promueve con los accesos que se puedan generar en términos de avance conceptual, y porque no, limitantes en relación a la naturaleza de la

|                             |
|-----------------------------|
| conceptualización obtenida. |
|-----------------------------|

## 12. Conclusiones

La investigación realizada permitió indagar en un campo de la enseñanza de las matemáticas, como lo es, la enseñanza con la utilización de materiales tangibles, y que denota un aspecto de la realidad de los estudiantes desde la cual abordar puntos de partida que hagan del conocimiento generado una exploración activa y consecuente con sus nociones previas e intuiciones, y con lo cual también estructurar formas de pensamiento y acciones de interacción propicios para desarrollar ambientes de interés e indagación por el conocimiento.

El profesorado inmerso en esta experiencia de exploración de la enseñanza con el uso de materiales, a través de diseños didácticos interactivos tangibles, abordó una perspectiva salida de la didáctica tradicional y apuntó, por lo tanto, a una didáctica activa desde el hacer en el contexto de las matemáticas, y de los estudiantes mismos, y que fue enriquecida con los aportes de ellos, los profesores, en la medida en que se planteaban interrogantes y retos de redireccionar lo explorado como experiencia generadora y potenciadora de aprendizajes en el aula.

Las formas de otorgar significaciones a los hechos de la actividad matemática se corresponde con las teorías de la didáctica antropológica de Chevallard, cuyos apartados son, a su vez, consecuente con las teorías pragmáticas del significado y, con la cual, atribuye así, a los hechos de significación, una asociación de factores interrelacionados que se influyen mutuamente, estableciendo, con ello, las referencias de significación y apoyo en los mismos hechos de construcción compartida e individual de toda empresa social.

El proceso de construcción de conceptos matemáticos, como lo es el de los números enteros, con el uso de materiales tangibles, demandó más tiempo del habitualmente necesario y requerido en los desarrollos de la didáctica tradicional, lo que, de alguna manera, fue indicativo de lo laborioso y extenso que puede llegar a ser el establecer nociones básicas de pensamiento sobre hechos reales, y que le permitan al estudiante estructurar procesos de pensamiento sobre dichas formas de acción para que sean el puente

y fundamento de sus comprensiones nocionales.

Los modelos utilizados, como lo son, el de la recta numérica y el uso de fichas, permitió establecer nociones que en el aula de clase suelen ser asumidas como evidentes, pero que en estudiantes son objeto de una mayor demanda de comprensión y, por consiguiente, de un tratamiento más acorde a sus deficiencias conceptuales y nocionales.

La manera como se asumen los hechos y situaciones de interacción suelen ser también elementos que pasan desapercibidos, pero constituyen, desde la óptica de las significaciones propias y contextuales de creación grupal e individual, elementos que enriquecen el transcurrir de las dinámicas de construcción y pueden llegar a ser tan válidas desde las posturas epistemológicas que validan los conocimientos formales enseñados en clase, pero que al ser vivenciadas y recorridas por los estudiantes como hechos propios, se da la oportunidad, con ello, de impulsar un verdadero proceso de apropiación y acercamiento, desde su contexto, a los conocimientos que asumen irreflexivamente en clase.

Como toda situación de conocimiento y exploración deja por fuera muchas otros elementos que también plantean la posibilidad de mejoras y acciones más eficaces en la intención demarcada a través de esta propuesta, uno de ellos, quizás, lo constituyó el hecho de poder establecer un más amplio espectro de experiencias básicas de estructuración nocional complementario a los de los puntos en fichas y el uso de la recta numérica, sin embargo, se puede argumentar que constituyen el foco de experiencias utilizadas y planteadas por didactas de las matemáticas y, con el cual, se resumen las tendencias de tipo de objetos físicos que extrapolan o asumen de manera análoga las operaciones matemáticas que pretenden simular y que, para muchos didactas e investigadores expertos, extensamente mencionados en este trabajo, las consideran equivalentes.

Esperando se consolide esta propuesta a futuro, por lo menos en la proyección que se hace de la misma, se espera mejorar los desempeños de estudiantes en ámbitos numéricos y, en consecuencia, los desempeños en aspectos algebraicos y lo relacionado con el cálculo de funciones y otras instancias variacionales y, aprovechar así, su papel coyuntural en la transición que se le otorga a la aritmética de grado séptimo, para el desarrollo de las instancias variacionales de grados superiores.

Por último, se puede decir que la aceptación de toda la comunidad educativa fue lo

bastante buena como para considerar, de manera conjunta, la implementación de esta didáctica de tipo Brousseano con el uso de objetos físicos en procesos de construcción compartida y activa, y considerable, en su extensión, a otros ámbitos de enseñanza. El manifiesto de los padres fue el de considerar también la didáctica de tipo activa como favorecedora de procesos de construcción más asequibles en la comprensión otorgada a los temas de suma y resta de enteros y, otorgar así, bases representativas adecuadas de acción sobre situaciones matemáticas a este nivel.

#### 7. Referencia APA del documento

Hernández, C., Ferrer, C. (2018). *Manipulo Los Números Enteros. Una propuesta didáctica para la enseñanza de la adición y sustracción de los números enteros.* (Tesis de Maestría). Universidad Santo Tomás. Valledupar - Cesar (Colombia)

|                       |                                                                           |
|-----------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| <b>Elaborado por:</b> | CRHISTIAN OCTAVIO HERNÁNDEZ VILLARREAL y<br>CLARETH YOBANA FERER GONZÁLEZ |
| <b>Revisado por:</b>  |                                                                           |

|                                          |    |         |      |
|------------------------------------------|----|---------|------|
| <b>Fecha de elaboración del resumen:</b> | 17 | Octubre | 2018 |
|------------------------------------------|----|---------|------|

## Resumen

La implementación de propuestas didácticas en matemáticas que tengan en su haber la formulación docente como forma de propiciar espacios de creación autónoma en estudiantes y enmarcadas en el contexto de las nociones que su desarrollo social, práctico y referenciable a situaciones de su conocer, le permitirá al docente elaborar, aunque no de manera simple, pero si significativa, una gama de aspectos sobre la enseñanza de su campo de saber o disciplina de conocimiento, como lo son las matemáticas, en relación a nuevas dinámicas que le permitan, al estudiante, hacerlas atractivas en el goce del descubrimiento y de enriquecerla así, para el docente, bajo nuevas perspectivas de diseño didáctico que se irán desarrollando y perfeccionando con el trasegar de sus planeaciones, ejecuciones, observaciones y reflexiones (Kemmis y Carr, 1988), asunto nada fácil, ya que, los diseños didácticos, para cada contexto, llevan en su haber, el establecimiento de nuevas relaciones que se vuelven y se descubren como funcionales o interdependientes entre sí y permiten caracterizar y particularizar nuevos entramados que se hacen preciso dilucidar desde ámbitos de construcción cognitiva, práctica, social, valorativa, emotiva, intencionada y muchos más que se particularizan y, en determinados momentos, se hacen esclarecedores y en otros no tanto, pero que, en últimas, se hacen envolventes de las formas en que se manifiestan los hechos de la significación en matemáticas, tanto en su aprendizaje, como en su enseñanza.

**Palabras Clave:** manipulación de objetos, adición y sustracción, números enteros, situaciones didácticas.

### **Abstract**

The implementation of didactic proposals in mathematics that have in their possession the teacher formulation as a way to promote spaces of autonomous creation in students and framed in the context of the notions that their social development, practical and referable to situations of their knowledge, will allow the teacher to elaborate, although not in a simple way, but if significant, a range of aspects on the teaching of his field of knowledge or discipline of knowledge, such as mathematics, in relation to new dynamics that allow the student to make them attractive in the enjoyment of discovery and enrich it, for the teacher, under new perspectives of didactic design that will be developed and refined with the transfer of their planning, performances, observations and reflections (Kemmis and Carr, 1988), not easy matter, since, the didactic designs, for each context, have under their belt, the establishment of new relationships that they come back and are discovered as functional or interdependent among themselves and allow to characterize and particularize new frameworks that need to be elucidated from cognitive, practical, social, evaluative, emotive, intentional and many more that are particularized and at certain times are made enlightening and in others not so much, but in the end they become enveloped in the ways in which the facts of meaning in mathematics are manifested, both in their learning and in their teaching.

**Key Words:** manipulation of objects, addition and subtraction, whole numbers, didactic situations.

## Introducción

Es bien sabido que las matemáticas presentan, desde un punto de vista pedagógico y didáctico, un sinnúmero de aspectos-problema relacionados con la naturaleza del lenguaje que ella misma utiliza y su enseñanza, ya que, como las otras ciencias, propende por utilizar términos, símbolos y formas de referenciar la realidad y los constructos que le son propios, y que, en un determinado momento se convierten, para el estudiante, en un obstáculo que es preciso dilucidar en relación a aquel aspecto de la naturaleza de dicho lenguaje, hablado o escrito, que hace que los procesos de comprensión se dificulten y se conviertan, en muchas ocasiones, en un asunto de reto pedagógico y didáctico para los docentes en cuanto querer y hallar recursos, metodologías y mejores formas de enseñanza que faciliten procesos de comprensión al estudiante, y que permitan un cambio y comprensión significativa de los enunciados matemáticos.

Es también sabido que las matemáticas, según estudios históricos y epistemológicos, nacen de un proceso de interacción con el entorno, con lo que, para los procesos educativos, es preciso indagar formas de interpretación, uso de algunos preconceptos, formas de referenciar situaciones, propensión por parte de las matemáticas a denotar y connotar y, en fin, de configurar ciertas nociones de base y de génesis conceptual que podrían ser potencialmente buenas, o en algunos casos, obstaculizadoras de las conceptualizaciones a que hubiere podido acceder el estudiante (Mockus A., Hernández C., Granés J., Charúm J., Castro M,1994).

Pero más allá de los procesos cognitivos ligados al estudiante y de las posibilidades de aprendizaje que con ellos se podrían consolidar con el conocimiento hipotético de ciertos principios de teorías cognitivistas que son, entre otros, los enfoques que más han intentado dominar y dimensionar los proceso de enseñanza y aprendizaje (Camilloni, 2007), la postura asociada a dar una importancia a la enseñanza como uno de los focos que posibilitaría y complementaría ese proceso de aprendizaje, lleva a pensar también que el discurso, las formas, las metodologías, los recursos utilizados, los ambientes de aprendizaje, las intencionalidades comunicativas, y en fin, el cúmulo de aspectos que podrían estar asociados a los procesos de enseñanza, remite a la idea de que, lo que se muestra como ideario de acción y de intencionalidad docente, detalla una perspectiva de

posibilidades para que, lo cognitivo, pueda también ser consecuente con lo práctico y lo asociado a los desarrollos de la enseñanza.

A continuación, detallaremos de manera breve, los capítulos que conforman este documento:

En el primer capítulo se definieron los objetivos de investigación, uno general, que corresponde a dilucidar y aplicar una metodología didáctica que posibilite el cambio de las prácticas de enseñanza de los docentes en el área de matemáticas de la institución educativa Milciades Cantillo Costa y que permita, a los estudiantes de esta institución, avanzar en la comprensión del lenguaje matemático a través de interpretaciones enmarcadas en el planteamiento de situaciones didácticas que involucren el manejo concreto de objetos, que faciliten transposiciones didácticas en diferentes contextos interpretativos, analizar sus traslapamientos así como su significación según los conceptos pretendidos en la enseñanza de los números enteros; a través de la estrategia didáctica manipulado los números enteros, luego los objetivos específicos entre los que se encuentran el diseño y aplicación de secuencias didácticas que tengan un enfoque de enseñanza de tipo Brousseano.

El segundo capítulo corresponde a los referentes, entre los que se tiene inicialmente, los referentes epistemológicos y metodológicos: donde se incluyen la investigación en didáctica y la investigación-acción; seguidos de los referentes contextuales que a su vez involucran las características socio-culturales, la normatividad y el modelo pedagógico adoptado por la institución en su proyecto educativo institucional. Finalmente, se presentan los referentes teórico-conceptuales, los cuales están formados por, la didáctica como campo de conocimiento, la didáctica general y las didácticas específicas, estableciendo sus relaciones y diferencias.

En el tercer capítulo, se aborda la problemática didáctica inicial en relación con los derechos básicos de aprendizaje, estándares y competencias, luego en relación con los índices sintéticos de calidad: pruebas externas; sigue un espacio para las categorías emergentes y finalmente se visualizan los antecedentes de investigación.

En el cuarto capítulo, se presenta la propuesta didáctica “manipulando los enteros”, mostrando los propósitos de la implementación, el diseño y su respectiva reflexividad. Finalmente se muestra la Estrategia, la metodología y las técnicas.

En el quinto capítulo, se detalla paso a paso la implementación, cada una de las 4 secuencias didácticas y sus respectivas reflexividades terminando en unas reflexiones generales.

El sexto capítulo, contiene el análisis de datos (matriz de triangulación), luego los resultados por categorías y subcategorías, luego de la triangulación de datos, posteriormente los hallazgos, la proyección de la estrategia a dos años y finalmente las conclusiones de la propuesta como tal.

## **1. Identificación De La Problemática**

### **1.1 Características socio-culturales**

Para el análisis hemos dividido nuestra comunidad educativa en tres sectores a saber: una que contempla la población de la sede principal, el grupo dos que por su situación socio-económica presenta las mismas características como lo son las sedes 25 de Diciembre y Villa Fuentes, y el grupo tres la sede rural Las Casitas.

La institución educativa Milciades Cantillo Costa, en su sede principal, se encuentra ubicada en el barrio Villa Fuente, en la zona sur-occidental de la ciudad de Valledupar y con tres sedes ubicadas en barrios y veredas aledaños como el 25 de diciembre y las Casitas en zona rural. El estrato socio-económico de los estudiantes que pertenecen a la institución es medio bajo, y bajo en su gran mayoría; las viviendas son de estrato uno y dos. El modelo de organización familiar de las comunidades mencionadas, a la cual pertenece la institución es: Familia nuclear (35%); los niños que viven con uno de los padres corresponde al 40%; Familias disfuncionales o con problemas de conformación es del 25%. La población estudiantil proviene de familias de escasos recursos económicos, sustentada en la gran mayoría por oficios varios, oficios domésticos, comercio esporádico, empleos en fábricas, empleos en el comercio, y en general trabajo informal. Su población adulta se dedica: Un 5% al magisterio, 5% enfermería, el 20% empleados públicos y empresas privada en diversos cargos, 20% son obreros en diferentes campos y el 45% restantes se dedican al comercio informal como vendedores de gasolina, venta de minutos, y ventas ambulantes. En Cuanto a la salud, recurren al hospitalito Eduardo Arredondo por quedar dentro de la comunidad, aunque últimamente la gran mayoría de familias están sisbenizadas.

Existe un gran número de familias lideradas por madres cabeza de hogar, que la mayoría de las veces tienen que dejar a los niños solos en el hogar o en compañía de adultos que no ofrecen un control sobre los niños, presentándose un gran número de niños que se dedican al trabajo, o sencillamente permanecen solos en la casa. Estos niños por su inestabilidad en el hogar presentan altos grados de deserción escolar o mortalidad académica a los cuales no se les brindan los elementos esenciales para asistir a la escuela.

La zona rural está conformada por el corregimiento de Las Casitas, ubicado a 12 Kilómetros, a 15 minutos de Valledupar, a través de un camino destapado, su población es de aproximadamente 300 habitantes, conformada por 115 familias, que se desempeñan en

la elaboración y comercialización de ladrillos, a la agricultura o al comercio informal, la sede solo posibilita educación de preescolar y básica primaria, los estudiantes de básica secundaria son transportados para la sede principal.

La institución educativa central cuenta con implementación de algunos servicios técnicos como internet con señal de Wifi, computadores portátiles en salas de informática, punto vive digital, servicio de fotocopidora y salas de énfasis o de formación técnica como corte y confección, electricidad y contabilidad, igual existe convenio establecido con el Sena para capacitar en estas áreas o énfasis. En este último año se ha implementado una sala de bilingüismo como estrategia para reforzar en idiomas extranjeros con énfasis en inglés.

El nivel de formación de padres de familia y personas de la comunidad es escaso a nivel académico, lo que se refleja en dificultades también de interés y responsabilidad en un número importante de estudiantes, pero con el trabajo realizado por parte de docentes se ha logrado disminuir el efecto que esto tiene sobre el rendimiento académico, de hecho ya algunos egresados han alcanzado niveles profesionales o de nivel universitario lo cual ha sido satisfactorio.

La cultura en la comunidad está asociada en gran parte a convivencias un poco difíciles debido a la localización e identificación de zonas con afluencia delincinencial, pero en general procurando la convivencia en la tolerancia y el respeto.

### **1.2 PEI: Modelo pedagógico**

El PEI, de la Institución es un proceso permanente en construcción, con unos antecedentes que datan del año 2002 después de haberse promulgado las leyes 115 y 715, convirtiéndose así en un proceso de investigación en el que cada año hay nuevos interrogantes por resolver y nuevas metas que alcanzar que conduzcan a una mejora continua del mismo. El PEI está fundamentado en la competencia ciudadana, en formación para el trabajo mediante la metodología SENA, en la democracia, valores que exige la sociedad de la Colombia del siglo XXI, se busca la transformación de la realidad Educativa a través de la innovación, los proyectos de aula y la propuesta del proyecto curricular.

Los principales insumos para el trabajo final lo constituyen los documentos sobre autoevaluación institucional y planeación, los procesos de elección del gobierno escolar y

los procesos para llegar a los pactos de aula y Manual de Convivencia, la toma de decisiones y la gestión del Rector.

Se imparte la educación de acuerdo con los fines de la educación establecidas en el artículo 5° de la Ley General de Educación, de acuerdo con la formación para el trabajo, atendiendo a las competencias laborales a través de los énfasis, a tono con las exigencias locales, nacionales y regionales en los niveles de preescolar, básica primaria, básica secundaria y media. Nos muestra una clara visión de cómo alcanzar los logros planteados por la comunidad educativa dando respuesta a los intereses y necesidades de la misma.

Se evalúa la organización, la gestión, y la academia de acuerdo a los estándares y el comportamiento teniendo en cuenta nuestro manual de convivencia, con el fin de establecer mejorías cada día que afiancen el proceso. Nuestro P.E.I surge como respuesta a la realidad que se vive en la comunidad como: la carencia de oportunidades y opciones para el acceso del hombre común de la comunidad Valduparense, a la cultura universal, la ciencia y la tecnología.

La vinculación de la comunidad forma parte de una estrategia que la involucra participativamente, que busca no solamente describir los problemas y situaciones o expectativas y anhelos, sino también generar acciones adecuadas para que el trabajo sea en común, los criterios más unificados, la responsabilidad y la participación sea más real y se den los cambios esperados mediante una gestión administrativa y unos procesos pedagógicos verdaderamente óptimos.

Para los procesos pedagógicos y énfasis ofrece tres talleres medianamente dotados, uno para electricidad, uno para confecciones y otro para contabilidad; posee una sala de audiovisuales con una amplia biblioteca y laboratorios de física y química.

### **1.3 Identificación De La Problemática Didáctica**

#### **1.3.1 Diagnóstico**

Una de las situaciones que más influyeron en el planteamiento del problema, asociado con los bajos niveles de comprensión en estudiantes de matemáticas de grado séptimo en el tema de números enteros, está relacionada con la dificultad de interpretación del lenguaje matemático, por un lado, y por otro, la práctica docente puesta en consideración como elemento mediador y posibilitador de accesos más favorables en las

dinámicas de exposición, problematización, contextualización, modelización e interpretación de conceptos de las matemáticas en este grado. Las didácticas tradicionales enfocan su gestión en una labor de verbalización excesiva, lo que Brousseau denomina como predominio de un contrato didáctico de emisión y en el cual resalta solo la labor expositiva de conocimientos sin llegar a cuestionarse, el docente, a cerca de las dificultades de recepción generadas por estas situaciones unidireccionales de comunicación y que, por lo tanto, ponen en entredicho el tipo y nivel de comprensión obtenida por el estudiante; así las cosas, en matemáticas, específicamente en el tema de números enteros, se presentan dificultades relacionadas con bajos rendimientos y comprensión no estable de conceptos y operaciones en enteros y que aquí se pretende enfocar en los temas de adición y sustracción de dichos números como uno de los focos de atención que genera dificultades en las temáticas y grados subsiguientes en el que se tenga que ver con el uso de enteros y de las cantidades en general.

A partir de la indagación acerca de las situaciones problema más relevantes en didáctica, en la institución educativa Milciades Cantillo Costa, se realizaron entrevistas a docentes, grupos focales y reflexiones acerca de nuestras propias prácticas docentes, llegando a la conclusión que existen dificultades en el proceso de enseñanza de las matemáticas, y que son más evidentes en temas que involucran conceptos manipulables en el entorno de los estudiantes, como son los números enteros.

En relación con los DBA, estándares y competencias.

La educación de calidad es un derecho fundamental y social que debe ser garantizado para todos. Presupone el desarrollo de conocimientos, habilidades y valores que forman a la persona de manera integral. Este derecho debe ser extensivo a todos los ciudadanos en tanto es condición esencial para la democracia e igualdad de oportunidades.

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) presenta en los derechos básicos de aprendizaje (DBA) un conjunto de aprendizajes que deberán aprender los estudiantes en los diferentes grados de educación escolar y en las áreas fundamentales.

En esta ocasión se destaca el grado séptimo y el área de matemáticas específicamente en el grado sexto los DBA 1, 2 y 3 que hacen referencia a:

Interpretación de números enteros con sus operaciones en diferentes contextos, al resolver problemas en los que intervienen cantidades positivas y negativas.

Utilización de las propiedades de los números enteros y las propiedades de sus operaciones para proponer estrategias y procedimientos de cálculo en la solución de problemas donde propone y utiliza diferentes procedimientos para realizar operaciones con los enteros.

Reconocimiento y establecimiento de relaciones de orden y equivalencia entre elementos de diversos dominios numéricos y los utiliza para argumentar procedimientos sencillos.

En relación con los índices sintéticos de calidad: pruebas externas

Los resultados obtenidos en pruebas externas, a nivel nacional, en lo que tiene que ver con pruebas saber en todos los grados, sitúan a la institución educativa Milciades cantillo Costa para el año 2018 en un nivel medio, con unas valoraciones en aspectos de competencias, categorizadas como básicas, medias, altas y superiores, supeditadas y descritas desde la poca interpretación de enunciados y comprensión de problemas, lo que evidencia una dificultad sentida en los aspectos interpretativos y propositivos. Los aspectos literales y de argumentación textual fueron caracterizados como ceñidos a la operatividad matemática, desligada de la interpretación y de la comprensión, lo que evidencia también una carencia en la contextualización de las situaciones matemáticas y el otorgamiento de un sentido a las mismas.

Los aspectos numéricos, en lo que tiene que ver con la capacidad para identificar situaciones diferenciadas en cuanto signo, manifestaron una propensión a la confusión entre aspectos relacionados con la magnitud y el número, es decir, entre cantidad y la inclusión del signo como parte inherente a la misma, asunto que no fue explicitado como tal, pero que fue corroborado con el análisis de resultados en pruebas simulacro realizadas de manera previa a nivel institucional.

Situaciones de asignación de signo a funciones de acuerdo a su comportamiento y gráfica mostraba una tendencia a fijarse en los valores absolutos más que en los variables, lo que, para gran parte del estudiantado, conllevaba a tendencias de desconocimiento de los posibles valores de una variable en relaciones multiplicativas o inversas a la potenciación. Esto de alguna forma también fue considerado en su génesis desde los números enteros, ya que en esta parte conceptual aún se pudo notar las falencias procedimentales básicas y de

conocimiento que podrían estar ligadas a fallas conceptuales e interpretativas en lo algebraico y variacional.

A pesar de que los ámbitos de interpretación y argumentación entre sistemas numéricos de variable continua y discreta podrían ser disímiles, la relación de causalidad asociada a una tendencia de no diferenciación entre cantidades positivas y negativas, basaba el salto asociado a esta problemática, desde lo nocional e interpretativo de las situaciones de conteo directo e inverso, en los enteros como uno de sus orígenes. Esto sumado a las reflexiones de nuestra propia práctica docente, los grupos focales y las entrevistas, que ayudaron a enfocar el tipo de problema para nuestra investigación.

## **2. Objetivos**

### **2.1 Objetivo General**

El objetivo general de este estudio es:

Desarrollar una estrategia didáctica que permita a los estudiantes la comprensión del lenguaje matemático a través del manejo concreto de objetos en la enseñanza de los números enteros.

### **2.2 Objetivos Específicos**

Diseñar estrategias didácticas desde un enfoque Brousseano, para la enseñanza de la adición y sustracción de números enteros, a través de la manipulación concreta de objetos para la construcción de los conceptos básicos en este tema.

Usar representaciones e interpretaciones de situaciones del contexto, con el uso de objetos físicos y juegos didácticos, para generar la comprensión de conceptos relacionados con los números enteros y sus operaciones.

### 3. Antecedentes de investigación

A nivel local no se tiene conocimiento de investigaciones sobre limitaciones conceptuales en matemáticas con enfoques de tipo lingüístico por un lado, y por otro, crítico, que propenda por una caracterización, desde lo antropológico, en una dilucidación de aspectos culturales y también comunicacionales que den cuenta de la incidencia de estos aspectos en las maneras como es asumido el conocimiento según formas de pensar en contexto.

A nivel nacional se tiene conocimiento de las investigaciones desarrolladas por el Grupo Pretexto de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas en el tema: “La comunicación en la matemática escolar” (1999), también se conocen las investigaciones de un grupo de profesores de la Universidad Nacional coordinado por el Dr. Carlos Federicci en el tema: “Articulación entre conocimiento común y Conocimiento Escolar y sus implicaciones sobre la voluntad del saber y las formas de conocimiento racional propias de las matemáticas y las Ciencias Naturales” (1994), así como otras más recientes que sería muy extenso enumerarlas pero de una gran importancia en esta investigación.

Otros trabajos corresponden a tesis de grado a nivel de doctorado y maestría en los que también se realizan estudios sobre la influencia del contexto en términos culturales y el lenguaje común tales como el desarrollado por María Teresa Garzón (2015), en su tesis Desarrollo Y Comprensión De La Semiótica Matemática A Partir De La Semiótica Lingüística Y El Lenguaje Común, en la Universidad Distrital Francisco José De Caldas. Este trabajo nace de dos necesidades principalmente. La primera como respuesta a las preguntas ¿Cuáles son los niveles de comprensión del signo matemático, por parte de los estudiantes de noveno de un colegio de la localidad de Fontibón en Bogotá Colombia? y ¿Existe alguna o algunas relaciones entre el signo lingüístico y el signo matemático, utilizadas por los mismos estudiantes? Estos cuestionamientos surgen a partir de diferentes observaciones a los estudiantes de grado noveno y los diferentes diálogos con mis pares académicos, para determinar las causas de la altísima reprobación en el área de matemáticas. Este trabajo se relaciona mucho con la propuesta de investigación planteada para éste en la manera como pretende abordar situaciones relacionadas con las ideas que suscitan los signos matemáticos en relación a los conceptos que con ellos se pretende comunicar y la forma como dicha representación podría estar preconfigurando traslaciones

a aspectos espaciales y de orientación en relación a las partes del texto matemático que se pretende comunicar. En fin como el signo matemático suscita ideas de orientación e incluso de acción de acuerdo a su naturaleza preconfigurativa como objeto de acción más no de relación. El factor contextual aquí también es considerado esencial en la manera en que la comunicación de los significados se contrapone a la de los signos utilizados para simbolizar relaciones o conceptos matemáticos, pero la contraposición contextual no se considera en gran manera desde lo gnoseológico, es decir, no se asumen caracterizaciones de las acciones sobre los objetos matemáticos teniendo en cuenta la manera como el estudiante relaciona las mismas acciones sobre los objetos matemáticos con las dadas a nivel motriz o contextual-kinésico, así como también contextual-espacial, contextual-comunicacional o contextual-semántico que podría derivar en variantes interpretativas cuando se hace referencia de los objetos matemáticos y sus significados y la forma como son influenciados por factores de comprensión desde otros ámbitos de conocimiento.

Otros como el titulado *Influencia Del Contexto En El Proceso De Resolución De Problemas De Probabilidad Condicional En Estudiantes De Grado Once* de Gladys Mejía Osorio & lady Yamile sierra blanco (2013), tesis de maestría de la Universidad nacional de Colombia en el que se pregunta ¿Cómo influye la estructura y el contexto en la resolución de problemas de probabilidad condicional?, ésta pregunta se pretende responder a partir de dos referentes importantes: el primero basado en el estudio de investigaciones previas relacionadas con nuestro campo de estudio (la probabilidad condicional), específicamente estudios relacionados con la estructura y el contexto en que se pueden formular los problemas y el segundo a partir del análisis de una propuesta de intervención diseñada para recolectar información acerca de la manera como los estudiantes de grado once desarrollan procesos de solución de problemas de probabilidad condicional presentados en diferentes contextos y con distinta estructura. Con este trabajo se pretende también asumir el papel del lenguaje como trasfondo de comprensión de problemas relacionados con la formulación de enunciados matemáticos y la manera como se podrían estar estableciendo tendencias de comprensión en la manera en que las palabras suscitan o trasladan a otro campo semántico y por ende estableciendo desfases de contexto y significación. En este trabajo a diferencia del anterior no hay un enfoque en relación a los signos y su tratamiento por parte de los estudiantes y la manera como esos signos inciden en el ámbito operacional.

Dificultades Que Identifican Los Estudiantes A Través De La Metacognición En El Aprendizaje De Las Matemáticas En Educación Secundaria (2014), tesis de Maestría de la Universidad Nacional de Colombia cuyo autor es Erika Andrea Quintero García. Por medio de la cual se le apuesta a la identificación de dificultades a partir de la conciencia metacognitivas de los estudiantes de secundaria durante el aprendizaje de las matemáticas garantizando un alto grado de objetividad en el análisis, caracterización y comprensión de dificultades, que contribuirán a mejores estrategias de enseñanza direccionadas a las necesidades específicas de los estudiantes. Este trabajo asume de forma general el trasfondo de conciencia asumido por los estudiantes en relación con la ubicación que realizan de manera continua durante los procesos de internalización, asimilación y comprensión de los conceptos matemáticos, que estrategias les permiten estar más cómodos en relación a la comprensión, retención, reproducción, aplicación y, en general, de desglose en términos, de precisar los significados en el contexto o contextos propios de la matemática. Es más, una investigación de carácter de indagación pluricontextual en relación a la forma como el aprendiente asume conciencia de los contextos en los cuales ubicarse y las estrategias que aplica para poder desenmarañar conceptos y contenidos de acuerdo a los diferentes contextos que se suscitan durante los procesos de comprensión.

*El Lenguaje Y la Trigonometría: Una mirada desde el planteamiento y la Resolución De Problemas* (2013) de la Universidad Industrial de Santander cuya autora es Magda maría Del Pilar Peralta y Gladys Soraya Rodríguez Galvis. El objetivo de esta investigación fue describir y analizar la influencia del lenguaje cotidiano en el planteamiento y la resolución de problemas de trigonometría, que contribuyera en la reflexión y clarificación de la importancia que tiene para los estudiantes el conocer la naturaleza de los términos matemáticos y no matemáticos. De manera similar que a uno de los trabajos anteriormente mencionados se pretende esclarecer el uso diferenciable de términos utilizados en ésta área y la manera como pueden suscitar significados articulados con el contexto, así como también, la forma como este ejerce, de manera mutua, su incidencia en la comprensión de los mismos.

Así, todas estas propuestas investigativas están encaminadas a vislumbrar la influencia de factores contextuales, de comunicación y por ende culturales que podrían estar incidiendo en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas.

## 4. Referentes

### 4.1 La investigación en didáctica.

La didáctica como ciencia en construcción, que en un sentido ideal aboga por la elaboración de unos referentes descriptivos o normativos (Camilloni, 2007), en los que se puedan soportar unos aparatos conceptuales que permitan hacer del ejercicio o la práctica de la enseñanza una fenomenología ajustada a categorías de conocimiento cada vez más pertinentes y clarificadoras de las situaciones propias del acto mismo de enseñar.

Las situaciones de la enseñanza, desde el enfoque de la investigación acción, no están supeditadas a libretos o predicciones de lo que acontece en el acto mismo de la enseñanza, en cuanto son situaciones que hacen de cada momento un fenómeno particular, que se hace necesario de reconstruir y enmarcar como suceso de análisis y reflexión y volver nuevamente sobre lo acontecido como hecho de enseñanza, reformulando constantemente una serie de elementos que hacen del mismo acto de enseñanza una práctica cada vez más ajustada, eficiente y consciente de que lo que acontece en los escenarios educativos. Lo anterior está supeditado a dimensiones y nociones que se hace necesario esclarecer como elementos influyentes el uno sobre el otro, interactuantes y determinantes de escenarios y situaciones que prescriben y orientan problemáticas en muchos sentidos. Sin embargo el carácter descriptivo establece una recurrencia en lo prescriptivo, ya que, como todo apartado conceptual en expansión, clarifica unos criterios de validación sobre lo formulado en el estudio de la acción educativa y, por consiguiente, un marco de elaboraciones que se somete a cuestionamientos con la puesta en práctica de ciertos principios que pueden ser comunes a todas las acciones educativas, más específicamente de las áreas de conocimiento, estableciendo con ello, un marco general de la didáctica denominada Didáctica General que, sin ser generadora o contenedora de las teorizaciones que se realizan desde dichas áreas, establece unos apartados que permiten explicar o describir situaciones relacionadas con su enseñanza y, a su vez, recibir aportes que le permitan enriquecer su acervo desde las particularidades de cada una de dichos apartados (Camilloni, 2008, citado por Civarolo, 2014). Se entretejen así, una serie de teorizaciones que no son ni particulares ni generales en un momento dado, pero coadyuvan en la conformación de frentes de conocimiento común y no común que enriquecen la construcción de una teoría general de la didáctica, generando tensiones que se relativizan,

se acentúan y, en otros casos, se agudizan y que, por lo tanto, requieren volver a la práctica misma para recomenzar.

Es de anotar que según Schwab (1971, citado por Botía, 1993), las diferencias entre disciplinas teóricas y prácticas es que, las primeras, se orientan hacia preguntas y supuestos de lo observable, mientras que las disciplinas prácticas lo hacen hacia soluciones, es decir, buscan en los hechos, soluciones tangibles que promuevan una situación que es reflexionada y puesta en escena como resultado del replanteamiento de la misma en su nueva realización. Según Rivilla & Mata (2009); la didáctica es una disciplina caracterizada por su finalidad formativa y la aportación de modelos, enfoques y valores intelectuales más adecuados para organizar las decisiones educativas y hacer avanzar el pensamiento, base de la instrucción y el desarrollo reflexivo del saber cultural y artístico. (pág. 5)

Las teorías didácticas buscan describir, explicar y dar forma a las prácticas de la enseñanza, por lo que se consideran teorías para la acción (Camilloni, 2009), sin embargo su delimitación y objetividad en torno a los aspectos de la enseñanza es algo que transcurre en el acontecer diario de las experiencias, en las cuales se describen ciertas relaciones, en las que se busca, además, establecer la confirmación de unos apartados, por un lado, teóricos y por otro prácticos, a los que se pretende enmarcar en la teoría existente, o por el contrario ajustarlos a una nueva relación teórica, por lo menos desde lo nocional, que le permita al docente prefigurar un aspecto que, en lo posible, sea dilucidado como pertinente en el actuar de su quehacer diario, a esto se le llama, en teoría didáctica, praxis.

La investigación en didáctica debe por lo tanto favorecer los aspectos de una teoría práctica que aflora y nace en el seno mismo de los acontecimientos de los hechos educativos, en la práctica docente, en el acervo de conocimientos que pudiendo ser prácticos, en el sentido de otorgar un sentido que se configura con la realización misma del acto de enseñar, no olvida que ese hacer y registro de las acciones y sus conflictos, particularidades y problemas albergan la posibilidad de ser materia de discusión y cuestionamiento en la búsqueda de prácticas educativas exitosas, y que, al ser exitosas establecen la posibilidad de ser estudiadas en el entramado de las relaciones entretejidas de un sin-número de factores y elementos que podrían estar configurando teorías de la enseñanza en didáctica que, cada vez, se particularizan y se hacen más complejas pero a la vez complementarias.

Las posibilidades del significado se asumen, en general, dentro de dos perspectivas, denominadas, según la epistemología del conocimiento, como “realista o figurativa” y la “pragmática” (Kutchera, 1979, Citado por D’Amore & Godino, 2007), según las cuales, para el caso de la primera se asume una relación convencional entre el signo y la entidad concreta o ideal que existe independiente del signo lingüístico y, por lo tanto, suponen un realismo conceptual, es decir, se asume una perspectiva idealista en el que los apartados conceptuales que puedan derivarse de parcialidades de la realidad referenciada son cerrados en sí mismos y poco susceptibles de ser sometidos a variaciones o análisis interpretativos desde otras realidades o significaciones alternas; por otro lado, desde la segunda perspectiva, se asumen significaciones desde lo vivencial, en el que las acciones y los hechos realizados sobre objetos y situaciones, así como de las relaciones suscitadas entre personas establecen significaciones ligados a diversos aspectos que van desde lo emocional, lo práctico, lo interpersonal, lo individual, lo escénico y lo convencional entre los sujetos que participan de la construcción en significado. La significación encuentra, por lo tanto, en aspectos que son acompañantes de la interacción entre los sujetos, el medio y el desarrollo de las mismas interacciones una configuración de nociones entre los significados y las situaciones que los suscitan, lo que plantea también la posibilidad de vincular la influencia del contexto como telón de fondo que permite interpretar situaciones de conocimiento y sus variantes y, por ende, de asumirlo como elemento de valor en la generación del conocimiento propio en los escenarios de conocimiento (Chevallard, Citado por D’Amore & Godino, 2007).

#### **4.2 La investigación-acción**

La teoría didáctica propone soluciones a las problemáticas de la enseñabilidad de conocimientos en el aula, que sean posibles de obtenerse de forma argumentada y alimentada con el análisis del complejo de variables que intervienen en dicho acto (Camilloni, 2007) y, como constructo teórico, aboga por unos marcos lógicos de elaboración que es necesario poner en cuestionamiento constante; tal elaboración de los apartados teóricos no pueden ser simplistas o demasiado complejos como para elucubrar de forma ilógica unos conocimientos que soporten una definición de una problemática de estudio plausible de identificar, tratar, moldear y crecer en su conocimiento. La forma en que deben abordarse los problemas pertinentes a la didáctica conlleva a un tratamiento del

fenómeno del acto educativo como inmerso en un todo complejo, en el cual, convergen aspectos que son necesarios tratar de manera integrada y, con los cuales, construir apartados que sean conocedores de los hechos y situaciones que sean exitosos, a la vez que problemáticos, permitiendo, con ello, acercarse a una perspectiva cada vez más eficaz en la consolidación de actos educativos y de enseñanza más acordes con las necesidades y realidades de los estudiantes (Camilloni, 2007).

Una perspectiva en investigación que ha permitido un tratamiento plausible con una didáctica que propenda por un cambio en las formas de pensar de los estudiantes y docentes, acompañado de un mejoramiento partícipe y mancomunado de sus actores lo constituye la Investigación-acción, la cual, desde una perspectiva como la planteada por Kemmis (1984), establece una forma de indagar reflexivamente por quienes participan (profesorado, alumnado y directivas) en las situaciones sociales (en la que se incluyen las educativas) con el fin de mejorar la calidad de sus propias prácticas sociales o educativas y su comprensión sobre las mismas así como las situaciones en las que se realizan estas prácticas. Sin duda esto constituye un enfoque crítico, ya que propende por un mejoramiento autónomo de las comunidades, reflexionar sobre sus acciones, teorizar sobre las mismas y en cierto modo propender por un inacabado ciclo de mejoramiento continuo que se da con la intervención permanente de sus protagonistas.

Lomax (1990, citado por Murillo, 2011) establece que la acción educativa es una intervención en la práctica profesional con la intención de causar una mejora, pero basada en la investigación, ya que es una investigación disciplinada.

Según Lewin (1946) la investigación acción no tiene el carácter separado o disyuntivo de la investigación y la acción, ni tampoco simultáneo, sino por el contrario, el ciclo o bucle retroactivo o retroalimentado de investigación y acción, ya que dicho complemento le permite a las comunidades sobre las cuales se aplica, indagar y reflexionar continuamente sobre sus acciones con el fin de mejorarlas y encontrar nuevas situaciones de superación continua a los retos planteados en términos de cambio y de avance en nuevas problemáticas que se dan con el ejercicio continuo de sus prácticas.

Una de sus características según Kemmis y McTaggart (1988, citado por Murillo, 2011) establece que, además de ser participativa propende por crear comunidades autocríticas, con personas que se hacen partícipes y colaboran en cada una de las fases del

proceso de investigación. Además, es colaborativa, crea comunidades autocríticas con la participación de todos los implicados o actores en el proceso de investigación. En ella se teoriza sobre la práctica y es de ámbito político por que las decisiones que se tomen determinan cambios que afectan a todas las personas. Se expande en ciclos de espiral de planificación, acción, observación y reflexión acogiendo nuevas y más situaciones de mayor complejidad que establecen un mejoramiento continuo e inacabado; en fin, es un proceso de renovación constante a cerca de los modos de abordar las situaciones.

En palabras de otros investigadores:

La investigación acción reúne características tales como el ser práctica, porque el hacer no necesariamente le reviste una importancia teórica, sino que este hacer es mejorado continuamente con la puesta en ejercicio del quehacer. Es participativa y colaborativa, ya que el investigador y las personas interesadas proponen también posibles aportes en pro del bienestar de la comunidad en la que están. Es emancipatoria, ya que las personas que participan tienen igual importancia que las demás. Es interpretativa, ya que lo observado es importante para poder comprender las problemáticas que subyacen. Es crítica, ya que los participantes cambian su actuar en la medida en que hacen conciencia de sus actos. (Murillo, 2011)

Según lo anterior, se podría decir que, una investigación sobre didáctica en enseñanza de las matemáticas podría optar por un enfoque metodológico-investigativo consecuente con la investigación-acción, ya que el indagar sobre unos procesos de enseñanza que han sido siempre moldeados según unos modos de operar en el aula, más de corte tradicional y ceñido a la exposición de métodos muchas veces poco innovadores, o poco exploratorios de nuevas alternativas que brinden oportunidades de cuestionar el sentido y la forma a los procesos de enseñanza, en el que se desconoce muchas veces la opinión o el pensar de los estudiantes y de todas las personas que de alguna forma contribuyen con ese entramado de acepciones en el conocimiento, favorecería en gran manera un modo de conocer las dificultades que se afrontan en los procesos de enseñanza. Permitiría, así, indagar y poner en cuestionamiento el papel del docente como agente interactuante y facilitador de conocimientos, de los modos en que es consciente de sus métodos de enseñanza, así también, de los estudiantes en su papel de intérpretes, poniendo así en común una manera dialógica y compartida con la construcción e identificación de

maneras de acceder a prácticas de enseñanza más cercanas a las necesidades y vivencias de las personas que hacen parte del acto educativo.

#### **4.3 Teórico-conceptuales**

La manera como la enseñanza adopta una metodología, una forma de discernir el camino que conduzca al aprendizaje de saberes escolares o de otra índole, en donde el objeto de la misma, los contenidos mismos, pero también el acompañamiento de un sinnúmero de factores ligados a ellos, tales como, lo filosófico, lo social, lo cognitivo, etc., buscan un fin planeado que se plasma, entre otros aspectos, en el nivel de conocimiento, ambientes de aprendizaje, métodos, recursos, puesta en práctica, significación, relaciones docente alumno, tipo de evaluación, etc. y que estructuran de forma consciente o inconsciente un hacer que define así una caracterización de la enseñanza y condiciona esto, en alguna medida, el aprendizaje, en cuanto maneras de acceder a las instancias de escenarios educativos y del conocimiento en sí, y que establecen por lo tanto una ruta de interacción entre los protagonistas del hecho educativo.

La didáctica como disciplina emergente boga por diferenciar sus constructos de una teoría curricular, así, el hecho de que en didáctica se estudien factores asociados al tipo de enseñanza con todas sus facetas de tipo metodológicas, de contenidos, relaciones docente-alumno, ambientes de aprendizaje, secuenciación, distribución de actividades, énfasis de formación, intencionalidad de la enseñanza, etc. cuestiones que en algún momento también son pertinentes desde lo curricular, el objeto de la didáctica enmarca estos aspectos desde una perspectiva asociada al acto mismo de la enseñanza, desde lo específico en el aula y de lo caracterizable del acto de enseñar, lo teorizable desde teorías educativas, y desde la didáctica misma, propende por construir apartados que le permitan al ejercicio de la enseñanza una conceptualización que tenga en cuenta las diferentes perspectivas desde las cuales son asumidas las prácticas educativas y de enseñanza; Feeney (2007, Citado por Pico, s.f.) en su propuesta establece que no es posible estudiar la didáctica general sin considerar el impacto que ella ha tenido en la teoría curricular. Lo curricular pretende, en un momento dado, esbozar el estudio de construcciones respecto de lo que es una estructura secular desde lo macro en términos sociales y, por demás, en el ámbito educativo, sus repercusiones en la escuela y en lo caracterizable de la enseñanza desde unos supuestos generales que enmarcan en políticas y visiones de lo social un acervo de hechos y

situaciones que condicionan la escuela y lo pertinente de su formulación en términos de hacer, ser y existir, sin embargo, lo didáctico como disciplina emergente, o por lo menos reenfocada en su visión del objeto de estudio, propende por estudiar hechos que le atañen a la enseñanza desde lo caracterizable de una teoría curricular, pero matizada bajo el enfoque de una corriente práctica que ve en el hacer de la enseñanza una problemática asociada a las intencionalidades y, como ello es propicio para hacer de la misma un hecho factible en el conseguimiento favorable del aprendizaje.

Establecido así el panorama de la didáctica como disciplina, se hace necesario entonces la ubicación de la problemática de la enseñanza de los números enteros como un discurrir en el acervo de enfoques de la didáctica, en este caso didáctica de las matemáticas. Algunos enfoques en la enseñanza de las matemáticas propenden por visiones cognitivistas, en las que la atención prevalece sobre factores asociados a elementos de la actividad mental y, por consiguiente, desarrollistas de la comprensión matemática en la interacción a través del lenguaje, reconocimiento de formas, estructuras y, en general, con la puesta en escena de atributos mentales denominados en teoría psicologista operaciones mentales, sin embargo el interaccionismo simbólico y, en otros casos, el pragmatismo de sus acciones (D'Amore y Godino, 2007) es limitado al papel del alumno como receptor de contenidos en los que la puesta en escena de actividades tendientes a la producción intelectual con el uso de recursos alternativos.

#### **4.4 La didáctica como campo de conocimiento**

Las problemáticas a las cuales se enfrenta la elaboración de un discurso didáctico, según Davini (2008), están relacionadas con la dificultad de abandonar un reduccionismo psicologista de la enseñanza (cómo aprende el niño y como se debe enseñar) pero situándose en una teoría sociológica crítica (que funciones desempeña la escuela en las sociedades capitalistas post-industriales), pero a pesar de ello se sigue enfrentando ante el problema de cómo enseñar.

Se han propuesto soluciones con respecto a lo que la didáctica debe asumir como categorizable de su objeto de conocimiento, de tal manera que algunas posturas como la de Candau (1996, Citado por Pico, 2014), propone la revisión crítica de una didáctica instrumental y la construcción de una didáctica fundamental, en donde la primera estaría conformada por un conjunto de reglas de carácter universal acerca del cómo hacer,

desvinculado del contexto social y político en el que se lleva a cabo la enseñanza, de los contenidos que se transmite y de los fines que persigue, por lo que se plantea el desafío de una didáctica fundamental que se sustentaría en cuatro pilares: 1) La consideración del proceso de enseñanza y de aprendizaje desde una perspectiva multidimensional que contemple la faz técnica, humana y política; 2) la explicitación de los supuestos teóricos, epistemológicos, metodológicos que subyacen a la construcción del conocimiento; 3) la necesaria relación teoría y práctica; y 4) la búsqueda de una eficiencia pedagógica no desgajada de una transformación social adecuada.

Sin profundizar en otro tipo de comparación, se presenta una similitud entre Salinas Fernández (1995, Citado por Morata, 1995) y Candau (1996, Citado por Picco, 2104) en el punto de postular algunas características comunes para el campo de la didáctica. Ambos autores están en contra de una disciplina que postule reglas universales acerca del cómo hacer en las prácticas de enseñanza. Pero el abandono de este tipo de pretensiones no está acompañado por una renuncia del componente normativo. Por el contrario, postulan una disciplina que intervenga, que posea un discurso de carácter propositivo, que diga cómo actuar en las prácticas, porque es adecuado en un determinado contexto áulico, institucional y social.

Davini (2008) establece que las necesidades de las prácticas de enseñanza y de los docentes demandan a la didáctica establecer ciertos criterios básicos y metodológicos para la acción, pero esta disciplina, en los últimos tiempos, se ha distanciado de estas intencionalidades.

En este corrimiento de la función normativa de la didáctica, además de los factores y procesos ya mencionados, se enuncian algunos otros que denomina extra didácticos y que contribuyen a esta situación, a saber: el fracaso de las utopías modernas, la crisis del sistema educativo y el debilitamiento del discurso y las propuestas de la pedagogía. Es necesario que la didáctica brinde dichos criterios para la orientación de la acción y de los sujetos, permitiéndoles a estos últimos hacer ejercicio de su profesionalidad, tendiendo al mejoramiento de la enseñanza. La ausencia de estas intervenciones didácticas convalidaría una práctica educativa artesanal o intuitiva, en abierta contradicción con un punto esencial que se refiere a la educación como proceso social y de carácter público.

En la nueva perspectiva de la didáctica debiera plantearse, respecto de la normativa, un mínimo de acuerdo que, aun reconociendo que supone marcos teóricos a probar, represente conocimientos públicos, es decir que puedan compartir y utilizar otras personas y no sean patrimonio de la intuición intransferible del sujeto que investiga o que enseña (Davini, 1996, p.51).

También es interesante la forma en la que Cols (2007, Citado por Picco, 2104), plantea este desafío para la didáctica. Nuestra disciplina debe trabajar en la construcción de principios con cierto grado de generalidad, referidos a la buena enseñanza en articulación con interpretaciones sobre el trabajo del docente en el aula y la manera en la que se lleva a cabo la enseñanza.

#### **4.5 La didáctica general y las didácticas específicas: Relaciones y diferencias**

Según Civarolo (2008, Citado por Grisales-Franco, 2012), en la publicación “Aproximación histórica al concepto de Didáctica Universitaria”: “La complejidad de sus relaciones en el nivel superior”, establece algunas pautas importantes en relación a las diferencias que le atañen a los dos tipos de didácticas considerando en especial la didáctica de las matemáticas, para lo cual expresa:

En este capítulo, El conocimiento didáctico del profesor: una bisagra, Ana Lía De Longhi muestra otro enfoque de la formación didáctica de los docentes, en el que va entramando la Didáctica General con las Específicas, siempre ligándola con las prácticas. A partir de una concepción comprensiva y no prescriptiva de la didáctica, pone de relieve el conocimiento didáctico que el docente debe tener para analizar procurar resolver las problemáticas relacionadas con el tema a enseñar, las características de los estudiantes, las características de la institución concreta y el medio en que se inserta. (p. 15)

Plantea la metáfora de la didáctica como un árbol, como una intersección de conjuntos formados por las didácticas específicas. Sin embargo, la metáfora no refleja modos de resolución acerca la coordinación y diálogo entre las didácticas. A continuación, ilustra cómo en distintos ciclos de planes de formación docente subyacen ideas de la didáctica como árbol y los problema de la enseñanza de la matemática desde esta perspectiva. Por tal motivo, argumenta que sólo pueden resolverse los problemas de la enseñanza de la matemática a partir de estudios específicos hechos en el ámbito de la didáctica específica. En tal sentido, fundamenta esta posición apelando a reconocidos

autores, que le permiten diferenciar entre el conocimiento del contenido y el conocimiento pedagógico del contenido. Caracteriza a cada uno de estos tipos de conocimientos e introduce, luego, uno de los múltiples enfoques de la enseñanza de la matemática, el Ontosemiótico del conocimiento e instrucción matemática (EOS). Da cuenta del enfoque a la par que proporciona fragmentos del análisis de una clase observada, de acuerdo con los lineamientos del EOS y comentarios realizados por estudiantes del profesorado de Matemática. (p. 16)

Según Alicia Camilloni (2008) los criterios más aplicados para la distinción entre los campos de las diversas didácticas específicas y que responden, no solo a la diversidad de las clasificaciones en uso, sino también al gran dinamismo de la sociedad y del conocimiento, lo cual genera en diversas condiciones cambios frecuentes debidos al surgimiento progresivo de nuevas modalidades de educación, nuevos sujetos y nuevas formas de conceptualizar estas transformaciones son:

Didácticas específicas según los distintos niveles del sistema educativo: didáctica de la educación inicial, primaria, secundaria, superior y universitaria. A estas grandes divisiones se les agregan frecuentemente subdivisiones que especializan la didáctica según los ciclos de cada uno de los niveles y aun divisiones más pequeñas como, por ejemplo, didáctica del primer grado de la escolaridad primaria o del primer año de la escuela secundaria o de la universidad.

Didácticas específicas según las edades de los alumnos: didáctica de niños, de adolescentes, de jóvenes adultos, de adultos y de adultos mayores. También aquí encontramos especialidades donde las divisiones son también más finas y diferencian ciclos evolutivos con mayor precisión, como didáctica de la primera infancia, por ejemplo.

Didácticas específicas de las disciplinas: didáctica de la Matemática, de la Lengua, de las Ciencias Sociales, de las Ciencias Naturales, de la Educación Física, del Arte, etcétera. Estas divisiones, a su vez, dan lugar a subdivisiones que alcanzan niveles crecientes de especificidad, tales como didáctica de la enseñanza de la lectoescritura, didáctica de la educación en valores, didáctica de la educación técnica, didáctica de la música, didáctica de la natación o didáctica del inglés como segunda lengua. A estas delimitaciones se les van agregando otras más específicas aún, como, por ejemplo,

didáctica del inglés como segunda lengua con propósitos específicos que pueden ser algunos de los siguientes: viaje, negocios, lectura literaria, conversación social, etcétera.

Didácticas específicas según las características de los sujetos: inmigrantes, personas que vivieron situaciones traumáticas, minorías culturales o personas con necesidades especiales, las que a su vez se diferencian según el tipo y grado de necesidad como, por ejemplo, sordos, hipoacúsicos, superdotados, etcétera. (pp. 1-2)

Las didácticas específicas, o de las disciplinas, han tenido un mayor desarrollo debido al trabajo de especialistas en los diferentes campos del conocimiento, no proviniendo de la didáctica general, por lo que las didácticas específicas y la general no siempre están en plena concordancia, aunque muy raras veces en contradicción, sino que por el contrario sus relaciones en muchos casos son intrincadas respecto de lo que deben los apartados conceptuales que orienten la labor de la enseñanza en sus diferentes dimensiones (Camilloni A., 2008).

Según el didacta alemán Wolfgang Klafki (Citado por Camilloni, 2008) establece cinco tesis que enmarcan la relación entre las didácticas específicas y la didáctica general, así:

Primera Tesis: La relación entre Didáctica general y Didácticas de las disciplinas no es jerárquica por naturaleza. Su relación es, más bien, recíproca. Esto significa que no es posible deducir las Didácticas de las disciplinas a partir de la Didáctica general. Aunque tratan de los mismos problemas, naturalmente una materia específica aporta sus características típicas a la discusión, pero su diferencia reside predominantemente en la posibilidad de generalizar sus conclusiones. Reducir la Didáctica General a las Didácticas de las disciplinas no es posible y la Didáctica General no tiene consecuencias inmediatas para las didácticas de las disciplinas.

Segunda tesis: La relación entre Didáctica General y Didáctica de las disciplinas está basada en la igualdad y la cooperación constructiva. Sus maneras de pensar pueden ser divergentes.

Tercera tesis: La Didáctica General y las Didácticas de las disciplinas son necesarias unas a las otras.

Cuarta tesis: El rol que desempeña la Didáctica de las disciplinas en su relación entre la disciplina y la educación es no sólo mediacional entre una y otra, sino que debe ser

vista como más independiente por sus propias contribuciones al área común de la educación y de la disciplina.

Quinta tesis: Si bien la Didáctica General tiene como fin desarrollar un modelo tan comprehensivo como sea posible, esto no significa que estos modelos puedan incluir el proceso instruccional completo, en su totalidad. Los modelos de las Didácticas de las disciplinas pueden estar elaborados con más detalle en razón de su especificidad propia. (p.2)

La situación de las didácticas respecto de los dos polos del conocimiento, como lo son, la teoría y la práctica, es tal que las didácticas específicas se les considera más cerca de las prácticas que de la teoría, mientras que la didáctica general lo está más cerca de esta última, más precisamente de las teorías de aprendizaje, de las teorías del pensamiento y de los procesos de cognición, de la teoría de los atributos personales y de las teorías filosóficas de la educación, es decir de las teorías de mayor nivel de generalidad. (Camilloni, 2008)

...Debemos señalar que, debido a que las didácticas específicas se trabajan desde la situación especial de la enseñanza de una clase de contenidos, o en un nivel educativo, o en una franja etaria de alumnos, esto es, en un tipo de situación didáctica determinada, están más cerca de la práctica que la didáctica general. Pero esta última está más próxima al estudio de las teorías del aprendizaje, de las teorías del pensamiento y los procesos de cognición, de las teorías sobre los atributos personales y de las teorías filosóficas de la educación, esto es, las teorías de mayor nivel de generalidad. (Camilloni, 2008)

De esta manera es posible legitimar teorías de la didáctica general mediante la sistematización de investigaciones que se hacen en didácticas específicas. Lo mismo ocurre con cuestiones que se refieren al diseño curricular y la programación didáctica, a la evaluación formativa de los aprendizajes, a la evaluación de la calidad de la enseñanza realizada por los alumnos, a los resultados del empleo de algunas estrategias de enseñanza como la resolución de problemas, el método de casos y el método de proyectos, entre otros. Todos ellos con antecedentes de estudio en la didáctica general y con investigaciones localizadas en disciplinas, edades y niveles determinados de la educación. El trabajo con los procesos de metacognición de los alumnos es otro ejemplo en el que el planteo del problema, la dirección de lo general a lo específico y el retorno de lo específico a lo general

configuran un esquema de trabajo, por lo común no programado inicialmente por sus protagonistas, pero siempre altamente fructífero.(Camilloni, 2008)

Brown, Collins y Duguid (1989) (Citado por Barriga, 2003) sostienen, críticamente, que:

Muchas prácticas de la enseñanza suponen de manera implícita que el conocimiento conceptual puede ser abstraído de las situaciones en las que fue aprendido y empleado. Por eso, afirman, existe una brecha en el aprendizaje de los alumnos entre conocer qué (conocimiento conceptual) y conocer cómo (conocimiento procedimental), o entre saber decir y poder emplear el conocimiento. Esa brecha bien puede ser el producto de las prácticas de enseñanza, porque los alumnos ven los contenidos fuera de las actividades y del contexto en que se habrán de utilizar. Los autores de este trabajo afirman que, por el contrario, la situación de aprendizaje coproduce el conocimiento y que los conceptos se desarrollan en el curso de la actividad. Los conceptos no son abstractos, no están autocontenidos. Son, en cierto modo, semejantes a herramientas cuyo significado no puede ser comprendido sino a través del uso, lo cual supone adoptar el sistema de creencias de la cultura en la que son empleadas. Cuando esto no ocurre, los conceptos se convierten en conocimientos inertes. El aprendizaje «robusto» (no inerte) se logra en la interrelación actividad-cultura-concepto. Ninguno de éstos puede ser comprendido sin los otros dos. Las disciplinas académicas, las profesiones y los oficios son culturas. Los estudiantes no pueden aprender los conceptos sin aprender las culturas. El aprendizaje es un proceso de enculturación. Pero la forma en que se enseñan los conceptos en la escuela, por lo general, es muy diferente de la forma en que los que practican esas culturas utilizan esos mismos conceptos. Los estudiantes pueden aprobar los exámenes pero no ser capaces de usar sus conocimientos en situaciones de práctica auténtica. Proponen que el aprendizaje se organice sobre la base de la resolución colectiva de problemas y mediante el despliegue de múltiples roles cognitivos que promuevan la confrontación con estrategias no efectivas y con errores de concepción, y que conduzcan, de este modo, a la preparación para la realización efectiva de trabajo colaborativo. Los conceptos de práctica «auténtica», de situación «auténtica», de evaluación «auténtica», se asocian a las prácticas corrientes de la cultura. «Auténtico» quiere decir en este contexto «real, coherente, significativo, intencional».

En uno de sus apartes Camilloni (2008) expresa acerca de cómo emplear las representaciones resistentes de los alumnos como un motor del aprendizaje científico?, para ello, sugiere utilizar algunos recursos con el fin de darle carácter científico a la actividad de aprendizaje en donde la observación y la experimentación se utilicen como herramientas del razonamiento y la anticipación y con lo cual favorecer momentos de problematización, procurar capacitar en las actividades de modelización y estimular la producción de respuestas diversas.

## 5. Categorías Emergentes

### 5.1 Números enteros

En el ámbito de la educación matemática, ha resultado difícil que los estudiantes tengan la habilidad para operar con números enteros y en este conjunto, las palabras agregar y aumentar están relacionadas con la adición; quitar y disminuir con la sustracción. Sin embargo, en el conjunto de los números enteros, se observa que estas palabras, aumentar o quitar, no siempre se relacionan en forma natural con la adición y sustracción respectivamente, por lo que, teniendo en cuenta dificultades encontradas en relación a la manera como se expresaban errores de lectura y procedimentales, se establecieron las siguientes categorías emergentes:

En ocasiones, el cálculo de una adición con números de distintos signos puede dar como resultado un número negativo, del mismo modo ocurre en la sustracción, en donde al restar dos números positivos el resultado puede ser un número negativo.

Esto se puede observar en los siguientes ejemplos de cálculo de adición y sustracción, según un estudio realizado por María Montoya Gonzáles (2010) los cuales están errados, realizados por alumnos de octavo básico, quienes han estudiado previamente los números enteros y su operatoria.

$$(-8) + (+7) = +15$$

$$(-7) - (+6) = -1$$

$$(-25) - (+21) = 4$$

Si analizamos estos cálculos errados, una de las interrogantes que nos podemos formular es ¿continúan los alumnos con las operaciones de los números naturales, al realizar los cálculos con números enteros?

En el ejemplo (a) al parecer ignoran los signos de los números y realizan la suma de los números involucrados, en el ejemplo (b) restan los valores absolutos de los números y también a simple vista no toman en cuenta los signos de los números, lo mismo ocurre en el ejemplo (c).

Quando se comienza a enseñar matemáticas, quizás no se enfatiza la importancia del cero y de la negatividad, como elementos fundamentales en la construcción de número signado, sino que la construcción del número como tal está supeditada siempre a situaciones que tienden a favorecer la relación del número como tal, con valoraciones

absolutas, en las que la ausencia de cantidad es normal y no se admiten situaciones de conteo relativas asociadas al cambio de las mismas magnitudes.

La no inclusión, en etapas anteriores de escolaridad, de situaciones didácticas vivenciales, debidamente formuladas y asociadas a nociones métricas espaciales, como el de distancias dirigidas, así como otras relacionadas con situaciones de variación, obstaculiza, en gran manera, procesos graduales de desarrollo de la noción de número entero asociado a las mismas situaciones de conteo directo e inverso, que aquí denominamos también, situaciones de conteo relativo.

A través de la implementación de una de las secuencias se pudo encontrar que la asignación, de manera natural, por parte de los estudiantes, de identificaciones asociadas a los desplazamientos, evidenció el carácter potencial de la necesidad de la identificación de conteos, en sentido directo e inverso, asociados en este caso a la orientación de los mismos desplazamientos, lo que denotaba una forma pre-conceptual de otorgar signo a dichas distancias dirigidas. Algunas identificaciones estuvieron dadas con el rótulo de letras como “d” (derecha) o “i” (izquierda), “a” (aumenta) o “d” (disminuye), “s” (sube) o “b” (baja), o incluso con otras maneras como el anteponer otros símbolos como “\*” (asterisco) o “#” (numeral), todos ellas con el fin de identificar situaciones de desplazamiento a derecha o izquierda.

Los estudiantes, inicialmente, fueron distinguiendo la necesidad de asociar a las distancias, sentidos o categorizaciones, en la medida en que posibilitaba la obtención de resultados relacionados con la diferenciación de ubicaciones caracterizadas de manera numérica absoluta en la recta, es decir, la consideración de distancias a partir de un punto de referencia les permitió ampliar su marco de referencia posicional, teniendo en cuenta que a las posiciones les era necesario distinguir con un atributo que fue consolidando, de manera preteórica, la idea de número entero.

Así también ocurrió con los desplazamientos, para los cuales, la asignación de sentido, con una caracterización asociada a la manera como se efectuaban los mismos, permitió, una diferenciación relacionada con la orientación y, por otro lado, una nueva dimensión en la consideración de las distancias dirigidas asociadas a los mismos desplazamientos.

El proceso de manejar resultados asociados a la combinación de desplazamientos fue aterrizado en una simbología de signos de operación similar al manejado en las matemáticas, aunque más literales y pictográficos que analíticos y operativos.

## 5.2 Representación de Operaciones

El carácter reversible que se le adjudicaba a las operaciones con el manejo de objetos, se tradujo en una oportunidad de avanzar en la consolidación de las operaciones que, en el caso de la recta numérica, permitió considerar situaciones de obtención de desplazamientos resultantes a partir de desplazamientos parciales considerados como negados en los procesos directos de adición.

En el caso de manejo de puntos a través de fichas, permitió asumir el carácter contable atribuible a situaciones de estado resultante de comparación entre puntos que suman o restan, o que, en el caso monetario, podrían indicar situaciones de ganancia o pérdida y, a través de las cuales, estimar con el principio de cancelación<sup>1</sup> el estado resultante de las operaciones.

El uso de puntos en fichas ayudó a descentrar, aún más, la idea de cantidad como valor siempre positivo, ya que, la diferenciación entre estados contables a favor y en contra permitió asumir las cantidades como relativas, en lo que respecta a la función que se le otorgara a las mismas y, por ende también, de categorización en términos de sumar o restar.

La familiaridad con el uso de fichas y sus usos como elementos de apoyo permitió, en un principio, el favorecimiento en el manejo de operaciones y, ya después, asumir sus usos desde lo mental, favoreciendo el manejo de operaciones de una manera más ágil y rápida.

La experiencia en el manejo de puntos en fichas permitió, a docentes y estudiantes, hacerse partícipes de expresar posibles interpretaciones y errores a la hora de querer hacer representaciones de adiciones y sustracciones. El dominio paulatino de la mecánica del objeto utilizado permitió ir esclareciendo aspectos de la adición y sustracción de enteros no tenidas en cuenta o asumidas como “muy elementales”.

---

<sup>1</sup> Se entiende por principio de cancelación como aquel que, en matemáticas, nos permite determinar la comparación y el valor de cantidades a ambos lados de una igualdad, suprimiendo o cancelando los valores de cantidades ya conocidos o equivalentes a ambos lados de la misma.

La manera como se concibió el uso de puntos en fichas era poder validar una forma gráfica concisa, visual y procedimental en la ayuda de la interpretación dada a los números enteros. Poder establecer con ello un modo de pasar de una acción con objetos a una acción mental con el uso de símbolos y que, de vuelta, permitiera asumir las representaciones hechas con números a través de representación en situaciones de conteo simple con el uso de objetos.

La presunción dada a los objetos físicos y sus manipulaciones permitieron construir una utilidad al hecho de que, las acciones que sobre ellos se realizan, a través de imaginarios que pueden equiparar formas de pensamiento asociada a la operatividad matemática y, por consiguiente, favorecer la extrapolación sobre los símbolos matemáticos hasta lograr una mejor interpretación de los mismos.

El uso de fichas fue interpretado partiendo de la base de que existen analogías entre cuentas que son sumativas y otras que son sustractivas y que, al momento de su combinación, permitirían jalonar procesos de obtención de resultados a favor o en contra y, por consiguiente, acercarnos a la idea de números enteros.

Los estudiantes justificaban las acciones en el uso de fichas como una estrategia de modelación que permitía, desde lo contable, una mayor confianza con el cual asumir los hechos de la simbología matemática como un hecho transferible y reinterpretable desde el manejo de objetos. Situaciones de adición y sustracción eran transpuestas desde acciones que a su vez tenían un significado muy presente y, ante lo cual, pudieron dominar con el ejercicio constante.

### **5.3 Equivalencia entre operaciones numéricas y las acciones con objetos**

La referencia continúa y constante a situaciones de manejo con objetos físicos permitía confrontar siempre las situaciones de representación en el manejo con puntos hasta pasar por las representaciones con traslaciones en el uso de la recta numérica, una y otra estrategia permitía esbozar la necesidad de representación en las operaciones y, con lo cual, otorgar más estabilidad a las respuestas obtenidas, es decir, se establecía una combinación de referencias sobre objetos que constantemente eran asumidas como estrategias cognitivas cuyo fin era otorgarle a los símbolos numéricos una base representativa geométrica o de forma gráfica-pictográfica de acciones sobre objetos como los puntos.

#### **5.4 Formulación Didáctica por Docentes**

La forma como los docentes confrontaron las situaciones de adecuación didáctica a las pretensiones de efectividad de la transposición que pudiera efectuarse entre las situaciones reales y los conceptos a enseñar, estimuló la manera de formular preguntas claves orientadoras que demarcarán, por un lado, búsquedas a las soluciones de los problemas por parte de los estudiantes y, por otro lado, incluir a las mismas como parte integradora de secuencias didácticas inscritas en los modelos propuestos, como los son, el modelo de la teoría de las situaciones didácticas (Brousseau, 1989) y el modelo socrático (Flehsig y Schiefelbein, 2006) y que, otorgaran, de alguna forma, una caracterización de acción didáctica cada vez más envolvente, consecuente e intencionada con los modelos propuestos. Al respecto, autores como Freudenthal (1961, Citado por Bressan, Gallego, Pérez, y Zolkower, 2016), en su referencia a situaciones reales de la enseñanza de las matemáticas, expresa que la enseñanza de la misma debe estar referida a situaciones del entorno natural y social, o en la matemática misma, y que por lo tanto su enseñanza debe basarse también en la organización de este tipo de situaciones.

El uso de juegos reforzó el manejo dado a las operaciones con enteros, aumentando la capacidad para volver reflejas ciertas repuestas a través del uso de la memoria, pero que tenían más capacidad de ser validadas desde las significaciones otorgadas a través de representaciones extraídas en la manipulación con objetos físicos.

La manera como se vieron involucrados estudiantes y profesores en la reflexión colectiva evidenció un ejercicio ubicante de significados, procedimientos y niveles de comprensión que eran asumidos e interpretados de acuerdo a las ideas emanadas de la misma actividad grupal.

Las comprensiones surgidas estuvieron matizadas por procedimientos introspectivos de reflexión continua en los escenarios didácticos, por un lado los estudiantes en sus conversatorios y, por otro lado, los docentes asumiendo participación de las interpretaciones surgidas dentro del ejercicio. Los docentes, a pesar de que en muchas situaciones anticipaban y esclarecían las ideas surgidas como pasos conducentes a la solución o soluciones, preferían tomar distancia, formular preguntas de reorientación y esperar a que los desarrollos interpretativos estuvieran lo bastante consolidados como para reorientar con otras preguntas las posibles formulaciones encontradas.

La formalización de los aspectos relacionados con los números enteros permitió un avance más significativo en relación a los rendimientos observados en otros estudiantes, para los cuales estuvieron por debajo de los manifestados por aquellos que tuvieron, en su haber, una interacción con objetos físicos.

## 6. Propuesta Didáctica

La propuesta didáctica “MANIPULANDO LOS NUMEROS ENTEROS” está orientada a la significación que los estudiantes de grado séptimo puedan asumir, desde una postura didáctica escogida por los docentes, en una conceptualización autónoma con la manipulación de objetos, en el que se brinden formas de comprender los diferentes aspectos asociados a las atribuciones lógicas, interpretativas, semánticas y de sentido que los estudiantes puedan plasmar en el reconocimiento de entes matemáticos como lo son los enteros, positivos y negativos, el diferenciar los contextos en los que podrían ser asumidos, promovidos y aceptados como necesarios, como lo es, en la expresión de variaciones en cantidades, crear modelos que sirvan de apoyo en la representación concreta de las operaciones y, de alguna manera, sus interpretaciones, desde ámbitos variacionales-geométricos y de aplicación a situaciones de contexto que generen a su vez reinterpretación y relación de lo simbólico y abstracto con lo concreto y/o manipulativo.

Para ello se asume una didáctica de tipo contextual, que asume el entorno y el enfoque sustancialista<sup>2</sup> de la didáctica de las matemáticas como principio y fundamento en el querer y en la posibilidad de generar cambios desde la recreación con el entorno y, en su punto más concreto, apoyada en la lúdica como estrategia que pueda permitir el plantear situaciones de aula como retos que no focalicen la presión de la exigencia académica y permita a los estudiantes, a la vez que a los docentes, desde una concepción Brousseana, asumir posturas más libres y más desinhibidas en torno a la acción, formulación y comunicación de posibles soluciones y encuentros con parcelas significativas de los apartados conceptuales en el tema de los números enteros.

Para ello, en lo relacionado con la implementación, se plantea, desde lo didáctico, el desarrollo de juegos y manipulación de objetos como estrategias que ayuden a la elaboración y fundamentación de las nociones asociadas a los números enteros y sus operaciones. De igual manera se abordarán situaciones de comprensión de enunciados que permitan a los estudiantes resignificar, en lo posible, las escasas ideas habidas en torno a variadas aplicaciones de uso de los números enteros.

---

<sup>2</sup> Expresión utilizada por Glasser (Citado por Cid, s.f) para referirse a situaciones de la didáctica de las matemáticas que privilegia la enseñanza de la misma a través del uso de objetos físicos o manipulables.

Las actividades de implementación estarán descritas en fases o etapas con las que se pretende estructurar y desglosar la evolución de los fines en torno al desarrollo de algún aspecto de la matemática de números enteros, específicamente con el uso de las secuencias didácticas, las cuales permitirán, en lo posible, determinar qué aspecto se desea concretar como realizable y desarrollable para los estudiantes.

Al finalizar el proceso de implementación se espera que los estudiantes, además de fundamentar y relacionar las significaciones y conceptualizaciones de los enteros como entes que describen una forma de describir procesos en matemáticas, puedan con ello, asumir una base representativa real y tangible desde la manipulación de objetos así como la puesta en contexto de discusiones y posibles significaciones otorgadas a los hechos de la matemática de números enteros.

### **6.1 Propósitos De Implementación**

La implementación de esta propuesta didáctica está enmarcada en una intención, como lo es, establecer una base concreta y real sobre las significaciones otorgadas al concepto de número entero y por ende a las situaciones mismas que lo originan, ya que, en alguna medida y asumiendo el riesgo de una epistemología sustancialista, el desarraigo de las concepciones absolutistas y de manejo de cantidades positivas en matemáticas es un obstáculo que se evidencia en la mayoría de jóvenes que cursan sus clases en los diferentes niveles posteriores al grado séptimo y que denota una cierta resistencia a asumir la noción de variación como algo ligado a instancias de comprensión de, por lo menos a nivel de la aritmética, de cambios y procesos de flujo como situaciones relativas y, con lo cual, apropiar la interpretación que garantice una reversibilidad y representación de dichas instancias variacionales, y, por otro lado, las metodologías docentes utilizadas para la enseñanza de los conceptos en matemáticas que van, generalmente, supeditadas a un tratamiento transmisionista o magistral que en nada propician la fundamentación del pensamiento matemático que se quiere generar sobre una base de hechos y fenómenos palpables y concretos, en el que se permita que el pensamiento pueda pasar de acciones reales sobre objetos y relacionarlos y formalizarlos en el pensamiento a través del lenguaje matemático. Es de aclarar que la concepción sustancialista de las matemáticas en el tema de números enteros plantea una perspectiva de discusión en torno a las dificultades que provoca en relación a la no posible eliminación de la concepción de asumir una cantidad

como absoluta y, por lo tanto, de valor positivo, lo que presupone un acrecentamiento de dicho obstáculo, sin embargo, esta investigación, se aparta un poco de esta consideración y asume la posición que favorece la enseñanza de los enteros desde esta perspectiva denominada sustancialista.

Escudriñar formas y métodos desligados de la enseñanza magistral y que vinculen, en lo posible, el uso del contexto y del medio como posibilidad de cambio en las metodologías de dichas formas de enseñanza, en el que se pueda asumir el carácter potencializador de metodologías activas en el que el docente promueva el uso y recreación de situaciones como formas de encontrar significados desde lo real aquello que en la matemática subyace como un hecho frío y sin sentido.

Establecer retos de posibles aplicaciones y contextualización de situaciones que también puedan ser reinterpretables desde la matemática misma y desde los ámbitos comunicacional, espacial y ligado a instancias propias de la actividad motriz o corporal (kinestésico<sup>3</sup>).

Mejorar procesos de diseño e implementación de las clases en los docentes de la institución educativa Milciades Cantillo Costa y con lo cual promover nuevos ámbitos de generación de conocimiento, tanto didáctico como pedagógico y con lo cual abrir nuevas posibilidades de uso del contexto y el entorno, en donde se abra, además, la posibilidad de generar cambios en la forma de pensar de los estudiantes respecto de las maneras como se puede gestionar, avanzar, producir y generar conocimiento producto de la aprendizaje compartido y vivencial, en donde, además, el docente sea co-partícipe de los ambientes de clase y se aparte de su función tradicional de transmitir conocimiento.

Establecer apartados de situaciones de clase que ejemplifiquen el modo en que pueden ser orientadas las mismas de acuerdo a las experiencias propuestas por los docentes y con ello poder determinar los aspectos claves que podrían direccionar la labor de intervención desde metodologías más activas y proactivas, como lo es, en el caso de la

---

<sup>3</sup> El término Kinestésico atañe al tipo de inteligencia que, según Howard Gardner (1983), está vinculada con la capacidad para controlar nuestro cuerpo en actividades físicas coordinadas como las prácticas deportivas, el baile y las habilidades manuales, entre otras. A través de la inteligencia kinestésica corporal adquirimos información que, por efecto del movimiento y la vivencia, se convierte en aprendizaje significativo. Las principales características de los alumnos y en general las personas que destacan en este tipo de inteligencia son: Muestran una mayor facilidad para aprender a través de la experiencia directa y la participación, disfrutan mucho de las experiencias concretas de aprendizaje, tales como salidas al campo, construcción de modelos o participación en dramatizaciones y juegos, montaje de objetos y ejercicio físico, entre otras.

desinhibición de los estudiantes, permitirles encontrar formas y actitudes que sean beneficiosas para afrontar necesidades, inquietudes y planteamientos nacidos de su experiencia con las situaciones planteadas por el docente en el aula; desde esta última consideración se pretende avanzar en un cambio generado en las dinámicas de clase en el que el valor de la autonomía y la participación permitan propender por establecer marcos en la dinámica de interacción dada entre estudiantes y docentes que generen e institucionalicen, si es posible, nuevas perspectivas curriculares en las relaciones de poder y comunicación establecidas en las aulas e instituciones.

## **6.2 Diseño**

Las unidad de secuencia didáctica a tener en cuenta, según perspectiva de Situaciones didácticas de Brousseau, comprende aspectos relacionados con la puesta a en escena, por parte del docente, de experiencias directas de observación e interrelación con el medio a manera de exploración, seguidas de experiencias de acción, formulación y validación en el que el estudiante pueda, a manera de acuerdos o consensos, aproximarse a los estados conceptuales establecidos como metas u objetivos de aprendizaje del curso en cuestión, específicamente en la temática de números enteros, pero con la diferencia de que a través de esta metodología pueda, el estudiante, esbozar una base de experiencias a nivel concreto y vivencial que den fortaleza a los conocimientos inicialmente formados y permitan, en consecuencia, una mayor solidez por encontrar sentido y significado a los apartados elaborados conceptualmente, hecho que será contrastado con las comparaciones realizadas en términos de desempeño y comprensión de las situaciones y enunciados enmarcados en la teoría matemática de números enteros.

La unidad didáctica, compuesta de secuencias didácticas, pretende:

En un primer momento (Secuencia Didáctica 1), un abordaje de situaciones a nivel comunicacional, que le permita al estudiante reconocer ciertos ámbitos de variación o cambio expresadas a través del lenguaje, en la forma como pueden variar las cantidades y categorizar con ello, un sentido otorgado a las mismas, como el de establecer un conteo en sentido inverso al habitual en relación al dado en números naturales y hacer consciente, en lo posible, al estudiante, de la necesidad de diferenciar entre conteos que indiquen aumento o incremento, de aquellos en los que se indican disminución o decremento; situación ésta que es puesta en entre dicho por varios estudiosos de la epistemología de las matemáticas y

sus implicaciones didácticas como lo son Glasser (1981), Duroux (1982) y el mismo Brousseau (1983) y que se erigen como generadoras de conflictos de comprensión de las nociones matemáticas a nivel de números enteros y que, en alguna medida, lo denominan obstáculos.

Aquí el docente prepara una serie de preguntas que serán expuestas a los estudiantes, de manera natural, en su interlocución y experiencia con el estudiante y de éstos entre sí; la idea es que el estudiante identifique, en lo posible, el mayor número de situaciones que amplíen su campo de percepción a cerca de las situaciones y magnitudes que sean susceptibles de indicar variaciones de tipo entero pero contrarias u opuestas, a la vez que el docente amplía, en una u otra medida, la comprensión de las formas de percibir dificultades en el razonamiento de los estudiantes y la manera como encuentran consensos y soluciones en esta primera parte.

En un segundo momento (Secuencia Didáctica 2), plantear situaciones de manejo espacial en el que el estudiante pueda asignar y establecer, a través de una simbología o formas de representación consensuada, que podría ser con colores, marcas u otros atributos que caractericen a las cantidades asociadas al proceso de medición; así como también, maneras de identificar orientaciones y traslaciones dentro de situaciones problemas relacionadas con la ubicación de puntos en una recta, avances y retrocesos en una u otra dirección, cómo se afectan determinadas representaciones de ubicación y traslación con la variación de los puntos de referencia espaciales y como, de alguna manera, se establece, por parte del estudiante, la idea de medición relativa asociada a la de número entero, en relación a aspectos espaciales, así como la idea de unificación de la recta. Otros aspectos asociados podrían ser el criterio de validación del cero como medida inicial relativa de ubicación. Es de aclarar que en esta etapa se vuelve crucial el hecho de que los estudiantes aún no reconocerían el significado dado a cantidades negativas, pero que sería de suma importancia para que ellos hagan la analogía y equivalencia en relación a la forma habitual de representar enteros, bien sea asignándole colores, logogramas u otros atributos y, por ende, poder otorgar el significado a los mismos desde éste ámbito de reconocimiento espacial y de medida.

En un tercer momento (Secuencia Didáctica 3), se plantean situaciones de manejo concreto manipulativo con el uso de fichas y puntos de colores en las mismas como manera

de representar cantidades enteras negativas y positivas y, a través de ciertas reglas otorgadas al estudiante éste pueda deducir ciertas formas de establecer resultados a medida que se vaya desligando del uso dado a las mismas.

La identificación de las formas en que se realizarían las adiciones y sustracciones y sus correspondientes equivalencias, en términos de transformar una en otra desde el ámbito concreto, posibilitaría una transposición de los conceptos de adición y sustracción y su correspondiente comprensión cuando se produzca el encuentro del estudiante con los formalismos de la matemática a este nivel.

Aquí también se posibilitaría la comprensión de la relación de orden en la medida en que el estudiante apropie y relacione de manera adecuada el concepto de cantidad con el de número, ya que permitiría comparar las cantidades resultantes en términos de saber cuál es menor o mayor, y por ende relacionarlo también con situaciones espaciales.

En un cuarto momento (Secuencia Didáctica 4), se plantean situaciones de aplicación, comparación e identificación en el uso de cantidades enteras, tanto de manera dada en los procesos de generación del concepto de número entero, representación relativa en un sistema de coordenadas lineales, así como para el concepto de adición y sustracción generado en procesos de equiparamiento de cantidades con el uso de fichas, que permitan, en lo posible, evidenciar y alcanzar un manejo más diestro y autónomo por parte del estudiante. El uso de juegos de mesa se utiliza como estrategia de afianzamiento en el manejo de las operaciones con enteros, recordadas a nivel tangible con el uso de objetos físicos como lo son la recta numérica y el uso de puntos en fichas, lo cual incentivará la significación de la base operativa concreta utilizada en esas instancias

### **6.3 Reflexividad**

La reflexión en torno a la aplicación de las secuencias didácticas permitiría determinar el grado de fundamentación que adquirirían los estudiantes en el manejo de los conceptos matemáticos objeto de aprendizaje y, con lo cual, esbozar varios aspectos relacionados con la manera como relacionan, a posteriori, el manejo de conceptos formales, es decir, con el uso de símbolos, logogramas, signos y demás característicos de esta parte de las matemáticas, mirar así, que tanto de lo que se determinó como experiencias sensoriales a través del manejo de objetos y puesta en escena con el uso del lenguaje común y de contexto en relación a situaciones de variación, pudo haber incidido en la manera

como los estudiantes lograron ampliar la gama de representaciones mentales de acuerdo a lo referido en lo tangible y concreto de lo visual y manipulativo, y movilizar así la reversibilidad de pensamiento necesarios con el cual comprender, de un modo más estable en el tiempo, el significado dado a los símbolos y expresividades del lenguaje matemático, y que, permitiera conllevar en últimas, a una integración de los aspectos formales con unas bases concretas basadas en la experiencia directa con referencia a situaciones, objetos y uso del lenguaje cotidiano.

Por otro lado, preguntarse por el papel incidente en el uso de metodologías de clase, en matemáticas, que tengan en cuenta lo contextual y tangible como elemento dinamizador de procesos de aprendizaje en estudiantes, de qué manera se establecen inquietudes y reflexiones en torno al hecho de aceptar que los niveles de desarrollo lógico-matemáticos exigido en estudiantes de estos grados de escolaridad en bachillerato aún no pudiese estar acorde a unos desarrollos formales exigidos, en términos de uso de simbolismos y términos técnicos, que aunque reiterativos y cumpliendo una función, en muchos casos, adiestrante y repetitiva, jalonan muy tarde, y en muchos casos sin lograrlo, los significados necesarios que permitan una mejor ubicación conceptual y representativa respecto de los hechos que se esconden, con fundamentos tangibles, en la operatividad y simbología matemática.

La función de la didáctica tradicional, en este nivel, opera en sentido inverso en la escuela, ya que, en ella, se establecen comunicaciones de contenidos que, aunque de una manera muy breve, pretenden fundamentar en lo experiencial con la exposición de situaciones espaciales y geométricas, éstas no dejan de ser lejanas a la experiencia del estudiante y, por consiguiente, solo forzadas a ser representadas mentalmente sin el gozo de la experiencia directa en situaciones de entorno o contexto, forma esta que es omitida y rechazada por muchos docentes en virtud de considerarlas no delimitantes entre lo que se quiere enseñar y los comportamientos adoptados y vistos por fuera del fin rector de la formación en disciplina y orden que se le debe a una clase, y con la posible incidencia de factores externos considerados que, según ellos, se convierten en distractores, no se cae así en cuenta, de que, los procesos de significación en el actuar humano están dotados de un surgimiento en lo contextual, a la vez que se favorecen, también con ello, procesos críticos de interacción en desarrollos éticos de comportamiento, ya que en la medida en que se permitan espacios de generación de autonomía en el estudiante, en la focalización de sus

labores y retos, se lograría así, con ello, un proceso de formación crítica, en el que la labor individual estaría impulsada por un actuar de grupo y, en sentido inverso, la labor de grupo jalonada por un actuar individual, con lo que, se podrían lograr mejores niveles de autonomía crítica y, porque no, de inicio en el ejercicio de reconfigurar nuevos esquemas curriculares de comunicación y de aceptación en las clases de matemáticas en cuanto al papel de los actores en los escenarios educativos.

#### **6.4 Estrategia**

Esta investigación pretende generar puntos de encuentro entre conceptos previos y de arraigo contextual de los estudiantes frente a conceptos formales de las matemáticas del grado séptimo en el tema de números enteros, bajo el modelo de las situaciones didácticas de Brousseau (1979); donde el alumno, a través de la interacción y cooperación con sus compañeros de clase y bajo la orientación de su profesor, quien establece un diseño de la clase a través de la cual, los estudiantes, cuenten con recursos y material con el cual generar conocimiento, para ellos, significativos, producto de una actividad natural; en este modelo didáctico se distinguen e implementan cuatro etapas o fases, como lo son: la acción, la formulación, la validación y la institucionalización, cada una de las cuales cumple un papel descriptivo importante en la manera como se generan procesos con el propósito de lograr un aprendizaje activo y comprensivo desde experiencias que el alumno pueda contextualizar y considerar como propias y, con lo cual también, estimular un aprendizaje valorado y significativo desde la creación espontánea y consciente de los fundamentos de un determinado conocimiento de las matemáticas, como lo es, en este caso, los números enteros.

Como se pretende generar estos puntos de encuentro?; empleando el aprendizaje activo, en el que el estudiante, a través de experiencias de aula diseñadas por el docente pueda identificar, aplicar, apropiar y conocer formas de trabajo en clase que le permitan crecer en la postura crítica de aquello que pretende conocer, formular y validar como conocimiento propio y potencialmente significativo, en el que el diálogo constante con sus compañeros y docente permita, en lo posible, desde la acción sobre objetos físicos, desentrañar fundamentos conceptuales en el tema de números enteros, específicamente en los temas de adición y sustracción. Se pretende que a través de situaciones didácticas diseñadas por el docente el estudiante sea capaz de resolver otras inmersas en situaciones

no didácticas y que convaliden un conocimiento adquirido como significativo y prospectivo de avance en la identificación de las situaciones en las que están involucrados los conceptos de su aprendizaje.

En consonancia con la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau se propone articular dicho modelo con el modelo de diálogo educativo de tipo Socrático, con el que se busca que el estudiante, a través del diálogo natural y libre, propenda por expresar sus ideas como forma de desinhibir sus miedos y represiones que han sido impuestas en la aplicación de didácticas tradicionales bajo la perspectiva de contratos de emisión (Brousseau, 1979).

Con ello se propone facilitar los conocimientos de aclaración, pero también contribuir a la solución de problemas. Precisamente en el ámbito terapéutico, el diálogo, permite la adquisición de un nuevo modelo de aclaración y de desarrollo de las posibilidades de acción.

El modelo didáctico diálogo educativo no requiere un lugar de aprendizaje determinado o especial para realizarse, aunque este debe ser, en lo posible, tranquilo. También la decoración del lugar puede ser modesta. Los elementos esenciales de los diálogos educativos son la pareja dialogante respectiva. Puede ser oportuna una protección segura, frente al público, para asegurar la concentración en el tema y en el interlocutor. También debe reservar cada pareja el tiempo suficiente para el diálogo y para impedir interrupciones a causa de éste.

En este modelo didáctico el rol de los estudiantes es, primeramente, de interlocutores que expresan sus propias experiencias y pensamientos para que sean mejor entendidos. Junto con mantener un interés serio en el diálogo, deben tener conocimientos pertinentes, estar en condiciones de expresar libremente sus pensamientos y posiciones y de reaccionar con franqueza a los correspondientes comportamientos de cada una de las parejas.

En este modelo, el ambiente de aprendizaje lo generan los estudiantes que forman pareja en diálogo con sus respectivas interacciones. El docente adquiere, en este modelo, el rol de facilitador del diálogo el cual moderara la actividad estableciendo cada una de las reglas a seguir en el dialogo.

## 7. Metodología

La metodología a desarrollar está enmarcada en tres fases, que permitirán alcanzar el propósito del modelo didáctico Dialogo Educativo, De Tipo Socrático; estas serían:

**Fase de aclaración (formulación de preguntas).** En ella los dialogantes se vinculan con el tema, que quieren discutir, y formulan claramente el tema o el problema y sus posiciones frente a ellos (definir las tareas de aprendizaje).

**Fase de interacción (duda o confusión productiva).** En ella la pareja dialogante aporta (proporciona) su conocimiento disponible, para posibilitar (aportar) una respuesta preocupándose de la validez del contenido y aprovechando los conocimientos contradictorios;

**Fase de aplicación (comprensión).** En esta fase la pareja dialogante formula los resultados de su diálogo y pone atención especial en los vacíos del conocimiento y la forma de mejorarlo.

Este proceso se desarrollará en cada momento del desarrollo de los temas que amerite aclarar conceptos que se les dificulte a los estudiantes para la evolución de los ejes temáticos.

Permitirá determinar aproximaciones, aclaraciones y establecimiento de dicotomías entre interpretaciones de tendencias surgidas en el manejo del lenguaje en contexto, de referencia a conceptos matemáticos en enteros y los otorgados por el lenguaje matemático y la mediación dada por el docente.

El grupo con el cual se quiere desarrollar esta propuesta es un grupo de 45 jóvenes estudiantes del grado séptimo del curso 05 de la institución educativa Milciades Cantillo Costa de la ciudad de Valledupar, entre los 12 y 14 años de edad, con un 57 % de género femenino y 43% género masculino de estrato 1 y 2 de las zonas vulnerables de la ciudad.

### 7.1 Técnicas

Las técnicas a utilizar en esta investigación, desde lo didáctico, están enmarcadas en una participación activa del estudiante y, con el cual, permitir que éste pueda, a través de una exploración autónoma, ir estableciendo pautas en la formulación de las soluciones ante los retos planteados por el docente en las situaciones didácticas presentadas.

La formulación de situaciones matemáticas en un contexto del “hacer” permite desligar la dependencia de la didáctica tradicional por una enmarcada en la acción continua sobre situaciones o hechos reales y vivenciales, en los que el estudiante propenda por encontrar, desde su concepción de entorno, de espacio y de, las relaciones allí establecidas, como legítimas en interpretar, conocer y describir; esto de alguna manera plantea un reto en asumir las prácticas pedagógicas y didácticas como reflexiones continuas sobre la naturaleza del hacer docente y su incidencia sobre el crecimiento intelectual, a la vez que autónomo, en el aprehender de las formas de interpelar su punto de vista y la de los demás, ver el valor de la perspectiva del otro como posibilidad creciente de ahondar en acuerdos o desacuerdos cada vez más estables, pero también susceptibles de ser analizados y puestas en consideración por las miradas asumidas como verdaderas, en la medida en que se anteponen criterios de validación.

El manejo de preguntas orientadoras, claves en la consecución de las soluciones a que dieran lugar, permitirán en lo posible describir las formas en que los estudiantes obtienen las respuestas y sus posibles variantes, tanto en finalización como en los procedimientos empleados.

En este tipo de técnica, basada en la observación libre, el papel del docente es el de ser partícipe de los procesos de indagación, en el que otorgue, si es posible, preguntas adicionales a cada interrogante planteado por los estudiantes, y pueda con ello, abstraer algunos modos en que se obtienen las respuestas, así como también, comparar la eficacia del método en uso con la didáctica tradicional.

El abordaje de situaciones como el de considerar los tiempos necesarios para la obtención de las soluciones o respuestas serán tenidos en cuenta como factor de contingencia en cuanto efectividad de la asociatividad que se pueda generar, así como el espacio de reflexión que se promueva, en el largo o corto plazo, como resultado de fundamentación de ideas y argumentos utilizados por los estudiantes para justificar formas de solución a las situaciones planteadas.

El uso de objetos físicos permitirá, en la medida de lo posible, contrastar la eficacia de los mismos como herramientas de ayuda en la construcción de los conceptos e ideas básicos a enseñar en relación a las formas de apoyo comunicativo y didáctico otorgadas por la didáctica tradicional, y con lo cual, determinar con ello, una matriz de aspectos que

permitan validar el uso de objetos como entes de apoyo en la consolidación de procesos didácticos y por tanto de aprendizaje.

El análisis de la conceptualización y los progresos generados a partir de la metodología empleada se utilizará también como insumo de comparación, verificar que tan fuertes son los niveles de aprendizaje obtenidos y de qué manera potencian la reflexividad en estudiantes, de qué manera son estables en el tiempo y como serían objeto de refuerzo para jalonar las conceptualizaciones adecuadas en esta parte de las matemáticas.

La observación directa acompañada de participación consensuada permitirá, en lo posible, observar la manera como los estudiantes desarrollan formas de establecer criterios, de cuestionarse, de indagar y de anteponer razones y juicios respecto de lo que asumen como entendido y comprendido, como cuestionan entre ellos la temática propuesta y que consideración le atribuyen a los objetos y situaciones en su papel de apoyo como herramientas que ayudan a la representación conceptual.

La comparación en el manejo de operaciones, símbolos e interpretaciones asumidas en las mismas, permitirá establecer el grado de significación alcanzada y el dominio que pudiese reflejarse como resultado de la transposición generada o inducida, desde lo concreto hasta lo formal operativo.

La elección de dos grupos de grado séptimo permitirá establecer la comparación entre el uso de una didáctica tradicional y aquella correspondiente a una didáctica Brousseana, comparar sus efectividades en relación al grado de conceptualización alcanzada, o por lo menos, la fundamentación en por menores de representación apoyada en lo concreto y su correspondiente transposición en lo formal, y que se pueda, con ello, argüir el grado de destreza que se promueve con los accesos que se puedan generar en términos de avance conceptual, y porque no, limitantes en relación a la naturaleza de la conceptualización obtenida.

La distribución de tiempo en el uso de los materiales u objetos físicos se determinará en la medida en que los avances de conceptualización se muestren, tomando como evidencias las declaraciones de los estudiantes en sus respectivos ambientes de cooperación y de interacción, así también se hace necesario precisar que la planificación hecha por el docente no extienda en gran medida la intención establecida en cada uno de los temas o

aspectos a abordar con el uso de las respectivas secuencias, esto con el fin de que no se presente fatiga o cansancio respecto del desarrollo pedido en cada una de ellas.

Se analizarán aspectos relacionados con la transposición del conocimiento desde el uso de materiales u objetos físicos, comparar el avance o retroceso de los estados conceptuales en relación a la posterior aplicación de las actividades.

Precisar de qué manera favorece una dinámica de interacción en relación a la manera como el estudiante encuentra en estos ejercicios de reflexión sobre sus acciones unas maneras de anteponer criterios de un modo más natural y espontáneo, pero a la vez sustentado sobre la discusión y la puesta en entredicho de los cuestionamientos realizados sobre sus propios estados conceptuales, así como el de sus compañeros.

Por el otro lado, poder establecer en el docente el papel preponderante de nuevas formulaciones respecto de lo que son sus prácticas de enseñanza y como poder empoderarlas bajo una nueva perspectiva que logren descentrar su papel como simple transmisionista y dador del conocimiento y evitar así, con ello, cerrar la posibilidad de establecer nuevas formas de planificar y con el cual formular actos didácticos de enseñanza más democráticos y críticos, permitiendo así un desarrollo de perspectivas y criterios propios de análisis en cuanto conocimiento y de libertad en el aprender.

## 8. Implementación

En esta parte del trabajo de investigación se contó con la participación de los profesores del área de Matemáticas de la institución Milciades Cantillo Costa, los cuales, en la medida en que se les dio a conocer la propuesta, se mostraron dispuestos a colaborar y avanzar, en lo posible, en la obtención de resultados. Los docentes participantes fueron los licenciados:

**Néstor Plata Jiménez:** Licenciado en matemáticas y Física, egresado de la Universidad Popular Del cesar, con más de 30 años de experiencia docente a nivel de básica secundaria y media vocacional. Ha orientado las asignaturas de aritmética, álgebra, Trigonometría, geometría y Cálculo. Docente idóneo y muy responsable de sus funciones y tareas.

**Harold Valle Fuentes:** Licenciado en Matemáticas y Física, egresado de la Universidad Popular del Cesar; Doctor en Educación, egresado de la Universidad Rafael Bello Chacín (Venezuela); con más de 25 años de experiencia docente a nivel de básica secundaria y media vocacional. Ha orientado también las asignaturas de aritmética, álgebra, Trigonometría, geometría, Estadística y Cálculo. Docente idóneo y muy responsable de sus funciones y tareas.

**Edwin Fonseca:** Licenciado en Matemáticas y Física, egresado de la Universidad Popular del Cesar; Magister en Enseñanza de las Ciencias Naturales y Exactas, egresado de la Universidad Nacional de Colombia; Con más de 16 años de experiencia docente a nivel de básica secundaria y media vocacional. Ha orientado también las asignaturas de aritmética, álgebra, Trigonometría, geometría, Estadística y Cálculo. Docente idóneo y muy responsable de sus funciones y tareas.

**Clareth Ferrer:** (Investigadora en esta propuesta). Licenciada en Matemáticas y Física, egresada de la Universidad Popular del Cesar; Ha orientado las asignaturas de aritmética, álgebra, Trigonometría, geometría, Estadística y Cálculo. Con más de 16 años de experiencia docente a nivel de básica secundaria y media vocacional.

**Crhistian Hernández:** (Investigador en esta propuesta). Licenciado en Matemáticas y Física, egresado de la Universidad Popular del Cesar; Especialista en administración de la informática Educativa, egresado de la Universidad de Santander; Con más de 17 años de

experiencia a nivel de básica secundaria y media vocacional. Ha orientado también las asignaturas de aritmética, álgebra, Trigonometría, geometría y Estadística.

### **8.1 Secuencia 1.**

Aquí se establece el diseño de la secuencia didáctica 1 con la que se pretende comenzar a explorar e inducir, en estudiantes, las nociones intuitivas de número entero, que situaciones propician su génesis y de qué forma se podría orientar adecuadamente un proceso de hacer ver, en las mismas situaciones, casos de interpretación que conlleven a validar la noción de número entero.

#### **8.1.1 Preguntas Problemáticas**

##### **Deudas y ganancias**

¿Qué se entiende por estar debiendo dinero?

¿Qué se entiende por ganar cierta cantidad de dinero?

¿Cuándo hacemos una combinación de deudas y ganancias, cómo podríamos registrar sus valores y diferenciarlos?

¿Cuándo una combinación de deudas y ganancias arrojarían un resultado a favor de una persona? ¿cuándo en contra?

¿Sería posible representar los valores de deuda y ganancia a través del uso de una recta numérica? Explica

¿Qué implica negar una deuda?

¿Necesariamente negar una deuda representa ello una ganancia para un deudor?

Explica

¿Qué implica negar una ganancia?

¿Necesariamente negar una ganancia representa ello una pérdida para un deudor?

Explica

¿Cómo representarías una secuencia de pérdidas y ganancias de manera consecutiva?

¿Cómo obtendrías un resultado de pérdida o ganancia en una secuencia de las mismas?

##### **Tiempo**

¿El tiempo avanza siempre en una misma dirección? Explica

¿Cómo podrías referirte a tiempo pasado?

¿La expresión “hace 5 días” cómo la representarías de forma numérica?

¿La expresión “dentro de 8 días” cómo la representarías?

¿Podrías representar tiempo pasado con el uso de números? ¿cómo lo harías?

¿Podrías representar tiempo con el uso de la recta numérica? Explica

¿La línea de tiempo siempre sería una forma efectiva de representar tiempo futuro y pasado?

¿Cómo representarías una secuencia de avance y retroceso en el tiempo?

### **Peso**

¿El peso puede ser negativo? Explica

¿La magnitud del peso es siempre positivo?

¿Una variación de peso cómo podría representarse? ¿una pérdida? ¿una ganancia?

¿De qué forma compararías el peso de una persona con el de otra?

¿Las comparaciones entre pesos de una persona u objetos de cuántas maneras lo puedes hacer? Explica

¿Una secuencia de aumentos y pérdidas de pesos cómo la representarías?

¿La negación de una pérdida de peso, en un resultado de secuencias de aumento y pérdida de peso, implica una ganancia de peso? Explica

¿La negación de una ganancia de peso, en un resultado de secuencias de aumento y pérdida de peso, implica una pérdida de peso? Explica

### **Alturas y Profundidades**

¿Cómo representarías alturas y profundidades?

¿Es posible representar alturas y profundidades con el uso de números?

¿Es posible representar alturas y profundidades con el uso de la recta numérica?

¿De cuántas maneras puedes comparar la estatura entre dos personas? Explica

¿La altura de un punto u objeto respecto de otros es posible representarlo de una manera? ¿Qué debería suceder para que se representara siempre de una misma forma?

¿Cómo representarías una secuencia de cambios de alturas o profundidades? Explica

¿La negación de un descenso, en una secuencia de ascensos y descensos, implica un ascenso en el resultado total? Explica

¿La negación de un ascenso, en una secuencia de ascensos y descensos, implica un descenso en comparación con el resultado obtenido en la secuencia planteada inicialmente? Explica

**8.1.2 Situación Problemática:** Observa las variaciones dadas en el nivel de agua de un recipiente graduado cuando hayas agregado o quitado agua.

¿Qué puedes concluir respecto de la manera de expresar niveles de agua por encima o por debajo de un nivel inicial? ¿Cómo lo harías?

¿La variación en nivel de agua es la misma cuando a partir de diferentes niveles de referencia quitas la misma cantidad de agua?

¿Cómo puedes obtener un cierto nivel de agua a partir de la combinación de variaciones en un nivel inicial de agua?

¿Cómo puedes obtener una cierta variación de nivel de agua a partir de la combinación de variaciones en los niveles de agua?

Reflexividad secuencia 1.

La manera como los estudiantes argumentaban respecto de cómo diferenciar entre cantidades que expresaban una situación aditiva y otras que expresaban situaciones contrarias o sustractivas conllevó, paulatinamente, al hecho de que la simetría existente en muchas situaciones estaba acompañada de una medida relativa respecto del cambio o variación de las mismas magnitudes o cantidades. El cambio asociado a las magnitudes propiciaba una catalogación particular para cada una de ellas y a su vez, estas variaciones, se podían operar en sus sentidos de manera consecutiva y, determinar con ello, una asociatividad similar a las operaciones de adición y sustracción en enteros.

Las situaciones de empleo de uso cotidiano del lenguaje fueron, de esa forma, configurados como hechos de la actividad matemática, ya que, términos como “aumenta”, “disminuye”, “a la izquierda”, a la derecha”, “cambiar el sentido”, “combinar acciones”, “antes de”, “después de”, “anticipar”, “posponer”, etc. permitieron modelizar las representaciones de los hechos matematizables de manera intuitiva a través del lenguaje.

La exposición a experiencias directas de comparación en la variación de cantidades permitió esbozar, para los estudiantes, un marco de ampliación en el uso de las cantidades enteras, ya que, en primer lugar, la observación y registro de datos relacionados con la manera en que evidenciaban variaciones o cambios de algún aspecto o cualidad medible en

objetos físicos permitió descentrar un poco, en ellos, la idea de que el número entero como tal estaba asociado siempre a cantidades absolutas y positivas, en el que el punto o valor de referencia cero (0) era siempre referido a la ausencia total de la magnitud o cualidad medible en los objetos o situaciones. Al principio, la noción de asumir un número entero como representativo de variación de una magnitud chocaba con la idea de considerar que dicho número no pudiera establecer una medida absoluta de la magnitud considerada, por lo que el aspecto prefigurativo de centrarse pensando en la cantidad total conllevaba a asumir que la percepción del significado estaba fuertemente matizado por la influencia de considerar la presencia de un valor para el cual se pudiesen determinar únicamente los valores absolutos de la magnitud considerada, ello fue más evidente para situaciones de variaciones asociadas a cantidades finitas de una magnitud.

Los casos observados fueron los siguientes:

Determinación de medidas asociadas al nivel del agua en un recipiente graduado permitió, en un comienzo, verificar las ideas antes expuestas y, después de repetir varias veces la experiencia, la mayor parte de los estudiantes, lograban consolidar un pensamiento centrado en las variaciones asociadas a los diferentes registros de las cantidades. Algunos inconvenientes asociados a la experiencia estuvieron relacionados con el hecho de que las cantidades tenían que ser consideradas enteras, por lo que las ligeras variaciones en los niveles del agua, en un comienzo, causaba algo de confusión, ya que se establecían medidas, entre uno u otro nivel, con un valor que oscilaba entre dos medidas muy cercanas una de la otra; este inconveniente fue subsanado estableciendo unidades más espaciadas o de mayor tamaño con el fin de garantizar que las lecturas en los niveles de agua estuviesen centradas en valores enteros.

Una estrategia asumida por los estudiantes con el fin de identificar los registros en las variaciones fue adjudicar colores a los números y, determinar con ello, el significado otorgado a los mismos en términos de aumentar o disminuir; otros estudiantes, por el contrario asumían registros diferenciados en la asignación intuitiva de signo a las cantidades, algunos no de manera explícita, ya que anteponían palabras como resta o disminuye, solo unos pocos asumían los signos de suma o resta para indicar aumento o disminución. Otros realizaban tablas con el fin de hacer registro de datos de aumento o disminución.

La idea es que a través de la elección de un nivel de referencia pudiesen estimar y determinar, además del signo que categorizaba la naturaleza de la variación en cuanto a aumento o disminución de nivel, la variación resultante obtenida como resultado de la combinación de dos o más variaciones hechas a cierto nivel de referencia. Aquí, de alguna forma, también se configuraba un concepto de adición que fue tratado más adelante en el manejo de estas experiencias.

La relación de cooperación entre los estudiantes conllevaba al establecimiento de criterios, en un comienzo, poco claros, respecto de cómo organizar y dar significado a los datos obtenidos, pero que con el transcurrir de la experiencia fueron encontrando formas de hacer los registros y, por lo tanto, de establecer, de manera intuitiva, un concepto de representación y asignación simbólica de las variaciones y sus cantidades.

Lo anterior sirvió de insumo para posteriores situaciones de enseñanza de números enteros.

De manera similar que con la experiencia del recipiente graduado y con agua, así también se consolidó una experiencia relacionada con el uso de la recta numérica con el fin de determinar resultados de traslaciones, primero a partir del origen de la misma y después tomando un valor arbitrario a partir del cual se realizarían los mismos movimientos; la idea era que a través de la experiencia directa y motriz se pudiera establecer un fundamento experiencial, a la vez que motivante y tangible, garante de establecer experiencia sensorial que fortaleciera la representación mental, motivar y asociar de manera activa la resolución de situaciones asociadas a la consecución de operaciones con cantidades enteras.

En un principio, la determinación de cantidades enteras aisladas con su correspondiente ubicación a través de movimientos pedidos sobre la recta tendía a no ofrecer mayor significado en los estudiantes, pero el contexto sobre el cual la situación demandaba resignificar las traslaciones y relacionarlas con su correspondiente ubicación inicial en la recta otorgó a ellos también una visión de independizar las traslaciones y su correspondiente representación numérica apoyada en signo, palabra o cualquier otro pictograma, de las ubicaciones iniciales sobre la recta y, por lo tanto, con significado geométrico de distancia también constante, cuestión que en algunos estudiantes no era del todo claro, lo que evidenciaba una no inclusión de pensamiento de conservación sobre las distancias asociadas a las traslaciones sin importar la ubicación inicial sobre la recta.

El trabajo mancomunado entre los estudiantes, a la vez que con las preguntas hechas por el docente, permitió determinar, en principio, tal conservación; se puede decir que de manera similar que con la experiencia del recipiente graduado, la idea de cantidades absolutas, en términos de distancia en traslaciones, tomando como punto de referencia cualquier punto sobre una recta, estaba más bien enfocada en determinar la medida absoluta de dichas distancias respecto del cero en la misma, pero ya con el manejo de las situaciones didácticas se presentó el descentramiento necesario como para que, los estudiantes, pudieran entender la independencia de las traslaciones respecto de las medidas absolutas en relación al origen de la recta.

### 8.1.3 Secuencia didáctica 1

Tabla 1. Secuencia Didáctica

| Objetivos                                                                       |                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |               |
|---------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| Fase O Etapa De La Secuencia:                                                   |                                                                                                                             | Inicio                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |               |
| Nombre de la secuencia<br>Conceptos De Los Números Enteros ( Números Relativos) |                                                                                                                             | Número de sesiones                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Fechas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Participantes |
|                                                                                 |                                                                                                                             | 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 4<br>/09/17                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 7 - 01        |
| Objetivos De La Sesión                                                          | Aprendizajes<br>(Qué aprendizajes espero que alcancen mis estudiantes)                                                      | Desempeños<br>(Qué acciones evidencian cumplimiento objetivos)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Evaluación.<br>(Qué espero evaluar)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |               |
| Esclarecer El Concepto De Número Enteros Como Numero Relativo.                  | Que los números enteros son relativos por que dependen de un punto de referencia para adquirir su característica principal. | <p>Que el estudiante pueda establecer la relación entre las situaciones de variación ligadas a enteros negativos y positivos y sus representaciones.</p> <p>Que el estudiante pueda separar o diferenciar ciertos usos de expresiones e ideas del lenguaje cotidiano del utilizado en matemáticas y viceversa, y pueda así también establecer sus comparaciones y significados en ambos contextos.</p> | <p>La participación positiva del estudiante dando su opinión acerca de los números relativos con ejemplos de la vida cotidiana.</p> <p>Interacción continua, entusiasta y progresiva del estudiante con sus compañeros y docente en la comprensión del concepto de número entero a partir de análisis de situaciones cotidianas que generan dicho concepto.</p> |               |

| Planeación De Actividades                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Actividades Del Docente                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Actividades Estudiante                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Actividades Autónomas Estudiante                                                                                                                                                                                                                                                       | Criterios De Evaluación Y Evidencias                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <p>Preparar el desarrollo del centro matemático, acordando el tema a tratar, las preguntas que han de presentarse en el centro literario y el planteamiento de las reglas del juego para el desarrollo del centro literario.</p> <p>En su fase inicial se tendría lo siguiente:</p> <p>Formular una serie de preguntas relacionadas con el análisis de situaciones que podrían generar ideas asociadas con números enteros en aspectos tales como: tiempo, alturas, variaciones de peso, comparación de alturas, tenencias, ubicación relativa respecto de puntos sobre un sistema de referencia, etc.</p> <p>Esclarecer ciertos usos de términos en matemáticas del lenguaje común que permitan una mejor función ubicante del estudiante en su comprensión de las matemáticas en números enteros y viceversa.</p> | <p>Establecer el significado de las situaciones planteadas por el docente con el fin de trasladarlas a las del contexto matemático, haciendo uso de las representaciones adecuadas en términos de números enteros.</p> <p>Desarrollar la consulta del tema, organizar con su compañero asignado y preparar la participación en cada pregunta de manera adecuada y siguiendo la reglas.</p> | <p>Desarrollar las consultas planteadas de manera autónoma y desarrollar las participaciones de manera original en cada ocasión.</p> <p>Plantear y buscar situaciones en las cuales se presenten usos de expresiones que denoten su representación en términos de números enteros.</p> | <p>Realización de procesos de reflexión en estudiantes y docentes</p> <p>Socialización de la preparación de las participaciones en el medio escogido por el estudiante.</p> <p>Participación y contribución en tiempo real de los alumnos en el desarrollo de cada una de las preguntas así como esclarecimiento de situaciones que permitan al docente su tratamiento pedagógico a nivel comunicativo.</p> |
| Recursos y Mediaciones                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <p>En esta ocasión se tendrán como recursos el medio empleado por el estudiante para desarrollar su consulta, los materiales necesarios para desarrollar las diferentes participaciones en el centro matemático, y el espacio físico necesario para el desarrollo de dicho centro.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |

Cuestionario de preguntas.

Fuente: Elaboración Propia

## 8.2 Secuencia 2

En esta secuencia se pretendía que los estudiantes abordaran, de manera manipulativa espacial, nociones respecto de asociar a posiciones y traslaciones catalogaciones que acercaran a la idea de cantidad signada, así también, sus operaciones en las combinaciones que se propiciaran con ello.

### 8.2.1 Preguntas Problemáticas

#### Posiciones y Desplazamientos

¿Cómo representarías posiciones a la izquierda y a la derecha, arriba y abajo, a partir de un punto en el espacio?

¿Las posiciones son distancias? ¿En qué se diferencian?

¿De qué manera podrías determinar la posición de un punto respecto de otro?

Explica

¿Cómo podrías determinar qué, desplazamientos entre ciertos puntos del espacio tienen la misma distancia?

¿Cómo podrías representar desplazamientos a la izquierda y a la derecha en la recta numérica?

¿Cómo representarías una combinación de desplazamientos a la derecha y a la izquierda en la recta numérica?

¿La negación de un desplazamiento a la izquierda, en la recta numérica, en una secuencia combinada de desplazamientos de derecha e izquierda, implica obtener una posición a la derecha en relación al resultado obtenido en la secuencia planteada inicialmente? Explica

¿La negación de un desplazamiento a la derecha, en la recta numérica, en una secuencia combinada de desplazamientos de derecha e izquierda, implica obtener una posición más a la izquierda en relación al resultado obtenido en la secuencia planteada inicialmente? Explica

¿Cómo representarías la negación de desplazamientos?

¿Cómo podrías obtener el llegar a una posición determinada a partir de varios desplazamientos? Explica

¿El desplazamiento a partir de un punto determinado cómo podría obtenerse como la combinación de otros desplazamientos? Explica

### 8.2.2 Reflexión secuencia 2.

En relación con la secuencia didáctica 2 se pudo constatar una mejor comprensión de las situaciones conducentes a la comprensión del concepto de número entero, ya que se enfatizó en la ubicación que debía hacer el estudiante de los mismos de acuerdo a expresiones que denotaran orientaciones asignadas para distancias en la recta numérica, así también, los estudiantes plantearon situaciones conducentes a expresar variaciones o comparaciones entre cantidades, el uso de expresiones como: “Andrés es menor que Pedro en 5 años”, “Sara es 12 centímetros más bajita que Andrea”, “Diego vive 5 cuerdas más atrás que Aníbal”, etc. permitieron evidenciar en ellos la relación de comparación como generadora de la idea de número entero, en este caso negativa, y que se contraponía a la expresión equivalente de comparación cuando se expresaban en sentido contrario dichas relaciones entre las cantidades consideradas, generando con ello, también, la idea de número entero positivo que era la más comúnmente aceptada y comprendida, pero a la vez asumida en todas las situaciones de comparación; aquí el estudiante comienza a ser consciente de la idea de relatividad de las medidas expresadas con números enteros.

Por otro lado, las categorizaciones dadas al establecer sistemas de referencia mediante el cual expresar la relatividad de las medidas asociadas al manejo de las distancias dirigidas presentaron una mayor precisión y manejo, ya que, se evidenció, con la manipulación de material para la construcción de dichos sistemas una fundamentación y asociación de ideas, al relacionar los procedimientos realizados con los conceptos e ideas que ellos expresaban como parte de la construcción conceptual, es decir, de alguna manera, la representación mental de los conceptos apoyados en experiencias directas, permitió un mejor dominio, control y estabilidad en el significado de los números enteros desde los aspectos geométricos y de alguna forma topológicos.

En el aspecto comunicacional las ideas expresadas como referidas a relativizar las comparaciones entre cantidades y posiciones de objetos, según sistemas naturales o de construcción, evidenció un mejor dominio y transposición a situaciones matemáticas propias según el lenguaje de esta parte de las matemáticas; ya se podían hacer palpables algunas ideas como la de relacionar una expresión como “3 metros más a la izquierda” con la idea de -3 como noción representativa desde las matemáticas.

Expresiones como la de “retroceder hasta el valor posicional -6 desde el valor posicional 2” denotaba una referencia a cantidades absolutas a partir del cero (0) del sistema de referencia construido, para luego establecer la medida relativa que indicaba la idea de retroceso y, por consiguiente, su relación con el entero respectivo asumido como respuesta del proceso de razonamiento, en este caso -8.

El ejercicio grupal de comunicación evidenció en los estudiantes la manera cómo eran reforzados ciertos elementos claves para no dejar de lado el objetivo en la solución de las situaciones planteadas, tales como el no fijar la noción de cantidad absoluta en relación a las distancias medidas desde un punto cero (0) de referencia cuando eran asumidas traslaciones de un punto a otro en la recta numérica, lo que denotaba una conceptualización de la independencia del signo de las mismas cuando se efectuaban desde cualquier punto de la recta, aquí el uso de materiales permitió hacer constataciones a cerca de la invariabilidad de dichas distancias y, por ende, de su relatividad en términos de relacionar puntos iniciales que, en principio, pudieran ser diferentes pero que en última su valor en términos de distancia era el mismo . Por otro lado, la comunicación a partir de las acciones y las correspondientes posibles soluciones presentadas eran contrastadas de manera tal que discusiones en torno a la obtención de valores numéricos iguales cuando operaban bajo sistemas de referencia distintos, en este caso rectas en diferentes direcciones, permitían verificar la constancia o invariabilidad de las traslaciones y su posible representación numérica, con lo que se estableció así la constancia de las traslaciones en cada uno de dichos sistemas de referencia; algunas discusiones giraron en torno a las acciones sobre objetos que permitían validar respuestas, lo que evidenció, de alguna forma, el apoyo que hacían de las operaciones sobre los objetos y sus puestas en escena al dotarlos, de alguna forma, de relaciones entre ciertas instancias a que remitían y la nueva situación presente a resolver, es decir, se pudo constatar el papel preponderante del objeto físico como elemento que posibilita recordar acciones y significados cuando sobre ellos se efectúan las correspondientes acciones en el fin que les enmarca.

### 8.2.3 Secuencia Didáctica 2

Tabla 2. Secuencia Didáctica 2

| Fase o Etapa De La Secuencia:                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Inicio                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                      |                |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| Nombre De La Secuencia : ubicación de los números enteros en la recta numérica con el uso de fichas y materiales como papel, cartulina, marcadores, cuerda o telas, etc. |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Número de sesiones                                                                                                                                   | Fechas                                                                                                                                                                                                                               | Participant es |
|                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 1                                                                                                                                                    | 6 /09/17                                                                                                                                                                                                                             | 7 - 02         |
| Objetivos                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                      |                |
| Objetivos De La Sesión                                                                                                                                                   | Aprendizajes<br>(Qué aprendizajes espero que alcancen mis estudiantes)                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Desempeños<br>(Qué acciones evidencian cumplimiento objetivos)                                                                                       | Evaluación.<br>(qué espero evaluar)                                                                                                                                                                                                  |                |
| <b>Desarrollar La Ubicación De Números Enteros En La Recta Numérica</b>                                                                                                  | <p>Que los estudiantes tengan presente que para ubicar los números enteros en una recta numérica hay que tener un punto de referencia y que a la derecha del punto están ubicados los números positivos y a la izquierda de este punto están los negativos.</p> <p>Diferenciar el uso de expresiones utilizadas para situaciones de ubicación y desplazamiento en la recta.</p> | Representación física de los números enteros en una recta numérica real <sup>4</sup> asociado a los conceptos de distancia dirigida y desplazamiento | <p>La participación positiva del estudiante en la actividad de ubicación de personas en una recta numérica física.</p> <p>Trabajo colaborativo de interpretación y deducción de conceptos con la ayuda de compañeros y docentes.</p> |                |

<sup>4</sup> La palabra “Real” hace aquí alusión al hecho de que la recta es representada con el uso de un objeto físico y no al tipo de números utilizados para indicar cantidades continuas en matemáticas

| Planeación De Actividades                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Actividades Del Docente                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Actividades Estudiante                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Actividades Autónomas Estudiante                                                                | Criterios De Evaluación Y Evidencias                                                                                                                                                                                                      |
| <p>Preparar una cuerda, papel, tela o cartulina marcada para indicar puntos en la recta numérica.</p> <p>Hacer las indicaciones a los estudiantes acerca de qué manera se obtienen las coordenadas o ubicaciones de los puntos obtenidos a través de las traslaciones pedidas. Establecer con los estudiantes las conclusiones pertinentes de deducción.</p> | <p>Disponibilidad para participar en la actividad de ubicación de números enteros.</p> <p>Establecer con sus compañeros y docentes las conclusiones y deducciones obtenidas del ejercicio de ubicación de coordenadas de puntos en una recta numérica.</p> <p>Aclaramiento de dudas respecto del uso de términos matemáticos y/o cotidianos que podrían estar siendo objeto de confusión en su uso e interpretación.</p> | <p>Constatar la teoría dada por el docente en cualquier medio, ya sea físico o interactivo.</p> | <p>Participación de los estudiantes en la actividad de una manera positiva.</p> <p>Determinar el cambio de idea y/o concepción tenida por el estudiante en la comprensión de situaciones que pueden representar como números enteros.</p> |
| Recursos y Mediaciones                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                           |
| <p><b>El uso de materiales como cartulina, tela, papel, cuerda, fichas o marcadores para la realización de la práctica.</b></p> <p><b>Preguntas realizadas por el docente</b></p>                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                           |

Fuente: Elaboración Propia

### 8.3 Secuencia 3

En esta secuencia se pretendía que el estudiante asumiera las operaciones sobre objetos físicos, bajo las condiciones de uso y problematización, como deducibles desde la lógica que ellos, en su haber, podían establecer y, a partir de allí, tener bases nocionales que permitieran hacer mejor comprensión de las operaciones de adición y sustracción en enteros que en su momento serían objeto de análisis desde la teoría matemática.

#### 8.3.1 Preguntas Problemáticas

¿De qué manera se puede representar una situación de conteo a favor (tener una ganancia) con el uso de fichas?

¿De qué manera se puede representar una situación de conteo en contra (tener una pérdida) con el uso de fichas?

¿Cómo representarías una combinación de conteos a favor y en contra con el uso de fichas? ¿Cómo la representarías con el uso de números?

¿Una negación de conteo a favor, en una secuencia de conteos, implica el establecimiento de una disminución en el conteo en relación al resultado obtenido en la secuencia planteada inicialmente?

¿Una negación de conteo en contra, en una secuencia de conteos, implica el establecimiento de un aumento en el conteo en relación al resultado obtenido en la secuencia planteada inicialmente?

¿Cómo representarías la negación de conteos?

¿Dado el resultado de un determinado conteo, cómo representarías la combinación de otros conteos hasta llegar al resultado indicado?

#### 8.3.2 Reflexión Secuencia 3:

Lo relacionado con el manejo de operaciones a través del uso de fichas que tienen puntos de colores, uno por cada tipo de ficha, en total dos tipos de fichas, unas con puntos negros y otras con puntos rojos, permitió en lo posible, a través del mecanismo de eliminación de puntos para pares de fichas puestas una al lado de la otra, establecer una forma de representar la operación de adición en enteros; el apoyo de la operación de adición a través de este mecanismo afianzó una estrategia ligada a la anulación que se hace entre cantidades enteras positivas y negativas, lo que permitió también asumir, por parte del estudiante, una manera de comprender lo que sucedía cuando se le pedía que llevara en

representación numérica, entre dos enteros cualesquiera, dicha manera de operar, las respuestas estuvieron dadas como adición de enteros, en un principio, sin el uso de signos de agrupación, tal como  $5 + -8$  (que fue la notación más común), o en otros casos con el uso de los mismos como  $\underline{-9} + \underline{-4}$  (aquí se consideran como signos de agrupación las barras horizontales puestas debajo de cada número), en otras situaciones se utilizaron trazos u otras figuras acompañando a los enteros sumando, esto con el fin de separar de, alguna manera, los enteros sumandos, lo que denotaba el uso incipiente y necesario de los signos de agrupación como forma de darle espacio a la inclusión del signo “+” de la adición y, con ello, el orden necesario a las representaciones.

En lo relacionado con la operación de sustracción se pudo encontrar que representó un poco más de dificultad el hecho de que tuvieran que realizarse algunas transformaciones a las ubicaciones de las fichas, esto con el fin de asumir que lo que indicaban los puntos a restar en un lado de las fichas debían asumir el papel de los puntos puestos en el lado contrario. Aún más dificultad el hecho de poderlas representar, de forma numérica, como operaciones de sustracción, aquí se presentó un hecho singular asociado a la posibilidad de establecer equivalencias entre adiciones y sustracciones, de hecho fue necesario preguntar a los estudiantes de qué manera cierta disposición de puntos a cada lado de las fichas podía generar una transformación del papel de una de ellas en el de las otras, algunas participaciones arrojaron ideas como las de transponer a las mismas, hecho que en últimas posibilitó una idea inicial de transformar una adición en una sustracción, lo que, desde el ámbito numérico representó un reto, lo que evidenció un ir y venir de errores respecto de lograr una notación adecuada respecto de tales representaciones. Algunas sustracciones como  $(-4) - (9)$  fueron indicadas así,  $(-4) - (9) = (-4) - (-9)$  lo que evidenciaba en principio una confusión, a la vez que una intención de transformar el papel de los puntos ubicados en una de las fichas, para el caso del 9, con el papel asumido por los primeros, en este caso las que representaban el -4, ya después de reinterpretaciones dadas en sus interlocuciones con otros estudiantes y docentes se logró establecer una representación adecuada, de las acciones sobre los puntos, conllevando ello a que pudieran establecer una equivalencia entre adiciones y sustracciones y, por consiguiente, transformar sustracciones como las indicadas anteriormente en sustracciones, así  $(-4) - (9) = (-4) + (-9) = -13$ .

La labor docente en estas instancias evidenció una prolongación en el tiempo, en relación a las secuencias anteriores, de la manera como el estudiante superó la dificultad asociada a la transformación de adiciones en sustracciones.

Aunque también cabía la posibilidad de establecer lo contrario, es decir, dado un número de puntos como cierto resultado, como podría representárselo en una combinación de operaciones, para ello se preguntó a los estudiantes la manera de asumirlo con el uso de las fichas, lo que posibilitó la obtención de respuestas como la de separar en dos grupos los puntos dados en una sola ficha y duplicar el papel asumido por el grupo de fichas a restar como puntos positivos y negativos, lo que evidenció también un pensamiento reversible respecto cómo podrían expresar un resultado como la sustracción de otros dos enteros.

Todas estas posibilidades de representación con el uso de fichas permitieron abordar otras en relación a la manera como el estudiante pudo hacer transposición de estas situaciones a la recta numérica, es decir, como dada una adición de números enteros se podría establecer su representación con el uso de flechas o líneas, o en el mejor de los casos vectores o segmentos de recta dirigidos.

Lo anterior supeditó así dos situaciones relacionadas con la obtención de respuestas, una de ellas en la que se otorgaban los términos de la adición o la sustracción y la otra en la que se le pedía que se indicaran dichas operaciones de adición o sustracción una vez dados los resultados.

Se manifestó así una reversibilidad de pensamiento que fue trasladada desde un plano de manejo de objetos físicos a la representación formal en la recta numérica, lo que mostraba que dichas acciones de pensamiento eran referidas a una manipulación de objetos, pero ya, desde un plano que combinaba lo gráfico con lo abstracto, por lo menos en esta instancia, porque desde lo concreto, con el manejo de objetos físicos, ya se había efectuado en la secuencia anterior.

### 8.3.3 Secuencia Didáctica 3

Tabla 3. Secuencia Didáctica 3

| Fase o Etapa De La Secuencia:                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Inicio:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                          |                   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| Nombre De La Secuencia : Adición y sustracción de números enteros con el uso de puntos en fichas |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Núm<br>ero De<br>Sesiones                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Fechas                                                                                                                                                                                                                                                                   | Participant<br>es |
|                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 4 /10/17                                                                                                                                                                                                                                                                 | 7 - 02            |
| Objetivos                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                          |                   |
| Objetivos De La Sesión                                                                           | Aprendizajes<br>(Qué aprendizajes espero que alcancen mis estudiantes)                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Desempeños<br>(Qué acciones evidencian cumplimiento objetivos)                                                                                                                                                                                                                                                               | Evaluación.<br>(qué espero evaluar)                                                                                                                                                                                                                                      |                   |
| Establecer las reglas para desarrollar adiciones y sustracciones con números enteros             | Que el estudiante desarrolle adiciones con entero teniendo en cuenta que si tienen el mismo signo se coloca el signo de los enteros sumandos y se adicionan normalmente, y si tienen signo diferente se restan normalmente y se coloca el signo del número con mayor valor absoluto, y además, que la resta es una suma del minuendo con el opuesto del sustraendo. | El estudiante establece manejo concreto de situaciones de adición y sustracción con enteros a través del uso de fichas, juego de escalera y representaciones en recta numérica, así como con el planteamiento de opciones relacionadas con situaciones aditivas y sustractivas y resueltas con el uso de material del medio. | La participación positiva del estudiante en la actividad de elaboración de las fichas de dominó pedidas por el docente.<br><br>Comprensión y dominio de situaciones relacionadas con la adición y sustracción de números enteros a través de la manipulación de objetos. |                   |

| Planeación De Actividades                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Actividades Del Docente                                                                                                                                                                                                                                                                          | Actividades Estudiante                                                                                                                                                     | Actividades Autónomas Estudiante                                                                                                                                                                                                                                                               | Criterios De Evaluación Y Evidencias                                                                                                                 |
| <p>Elaboración de fichas en cartulina y establecer reglas de juego para la actividad.</p> <p>Facilitar el uso de la recta numérica en material tangible a través del cual el estudiante pueda realizar representación de forma física las situaciones conducentes al uso de números enteros.</p> | <p>Comprender las reglas de uso del material disponible y tratar de deducir a través de las comparaciones y analogías las reglas de adicción y sustracción con enteros</p> | <p>Realizar desarrollo autónomo de las actividades y ejercitar y comprobar el manejo de operaciones a través de las situaciones planteadas</p> <p>Verificar la teoría dada por el docente en cualquier medio, ya sea físico o interactivo y aplicarlo en el desarrollo de las actividades.</p> | <p>Participación colaborativa de estudiantes y docente en las actividades con el fin de generar cambios que permanezcan de manera significativa.</p> |
| Recursos y Mediaciones                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                      |
| <p>En esta ocasión solo se necesita el medio empleado por el estudiante para constatar la teoría y las fichas de dominó elaboradas por cada miembro del proceso.</p> <p>Fichas, cartulinas, juego de escalera, cuerda, marcadores, participación en juego.</p>                                   |                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                      |

Fuente: Elaboración Propia

## **8.4 Secuencia 4**

En esta secuencia didáctica se pretendió asumir el carácter práctico y desarrollador de los juegos didácticos, como las destrezas se acentuaban en el recorrido de los mismos, pero aduciendo ello, siempre, a las bases nocionales aprendidas en las instancias de manejo de objetos físicos con el uso de fichas y recta numérica.

La manera como se ejecutaban las operaciones y se desarrollaban las destrezas necesarias en los juegos iba de la mano de la comprensión otorgada a las nociones preliminares y, a su vez, estas permitían una mejor obtención de la habilidad en las destrezas y rapidez de las respuestas.

### **8.4.1 Preguntas Problemáticas**

¿Qué situaciones de conteo suscitan las operaciones indicadas?

¿Se pueden representar las operaciones indicadas en los juegos a través de situaciones aprendidas con el uso de fichas o en la recta numérica?

¿Apoyas las operaciones que realizas en los juegos en situaciones aprendidas con el uso de fichas o la recta numérica?

¿Cómo desarrollas las operaciones desde lo aprendido en el uso de fichas y representación en la recta numérica?

### **8.4.2 Reflexión Secuencia 4**

Aquí se estableció la implementación de situaciones conducentes al manejo diestro de operaciones de adición y sustracción, identificación de números enteros en contexto, bien sea, de la matemática propiamente dicha, o de lo dado en expresiones que denotaran variaciones desde lo cotidiano, así como de lo formal en situaciones académicas de otras áreas, así como la capacidad del estudiante de visualizar e interpretar soluciones a problemas, en el que pudieran ser capaces de comunicar de manera eficiente y clara sus planteamientos e ideas y, en general, de asumir conductas favorables de aprendizaje que promovieran la innovación, la participación y la exploración en el campo de los números enteros, desde operaciones de adición y sustracción hasta llegar a las de multiplicación y división. Permitió, en lo posible, determinar el éxito de la fundamentación otorgada por las secuencias previas que aunque no extendidas en el manejo de objetos físicos para otras situaciones, si promovieron un avance significativo en la manera como los estudiantes

apropiaban los conceptos y se evidenciaba una transposición didáctica desde lo tangible o manipulativo hasta llegar a lo formal o procedimental de las operaciones con números.

El uso de juegos, tales como el dominó, precisó el carácter representativo al que se aludía por parte de los estudiantes cuando se remitían al manejo de las operaciones desde el uso de fichas con puntos o representaciones de traslaciones en la recta, es decir en lo vivencial o experiencial de las situaciones anteriores; aun cuando ya presentaban cierto manejo diestro en las operaciones, la remisión a situaciones concretas era una forma de establecer confianza en sí mismo y poder avanzar sin ningún contratiempo en el juego.

La manera como validaban sus resultados, en caso de dudas, permitía un volver a sus fundamentaciones desde lo concreto, ya que era para ellos la manera de constatar sus razonamientos o respuestas.

La labor docente estuvo más encaminada a observar como la competencia exigía de parte de ellos una mejor concentración y coordinación entre los aspectos matemáticos comunicativos y su correspondiente transformación en lenguaje cotidiano, así expresiones como  $(-2) - (-3)$  remitían a ideas como el de “si tengo 2 fichas negras (que restan) ¿cómo hago para llevar otras tres de negras a rojas (que suman) y poder hallar el resultado?”, este tipo de razonamiento era validado para poder apoyar un razonamiento y, a pesar de que se pudiera conocer la regla de adición y su correspondiente transformación, el apoyo otorgado a través de las representaciones con objetos físicos les permitía obtener mayor confianza y decisión.

Un aspecto clave en la manera como los estudiantes generaban un mayor recuerdo de las operaciones con los materiales era el hecho de que, entre más llamativos fueran éstos así también se incrementaba la facilidad para establecer el dominio de las operaciones que con ellos se suscitaba, hecho que se evidenció a medida que se repetían las experiencias con los estudiantes, cuestión esta que indicaba la importancia del aspecto estético de los materiales en la manera como ellos, los estudiantes, apropiaban o recordaban con mayor facilidad lo relacionado con las operaciones y procedimientos que ellos mismos establecían en su discurrir como agentes del descubrimiento.

Un aspecto además importante, sumado a lo anterior, es la forma como al protocolizar unas formas de comunicar, en el respeto, los estudiantes asumían con total interés y responsabilidad sus tareas y actividades, lo que de alguna forma atendía también a

la importancia del aspecto estético de la comunicación y, por consiguiente, en los ambientes de cooperación desde esta perspectiva.

Para los docentes que estuvieron al frente de este proceso se pudo poner en evidencia el carácter innovador en lo didáctico de los planteamientos hechos sobre las situaciones de la enseñanza de los números enteros, ya que el asumir desde una didáctica tradicional la enseñanza de contenidos en un transmisionismo que, de manera muy escasa, brindaba la oportunidad de generar espacios de discusión y auto-regulación y, por ende, pocas alternativas para que los estudiantes pudieran precisar ideas, argumentos y consolidación de formas de entender y comprender los aspectos asociados a una temática tan importante como el de los números enteros, en lo relacionado con adición y sustracción, cuestión que era totalmente opuesta con la puesta a punto en clases con un enfoque sustancialista.

### 8.4.3 Secuencia Didáctica 4

Tabla 4. Secuencia Didáctica 4

| FASE O ETAPA DE LA SECUENCIA:                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | INICIO                                                                                                               |                                                                                                                                                                         |                |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| NOMBRE DE LA SECUENCIA:<br>Aplicaciones prácticas para la interpretación de operaciones de adición y sustracción con enteros |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Número de sesiones                                                                                                   | Fechas                                                                                                                                                                  | Participant es |
|                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 1                                                                                                                    | 4 /09/17                                                                                                                                                                | 7 - 02         |
| Objetivos                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                      |                                                                                                                                                                         |                |
| OBJETIVOS DE LA SESIÓN                                                                                                       | APRENDIZAJES<br>(Qué aprendizajes espero que alcancen mis estudiantes)                                                                                                                                                                                                                                                            | DESEMPEÑOS<br>(Qué acciones evidencian cumplimiento objetivos)                                                       | Evaluación.<br>(qué espero evaluar)                                                                                                                                     |                |
| Dar significado en el uso de situaciones prácticas a las operaciones de adición y sustracción de enteros.                    | <p>Que el aprendizaje de las operaciones con enteros tenga una base conceptual basada en representaciones de situaciones prácticas.</p> <p>Que la adición y sustracción de enteros sean asumidas partiendo de nociones ligadas a resultados parciales y/o totales cuando sean aplicadas en instancias didácticas de enseñanza</p> | Contextualizar en las aplicaciones didácticas el significado que se les puede otorgar a las operaciones con enteros. | Que el estudiante pueda identificar y proponer situaciones en las cuales se aplican nociones ligadas a la significación de los términos de una adición y/o sustracción. |                |
| Planeación De Actividades                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                      |                                                                                                                                                                         |                |

| Actividades Del Docente                                                                                                                                                                                                                  | Actividades Estudiante                                                                                                                                              | Actividades Autónomas Estudiante                                                                                                                                                                                                                                                          | Criterios De Evaluación Y Evidencias                                                                                                                                                                                                   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Proponer actividades lúdicas que permitan que el estudiante apropie unas interpretaciones asociadas a las operaciones de adición y sustracción con enteros.</p>                                                                       | <p>Desarrollar la consulta del tema, organizar con su compañero asignado y preparar la participación en cada pregunta de manera adecuada y siguiendo la reglas.</p> | <p>Comprender las reglas asociadas a los juegos propuestos y establecerlas como procedimiento para realizar operaciones con enteros.</p> <p>Desarrollar juegos de manera autónoma y desarrollar habilidades de comprensión de las formas como se deducen las operaciones con enteros.</p> | <p>Dominio y destreza de operaciones con enteros con la puesta en contexto de las operaciones y/o reglas plasmadas en los juegos didácticos propuestos.</p> <p>Orden, dedicación, habilidades y destrezas en el uso de los juegos.</p> |
| <p><b>Recursos y Mediaciones</b></p>                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                        |
| <p>JUEGOS DIDÁCTICOS, HORAS DE CLASE, SITUACIONES PROBLEMA DE INTERPRETACIÓN EN LOS JUEGOS, PREGUNTAS PROBLEMATIZANTES, DIALOGO CON LOS ESTUDIANTES EN LA APLICACIÓN DE REGLAS DE JUEGO TRANSPUESTAS EN LAS OPERACIONES CON ENTEROS.</p> |                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                        |

Fuente: Elaboración Propia

## 9. Reflexiones Generales

En la siguiente tabla, se analizarán algunos aspectos entre dimensiones relacionadas con la implementación didáctica en el uso de objetos físicos y algunas formas observadas de evolución, cambio y mejoramiento, así como, dificultades encontradas en relación a la enseñanza y aprendizaje de los números enteros y, de los cuales, se analizaron incidencias, en lo posible, conjuntas, sobre tópicos metodológicos y de acción; con ello se busca establecer fundamentos acerca de cómo poder seguir creciendo y estableciendo criterios más asertivos en la didáctica de esta parte de las matemáticas. (Ver anexos: Tabla 9)

Las informaciones obtenidas en relación a los desempeños de los estudiantes, una vez se aplicaron las respectivas secuencias, fueron:

### 9.1 Desempeño en operaciones en enteros en 2017-II: Grado séptimo

Tabla 5. Desempeños en operaciones con enteros y noción de entero en estudiantes de grado séptimo año 2017-2.

| Operación | Adición | Sustracción | Noción De Entero |
|-----------|---------|-------------|------------------|
| Bajo      | 60%     | 80%         | 70%              |
| Medio     | 30%     | 20%         | 20%              |
| Alto      | 10%     | 0%          | 10%              |
| Superior  | 0%      | 0%          | 0%               |

Fuente: Elaboración propia con los datos obtenidos con la implementación de pruebas.

Aquí se establecía un marco de referencia sobre datos que indicaban los desempeños obtenidos de los estudiantes sobre manejo de operaciones y nociones asociadas a números enteros, la mayor parte de la población, correspondiente a tres grados séptimos, marcaba una tendencia muy asidua hacia desempeños bajos.

### 9.2 Datos sobre manejo de operaciones en enteros en el año 2018-II

Tabla 6. Desempeños en operaciones con enteros y noción de entero en estudiantes de grado séptimo año 2018- 2.

| Operación | Adición | Sustracción | Noción De Entero |
|-----------|---------|-------------|------------------|
| Bajo      | 30%     | 40%         | 20%              |
| Medio     | 25%     | 30%         | 30%              |
| Alto      | 40%     | 25%         | 40%              |
| Superior  | 5%      | 5%          | 10%              |

Fuente: Elaboración propia con los datos obtenidos en la implementación de pruebas.

Aquí se aprecia un desempeño más alto en relación al año anterior, hay una mejora sustancial en lo relacionado con los manejos de las operaciones. Ya hay desplazamientos hacia desempeños medios y altos en mayor proporción y una mínima proporción para rendimientos superiores.

### 9.3 Manejo de operaciones de adición con el uso de la recta numérica 2018 – 2

Tabla 7. Manejo de Operaciones de adición con el uso de la recta numérica.

| Aspecto vs Rendimiento | Operación Directa | Operación Inversa | Interpretación Distancia | Interpretación Desplazamiento | Independencia desplazamiento o Distancia al origen |
|------------------------|-------------------|-------------------|--------------------------|-------------------------------|----------------------------------------------------|
| Bajo                   | 20%               | 10%               | 20%                      | 10%                           | 5%                                                 |
| Medio                  | 30%               | 30%               | 25%                      | 25%                           | 10%                                                |
| Alto                   | 30%               | 35%               | 40%                      | 30%                           | 35%                                                |
| Superior               | 20%               | 25%               | 15%                      | 35%                           | 50%                                                |

Fuente: Elaboración Propia

Aquí se observa un desempeño de estudiantes en el manejo de operaciones con una proporción bastante alta y con dominios también en desempeños medios, altos y superiores

### 9.4 Aceptación Docente en el uso de didácticas sustancialistas

Tabla 8. Valoraciones de los docentes respecto del uso de didácticas sustancialistas.

| Didáctica Tradicional Vs Didáctica Sustancialista  | S<br>I  | N<br>O  |
|----------------------------------------------------|---------|---------|
| Cambio De Percepción En El Uso De Materiales       | 7<br>0% | 3<br>0% |
| Potencialidad En El Uso De Materiales              | 8<br>0% | 2<br>0% |
| Modelización De Conceptos Con El Uso De Materiales | 8<br>0% | 2<br>0% |
| Desarrollo De Capacidad Crítica Y De Análisis      | 9<br>0% | 1<br>0% |
| Favorabilidad En El Uso Del Tiempo                 | 4<br>0% | 6<br>0% |
| Favorabilidad En La Modelización De Conceptos      | 8<br>5% | 1<br>5% |

Fuente: Elaboración Propia

Aquí se aprecia una favorabilidad, por parte de los docentes, en el uso de materiales como parte de una didáctica sustancialista. Sin embargo, la favorabilidad en el uso del tiempo fue considerada, por la mayoría de Ellos, un poco inapropiada ya que se requería más tiempo del utilizado en las clases con desarrollo magistral. El desarrollo de la capacidad crítica y de análisis fue, sin embargo, asumido como factor favorable en las actividades, ya que estimulaba la participación y los debates en torno de los temas que se pretendían enseñar, así también como estrategia de modelización de conceptos en torno al tema de números enteros.

## 10. Hallazgos

Algunos aspectos asociados a la interacción generada por estudiantes en su proceso de construcción consensuada y orientada por los docentes estuvo enmarcada, en principio, en un discurrir entre lo figurativo de los objetos y la comprensión generada por el sentido otorgado a las acciones sobre ellos, es decir, la calidad de los materiales era un “factor de enganche” entre la labor planteada por los docentes y el carácter estimulante prefigurativo de los materiales, presunción algo subjetiva en Ellos respecto del uso dado a los mismos y que se relacionaba, en primera instancia, con factor estimulante en el uso de dichos objetos; de aquí podemos decir entonces que una calidad de los materiales incidía de manera significativa respecto de las expectativas asumidas por el estudiante, a la vez que el tener, por parte del docente, una actitud agradable y serena, pero también con la exigencia y la claridad necesarias respecto de lo que se debe pretender en el espacio académico.

Otro aspecto de importancia registrado en el desarrollo de las actividades estuvo relacionado con la forma como los procesos, en su consecutividad, son tenidos en cuenta desde el abordaje de las prácticas con objetos físicos, es decir, los estudiantes mostraron mejor disposición a recordar y tener en cuenta lo generado como conocimiento en cada una de las experiencias de aprendizaje con el uso de materiales que, comparado con el caso en que cuando se enseñaban los conceptos de manera directa, en didácticas de tipo tradicional, en el que se da preponderancia a la verbalización, ésta forma de enseñanza no generaba una estabilidad sobre los conceptos al no posibilitar una estabilidad sobre acciones recordables, vivenciales e interpretables como resultado de la acción sobre los objetos de manipulación directa.

Aunque también se asumió, en un comienzo, como parte de una de las secuencias, la importancia de plantear situaciones claras que promovieran conceptualizaciones adecuadas acerca de situaciones de variación desde los enteros, ésta se hizo más con el carácter concomitante de poner en cuestionamiento la manera en cómo desde la relatividad de las expresiones cotidianas se pueden generar ideas conducentes a la idea de número entero. La posterior aplicación de experiencias con el uso de materiales y objetos físicos lo que pretendía era afianzar los conceptos relacionados con la generación e interpretación de la idea de número entero desde lo atribuible a objetos físicos y, poder encontrar en ello, una

estabilidad de los conceptos, apostando así a una didáctica sustancialista en esta parte de las matemáticas.

Los hallazgos relacionados con la concepción que tenían los docentes de matemáticas en relación a la práctica en la enseñanza de la misma fueron:

La manera como asumían la enseñanza de las matemáticas estaba matizada por una concepción de hacerla significativa en el que, la experiencia, a través de las aplicaciones que a través de ella pudieran suscitarse, podrían otorgar una potencialidad en la práctica que permitiera que los conceptos fuesen comprendidos en mejor manera. Aunque ello era manifiesto en sus discursos, la mayoría de docentes asumían la magistralidad en sus clases como elemento dominante, argumentando que era muy difícil desprenderse de la explicación, que el aspecto comunicativo tiende a privilegiar, en matemáticas, la comunicación en un solo sentido, que raras veces, cuando se asumen metodologías de resolución de problemas, con el uso de libros de texto, los estudiantes establecían participaciones que pudieran asumirse como una comunicación dada en sentido contrario, es decir, de estudiante a docente y, para la cual se hacía necesario, incluso, establecer ciertas restricciones de eficiencia, claridad, precisión y calidad en las expresiones así como en maneras de poner en evidencia ideas y conceptos que el docente debía considerar a la luz de las teorías y conceptos manejados en clase. Sin embargo, ciertas exigencias dadas como argumentar a cerca de situaciones palpables o vivenciales era, para la mayoría de docentes, limitada y difícil de contextualizar ya que, para ellos, la mayoría de conceptos en matemáticas, sobre todo los aritméticos y algebraicos, les era difícil asumir cómo explicaciones de sentido desde las operaciones o expresiones utilizadas, solo un número limitado de situaciones son las que podían asumirse como modelo de aplicación y de generación de los conceptos que, en su momento, mostraban como parte de los temas en las clases; aunque lo anterior era explicado por los docentes como una situación más dada por las dificultades de tiempo y de cumplimiento en los cronogramas de las programaciones, más que una preocupación en sí relacionada con el no encuentro de situaciones que propiciaran el aterrizaje de los conceptos a situaciones aplicativas. Esto desencadenaba, por lo tanto, una omisión de los docentes en estos aspectos y, con lo cual, hacían solo centramiento en las explicaciones concernientes a los conceptos desde la magistralidad con el uso de la comunicación verbal y expositiva como prioritarios, lo que generaba una

pasividad en los procesos de comprensión y de cuestionamiento respecto de los conceptos explicados.

Con la puesta a punto de metodologías sustancialistas a través de la manipulación de objetos físicos, asunto que no fue nada fácil en los docentes reconvenir, permitió, en la medida de lo posible, un avance significativo respecto de poder poner en consideración ciertos aspectos de las matemáticas como enseñables desde la puesta a punto con el uso de materiales y recursos del medio. Para el caso de los números enteros, las situaciones suscitadas y susceptibles de enseñar con el uso de objetos como la recta numérica, puntos y juegos de mesa, permitió, por un lado, hacer conscientes a los docentes de su importancia como recurso didáctico, a la vez que integrador de nociones espaciales y tangibles con los conceptos asociados a los números enteros, como lo es la adición y sustracción de los mismos.

Las intuiciones surgidas en la interacción de los estudiantes con los materiales, en la medida en que se establecía, por parte de los docentes, las condiciones de hacer uso de los mismos, pudo poner en evidencia, como a partir del contexto, en el uso del lenguaje, la referencia a situaciones propias ya manejadas por ellos, desde lo concerniente a su propio cuerpo, la convención establecida en comunicación como forma de lograr una correspondencia entre las acciones y las situaciones, el sentido y familiarización con los materiales y, en fin, las formas de identificar, usar y diferenciar conceptos ya manejados como parte de su lenguaje natural evidenciaban una génesis de los conceptos que posibilitaban una estructuración a priori de los mismos y, con lo cual, abordar su descubrimiento con el apoyo dado en los materiales.

El avance paulatino en la estructuración intuitiva de conceptos asociados a los números enteros demandó más del tiempo necesario del que se utiliza normalmente en el desarrollo de las clases magistrales, pero permitió en contrapartida, por un lado, dinámicas de clase, que en el parecer de los estudiantes, les eran más llamativas e interesantes, es decir, motivantes, y por otro lado, facilitó la apropiación de conceptos de adición y sustracción de enteros una vez surgidas las actividades de formalización con el uso de lecturas y proposición de situaciones surgidas como elementos de clase autodidactas, en primera instancia, y que, posteriormente, facilitaría también, la referencia a situaciones reales e interpretadas como variaciones enteras de cantidades.

La capacidad de deducción y de abstracción, en estudiantes de estos grados, siempre ha adolecido de una dificultad en relación a la permanencia estable de los conceptos, lo que denotaba una falta de estabilidad interpretativa, hecho que se verificaba en grados posteriores, en donde se evidenciaba que el manejo de las operaciones de adición y sustracción, en enteros, era aún bajo. La referencia a situaciones, como el manejo de objetos físicos, permitió que las situaciones de abstracción fuesen acentuadas con un origen tangible y, por lo tanto, vivencial para el estudiante, lo que propició una referencia a experiencias directas de carácter, tanto procedimentales, emotivas, fácticas, apreciativas, corporales, de trabajo en equipo y comunicativas, como acuerdos surgidos en su ejercicio de exploradores de conceptos, y que propició un elemento cognitivo de referencia a través del cual ubicar fundamentos de acción no tan simples, pero fructíferos como posibilitadores de esquemas de acción y de pensamiento interiorizado a través del cual establecer un telón de fondo generador de ideas y nociones claves con el avanzar en la construcción de conceptos en matemáticas, como el de los enteros y sus correspondientes operaciones de adición y sustracción.

La codificación hecha por los estudiantes a partir del uso de lenguaje natural, permitió, en lo posible, un acercamiento a conceptos estructurados de las matemáticas, que si bien no tenían, por obvias razones, la estructura correspondiente del lenguaje matemático, permitió dimensionar la potencialidad de uso como facilitador de su enseñanza a partir de procesos autónomos y conscientes de generación de ideas y conceptos.

Una de las formas en que se podrían poner en juego los asuntos relacionados con la facilitación de procesos de comprensión autónomos y de autogestión dirigida por lo docentes es el manejo de la pregunta cómo forma heurística de indagar y poner en cuestionamiento los conceptos e ideas surgidas en situaciones de autoconstrucción, en estudiantes, de conceptos matemáticos. A pesar de que las situaciones didácticas fueron propuestas como acciones sobre objetos, el carácter orientador de las preguntas posibilitó una mejor ubicación respecto de elementos de ayuda con el fin de hacer representaciones cada vez más propicias para la formulación de sistemas como los enteros y las operaciones de adición y sustracción.

El carácter numérico dado a los enteros no es independiente de lo que concierne a su carácter como elemento operante debido a que, en primera instancia, como ya se había

comentado en apartados anteriores, su concepción como elemento aislado tiende a no tener sentido desde una perspectiva de considerar a las cantidades solo desde sus magnitudes (Glaeser, 1981, Citado por Cid, 2009), por lo que, la noción de entero, propiciada a través de estas prácticas, estaba ligada a la idea misma de variación, que es realmente el contexto desde donde surge su estatus como elemento y concepto matemático y, por lo tanto, la puesta a punto de prácticas a través del manejo de objetos físicos, además de favorecer procesos tangibles o de manipulación con objetos físicos, permitió asumir el carácter variacional de las cantidades como punto de partida de, tanto la noción de número entero en sí, como el de adición y, en menor medida, el de sustracción.

Por otro lado, el carácter de las prácticas docentes inmersas en la investigación, con el uso de metodologías que le otorguen a la experiencia tangible, en el uso de materiales, un apartado epistemológico de generación de conocimientos potenciadores, propició en los docentes una nueva forma de abordar la enseñanza de las matemáticas desde hechos tangibles que, por su carácter integrador de aspectos comunicativos, prácticos, de acción, formulación, validación, verificación, comparación y aplicación, permitió alimentar nuevas perspectivas de asumir la enseñanza y poder otorgar a los estudiantes su papel autónomo de gestores de conocimiento y, por otro lado, a los docentes, un cambio de perspectiva respecto de lo que marcadamente se asume como una imposibilidad de gestión en estos campos de conocimiento, como lo es, el de las matemáticas.

La dinámica de trabajo en equipo permitió consolidar otro aspecto no menos importante pero igualmente valioso a la hora de determinar el éxito de la labor en la construcción de apartados y nociones en el tema de números enteros, ya que el ejercicio de integración e interacción entre estudiantes y docentes esbozó una dinámica de participación que fue desenvolviéndose en la medida en que se establecían los logros de crecimiento en nociones y conceptos, en un principio intuitivos, pero ya después comprendidos y formalizados a través de procesos autónomos de lecturas individuales y compartidas a cerca de los conceptos a enseñar y, en alguna medida, intervenidos también por el docente, pero que denotó un cambio en la percepción a cerca de la manera como los estudiantes contaban con nociones más propicias para la comprensión y asimilación del concepto de número entero y sus operaciones de adición y sustracción.

El uso de material adicional lúdico, como el uso de juegos de mesa, permitió el afianzamiento de destrezas cognitivas y de procedimiento, respecto de la manera como los estudiantes hacían alusión a las acciones sobre objetos, para después mecanizar ciertos actos interiorizados de pensamiento y volverlos accionantes de respuestas justificadas desde su comprensión primera con objetos, hasta pasarlos y convertirlos como elementos simbólicos con el significado necesario para esclarecer las operaciones y problemas planteados. A pesar de que se daban respuestas casi que inmediatas, el carácter comprensivo de las mismas era asumido con las justificaciones que daban los estudiantes en su accionar grupal, en donde se hacía evidente la transposición hecha a partir del manejo de objetos.

En cuanto al uso de material didáctico, distinto al convencional, se pudo evidenciar, por parte de docentes, la importancia que le reviste a los mismos el uso de elementos o recursos como generadores de ambientes de aprendizaje más llamativos y, por lo tanto, favorecedores de dinámicas debidamente orientadas de acuerdo al papel otorgado a dichos recursos.

De acuerdo a un concepto emitido por el M.E.N, en lo que tiene que ver con la transformación de la calidad educativa se tiene lo siguiente:

Los materiales educativos, si bien pueden tener un efecto menor en relación con los otros factores, es evidente que apoyan la labor de los maestros y los esfuerzos de los estudiantes. Un material de alta calidad, apropiado para el nivel y condiciones del maestro y de los estudiantes, sirve de herramienta de aprendizaje para ambos. (MEN, 2011, p. 6)

De alguna manera se pudo evidenciar que los docentes otorgaron, a partir de aquí, una importancia más marcada al uso de materiales didácticos como facilitadores en la transposición de conocimientos. Por otro lado, la labor estudiantil se ve también más motivada en la elaboración de materiales como elementos de acompañamiento en las clases.

El contexto en el que se desenvuelve el estudiante es catalizador de aspectos inherentes al conocimiento mismo, que permanece en estado de latencia y, propicia, desde su constitución como factor de significación a las acciones y formas de comunicación, un velo de potencialidades, a partir de las cuales, escudriñar sus posibilidades e integraciones como circunstancias favorecedoras para, a través de un ejercicio de decantar conceptos a

partir del conocimiento circunstancial y espontáneo que él mismo posee, alcanzar formas y niveles de conocimiento tan válidos como el conocimiento plenamente constituido en la áreas de conocimiento.

El contexto se constituye en un filtro entre los conocimientos adquiridos de manera natural por el estudiante y los dados a nivel formal en las diversa áreas de conocimiento, por lo cual, su integración en las dinámicas de acción didáctica y pedagógica lo convierte en uno de los referentes de mayor peso e influencia a través del cual poder encaminar procesos de formación autónomos, dinámicos, potencializadores, asertivos, guiados y conscientes con los que pueda contar el estudiante y, mucho más, el docente.

El uso de términos e ideas propias de uso en contexto, legitimó, de manera natural, ciertos aspectos de los números enteros que, de alguna manera, no eran asumidos de manera consciente desde la formalidad matemática y que develaban, por lo tanto, una comprensión viciada respecto de lo que podría ser una inteligibilidad desde las propias ideas y concepciones del estudiante.

El carácter unívoco de las representaciones realizadas con objetos, a pesar de que hizo un recorrido de discusiones e interpretaciones desde las concepciones de los estudiantes, su validez y aproximación, desde la teoría formal matemática, consolidó un conocimiento que, partiendo de nociones propias, pudo superar ciertas dificultades relacionadas con la estructuración de las ideas desde lo cotidiano de las mismas representaciones y, por otro lado, equipar conceptualmente, de manera potencial, nociones esclarecedoras de circunstancias diferenciadoras entre situaciones matematizables como la posición, el desplazamiento, puntos de referencia y distancias dirigidas y no dirigidas, así como nociones topológicas de espacio y tiempo.

El papel asumido por el contexto era visto, por algunos docentes, como obstáculo, en la medida en que es referido a circunstancias asociadas a la situación económica, la violencia intrafamiliar, hogares disfuncionales, el abandono, y que, en alguna medida, dificultan la labor docente y, por lo tanto, desfavorecedores de procesos de aprendizaje plenos a través de los cuales el estudiante pudiera superar sus inconsistencias académicas y, en algunos casos, comportamentales, sin embargo, las dificultades académicas asociadas al contexto, más que considerarlas causadas por circunstancias sociales, que sin lugar a dudas son muy importantes, aquí se prefiere considerarlas en circunstancias favorecedoras, como

en las que, a través de la misma escuela, o del mismo contexto, no se coadyuve en la consolidación de sistematización de experiencias capaces de fomentar formas equivalentes y, en muchos casos, disímiles de conocimiento y, con lo cual, facilitar el encuentro entre conceptos científicos y no científicos, bien sea, desde nociones dispersas, como suele suceder en ambos campos de conocimiento o desde nociones integradoras.

En relación al contexto, el M.E.N establece también una caracterización en términos de las facetas que rodean al estudiante desde lo social:

El contexto tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende. Variables como las condiciones sociales y culturales tanto locales como internacionales, el tipo de interacciones, los intereses que se generan, las creencias, así como las condiciones económicas del grupo social en el que se concreta el acto educativo, deben tenerse en cuenta en el diseño y ejecución de experiencias didácticas. (MEN, 1998, p. 19)

Sin lugar a dudas la influencia del contexto, en términos de dificultades asociadas a las condiciones de supervivencia y de factores ligados a la misma, connota una temática que es preciso esclarecer y tratar de la mejor manera para que, en lo posible, sentir el menor impacto en los desarrollos académicos y sociales de los estudiantes. Factores como los ya mencionados en líneas anteriores surcan, sin lugar a dudas, una barrera de dificultades que tienden a propiciar desánimos y bajos rendimientos en estudiantes, por lo cual, es aquí cuando más se debe bogar por una educación y enseñanza motivantes, y que le brinden al estudiante las posibilidades de desarrollo intelectual, ético y social necesarios que lo impulsen a querer tener, cada vez más, nuevos desafíos.

Con base en esta experiencia se pudo constatar que la enseñanza de las matemáticas no está sujeta a la transmisión de conocimientos acabados y rígidos en su haber, sino que, por el contrario, encuentra su razón de ser en las formas como el estudiante puede llegar al encuentro de los mismos desde su comprensión y concepciones cotidianas, en el trabajo equipo y las derivaciones hechas a su actuar como agente innovador y pensante. Por otro lado, el docente debe asumir su papel de orientador enfocado en las presunciones y convencimientos de movilidad que puede otorgársele al estudiante cuando se formula la enseñanza desde la óptica del descubrimiento y la inventiva, característica del ser humano pensante y ético en su actuar.

Con el ejercicio realizado, la visión otorgada a los estudiantes sobre las matemáticas caracterizó un pensamiento cambiado en la manera como, desde el hacer de actividades tangibles, se pueden construir conceptos liberadores del pensamiento y el actuar, y que promulga, por lo tanto, un espíritu investigador y de considerar a las matemáticas como algo natural y sensible al actuar humanos, por lo tanto cambiante en la concepción de la misma y emancipador respecto del papel que se le atribuye a la práctica docente como transformadora y, por otro lado, conciliadora entre el estudiante y una forma de conocimiento inherente a su deambular en contexto.

El factor tiempo y las exigencias normativas de cumplimiento no permitieron hacer un uso más extensivo de este tipo de prácticas ya que, hay que reconocer, que su implementación demanda más tiempo del permitido y, por lo tanto, limitante en posibles alternativas extensivas a otras temáticas para estudiantes de grado séptimo.

#### 10.1 Manejo de operaciones en enteros periodo 2017 – I



Figura 1. Estado manejo de operaciones en grado séptimo año 2017-I en adición.

Fuente: Elaboración propia con los datos de los resultados obtenidos

En esta gráfica se muestra en qué nivel se encontraba la operación de adición en el grado séptimo en el periodo 2017-1 para una muestra de 45 estudiantes, lo que evidenciaba bajos niveles de comprensión en relación a esta operación. Los errores asociados a esta operación estuvieron relacionados, en su mayor parte, al establecimiento de adiciones absolutas, es decir, sin tener en cuenta el signo de los enteros involucrados y, por consiguiente, de adiciones en el que solo tiene en cuenta el número y no su signo.



Figura 2. Estado manejo de operaciones en grado séptimo año 2017-I en sustracción.

Fuente: Elaboración propia con los datos de los resultados obtenidos

Los errores asociados para la operación de sustracción fueron más marcados, debido a la confusión generada en el cambio de signos de los enteros involucrados, lo que se traducía, en su mayor parte, como restas normales.

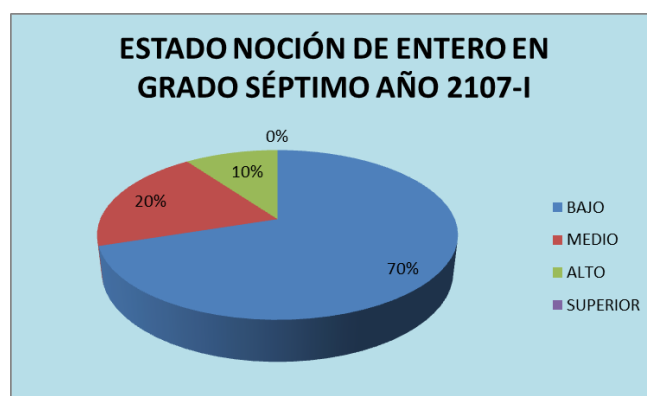


Figura 3. Estado noción de entero en grado séptimo año 2107-I.

Fuente: Elaboración propia con los datos de los resultados obtenidos.

La noción de entero asociada a situaciones significación estuvo matizada por la no diferenciación, en su mayor parte, de situaciones que aluden a enteros positivos y aquellas que aluden a enteros negativos, la mayor parte de ellas eran asumidas como enteros

positivos. Esto debido a la no asociación de las cantidades con caracterizaciones en torno a lo espacial y lo experiencial de las situaciones que se pretenden asumir, de manera contraria, como hecho problematizante desde lo verba y expositivo.

### 10.2 Manejo de operaciones en enteros en el periodo 2018-II

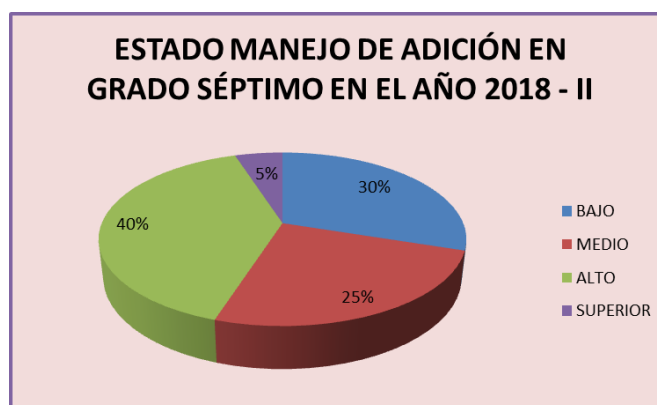


Figura 4. Estado manejo de operaciones en grado séptimo año 2018-II en adición.

Fuente: Elaboración propia con los datos de los resultados obtenidos.

En esta gráfica se muestra en qué nivel se logró llevar la operación de adición en enteros a través de la implementación de las secuencias didácticas en las que se utilizaron objetos físicos. Aunque existe un grupo de estudiantes con nivel bajo se pudo constatar que disminuyó a la mitad dicho porcentaje. En el nivel alto se ubicó un 40%, lo que significó un aumento del 30% en relación al mismo periodo en el año anterior.



Figura 5. Estado manejo de sustracción en grado séptimo año 2108-II.

Fuente: Elaboración propia con los datos de los resultados obtenidos.

En este gráfico se pudo evidenciar la disminución significativa del porcentaje de estudiantes de nivel bajo desde un 80% a un 40%, aumentando el porcentaje de estudiantes en los niveles medio y alto así como aparición de estudiantes con un porcentaje del 5% en un nivel superior.



Figura 6. Estado noción de entero en grado séptimo en el año 2018- II.

Fuente: Elaboración propia con los datos de los resultados obtenidos.

Aquí se presentó una disminución considerable en el porcentaje de estudiantes que estaban en un nivel bajo y llegar hasta en un 20%. En el nivel medio hubo un incremento del 10% al pasar de un 20% a un 30%, de igual manera en el nivel alto se presentó un incremento del 10% al 40% y aparece un nivel superior con un porcentaje del 10%

Manejo de operaciones de adición con el uso de la recta numérica

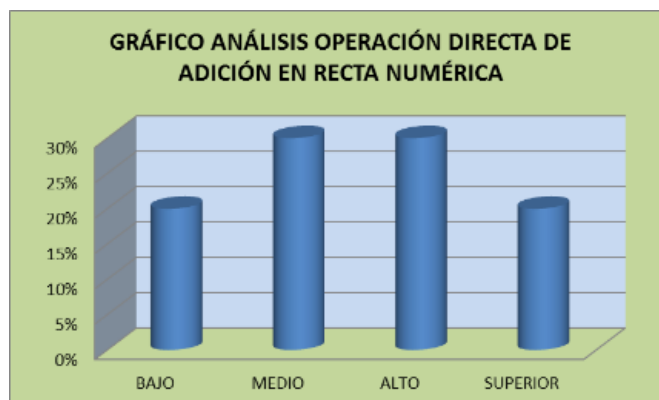


Figura 7. Gráfico análisis operación directa de adición.

Fuente: Elaboración propia con los datos de los resultados obtenidos.

Para este gráfico se evidenció como aparecen niveles significativos de manejo de operaciones directas de adición en la recta numérica, con porcentajes en cada nivel de 20% para el bajo, 30% para el nivel medio, 30% para el nivel alto y 20% para el nivel superior, asunto que no se pudo constatar con antecedentes previos debido a la implementación realizada.

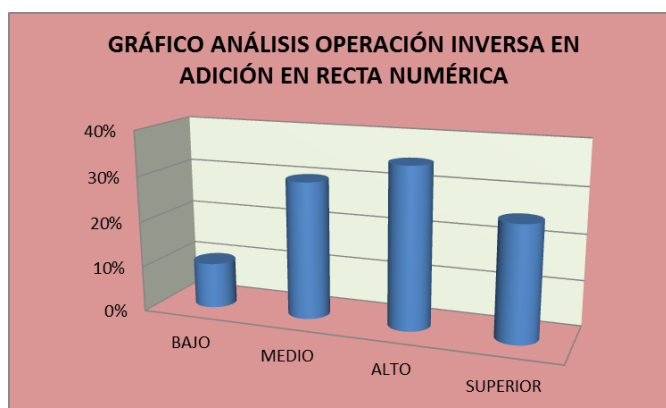


Figura 8. Gráfico análisis operación inversa de adición en la recta numérica.

Fuente: Elaboración propia con los datos de los resultados obtenidos.

En este gráfico se muestra como aparecen niveles de significación de operaciones inversas con el uso de la recta numérica, operaciones que comprendieron tanto la adición como la sustracción y para el cual se notó un significativo progreso de comprensión y dominio de las operaciones inversas a la adición y sustracción, es decir, una vez dado un resultado o cantidad entera, como se asumían términos numéricos en la suma y resta de enteros que condujeran a dichos resultados. Aquí los porcentajes se distribuyeron así: bajo, 10%; medio, 30%; alto, 35%; superior, 25%

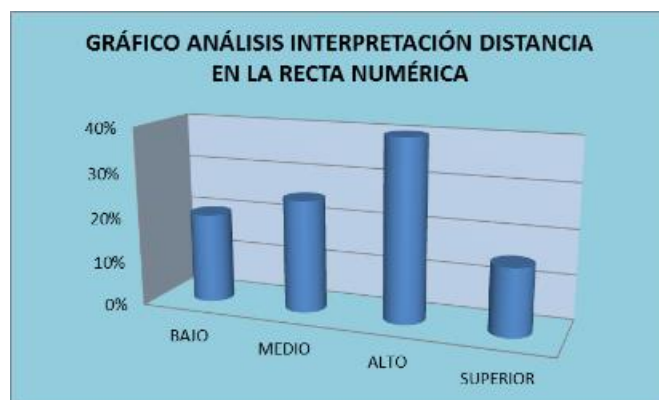


Figura 9. Gráfico análisis interpretación distancia en la recta numérica.

Fuente: Elaboración propia con los datos de los resultados obtenidos.

En este gráfico se muestra en qué porcentaje se estableció la comprensión, en sus diferentes niveles, del concepto de distancia en la recta numérica y mirar la independencia del concepto, para la determinación en la misma, entre puntos igualmente espaciados.



Figura 10. Gráfico análisis cambio de percepción en docentes en el uso de materiales didácticos como objetos físicos.

Fuente: Elaboración propia con los datos de los resultados obtenidos.

Entre los docentes participantes y otros que no lo fueron, en la implementación de las secuencias, se pudo notar la apreciación de favorabilidad respecto del uso de materiales didácticos, como el de los objetos físicos, para la enseñanza de números enteros, en especial, en las operaciones de adición y sustracción de enteros. Para los docentes que no estuvieron a favor o convencidos del todo algunos manifestaron su aferramiento a la enseñanza de las matemáticas con el uso de metodologías tradicionales expositivas, pero en general, hubo asentamiento para la mayor parte de los docentes a favor de estas didácticas activas con el uso de materiales.

### 10.3 Valoraciones Docentes Respecto Del Uso De Didácticas Sustancialistas

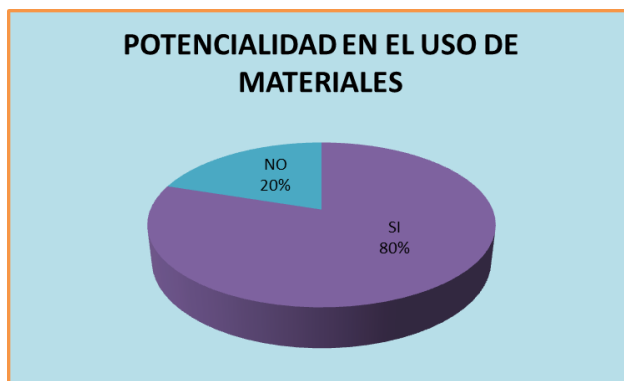


Figura 11. Gráfico análisis de potencialidades en el uso de materiales.

Fuente: Elaboración propia con los datos de los resultados obtenidos.

Los docentes estuvieron de acuerdo, en alto porcentaje, 80%, en otorgar a los materiales un papel potenciador de aprendizajes y de diseño de situaciones didácticas.

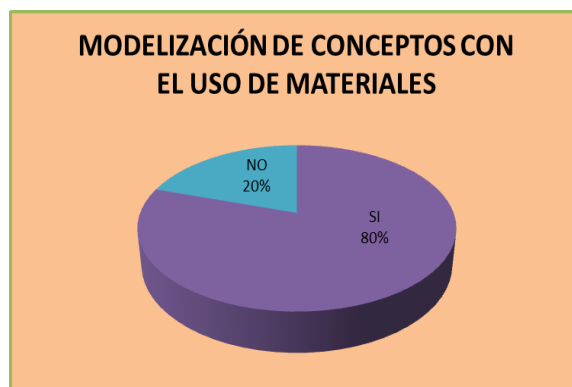


Figura 12. Gráfico análisis de modelización de conceptos con el uso de materiales.

Fuente: Elaboración propia con los datos de los resultados obtenidos.

Los docentes estuvieron de acuerdo también, en alto porcentaje, 80%, en la manera como se pueden modelizar situaciones de aprendizaje con el uso de objetos físicos. La manera como se pueden modelizar situaciones de adición, sustracción, operaciones directas e inversas, asumir caracterizaciones de las cantidades e involucrar conceptos de conservación como los de distancia en la recta numérica.

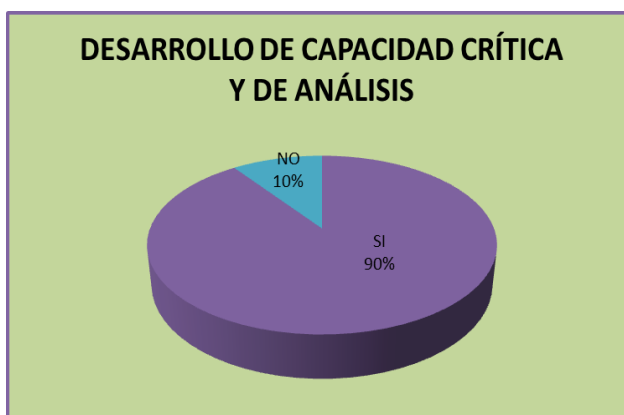


Figura 13. Gráfico desarrollo de capacidad crítica y de análisis.

Fuente: Elaboración propia con los datos de los resultados obtenidos.

Con la implementación de la didáctica Brousseana con el uso de objetos físicos se pudo evidenciar en alto porcentaje, 90%, la manera como los estudiantes desarrollaron capacidad de análisis crítico y manifestado en la manera como argumentaban y validaban las situaciones con las que querían representar las operaciones en enteros y construir sistemas conceptuales que emergieron, en su análisis contextual, aunque de manera no tan estructural, a la par de los dados en la matemática formal.

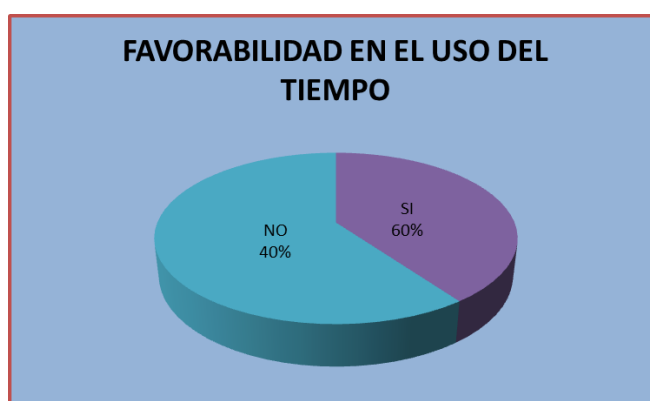


Figura 14. Gráfico de análisis de favorabilidad en el uso del tiempo.

Fuente: Elaboración propia con los datos de los resultados obtenidos.

Los docentes consideraron, con un porcentaje en contra del 60%, la dificultad asociada al uso del tiempo con el uso de objetos físicos, dentro de una didáctica

Brousseana, los desarrollos bastante prolongados que requiere la implementación de una didáctica de este tipo, ya que, estiman, los conceptos necesitan más tiempo para ser desarrollados y los asumen de carácter nocional intuitivo y no estructurados del todo formalmente, pero sí reconocen, como ya se indicó en la figura 11, el potencial para estructurar conceptos a priori y, favorecer con ello, el aprendizaje en otras instancias.

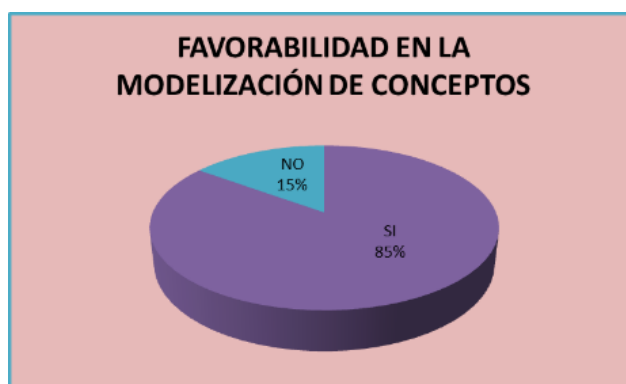


Figura 15. Gráfico favorabilidad en la modelización de conceptos.

Fuente: Elaboración propia con los datos de los resultados obtenidos.

Aquí se analizó, para los estudiantes, en qué porcentaje se sintieron favorecidos con la utilidad otorgada por los objetos físicos en la interpretación de conceptos y operaciones, lo cual arrojó un porcentaje del 85% a favor.

## **11. Proyección De La Estrategia a Dos Años**

A través de la implementación de esta estrategia didáctica se pretende generar, en el transcurso de los dos años siguientes, una mejora sustancial en los procesos de comprensión y de realización de operaciones con números enteros y, por otro lado, resignificar las prácticas educativas en la enseñanza de los números enteros en el que se propenda por, tener en cuenta, los aspectos concretos y tangibles situacionales sobre los cuales podrían basarse las relaciones de aprendizaje y todo lo relacionado con la representación de las acciones sobre objetos que, en alguna medida, fortalezcan el pensamiento y el razonamiento matemático.

La formulación de prácticas docentes que tengan en cuenta el elemento tangible de manipulación concreta de objetos permitirá, en lo posible, establecer bases o fundamentos operativos del pensamiento y, con lo cual, se hace necesario, por lo tanto, reconocer como elemento de referencia para una mejor habilidad psicomotriz y cognitiva que posibilite procesos de pensamiento ligados o referidos a una base representativa más real y susceptible de asumir, como punto de partida, en el reconocimiento de acciones sobre objetos, una transposición significativa de enlace entre las acciones sobre los objetos y las representaciones que en el ámbito de las matemáticas se presentan, y poder potenciar con ello, desde las analogías operativas, sus fundamentos conceptuales.

La formulación de prácticas docentes, desde el uso de elementos tangibles, será asumida en el colegio Milciades cantillo Costa como un referente para llevar a cabo prácticas de enseñanza más ceñidas a lo vivencial y práctico de las situaciones, cuáles de ellas y de qué manera podrían encuadrar una enseñanza potencial de conceptos matemáticos, y de manera inversa, como podrían favorecer un potencial en la enseñanza que asuma este aspecto de lo real como una forma de avanzar desde una perspectiva epistemológica sustancialista.

Se pretende que con la introducción de metodologías didácticas basadas en este manejo de objetos físicos se mejoren los rendimientos académicos en estudiantes en esta parte de las matemáticas y, con lo cual, favorecer procesos de reinterpretación y ubicación, desde nociones concretas, los procesos de pensamiento ligados a la interpretación de los contenidos matemáticos.

Algunos otros aspectos a mejorar serían los siguientes:

Cambio en las prácticas docentes con la introducción de nociones a través de la manipulación de objetos físicos, en el que se establezcan los fundamentos epistemológicos y de transposición didáctica como orientadores en la interpretación de contenidos formales desde este aspecto concreto de la enseñanza.

Determinación de aspectos en la enseñanza y aprendizaje de los números enteros que serían susceptibles de intervención con el uso de metodologías enfocadas desde la didáctica de Brousseau y didáctico Socrático, tales como planeación con el uso de objetos físicos, relación entre las actividades con objetos y las temáticas propuestas, simbolización y transposición entre los supuestos asumidos en las acciones desarrolladas con objetos físicos y los contenidos a enseñar, categorización de niveles de aprendizaje<sup>5</sup> propuestos como factibles con el uso de objetos físicos, dinámica de asociación y cooperación en estudiantes y docentes como potenciadora y facilitadora de procesos de reconversión y comprensión autónomos en ítems de esta parte de las matemáticas.

Mejora en los rendimientos académicos de estudiantes de grado séptimo a través del fundamento con el uso de nociones en objetos físicos.

Extender la mejora en fundamentación de conceptos como la adición y sustracción de números enteros a otros también complejos y relacionados con estos, como lo son la multiplicación y división.

Mejora en los desempeños de los estudiantes en componentes numéricos de pruebas externas.

Categorizar procedimientos y nociones claves en la metodología didáctica que posibilite estructurar, ampliar y discutir su empleabilidad como elemento de desarrollo y de ampliación de procesos, pedagógicos y curriculares al interior del área de matemáticas.

Posibilitar el diseño y perfeccionamiento de material didáctico que permita un uso adecuado y al alcance de la comunidad estudiantil y docente.

Establecer un banco de observaciones docentes que posibiliten la formulación de prácticas más enfocadas a la investigación, en el ámbito didáctico, con el uso de materiales del medio, y que permita también, en lo posible, establecer dinámicas en el compartir de las

---

<sup>5</sup> Es de aclarar que la categorización de niveles de aprendizaje, según Bandura (1982, Citado por Sarmiento, 2007), tiene que ver con procesos de pensamiento y de contenido asumidos desde instancias que podrían ser intuitivas, procedimentales, verbalización de procedimientos, lo práctico o pragmático de las interpretaciones en relación a lo vivencial, referencia a situaciones propias y contextualizadas desde las matemáticas, habilidades procedimentales y uso de representaciones como fundamento de interpretaciones.

experiencias docentes como estrategia de desarrollo y mejoramiento de las prácticas mismas.

Posibilitar el desarrollo e implementación de metodologías didácticas críticas como estrategia de legitimar procesos de enseñanza y aprendizaje que den apertura al cuestionamiento libre y fundamentado de los conceptos a nivel disciplinar y didáctico.

Elaboración de banco de objetos físicos variados que permitan y faciliten la implementación de metodologías didácticas activas como la de Brousseau, así como asumir otras perspectivas desde el diseño de alternativas diversas en el uso de nuevos objetos físicos.

Cambio en las dinámicas escolares de clase que permitan, en lo posible, asumir nuevas perspectivas de orientación docente, y de rol en estudiantes, como parte de procesos autónomos con enfoque constructivista y activo que se traduzcan en aptitudes más propicias hacia la interpretación libre y crítica de contenidos.

## Conclusiones

La investigación realizada permitió indagar en un campo de la enseñanza de las matemáticas, como lo es, la enseñanza con la utilización de materiales tangibles, y que denota un aspecto de la realidad de los estudiantes desde la cual abordar puntos de partida que hagan del conocimiento generado una exploración activa y consecuente con sus nociones previas e intuiciones y, con lo cual también, estructurar formas de pensamiento y acciones de interacción propicios para desarrollar ambientes de interés e indagación por el conocimiento.

El profesorado inmerso en esta experiencia de exploración de la enseñanza con el uso de materiales, a través de diseños didácticos interactivos tangibles, abordó una perspectiva salida de la didáctica tradicional y apuntó, por lo tanto, a una didáctica activa desde el hacer en el contexto de las matemáticas, y de los estudiantes mismos, y que fue enriquecida con los aportes que los mismos docentes hicieron, en la medida en que se planteaban interrogantes y retos de redireccionar lo explorado como experiencia generadora y potenciadora de aprendizajes en el aula.

Las formas de otorgar significaciones a los hechos de la actividad matemática se corresponde con las teorías de la didáctica antropológica de Chevallard, cuyos apartados son, a su vez, consecuente con las teorías pragmáticas del significado y, con la cual, atribuye así, a los hechos de significación, una asociación de factores interrelacionados que se influyen mutuamente, estableciendo, con ello, las referencias de significación y apoyo en los mismos hechos de construcción compartida e individual de toda empresa social.

El proceso de construcción de conceptos matemáticos, como lo es el de los números enteros, con el uso de materiales tangibles, demandó más tiempo del habitualmente necesario y requerido en los desarrollos de la didáctica tradicional, lo que, de alguna manera, fue indicativo de lo laborioso y extenso que puede llegar a ser el establecer nociones básicas de pensamiento sobre hechos reales, y que le permitan al estudiante estructurar procesos de pensamiento sobre dichas formas de acción para que sean el puente y fundamento de sus comprensiones nocionales.

Los modelos utilizados, como lo son, el de la recta numérica y el uso de fichas, permitió establecer nociones que en el aula de clase suelen ser asumidas como evidentes,

pero que en estudiantes son objeto de una mayor demanda de comprensión y, por consiguiente, de un tratamiento más acorde a sus deficiencias conceptuales y nocionales.

La manera como se asumen los hechos y situaciones de interacción suelen ser también elementos que pasan desapercibidos, pero constituyen, desde la óptica de las significaciones propias y contextuales de creación grupal e individual, elementos que enriquecen el transcurrir de las dinámicas de construcción y pueden llegar a ser tan válidas desde las posturas epistemológicas que validan los conocimientos formales enseñados en clase, pero que al ser vivenciadas y recorridas por los estudiantes como hechos propios, se da la oportunidad, con ello, de impulsar un verdadero proceso de apropiación y acercamiento, desde su contexto, a los conocimientos que asumen irreflexivamente en clase.

Como toda situación de conocimiento y exploración deja por fuera muchos otros elementos que también plantean la posibilidad de mejoras y acciones más eficaces en la intención demarcada a través de esta propuesta, uno de ellos, quizás, lo constituyó el hecho de poder establecer un más amplio espectro de experiencias básicas de estructuración nocional complementario a los de los puntos en fichas y el uso de la recta numérica, sin embargo, se puede argumentar que constituyen el foco de experiencias utilizadas y planteadas por didactas de las matemáticas y, con el cual, se resumen las tendencias de tipo de uso de objetos físicos que extrapolan o asumen de manera análoga las operaciones matemáticas que pretenden simular y que, para muchos didactas e investigadores expertos, extensamente mencionados en este trabajo, las consideran equivalentes.

Esperando se consolide esta propuesta a futuro, por lo menos en la proyección que se hace de la misma, se espera mejorar los desempeños de estudiantes en ámbitos numéricos y, en consecuencia, los desempeños en aspectos algebraicos y lo relacionado con el cálculo de funciones y otras instancias variacionales y, aprovechar así, su papel coyuntural en la transición que se le otorga a la aritmética de grado séptimo, para el desarrollo de las instancias variacionales de grados superiores.

Por último, se puede decir que la aceptación de toda la comunidad educativa fue lo bastante buena como para considerar, de manera conjunta, la implementación de esta didáctica de tipo Brousseano con el uso de objetos físicos en procesos de construcción

compartida, activa y considerable, en su extensión, a otros ámbitos de enseñanza. El manifiesto de los padres fue el de considerar también la didáctica de tipo activa como favorecedora de procesos de construcción más asequibles en la comprensión otorgada a los temas de suma y resta de enteros y otorgar así bases representativas adecuadas para la acción sobre situaciones matemáticas a este nivel.

Anexos

Matriz de análisis de incidencia de secuencias didácticas

Tabla 9. Matriz de análisis de incidencia de secuencias didácticas.

| Aspectos de incidencia de implementación vs metodológicos | Expresión de situaciones de conteo directo e inverso                                                                                                                                                                                                                | Formulación docente sobre situaciones de orientación espacial                                                                                                                                                                              | Formulación en estudiantes sobre representación de las situaciones de orientación espacial                                                                                                                                                                      | Conocimiento por parte de estudiantes y docentes sobre el uso de puntos de colores en fichas                                                                                                                                                | Formulación en estudiantes sobre representación de las situaciones de adición con puntos                                                                                                                                                                                                                           | Formulación en estudiantes sobre representación de situaciones inversas con el uso de resultados en adición y sustracción                                                                                                                   | Manejo de otras situaciones, en juegos, como estrategia de dominio de operaciones                                                                                                                                                                                     | Manejo formal de lenguaje aritmético desde lo geométrico                                                                                                                                                                                                    |
|-----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Ambientación                                              | Reconocimiento por parte estudiantes de situaciones de conteo inverso, ante lo cual se generaban ambientes participativos con respuestas al principio erradas, pero después con la identificación de las situaciones de variación se fueron generando respuestas un | El docente generaba preguntas sobre situaciones de variación que el estudiante respondía e intentaba analizar por lo que el docente trataba de encontrar el sentido propuesto por los estudiantes en la formulación dada a sus respuestas. | Cooperación entre estudiantes a cerca de formas como generar el llegar a un punto de una recta mediante operaciones combinadas de sumas de enteros, en el que cada sumando represente una traslación o salto. En otras, inducir en el estudiante el concepto de | Establecer consenso acerca de la manera como se podría establecer un método de asignar a una cantidad pequeña, negativa o positiva, a través de un conjunto en puntos en fichas, divididas a la mitad, una representación que permitiera su | Los estudiantes buscan maneras de consolidar representaciones a cerca cómo generar un resultado dados conjuntos de puntos a ambos lados de una ficha, o por el contrario, como generar un resultado dado como conjunto de puntos en un lado de las fichas como la adición de otros valores. Participación activa y | Los estudiantes buscaban maneras de consolidar una manera de establecer representaciones sobre cómo generar un resultado dado como conjunto de puntos en un lado de las fichas y expresarlo como la adición o sustracción de otros valores. | Se formularon otras situaciones relacionadas con el dominio de las operaciones de adición y sustracción en números enteros tales como el uso del dominó y otros juegos de mesa con el fin de afianzar el manejo dado a las operaciones, así también ir estimulando su | Se quería confirmar la correspondencia entre las representaciones hechas por los estudiantes a través de acciones sobre objetos físicos, como puntos en las fichas o, en mejor medida, como representaciones hechas sobre traslaciones en la recta real. En |

|                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                        | poco más lógicas pero aún con falencias de interpretación o significación.                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                 | número entero como producto de orientación relativa respecto de puntos sobre una recta.                                                                                                                                                                                                        | operatividad.                                                                                                                                                                                                                                                          | expresión de soluciones.                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Se generaron discusiones prolongadas entre estudiantes y docentes, en algunos casos se notó desesperación, pero en general, los avances y significaciones progresivas establecieron motivaciones y determinación.                                       | dominio a través del ejercicio e competencia.                                                                                                                                                                                                                                            | general, de qué manera los estudiantes establecían equivalencias de adiciones o sustracciones con sus respectivas representaciones..                                                                                                                                                                 |
| Acciones y aprendizaje | Los estudiantes, en la medida en que se apropiaban del fin de los interrogantes, como lo era, plasmar unas representaciones de adiciones sustracciones a través del juego de fichas con puntos, realizaban las acciones sobre la base de asignar, en principio, un valor siempre | Los docentes en su labor de formulación de trataron de encontrar la manera para que las preguntas se orientaran hacia un manejo de expresiones que indicaran desplazamientos dirigidos u orientados y, con ello, inducir a la asociación entre el signo o categorización de los | Los estudiantes asignaron inicialmente a los desplazamientos de la categorización de izquierda-derecha o arriba-abajo según la orientación que le otorgaban a la recta, ya después con las preguntas de los docentes categorizaron dichos desplazamientos con otros nombres, buscando con ello | La labor del estudiante estuvo enfocada, inicialmente, en cómo otorgarle el sentido a los puntos con el fin de poder representar adecuadamente a un número entero. Esta idea fue relacionada con el sentido otorgado a los desplazamientos y su posible representación | En esta fase de la aplicación didáctica las acciones de los estudiantes estuvieron enfocadas a establecer los resultados de combinar posiciones de puntos como cantidades con sentido numérico, inicialmente como puntos que suman y restan y con ello los resultados en el proceso de deducción deliberada. | El proceso inverso de deducción de operaciones combinadas con puntos a los cuales se les otorgaron unos sentidos como cantidades que sumaran o restaran estableció un reto sobre como deducir procesos inversos de pensamiento que permitieran plantear | Las acciones de complemento en el dominio de las operaciones con enteros estuvieron matizadas, inicialmente, por el control automatizado de respuestas que fueron, previamente, sujetas a un proceso de reflexión y significado dentro de la operatividad planteada, lo que evidenció un | La correspondencia entre planteamientos numéricos y sus respuestas eran validados por el estudiante de forma geométrica con el uso de la recta, que a su vez era correspondido con las acciones sobre objetos como los puntos en fichas. La equivalencia de las acciones en ambas situaciones mostró |

|                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                        | positivo a las cantidades, cuestión que se fue asimilando en la medida en que a través de la refutación y la reflexión encontraban inconsistencias en sus respuestas las cuales fueron ajustando paulatinamente.                                                                      | desplazamientos y los mismos desplazamientos.                                                                                                                                                                                                                                                                            | inducir el uso de los signos como forma de otorgar las clasificaciones dadas a los desplazamientos.                                                                                                                                                                                               | como valor numérico.                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | operaciones que otorgaran un valor deseado. La resignificación a las operaciones de suma y resta como proceso inversos permitió detectar un dominio más claro de las operaciones en sentido directo.                                                                               | proceso de creciente dominio en las mismas.                                                                                                                                                                                                                                                                    | un proceso de pensamiento fundamentado en representaciones mentales validadas desde las acciones sobre los objetos.                                                                                                                                                                  |
| Desarrollo de nociones | Las nociones de variabilidad asociadas a la relatividad de las comparaciones entre cantidades así como de las variaciones asociadas a las mismas cantidades permitieron observar, en estudiantes, la manera como fueron comprendiendo lo relativo y equivalente de las expresiones y, | La noción de variabilidad como principio de orden explicativo, capaz de establecer modos de conteo directo e inverso, generó, en los docentes, la idea de asociar a la noción de número entero la facultad de ser explicada y abordada desde el manejo de las expresiones cotidianas que denotaran cambios de magnitudes | La idea de traslación asociada a una orientación, que inicialmente era diferenciada como traslaciones a izquierda y derecha y, por ende, caracterizadas de acuerdo a un concepto de uso cotidiano posibilitó la noción previa de cantidad entera con signo y, ante lo cual, cuestionar la idea de | La presunción dada a los objetos físicos y sus manipulaciones permitieron construir una utilidad al hecho de que las acciones que sobre ellos se realizan a través de imaginarios pueden equiparar formas de pensamiento asociada a la operatividad matemática y, por consiguiente, favorecer la | La actividad permitió a los estudiantes avanzar de manera paulatina en el desarrollo de los conceptos, ascendiendo de nociones de cantidades en un comienzo consideradas sumativas, pero después de varios intentos en otorgar valor sustractivo y en otros positivo, se fue abriendo la posibilidad de construir una noción de enteros positivos y | Las nociones de adición y sustracción estuvieron matizadas, en un comienzo, como era de esperarse, por una interpretación y manejo de las operaciones en un solo sentido, hecho que aún no permitía establecer la relación que los estudiantes pudieran desarrollar respecto de la | El dominio conceptual y práctico de las operaciones fue altamente alcanzado y puesto en evidencia con la aplicación de juegos de mesa, para ello el progreso que se mostró fue paulatino pero apoyado en situaciones de manejo espacial y uso de fichas, lo que permitió una mecanización a medida que ciertas | La correspondencia establecida entre las representaciones numéricas y sus respectivas representaciones geométricas permitió establecer para los estudiantes una equivalencia entre aspectos numéricos y espaciales que fundamentaron mucho más su hacer sobre los objetos simbólico- |

|             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                 |                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|             | <p>con ello, una manera de resignificar el concepto de cantidad como medida relativa de una variación y no medida absoluta de magnitud, ante lo cual se dio pié para que comenzara a emerger la idea de cantidad con doble sentido, aditiva o sustractiva, y con ello, la idea intuitiva de número entero negativo como correspondiente y equivalente a la de entero positivo desde la óptica en que se determinaban las variaciones.</p> | <p>asumidos en uno u otro sentido. Ante lo cual se recalcó el papel de las mismas como agentes generadores y posibilitadores de la noción de número entero.</p> | <p>combinación de operaciones, hecho que fue alcanzado por algunos estudiantes como resultado de obtener una idea transcendente a posteriori desde la enseñanza de las matemáticas.</p> | <p>extrapolación sobre los símbolos matemáticos hasta lograr una mejor interpretación de los mismos. El uso de fichas fue interpretado partiendo de la base de que existen analogías entre cuentas que son sumativas y otras que son sustractivas y que al momento de su combinación permitirían jalonar procesos netos de obtención de resultados y, por consiguiente, acercarnos a la idea de número entero.</p> | <p>negativos cuyo contexto era el de asumirse desde la idea de conteo con aplicación comercial y, por lo tanto, de una idea de tenencia.</p> | <p>reversibilidad y equivalencia entre ambas operaciones. Esta situación aún no se podía analizar debido a que apenas se estaban consolidando las nociones.</p> | <p>respuestas se repetían y memorizaban desde una base interpretable desde lo transpuesto en acciones sobre objetos.</p> | <p>numéricos, ya que en ciertas ocasiones se evidenciaba como los estudiantes manejaban situaciones de conteo y de operatividad entre números a través de remisión a situaciones vividas en las experiencias de manipulación de objetos, específicamente, la orientación en una recta con el uso de papel, reglas y cintas.</p> |
| Formulación | <p>Los estudiantes generaban, al comienzo, sus ideas asumiendo magnitudes, sin</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <p>El planteamiento de preguntas que condujeran a los estudiantes a hacerse</p>                                                                                 | <p>Los estudiantes asumían las orientaciones espaciales otorgando</p>                                                                                                                   | <p>En esta parte los estudiantes, de manera consensuada, después de varias</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <p>La formulación por parte de estudiantes, como ya se mencionó en la columna anterior, se vió</p>                                           | <p>El uso de operaciones inversas, una vez dada una cantidad, con el</p>                                                                                        | <p>La forma como el estudiante se permitía llegar a respuestas lo más rápido posibles era</p>                            | <p>Los estudiantes lograron una deducción más completa y acorde con los</p>                                                                                                                                                                                                                                                     |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>percatarse del uso de la variación como elemento fundamental para poder establecer conteos en sentido directo e inverso y que les pudiera dar una base intuitiva de número entero negativo; situaciones expresadas por Ellos como “Andrés tenía 5 lapiceros y se quedó con 2”, que a pesar de que expresaba un resultado como consecuencia de una variación en el número de objetos, al momento de preguntarle al estudiante sobre el entero expresado éste se centraba en el resultado, es decir 2, ya después al querer</p> | <p>conscientes de las variaciones asociadas a las expresiones, de alguna forma cotidianas y otras con un contexto un poco más matemático, necesitó que el docente estableciera de un modo un poco más directo ejemplos que permitieran asumir en ellos el sentido a la actividad de hallar las expresiones que incluyeran, en su entender, la idea de variación. En esta parte se debía tener cuidado ya que las cantidades nombradas o utilizadas por los estudiantes debían ser tales que las variaciones indicadas fuesen enteras y no</p> | <p>sentidos con el uso de las habituales expresiones de arriba-abajo, en frente y atrás, norte-sur, derecha-izquierda, subir-bajar, más a la derecha o más la izquierda, más arriba o más abajo que le propiciaban una noción intuitiva de diferenciación entre cantidades según la orientación dada a la variabilidad de los desplazamientos, tanto en magnitud como en sentido. A los estudiantes se les pedía que otorgaran una diferenciación entre cantidades de acuerdo a lo que pretendían, que era, en este caso, establecer orientaciones a</p> | <p>discusiones grupales y globales, decidieron otorgar a los puntos en las fichas, sentidos de adición y sustracción a las cantidades que representaban, por lo cual, se gestó de manera intuitiva una idea de otorgación de signo y, con lo cual, las operaciones se asemejaron, de acuerdo a una analogía que le pedían los docentes, a un manejo de cuentas contables de tipo cotidiano lo que facilitó la labor de modo sustancial. De ahí en adelante el manejo de operaciones con el uso de enteros,</p> | <p>facilitada con la asociación que hacían entre puntos y cantidades que presuponían o indicaban una adición o una sustracción; ello predispuso a trabajar a las mismas de modo contable y, con lo cual, establecer un trasfondo de sentido y de contextualización. La idea de sumar cantidades que indicaran restas, como las deudas, o sumas, como las ganancias, permitió establecer la idea de aditividad independientemente del sentido, otorgado a la cantidad misma, lo que garantizaba un manejo y conceptualización de la operación entre cantidades enteras de manera ajustada a las nociones manejadas en el ámbito formal</p> | <p>fin de expresarla como la suma o resta de otras dos estableció un ejercicio de desarrollo de la reversibilidad y de compensación así como de conservación, ya que el estudiante, para el caso de la adición debía asumir la idea de otras dos cantidades que condujeran al resultado inicial, para después verificar de una forma directa su comprobación; aquí las acciones mentales estuvieron encaminadas a realizar sumas y restas de manera simultánea, escribiendo para ello puntos a ambos lados de la fichas, lo que evidenciaba un</p> | <p>estimulado por la competencia generada desde el juego, pero a la vez consensuada con los grupos de estudiantes que acompañaban o competían por la obtención de respuestas, a la vez que rápidas, sólidas en su mecanismo de obtención e interpretación. Algunas situaciones como el manejo de signos de agrupación se traspusieron desde aquellas con el manejo de fichas.</p> | <p>significados otorgados por el mero formalismo y didáctica magistral. La significación otorgada a través de las comparaciones dadas entre lo numérico-simbólico y las imágenes y representaciones obtenidas desde el manejo práctico de las situaciones didácticas vivenciales permitieron una estabilidad más notoria en el manejo de operaciones. El uso de expresiones verbales para denotar situaciones de adición o sustracción manifestaba cierta repetición en su uso, lo que indicaba el uso de cierto proceso</p> |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                        |
|------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                    | <p>cambiar su punto de vista sobre lo manifestado se enfocaba en el entero que indicaba la cantidad inicial, es decir 5, lo cual denotaba una fijación ene elementos directos de los enunciados y no en la connotación de variación de acuerdo a las cantidades dadas en el enunciado</p> | <p>continuas. Por otro lado la idea de variación debía estar matizada por una identificación de conteos en orden directo e inverso de acuerdo a la manera como se quería indicar la relatividad de la variación.</p> | <p>desplazamientos en la recta. La toma de los datos en una tabla permitió asumir otros signos o ayudas con los cuales diferenciar dichos datos, lo que también ayudó a madurar la idea de número entero con signo.</p> | <p>una vez apropiada la idea de signo, se contextualizó un poco más y los estudiantes percibieron en ello una intervención a través de objetos físicos como las fichas una ayuda significativa en la comprensión de las operaciones.</p> | <p>matemático. El concepto de sustracción, que aunque mayor dificultad causó en su interpretación desde el ámbito del manejo de fichas, también se pudo interpretar desde el ir asumiendo la sustracción de cantidades como la negación o restitución que debía hacerse a una cantidad determinada, en este caso “minuyendo” con la negación del “sustraendo” como forma de indicar cantidades iniciales previos a una cantidad dada.</p> | <p>pensamiento compensado y reversible en las acciones.</p>                                                                                                    |                                                                                                                                                                     | <p>reflexivo a medida que se hacían lecturas de las expresiones que indicaban operaciones matemáticas en los juegos.</p>                               |
| <p>Validación de proposiciones</p> | <p>Las justificaciones hechas a situaciones de conteo directo e inverso estuvieron enmarcadas en las acciones hechas sobre los</p>                                                                                                                                                        | <p>Los docentes asumían el rol de pedirle al estudiante que confrontara constantemente sus resultados y procedimientos con las correspondientes</p>                                                                  | <p>Las categorías asumidas para designar y caracterizar orientaciones espaciales permitió avanzar hacia la búsqueda de formas o maneras más</p>                                                                         | <p>La manera como se concibió el uso de puntos en fichas era poder validar una forma gráfica concisa, visual y procedimental en la ayuda de la interpretación</p>                                                                        | <p>Los estudiantes justificaban las acciones en el uso de fichas como una estrategia de modelación que permitía, desde lo contable, una mayor confianza para poder asumir, con ello, los</p>                                                                                                                                                                                                                                              | <p>La formulación hecha por estudiantes respecto de las maneras como se debieron asumir las operaciones necesarias para poder obtener un resultado dado se</p> | <p>Al enfrentar a los estudiantes a otras situaciones de juego las deducciones establecidas por ellos, permitió que, en la medida en que se les presentaban los</p> | <p>La referencia continúa y constante a situaciones de manejo con objetos físicos permitía confrontar siempre las situaciones de representación en</p> |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>objetos mismos, lo cual, de alguna manera, propició discusiones entorno a saber cuándo una expresión de adición o de sustracción era realmente válida u objeto de error cuando se verificaba con su correspondiente acción en objetos o de escenificación tangible de ellos como estudiantes en situaciones de acción propia como en el caso de la recta numérica.</p> | <p>acciones sobre los objetos. La validación a la intervención docente se orientaba sobre la base de pensar en que, a medida que el estudiante exploraba y constataba sus respuestas, se hacían otras preguntas consecuentes con la situación pedida, hasta intentar así que el estudiante llegase a las respuestas más estables desde la óptica en que el la asumía.</p> | <p>breves de nombrar lo relacionado con las orientaciones de los desplazamientos, una de esas formas era otorgarle a cada una de esas cantidades un logograma que caracterizara, inicialmente, el sentido otorgado a la traslación y por ende a la cantidad o número relacionado con dicha magnitud.</p> | <p>dada a los números enteros. Poder establecer con ello un modo de pasar de una acción con objetos a una acción mental con el uso de símbolos y que, de vuelta, permitiera asumir las representaciones hechas con números a través de representación en situaciones de conteo simple con el uso de objetos.</p> | <p>hechos de la simbología matemática como un hecho transferible y reinterpretable desde el manejo de objetos. Situaciones de adición y sustracción eran transpuestas desde acciones que a su vez tenían un significado muy presente y, ante lo cual, pudieron dominar con el ejercicio constante.</p> | <p>remitió a la representación que se hacía sobre los objetos físicos pero compensando dichas acciones en sentido inverso con el fin de describir las maneras como eran realizadas las acciones en sentido directo y viceversa; ello conllevó a establecer estrategias de apoyo como el anotar, en algunos casos dichas situaciones y considerar de cada uno de ellos una justificación que se expresaba también en sentido inverso.</p> | <p>problemas o enunciados, se hicieran también preguntas que procuraran evocar situaciones de dominio en sus interacciones previas con objetos físicos. La permanencia y constancia de las situaciones de interacción con objetos físicos estableció una modelización de representación para la solución de enunciados o expresiones con el empleo de números enteros. La fragmentación de las expresiones siempre apuntaba a desglose en partes, desde el ámbito del manejo con objetos físicos, cuando eran presentadas con el uso de los paréntesis.</p> | <p>el manejo con puntos hasta pasar por las representaciones con traslaciones en el uso de la recta numérica, una y otra estrategia permitía esbozar la necesidad de representación en las operaciones y con lo cual otorgar más estabilidad a las respuestas obtenidas.</p> |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                    |                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Relación con el aprendizaje previo | En relación a los números naturales se logró descentrar la idea arraigada de positividad manifiesta con estos números y con lo cual poder conceptualizar los estudiantes conteos en sentido inverso y con ello generar la idea de cantidad negativa. | La idea de distancia como cantidad positiva también se fue relativizando en su concepción, en el sentido de asumirla como cantidad negativa en la medida en que se apoyaba en la idea de traslación con un sentido otorgado según la orientación dada a los sistemas de referencia en la recta. | Las ideas relacionadas con la orientación espacial se fueron esclareciendo en términos de magnitud y distancia <sup>6</sup> , aunque de manera implícita, ya que los estudiantes fueron distinguiendo la necesidad de asociar a las distancias sentidos en la medida en que posibilitaba la obtención de resultados relacionados con ubicaciones en la recta. | El uso de puntos en fichas ayudó a descentrar aún más la idea de cantidad como valor siempre positivo, ya que, la diferenciación entre estados contables a favor y en contra permitió asumir las cantidades como relativas en lo que respecta a la función que se le otorgara a las mismas y por ende también de categorización en términos de sumar o restar. | La idea de sumar cantidades en esta parte fue asumida también como relativa en su interpretación, en el sentido de otorgarles a las mismas cantidades la idea implícita de funcionalidad de tener (sumar) o quitar (restar), lo que posibilitó el hecho de que se les otorgara un sentido variable o relativo. | El posibilitar operaciones inversas en el contexto de cantidades positivas o negativas a partir de la necesidad de obtener resultados determinados previamente, permitió que los estudiantes ubicaran mejor sus interpretaciones a cerca de la manera cómo debían obtener a los mismos. | La inclusión de otros juegos posibilitó un manejo más reflexivo y no tan impulsivo como lo era cuando se establecía con cantidades positivas, lo que evidenciaba que la relatividad de las cantidades manifestaba una idea más abierta de resultados y, por consiguiente, de ser pensadas y abordadas con el cuidado necesario. | Las ideas de distancia y traslación al ser concebidas desde un ámbito relativo a su funcionalidad sumativa o sustractiva y por ende geométrico como elemento al que se le concede una orientación, posibilitó un marco espacial operativo con el cual generar conceptos, no solo en magnitud, sino también relativos en la forma como conciben las mediciones y distancias. |
| Distinción de situaciones          | Se mejoró sustancialmente la manera como el estudiante diferenciaba entre situaciones de adición y                                                                                                                                                   | Los docentes procuraron, a través de la aplicación didáctica, una manera en la que los aspectos                                                                                                                                                                                                 | Los estudiantes propiciaron momentos claves en la asignación de sus interpretaciones. Un primer                                                                                                                                                                                                                                                               | La experiencia en el manejo de puntos en fichas permitió a docentes y estudiantes hacerse partícipes                                                                                                                                                                                                                                                           | Las posibles formulaciones dadas por estudiantes en la utilidad de fichas con puntos permitieron evidenciar el hecho de que el manejo                                                                                                                                                                          | Los estudiantes en la fase final de familiarización y conocimiento de los objetos físicos lograron interpretar formas                                                                                                                                                                   | Las respuestas obtenidas en juegos permitieron establecer procesos de pensamiento en                                                                                                                                                                                                                                            | Con la referencia en el manejo de objetos físicos los estudiantes fueron capaces de diferenciar entre casos aditivos y                                                                                                                                                                                                                                                      |

<sup>6</sup> En matemáticas una distancia dirigida es aquella a la cual se le puede otorgar un signo, positivo o negativo, según sentidos otorgados a las posiciones o desplazamientos en un sistema de referencia

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>sustracción, ya que, el ejercicio continuo a través de las situaciones vivenciales con objetos permitieron ampliar un poco más su interpretación de dichas operaciones, a la vez que cambiar también su concepción de cantidad y sus variaciones como magnitudes siempre positivas.</p> | <p>espaciales y geométricos estuviesen mejor consolidados y, se pudiera con ello, avanzar en la construcción de representación de enteros con base en experiencias tangibles que otorgaran al estudiante la oportunidad de basar sus interpretaciones de operaciones de adición y sustracción en hechos reales. Las situaciones a diferenciar en su tratamiento eran las aditivas y sustractivas.</p> | <p>momento lo constituyó el carácter natural asumido en la distinción de las orientaciones dadas a los desplazamientos. En segundo lugar una representación de las operaciones con desplazamientos que fue aterrizado en una simbología de signos de operación similar al manejo en las matemáticas, aunque más literales y pictográficos que analíticos y operativos. Y un tercer momento podría ser el carácter reversible que se le adjudicaba a las operaciones con el manejo de objetos, que también se tradujo</p> | <p>de expresar posibles interpretaciones y errores a la hora de hacer representaciones de adiciones y sustracciones. El dominio paulatino de la mecánica del objeto utilizado permitió ir esclareciendo aspectos de la adición y sustracción de enteros no tenidas en cuenta o asumidas como “muy elementales”.</p> | <p>dado a los mismos, como objetos de manejo contable, facilitó a los estudiantes una interpretación más funcional y práctica. El paso de una experiencia con objetos a una con números facilitó un dominio procedimental y representativo de las operaciones. El adiestramiento con el uso de juegos se facilitó también mucho más ya que los estudiantes hacían reminiscencias de las situaciones que conducían a un manejo operativo y procedimental y que fueron deducidas en instancias operacionales con el manejo de las mismas.</p> | <p>de establecer resultados una vez dados valores iniciales en las operaciones de adición y sustracción, o de proponer los mismos en dichas operaciones con el uso de los resultados. Aquellos estudiantes que no lograron obtener un dominio completo de las situaciones inversas evidenciaron problemas persistentes en asumir las cantidades enteras representadas con puntos como si fuesen cantidades positivas, sin embargo, el uso de juegos de mesa posibilitó que a través de la</p> | <p>sentido inverso a medida que se establecía el dominio de las mismas en sentido directo durante el desarrollo de los juegos. Algunas situaciones como escritura de operaciones también se vio favorecido, ya que los procesos de lectura instaban a determinar al estudiante cuando efectuar el cambio de sentido aditivo o sustractivo cuando de tener enteros en paréntesis, hecho asumido en gran manera con el usoupuntos en fichas de fichas¿¿manejo de las operaciones con fichas y sus representaciones de forma</p> | <p>sustractivos con más claridad, lo que permitió avanzar rápido en el proceso de lectura y comprensión de enunciados numéricos tan pronto ocurrió el dominio en el ámbito de experiencia con objetos físicos. En el caso docente hubo una distinción respecto de lo que podrían posibilitar procesos de manejo con objetos y la enseñanza directa de los conceptos, con el cual, no se generaban procesos interactivos y de puesta a punto de confrontación en el diálogo, como forma de generar ideas y argumentos.</p> |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                     |                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                     |                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                   | en una oportunidad de avanzar en la consolidación de las operaciones.                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                     | obtención de respuestas reflejas lograrán reflexionar a cerca de las mismas y posibilitar, con ello, una compensación que facilitara la reversibilidad requerida.                      | numérica.                                                                                                                                                                                                                      | Algunos apartes relacionados con distinción de aprendizajes generados por guías tampoco tuvieron el mismo impacto en relación a la forma como los estudiantes establecían respuestas con referencia a otras instancias que dieran estabilidad interpretativa desde algún ámbito espacial o geométrico. |
| Comunicación y destrezas cognitivas | Se evidenció una mejora en los aspectos de interpretación y comunicación de situaciones de conteo directo e inverso. El uso de expresiones tales como: “ponerle después una traslación que llegue aquí”, “quitarle esta | Los docentes ampliaron su visión didáctica como manera en la que, a través de la exploración orientada, se pudieran favorecer procesos cognitivos y de procedimiento conducentes a la formulación | El manejo diestro de situaciones de representación espacial evidenció en los estudiantes una mejor manera de concebir las situaciones de orientación espacial y transponerlas con sentido numérico y a la inversa. | La familiaridad con el uso de fichas y sus usos como elementos de apoyo permitió, en un principio, el favorecimiento en el manejo de operaciones, y ya después asumir sus usos desde lo mental, favoreciendo el | La manera en que los estudiantes generaban situaciones de comunicación eran asumidas como retos de coordinación entre la idea concebida y la organización de pensamiento que permitiera expresarlas del modo más coherente y lógico posible, lo que | La expresión de ideas que permitieran expresar situaciones en orden inverso partiendo de los resultados numéricos posibilitó, también, un ejercicio comunicativo aún de más dificultad | Las habilidades comunicativas en la interpretación de las expresiones usadas en los juegos así como la puesta a punto de las ideas que permitieran su contextualización desde el ámbito espacial geométrico y, de alguna forma | La rapidez y solidez en las respuestas no siempre era la misma para los estudiantes, de igual manera la expresividad de las ideas tampoco manifestaba de primera impresión un dominio aparente, sino que esta expresividad                                                                             |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                         |  |                        |                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                               |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|--|------------------------|----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | traslación para que dé esta otra”, “agregar esta traslación para llegar a este otro punto de la recta”, “buscar traslaciones que den esta otra”, denotaba una clarificación respecto de la intencionalidad que enmarcaba el alcanzar un objetivo en la actividad de conseguir una composición de traslaciones una vez dadas unas traslaciones iniciales o, también, dada una traslación resultante con el fin de buscar otras. | hecha por estudiantes a través de las actividades en las mismas formulaciones docentes. |  | manejo de operaciones. | posibilitaba un ejercicio de mejoramiento en el manejo de la comunicación. | ya que, en la medida en que el pensamiento se reorganizaba respecto de la noción lógico-matemática a establecer, las ideas expresadas se centraban en obtener, muchas veces, por tanteo y error, los resultados ofrecidos en el juego. | topológico en lo que respecta al uso de fichas con puntos, permitieron un mejor dominio y adaptación a la interpretación de los juegos desde las lecturas dadas a las expresiones que en ellas se daban. | era gradual pero sustentada en los hechos de la operatividad con objetos físicos, lo que otorgaba una ventaja de construcción de las ideas a partir de situaciones concretas. |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|--|------------------------|----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Fuente: Elaboración propia mediante análisis de factores de incidencia registrados en las implementaciones.

Análisis de triangulación (encuestas, teoría, observaciones, resultados)

Tabla 10. Triangulación y reflexiones articuladoras del problema, referentes teóricos y metodología

| Aspectos de la triangulación vs Hallazgos | Encuestas                                                                                                         | Observaciones                                                                                                                                                                          | Teoría                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Resultados                                                                                                                                                                                                                                           | Subcategorías                                                  |
|-------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| Carácter Prefigurativo De Los Objetos     | Una buena calidad y presentación de los materiales es un elemento de enganche para motivar a los estudiantes (D1) | Lo llamativo de los materiales, así como de los ambientes de aprendizaje, motivó una intención de trabajo y disposición en estudiantes y, por otro lado, complacencia en los docentes. | Las diversas teorías sobre uso de material didáctico educativo propenden, en primera instancia, por el uso de materiales que, en su haber, sean, ante todo, prácticos y brinden la posibilidad de establecer una relación entre los resultados obtenidos con ellos y la fidelidad del concepto que se pretende construir y, en segunda instancia, el uso de materiales con un sesgo estético lo suficientemente bueno como para constituir, de entrada, un factor de enganche motivacional y de captación de la atención de los estudiantes así como de estimulación de los | En estudiantes, curiosidad manifiesta conducente a establecer preguntas o cuestionamientos a cerca de la finalidad de los mismos y, por ende, a su exploración y posible descripción. En docentes, motivación de trabajo en el diseño de materiales. | -Diseño<br><br>-Presentación<br><br>-Facilidad de Manipulación |

|                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | sentidos y la<br>creatividad.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Número limitado de situaciones de contextualización en el tema de números enteros y construcción teórica desde las matemáticas de los enteros.</b>           | Los docentes no ampliaban el marco nocional de situaciones que pudieran seguir aclarando la idea de entero como forma de expresar valores relativos de variaciones o cambios de magnitudes. Se hacía difícil para ellos, por cuestiones de tiempo y no indagación sobre situaciones aplicativas, establecer formas distintas de enseñanza desde la magistralidad. (D2) | Las clases magistrales no enfatizaban mucho su labor de referencia a situaciones reales o aplicadas, sino que una vez asumidos los supuestos de conformación de los conceptos se extendían sobre otras nociones y conceptos dentro de la misma matemática, lo que otorgaba poca oportunidad de internalizar y comprender los fundamentos sobre los que recaían los conceptos. | El uso de una perspectiva de significado ontológico Kutchera (1979) predomina como elemento central en la enseñanza tradicional, lo que se traduce en procesos de aprendizaje que establecen referencias conceptuales, que si bien en algunos casos son exitosos, en su mayor parte no promueven una labor de encuentro con el conocimiento desde las experiencias y nociones base desde el contexto del estudiante (Charúm, J. Mockus A., et al., 1994) | Con la implementación de la didáctica basada en el uso de objetos físicos se pudo constatar las mejoras relacionadas con procesos de comprensión, más adecuados y referidos a situaciones que involucraban un aspecto nocional espacial y de intuición en acciones interiorizadas que ubicaban al estudiante desde los aspectos concretos y tangibles. (Ullmann, 1962) (Citado por Godino & D'Amore) | -Lenguaje técnico<br><br>-Referencias escasas a situaciones con enteros<br><br>-Construcción sistémica desde las matemáticas |
| <b>Establecimiento consciente, por parte de docentes, de la importancia integradora de nociones espaciales y tangibles de conceptos asociados a los enteros</b> | Los docentes manifestaban que el uso de materiales u objetos físicos era una forma de recrear un ámbito de conocimiento de las matemáticas no                                                                                                                                                                                                                          | Las intuiciones surgidas en la interacción de los estudiantes con los materiales, en la medida en que se establecía, por parte de los docentes, las condiciones de hacer uso de los mismos, pudo                                                                                                                                                                              | El M.E.N (1998) en la comprensión del concepto de número establece:<br><br>La comprensión de conceptos numéricos apropiados se puede iniciar con la construcción por parte de los alumnos                                                                                                                                                                                                                                                                | Según lo expresado en la matriz de análisis de secuencias didácticas se obtuvo lo siguiente: Los docentes asumían el rol de pedirle al estudiante que confrontara                                                                                                                                                                                                                                    | -Comparación entre situaciones con enteros y las dadas con el uso de los objetos físicos.<br><br>-Identificación de          |

|                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                 |
|---------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| cuando se hace uso de objetos físicos | <p>explorado desde lo sustancial, por lo menos en esta institución a nivel del bachillerato, lo que representaba un cambio significativo en las metodologías y procesos, pero sorprendidos porque, en esencia, establecía un trasfondo de asumir la enseñanza de los números enteros desde nociones equiparables a las dadas en este tema y que, por lo tanto, nunca pensaban en el potencial que tenía este aspecto del uso de materiales, casi siempre relegado a niveles de preescolar, pero ya en estas instancias con un carácter más específico dentro de la temática abordada.</p> | <p>poner en evidencia, como a partir del contexto, en especial en el uso del lenguaje, la referencia a situaciones propias ya manejadas por ellos, la convención establecida en comunicación como forma de lograr una correspondencia entre las acciones y las situaciones, el sentido y familiarización con los materiales y, en fin, las formas de identificar, usar y diferenciar conceptos ya manejados como parte de su lenguaje natural, evidenciando así una génesis de los conceptos que posibilitaban una estructuración a priori de los mismos y, con lo cual, abordar su descubrimiento con el apoyo dado en los materiales.</p> | <p>de los significados de los números, a partir de sus experiencias en la vida cotidiana, y con la construcción de nuestro sistema de numeración teniendo como base actividades de contar, agrupar y el uso del valor posicional.</p> <p>Significados de los números: Los números tienen distintos significados para los niños de acuerdo con el contexto en el que se emplean. En la vida real se utilizan de distintas maneras, entre las cuales están las siguientes (Rico, 1987) (Citado por IPEBA, 2013):</p> <p>- Como secuencia verbal: para contar, En un contexto ordinal, En los contextos de código.</p> <p>El concepto de número se puede agrupar en tres dimensiones, una primera idea, la abstracta, a través de propiedades, símbolos, reglas operativas; pasando a una segunda idea las representaciones graficas dadas en la recta y la</p> | <p>constantemente sus resultados y procedimientos con las correspondientes acciones sobre los objetos.</p> <p>La validación a la intervención docente se orientaba sobre la base de pensar que, a medida que el estudiante exploraba y constataba sus respuestas, se hacían otras preguntas consecuentes con la situación pedida, hasta intentar así que el estudiante llegase a las respuestas más estables desde la óptica en que el la asumía.</p> <p>Los estudiantes justificaban las acciones en el uso de fichas como una estrategia de modelación que permitía, desde lo contable, una mayor confianza para poder asumir con ello los</p> | <p>situaciones y formas de indagar con el fin de estimular la curiosidad y exploración.</p> <p>-Afianzamiento en el uso de los objetos como forma de propicia aprendizajes.</p> |
|---------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <p>última el contexto es decir; situaciones reales que se modelan mediante números y operaciones con ellos. Cuando se realiza una extensión numérica hay aspectos que permanecen comunes en cada una de estas dimensiones.</p>                                                                                                                                                        | <p>hechos de la simbología matemática como algo transferible y reinterpretable desde el manejo de objetos.</p> <p>Situaciones de adición y sustracción eran transpuestas desde acciones que a su vez tenían un significado muy presente desde lo tangible y ante lo cual pudieron dominar con el ejercicio constante.</p>                          |                                                                                                                                           |
| <p><b>Establecimiento de nociones asociadas a la manipulación de objetos y acciones equiparables a las operaciones de adición y sustracción en enteros</b></p> | <p>Los estudiantes lograban expresar conocimientos equiparables con las operaciones en enteros a través de los registros realizados por ellos y, con lo cual, pudieron apoyar la comprensión de conocimiento formal en actividades propuestas y explicadas, de alguna manera, por los docentes. (E1)</p> <p>Los docentes pudieron también constatar, en</p> | <p>La forma en que se establecían correspondencias entre unos registros sobre acciones en objetos, resultado de un proceso de formulación, validación e institucionalización, fue consecuente, en gran manera, con la comprensión y equiparamiento entre un conocimiento intuitivo, pero a la vez estructurado, con un conocimiento formal, en una lógica que</p> | <p>La construcción de ideas y procedimientos matemáticos es un asunto que puede trascender situaciones específicas relativas al mismo conocimiento matemático y, en algunos casos, estar supeditadas al encuentro con situaciones que, si bien, no son del todo referidas al contexto, el accionar sobre ellas, en una perspectiva de encuentro directo, es decir, sin prejuicios</p> | <p>La comprensión de la operatividad matemática en enteros estuvo matizada por conocimientos previos, de tipo intuitivo de acciones sobre objetos, con los que se establecieron fundamentos concretos de comprensión, que otorgaban a las nociones surgidas un referente de acción sobre hechos tangibles con los que, la representatividad de</p> | <p>-Mecanización de operaciones con objetos</p> <p>-Transposición de las situaciones con objetos al manejo de operaciones con enteros</p> |

|  |                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |  |
|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|  | <p>ritmos diferentes, la evolución otorgada, con el ejercicio, en la facilidad de comprensión de temas de adición y sustracción de enteros. (D1)</p> | <p>justificaba su razón de ser en procedimientos contables-espaciales signados a través de diferenciar situaciones asociadas a orientación de desplazamientos, ubicación en la recta numérica, cancelación de cantidades a uno u otro lado de una frontera en fichas, determinación de formas de obtener resultados con ambas instancias nocionales, lo cual permitió, a los docentes, en la enseñanza, y a los estudiantes desde su aprendizaje, la singular manera de hacer una aproximación desde lo concreto a este aspecto formal de las matemáticas, como lo son, las operaciones de adición y sustracción en enteros.</p> <p>Los docentes estuvieron entonces muy pendientes de que los procesos de formulación de las actividades tuvieran el suficiente</p> | <p>previos de teorías ya construidas o dadas como desarrollos superiores, determina posibilidades de formulación de aspectos de la matemática formal que podrían estar inmersos en los registros hechos sobre acciones estructuradas que tienen como trasfondo conocimientos del contexto. Ya lo expresaban Godino &amp; D'Amore (2007):</p> <p>“Los objetos matemáticos son, por tanto, símbolos de unidades culturales que emergen de los sistemas de usos que caracterizan a la pragmática humana (o, al menos, a grupos homogéneos de individuos), y se modifican continuamente en el tiempo, según las necesidades. De hecho, los objetos matemáticos y su significado dependen no sólo de los problemas que se afrontan en la matemática, sino también de los procesos de su</p> | <p>las operaciones realizadas sobre números enteros tuvo un marco operacional sobre objetos reales o concretos.</p> <p>Operaciones de adición en enteros eran asumidas, para el caso de los puntos en fichas, con la aplicación del principio de cancelación, como ya se explicó en uno de los apartados de esta investigación, bueno, esto para el caso en que los sumandos considerados eran de igual signo, ya que, para el caso en que eran de signos iguales, los puntos eran ubicados a un mismo lado de las fichas; en lo concerniente a la sustracción, la manera como se establecían resultados se logró con procesos inversos a los dados directamente con la adición pero con la consideración</p> |  |
|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|

|                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                               |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | valor en la orientación adecuada con el uso de las preguntas y la manera como, en general, las actividades grupales e individuales se coordinaran exitosamente.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | resolución; en suma, dependen de la práctica humana”. (p. 196))                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | de tener en cuenta que el negativo de una cantidad determinada con llevaba a ubicar puntos de las fichas al lado contrario del considerado normalmente en las mismas para cuando dicha cantidad era asumida con su signo.                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Referencia a experiencias directas de tipo, procedimentales, emotivas, fácticas, apreciativas, corporales, de trabajo en equipo y comunicativas que determinaban conocimientos relacionados con el hacer y saber matemático en la adición y sustracción en enteros</b> | La forma en que las significaciones otorgadas a expresiones tales como: ubicar, orientar, trasladar, poner, avanzar, retroceder, intercambiar, tachar, mezclar, inicio, pasar, aumentar, disminuir, ampliar, terminar, llevar, unir, trazar, colocar delante, colocar atrás, subir, bajar, a la derecha, a la izquierda, a un lado, separado, colorear, y otras más utilizadas en el proceso de hacer más inteligible la labor de deducción de estrategias que permitieran establecer reglas claras de | Las formas de construcción de conocimiento por parte de estudiantes y la forma en que se debían orientar las prácticas referidas a la manipulación de objetos físicos por parte de docentes estipuló un desarrollo conceptual y experiencial que fue creciendo en su práctica y que, al comienzo, aun cuando pareciera caótica y sin un orden adecuado de inicio, el derrotero metodológico de acción lo fue otorgando la misma práctica desarrollada por los estudiantes y docentes, quienes a medida que | Las dinámicas de acción propiciadas por metodologías activas y que tengan muy en cuenta el descubrimiento, como bandera que posibilite cambios de perspectiva en las formas de enseñanza, plantean la necesidad de convertir a la dinámica docente en un rol de investigación constante de formulaciones didácticas cada vez más propensas a la autocritica de los saberes, de los contextos y por ende de sus perspectivas como formadores, que tan vital e importante es generar dinámicas de interacción que conviertan al docente en ser pensante de las posibilidades que hay en los mundos de | La comunicación surgida al interior de los procesos de construcción pudo evidenciar la singular manera en que los significados estuvieron relacionados con las mismas acciones sobre los objetos, ya que, de alguna manera, el poder decantar significados con base a experiencias de manipulación propiciaba el que los gestos, las palabras, los símbolos , las ayudas gráficas utilizadas, las recon convenciones utilizadas, los | <p>-Significados evocados con la incorporación de manejo dado a los objetos.</p> <p>-Representaciones realizadas por los estudiantes desde las experiencias con objetos físicos en la solución de operaciones en enteros.</p> |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |  |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|  | <p>operatividad entre cantidades que representaban procesos de variación, cambio y relatividad en la ubicación de inicios en traslaciones, denotaba ello, un proceso de construcción que, en un momento dado, se equiparaba con las significaciones otorgadas en la matemática formal y, con lo cual, se validaba un proceso de construcción propio que favoreció la comprensión de los procesos propios de la matemática de los números enteros. (D3 y D2)</p> | <p>encontraban un orden que los acercara a procesos de construcción de los apartados nocionales, mayor era la posibilidad de analizarlos como sistemas conceptuales que, además de crecer y decrecer en momentos determinados resultado de avances y rectificaciones, otorgaban la posibilidad de orientarlos de forma adecuada y, por ende, de potenciarlos en su equiparamiento con las estructuras conceptuales de los enteros en la matemática formal.</p> <p>Procesos equivalentes de significación que, utilizando términos del lenguaje común, denotaban registros que se establecían como apartados conceptuales con lógica y estructura propia de significación. La socialización entre grupos otorgó la posibilidad de cambios y adecuaciones en sus</p> | <p>significación y acción que otorgan la escuela y la sociedad misma. El hacer en matemáticas devela un lado del hacer docente como generador de dinámicas que den espacio al ejercicio de considerar propios conocimientos que pueden surgir en la dinámica del descubrimiento y de la autogestión en la búsqueda de significaciones para la solución de problemas surgidos en su ámbito y que podrían estar así favoreciendo, de alguna manera, estructuras conceptuales equivalentes a las dadas en la matemática formal.</p> <p>Ya de esto de alguna forma fue formulado también por Godino &amp; D'Amore (2007) (Citando a Chevallard):</p> <p>“Haber forzado al investigador a centrar toda su atención en las actividades de las</p> <p>personas implicadas en la matemática –no sólo</p> | <p>comportamientos, el uso del cuerpo, la forma en eran asumidos ciertos conocimientos de contexto y, en general, sus referencias a situaciones propiciadas por la misma dinámica otorgaran una cadena de significados que se tejían alrededor de las nociones alcanzadas y compartidas. El éxito momentáneo de las acciones desencadenaba el que los procedimientos tuvieran un mayor valor de anclaje a significaciones más estables y esperanzadoras en la obtención de resultados más propicios para la construcción de las nociones.</p> |  |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|

|                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | formas de ver los acontecimientos y hechos de sus sistemas de significación.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | resolver problemas, sino también comunicar la matemática– es uno de los méritos que se reconoce al punto de vista antropológico, el cual ha inspirado a otras perspectivas, como la teoría antropológica de lo didáctico. (p. 197)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <b>Codificación, por parte de estudiantes, de ideas y conceptos similares a los dados en la matemática de los enteros</b> | La codificación de ideas, por parte de estudiantes, estuvo centrada en cómo resolver lo relacionado con resultados contables con la estrategia cancelativa como principal arma de ataque en el caso del uso de fichas y, por otro lado, en cómo propiciar también formas de reconocer la independencia de las magnitudes de las traslaciones formuladas en la recta respecto de los puntos del plano sobre el cual se realizaban dichas traslaciones, asunto que en un principio costó develar por parte de | El manejo otorgado por los estudiantes, en términos de poder significar acciones que permitieran explicar obtención de resultados, a la vez que poder comprender los mismos desde su acepción en ideas del contexto, denotó un proceso de registro paulatino y que fue creciendo en su aceptación y confianza en la medida en que se compartían las ideas y se hacían más interpretables en su fin. La codificación estipulaba procesos de observación ceñidas a la manera en que establecían diferencias entre situaciones | En particular, Bruno y Martínón (1996, Citados por Gallardo & Hernández, s.f) se muestran partidarios del uso de los modelos concretos habituales en los textos escolares, pero presentándolos en situaciones aditivas muy variadas, tanto desde el punto de vista del tipo de situación como del lugar que ocupa la incógnita dentro de ella, y de introducir la recta numérica como un sistema de representación universal de las distintas situaciones y modelos. Sin embargo, opinan que es necesaria una larga secuencia didáctica de familiarización con los otros modelos concretos (temperaturas, deudas y haberes, etc.) para | En general el cambio conceptual en estudiantes estuvo matizado por un cambio en los fundamentos de considerar a las cantidades enteras desde las situaciones que las generaban y que, por lo tanto, se hacía posible diferenciarlas anteponiendo para ellas un “sello” que las identificara según las situaciones en las que se daban las mismas, este “sello” de identidad cabalmente correspondía a las manera de diferenciarlas y tratarlas según la | -Establecimiento de términos y palabras alusivas a las ideas de adición y sustracción pero indicativas de traslaciones, variación (aumento o disminución), distancias y conteo.<br><br>-Interpretación reversible de situaciones de adición y sustracción en enteros con el uso de objetos.<br><br>-Comparación con las codificaciones y palabras |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                        |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>Ellos. Así también, el uso de caracterizaciones desde lo verbal que procuraba establecer diferencias entre las orientaciones de las traslaciones y ubicaciones en la recta fue asumido con la ayuda de pictogramas y accesorios visuales que permitía identificar las cantidades de acuerdo a la situación presentada. (D1 y D3)</p> | <p>relacionadas con la ubicación, en primera instancia, respecto del origen de la recta numérica y, ya después, respecto de cualquier punto sobre la misma y, en segunda instancia, con la orientación otorgada a los desplazamientos dados sobre dicha recta.</p> <p>Para el caso de puntos sobre las fichas se encontró que lograban establecer operaciones que identificaban con procesos de afirmación o negación de deudas, desde una perspectiva aplicativa, de una instancia como lo comercial, o afirmación y negación de puntos como tal, desde una perspectiva nocional concreta, lo que implicaba el poder determinar el carácter aditivo o sustractivo de las cantidades enteras.</p> | <p>facilitar el uso del modelo de la recta numérica. (p. 12)</p> <p>Investigaciones de González Marí (1995) (Citado por gallardo y Hernández, s.f) muestran que el orden que inducen los modelos concretos no es el de los números enteros: mientras en Z se define un orden total, los modelos concretos inducen dos órdenes parciales y opuestos referidos a las regiones positiva y negativa. Por estas y otras razones didácticas, se plantea la construcción de un nuevo objeto matemático, el “número natural relativo”. Dicho número que, según el autor, refleja mejor el comportamiento de los modelos, ocuparía una posición intermedia entre el número natural y el entero. Así pues, según esta propuesta, el</p> | <p>situación considerada, como lo fué, lo relacionado con los desplazamientos, ubicaciones en la recta numérica, combinación de desplazamientos, determinación de puntos de referencia en la misma y, para el caso de los puntos en fichas consideración de puntos que sumaban y restaban según su ubicación y color en las mismas. Estos apartes denotaron formas de comprensión de las matemáticas que, al parecer, de alguna u otra manera, no fueron tenidos en cuenta por los teóricos de la enseñanza de las matemáticas, en especial de los enteros.</p> | <p>utilizadas en matemáticas con los términos utilizados en el manejo con objetos.</p> |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | trabajo en la escuela con situaciones aditivas de comparación conduciría a la noción de “número natural relativo” desde la cual, más adelante, habría que pasar a la de número entero.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>Orientación de docentes, con el uso de las preguntas, en la significación de procesos con el uso de materiales y objetos físicos</b> | La manera como los docentes establecían sus participaciones y acompañamientos a estudiantes en las situaciones de connotar y establecer formas de obtener soluciones a los retos planteados con el uso de objetos físicos demarcó un apartado situacional de consideraciones didácticas que los docentes también debían dilucidar o esclarecer desde el ámbito del descubrimiento que condicionaba la propuesta de intervención que debía ser asumida desde la adecuada formulación de preguntas y | Los docentes estuvieron atentos a los desarrollos de las situaciones de significación y construcción de ideas y conceptos surgidos en la práctica misma, las experiencias se repitieron varias con el fin de que los estudiantes pudieran encontrar caminos adecuados que les permitiera reflexionar y plantear nuevas alternativas que, en lo sucesivo, superaban con las aproximaciones pertinentes desde sus elaboraciones. Los docentes, tomando atenta nota de las situaciones y, con cada realización hecha, se tenían en cuenta otros | La elaboración de formulaciones didácticas es un asunto relacionado con el desarrollo de prácticas que encuentran en el ejercicio docente un hacer orientado por la observación y la reflexión continua y en el que se van configurando formas de interpretar el hecho educativo como ceñido a los devenires de la misma experiencia la cual se interpreta, se juzga y se somete a las validaciones que también hace el docente sobre la misma. Al respecto D’Amore & Godino (2007) establecen el carácter que le compete | Los docentes pudieron comprender la importancia de implementar procesos didácticos en los que se tengan en cuenta el uso de recursos como los objetos físicos y a través de los cuales posibilitar una enseñanza de tipo sustancialista que se enmarque en un hacer propio y libre, en el que el elemento contextual sea aprovechado como generador de dinámicas de creación de conocimiento equiparable y tan válido como el ofrecido desde las matemáticas formales impartidas en los | <p>-Orientación de formulaciones didácticas a través del uso de preguntas claves en la exploración que realizaban los estudiantes.</p> <p>-Encuentro con situaciones de formulación didáctica que mejoraban paulatinamente en la medida en que se implementaban las secuencias didácticas y se hacían las observaciones posibles.</p> <p>-Dominio de situaciones</p> |

|                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                           |
|-------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
|                                                                         | <p>proposiciones que orientaran la labor de búsqueda, por parte de los estudiantes, de las respuestas y procedimientos adecuados. Los docentes soslayaban, algunas veces, en preguntas que los estudiantes apuntaban y analizaban y, con el cual, el poder asumir pasos que les permitieran proponer soluciones discutibles e interpretables desde su hacer con los materiales.</p> | <p>aspectos que también configuraban estados de reflexión continua respecto de la formulación de los hechos planteados como retos didácticos de su ejercicio. El abordaje de preguntas era un asunto crucial para ellos, ya que, configuraba una manera de enrutar a los estudiantes en sus formulaciones y, con el cual, establecer derroteros de formulación didáctica que les permitiera encontrar identificación de situaciones en la medida en que, para cada desarrollo, añadir o quitar elementos de su encuentro con la experiencia.</p> | <p>al docente sobre sus formulaciones y la manera como a través del concepto de <i>praxeología matemática</i> se instauran significados con el cual establecer la comunicación con sus estudiantes:</p> <p>Praxeología didáctica: Coincide con la praxeología matemática, pero la componente praxémica alude a las tareas del profesor y de los alumnos, técnicas de estudio, etc. Incluye referencias problemáticas al lenguaje específico (dialógico) que se instaura entre el profesor y el alumno y al objeto llamado trayectoria didáctica (proyecto didáctico), en el cual asume significado específico el tiempo durante el cual se desarrolla (Chevallard, 1999). (p. 8)</p> | <p>salones de clase y, por lo tanto, encausable desde un hacer docente que, al tener en cuenta dicho referente, poder estimular la búsqueda del conocimiento en el estudiante, y en El mismo como orientador, desde las percepciones encontradas en los ambientes escolares.</p> | <p>didácticas.</p>                                                        |
| <p>No independencia de la noción de entero de procesos de variación</p> | <p>Los estudiantes lograron comprender, en cierta forma, que la noción de número</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                | <p>Los estudiantes ampliaron su marco nocional de los enteros a través de los registros</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <p>Los estudiantes los podríamos ubicar en un nivel de significación nocional de base, que</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | <p>Los estudiantes tuvieron desempeños en el que el dominio de los procesos de</p>                                                                                                                                                                                               | <p>-Relación de la noción de entero con situaciones de variación como</p> |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>entero estaba ligado a las ideas de variación o cambio de magnitudes y que las mismas variaciones podían ser representadas mediante rectas numéricas a través de las cuales estimar sus incrementos, que el sentido común otorgado a las variaciones permitió un acercamiento a la idea implícita de signo las mimas. (E1)</p> | <p>hechos sobre las variaciones observadas en traslaciones así como en la cuantificación de puntos resultantes a través de procesos de eliminación o cancelación en fichas, lo que otorgó una base nocional concreta a través del cual poder abordar un encuentro con los referentes teóricos de la matemática formal.</p> | <p>se fue consolidando en el encuentro con las prácticas y que fue aún más fortalecido en la confrontación con la teoría de la matemática en enteros. Al respecto Gallardo &amp; Hernández (s.f) establecen:</p> <p>Otros trabajos tratan de relacionar los distintos comportamientos de los alumnos, tanto correctos como incorrectos, agrupándolos en “estados de conocimiento”, “perfiles”, “concepciones”, etc., entre estos está Peled (1991) y Gallardo (1996, 2002). El primero define, en función de las estrategias que utilizan los alumnos en las sumas y restas de dos números enteros, unos “niveles de conocimiento” de la estructura aditiva de <math>\mathbb{Z}</math>. Se trata de niveles teóricos, es decir, no son el resultado del estudio estadístico de un cuestionario, sino un “a priori” que el autor</p> | <p>adición y sustracción en enteros estuvo matizado por la referencia a situaciones de manipulación de objetos físicos y, con el cual, poder asumir las operaciones mentales con la representación de cada una de las acciones suscitadas con los hechos de esta didáctica de tipo Brousseano y, con el cual, poder extender en su evolución procesos de construcción autónomos a la vez que orientados por los docentes. La noción de entero estuvo muy ligada a la idea de variación, pero desde la vivencia suscitada en las acciones establecidas con objetos físicos.</p> | <p>traslaciones y conteos directos e inversos.</p> <p>-Relación de las operaciones de adición y sustracción en enteros con situaciones de variación inversa en procesos de conteo y traslaciones.</p> <p>-Equiparamiento de la noción de entero desde ámbitos teórico-formales y contextuales de significación pragmática</p> |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |  |
|--|--|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
|  |  |  | <p>propone como instrumento facilitador del análisis de observaciones posteriores. Las dimensiones de conocimiento que define son los siguientes:</p> <p>Dimensión de la recta numérica:</p> <p>Las operaciones se extienden a pares de números que tienen el mismo signo. Se asume que hay un sentido positivo: hacia la derecha, y un sentido negativo: hacia la izquierda, y que sumar números positivos significa avanzar en el sentido positivo y sumar negativos avanzar en el sentido negativo.</p> <p>Argumentos similares se usan para realizar la resta de números del mismo signo: restar positivos significa ir hacia los negativos y restar negativos ir hacia los positivos.</p> |  |  |
|--|--|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|

|                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <p>Dimensión de la cantidad:</p> <p>Se realizan sumas y restas con cantidades de signos cualesquiera. El examen conjunto de la operación implicada y del signo de la segunda cantidad permite decidir si la cantidad inicial “mejora” o “empeora”. (pp. 16 – 17)</p>                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                           |
| <p><b>Cambio de visión de la enseñanza, por parte de docentes, en temas como el de enteros, desde la actividad del estudiante con el uso de metodologías de corte sustancialista</b></p> | <p>Los docentes asumieron el cambio de visión otorgada por una didáctica de tipo Brousseano, en el que elemento sustancial o concreto prefiguró un acercamiento a instancias tangibles y vivencialistas a través de las cuales equiparar procesos de comprensión en didácticas tradicionales o de emisión.</p> | <p>El desarrollo de las clases estuvo matizado por dinámicas del hacer y del formular acciones e interpretaciones que dieran cuenta, por el lado de los estudiantes, de una mayor estabilidad interpretativa de las soluciones formuladas la igual que de sus consistencias en el traslado hecho a situaciones formales; ya para el caso de los docentes, un encuentro</p> | <p>Según Gallardo &amp; Hernández (s.f) establecen la importancia de los procesos e generación de conocimiento como práctica social y, por ende, ligada al contexto, es así como aludiendo a la idea de transposición didáctica logra connotar la importancia del contexto como posibilitador de escenarios de producción y aplicación</p> | <p>El cambio en la perspectiva de enseñanza por parte de los docentes posibilitó una comprensión de lo útil que es el conocimiento ligado al contexto y con el cual poder asumir posturas de enseñabilidad del conocimiento como validarlo desde un análisis concienzudo de sus elaboraciones y como desde su indagación se puede constatar su inmersión</p> | <p>-Confianza en formulaciones didácticas de tipo activo.</p> <p>-Indagación, por parte de docentes, de didácticas que promuevan el uso de problemáticas desde lo contextual a través de la actividad del estudiante.</p> |

|  |  |                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                               |  |
|--|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|--|
|  |  | <p>con las posibilidades de asumir una perspectiva didáctica más acorde con la referencia al contexto, así como de sumir adecuadamente los medios o recursos que posibiliten dichas asunciones de didácticas.</p> | <p>de dicho conocimiento:</p> <p>Chevallard (1991) se interesó por la relación entre la práctica social de la investigación en matemática y la práctica social de la enseñanza y aprendizaje de la matemática en la escuela. Al centrarse más en las prácticas sociales y las instituciones que en el conocimiento, Chevallard extendió su teoría de la transposición didáctica a las dimensiones de una antropología (Sierpiska y</p> <p>Lerman, 1996), al decir que todo conocimiento es conocimiento de una institución. Bajo este enfoque, la investigación profesional en matemáticas es una institución, la escuela otra, la familia otra. Además, la matemática vive en la industria y los negocios, pero por medio de una adaptación, se convierte en una matemática diferente. Por ello, quienes se ocupen de</p> | <p>en procesos comunicativos de contexto.</p> |  |
|--|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|--|

|                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | la epistemología de la matemática deberán investigar las fuentes, modos de control y mecanismos de crecimiento de la matemática en todos los nichos ecológicos donde vive. (p. 200)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>Motivación para propiciar procesos autónomos de comprensión en lecturas individuales apoyados en procesos tangibles con objetos físicos</b> | <p>Los estudiantes se sintieron más cómodos en los procesos de comprensión de números enteros, el uso de lecturas y actividades no requirió, en gran manera, el énfasis puesto cuando se daban los desarrollos de las clases de manera magistral, ello conllevó a que los estudiantes asumieran con mayor motivación sus procesos de lectura y desarrollo de las actividades.</p> <p>Algunas respuestas estuvieron dadas como:</p> <p>-“El tema de enteros no es tan difícil, algunas</p> | <p>A través de la fundamentación otorgada, a los estudiantes, en procesos de comprensión intuitivos o nocionales de números enteros se estableció, con ello, un referente de acciones interiorizadas concretas que permitió facilitar la comprensión de la teoría de números enteros, en la significación del número entero en sí y las operaciones de adición y sustracción ligadas al mismo. Esto permitió que los procesos de comprensión de números enteros, al asumirlos de manera autónoma y dirigidos por el docente a través</p> | <p>En relación a la forma como la construcción de procesos matemáticos contempla también la recreación personal de conocimiento y, por consiguiente, su validación individual y colectiva, enmarcado ello en un proceso dialéctico de ir entre estos dos ámbitos, estipula entonces un proceso que va entre lo personalizado del conocimiento y lo institucional y que determina para el primero un factor de motivación que impulsa su condición y asumirse, por consiguiente, como coadyuvante en</p> | <p>Los estudiantes encontraron en los procesos de construcción concreta, con el uso de objetos físicos, un apoyo inmejorable para obtener mejor comprensión de los hechos de la matemática en enteros. El fundamento concreto y tangible con objetos hizo traslado a la forma en que los símbolos, de la misma operatividad matemática, eran asumidos en su representación, logrando con ello una mayor estabilidad interpretativa y, por consiguiente, un fundamento</p> | <p>-Mayor confianza, en estudiantes, en el abordaje de situaciones de lectura en el tema de números enteros.</p> <p>-Orientación auto-controlada en las interpretaciones asumidas en el tema de números enteros.</p> |

|                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                      |
|----------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
|                                                                      | <p>cosas vistas con los juegos se dan allí, pero más numérico”. (E1A)</p> <p>-“El uso de números se utilizó más aquí, pero es lo mismo”. (E1B)</p> <p>-“Lo visto allá con los juegos se da aquí también pero más estructurado. La diferencia está en el uso de signos y el nombre de las operaciones”.(E1C)</p> | <p>del uso de lecturas y actividades, se facilitarán en gran manera.</p> | <p>procesos de construcción, así lo expresó D’Amore &amp; Godino (2007):</p> <p>La teoría de la transposición didáctica propone otros constructos epistemológicos, entre ellos las nociones de despersonalización y descontextualización del conocimiento. Quien crea resultados matemáticos los despersonaliza y los descontextualiza para comunicarlos a sus colegas matemáticos; en un contexto eficaz de aprendizaje sucede un proceso inverso. El aprendiz tiene que hacer el resultado como propio, crear un camino personal para su comprensión y encarnarlo en el contexto de los problemas donde trabaje; el conocimiento debe convertirse en conocimiento personal. (p. 201)</p> | <p>representacional a través de hechos vivenciales.</p> <p>La construcción individual realizada por los estudiantes permitió abordar también la comunicación de hechos e ideas en una estructura de conceptos e ideas que se fueron refinando en la medida en que se establecía la interacción con sus compañeros. El proceso de validación permitió establecer un factor motivante en los procesos de construcción.</p> |                                      |
| <b>Afianzamiento de destrezas cognitivas con el uso de juegos de</b> | Los estudiantes presentaron una mayor disponibilidad y                                                                                                                                                                                                                                                          | La manera como se establecían destrezas cognitivas, con la               | La manera como los estudiantes desarrollan habilidades está                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | La rapidez con la que los estudiantes realizaban sus cálculos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | -Mayor estabilidad en la obtención y |

|                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>mesa justificados desde la comprensión con el uso de objetos físicos</b> | <p>tendencia a establecer la comparación de hechos de la misma operatividad con los hechos y situaciones de la manipulación con objetos, esto les permitió, en mayor o menor medida, relacionar un plano pragmático del conocimiento con otro ontológico o teórico y, por lo tanto, afianzar un aspecto de la matemática formal en enteros con otro práctico y vivencial.</p> <p>El proceso inverso de comprensión de hechos concretos en enteros, con la manipulación de objetos, a través de la operatividad formal matemática, esbozó también, un apartado nocional que amplió, en gran manera, la significación otorgada a las acciones con objetos físicos. El afianzamiento mutuo de ambas instancias de</p> | <p>manifestación de respuestas reflejas, denotaba no solamente un conocimiento mecánico de respuestas aprendidas memorísticamente, sino que, su justificación era asumida desde la representación mental que los estudiantes daban, al establecer para sí, los diálogos característicos de indagación a través de comentarios que el estudiante manifestaba y que tenían, de por sí, presentes, hechos de la misma operatividad con objetos, como lo fué lo relacionado con fichas y, en otros, el uso de la recta numérica.</p> <p>El manejo formal de procesos matemáticos, permitió, a su vez, interpretar de mejor manera los hechos de la operatividad con objetos físicos, cuando eran analizados de vuelta, una vez enseñada la teoría a través de</p> | <p>supeditado al hecho de que, en la medida en que mecanizan ciertas respuestas como resultado de la repetición continua a que los conlleva el repetir también las preguntas, no escapa esto al hecho de que también asumen referencias de acción hechas sobre los objetos físicos y, por consiguiente, dar respuestas con base en las reflexiones realizadas sobre las significaciones obtenidas en su encuentro con dichos objetos.</p> <p>Al respecto Muñoz y Díaz (2009) establecen:</p> <p>“En los alumnos fomenta la observación, el que surjan inquietudes y preguntas a las que darán respuesta a través de diferentes fases de</p> | <p>se incrementó notablemente, lo que propició un dominio más acentuado de respuestas asumidas desde las nociones percibidas en su manejo con objetos físicos, la reversibilidad asociada en ciertas respuestas era producto de realizar reconstrucciones de sus representaciones en sentido inverso al habitual lo que aumentó la capacidad de repensar sus respuestas en un uno u otro sentido.</p> <p>El diálogo asumido por el estudiante en su proceso de solución a las preguntas denotaba un recordar de conocimientos obtenidos como resultado de las reflexiones hechas sobre reglas de procedimiento que fueron deducidas y aceptadas como</p> | <p>comprensión de las respuestas como resultado de justificarlas desde ámbitos nocionales concretos o tangibles.</p> <p>-Respuestas dadas con más rapidez en las operaciones de adición y sustracción y aquellas en las que se presentaban combinaciones con el uso de signos de agrupación a medida que se realizaba la familiarización con las expresiones matemáticas.</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                            | conocimiento, formal y concreto, estipuló un devenir entre ambos tipos de representaciones nocionales que contribuyeron, de manera notoria, en el desarrollo de conceptos asociados a la comprensión del número entero y operaciones de adición y sustracción.                                                                      | actividades diseñadas para tal fin.<br><br>(D1, D2, D3 y D4)                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | búsqueda, recogida y análisis de la información, experimentando por sí mismos y llegando a conclusiones que derivan en su aprendizaje a lo largo de todo el proceso. De la misma manera que en el método científico, este proceso es cíclico ya que lo vivido y lo aprendido pasa a formar parte de las ideas y los conocimientos del alumno, contribuyendo a que se haga nuevas preguntas y a continuar aprendiendo.” (p. 104) | resultado del proceso mancomunado de concertaciones con compañeros y profesores en su accionar sobre objetos.                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <b>Identificación de elementos de contexto, sobre todo a nivel comunicacional, que se estructuraban en nociones significativas y equivalentes a las dadas por las matemáticas formales</b> | Algunas expresiones utilizadas por estudiantes en su proceso de hacer referencia a situaciones y nociones que darían origen a conceptos matemáticos desde lo tangible en la manipulación con objetos, estipuló la catalogación de expresiones, comportamientos, registros, simulaciones, acciones sobre objetos y otras como uso de | Establecer el uso de términos propios y de uso cotidiano en las experiencias de manejo con objetos físicos fue el resultado de observaciones, por parte de los estudiantes, relacionadas con la manera como daban solución a las situaciones presentadas, como asumían significaciones desde las acciones conducentes a determinados objetivos planteados y como, | La consideración de “práctica matemática” como concepto subyacente en las actividades de os estudiantes, en un hacer dirigido, a la vez que espontáneo y surgido desde sus mismas interacciones y experiencias dadas desde lo cotidiano, conlleva el hacernos conscientes, a nosotros los docentes, de las potencialidades surgidas desde                                                                                       | La manera como los estudiantes establecían estrategias de comunicación entre sus referentes contextuales y los hechos de acción sobre objetos matemáticos, conllevó a determinar que la elaboración de conceptos matemáticos, aun cuando se antepongan nociones propias, tanto particulares como mancomunadas, | -Uso de términos que hacían alusión a signos numéricos y representados con letras como “d” (derecha) o “i” (izquierda), “a” (aumenta) o “d” (disminuye), “s” (sube) o “b” (baja) o, incluso, con otras maneras como el anteponer otros símbolos como “*” (asterisco) o “# |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>grafos o símbolos especiales que permitirían, a la larga, una caracterización de elementos contextuales comunicativos asumidos en procesos de significación propios y con los cuales se equiparaban las nociones surgidas en dicho contexto con las dadas en ámbitos de la propia matemática, tales como:</p> <p>Amontonar (agrupar), llevar (trasladar, mover, intercambiar), mover a la izquierda (traslación negativa), mover a la derecha (traslación positiva), posición izquierda (posición negativa), posición derecha (posición positiva), número rojo (número negativo), número azul (número positivo), separar (restar), unir (sumar), cantidad con asterisco (negativa),</p> | <p>desde la óptica docente, fue posible plantear situaciones que condujeran a que las mismas acciones propiciaran la creación de conceptos matemáticos en un lenguaje propio. Sin embargo, hay que decir que las dinámicas generadas de producción de conocimiento se desarrollaron, en muchas ocasiones, de formas no prevista, ya que en la medida en que estas se fueron dando, establecían, para el docente, nuevas formas de ver las situaciones que, a medida que se repetían, se encontraban nuevas reflexiones y puntos de análisis que conllevaban a destacar la importancia de esta didáctica Brousseana que, más que ser una didáctica que propende por la actividad del estudiante y la formulación docente,</p> | <p>metodologías didácticas activas. La construcción de elementos conceptuales propios y de un orden, y lógica, nacidas desde su labor de formulación e interacción con el medio, demuestra que el proceso de construcción que le atañe a sus apartados nocionales plasman una actividad que antepone unos conocimientos ya dados en su haber como sujeto de un contexto y de una medio social que le ha brindado referentes de acción cognitiva. Al respecto D’Amore y Godino (s.f) establecen:</p> <p>“El significado personal/significado institucional de un objeto matemático se define como un sistema de prácticas operativas y discursivas realizadas por una persona o en el interior de una institución</p> | <p>propicia espacios de construcción que, en un momento determinado parecen desdibujarse, cobran sentido en la medida en que se devela la trama de significados que surgen de las mismas actividades y que son también descifradas como potencialidades nocionales tan válidas como las atribuidas a las matemáticas formales.</p> <p>Los espacios de creación matemática aun cuando son desarraigados de los de la didáctica tradicional propenden por la creación articulada desde los conocimientos que potencian el contexto y el medio donde se desenvuelve el estudiante.</p> <p>La utilización de objetos físicos es, quizás, solo una</p> | <p>(numeral), todos ellas con el fin de identificar situaciones de desplazamiento a derecha o izquierda, así como identificación de situaciones que indicaban aumento, disminución de cantidades, cambiar el sentido aditivo o sustractivo a las mismas, asociar a una cantidad una operación de manejo con otras, combinar desplazamientos (operación directa), obtención de una posición a partir de una combinación de desplazamientos (operación inversa), deducir la independencia del sentido de un desplazamiento</p> |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>cantidad sin asterisco (positiva), número con guión (negativo), número sin guión (positivo), deber puntos (entero negativo), tener puntos (entero positivo), avanzar o dirigir hacia la derecha (desplazamiento representado con entero positivo), avanzar o dirigir hacia la izquierda (desplazamiento representado con entero negativo), combinar movimientos (realizar operaciones de adición de enteros de distinto signo), combinar pérdida y ganancia de puntos (combinar adición de enteros de distinto signo), pasar de tener a deber (cambiar el signo de un entero positivo a negativo), pasar deber a tener (cambiar el signo de un entero negativo a positivo), dar el total (establecer un resultado), resultados</p> | <p>ayudó a establecer la capacidad de los estudiantes por el desarrollo de conceptualizaciones latentes y que son equiparables a las establecidas por las matemáticas formales.</p> | <p>para resolver un campo de problemas”. (Godino y Batanero, 1994). (p. 208)</p> <p>“Se considera práctica matemática a toda actuación o expresión – verbal, gráfica, etc. – que efectúa alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas (Godino y Batanero, 1998). En el estudio de la matemática, más que una práctica particular ante un problema concreto, interesa reparar en los sistemas de prácticas operativas y discursivas que manifiestan las personas cuando actúan ante tipos de situaciones problemáticas”. (p. 208)</p> | <p>manera de poner en consideración la manera como el contexto puede mostrarse como telón de fondo que propicia aprendizajes jalonados desde su existencia en las conductas y pensamientos de los estudiantes.</p> | <p>respecto de la ubicación inicial del mismo en la recta numérica, identificar entre distancias no dirigidas y dirigidas a través del uso de términos claves como “avanzar a la izquierda”, “avanzar hacia la derecha”, “medir la distancia entre los puntos”, “ubicar un punto en la recta”, “medir distancias a partir de un punto”, “sumar puntos a ambos lados”, “restar puntos a ambos lados”, “combinar sumas y restas” (operación directa), “obtener un resultado con la combinación de sumas y restas” (operación inversa), representación de</p> |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                               |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                      | iguales (resultados equivalentes) (D1, D2, D3, D4)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | un entero negativo con el uso de puntos en fichas, representación de un entero negativo con el uso de la recta numérica, significación del cero como resultado de neutralización de desplazamientos dirigidos o de adición o sustracción de puntos en fichas. |
| <b>La movilidad de las actividades y consideraciones dadas por los estudiantes permitió establecer conciencia a los docentes del carácter potenciador y ético de la construcción de conocimiento</b> | La manera en que se daban las interacciones entre estudiantes y docentes, en la medida en que se esforzaban por encontrar solución a los retos planteados, permitió que los primeros asumieran la conciencia necesaria de respetar la posición de los demás, en torno de los puntos de vista surgidos; esto fue estableciéndose con más fuerza y seriedad en la medida en que se avanzaba, por parte de | Los estudiantes procuraban ir al encuentro con las ideas, en torno de lo que podían significar y permitir avanzar como hechos realizables en la práctica, eso sí, siempre verificando a través de las situaciones de aplicación su validez y, en caso de no ajustarse aparentemente a sus pretensiones de solución pedían a sus compañeros validar información que lograra explicar de manera | Sin lugar a dudas los conceptos e ideas surgidos en la interacción, durante el desarrollo de las actividades, permitió esbozar conceptos emergentes como los ya explicados en apartados anteriores y que permitieron asumir posiciones definidas respecto de aspectos que son cruciales a la hora de hacer una descripción desde las conceptualizaciones macro o generales que | La manera en que se establecían los argumentos y se aclaraban ideas dentro del proceso de interacción mostró como los procesos de construcción estaban también ceñidos a la elaboración de dinámicas de respeto y escucha por las posiciones otorgadas o dadas por los actores del hecho didáctico educativo, formulado en una interacción a través de la | Se esgrimieron, por parte de docentes, expresiones orientadoras a cerca de las situaciones que suscitaran conceptos relacionados con la concepción de número entero negativo, positivo o cero tales como:<br><br>“¿Cómo diferenciarías una ubicación, en la   |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>ellos, en la obtención de las posibles respuestas o planteamientos. Por consiguiente fue surgiendo una manera de interactuar que tomaba conciencia, cada vez más, de lo valioso de las ideas y planteamientos de compañeros y, por consiguiente, asumir estados de reflexión en torno y de debate en torno de las ideas consideradas. (D1, D2)</p> | <p>adecuada lo pretendido por las mismas.</p> <p>La discusión, la charla, los silencios, las réplicas, la validación de ideas, el uso de esquemas para simular las situaciones y los argumentos en general como formas de confrontar y hacer valederas las ideas y formas de interpretación conseguidas determinaban una dinámica del hacer sobre hechos de la matemática, interpretadas desde el hacer con el uso de objetos físicos.</p> | <p>puedan apreciarse en este ejercicio de creación autónoma de conocimiento, sin embargo, hay que tener en cuenta que las conceptualizaciones están supeditadas a todos los aspectos interactuantes de la dinámica creadora de los mismos, tal como lo expresa Godino (2002) (Citado por D’Amore y Godino, s.f):</p> <p>Objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas:</p> <p>El objeto matemático designa a todo lo que es indicado, señalado o nombrado cuando se construye, comunica o aprende matemáticas (Godino, 2002). Esta idea es tomada de Blumer, quien afirma que un objeto es “cualquier entidad o cosa a la cual nos referimos, o de la cual hablamos, sea real,</p> | <p>manipulación de objetos físicos.</p> <p>Los docentes por un lado, en su papel de formuladores de situaciones didácticas, evidenciaron la importancia que reviste el poder asumir una interacción más abierta entre estudiantes y poder canalizar con ello una conciencia en la generación de conocimientos con apartados nocionales que le son propios.</p> | <p>recta de números, de otra respecto del origen de coordenadas?”</p> <p>“¿Qué es un desplazamiento?”</p> <p>“¿Cómo diferenciarías un desplazamiento a la izquierda de otro a la derecha?</p> <p>“¿Cómo establecerías una regla que permita determinar la posición resultante debido a la combinación de desplazamientos?”</p> <p>“¿Cómo obtener una posición determinada a partir de desplazamientos?”</p> <p>“¿Cómo representar una situación de conteo “a favor” o “en contra” a</p> |
|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |  |                                                                                                                                |
|--|--|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  | <p>imaginaria o de cualquier otro tipo” (Blumer, 1982, p. 8).</p> <p>Los tipos de objetos matemáticos son los siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Lenguaje (términos, expresiones, notaciones o gráficos) en sus diversos registros (escrito, oral, gestual, entre otros).</li><li>- Situaciones (problemas, aplicaciones extra-matemática, ejercicios).</li><li>- Procedimientos (operaciones, algoritmos, técnicas de cálculo, procedimientos).</li><li>- Conceptos (que son introducidos mediante definiciones o descripciones, como recta, punto, número, media o función).</li><li>- Propiedad o atributo de los objetos (como los enunciados sobre conceptos).</li><li>- Argumentos (por ejemplo, los que se usan</li></ul> |  | <p>través del uso de puntos en fichas?”</p> <p>“¿En qué situaciones se obtiene el cero como resultado de desplazamientos?”</p> |
|--|--|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|--------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <p>para validar o explicar los enunciados por deducción o de otro tipo).</p> <p>A su vez, estos objetos se organizan en entidades más complejas, como sistemas conceptuales o teorías. (p. 209)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Limitantes de tiempo y normatividad</b> | <p>El factor tiempo se convirtió, para estas actividades, en una limitante que fue preciso estimar como un elemento envolvente y con el cual era preciso determinar la no extensión prolongada de las mismas, esto de alguna manera tuvo incidencia en la cantidad y calidad de repeticiones necesarias para poder redireccionar y corregir los niveles de significación y, por otro lado, reformular las variables didácticas que intervenían en las situaciones direccionadas por los docentes.</p> <p>Así mismo los</p> | <p>La forma como se desarrollaron las actividades conllevó a pensar que la extensión en el tiempo de las mismas pudo haber tenido algunos factores adicionales a la manera como los estudiantes se apropiaban de los estados nocionales y conceptuales, así que, posiblemente, la reflexión y formulación docente ligada al planteamiento de las situaciones, así como la planeación sobre hechos de la didáctica que se fueron esclareciendo en el camino y que posibilitaron en una u otra medida determinar derroteros de clarificación y avance</p> | <p>El ritmo asociado a la construcción de referentes está enmarcado a un creación de relaciones entre objetos, tal como lo señalaron D’Amore y Godino (s.f) y, con lo cual, dependiendo de la forma como eran develados por los docentes se establecían ritmos de aprendizaje vinculados a la manipulación de objetos físicos, así:</p> <p>Relaciones entre objetos: función semiótica:</p> <p>La noción de función de signo –tomada de Hjemlesv (1943), y que</p> | <p>La extensión en la conceptualización de representaciones esbozó una dinámica enmarcada en diferentes ritmos y que propició una extensión considerable de la acepción a las nociones e ideas surgidas dentro de la misma actividad, lo que, de alguna forma, prolongó la comprensión de apartados e ideas surgidas. La formulación docente se fue ajustando en la medida en que se evidenciaban los avances y se establecía, con ello, indicaciones acerca de cómo propiciar</p> | <p>-Prolongación y demanda de más tiempo en el desarrollo de las actividades de uso de objetos físicos.</p> <p>-Reiteración prolongada de las actividades para las significaciones cambiantes y de avance en las comprensiones otorgadas por los estudiantes a las situaciones de uso de objetos físicos.</p> <p>-Necesidad de reforzar actividades de uso de objetos en grados anteriores con el fin de</p> |

|  |                                                                                                                                                                                                                 |                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                    |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
|  | <p>desarrollos curriculares exigidos por norma de ley estipulaban el tener que avanzar para no rezagarse en los contenidos previstos en las programaciones y estándares de calidad.</p> <p>(D1, D2, D3, D4)</p> | <p>de las mismas actividades didácticas.</p> | <p>Eco (1979) describió como función semiótica–atañe a la dependencia entre un texto y sus componentes y entre éstos entre sí. Se trata de las correspondencias –ya sea relaciones de dependencia o función– entre un antecedente (expresión, significante o representante) y un consecuente (contenido, significado o representado) que establece un sujeto (persona o institución), de acuerdo con cierto criterio o código de correspondencia. Los códigos pueden ser reglas –hábitos o convenios– que informan a los sujetos implicados sobre los términos que se deben poner en relación en las circunstancias fijadas. Sin embargo, Eco (1979) observa cómo tal dependencia no tiene siempre un código prefijado y, por tanto, se evidencia su carácter relativo. (p. 209)</p> | <p>encuentros de los estudiantes con las experiencias que otorgaran la significación adecuada, aquí el tiempo también fue una variable no asumible del todo en su dimensión porque en la medida en que se daban los avances se establecían procesos de recurrencia y repetición que era necesario asumir para constatar los avances estipulados o registrados.</p> | <p>facilitar comprensiones en grados séptimos.</p> |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|

Fuente: Elaboración Propia



## **Instrumentos de recolección de datos**

- **Entrevista no estructurada a Docentes del área de Matemáticas ( Periodo 217- II)**
  - 1) **¿En qué principios pedagógicos basa usted su labor como docente de Matemáticas?**
  - 2) **¿Cree usted que el ambiente en el que el estudiante se desarrolla puede incidir en la capacidad de comprensión de los conceptos y enunciados matemáticos?**
  - 3) **¿La explicación que dan sus estudiantes a cerca de un concepto en matemáticas podría tener algunos elementos del contexto cotidiano que usted como docente podría identificar?**
  - 4) **¿Los conceptos que se imparten en las clases de Matemáticas podrían ser explicados más acordes al nivel que los estudiantes tienen a nivel de lo cotidiano?**
  - 5) **¿Las inquietudes planteadas en relación a esta investigación podrían direccionarnos, como docentes, para desarrollar una propuesta en relación a elementos de la comunicación, que desde lo cotidiano, podrían incidir en la enseñanza y aprendizaje de los conceptos matemáticos?**
  - 6) **¿La forma en que los estudiantes interpretan y dan manejo a la simbología, e incluso a los números podrían mostrarnos algunas confusiones que tienen Ellos en relación a la incidencia de algunos conceptos cotidianos con los que se pretenden enseñar en matemáticas?**
  - 7) **¿Las explicaciones que se dan en las clases de matemáticas que tan entendibles podrían ser para los estudiantes?**
  - 8) **¿Las explicaciones que dan los estudiantes en clases de matemáticas podrían tener algunos elementos del contexto que usted como docente podría identificar?**
  - 9) **¿La utilización de un lenguaje explicativo más acorde con su entorno, además de motivar podría facilitar procesos de comprensión en sus estudiantes?**
  - 10) **¿Los errores cometidos por los estudiantes, sobre todo a nivel de pruebas escritas, en esta área, podrían otorgarnos, a los docentes de matemáticas, indicios de la influencia de factores externos que podrían estar incidiendo en la comprensión de los conceptos matemáticos?**
  - 11) **¿Qué dificultad encuentra, usted como docente, en la enseñanza del concepto de número entero?**

- 12) ¿Cuál cree usted, además de la falta de fundamentación, que por muchas razones hay en los estudiantes, podría deberse la dificultad que tienen muchos de esos estudiantes para comprender los conceptos matemáticos en el aula?
- 13) Cree usted que le ambiente en el que se desarrollan los estudiantes podría influir en la capacidad de comprensión de conceptos y enunciados matemáticos? ¿Esto se podría evidenciar de alguna manera?

**Formato de seguimiento sobre génesis de operaciones y concepto de número entero en grado séptimo año 2018-II en adición con el uso de fichas:**

**a) Guía de Actividades (secuencias Didácticas)**

**b) Formatos Fichas de Registro Protocolos**

**1. FECHA**

**DIA** \_\_\_\_\_ **MES** \_\_\_\_\_ **AÑO** \_\_\_\_\_ **HORA** \_\_\_\_\_

**2. NOMBRE DE LA PRUEBA:** Análisis de interacción con el objeto didáctico “Fichas con Puntos”.

**3. HIPÓTESIS:** Los estudiantes reconocerán y entenderán el objeto didáctico al ver su configuración, tratarán de resolver y desarrollar las actividades en el tiempo determinado.

**4. INDICADORES:**

- Pasos acertados según la secuencia de uso descrita.

- Tiempo para culminar la actividad

**5. TABLA DE REGISTRO:** Secuencia de uso:

1. Reconocer el objeto.

2. Planteamiento docente a los estudiantes a cerca de cómo establecer situaciones de conteo a favor o en contra con el uso de las fichas.

3. Indicaciones sobre uso de los puntos y fichas.

4. Explorar las fichas del objeto didáctico.

5. Desarrollar la actividad.

6. Hace las preguntas respectivas.

7. Culmina la actividad.

Tiempo total:

Observaciones:

**a) Hojas de Trabajo – Encuestas a Estudiantes**

**1. Hoja de trabajo**

|                                                    |
|----------------------------------------------------|
| <b>OBSERVACIONES<br/>INICIALES</b>                 |
| <b>¿QUÉ SITUACIONES<br/>FUERON APRENDIDAS HOY?</b> |
| <b>¿Cómo tratarías de</b>                          |

|                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------|
| resolver las situaciones observadas con el uso de los objetos didácticos? |
| ¿Qué términos son claves para seguir avanzando?                           |

- Relaciones que formaste con los elementos anteriores: \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_

**Formato de seguimiento sobre génesis de operaciones y concepto de número entero en grado séptimo año 2018-II en adición, con el uso de la recta numérica.**

**a) Guía de Actividades**

**b) Formatos Fichas de Registro Protocolos**

1. FECHA DIA \_\_\_\_\_ MES \_\_\_\_\_

AÑO \_\_\_\_\_ HORA \_\_\_\_\_

2. **NOMBRE DE LA PRUEBA:** Análisis de interacción con el objeto didáctico “Recta Numérica”.

3. **HIPOTESIS:** Los estudiantes reconocerán y entenderán el objeto didáctico al ver su configuración, tratarán de resolver y desarrollar las actividades en el tiempo determinado.

**4. INDICADORES:**

- Pasos acertados según la secuencia de uso descrita.
- Tiempo para culminar la actividad

**5. TABLA DE REGISTRO:** Secuencia de uso:

1. Reconocer el objeto.
2. Planteamiento docente a los estudiantes a cerca de cómo establecer situaciones de conteo a favor o en contra con el uso de traslaciones y ubicaciones en la recta.

3. Indicaciones sobre uso de recta numérica.

4. Explorar el uso de la recta numérica.

5. Desarrollar la actividad.

6. Hace las preguntas respectivas.

7. Culmina la actividad.

Tiempo total:

Observaciones:

---

---

---

---

---

---

---

---

### Prueba Pos-test sobre valoración de conceptos en estudiantes de grado séptimo

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**1) Representa en la recta numérica las siguientes operaciones: (Justifica tus respuestas)**

a)  $(-2) + (7) + (-4) =$

d)  $(4) + (-5) + (-6) =$

b)  $(8) + (-6) + (3) =$

e)  $(7) + (-3) + (-4) + (-5) =$

c)  $(-9) + (-6) + (5) + (-3) =$

f)  $(-3) + (7) + (-5) + (2) =$

**2) Representa con el uso de fichas las siguientes operaciones:**

a)  $(-6) + (5) =$

c)  $(-5) + (10) =$

b)  $(8) + (-3) =$

d)  $(4) + (-6) + (3) =$

c)  $(-6) + (8) =$

e)  $(-7) + (12) + (-9) =$

**3) Representa en la recta numérica las siguientes operaciones:**

a)  $(-2) - (7) + (-4) =$

d)  $(4) - (-5) + (-6) =$

b)  $(8) + (-6) - (3) =$

e)  $(7) + (-3) - (-4) - (-5) =$

c)  $-(-9) + (-6) - (5) + (-3) =$       f)  $-(-3) - (7) - (-5) - (2) =$

4) Representa con fichas las siguientes operaciones:

a)  $(-6) - (5) =$       d)  $-(-5) - (10) =$

b)  $-(8) - (-3) =$       e)  $(4) + (-6) - (3) =$

c)  $-(-6) + (8) =$       f)  $(-7) - (12) - (-9) =$

5) ¿De cuántas maneras se pueden obtener los siguientes resultados, en la recta numérica, a través de la uso de la adición?

a) -8    b) 5    c) -10    d) -15    e) 20    f) -25

6) ¿De cuántas maneras se pueden obtener los siguientes resultados, con el uso de fichas, a través de la uso de la adición?

a) -8    b) 5    c) -10    d) -15    e) 20    f) -25

7) ¿De cuántas maneras se pueden obtener los siguientes resultados, en la recta numérica, a través de la uso de la sustracción?

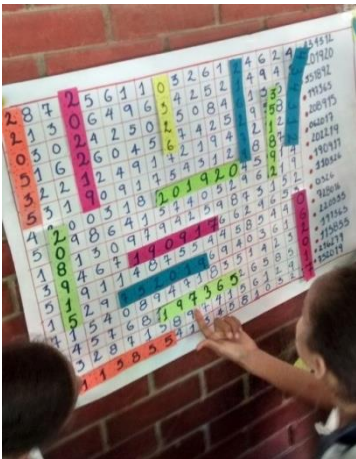
a) -14    b) 10    c) -6    d) 18

8) ¿De cuántas maneras se pueden obtener los siguientes resultados, con el uso de fichas, a través de la sustracción?

a) -14    b) 10    c) -6    d) 18

### Evidencias fotos tomadas durante la implementación de las secuencias





### Referentes Bibliográficos

- Alsina, A. (2008). *El aprendizaje reflexivo en la formación inicial del profesorado. Un modelo para aprender a enseñar matemáticas*. Revista Educación Matemática, 22(1), 1 de abril de 2010, p.p. 149-166
- Álvarez, A. (1996). *Actividades Matemáticas con Materiales Didácticos*. Madrid, España. Tomado de [http://tauja.ujaen.es/bitstream/10953.1/5752/1/Navarrete\\_Rodriguez\\_PedroJos\\_TFG\\_Educacin\\_Primary.pdf](http://tauja.ujaen.es/bitstream/10953.1/5752/1/Navarrete_Rodriguez_PedroJos_TFG_Educacin_Primary.pdf)
- Báez, M. y Hernández, S. (2002). *El uso de material concreto para la enseñanza de la matemática. Taller de Matemáticas del centro de Ciencia de Sinaloa*. Extraído el 15 de septiembre de 2017, desde <http://redexperimental.gob.mx/descargar.php?id=229>.
- Ballester, A. (2002). *El Aprendizaje Significativo en la Práctica. Cómo Hacer El Aprendizaje significativo En El Aula*. Recuperado de [http://www.aprendizajesignificativo.es/mats/El\\_aprendizaje\\_significativo\\_en\\_la\\_practica.pdf](http://www.aprendizajesignificativo.es/mats/El_aprendizaje_significativo_en_la_practica.pdf)
- Becerra, O., Buitrago, M., Calderón, Constanza, S., Cañadas, M., Gómez, R. & Gómez, P. (2012). *Adición Y Sustracción De Números Enteros*. Recuperado de: [http://funes.uniandes.edu.co/1890/2/Capitulo2\\_G1\\_Adici%C3%B3nysustracci%C3%B3ndenumerosenteros.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1890/2/Capitulo2_G1_Adici%C3%B3nysustracci%C3%B3ndenumerosenteros.pdf)
- Borjas, F. (2009). *El aprendizaje de los números enteros una “experiencia significativa” en estudiantes de séptimo grado de la Escuela Nacional de Música* (Tesis de Maestría). Recuperado de: <http://www.cervantesvirtual.com/obra/aprendizaje-de-los-numeros-enteros-una-experiencia-significativa-en-estudiantes-de-septimo-grado-de-la-escuela-nacional-de-musica/>
- Botía, A. (1993). *El Espíritu Curricular y el Cuerpo Escolar*. Revista de Educación, 301, 299- 315
- Bressan, A., Gallego, M., Pérez, S. & Zolkower, B. (2016). *Educación Matemática Realista: Bases teóricas*. Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática. San Carlos de Bariloche (Argentina). Tomado de [http://gpdmatematica.org.ar/wp-content/uploads/2016/03/Modulo\\_teoría\\_EMER-Final.pdf](http://gpdmatematica.org.ar/wp-content/uploads/2016/03/Modulo_teoría_EMER-Final.pdf)

- Brousseau, G. (1993). “Fundamentos y métodos de didáctica de las matemáticas”, en Sánchez, Ernesto (comp.) *Lecturas en didáctica de las matemáticas. La escuela francesa*. México: CINVESTAV-IPN.
- Brousseau. (1989). *El maestro y el contrato en la teoría Brousseauiana*. Universidad Pedagógica Nacional. Dirección de Investigación. Tomado de <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol13/02Avila.pdf>
- Camilloni, A. (2007). *El Saber Didáctico*. Tomado de [https://kupdf.com/queue/el-saber-didactico-camilloni-aliciapdf\\_59ab6708dc0d601605568edf\\_pdf?queue\\_id=-1&x=1529137075&z=MTgxLjQ5Ljg4Ljk0](https://kupdf.com/queue/el-saber-didactico-camilloni-aliciapdf_59ab6708dc0d601605568edf_pdf?queue_id=-1&x=1529137075&z=MTgxLjQ5Ljg4Ljk0)
- Camilloni, A. (2007). *Introducción*. En S. Feeney, L. Basabe, E. Cols, & A. Camilloni, *El saber didáctico*. Buenos Aires: Paidós SAICF.
- Campus Virtual Universidad internacional de Valencia (09 de mayo de 2105). *Características de la inteligencia kinestésica*. Recuperado de <https://www.universidadviu.es/caracteristicas-de-la-inteligencia-kinestesica/>.
- Carr, W., & Kemmis, S. (1988). *Teoría crítica de la enseñanza. La investigación acción en la formación del profesorado*. Barcelona, España: Martínez Roca S.A.
- Cid, Eva (s.f). *Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números enteros*. Departamento de Matemáticas Universidad de Zaragoza. Tomado de <http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/cangas/Negativos.pdf>
- Civarolo (2014). *La idea de Didáctica. Su Evolución o Involución Pedagógica*. Tomado de [https://www.academia.edu/26188599/LA\\_IDEA\\_DE\\_DIDACTICA.\\_SU\\_EVOLUCION\\_O\\_INVOLUCION\\_PEDAGOGICA?auto=download](https://www.academia.edu/26188599/LA_IDEA_DE_DIDACTICA._SU_EVOLUCION_O_INVOLUCION_PEDAGOGICA?auto=download)
- Congreso de la República de Colombia. (1994). *Ley General de Educación 115*. Colombia.
- Cristina Muñoz Mateo. (2013). *Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas*. Universidad de la Rioja (España). Tomado de [https://biblioteca.unirioja.es/tfe\\_e/TFE000754.pdf](https://biblioteca.unirioja.es/tfe_e/TFE000754.pdf)
- D’Amore, B, & Godino, J. (2007). *El Enfoque Ontosemiótico como un desarrollo de la Teoría antropológica En Didáctica de la Matemática*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (2007), 10(2), 191-218 Tomado de: <http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v10n2/v10n2a2.pdf>

- Davini, M. (2007). *Didáctica General para Maestros y Profesores*. Editorial: Santillana. Buenos Aires, Argentina. Recuperado de: <https://elegirladocencia.files.wordpress.com/2014/09/davini-maria-cristina-metodos-de-ensenanza.pdf>
- Del Pilar, P. & Rodríguez, G. (2103). *El Lenguaje Y la Trigonometría: Una mirada desde el planteamiento y la Resolución De Problemas*. Recuperado de <http://docplayer.es/8246367-El-lenguaje-y-la-trigonometria-una-mirada-desde-el-planteamiento-y-la-resolucion-de-problemas.html>
- Díaz, F. (2003). *Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo*. Revista electrónica de Investigación Educativa, 5(2) p.p 3 – 4. Tomado de: <http://www.redalyc.org/pdf/155/15550207.pdf>
- Escobar, N. (2007). La práctica profesional docente desde la perspectiva de los estudiantes practicantes y tutores. *Acción pedagógica* 16(1)., 184.
- Falconi, M. & Hoyos V. (2005). *Instrumentos y Matemáticas. Historia, Fundamentos y Perspectivas Educativas*. Recuperado de [https://books.google.com.co/books?id=ICCtQ5LZbTAC&pg=PA136&lpg=PA136&dq=Szendrei+\(materiales+Did%C3%A1cticos\)&source=bl&ots=eKjXgxZQ3y&sig=Wxsa4ixgB9kGuhGakB7K-vZeO8g&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwj2s82I4\\_zbAhWyt1kKH7OAboQ6AEIbjAK#v=onepage&q=Szendrei%20\(materiales%20Did%C3%A1cticos\)&f=false](https://books.google.com.co/books?id=ICCtQ5LZbTAC&pg=PA136&lpg=PA136&dq=Szendrei+(materiales+Did%C3%A1cticos)&source=bl&ots=eKjXgxZQ3y&sig=Wxsa4ixgB9kGuhGakB7K-vZeO8g&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwj2s82I4_zbAhWyt1kKH7OAboQ6AEIbjAK#v=onepage&q=Szendrei%20(materiales%20Did%C3%A1cticos)&f=false)
- Gamandé, N. (s.f). *Las inteligencias Múltiples de Howard Gardner: Unidad Piloto para Propuesta de Cambio Metodológico*. Recuperado de <https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2595/gamande%20villanueva.pdf?sequence=1>
- Garzón, M. (2015). *Desarrollo Y Comprensión De La Semiótica Matemática A Partir De La Semiótica Lingüística Y El Lenguaje Común* (Tesis de Maestría). Recuperado de: <http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/2090/1/Garz%C3%B3nCarre%C3%B1oMar%C3%ADaTeresa2015.pdf>
- Godino, J.; Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Extraído el 28 de mayo de 2018, desde <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>

- González, M., Ortíz, A., Sanz, E. Vargas-Machuca, I., Jimeno, M., Iriarte, M. & Cruz A. (2010). *Los Números Enteros*. Recuperado de [https://www.todostuslibros.com/libros/los-numeros-enteros\\_978-84-7738-084-9](https://www.todostuslibros.com/libros/los-numeros-enteros_978-84-7738-084-9)
- González, A.; Molina, J. & Sánchez, M. (2014). *La matemática nunca deja de ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas* *Educación Matemática*, 26(3). Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/405/40540689005.pdf>
- Grisales-Franco, L. (2012). *Aproximación Histórica al Concepto de Didáctica Universitaria*. Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia. Tomado de: <http://www.scielo.org.co/pdf/eded/v15n2/v15n2a04.pdf>  
<https://books.google.com.ec/books?id=f6Pjwz9lCKMC&printsec=frontcover&hl=es#v=onepage&q&f=false>
- IPEBA (Septiembre de 2013). *Matemática: Números y Operaciones. Mapas de Progreso del Aprendizaje*. Instituto Peruano de Evaluación, Acreditación y Certificación de la Calidad de la Educación Básica. Recuperado de [https://www.sineace.gob.pe/wp-content/uploads/2014/10/MapasProgreso\\_Matematica\\_NumerosOperaciones.pdf](https://www.sineace.gob.pe/wp-content/uploads/2014/10/MapasProgreso_Matematica_NumerosOperaciones.pdf)
- Lewin K., Tax, S., Stavenhagen, R., Borda, O., Zamosc, L., Kemmis, S., Rahman, A. (1946). *Qué es la investigación acción-participativa. Perspectivas teóricas y metodológicas*. Cooperativa editorial: Magisterio. Bogotá, Colombia. Tomado de: <https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/35015397/Park.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1529273734&Signature=MBrAYdgV0gdQ8eyjYqEzy1YjhS4%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DPark.pdf>
- Medina, A., Salvador, F. (2009). *Didáctica General*. Editorial: Pearson Prentice Hall. Santa Fe de Bogotá (Colombia). Tomado de <http://www.solucionesjoomla.com/equintadescargas/Otros/Didactica%20General%20-%20PEARSON%20Prentice%20Hall.pdf>
- Mejía, G. & Sierra, L. (2013). *Influencia Del Contexto En El Proceso De Resolución De Problemas De Probabilidad Condicional En Estudiantes De Grado Once* (Tesis de Maestría). Recuperado de: <http://repositorio.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/232/TO-15684.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

- Ministerio De Educación Nacional. (2012). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Recuperado de [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)
- Mockus A., Hernández C., Granés J., Charúm J., & Castro M.) (1994). *Las Fronteras de la Escuela*. Santa fe de Bogotá, D.C. Colombia. Punto Exe Editores
- Morata. P. (1995). *Volver a Pensar la educación. Prácticas y Discursos Educativos* (Congreso Internacional de Didáctica). Recuperado el 18 de Enero de 2018 de: [http://www.terras.edu.ar/biblioteca/10/10DID\\_Angulo\\_Rasco\\_Unidad\\_3.pdf](http://www.terras.edu.ar/biblioteca/10/10DID_Angulo_Rasco_Unidad_3.pdf)
- Muñoz Muñoz, A. y Díaz Perea, Mª R. (2009). *Metodología por proyectos en el área de conocimiento del medio*. Revista Docencia e Investigación, nº 19: 101-126.
- Muñoz, C. (2014). *Los Materiales En El Aprendizaje De Las Matemáticas*. (Tesis de Pregrado). Facultad de Letras y de la Educación. Universidad de la Rioja. Recuperado de [https://biblioteca.unirioja.es/tfe\\_e/TFE000754.pdf](https://biblioteca.unirioja.es/tfe_e/TFE000754.pdf)
- Padrón, J. (2007). *Tendencias Epistemológicas de la Investigación Científica en el Siglo XXI*. Universidad Simón Rodríguez. Caracas, Venezuela. Recuperado de: <http://www.facso.uchile.cl/publicaciones/moebio/28/padron.pdf>
- Piaget, J. (s.f). *Psicología y Pedagogía*. Recuperado de <https://www.uv.mx/rmipe/files/2017/02/Psicologia-y-Pedagogia.PDF>
- Picco, S. (2014). *La didáctica crítica y la transformación de las prácticas de enseñanza: Reflexiones en torno a la normatividad*. VIII Jornadas de Sociología de la UNLP, 3 al 5 de diciembre de 2014, Ensenada, Argentina. En Memoria Académica. Disponible en: [http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/trab\\_eventos/ev.4515/ev.4515.pdf](http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/trab_eventos/ev.4515/ev.4515.pdf)
- Pico, S., Orienti, N. (s.f). *Aportes teóricos y Prácticos para pensar e Intervenir En las Prácticas de la Enseñanza*. Facultad de humanidades y Ciencias de la Educación. Universidad nacional de la Plata. Editorial: Edulp. La Plata, Argentina. Recuperado de: [http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/61533/Documento\\_completo\\_.pdf-PDFA.pdf?sequence=1](http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/61533/Documento_completo_.pdf-PDFA.pdf?sequence=1)
- Pim, D. (1990). *El lenguaje Matemático en el Aula*. Recuperado de: <http://mriuc.bc.uc.edu.ve/bitstream/handle/123456789/1555/17.pdf?sequence=3>
- RAE (2018). Real Academia de La Lengua Española. Recuperado de <http://dle.rae.es/?id=VXlxWFW>

- Rico, L. (2012). *Aproximación a la Investigación en Didáctica de la Matemática*. Universidad de Granada (España). Recuperado de [http://funes.uniandes.edu.co/1986/1/Rico\\_Avances.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1986/1/Rico_Avances.pdf)
- Rico, L., Cañadas, M., Marín, A. & Sánchez, M. (2016). *Investigaciones en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Coriat*. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/extaut?codigo=223866>
- Rojas, G. (2107). *El Obstáculo Epistemológico y el pensamiento crítico*. Revista Interactiva de Investigación en ciencias Sociales, 13(2), 305 - 306
- Sarmiento, M. (2007). *La Enseñanza De Las Matemáticas Y Las Ntic. Una Estrategia De Formación Permanente*. Recuperado de [https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/8927/D-TESIS\\_CAPITULO\\_2.pdf](https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/8927/D-TESIS_CAPITULO_2.pdf)
- Torrecilla, J. (2007). *La Investigación sobre Eficacia Escolar*. Edición del Convenio Andrés Bello. Recuperado de [https://www.uam.es/personal\\_pdi/stmaria/jmurillo/documentos/IIEE.pdf](https://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/jmurillo/documentos/IIEE.pdf)
- Vigotsky, Lev. (2005). *Pensamiento y lenguaje*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

## Bibliografía

- Alsina, A. (2008). El aprendizaje reflexivo en la formación inicial del profesorado. Un modelo para aprender a enseñar matemáticas. *Revista Educación Matemática*, 22(1), 1 de abril de 2010, p.p. 149-166
- Álvarez, A. (1996). *Actividades Matemáticas con Materiales Didácticos*. Madrid, España. Tomado de [http://tauja.ujaen.es/bitstream/10953.1/5752/1/Navarrete\\_Rodrguez\\_PedroJos\\_TFG\\_Educacin\\_Primary.pdf](http://tauja.ujaen.es/bitstream/10953.1/5752/1/Navarrete_Rodrguez_PedroJos_TFG_Educacin_Primary.pdf)
- Aznar, A., Baccelli, S., Figueroa, S., Distéfano, M. & Anchorena, S. (2016). Las Funciones Semióticas como Instrumento de Diagnóstico y Abordaje de Errores. Recuperado de <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v30n55/1980-4415-bolema-30-55-0670.pdf>
- Báez, M. y Hernández, S. (2002). El uso de material concreto para la enseñanza de la matemática. Taller de Matemáticas del centro de Ciencia de Sinaloa. Extraído el 15 de septiembre de 2017, desde <http://redexperimental.gob.mx/descargar.php?id=229>.
- Ballester, A. (2002). El Aprendizaje Significativo en la Práctica. Cómo Hacer El Aprendizaje significativo En El Aula. Recuperado de [http://www.aprendizajesignificativo.es/mats/El\\_aprendizaje\\_significativo\\_en\\_la\\_practica.pdf](http://www.aprendizajesignificativo.es/mats/El_aprendizaje_significativo_en_la_practica.pdf)
- Becerra, O., Buitrago, M., Calderón, Constanza, S., Cañadas, M., Gómez, R. & Gómez, P. (2012). Adición Y Sustracción De Números Enteros. Recuperado de: [http://funes.uniandes.edu.co/1890/2/Capitulo2\\_G1\\_Adici%C3%B3nysustracci%C3%B3ndenumerosenteros.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1890/2/Capitulo2_G1_Adici%C3%B3nysustracci%C3%B3ndenumerosenteros.pdf)
- Borjas, F. (2009). El aprendizaje de los números enteros una “experiencia significativa” en estudiantes de séptimo grado de la Escuela Nacional de Música (Tesis de Maestría). Recuperado de: <http://www.cervantesvirtual.com/obra/aprendizaje-de-los-numeros-enteros-una-experiencia-significativa-en-estudiantes-de-septimo-grado-de-la-escuela-nacional-de-musica/>
- Botía, A. (1993). El Espíritu Curricular y el Cuerpo Escolar. *Revista de Educación*, 301, 299- 315

- Bressan, A., Gallego, M., Pérez, S., Zolkower, B. (2106). *Educación Matemática Realista: Bases teóricas*. Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática. San Carlos de Bariloche (Argentina). Tomado de [http://gpdmatematica.org.ar/wp-content/uploads/2016/03/Modulo\\_teoría\\_EMER-Final.pdf](http://gpdmatematica.org.ar/wp-content/uploads/2016/03/Modulo_teoría_EMER-Final.pdf)
- Brousseau, G. (1989). *El maestro y el contrato en la teoría Brousseauiana*. Universidad Pedagógica Nacional. Dirección de Investigación. Tomado de <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol13/02Avila.pdf>
- Brousseau, G. (1993). “Fundamentos y métodos de didáctica de las matemáticas”, en Sánchez, Ernesto (comp.) *Lecturas en didáctica de las matemáticas*. La escuela francesa. México: CINVESTAV-IPN.
- Brousseau, G. (2012). *Problemas de la Enseñanza de los Decimales*. Recuperado de [http://www2.famaf.unc.edu.ar/publicaciones/documents/serie\\_b/BEns02.pdf](http://www2.famaf.unc.edu.ar/publicaciones/documents/serie_b/BEns02.pdf)
- Camilloni, A. (2007). *El Saber Didáctico*. Tomado de [https://kupdf.com/queue/el-saber-didactico-camilloni-aliciapdf\\_59ab6708dc0d601605568edf\\_pdf?queue\\_id=-1&x=1529137075&z=MTgxLjQ5Ljg4Ljk0](https://kupdf.com/queue/el-saber-didactico-camilloni-aliciapdf_59ab6708dc0d601605568edf_pdf?queue_id=-1&x=1529137075&z=MTgxLjQ5Ljg4Ljk0)
- Camilloni, A. (2007). *Introducción*. En S. Feeney, L. Basabe, E. Cols, & A. Camilloni, *El saber didáctico*. Buenos Aires: Paidós SAICF.
- Campus Virtual Universidad internacional de Valencia (09 de mayo de 2105). *Características de la inteligencia kinestésica..* Tomado de <https://www.universidadviu.es/caracteristicas-de-la-inteligencia-kinestesica/>.
- Carr, W., & Kemmis, S. (1988). *Teoría crítica de la enseñanza. La investigación acción en la formación del profesorado*. Barcelona, España: Martínez Roca S.A.
- Cid, Eva (s.f). *Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números enteros*. Departamento de Matemáticas Universidad de Zaragoza. Tomado de <http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/cangas/Negativos.pdf>
- Civarolo (2014). *La idea de Didáctica. Su Evolución o Involución Pedagógica..* Tomado de [https://www.academia.edu/26188599/LA\\_IDEA\\_DE\\_DIDACTICA.\\_SU\\_EVOLUCION\\_O\\_INVOLUCION\\_PEDAGOGICA?auto=download](https://www.academia.edu/26188599/LA_IDEA_DE_DIDACTICA._SU_EVOLUCION_O_INVOLUCION_PEDAGOGICA?auto=download)
- Congreso de la República de Colombia. (1994). *Ley General de Educación 115*. Colombia.

- Cristina Muñoz Mateo. (2013). *Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas*. Universidad de la Rioja (España). Tomado de [https://biblioteca.unirioja.es/tfe\\_e/TFE000754.pdf](https://biblioteca.unirioja.es/tfe_e/TFE000754.pdf)
- D'Amore, B. & Godino, J. (2007). *El Enfoque Ontosemiótico como un desarrollo de la Teoría antropológica En Didáctica de la Matemática*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (2007), 10(2), 191-218 Tomado de: <http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v10n2/v10n2a2.pdf>
- Del Pilar, P. & Rodríguez, G. (2103). *El Lenguaje Y la Trigonometría: Una mirada desde el planteamiento y la Resolución De Problemas*. Recuperado de <http://docplayer.es/8246367-El-lenguaje-y-la-trigonometria-una-mirada-desde-el-planteamiento-y-la-resolucion-de-problemas.html>
- Davini, M. (2007). *Didáctica General para Maestros y Profesores*. Editorial: Santillana. Buenos Aires, Argentina. Recuperado de: <https://elegirladocencia.files.wordpress.com/2014/09/davini-maria-cristina-metodos-de-ensenanza.pdf>
- Díaz, F. (2003). *Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo*. Revista electrónica de Investigación Educativa, 5(2) p.p 3 – 4. Tomado de: <http://www.redalyc.org/pdf/155/15550207.pdf>
- Escobar, N. (2007). *La práctica profesional docente desde la perspectiva de los estudiantes practicantes y tutores*. Acción pedagógica 16(1)., 184.
- Falconi, M. & Hoyos V. (2005). *Instrumentos y Matemáticas. Historia, Fundamentos y Perspectivas Educativas*. Recuperado de [https://books.google.com.co/books?id=ICCtQ5LZbTAC&pg=PA136&lpg=PA136&dq=Szendrei+\(materiales+Did%C3%A1cticos\)&source=bl&ots=eKjXgxZQ3y&sig=Wxsa4ixgB9kGuhGakB7K-vZeO8g&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwj2s82I4\\_zbAhWyt1kKH70AboQ6AEIbjAK#v=onepage&q=Szendrei%20\(materiales%20Did%C3%A1cticos\)&f=false](https://books.google.com.co/books?id=ICCtQ5LZbTAC&pg=PA136&lpg=PA136&dq=Szendrei+(materiales+Did%C3%A1cticos)&source=bl&ots=eKjXgxZQ3y&sig=Wxsa4ixgB9kGuhGakB7K-vZeO8g&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwj2s82I4_zbAhWyt1kKH70AboQ6AEIbjAK#v=onepage&q=Szendrei%20(materiales%20Did%C3%A1cticos)&f=false)
- Forero, S. (2008). *Interacción y discurso en la Clase de Matemáticas*. Recuperado de <http://www.scielo.org.co/pdf/rups/v7n3/v7n3a14.pdf>
- Gamandé, N. (s.f). *Las inteligencias Múltiples de Howard Gardner: Unidad Piloto para Propuesta de Cambio Metodológico*. Recuperado de

<https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2595/gamande%20villanueva.pdf?sequence=1>

- García, N. (2012). *Proyecto Afromatematiquín, La Ciencia De La Alegría: Una experiencia de la inclusión de actividades lúdicas en la enseñanza de las matemáticas*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional De Colombia. Recuperado de <http://bdigital.unal.edu.co/6736/1/7810038.2012.pdf>
- Garzón, M. (2015). *Desarrollo Y Comprensión De La Semiótica Matemática A Partir De La Semiótica Lingüística Y El Lenguaje Común* (Tesis de Maestría). Recuperado de: <http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/2090/1/Garz%C3%B3nCarre%C3%B1oMar%C3%ADaTeresa2015.pdf>
- Gascón, J. (1998). *Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica*. Recuperado de [http://2633518-0.web-hosting.es/blog/didact\\_mate/2.Evoluci%C3%B3n%20de%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20las%20matem%C3%A1ticas.pdf](http://2633518-0.web-hosting.es/blog/didact_mate/2.Evoluci%C3%B3n%20de%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20las%20matem%C3%A1ticas.pdf)
- Godino, J.; Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Extraído el 28 de mayo de 2018, desde <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- González, M., Ortíz. A., Sanz, E. Vargas-Machuca, I., Jimeno, M., Iriarte, M. & Cruz A. (2010). *Los Números Enteros*. Recuperado de [https://www.todostuslibros.com/libros/los-numeros-enteros\\_978-84-7738-084-9](https://www.todostuslibros.com/libros/los-numeros-enteros_978-84-7738-084-9)
- Grisales-Franco, L. (2012). *Aproximación Histórica al Concepto de Didáctica Universitaria*. Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia. Tomado de: <http://www.scielo.org.co/pdf/eded/v15n2/v15n2a04.pdf>
- Hassinger-Das, B., Zosh, J., Hish-Pasek, K. & Golinkoff, R. (2018). *Enciclopedia sobre el desarrollo de la primera Infancia. Aprendizaje Basado en el juego. Jugar para aprender Matemáticas*. Margaret & Wallace McCain. Family Foundation. <http://www.encyclopedia-infantes.com/aprendizaje-basado-en-el-juego/segun-los-expertos/jugar-para-aprender-matematicas>  
<https://books.google.com.ec/books?id=f6Pjwz9lCKMC&printsec=frontcover&hl=es#v=onepage&q&f=false>

- IPEBA (Septiembre de 2013). *Matemática: Números y Operaciones. Mapas de Progreso del Aprendizaje*. Instituto Peruano de Evaluación, Acreditación y Certificación de la Calidad de la Educación Básica. Recuperado de [https://www.sineace.gob.pe/wp-content/uploads/2014/10/MapasProgreso\\_Matematica\\_NumerosOperaciones.pdf](https://www.sineace.gob.pe/wp-content/uploads/2014/10/MapasProgreso_Matematica_NumerosOperaciones.pdf)
- Lewin K., Tax, S., Stavenhagen, R., Borda, O., Zamosc, L., Kemmis, S., Rahman, A. (1946). *Qué es la investigación acción-participativa. Perspectivas teóricas y metodológicas*. Cooperativa editorial: Magisterio. Bogotá, Colombia. Tomado de: <https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/35015397/Park.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1529273734&Signature=MBrAYdgV0gdQ8eyjYqEZy1YjhS4%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DPark.pdf>
- Medina, A., Salvador, F. (2009). *Didáctica General*. Editorial: Pearson Pretince Hall. Santa Fe de Bogotá (Colombia). Tomado de <http://www.solucionesjoomla.com/equinta-descargas/Otros/Didactica%20General%20-%20PEARSON%20Prentice%20Hall.pdf>
- Mejía, G. & Sierra, L. (2013). *Influencia Del Contexto En El Proceso De Resolución De Problemas De Probabilidad Condicional En Estudiantes De Grado Once* (Tesis de Maestría). Recuperado de: <http://repositorio.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/232/TO-15684.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Ministerio De Educación Nacional. (2012). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Recuperado de [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)
- Mockus A., Hernández C., Granés J., Charúm J., & Castro M.) (1994). *Las Fronteras de la Escuela*. Santa fe de Bogotá, D.C. Colombia. Punto Exe Editores
- Morata. P. (1995). *Volver a Pensar la educación. Prácticas y Discursos Educativos (Congreso Internacional de Didáctica)*. Recuperado el 18 de Enero de 2018 de: [http://www.terras.edu.ar/biblioteca/10/10DID\\_Angulo\\_Rasco\\_Unidad\\_3.pdf](http://www.terras.edu.ar/biblioteca/10/10DID_Angulo_Rasco_Unidad_3.pdf)
- Muñoz Muñoz, A. y Díaz Perea, M<sup>a</sup> R. (2009). *Metodología por proyectos en el área de conocimiento del medio*. Revista Docencia e Investigación, n° 19: 101-126.

- Muñoz, C. (2014). *Los Materiales En El Aprendizaje De Las Matemáticas*. (Tesis de Pregrado). Facultad de Letras y de la Educación. Universidad de la Rioja. Recuperado de [https://biblioteca.unirioja.es/tfe\\_e/TFE000754.pdf](https://biblioteca.unirioja.es/tfe_e/TFE000754.pdf)
- Padrón, J. (2007). *Tendencias Epistemológicas de la Investigación Científica en el Siglo XXI*. Universidad Simón Rodríguez. Caracas, Venezuela. Recuperado de: <http://www.facso.uchile.cl/publicaciones/moebio/28/padron.pdf>
- Piaget, J. (s.f). *Psicología y Pedagogía*. Recuperado de <https://www.uv.mx/rmipe/files/2017/02/Psicologia-y-Pedagogia.PDF>
- Picco, S. (2014). *La didáctica crítica y la transformación de las prácticas de enseñanza: Reflexiones en torno a la normatividad*. VIII Jornadas de Sociología de la UNLP, 3 al 5 de diciembre de 2014, Ensenada, Argentina. En Memoria Académica. Disponible en: [http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/trab\\_eventos/ev.4515/ev.4515.pdf](http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/trab_eventos/ev.4515/ev.4515.pdf)
- Pico, S., Orienti, N. (s.f). *Aportes teóricos y Prácticos para pensar e Intervenir En las Prácticas de la Enseñanza*. Facultad de humanidades y Ciencias de la Educación. Universidad nacional de la Plata. Editorial: Edulp. La Plata, Argentina. Recuperado de: [http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/61533/Documento\\_completo\\_\\_pdf-PDFA.pdf?sequence=1](http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/61533/Documento_completo__pdf-PDFA.pdf?sequence=1)
- Pim, D. (1990). *El lenguaje Matemático en el Aula*. Recuperado de: <http://mriuc.bc.uc.edu.ve/bitstream/handle/123456789/1555/17.pdf?sequence=3>
- RAE (2018). *Real Academia de La Lengua Española*. Recuperado de <http://dle.rae.es/?id=VXlxWFW>
- Rico, L. (2012). *Aproximación a la Investigación en Didáctica de la Matemática*. Universidad de Granada (España). Recuperado de [http://funes.uniandes.edu.co/1986/1/Rico\\_Avances.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1986/1/Rico_Avances.pdf)
- Rico, L., Cañadas, M., Marín, A. & Sánchez, M. (2016). *Investigaciones en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Coriat*. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/extaut?codigo=223866>
- Rojas, G. (2107). *El Obstáculo Epistemológico y el pensamiento crítico*. Revista Interactiva de Investigación en ciencias Sociales, 13(2), 305 - 306
- Rojas. J. & Ariza, A. (2013). *Propuesta didáctica para la enseñanza de los números enteros*. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/6706/1/Ariza2012Propuesta.pdf>

- Rojas, P., Rodríguez, J., Romero, J., Castillo, E. & Mora, L. (1999). *La transición Aritmética- Álgebra*. Grupo Pretexto. Universidad de Caldas. Recuperado de [http://edumat.udistrital.edu.co:8080/documents/47902/262723/LibroTransicion+Aritmetica-Algebra\\_Grupo+MESCUUD\\_U\\_Distrital\\_1999.pdf](http://edumat.udistrital.edu.co:8080/documents/47902/262723/LibroTransicion+Aritmetica-Algebra_Grupo+MESCUUD_U_Distrital_1999.pdf)
- Sarmiento, M. (2007). *La Enseñanza De Las Matemáticas Y Las Ntic. Una Estrategia De Formación Permanente*. Recuperado de [https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/8927/D-TESIS\\_CAPITULO\\_2.pdf](https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/8927/D-TESIS_CAPITULO_2.pdf)
- Torrecilla, J. (2007). *La Investigación sobre Eficacia Escolar*. Edición del Convenio Andrés Bello. Recuperado de [https://www.uam.es/personal\\_pdi/stmaria/jmurillo/documentos/IIIEE.pdf](https://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/jmurillo/documentos/IIIEE.pdf)
- Uicab, G. (s.f). *Materiales Tangibles. Su Influencia en el Proceso de enseñanza y Aprendizaje De las Matemáticas*. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/5119/1/UicabMaterialesAlme2009.pdf>
- Vasuki, K. & Aloha Spain. (2013). *Informe Impacto Del Aprendizaje De Aritmética Mental Con Ábaco En Las Habilidades Cognitivas De Los Niños*. Recuperado de <http://www.alohaspain.com/public/file/el-impacto-del-aprendizaje-de-aritmetica-mental-con-abaco.pdf>
- Vigotsky, Lev. (2005). *Pensamiento y lenguaje*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación

### Webgrafía

- Icfes Interactivo (2108). <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/resultados-saber2016-web/pages/publicacionResultados/agregados/saber11/agregadoHistoricoEstablecimiento.jsf#>
- Google imágenes. *Suma y resta de enteros con fichas*. [https://www.google.com.co/search?rlz=1C1MSIM\\_enCO656CO656&tbm=isch&q=im%C3%A1genes+de+puntos+en+fichas+para+ense%C3%B1ar+suma+y+resta+de+enteros&chips=q:im%C3%A1genes+de+puntos+en+fichas+para+ense%C3%B1ar+suma+y+resta+de+enteros,online\\_chips:recta+num%C3%A9rica,online\\_chips:representar](https://www.google.com.co/search?rlz=1C1MSIM_enCO656CO656&tbm=isch&q=im%C3%A1genes+de+puntos+en+fichas+para+ense%C3%B1ar+suma+y+resta+de+enteros&chips=q:im%C3%A1genes+de+puntos+en+fichas+para+ense%C3%B1ar+suma+y+resta+de+enteros,online_chips:recta+num%C3%A9rica,online_chips:representar)

&sa=X&ved=0ahUKEwiVgczo28TcAhXPzVMKHZVfCiEQ4lYINCgN&biw=1600&bih  
=767&dpr=1